

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS - DCEX
COLEGIADO DO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

**OFICINAS DE MATEMÁTICA EXPERIMENTAL:
Caça ao tesouro**

Ilhéus-Ba
2023

REINALDO OLIVEIRA REIS JÚNIOR

**OFICINAS DE MATEMÁTICA EXPERIMENTAL:
Caça ao tesouro**

*Dissertação submetida ao Colegiado do PROFMAT da
Universidade Estadual de Santa Cruz, com objetivo de
obtenção do título de mestre.*

*Orientador: Prof. Dr. Nestor Felipe Castañeda
Centurión*

*Co-Orientador: Prof. Dr. Germán Ignacio Gomero
Ferrer*

*Ilhéus-Bahia
2023*

R375 Reis Júnior, Reinaldo Oliveira.
Oficinas de matemática experimental: caça ao tesouro / Reinaldo Oliveira Reis Júnior. – Ilhéus, BA: UESC, 2023.

61 f. : il.

Orientador: Nestor Felipe Castañeda Centurión.

Co-orientador: Germán Ignacio Gomero Ferrer.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT).

Inclui referências bibliográficas e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática na oficina. 3. Atividades criativas na sala de aula. 4. Método de projeto no ensino. 5. Funções (Matemática).
I. Título.

CDD 510.7

REINALDO OLIVEIRA REIS JÚNIOR

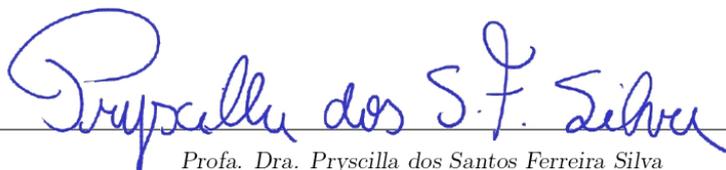
OFICINAS DE MATEMÁTICA EXPERIMENTAL
CAÇA AO TESOURO

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Santa Cruz, para a obtenção de Título de Mestre em Matemática, através do PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

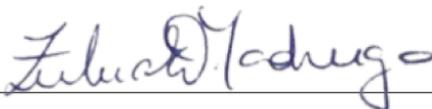
Trabalho Aprovado. Ilhéus, 12 de Setembro de 2023:



Prof. Dr. Nestor Felipe Castañeda Centurión
Orientador
Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC



Profa. Dra. Priscilla dos Santos Ferreira Silva
Examinadora Interna
Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC



Profa. Dra. Zulma Elizabete de Freitas Madruga
Examinadora Externa
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia - UFRB

Deus é bom o tempo todo!

Agradecimentos

A Deus, em sua infinita bondade, por me conceder a vida, a saúde e a paciência, elementos necessários para o percurso deste programa de mestrado.

À minha família: Reinaldo Reis, Airam Reis e Matheus Reis; pelo apoio incondicional, principalmente nos momentos em que desistir parecia a melhor alternativa.

À Hozana, minha esposa, e Simone, minha sogra, pela vivência e convivência, desde a licenciatura, ofertando o suporte necessário, principalmente nos momentos de reclusão para avanço nos estudos.

Aos colegas do curso que, no período de pandemia, e mesmo distante, emanavam boas energias e fortaleciam a caminhada.

Aos professores Nestor e Gérman, em nome dos quais, agradeço aos demais professores do PROFMAT/UESC, pelas oportunidades, pela orientação deste trabalho; além das conversas, conselhos e sugestões que marcaram indelevelmente a minha caminhada acadêmica.

Aos colegas de profissão e toda a equipe gestora do Colégio da Polícia Militar Rômulo Galvão, na pessoa do Comandante Major Pm Edson Brito Jr e da Diretora SEC Professora Cláudia Macedo. À minha casa do saber, gratidão!

À Professora e Secretária de Educação do Município de Ilhéus, Eliane Oliveira, em nome da qual, estendo o agradecimento a todos os colegas de Rede que somaram ao processo. Lora, gratidão por tamanha sensibilidade e gentileza!

A minha filha, Isadora Maria, a qual dedico INTEGRALMENTE o sucesso da conclusão deste trabalho! Valeu à apenas as batidas na porta chamando por “Papai!”. [Eu disse que iria acabar, não foi?!]

Por fim, o presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Ao Brasil, Gratidão!

Aqueles, não citados, que contribuíram direta e indiretamente, agradecido!

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo relatar a aplicação da Oficina de Matemática Experimental denominada "Caça ao Tesouro", discutindo sobre novas estratégias para o ensino da matemática que possibilitem um maior envolvimento e entusiasmo por parte dos estudantes. Nesse sentido, aplicamos o Projeto Oficinas de Matemática Experimental no Colégio da Polícia Militar Rômulo Galvão, em parceria com a Universidade Estadual de Santa Cruz. Para desenvolvimento do percurso da pesquisa e alcance dos objetivos, apresentamos o relato de experiência, com vistas a compartilhar as estratégias didático-metodológicas utilizadas e os resultados alcançados a partir da aplicação da oficina "Caça ao Tesouro". A oficina em questão apresenta uma situação-problema que permitiu desenvolver uma maneira eficiente de representar um conjunto de rotas de navegação entre as ilhas do Arquipélago dos Piratas de forma lúdica. O pano de fundo matemático das atividades está relacionado com o conceito de autômato finito. Foi notório o envolvimento dos discentes nas atividades e consideramos que os mesmos tenham vivenciado a conveniência do uso de representações algébricas, assim como, o conceito de função. É possível afirmar que a utilização da ludicidade por meio de oficinas, estimula habilidades de raciocínio para a resolução de problemas despertando o interesse e criando, assim, novas possibilidades para respostas a inquietações quanto ao processo de ensino-aprendizagem.

Palavras-chave: Oficinas pedagógicas, Oficinas de matemática, Matemática Experimental, Autômatos Finitos, Funções

Abstract

The present work aims to report the implementation of the Experimental Mathematics Workshop called "Treasure Hunt", discussing new strategies for teaching mathematics that enable greater involvement and enthusiasm on the part of students. In this sense, we apply the Project Experimental Mathematics Workshops at the Police College Military Rômulo Galvão, in partnership with the State University from Santa Cruz. To develop the research path and achieve the objectives, we present the experience report, with a view to sharing the strategies didactic-methodologies used and the results achieved from the application of the "Treasure Hunt" workshop. The workshop in question presents a problem situation that allowed the development of an efficient way of representing a set of navigation routes between the islands of the Pirate Archipelago in a playful way. The mathematical background of the activities is related to the concept of finite automaton. The students' involvement in the activities was notable and we consider that they experienced the convenience of using algebraic representations, as well as the concept of function. It is possible to affirm that the use of playfulness through workshops stimulates reasoning skills for problem solving, arousing interest and thus creating new possibilities for responding to concerns regarding the teaching-learning process.

Keywords: Pedagogical workshops, Mathematics workshops, Experimental Mathematics, Finite Automato, Functions

Sumário

Introdução	10
1 OFICINA DE MATEMÁTICA EXPERIMENTAL	16
1.1 Breve histórico do POME no CPMRG	16
1.2 Oficinas Pedagógicas	17
1.3 Aspectos gerais de uma OME	19
2 AUTÔMATO FINITO	22
3 OFICINA “CAÇA AO TESOURO”	26
3.1 Descrição da Oficina	26
3.2 Objetivos Específicos	29
3.3 Aspectos Matemáticos da Oficina	29
4 RELATO DE EXPERIÊNCIA	33
4.1 Resultados da experiência com os alunos	33
4.1.1 Aplicação da Parte I	34
4.1.2 Aplicação da Parte II	38
4.1.3 Acréscimo de tarefa na segunda parte da Oficina	39
4.1.4 Demais tarefas da segunda parte da Oficina	41
5 DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS	46
5.1 Discussão dos resultados	46
5.2 Considerações futuras	47
5.3 Considerações finais	48
Apêndice A Roteiro da Oficina: Caça ao Tesouro. Parte I	50
A.1 Objetivos	50
A.2 Lista de Equipamentos e Materiais	50
A.3 Descrição da oficina	51
A.4 Atividades	52
Apêndice B Roteiro da Oficina: Caça ao Tesouro. Parte II	55
B.1 Objetivos	55
B.2 Lista de Equipamentos e Materiais	55
B.3 Descrição da oficina	56

B.4 Atividades	57
Referências Bibliográficas	60

Introdução

Ingressar em um programa de pós-graduação, em paralelo com as atividades laborais, é uma escolha desafiadora: de um lado as atribuições próprias da licenciatura (planejamento, aulas, correções) e do outro a disciplina de estudos que requer um curso de mestrado. Em quase uma década dedicada ao exercício da docência, tanto em escolas públicas quanto privadas, percebi que o domínio sobre o conteúdo e uma metodologia adequada e bem planejada são essenciais a fim de proporcionar ao aluno um caminho mais agradável rumo a construção do conhecimento. Dessa forma, optei pelo percurso formativo continuado por entender a necessidade tanto do autoconhecimento com relação à prática docente quanto a atualização necessária para um trabalho coerente com as demandas da sociedade. Nesse sentido compreendo que ser professor consiste, sobretudo, em conciliar a formação acadêmica com o manejo de algumas variáveis subjetivas e que, no ensino de matemática, percebo com maior frequência. Uma delas, por exemplo, refere-se à motivação por parte dos alunos em aprender e lidar, durante as aulas, com tópicos matemáticos.

Do ponto de vista comportamental, autores como Bzuneck (2001) concebem a motivação como aquilo que move o sujeito, o faz desempenhar determinadas atividades, atingir objetivos e adotar condutas. O autor reforça que a motivação pode trazer consequências como o envolvimento e a dedicação a realização de uma tarefa, “tendo como efeitos finais os conhecimentos e habilidades desenvolvidos” (BZUNECK, 2001, p. 1).

Além disso, sabemos que, culturalmente, o ensino de Matemática na Educação Básica apresenta alguns entrescos no que se refere à receptividade por parte dos alunos. Segundo Silva et al (2020),

“atualmente, muitas práticas nas salas de aula têm sido pautadas na decoração de textos, na memorização de conceitos e na repetição de informações, tudo isso tendo como base um único recurso: os livros didáticos. Muitas vezes, esses são utilizados sem uma prévia análise por parte do professor, gerando um sentimento de descrédito por parte dos alunos que estudam além do conteúdo programado.” (SILVA, 2020, p. 6)

Com o ápice da questão sanitária desencadeada pela pandemia de Covid-19 e o consequente advento do ensino não presencial e, posteriormente o retorno às atividades presenciais, pude perceber, empiricamente, que o fator motivação tem se consolidado como desafio para os professores de diversos componentes curriculares, em especial, a Matemática. Nesse contexto, a partir de instrumentos avaliativos a nível nacional e internacional, apreciamos relatórios não favoráveis ao ensino de Matemática no Brasil o que aponta como desafiador o caminho a percorrer em busca de novas práticas que fomentem a atenção e o gosto pela Matemática.

No Brasil, o baixo desempenho de estudantes em matemática tem sido evidenciado em avaliações de larga escala (GOMES, 2020). Tal fato se verifica quando analisamos os dados de instrumentos diagnósticos externos de abrangência nacional e internacional. Com relação a Prova SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de 2021, ambos sob gerência do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), os resultados divulgados, como visto na Figura 1, apontam que houve regressão no que se refere à proficiência média em Matemática dos alunos ingressantes no Ensino Fundamental.

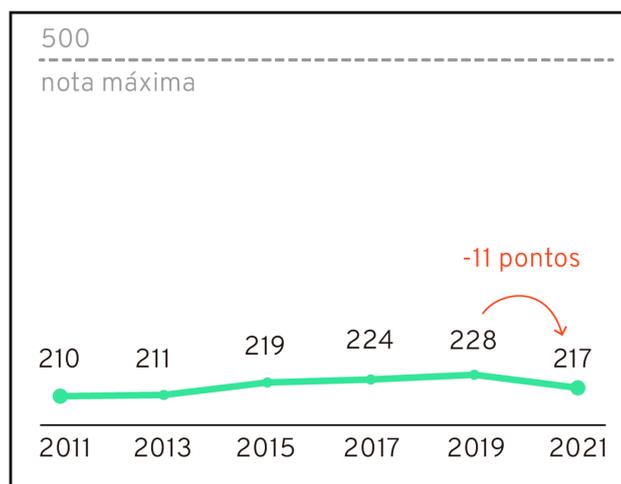


Figura 1: Evolução da Pontuação SAEB/Matemática. Fonte: (BRASIL, 2021a)

Na Bahia, por exemplo, a proficiência média em Matemática ficou abaixo da média nacional. Já o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), sob coordenação da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), em relatório divulgado em 2018, por exemplo, já acusava retrocesso quanto às áreas de linguagens e matemática (BRASIL, 2020). Sabemos que os próximos resultados oriundos dessa avaliação devem ser analisados de forma contextualizada, uma vez que, “como reflexo das dificuldades enfrentadas em virtude da pandemia de COVID-19, os países-membros e associados da OCDE decidiram adiar a avaliação do Pisa 2021 para 2022 e do Pisa 2024 para 2025” (BRASIL, 2021b), reforçando, ainda assim, a importância e urgência da temática.

Aliado a esse contexto deparamo-nos com a questão cultural, ainda amplamente difundida, com relação a dificuldade de aprendizagem em torno da Matemática. Entendo, a partir das vivências oportunizadas enquanto professor de Matemática, que a ausência de práticas pedagógicas que possibilitem a reflexão e a criação de estratégias de aprendizagem em torno dos conceitos seja a grande causa da perpetuação da “fama” conferida a essa área do conhecimento. Nesse sentido, há convergência com Silva (2023) quando afirma que, para desmistificar e contornar que a matemática é difícil e um “bicho”, é importante que o professor utilize novas estratégias, para que o aluno seja capaz de ver a disciplina como uma disciplina acessível e fácil de ser compreendida.

Sobre a necessidade de promover práticas motivadoras e, com isso, oportunizar a aprendizagem de forma aplicada de tópicos de Matemática na Educação Básica, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta que:

“No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental.” (BRASIL, 2018, p. 2)

Ao analisar a BNCC no que se refere às competências específicas para o ensino de Matemática no ensino fundamental encontramos suporte para a implementação e desenvolvimento de práticas que possibilitem “desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (BRASIL, 2018).

Assim, o ingressar na carreira do magistério público da Rede Estadual de Educação em 2018, no Colégio da Polícia Militar Rômulo Galvão (CPMRG), fui apresentado ao Projeto Oficinas de Matemática Experimental (POME). Nas reuniões de discussão com a equipe, tive acesso ao material oriundo do projeto *MegaMath*, produto do Grupo de Pesquisa e Aplicação de Computadores do Laboratório Nacional de Los Alamos, Novo México - USA. O texto de referência desta ação é o livro “*This Is MEGA-Mathematics!, Stories and activities for Mathematical thinking problem-solving and communication*” cujos autores são Nancy Casey e Mike Fellows (CASEY N.; FELLOWS, 1993). Este projeto estava destinado a trazer ideias matemáticas incomuns e importantes para as aulas das escolas primárias, para que os jovens e seus professores pudessem pensar juntos. No trabalho de Cassey e Fellows (1993), evidencia-se que é possível elaborar intervenções pedagógicas que transmitam esta paixão a crianças pequenas mergulhando-as em atividades que simulam o trabalho de um matemático profissional e sua forma de pensar.

Além disso, no trabalho de Gomero e Castañeda-Centurión (2019), é possível encontrar a descrição do trabalho colaborativo do POME que foi realizado entre professores da área de matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) e do CPMRG, ambas instituições educacionais de Ilhéus-BA. O núcleo do trabalho consiste na elaboração de Oficinas de Matemática Experimental (OMEs) e sua aplicação nas sete turmas do sexto ano do CPMRG. “Uma OME é uma atividade lúdico-experimental, mediada e de caráter coletivo cujo foco é a resolução de um problema difícil, porém atraente, de matemática” (GOMERO G. I.; CASTAÑEDA-CENTURIÓN, 2019). Os resultados fornecem evidência empírica da eficiência de uma OME na motivação e no aprendizado de matemática nos diversos níveis de ensino.

A experiência com as oficinas na perspectiva do trabalho realizado no CPMRG têm sido fonte de desenvolvimento de outras dissertações no âmbito do Mestrado Profissionalizante em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Nesse contexto, uma Oficina de Matemática Experimental (OME), de acordo com Pereira (2017),

“[...] propõe trabalhar o ensino da matemática, de maneira tal que os alunos

aceitem o desafio de encontrar soluções para as situações-problema propostas, estimulando-os a investigar, desenvolver habilidades para resolver os problemas e validar as soluções obtidas. O uso de recursos lúdicos na execução das OMEs é essencial, uma vez que a aplicação desses recursos contribui para tornar o processo de ensino/aprendizagem um momento prazeroso para o aluno, abrindo assim a perspectiva de um novo olhar do educando para a matemática.” (PEREIRA, 2017, p. 12)

A dissertação de Pereira (2017) propôs o relato de experiência sobre a oficina intitulada “Entrando numa Fria”. A OME em questão apresenta uma situação-problema que permitiu desafiar os alunos a alocarem o menor número de sorveterias, minimizando gastos de forma lúdica. O trabalho apresenta resultados positivos no que se refere a participação e o interesse dos alunos nas aulas de matemática. A autora afirma que a “inserção do lúdico, através de oficinas, estimula habilidades de raciocínio nos alunos e desperta o interesse dos mesmos em conhecer melhor a matemática, criando assim novos caminhos para responder aos desafios do processo de ensino/aprendizagem”.

Corroborando com Pereira (2017), a dissertação de Araújo (2017), relatou a aplicação da oficina “Uma história de TV. Minimizando custos”, a qual faz parte do referido projeto. Na proposta, a autora apresenta uma situação envolvente que possibilita ao aluno descobrir uma variedade de estratégias interessantes para encontrar a melhor solução e o menor custo para a distribuição das frequências de tv nas mesorregiões do Estado de Minas Gerais. Como resultado, o uso do lúdico apresentou-se bastante relevante, pois foi constatada uma melhor receptividade dos alunos em relação às atividades que “eles começaram a se sentir tão à vontade, que passaram a refletir, discutir e questionar”.

Nesse sentido, visando atender um dos requisitos propostos pelo PROFMAT para a elaboração da presente dissertação, no que diz respeito a produção de uma atividade que tenha impacto na prática didática em sala de aula, optamos por analisar a OME intitulada “Caça ao Tesouro”, cuja gênese tem registro dentro das atividades do Projeto Oficinas de Matemática Experimental (POME), e elaborar o relato de experiência da sua aplicação em uma turma de 6^o ano do Ensino Fundamental do CPMRG. A escolha da presente OME deu-se num cenário de tentativa de retomada das atividades do POME no CPMRG haja vista a interrupção das suas atividades no ano de 2019, por ocasião do período de aulas remotas, em consequência da pandemia de COVID-19.

“Caça ao Tesouro” consiste numa oficina que objetiva explorar o raciocínio lógico e múltiplas possibilidades de tomada de decisão para um mesmo problema. Para além dessas competências gerais, observamos a estreita relação com o conceito de autômato finito e sua formalização, além das noções elementares a partir da definição de função, tópicos de interesse e discussão ao longo da construção desse trabalho. A oficina possui duas partes sendo que, a segunda, é uma construção inédita, desenvolvida ao longo deste trabalho, reforçando o caráter dinâmico das OMEs.

Assim, nesta proposta, pretendemos analisar o roteiro e aplicar a OME “Caça ao Tesouro”, buscando investigar quais variáveis emanam nesse processo, ofertando como produto de pesquisa um relato de experiência. Com isso, este trabalho está organizado em três capítulos: no Capítulo 1 apresentamos alguns aspectos referentes à fundamentação teórica; no Capítulo 2 abordamos o contexto matemático presente na oficina; no Capítulo 3 des-

crevemos a oficina; no Capítulo 4 destacamos o relato de experiência com os registros da aplicação da oficina; e, no Capítulo 5, reservamos para discussão e as considerações finais. Ao término deste trabalho, destacamos o Apêndice A, que contém o roteiro da OME “Caça ao tesouro” - Parte I, o Apêndice B, com o roteiro da OME “Caça ao tesouro” - Parte II.

Capítulo 1

OFICINA DE MATEMÁTICA EXPERIMENTAL

Discorrer sobre a construção de uma Oficina de Matemática Experimental (OME) demanda de uma discussão prévia a respeito da prática educativa a partir de Oficinas Pedagógicas. Neste capítulo abordaremos conceitos relevantes para a construção de uma base teórica para este trabalho e que perpassam pelo viés pedagógico das oficinas, um breve histórico sobre o POME, na perspectiva do CPMRG, e, por fim, apresentamos alguns elementos da OME, já evidenciados em Pereira (2017) e Araújo (2017), e que utilizamos nesta proposta.

1.1 Breve histórico do POME no CPMRG

O Projeto Oficinas de Matemática Experimental (POME) foi gerado em resposta a uma solicitação do Colégio da Polícia Militar Rômulo Galvão - CPM Ilhéus (CPMRG) dirigida à Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Havendo detectado os problemas que os alunos ingressantes (6^o ano do Ensino Fundamental) tinham com a matemática, em março de 2015 a direção do CPMRG solicitou a Área de Matemática da UESC que os alunos da licenciatura em Matemática realizassem monitorias na escola.

Em reunião realizada entre as partes, o professor Germán Gomero Ferrer, em representação da Área de Matemática da UESC, indicou que não recomendava a realização de monitorias pois isso representaria apenas “mais do mesmo”: maior carga horária em aulas tradicionais de matemática. Em contrapartida ele expôs que conhecia um projeto bem sucedido levado a cabo nos Estados Unidos na década de 90 que estimulava em crianças pequenas o gosto pela matemática. O diretor do CPMRG, na época, o Major PM Lucas Miguez Palma, em concordância com os professores da escola participantes dessa reunião, aceitou a proposta e ficou acertada a elaboração e posterior aplicação de diversas Oficinas de Matemática Experimental (OMEs), com uma equipe formada por professores das duas instituições.

Assim, desde 2015 até o ano de 2019, o POME esteve em execução na escola, onde, para além das oficinas, contou com a proposta de mentoria pré-olímpica voltada para os alunos classificados na 2^a fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), com registro de medalhistas naquele último ano de atuação, sob gestão do diretor

geral Major PM Reginaldo Moraes da Silva Filho e da, então diretora pedagógica, Dinorá Madaly de Oliveira Leão.

Com o advento da pandemia de COVID-19 e todas as mudanças por ela ocasionada, inclusive no contexto educacional, as aplicações das OMEs foram suspensas. O maior desafio à época era conciliar a prática utilizada no ensino remoto com a logística para elaboração e execução das oficinas. Em seguida, com o retorno das atividades presenciais, e tendo como diretor militar, o Major PM Edson Brito Jr, e diretora pedagógica, a professora Cláudia Macedo, a equipe da UESC foi convidada novamente a contribuir, junto ao POME, para o ensino de matemática.

Dessa forma vislumbramos, a partir do estudo necessário para a elaboração desta dissertação, relatar a aplicação da Oficina de Matemática Experimental denominada "Caça ao Tesouro", discutindo sobre novas estratégias para o ensino da matemática que possibilitem um maior envolvimento e entusiasmo por parte dos estudantes. Segundo Gomeró e Silva (2017, p.2, apud Souza, 2017, p.15), uma OME

“propicia um ambiente inovador de ensino e aprendizagem de matemática cujos mecanismos se sustentam em dois princípios fundamentais; o de que a maneira mais eficiente de aprender envolve a participação ativa do aluno (aprender fazendo), e o de que o papel do professor é o de orientar o aluno no processo de aprendizagem (professor mediador). Nestas oficinas os alunos são confrontados com situações ou problemas matemáticos fáceis de compreender e de interesse suficiente para capturar sua atenção, mas muitas vezes difíceis de resolver. O aluno, sem ser ciente desta dificuldade, se sente impelido a procurar por uma solução; e é nessa busca que acontecem os processos de aprendizagem e de desenvolvimento das habilidades cognitivas.” (SOUZA, 2017)

Nesse sentido, tendo como fim a construção e desenvolvimento de um instrumento para intervenção em sala de aula, destacamos a seguir as contribuições do ponto de vista pedagógico com relação à prática de oficinas.

1.2 Oficinas Pedagógicas

O ensino de matemática, conforme destacamos, empiricamente, possui alguns desafios que demandam do professor, sobretudo, planejamento. A adoção de um olhar sensível sobre a sua prática, aliada a construção e aplicação de novas propostas em sala de aula pode ser uma saída.

Alguns autores sugerem as oficinas pedagógicas como metodologia a fim de propor um ambiente de construção coletiva do conhecimento. Candau (1999), por exemplo, defende que ao realizar uma oficina é possível evidenciar a relação teoria-prática, promovendo com isso um processo contínuo de diálogo com a realidade social. Já Freire (1998), argumenta sobre a possibilidade de diálogo na perspectiva horizontal, onde a produção do conhecimento é descentralizada e socializada a partir de práticas que fujam da perspectiva dita tradicional. Sobre esse contexto, Gianotto (2006) afirma que:

“Ao priorizar a prática, tão escassa da sala de aula, as oficinas não somente despertam o interesse dos alunos, mas também constitui um desafio para o professor no

que se refere ao seu planejamento e execução, assim como ao exigir, não somente leitura, mas ainda a capacidade de criar e desenvolver atividades que fujam da rotina, elaboração de metodologias, definições de dinâmicas e a busca de parcerias, para o enriquecimento do trabalho. Uma experiência cansativa, porém muito gratificante, que permite praticar a interdisciplinaridade tão discutida atualmente.” (GIANOTTO, 2006, p. 4)

Além de fornecer subsídios para o trabalho docente e contemplar a lacuna referente à oferta de novas possibilidades de abordagem em sala de aula, as oficinas pedagógicas podem proporcionar um ambiente de aprendizagem fértil para novas descobertas e interações entre o objeto de saber e os sujeitos envolvidos. Ao analisar o trabalho de Candau (1995), Gonzales afirma que uma oficina é o “tempo-espço para vivência, a reflexão, a conceitualização; como síntese do pensar, sentir e agir; como “o” lugar para a participação, a aprendizagem e a sistematização dos conhecimentos” (GONZÁLEZ 1987, apud CANDAU, 1995, p. 117). Dessa forma, ao desenvolver uma metodologia com vistas a aprendizagem aliada a uma base teórica sólida, concordamos com Paviane e Fontana (2009), quando argumentam que:

Uma oficina é, pois, uma oportunidade de vivenciar situações concretas e significativas, baseadas no tripé: sentir-pensar-agir, com objetivos pedagógicos. Nesse sentido, a metodologia da oficina muda o foco tradicional da aprendizagem (cognição), passando a incorporar a ação e reflexão. Em outras palavras, numa oficina ocorrem apropriação, construção e produção de conhecimento teóricos e práticos de forma ativa e reflexiva. (PAVIANE N. M.S.; FONTANA, 2009, p. 78)

No que se refere ao papel do professor em uma oficina pedagógica, destacamos a relevância da postura do docente enquanto facilitador e mediador no processo de construção do conhecimento, em detrimento da verticalização do discurso. Nesse caso, há de se falar em uma proposta que evidencia a participação autônoma dos alunos, com a utilização de saberes prévios, em que a criatividade, o interesse e outras habilidades, por parte dos alunos, podem ser desenvolvidas no percurso. Assim, concordamos com Freire (1996) quando discorre que:

Saber ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para sua própria produção ou a sua construção. Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, a suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho — a de ensinar e não a de transferir conhecimento (FREIRE, 1998, p. 47).

Enquanto prática pedagógica, as oficinas também possuem tempo, espaço e público bem definidos. Nesta dissertação, o público de interesse consistiu em uma turma do 6º Ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental e para a aplicação da oficina foram utilizadas quatro horas/aula, distribuídas em duas semanas, duas a duas. Assim, a delimitação da carga horária dispensada para a aplicação e o perfil dos sujeitos participantes é de interesse ao longo do planejamento da proposta. Às oficinas de matemática e, em especial, uma OME, também são aplicadas as características discutidas anteriormente e que destacaremos com maior riqueza de detalhes a seguir.

1.3 Aspectos gerais de uma OME

Com o objetivo de estimular e desenvolver nos alunos o interesse e a curiosidade por problemas de matemática, assim como, despertar o espírito de investigação além de propor o desenvolvimento de habilidades para a resolução de problemas e validação das soluções obtidas, as Oficinas de Matemática Experimental consistem em atividades de matemática com ênfase na resolução de problemas. Nesse sentido, há de se destacar o caráter lúdico de uma OME e sobre isso Pereira (2017), afirma que:

“[...] as OMEs são essencialmente atividades lúdicas. Este tipo de atividade consiste em ações de caráter finalístico; dito de outro modo, toda atividade lúdica tem uma meta final, essa por sua vez visa proporcionar prazer e entretenimento aos indivíduos envolvidos na prática da atividade, através de atividades-meio. O uso da ludicidade como prática educativa favorece o desenvolvimento de competências como criatividade, agilidade, capacidade de concentração e o estímulo ao exercício do raciocínio lógico, entre outros.” (PEREIRA, 2017, p. 17)

Para além de uma construção coletiva, a ludicidade, quando analisada sob a ótica de uma experiência individual, ganha sustento na formulação teórica da Psicologia Evolucionária. Essa área consiste num ramo da psicologia que busca entender o comportamento e a mente humana à luz da Teoria da Evolução e foi utilizada por Gomero e Castañeda-Centurión (2019) para defender que a ludicidade é produto da curiosidade inata em certas espécies, pois a curiosidade nos impele a explorar o mundo ao nosso redor. Utilizando a analogia de um “jogo” para referir-se às atividades pedagógicas, por exemplo, os autores afirmam que:

“o indivíduo se sente impelido a “jogar bem”, acendendo assim o motor da aprendizagem. Isto nos leva a sugerir que a ludicidade seja uma componente das atividades pedagógicas na escola. Como ilustração, um problema matemático muito difícil, mas que por causa do contexto se torne atraente e seduza o aluno, será uma atividade lúdica.” (GOMERO G. I.; CASTAÑEDA-CENTURIÓN, 2019, p. 11)

Cabe destaque para o fato de que nem toda atividade pedagógica possui o viés lúdico, porém, a mesma pode se tornar e, para que isso ocorra, basta “que capture a atenção do indivíduo, que acenda a sua curiosidade de modo que ele aceite o desafio de executá-la e que o faça com prazer” (GOMERO G. I.; CASTAÑEDA-CENTURIÓN, 2019, p. 11). Dessa forma, acreditamos que a inserção da ludicidade no contexto da OME é fator decisivo e diferencial indo ao encontro da demanda por práticas pedagógicas que fujam do tradicionalismo, despertando assim, o interesse dos estudantes pela matemática.

Além do aspecto lúdico, os últimos trabalhos publicados com foco na produção e aplicação de uma OME dão conta de recomendações que norteiam esse processo e que julgamos pertinentes e aplicáveis a nossa proposta. Araújo (2017) elenca as recomendações que dão suporte para o cumprimento dos objetivos propostos numa Oficina de Matemática Experimental e que não diferem do percurso de uma oficina pedagógica, conforme abordamos anteriormente. São elas:

- Evite dar explicações longas: evitar dar explicações longas e definitivas à turma, a pequenos grupos ou a alunos individualmente. O mecanismo de oferecer “pistas” ao longo

do percurso pode ser uma alternativa. A ideia é que os alunos concluam o objetivo de cada tarefa de forma autônoma. Outro ponto de destaque é que numa OME não existe CERTO ou ERRADO, nem PODE ou NÃO PODE. Todas as questões, técnicas ou normativas, devem ser discutidas na turma, em pequenos grupos, ou individualmente dependendo da situação e as normas devem ser decididas com a turma. Araújo (2017) sustenta o fato de que:

“Como as oficinas são espaços dedicados a promover a descoberta, nem as estratégias de resolução de problemas, nem o tipo de respostas ou soluções que os alunos devem obter, devem ser explicadas antes do início das atividades. Ao perceber que um aluno cometeu ou está cometendo um erro, ou ao identificar um aluno com dificuldades na resolução de um problema, uma sugestão é sentar próximo ao aluno e discutir o problema com ele. Os outros alunos da mesa podem participar da discussão, ou podem continuar trabalhando no problema. As respostas e soluções devem ser discutidas com os alunos, individualmente, em grupos pequenos, ou com a turma toda, dependendo da atividade.” (ARAÚJO, 2017, p. 22)

- Mantenha uma bagunça produtiva: devido a autonomia e discussão conferidas à turma é natural que certo nível de desordem se instale durante a aplicação da OME. Recomenda-se, dessa forma, que o professor aplicador atente-se ao nível de produtividade dos estudantes, onde a desorganização não atrapalhe a criatividade e o desenvolvimento da oficina. Dois contextos são possíveis: alunos que não conseguem avançar nos comandos de uma tarefa devido ao nível de dificuldade da mesma, ou alunos que concluem com maior facilidade a atividade proposta e que, por isso, estão propícios à fuga do foco da OME. Como sugestão, a autora destaca que:

“Garanta que todos os alunos estejam sempre realizando alguma atividade. No nosso projeto, atividades adicionais desenhadas para este fim são chamadas de “Cartas na manga”. Para aqueles alunos que costumam concluir rapidamente as tarefas pedidas recomenda-se ter sempre atividades mais desafiadoras que as obrigatórias. Recomenda-se também ter sempre atividades mais simples que as obrigatórias para o aluno que apresentar dificuldades na realização das tarefas pedidas; estas atividades devem ser elaboradas para ajudar o aluno a superar as dificuldades encontradas durante a realização da tarefa.” (ARAÚJO, 2017, p. 22)

- Mantenha uma boa logística: a disposição do ambiente na sala deve ser providenciada com antecedência. Para o bom desempenho dos alunos na oficina, é importante que a turma tenha no máximo 25 alunos, podendo ser dividida em grupos de 2 a 4 alunos a depender da atividade que será realizada. Recomenda-se ter sempre material excedente para todas as tarefas a serem realizadas. Uma boa estratégia é recolher e armazenar organizadamente o material trabalhado pelos alunos, classificando o material por atividade.

- Respeite o tempo de cada grupo: Uma recomendação importante é passar para a próxima atividade sempre que (e apenas quando) todos os membros do grupo tiverem terminado com uma atividade. Quando alguns alunos de um grupo tiverem terminado com alguma atividade, podemos estimulá-los a ajudar aqueles que ainda não a fizeram, mas recomende que não é para dizer como se faz, nem para fazer a atividade por eles.

Capítulo 2

AUTÔMATO FINITO

As atividades propostas no roteiro da oficina de interesse neste trabalho tem como base a teoria de autômatos finitos. Trataremos a seguir de definições importantes para o estudo desse tópico da área de computação, com base em Hopcroft *et al* (2003). Ressaltamos que, autômato finito, consiste no primeiro modelo computacional de definição de linguagens. Matematicamente, é usado para representar programas de computadores ou circuitos lógicos com entradas, saídas e estímulos externos, conforme representado na Figura 2.1.

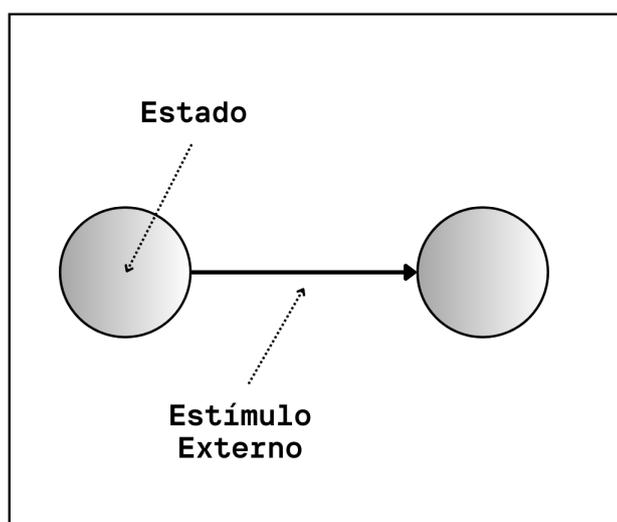


Figura 2.1: Modelo de um sistema com entradas, saídas e estímulos externos

Note que, graficamente, os estados do modelo acima são representados por círculos e os estímulos externos (transições de um estado para outro) são denotados por setas. Para exemplificar o funcionamento de um autômato finito, utilizaremos o esquema abaixo (Figura 2.2) que modela um interruptor liga/desliga.

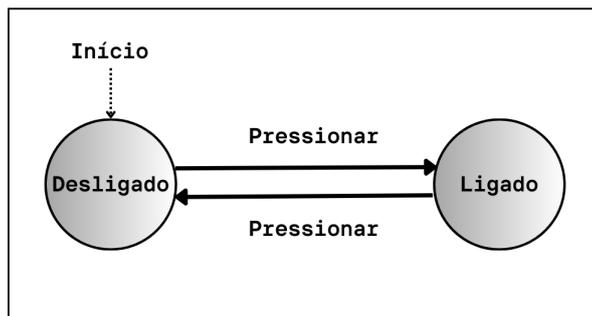


Figura 2.2: Um autômato finito que modela um interruptor liga/desliga. Fonte: adaptado de (HOPCROFT, 2003)

Na situação representada acima, o dispositivo memoriza se está no estado “ligado” ou “desligado”. Ao usuário do sistema, é permitido pressionar um botão cujo efeito é alterar o estado inicial, ou seja, se o interruptor encontra-se “desligado”, pressionar o botão conduz ao estado “ligado” e vice-versa. Outros conceitos importantes permeiam a teoria de autômatos e, em seguida, serão utilizados para definir formalmente este objeto do conhecimento.

Definição 2.1 *Um alfabeto é um conjunto de símbolos finito e não-vazio. Convencionalmente, usamos o símbolo Σ para um alfabeto. Os alfabetos mais comuns incluem:*

1. $\Sigma = \{0, 1\}$, o alfabeto binário;
2. $\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$, o conjunto de todas as letras minúsculas do alfabeto latino.

Definição 2.2 *Um string (ou às vezes palavra, cadeia ou chave) é uma sequência finita de símbolos escolhidos de algum alfabeto. Por exemplo, 01101 é um string do alfabeto binário $\Sigma = \{0, 1\}$. O string 111 é possibilidade nesse alfabeto.*

De posse dessas informações, podemos definir formalmente um autômato finito, como segue:

Definição 2.3 *Um autômato finito é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde:*

1. Q é um conjunto finito denominado conjunto de estados;
2. Σ é um conjunto finito denominado alfabeto;
3. $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ é a função de transição. Graficamente representamos por arcos entre estados e pelos rótulos nos arcos. Mais precisamente, o diagrama é a representação de alguma função de transição δ , e as setas do diagrama são construídas para refletir as transições especificadas por δ ;
4. $q_0 \in Q$ é o estado inicial;
5. $F \subseteq Q$ é o conjunto de estados de aceitação.

Dadas as definições anteriores, sugerimos como exemplo o diagrama de estados do autômato finito M, conforme a Figura 2.3.

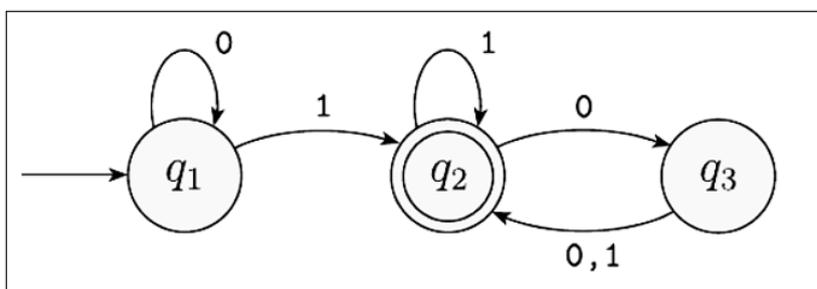


Figura 2.3: Diagrama de estados do autômato finito M. Fonte: (ALVIM, 2022)

Observamos inicialmente que o diagrama representado na Figura 2.3 possui três estados: q_1 , q_2 e q_3 . O estado inicial é q_1 , indicado por uma seta com sentido da esquerda para a direita. O estado de aceitação é q_2 , indicado por um círculo duplo, e as setas entre os estados são as transições. Quando o autômato M recebe, por exemplo, o *string* 1101, ele o processa e produz duas saídas possíveis: aceitar ou rejeitar. Para a cadeia 1101, o processamento dá-se, da esquerda para a direita, da seguinte forma:

- Início no estado q_1 ;
- Lê o símbolo 1 do *string*, seguindo de q_1 para q_2 ;
- Lê o símbolo 1 do *string*, seguindo de q_2 para q_2 ;
- Lê o símbolo 0 do *string*, seguindo de q_2 para q_3 ;
- Lê o símbolo 1 do *string*, seguindo de q_3 para q_2 ;
- Aceita o *string* 1101, pois M encontra-se no estado de aceitação q_2 ao término da leitura da cadeia.

Formalmente, utilizando a Definição 2.3, o autômato finito M é uma 5-tupla $M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde:

1. O conjunto de estados é $Q=\{q_1, q_2, q_3\}$;
2. O alfabeto é $\Sigma=\{0,1\}$;
3. A função de transição δ é descrita como $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$, em que cada par obtido por meio do produto cartesiano $Q \times \Sigma$ faz corresponder a um elemento do conjunto Q como podemos observar na Tabela 1.1.

$\delta(q_1, 0) = q_1$	$\delta(q_2, 0) = q_3$	$\delta(q_3, 0) = q_2$
$\delta(q_1, 1) = q_2$	$\delta(q_2, 1) = q_2$	$\delta(q_3, 1) = q_2$

Tabela 2.1: Relações possíveis obtidas a partir da aplicação da função δ no autômato finito M.

4. O estado inicial é $q_1 \in Q$;
5. O conjunto de estados de aceitação é $F = \{q_2\}$.

Ao implementar o funcionamento do autômato M é possível que outros *strings* sejam aceitos. Nesse caso, recorreremos a definição de linguagem, a saber:

Definição 2.4 *Se A é o conjunto de todas as cadeias que uma máquina (autômato) M aceita, dizemos que A é a linguagem reconhecida pela máquina M . Denotamos a linguagem de uma máquina M por $L(M) = A$. (ALVIM, 2022)*

Note que um autômato pode aceitar várias cadeias, no entanto reconhece apenas uma única linguagem. Em caso contrário, se o autômato não aceita nenhuma cadeia, a linguagem reconhecida é denotada por \emptyset .

Uma vez formalizado o autômato M , podemos classificá-lo como Autômato Finito Determinístico (AFD), pois, dependendo do símbolo lido, o sistema assume um único estado bem determinado, ou seja, "existe um e somente um estado ao qual o autômato pode transitar a partir de seu estado atual" (HOPCROFT, 2003). Convém destacar que, em caso de quebra dessa regra, não teríamos um autômato.

Existe uma função atrelada à definição de AFD, a saber, a função de transição, cuja regra de correspondência é constituída pelas transições de um estado para outro. Dessa forma, julgamos conveniente, a partir do livro-texto da disciplina Números e Funções Reais da Coleção PROFMAT, resgatar a definição desse objeto matemático, como segue:

Definição 2.5 *Dados os conjuntos X, Y , uma função $f : X \rightarrow Y$ (lê-se "uma função de X em Y ") é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$ (leia-se "y igual a f(x)"). O conjunto X chama-se o domínio e Y é o contradomínio da função f . Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se a imagem de x pela função f , ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$. Escreve-se $x \mapsto f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em $f(x)$.*

Capítulo 3

OFICINA “CAÇA AO TESOURO”

A oficina “Caça ao Tesouro” foi inspirada no Capítulo 5 de Cassey e Fellows (1993). Os autores exploram a atividade denominada “Aprenda seu idioma”, na qual os alunos devem criar ou utilizar códigos pré-definidos, dispostos em *tickets*, para colocar em funcionamento um autômato finito, desenhado com fita adesiva no chão da sala de aula. As informações fornecidas para os alunos permitiam avançar os círculos que representavam os estados do autômato. Além disso, por meio de estímulo com prêmios, o aluno constatava que o código aceito era uma palavra do seu idioma quando chegava em um estado de aceitação.

Refletimos assim, a partir da proposta de Cassey e Fellows (1993), na criação de uma oficina que permitisse aos alunos imergir num cenário de ludicidade e que, lidando com autômatos finitos, despertasse o gosto pela matemática, sem necessariamente recompensá-los por isso. Neste capítulo descrevemos a oficina produto desse estudo, as discussões em torno da sua elaboração, os seus objetivos específicos e seus aspectos matemáticos.

3.1 Descrição da Oficina

De modo geral, as Oficinas de Matemática Experimental (OME) surgem a partir de discussões bem fundamentadas que confrontam, de um lado, determinado objeto matemático e, de outro, a necessidade de oportunizar aos alunos um percurso de aprendizado com leveza, diversão e boa aceitação do conteúdo. Nesse sentido, o contexto lúdico da OME “Caça ao Tesouro” é o fio condutor para explorarmos as tarefas propostas.

No cenário apresentado, existem duas companhias de navegação que oferecem serviços no arquipélago, a Navios Fantasma Cia e a Barba Negra e Filhos Ltda. Cada uma oferece um único percurso saindo de cada uma das ilhas e chegando em outra ilha do arquipélago. Uma tarefa que os alunos tem que resolver, por exemplo, consiste em achar percursos de ida e volta do Porto dos Gananciosos a Ilha do Tesouro.

Os questionamentos e passos sugeridos no roteiro da oficina conduzem os alunos a refletirem sobre a representação, com codificação, de um conjunto de rotas de navegação entre as ilhas do Arquipélago dos Piratas. Isso ocorre pois, a partir de pequenas fitas de papel, os alunos são direcionados a reduzir a quantidade de informações fornecidas.

A representação, que espera-se surgir naturalmente dos alunos, é um diagrama de estados de um autômato finito onde os círculos são as ilhas do arquipélago e as setas são as rotas de navegação oferecidas pelas duas companhias de navegação. Os percursos entre o Porto

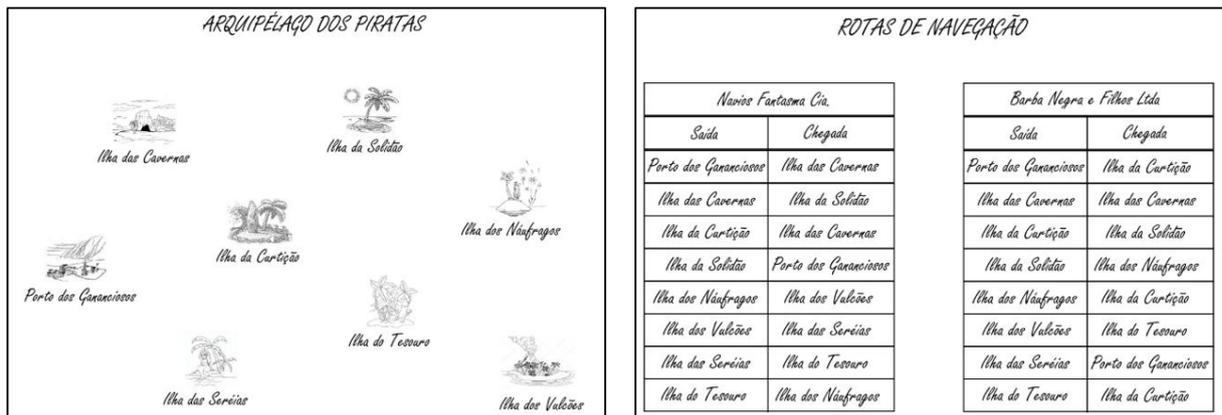


Figura 3.1: (a) Mapa do Arquipélago dos Piratas para uso individual por aluno
 (b) Tabela com as rotas de navegação para uso coletivo por grupo. Fonte: arquivos do POME

dos Gananciosos e a Ilha do Tesouro são obtidos quando este diagrama funciona como um autômato finito determinístico tomando o Porto dos Gananciosos como estado inicial e a Ilha do Tesouro como o estado de aceitação; cada um destes percursos é um *string* aceito pelo autômato. Representando as rotas de navegação de uma das companhias com o símbolo “a” e as rotas da outra companhia com o símbolo “b”, o problema se reduz a encontrar as palavras de dois símbolos aceitas pelo autômato.

As atividades na primeira parte da oficina são realizadas em grupos de 4 ou 5 alunos. Cada aluno recebe um mapa do Arquipélago dos Piratas (ver Figura 3.1(a)), que são de uso individual. A tabela com as rotas de navegação, como observamos na Figura 3.1(b) são de uso do grupo. Como a informação nas tabelas não pode estar disponível permanentemente para cada aluno, surge a necessidade de representar esta informação em seus respectivos mapas. A expectativa é que esta necessidade os leve a construir o diagrama de estados do autômato finito em questão de modo natural.

Para a elaboração deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), utilizamos a versão original da oficina “Caça ao Tesouro” que foi desenvolvida no âmbito das discussões do POME. Além disso, a partir das discussões que surgiram nos momentos de orientação acadêmica, propomos uma segunda parte à OME. Como de costume no processo de reflexão em torno da criação de novas oficinas, as discussões conduziram naturalmente a elaboração de novas tarefas, com novo cenário lúdico para a situação-problema proposta (Caça ao Tesouro).

Além disso, dado que, como visto no Capítulo 1, um autômato finito determinístico possui uma relação com a abordagem de função, percebemos a possibilidade de utilização, desse segundo momento da oficina, como forma de instigar os alunos a percepção deste importante objeto matemático na situação proposta.

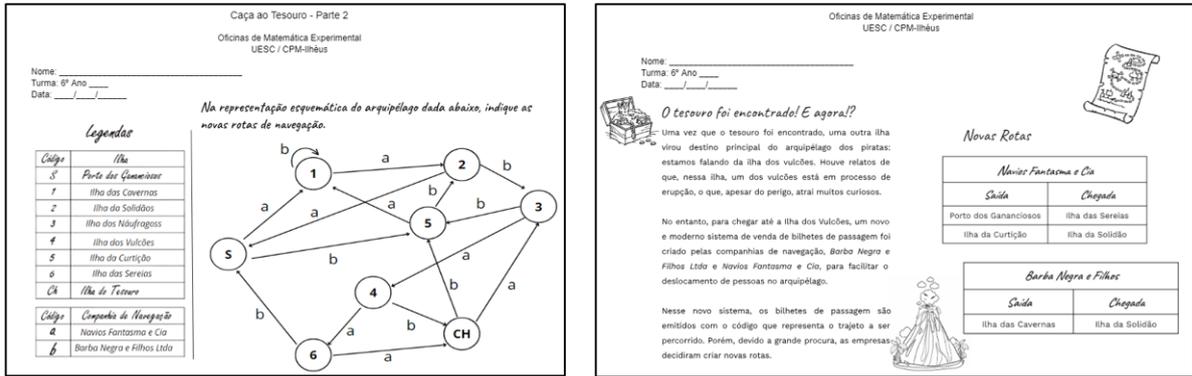


Figura 3.2: (a) Autômato finito formalizado referente a Parte I da Oficina
 (b) Problema com o novo cenário propondo o acréscimo de rotas

Na segunda parte da oficina “Caça ao Tesouro” os alunos podem verificar se, a partir do acréscimo de novas rotas de navegação, há possibilidade de chegada em determinada ilha com trajeto pré-definido, conforme evidenciamos na Figura 3.2(b). De fato, sabemos que, com o acréscimo de novas rotas, alguns percursos do arquipélago ficam ambíguos, pois, está sendo quebrada a regra de que cada estado (ilha) possui, no máximo, uma transição de saída para outro estado do AFD.

Além disso, a partir das discussões sugeridas na primeira parte da oficina, os alunos são apresentados a novas possibilidades de problemas que permitem experimentar a funcionalidade do autômato construído (vide Figura 3.2(b)).

Nesse sentido, o contexto apresentado visa estimular os alunos a refletirem sobre a imprevisibilidade, a partir do código ofertado, para qual ilha será o destino de determinado usuário do sistema de navegação. O problema que se deve resolver consiste em achar percursos que são representados por um mesmo código “problemático” e que conduzam a destinos diferentes. É fato que, devido à relação estabelecida entre as rotas de navegação, via função de transição, o autômato perde sua funcionalidade se não for observada a correspondência de um único estado de destino para cada par formado pelo estado de partida e a companhia de navegação. Assim, espera-se que os alunos compreendam que, dessa forma, não há possibilidade de operacionalização do autômato finito a partir do acréscimo das rotas sugeridas, ou seja, que dada uma ilha e uma companhia de navegação, deve existir apenas uma transição de saída para outra ilha e, que, em consequência, este fato é que permite o funcionamento do sistema de navegação sem ambigüedades.

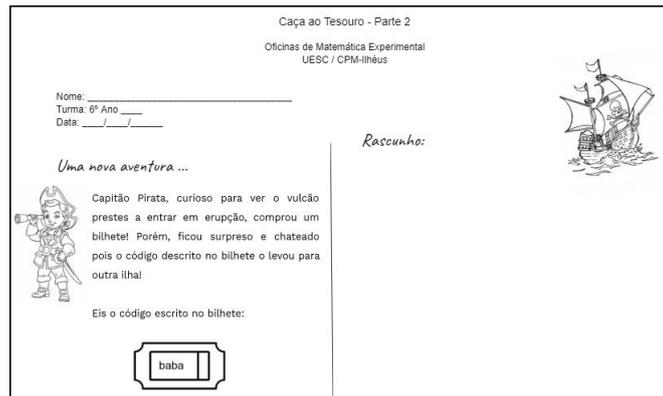


Figura 3.3: Bilhete de passagem com código ambíguo.

As atividades na segunda parte da oficina são realizadas em grupos de 3 ou 4 alunos e, como sugestão, reiteramos a possibilidade de permanência dos grupos formados na aplicação da primeira parte. Cada aluno recebe o problema com o novo cenário proposto com o acréscimo de rotas (Figura 3.2(b)), o Autômato Finito formalizado referente ao primeiro momento da oficina (Figura 3.2(a)) e o bilhete de passagem adquirido pelo “Capitão Pirata”, conforme apresentado na Figura 3.3.

Cada parte da Oficina possui roteiro específico, disponibilizado nos Apêndices desta dissertação com maior detalhamento das informações, os comandos necessários bem como o enunciado de cada tarefa. A seguir, destacamos os objetivos almejados em cada um dos momentos de aplicação da OME em estudo.

3.2 Objetivos Específicos

Além dos objetivos gerais das Oficinas de Matemática Experimental (OME), esta oficina sugere objetivos específicos que foram divididos em objetivos matemáticos e objetivos não-matemáticos. Os objetivos matemáticos são: introduzir o conceito de autômato finito, introduzir o uso de diagramas para representar problemas de percursos, apresentar a conveniência de representações algébricas, introduzir algumas noções elementares associadas ao conceito de função e apresentar ao aluno o processo de abstração e argumentação.

Os objetivos não-matemáticos são: expor o aluno a problemas que tem muitas soluções, introduzir a ideia de representação algébrica como estratégia de resolução de problemas e comunicação de informação, incentivar o aluno a utilizar diferentes formas de representação para solucionar problemas, estimular o trabalho em equipe e desenvolvimento de habilidades relacionadas aos processos de abstração e argumentação.

3.3 Aspectos Matemáticos da Oficina

As atividades propostas no roteiro da oficina tem como base a teoria de autômatos finitos e de noções elementares associadas ao conceito de função. Trataremos a seguir de abordagens importantes para a compreensão dos aspectos matemáticos da OME, com base nas definições

apresentadas no Capítulo 1, e que dão suporte à discussão em torno dos resultados alcançados após a aplicação da oficina.

Nesse sentido, podemos formalizar o autômato finito determinístico aplicável à resolução da situação-problema proposta na OME em análise. Assim, espera-se que o aluno obtenha a representação gráfica das possibilidades de deslocamento entre as ilhas a fim de chegar ao destino “Ilha do Tesouro”. Uma das formas de representação é apresentada abaixo e, para isso, utilizamos o material indicado no roteiro da oficina, conforme Apêndice A, Figura A.2.

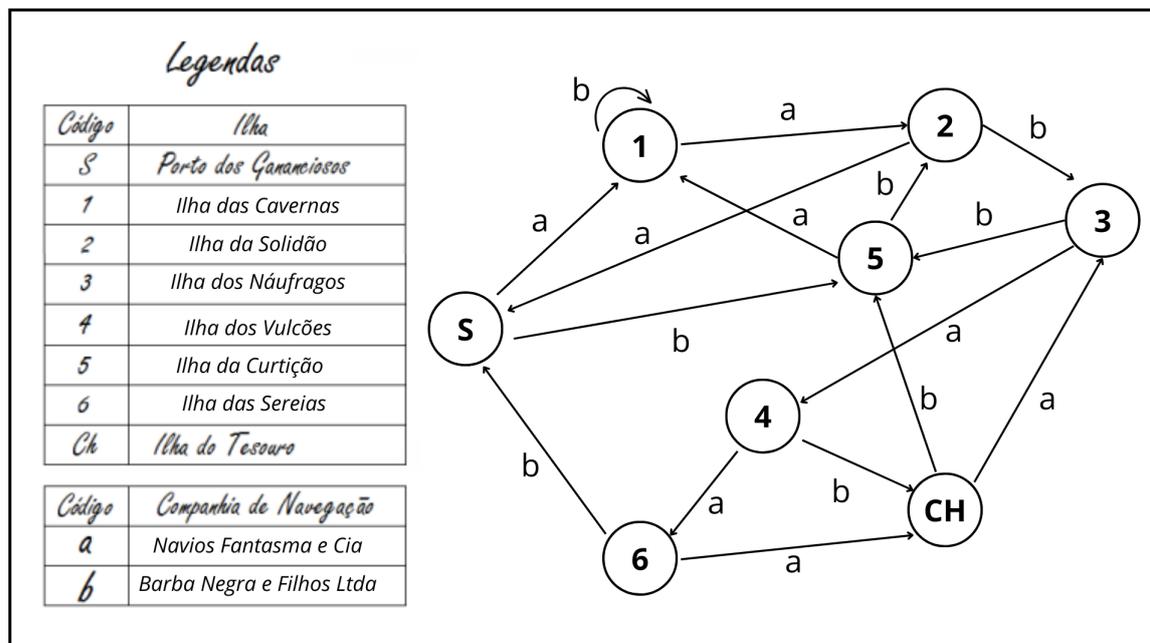


Figura 3.4: Proposta de representação gráfica do autômato finito sugerido para a solução da situação indicada na OME.

Tal registro constitui-se de um diagrama de estados em que os círculos correspondem as ilhas e as setas correspondem aos deslocamentos. Nesse caso, conforme a legenda proposta, a primeira tabela sugere códigos e nomes correspondentes às ilhas do arquipélago e a segunda tabela propõe códigos e nomes para as companhias de navegação que assistem o deslocamento de pessoas entre as ilhas.

Dessa forma, utilizando a Definição 2.3, formalizaremos o AFD correspondente à OME em estudo. Assim, destacamos o conjunto finito Q , definido por $Q = \{S, 1, 2, 3, 4, 5, 6, CH\}$, cujos elementos correspondem aos estados do autômato com $q_0 = S$, isto é, S é o estado inicial do autômato em questão.

O alfabeto Σ do AFD está formado pelo código atribuído a cada companhia, assim $\Sigma = \{a, b\}$. Nesse sentido, os elementos de Σ correspondem aos símbolos de entrada do autômato.

Convém notar que, a depender do estado atual e do símbolo de entrada, há a determinação de um novo estado por meio do AFD em discussão. Nesse caso, podemos destacar a função de transição.

Assim, representando por $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ a função de transição do autômato finito, podemos observar na tabela abaixo a regra que associa a cada elemento de $Q \times \Sigma$ um único elemento de Q :

$\delta(S,a) = 1$	$\delta(S,b) = 5$	$\delta(1,a) = 2$	$\delta(1,b) = 1$
$\delta(2,a) = S$	$\delta(2,b) = 3$	$\delta(3,a) = 4$	$\delta(3,b) = 5$
$\delta(4,a) = 6$	$\delta(4,b) = Ch$	$\delta(5,a) = 1$	$\delta(5,b) = 2$
$\delta(6,a) = Ch$	$\delta(6,b) = S$	$\delta(Ch,a) = 3$	$\delta(Ch,b) = 5$

Tabela 3.1: Relações possíveis obtidas a partir da aplicação da função δ no autômato finito em estudo.

Observamos que a função de transição δ é bem definida de modo que, a cada par obtido por meio do produto cartesiano $Q \times \Sigma$, faz corresponder a um único elemento do conjunto Q . Além disso, a partir do contexto da situação-problema proposta no roteiro da OME, é possível inferir um critério de parada para a rotina do AFD em questão: o desembarque na “Ilha do Tesouro”; indicada pelo estado CH . Assim, podemos determinar o conjunto F de estados de aceitação ou estados finais, isto é, $F = \{CH\}$. Nesse sentido, formalizamos, a partir da Definição 2.3 o AFD aplicável ao contexto da OME de interesse desse trabalho. Em seguida, podemos refletir sobre as possibilidades de chaves (strings). Recordamos que um *string* consiste numa palavra, código, cadeia ou chave com uma quantidade finita de elementos do alfabeto Σ . Dessa forma, os códigos referentes ao AFD em estudo são palavras construídas com as letras “ a ” e “ b ”. Por exemplo, o *string* “ $ababa$ ” é um código possível para processamento pelo autômato cujo trajeto representamos em vermelho na Figura 3.5(a).

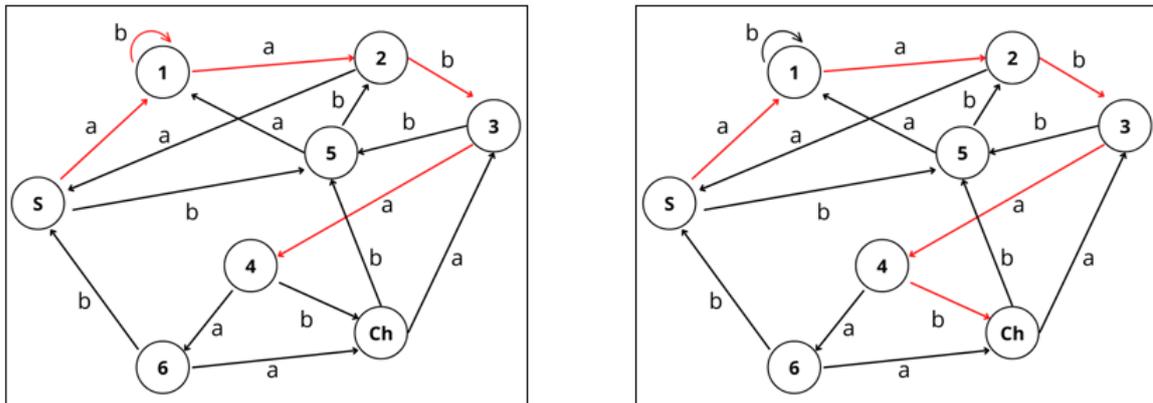


Figura 3.5: (a) Representação gráfica do autômato finito com trajeto destacado a partir da chave “ $ababa$ ” (b) Representação gráfica do autômato finito com trajeto possível para a resolução do problema proposto na OME em análise

Percebemos que a chave “ $ababa$ ” sugerida é processada porém não é aceita pelo autômato, uma vez que, o estado final não corresponde ao estado de aceitação CH . Porém, observamos que cada código ou palavra (*string*) de duas letras a e b é processado pelo autômato finito e faz corresponder a uma rota possível de deslocamento no contexto em análise. Nesse sentido, ao implementar a chave “ $aabab$ ”, verifica-se que corresponde a um trajeto possível para a resolução de um dos problemas propostos na Parte I da OME, tendo em vista que, seu estado final é CH conforme representamos em vermelho na Figura 3.5(b).

Com a possibilidade de acréscimo de rotas de navegação, vislumbramos na Parte II da oficina proporcionar aos alunos a utilização, de modo mais objetivo, do diagrama de estados do autômato finito que modela a situação-problema central. Matematicamente, verificamos que, a partir da função de transição ali presente, poderíamos explorar de forma lúdica o

conceito de função a fim de aproximar os alunos desse conceito, através de discussões, mesmos que implícitas e de modo incipiente, na perspectiva do cenário proposto.

No que se refere ao estudo das funções, por se tratar de um tópico matemático não contemplado na proposta curricular do público-alvo da oficina (6^o ano), esperamos construir significado a partir da ideia de que, por se tratar de um AFD, o sistema assume um único estado bem determinado, ou seja, “existe um e somente um estado ao qual o autômato pode transitar a partir de seu estado atual” (HOPCROFT, 2003), tal qual a definição formal de função, onde, para cada elemento do domínio, existirá um único correspondente no contradomínio, e que, uma vez desobedecida essa regra, o autômato, a rigor, deixa de existir.

Ressaltamos que a reflexão em torno do tópico funções é de caráter subjetivo. Dessa forma, concordamos com Elon Lages Lima quando, no Prefácio do livro texto do PROFMAT para a disciplina “Números e Funções Reais”, afirma que:

“[...] O importante é ter em mente que as aplicações aqui sugeridas despertam o interesse, justificam o esforço, exibem a eficiência e a utilidade da Matemática mas, por outro lado, só podem ser levadas a bom termo se contarem com uma boa base conceitual adequada.” (LIMA, 2013, p. X)

Capítulo 4

RELATO DE EXPERIÊNCIA

As discussões para a implementação das oficinas de matemática experimental no Colégio da Polícia Militar Rômulo Galvão (CPMRG) tiveram início em 2015. No segundo semestre daquele ano, as aplicações ocorreram em turmas de 6^o ano, com logística bem determinada de modo que todas as turmas eram atendidas no mesmo dia da semana. Naquele período, a escola contava com o suporte de bolsistas do PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) da UESC que somaram esforços à rotina de aplicação das oficinas.

Com o decorrer dos anos, as oficinas passaram por alguns ajustes que vão desde o turno de aplicação até a quantidades de turmas simultâneas para a atividade. Em 2019, devido a pandemia de COVID-19 e com o advento do ensino remoto, as oficinas foram suspensas. Desde então, com a retomada das atividades presenciais, os professores participantes do projeto vislumbravam o retorno da proposta. Daí surgiu, a partir do desenvolvimento deste TCC, a oportunidade de retomar a aplicação das OME, inicialmente em uma turma, também como forma de resgate e estímulo ao regresso das oficinas no CPMRG.

Dessa forma, “Caça ao Tesouro” foi escolhida por se tratar da última oficina aplicada antes da suspensão das atividades presenciais, no ano de 2019. Ao longo do período de estudo para a produção deste trabalho, vislumbramos a necessidade de sugerir novas tarefas ao roteiro original que poderia se traduzir em um segundo momento de aplicação. O desafio consistia em manter o contexto da situação problema e alimentar o interesse dos alunos.

Este capítulo apresenta o relato a partir das experiências vivenciadas no processo de adaptação do roteiro da oficina original, com acréscimo de tarefas e aplicação da proposta, em dias distintos, em uma turma de 6^o ano do CPMRG. Ressaltamos que, embora este capítulo contemple uma sequência lógica da aplicação da oficina, faz-se necessário a leitura dos roteiros que encontram-se nos Apêndices A e B deste trabalho.

4.1 Resultados da experiência com os alunos

Das muitas observações a destacar durante o processo de aplicação, importa salientar a especificidade do momento que vivemos pós-pandemia. Os alunos, de um modo geral, reverberam em sala de aula a velocidade e o dinamismo de igual forma como se estivessem, por exemplo, numa competição, num jogo ou assistindo a uma série de TV.



Figura 4.1: Alunos do 6º F do CPMRG durante aplicação da Oficina "Caça ao Tesouro"

Comportamento típico da faixa etária, porém acredito, a partir da vivência em sala de aula, ser superdimensionado em uma geração que experimentou o ensino remoto. Assim, nas seções seguintes, apresentamos pontos relevantes, conforme roteiro sugerido, observados ao longo dos dois momentos de aplicação da oficina "Caça ao Tesouro".

4.1.1 Aplicação da Parte I

Na aplicação da primeira parte da oficina, utilizamos o lúdico a favor durante a narração do contexto do problema central. Houve facilidade, uma vez que, "Caça ao Tesouro", remete a aventura, desafio, competição e, com isso, atraiu a atenção da turma. No roteiro original não há menção ao processo de contação de história que conduza o imaginário dos alunos ao cenário de ludicidade da OME, no entanto, devido a observações anteriores e positivas de outras aplicações, destacamos a importância desse diálogo com a turma antes da execução da tarefa propriamente dita.

Depois de realizada a divisão em grupos e, cientes do contexto da situação-problema da OME, foram distribuídas as folhas com as rotas de navegação (uma por grupo) e os mapas individuais por aluno, como indicado no roteiro da oficina, conforme sugere a Atividade 1, itens (a) e (b), do roteiro da Parte I, como mostra a Figura 4.2.

1. **Compreendendo o problema.** Esta atividade serve para familiarizar os alunos com o problema de trizado de percursos de uma ilha para outra.
 - (a) Forme grupos de 3 alunos. ¹
 - (b) Entregue uma folha com o mapa do Archipélago dos Piratas a cada aluno e uma folha com as tabelas das rotas de navegação a cada grupo.

Figura 4.2: Enunciado da Atividade 1, itens (a) e (b), da Parte I da OME Caça ao Tesouro.

Em seguida, com o avanço para as demais tarefas e, munidos com o material necessário, os alunos iniciaram a utilização das informações ali dispostas. Inicialmente, foi solicitado que três rotas de navegação fossem encontradas no Arquipélago dos Piratas, desde que, a saída fosse no Porto dos Gananciosos e a chegada na Ilha do Tesouro, como indicado na Figura 4.3, onde apresentamos os enunciados das demais tarefas da Atividade 1 do roteiro sugerido para a Parte I da OME Caça ao Tesouro.

- (c) Peça para que cada aluno encontre três roteiros que levem do Porto dos Gananciosos para a Ilha do Tesouro. ²
- (d) Peça para que cada aluno encontre três roteiros que levem da Ilha do Tesouro para o Porto dos Gananciosos.
- (e) Entregue as fitas de papel e peça para escrevam os percursos nelas, um percurso por fita. Não pode usar letra pequena porque isso dificulta a leitura.

Figura 4.3: Atividade 1, itens (c), (d) e (e), da Parte I da OME Caça ao Tesouro.

Iniciamos a observação dos registros utilizados pelos alunos para representar o que era solicitado. De fato, alguns alunos fizeram uso de elementos gráficos, como setas e outros traçados, de modo a repassar as informações da folha com as rotas, de uso coletivo, para seu material pessoal, enquanto que outros, ao perceberem a estratégia, repetiram o processo. Aqui, inclusive, cabe destaque para o fato de que foi planejado o fornecimento de fitas pequenas de papel, assim, como esperado, a utilização de códigos surgiu de modo natural como forma de abreviação das palavras que indicavam o nome de cada ilha. Indagados sobre esse recurso, alguns alunos responderam que “era mais fácil para escrever” devido ao tamanho das palavras.

Alguns grupos obtiveram sucesso quanto a tarefa que solicitava a escrita de um código na fita de papel que conduzisse até a Ilha do Tesouro, conforme item (e) da Figura 4.3. Houveram queixas com relação ao tamanho e questionamentos com relação à quantidade inicial das fitas que foram entregues a cada aluno. Inicialmente, a interpretação era de que, em cada pedaço de papel, deveria conter o nome de uma ilha. Rapidamente o comando foi corrigido de modo verbal e a turma passou a escrever, por fita, a codificação que julgava completa para o trajeto mais conveniente até a Ilha do Tesouro, como mostra a Figura 4.4.



Figura 4.4: Registro de utilização de setas e codificação para indicar as rotas de navegação.

À medida que alguns alunos concluíam a tarefa, esses eram convidados à lousa para apresentar o seu trabalho (vide Figura 4.6), fato que despertou motivação nos demais colegas. A expectativa em torno do acerto e a demonstração da produção à turma foi ponto positivo e de incentivo para a continuidade das demais tarefas.



Figura 4.5: Momento de discussão na lousa durante aplicação da Oficina “Caça ao Tesouro”

Na discussão ao longo desse momento tomamos cuidado para não rotular, se corretas ou não, as tentativas dos alunos. Nesse caso, destacamos que numa OME não existe acerto e erro. A construção dos conceitos perpassa pelo diálogo e, momentos como esses, são necessários para a validação do processo.



Figura 4.6: Discussão na lousa a partir da construção de codificação que conduz a Ilha do Tesouro.

Foi interessante perceber a interação dos alunos e o envolvimento entre os grupos. Muitos não aguardavam a vez de ir á lousa e já apresentavam o seu código fazendo valer a missão de chegar até a Ilha do Tesouro. No entanto, em dado momento, os códigos utilizados começaram a se repetir o que motivou o avanço para as demais tarefas propostas no roteiro da oficina. A atividade seguinte inspirava a organização dos dados em forma de diagrama de estados e o seu enunciado sugeria que os alunos fizessem uso de símbolos (bolas) para representar as ilhas do arquipélago, como observa-se na Figura 4.7.

2. **Construindo o autômato finito (deve acontecer em paralelo com a atividade anterior).** Nesta atividade os alunos devem transferir a informação do mapa do Arquipélago dos Piratas e as tabelas com as rotas de navegação para um autômato finito.
- (a) Devem surgir reclamações porque há apenas uma folha com as rotas de navegação por grupo. Discuta a necessidade de transferir a informação da folha com as tabelas para o mapa do arquipélago.
 - (b) Devem surgir reclamações porque as fitas são muito pequenas para escrever um percurso completo. Discuta a necessidade de comprimir a informação usando algum tipo de código.
 - (c) Entregue a cada aluno uma folha de rascunho (veja a Figura A.2), e sugira que desenhem o mapa do arquipélago com as rotas de navegação de forma esquemática; uma pequena bola com o respectivo código para cada ilha e setas com seu respectivo código para cada rota de navegação.

Figura 4.7: Atividade 2, itens (c), (d) e (e), da Parte I da OME Caça ao Tesouro.

Em seguida, identificamos que os alunos iniciaram a transferência das informações do mapa para um modelo esquemático: como sugestão foi ofertada aos alunos a possibilidade de codificar as ilhas com números e as empresas de navegação com as letras “a” e “b” conforme Figura 4.8.

Caça ao Tesouro
 Oficinas de Matemática Experimental
 UESC / CPM-Ilhéus

Nome: _____
 Turma: _____
 Data: ___/___/___

Desenhe aqui o mapa do Arquipélago dos Piratas de modo esquemático.

Legendas

<i>Código</i>	<i>Ilha</i>
8	Porto dos Gananciosos
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Ch	Ilha do Tesouro

<i>Código</i>	<i>Companhia de Navegação</i>
a	
b	

Figura 4.8: Folha de rascunho para desenhar o autômato finito que representa o Arquipélago dos Piratas com as rotas de navegação.

Notamos que os grupos iniciaram o processo de transferência das informações sem necessariamente utilizar a codificação sugerida. No entanto, após breve discussão um consenso foi formado de que se torna mais eficaz a utilização da enumeração para identificar as ilhas em vez de siglas, conforme registrado por um aluno na lousa, vide Figura 4.9 a seguir.

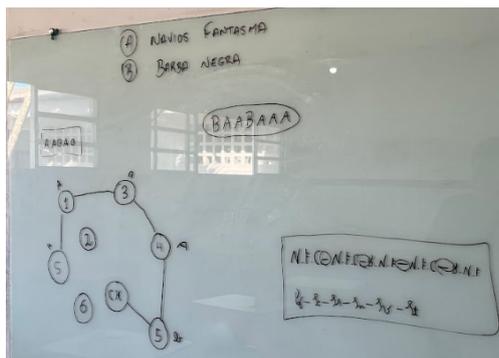


Figura 4.9: Registro de um aluno na lousa validando o uso da codificação sugerida

Após a validação da representação esquemática produzida pelos alunos direcionamos a turma para uma rápida conversa. Os grupos utilizaram o autômato para justificar se determinados códigos conduziam ou não para a Ilha do Tesouro. Naquele momento, iniciávamos a Atividade 3 do roteiro, cujo enunciado apresentamos na Figura 4.10.

3. Usando o autômato finito. Nesta atividade os alunos devem usar o autômato finito para resolver o problema dos percursos (encontrar os percursos e comunicar as respostas por escrito), gerar novos problemas e resolvê-los usando o autômato finito que construíram.

(a) Peça para que descrevam os percursos encontrados usando os códigos das rotas da folha de rascunho. Os alunos devem perceber que os percursos agora podem ser descritos fielmente usando apenas palavras de dois símbolos, os símbolos que representam as companhias de navegação.

Figura 4.10: Enunciado da Atividade 3, item (a).

Em resposta aos questionamentos realizados a partir das orientações dispostas no roteiro, obtivemos, com sucesso, afirmações como: -“Professor, agora não precisa mais usar as siglas”, referindo-se o aluno a codificação inicial antes da apresentação do autômato.

Ao término da aplicação da primeira parte da oficina, experimentamos com a turma a funcionalidade do autômato por eles construído. Para tanto, perguntamos se um código formado apenas por letras “a” e “b” era suficiente para direcionar o deslocamento no arquipélago. Inicialmente um grupo concluiu que, uma vez fixada a ilha de saída, era necessário apenas escolher a rota entre as demais. Essa conclusão ficou evidenciada quando um aluno afirmou: “as rotas não mudam e a ilha de partida é a mesma”.

4.1.2 Aplicação da Parte II

No dia destinado a aplicação da segunda parte da oficina, solicitamos aos alunos que se organizassem em grupos, preferencialmente os mesmos utilizados na primeira parte da OME, como podemos observar na Figura 4.11.



Figura 4.11: Turma dividida em grupos durante aplicação da Oficina “Caça ao Tesouro”

Disponibilizamos, em seguida, a folha com a situação problema que norteia a Parte II, como sugerido na Atividade 2 do roteiro que exibimos na Figura 4.12.

- 2. Analisando o novo cenário.** Esta atividade serve para familiarizar os alunos com o problema de inserção de novas rotas de traslado entre as ilhas do arquipélago.
- (a) Forme grupos de 3 alunos ou, se possível, permaneça com os grupos constituídos durante a aplicação da Parte I da Oficina Caça ao Tesouro. ¹
 - (b) Entregue uma folha com a situação problema a cada aluno. Na folha já há a indicação das novas rotas (Figura A.2). Solicite que os alunos acompanhem atentamente a leitura.

Figura 4.12: Atividade 2 da Parte II da OME Caça ao Tesouro.

Salientamos que, durante o processo de criação da oficina, assim como na sua aplicação, é natural que surjam ideias para a composição das tarefas. É importante destacar que o roteiro de aplicação não consiste num elemento rígido e que a criatividade é fator importante no processo de discussão. Dessa forma, a Atividade 1 foi criada ao longo da realização da segunda parte da oficina, como sugestão do professor Germán, e adicionada ao roteiro original. Nesta seção seguinte discorreremos sobre essa contribuição e as suas implicações no processo.

4.1.3 Acréscimo de tarefa na segunda parte da Oficina

Uma vez aplicada a primeira parte da oficina, os alunos foram apresentados ao desafio de construir uma representação esquemática do arquipélago incluindo as diversas rotas de navegação ali existentes. Ao término dessa tarefa, esperava-se que dali surgisse a reprodução de um autômato finito que operacionalizasse o deslocamento entre as ilhas do problema em estudo, como por exemplo, a representação sugerida na Figura 4.13.

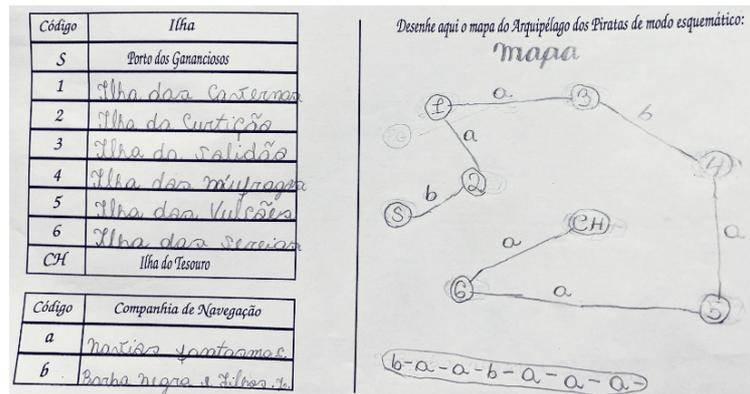


Figura 4.13: Representação de arquipélago dos piratas de modo esquemático feita por um aluno

Na segunda etapa de aplicação, antes da abordagem das tarefas propostas no roteiro, sugerimos um momento de retomada dos conceitos formalizados anteriormente. Daí a necessidade de implementação de uma nova tarefa que consistisse num elo entre as duas partes da oficina, de modo que, fosse oportunizado aos alunos um momento de resgate e memória do que já fora discutido.

A Atividade 1 acrescentada ao roteiro consistia na análise do seguinte problema:

1. Refletindo possibilidades. Esta atividade objetiva retomar a proposta da primeira parte da oficina, bem como apresentar aos alunos a formalização do autômato finito.

(a) Apresente o seguinte problema: uma fita de papel, com determinado código, foi encontrada à beira da praia por uma pessoa que caminhava em uma das ilhas do arquipélago. No entanto uma parte do código encontra-se borrada.

(b) Na lousa, escreva as informações da fita conforme sugestão abaixo e, em seguida, solicite que os alunos verifiquem se, conforme o código descrito, é possível chegar a Ilha do Tesouro.

Figura 4.14: Enunciado da Atividade 1 acrescentada na segunda parte da Oficina Caça ao Tesouro.

Da forma como o enunciado é apresentado, cumpre-se um dos objetivos das OMEs: aproximar ao máximo as tarefas sugeridas da realidade dos alunos. Percebemos que a transição de uma parte para a outra da oficina ocorreu de modo natural, validando positivamente essa mudança no roteiro original proposto.

Na ocasião, a turma foi direcionada ao desafio de descobrir se, dado um código incompleto, era possível concluir o percurso até a Ilha do Tesouro. A manutenção do clima de aventura e do estímulo diante do contexto da “Caça ao Tesouro” fez com que os alunos utilizassem o autômato finito. As tentativas foram diversas e alguns chegavam a afirmar inicialmente ser impossível utilizar o código apresentado. Após discussões, sugerimos que observassem o final da codificação ofertada. Um grupo sinalizou ter entendido a proposta e participou para os demais uma estratégia para a solução da tarefa: -“Basta fazer o percurso de trás para

frente”, afirmou um aluno. Dessa forma, ficou explícita a maneira de resolver o problema dada a alternância de rotas possíveis de uma ilha para outra.

Com a finalização do momento de discussão inicial, percebemos que a turma encontrava-se bem a vontade com o material disponibilizado o que motivou o prosseguimento para as demais tarefas do roteiro. Desde o início do processo de construção da segunda parte da oficina questionávamos sobre a necessidade de manter a narrativa apresentada na Parte I de modo a manter o nível de envolvimento da turma. Daí, foi apresentado aos alunos um novo cenário: uma vez descoberto o tesouro, outra ilha atraía a atenção de visitantes. Essa escolha mostrou-se positiva pois a turma manteve o entusiasmo diante das novas tarefas apresentadas apesar de serem outros os objetivos almejados.

4.1.4 Demais tarefas da segunda parte da Oficina

Uma vez percorrido o processo de implementação da nova tarefa, prosseguiremos com a apresentação do percurso de aplicação do roteiro da segunda parte da OME, cuja contextualização para o novo cenário de ludicidade, de acordo com a Atividade 2 (vide Figura 4.12) exibimos na Figura 4.15.

Caça ao Tesouro - Parte 2
Oficinas de Matemática Experimental
UESC / CPM-Ilhéus

Nome: _____
Turma: 6º Ano _____
Data: ____/____/____



O tesouro foi encontrado! E agora?

Uma vez que o tesouro foi encontrado, uma outra ilha virou destino principal do arquipélago dos piratas: estamos falando da ilha dos vulcões. Houve relatos de que, nessa ilha, um dos vulcões está em processo de erupção, o que, apesar do perigo, atrai muitos curiosos.

No entanto, para chegar até a ilha dos Vulcões, um novo e moderno sistema de venda de bilhetes de passagem foi criado pelas companhias de navegação, *Barba Negra e Filhos Ltda* e *Navios Fantasma e Cia*, para facilitar o deslocamento de pessoas no arquipélago.

Nesse novo sistema, os bilhetes de passagem são emitidos com o código que representa o trajeto a ser percorrido. Porém, devido a grande procura, as empresas decidiram criar novas rotas.



Novas Rotas

<i>Navios Fantasma e Cia</i>	
Saída	Chegada
Porto dos Gananciosos	Ilha das Sereias
Ilha da Curtição	Ilha da Solidão

<i>Barba Negra e Filhos</i>	
Saída	Chegada
Ilha das Cavernas	Ilha da Solidão



Figura 4.15: Situação-problema da Parte 2 da Oficina Caça ao Tesouro e novas rotas de navegação.

Dada a leitura com a turma da situação-problema e, após a discussão da necessidade do acréscimo de rotas, disponibilizamos para os alunos a versão formalizada do autômato finito que representa o deslocamento entre as ilhas do Arquipélago dos Piratas como sugere o enunciado da Atividade 3 que indicamos na Figura 4.16.

3. **Adaptando o Autômato Finito da Parte I (deve acontecer em paralelo com a atividade anterior).** Nesta atividade os alunos devem acrescentar as novas rotas de navegação ao autômato formalizada da primeira etapa da oficina.
- Entregue a folha com o Autômato Finito da Parte I a cada aluno (vide Figura A.1) Solicite que acrescentem, conforme a legenda fornecida, as novas rotas de navegação.
 - Devem surgir reclamações sobre a quantidade de setas e elementos utilizados. Relembre que, na Parte I da Oficina, uma das tarefas consistia na elaboração de um esquema para o deslocamento entre as ilhas do arquipélago. Tentar chegar ao consenso de que o esquema proposto consiste em mais uma possibilidade de representação.

Figura 4.16: Atividade 3 da Parte II da OME Caça ao Tesouro.

O objetivo desta ação era de retomar as discussões da última tarefa proveniente da primeira parte da oficina. Já familiarizados com a linguagem utilizada (vide Figura 4.17), os alunos responderam assertivamente aos questionamentos realizados o que nos trouxe certa margem de conforto para, inclusive, avançar no direcionamento das tarefas seguintes.

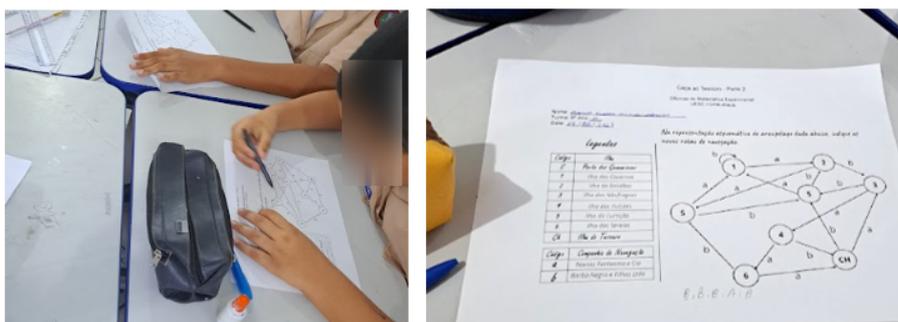


Figura 4.17: Alunos utilizando o diagrama de estados fornecido na Atividade 3, Parte II da OME.

Solicitamos então, a partir da narrativa proposta, que os alunos acrescentassem novas rotas de navegação, de acordo como item (a) da Atividade 3. O problema dado forneceu a motivação necessária para o acréscimo e a forma como o autômato estava representado reforçou a ideia de que setas poderiam ser utilizadas para sinalizar os novos caminhos. Nesse sentido, como era esperado, alguns grupos utilizaram de fato esse tipo de representação conforme mostra a imagem abaixo.

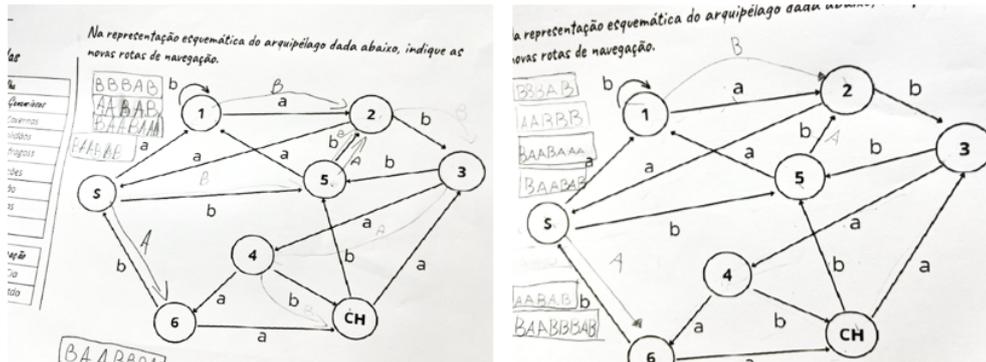


Figura 4.18: Registro do acréscimo de novas rotas.

Envolvidos na dinâmica do acréscimo de novas rotas de navegação, restou desconhecido aos alunos o fato de que a correspondência biunívoca existente entre um percurso e seu código correlato não existia mais para alguns caminhos. Cabe ressaltar que um dos objetivos matemáticos da segunda parte da oficina consistia na introdução de algumas noções elementares associadas ao conceito de função, como por exemplo, a existência de correspondência entre elementos de dois conjuntos distintos. Nesse sentido, foi ofertada aos alunos uma tarefa emblemática para análise da viabilidade de percursos a partir códigos ambíguos, isto é, um mesmo código que conduz a ilhas diferentes. A Atividade 4, indicada na Figura 4.19, direciona para a reflexão em torno da situação-problema vivenciada pelo personagem “Capitão Pirata”.

4. Usando o Autômato Finito com as novas rotas de navegação. Nesta atividade os alunos devem usar o autômato finito adaptado para responder os questionamentos seguintes, gerar novos problemas e resolvê-los usando o autômato finito que construíram.

(a) Forneça para cada aluno uma folha com o bilhete de passagem adquirido pelo “Capitão Pirata” e o rascunho (vide Figura B.4). Questione aos alunos qual a ilha que o Capitão Pirata desembarcou usando o bilhete apresentado. É importante que os alunos tentem constatar que de fato existe um problema.

(b) Peça aos alunos para que discutam e reflitam sobre o que ocasionou o problema vivenciado pelo “Capitão Pirata”. Espera-se que os alunos encontrem um conflito entre a ilha de chegada prevista na compra do bilhete e outras possibilidades que surgem após o acréscimo de novas rotas.

Figura 4.19: Atividade 4 da Parte II da OME Caça ao Tesouro.

O primeiro desafio consistia num problema envolvendo bilhetes de passagem, com apresentamos na Figura 4.20. Entusiasmada com a possibilidade do extravio da rota do personagem, a turma inicialmente constatou duas possibilidades de chegada para um mesmo percurso e alguns alunos concluíram que, numa situação real, tal fato traria transtornos.

Caça ao Tesouro - Parte 2
Oficinas de Matemática Experimental
UESC / CPM-Ilhéus

Nome: _____
Turma: 6º Ano _____
Data: ____/____/____

Rascunho:

Uma nova aventura ...

Capitão Pirata, curioso para ver o vulcão prestes a entrar em erupção, comprou um bilhete! Porém, ficou surpreso e chateado pois o código descrito no bilhete o levou para outra ilha!

Eis o código escrito no bilhete:

baba



Figura 4.20: Situação-problema proposta na Atividade 4, Parte II da OME.

Em seguida, a partir do enunciado da Atividade 4 (vide Figura 4.21), era necessário determinar quais outros códigos forneciam o mesmo “problema”, isto é, uma vez registrados nos bilhetes de passagem os percursos poderiam não ser mais fieis ao destino almejado. Esta atividade demandou maior tempo de discussão entre os grupos pois além de verificar se o acréscimo de rotas estava coerente conforme tarefa anterior, os alunos deveriam encontrar os códigos ambíguos.

- 5. Explorando o problema.** Uma vez identificado o que ocasionou o equívoco no destino do “Capitão Pirata”, solicite aos alunos que reflitam e respondam os questionamentos seguintes:
- (a) Outros bilhetes poderão ocasionar problemas semelhantes para usuários do sistema de navegação?
 - (b) Se sim, quais códigos devem ser evitados?
 - (c) Existiam bilhetes “problemáticos” sem o acréscimo de rotas?

Figura 4.21: Atividade 5 da Parte II da OME Caça ao Tesouro.

Enquanto alguns alunos finalizavam a descoberta de outros códigos ambíguos, para os demais era lançado o questionamento do porquê da ocorrência desse problema. Houve divergência nas discussões haja vista que nem todos os componentes de cada grupo chegavam a solução da tarefa em igual tempo. Alguns argumentavam que “depois do acréscimo de rotas ficou mais difícil” e, em determinado momento sinalizaram que “antes só tinha uma rota e não tinha duas setas com mesma letra no círculo”. Julgamos a colocação como positiva, uma vez que, a duplicidade de percursos de uma mesma companhia de navegação, partindo de uma ilha, de fato, gera a ambiguidade de rotas.

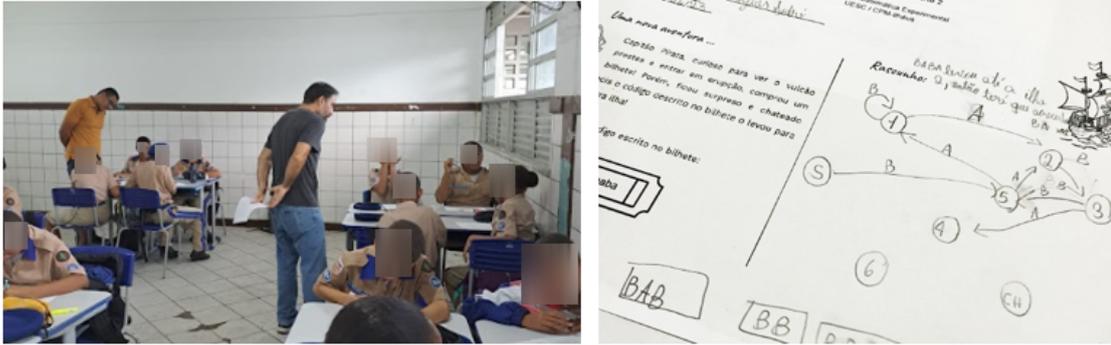


Figura 4.22: Alunos em discussão sobre a existência de códigos ambíguos e registro do destino do “Capitão Pirata” conforme solicitação da Atividade 5, Parte II da OME.

A discussão foi findando à medida que o objetivo era atendido permitindo-nos afirmar que, apesar da aplicação ter ocorrido nos últimos horários do turno letivo, houve sucesso na realização das tarefas propostas no roteiro. O empenho dos alunos em descobrir a solução do que era solicitado, até o último momento da aula reservada para a oficina, revela o porquê da necessidade de reinventarmos as aulas de Matemática com outras possibilidades em desfavor das práticas tradicionais de ensino. Nesse sentido, a Oficina de Matemática Experimental (OME) encontra terreno fértil para sua aplicação em sala de aula tendo em conta a dinâmica por ela promovida e o envolvimento dos alunos até o final da aplicação.

Capítulo 5

DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

“As aulas de Matemática deveriam ser sempre assim, né?! Passou tão rápido! Trabalhar assim é melhor do que ficar copiando as coisas do quadro... Que dia vai ter oficina de novo?” (Depoimento de um aluno do 6º Ano F do CPMRG,2023)

As aplicações e desenvolvimento das OMEs trouxeram uma contribuição relevante para nossa equipe do POME, permitindo trabalhar com a Matemática de uma forma diferenciada, por meio de atividades lúdicas, o que possibilitou que despertássemos a curiosidade e o interesse dos alunos para essa área de conhecimento vista por muitos com pouca empatia.

Além disso, a realização das oficinas reforça a importância de enfrentarmos os desafios relacionados ao ensino da matemática a partir da implementação de estratégias que vão de encontro ao ensino da matemática na forma tradicional, confrontando a dificuldade dos alunos com situações-problema que estimulem o pensamento autônomo deles, a partir do uso de recursos que despertem o seu interesse pela matemática.

Neste capítulo são mencionados alguns resultados encontrados com a aplicação da oficina, algumas sugestões que podem contribuir para o sucesso das OMEs e apresento as considerações finais sobre este TCC.

5.1 Discussão dos resultados

O planejamento em torno da elaboração e da execução de uma oficina é processo contínuo, exaustivo, porém, gratificante. Muito diferente da proposta de uma aula dita “tradicional”, a oficina consiste num recurso interessante e que propicia a imersão do professor na natureza do problema em questão e no campo conceitual do objeto matemático correlacionado. O ir e vir das discussões que permeiam, desde o processo de construção até o processo de aplicação da oficina proporcionam um ambiente favorável para percepções na dinâmica em sala de aula.

Uma vez formalizado o roteiro da OME e, organizada a logística de aplicação, destacamos a figura do professor como mediador e imprescindível para o delineamento do percurso a que se propõe a oficina. Ganha destaque, nesse sentido, a importância do diálogo como ferramenta, tornando a atividade uma oportunidade de trazer o aluno para mais perto da

matemática, valorizando a sua participação efetiva e dando aos mesmos a oportunidade de se expressarem.

A organização do ambiente, a familiarização com o roteiro da oficina e o entrosamento com a turma, público-alvo da aplicação, são elementos fundamentais para o desenvolvimento das tarefas e alcance dos objetivos propostos. O domínio em torno desses componentes se traduz em liderança, atraindo a atenção dos alunos, resgatando os possíveis dispersos, sem causar um desconforto para que eles não perdessem o interesse pela oficina e a motivação em realizá-la.

Com relação a estrutura disponibilizada para a aplicação, convém destacar a parceria, sempre positiva, entre as instituições envolvidas no POME: CPMRG e UESC. Possibilitar a contribuição extensionista da universidade na educação básica vem se consolidando como um excelente caminho para o suporte ao trabalho docente, fato provado no caso particular das OMEs. Realidades distintas e habilidades que se somam para engajar os alunos no caminho do gosto pela matemática.

A respeito da logística de aplicação, era de interesse dos professores a tentativa de redução do número de mediadores por oficina. Explico que tal possibilidade fora cogitada devido a indisponibilidade de horários e incompatibilidade na programação dos professores pós-pandemia com vistas a retomar a rotina do POME no CPMRG, o que não ocorreu. Com isso, a aplicação da oficina em estudo nesta dissertação ocorreu com a presença do quantitativo original, de três professores, e que julgamos pertinente dada a quantidade de discussões simultâneas originadas a partir das tarefas dadas no roteiro da oficina. Não resta dúvida de que uma redução na quantidade de mediadores pode acarretar prejuízo no que se refere ao cumprimento do roteiro da oficina no tempo planejado.

Duas foram as oportunidades de contato com os alunos para a aplicação da oficina “Caça ao Tesouro”. Foi gratificante perceber que, vencido o primeiro momento, dada continuidade da aplicação no momento posterior, os alunos encontravam-se à vontade e receptivos à proposta. Este fato já fora percebido por (PEREIRA, 2017) e (ARAÚJO, 2017) quando escreveram sobre o POME. Outro ponto de destaque, nesse sentido, reside no fato de que dado o nível de envolvimento com o problema, próximo da realidade, os alunos não se atentaram para a matemática ali presente, mesmo resolvendo uma situação emblemática com soluções distintas. Destacamos como positiva essa constatação haja vista que a “verdadeira matemática” vai muito além da resolução de exercícios como cobrado pelas atividades escolares. De forma simples ou complexa, a matemática se faz presente na nossa vida e, portanto, precisa ser encarada com a devida importância que tem.

5.2 Considerações futuras

A partir da aplicação da oficina “Caça ao Tesouro” foi possível destacar alguns pontos relevantes para eventos futuros que possam replicar tal prática e/ou novas possibilidades de investigação. Inicialmente, dada a rotina e horário das aulas destinadas ao momento de aplicação da oficina, convém reservar um momento para discussão com a turma ao término das tarefas propostas no roteiro. No caso em específico destalhado neste TCC, utilizamos os dois últimos horários do turno letivo e observamos disponibilidade de pouco tempo ao término da aplicação para escuta dos alunos.

Com a criação da Parte II da oficina “Caça ao Tesouro”, procuramos acrescentar outras tarefas com situações-problema distintas mas que remetiam ao mesmo contexto. Convém destacar a necessidade de criação de novas atividades e que despertem no aluno continuamente a motivação necessária para a busca das soluções possíveis e, em caso de inexistência dessas, das justificativas possíveis.

Outro fator de destaque diz respeito ao objeto matemático de interesse no contexto da oficina. “Caça ao Tesouro” apresenta com campo conceitual o estudo em torno dos autômatos finitos. Na segunda parte da OME em análise exploramos noções elementares a partir do conceito de função. Apesar de serem elementos matemáticos presentes em contextos reais de domínio dos alunos, estes não compõem a grade curricular do 6º ano. Dessa forma, sugerimos algumas pistas de reflexão para construção de tarefas futuras como, por exemplo: o que acontece se, num novo cenário, algumas rotas de navegação deixarem de operar no arquipélago? Ou, se por questões de segurança, o acesso a alguma ilha do arquipélago for bloqueado, qual a consequência para o funcionamento do autômato?

Além disso, sugerimos como possibilidade futura de adaptação ao roteiro, que sejam inseridas tarefas permitindo aos alunos a implementação de seus próprios diagramas de estados. Cabe, por exemplo, o incentivo a criação de linguagens próprias para verificação se, dada determinada palavra, julgar se a mesma é aceita num autômato finito e, com isso, promover caminhos para outras investigações em torno de autômatos finitos.

Sobre a segunda parte da oficina, verificamos que alguns alunos não conseguiram descobrir o porquê de determinados códigos conduzirem para caminhos ambíguos. Desconfiamos que seria necessário mais tempo para amadurecimento das discussões entre os grupos ou, em caso de término da aula, encaminhar as tarefas para os alunos concluírem em casa. Nesse caso, surge a necessidade de um terceiro momento para a conclusão das discussões e encerramento da oficina.

5.3 Considerações finais

A partir do trabalho colaborativo junto ao POME desde 2018, e com o ingresso no PROFMAT, iniciamos as discussões a nível de orientação acadêmica para a escrita deste TCC. Destaco a relevância desse processo para o pertencimento em torno da proposta da oficina. Não por acaso, mas o que se espera dos alunos, quando da aplicação das tarefas, ocorreu de igual forma durante as discussões para a elaboração deste trabalho: estímulo à criatividade, imersão em problemas e suas diversas soluções e a vivência da “verdadeira matemática”.

A expectativa em torno da aplicação da oficina foi ingrediente motivador para o desenvolvimento deste estudo, fato comprovado a partir da visita da gestão da escola e de professores que participaram de edições anteriores na perspectiva do POME. Ver e presenciar os alunos interagindo e acolhendo a proposta é, de fato, um diferencial na rotina de um professor de matemática. Os ganhos são perceptíveis principalmente no que se refere a espontaneidade em participar e a vontade em produzir, em chegar na solução.

Na aplicação da Parte II, destacamos o acréscimo de novas tarefas ao roteiro original proposto. Este fato revela o caráter dinâmico das Oficinas de Matemática Experimental e consiste no diferencial dessa proposta quando comparada a outras abordagens metodológicas

para o ensino de matemática. Além disso, é importante destacar a versatilidade quanto ao público de aplicação da oficina dada a natureza dos objetos matemáticos em discussão. Dessa forma, como proposta futura, sugerimos a aplicação em turmas de nível superior, por exemplo.

A prática relacionada a construção e aplicação de oficinas evidencia a importância da apresentação de novas possibilidades aos alunos, bem como, oportuniza aos professores outras metodologias para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. Nesse sentido, reiteramos a importância de programas de formação continuada para os professores, a exemplo do PROFMAT, que, ao passo que garantem o arcabouço conceitual, aproximam o docente de experiências que contribuem para o desenvolvimento de novos saberes.

Apêndice A

Roteiro da Oficina: Caça ao Tesouro. Parte I

A.1 Objetivos

1. Objetivos matemáticos.
 - (a) Introduzir o conceito de autômato finito.
 - (b) Introduzir o uso de grafos para representar problemas de percursos.
 - (c) Apresentar a conveniência de representações algébricas.
2. Objetivos heurísticos.
 - (a) Expor o aluno a problemas que tem muitas soluções.
 - (b) Introduzir a ideia de representação algébrica como estratégia de resolução de problemas e comunicação de informação.
3. Objetivos cognitivos.
 - (a) Estimular o desenvolvimento de habilidades relacionadas aos processos de abstração e argumentação.

A.2 Lista de Equipamentos e Materiais

1. Um quadro negro ou um datashow.
2. Uma folha com o mapa do Archipélago dos Piratas por aluno (veja a Figura A.1).
3. Uma folha com as tabelas das rotas de navegação por mesa (veja a Figura A.1).
4. 10 fitas de papel por aluno.
5. Uma folha de rascunho por aluno (veja a Figura A.2).



Figura A.1: Mapa do Archipelago dos Piratas e tabelas com as rotas de navegação.

A.3 Descrição da oficina

A tarefa em “Caça ao Tesouro – Parte 1” é desenvolver uma maneira eficiente de representar um conjunto de rotas de navegação entre as ilhas do Archipelago dos Piratas. Existem duas companhias de navegação que oferecem serviços no archipelago, a Navios Fantasma Cia e a Barba Negra e Filhos Ltda. Cada uma oferece um único percurso saindo de cada uma das ilhas e chegando em outra das ilhas do archipelago. O problema que os alunos têm que resolver consiste em achar percursos de ida e volta do Porto dos Gananciosos à Ilha do Tesouro.

A representação, que esperamos surja naturalmente dos alunos, é um grafo dirigido onde os vértices são as ilhas do archipelago e as arestas são as rotas de navegação oferecidas pelas duas companhias. Os percursos entre o Porto dos Gananciosos e a Ilha do Tesouro são obtidos quando este grafo funciona como um autômato finito tomando o Porto dos Gananciosos como estado inicial e a Ilha do Tesouro como o estado final; cada um destes percursos é uma palavra aceita pelo autômato. Representando as rotas de navegação de uma das companhias com o símbolo a e as rotas da outra companhia com o símbolo b , o problema se reduz a encontrar as palavras de dois símbolos aceitas pelo autômato. Para obter os percursos de volta ao Porto dos Gananciosos basta inverter os estados inicial e final no autômato finito.

As atividades nesta oficina são realizadas em grupos de 4 ou 5 alunos. Cada aluno recebe

Caça ao Tesouro
 Oficinas de Matemática Experimental
 UESC / CPM-Ilhéus

Nome: _____
 Turma: _____
 Data: ____/____/____

Desenhe aqui o mapa do Arquipélago dos Piratas de modo esquemático.

Legendas

<i>Código</i>	<i>Ilha</i>
8	Porto dos Gananciosos
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Ok	Ilha do Tesouro

<i>Código</i>	<i>Companhia de Navegação</i>
a	
b	

Figura A.2: Folha de rascunho para desenhar o autômato finito que representa o Arquipélago dos Piratas com as rotas de navegação.

um mapa do Arquipélago dos Piratas, mas as tabelas com as rotas de navegação são entregues ao grupo. Como a informação nas tabelas não pode estar disponível permanentemente para cada aluno, eles se vêm forçados a representar esta informação em seus respectivos mapas. A expectativa é que esta necessidade os leve a construir o grafo dirigido de modo natural, assim como a seu uso como autômato finito.

A.4 Atividades

1. **Compreendendo o problema.** Esta atividade serve para familiarizar os alunos com o problema de traçado de percursos de uma ilha para outra.
 - (a) Forme grupos de 3 alunos. ¹
 - (b) Entregue uma folha com o mapa do Archipélago dos Piratas a cada aluno e uma folha com as tabelas das rotas de navegação a cada grupo.
 - (c) Peça para que cada aluno encontre três roteiros que levem do Porto dos Gananciosos para a Ilha do Tesouro. ²
 - (d) Peça para que cada aluno encontre três roteiros que levem da Ilha do Tesouro para o Porto dos Gananciosos.
 - (e) Entregue as fitas de papel e peça para escrevam os percursos nelas, um percurso por fita. Não pode usar letra pequena porque isso dificulta a leitura.

2. **Construindo o autômato finito (deve acontecer em paralelo com a atividade anterior).** Nesta atividade os alunos devem transferir a informação do mapa do

¹No roteiro original os grupos eram de 4 ou 5 alunos, no entanto esses números vêm se mostrando muito altos para o perfil das turmas deste ano (2019).

²Foi discutido na reunião que esse número de roteiros pode ser menor a depender do rendimento da turma.

Arquipélago dos Piratas e as tabelas com as rotas de navegação para um autômato finito.

- (a) Devem surgir reclamações porque há apenas uma folha com as rotas de navegação por grupo. Discuta a necessidade de transferir a informação da folha com as tabelas para o mapa do arquipélago.
- (b) Devem surgir reclamações porque as fitas são muito pequenas para escrever um percurso completo. Discuta a necessidade de comprimir a informação usando algum tipo de código.
- (c) Entregue a cada aluno uma folha de rascunho (veja a Figura A.2), e sugira que desenhem o mapa do arquipélago com as rotas de navegação de forma esquemática; uma pequena bola com o respectivo código para cada ilha e setas com seu respectivo código para cada rota de navegação.

3. **Usando o autômato finito.** Nesta atividade os alunos devem usar o autômato finito para resolver o problema dos percursos (encontrar os percursos e comunicar as respostas por escrito), gerar novos problemas e resolvê-los usando o autômato finito que construíram.

- (a) Peça para que descrevam os percursos encontrados usando os códigos das rotas da folha de rascunho. Os alunos devem perceber que os percursos agora podem ser descritos fielmente usando apenas palavras de dois símbolos, os símbolos que representam as companhias de navegação.
- (b) Peça aos alunos para que gerem novos problemas. Seguem algumas sugestões que podem ser apontadas se os alunos tiverem dificuldades para gerar novos problemas.
 - i. Qual é a maneira mais rápida de chegar à Ilha do Tesouro? E a maneira mais rápida de voltar ao Porto dos Gananciosos?
 - ii. Podemos chegar à Ilha do Tesouro passando apenas uma vez por cada ilha? Podemos voltar ao Porto dos Gananciosos desta maneira?
 - iii. Existe algum percurso (palavra de dois símbolos) que sirva tanto para ir à Ilha do Tesouro, como para voltar ao Porto dos Gananciosos?
 - iv. É possível chegar à Ilha do Tesouro viajando apenas com uma das companhias de navegação? Podemos voltar ao Porto dos Gananciosos desta maneira?
 - v. Podem ser gerados problemas impondo que alguma rota de navegação está interdita por problemas técnicos. Por exemplo, é possível chegar à Ilha do Tesouro se o navio da Barba Negra e Filhos Ltda que sai da Ilha dos Naufragos está em manutenção?
 - vi. Quais são as rotas de navegação *críticas* para ir à Ilha do Tesouro? Ou seja, quais são as rotas que não podem parar para que seja sempre possível chegar à Ilha do Tesouro? E para voltar ao Porto dos Gananciosos?
- (c) Cada problema novo deve ser resolvido, e as respostas devem ser comunicadas por escrito nas fitas de papel.

4. **Discussão.** Esta atividade é reservada para conversar com os alunos sobre a oficina. Seguem algumas perguntas que podem guiar a discussão.
- (a) O autômato finito resolveu os problemas práticos de encontrar os percursos e comunicar as respostas de modo eficiente?
 - (b) Resulta mais prático usar o mapa do Arquipélago dos Piratas e as tabelas com as rotas de navegação? Ou é mais prático representar toda essa informação com um autômata finito e usá-lo para resolver os problemas e comunicar as soluções?
 - (c) Alguém que não conheça a codificação usada poderá compreender as soluções obtidas e comunicadas usando o autômato finito?

Apêndice B

Roteiro da Oficina: Caça ao Tesouro. Parte II

B.1 Objetivos

1. Objetivos matemáticos.
 - (a) Introduzir algumas noções elementares associadas ao conceito de função.
 - (b) Apresentar ao aluno o processo de abstração e argumentação.
2. Objetivos heurísticos.
 - (a) Expor o aluno ao desafio de enfrentar problemas.
 - (b) Apresentar ao aluno o método experimental em matemática, estimulando-o a formular e testar hipóteses.
 - (c) Induzir o aluno a formular perguntas e discutir possíveis respostas.
 - (d) Estimular o aluno a formular e seguir instruções de ação.
 - (e) Incentivar o aluno a utilizar diferentes formas de representação para solucionar problemas.
3. Objetivos não-matemáticos.
 - (a) Estimular o aluno a trabalhar em equipe.

B.2 Lista de Equipamentos e Materiais

1. Um quadro negro ou um datashow.
2. Uma folha com o Autômato Finito formalizado correspondente à Parte I da OME por aluno (veja a Figura B.1).

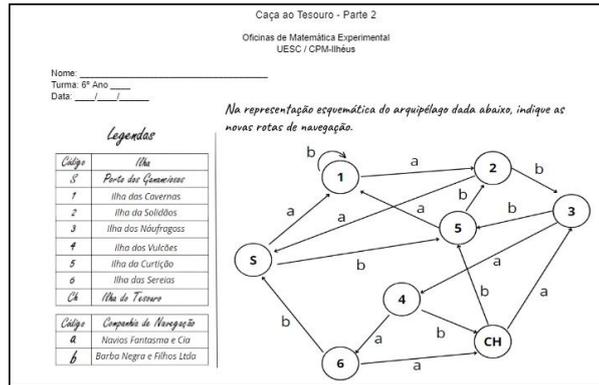


Figura B.1: Autômato Finito Parte I - Caça ao Tesouro .

3. Uma folha com a situação-problema referente à Parte II da Oficina de Matemática Experimental Caça ao Tesouro. (veja a Figura B.2).
4. Um bilhete de passagem com a rota "baba" e uma folha de rascunho por aluno. (veja a Figura B.4).

B.3 Descrição da oficina

A tarefa em "Caça ao Tesouro – Parte 2" é verificar, a partir do acréscimo de novas rotas de navegação, que há um problema no que se refere a chegada em determinada ilha com trajeto pré-definido. Além disso, a partir do autômato finito formalizado na primeira parte da oficina, os alunos são apresentados a novas possibilidades de problemas que permitem a validação da proposta da Parte I, bem como são convidados a um novo cenário em que há necessidade do aumento da quantidade de rotas utilizadas pelas duas companhias de navegação que oferecem serviços no arquipélago, a Navios Fantasma Cia e a Barba Negra e Filhos Ltda.

Nesse sentido, o contexto apresentado pode estimular os alunos a refletirem sobre a imprevisibilidade, a partir do código ofertado, para qual ilha será o destino de dada embarcação. O problema que se deve resolver consiste em achar percursos que são representados por um mesmo código "problemático" e que conduzam a destinos diferentes. Assim, espera-se que os alunos compreendam que não há possibilidade de operacionalização do Autômato Finito a partir do acréscimo das rotas sugeridas.

As atividades nesta oficina são realizadas em grupos de 3 ou 4 alunos. Cada aluno recebe o problema com o novo cenário proposto com o acréscimo de rotas, o Autômato Finito formalizado referente a Parte I da oficina e o bilhete de passagem adquirido pelo "Capitão Pirata".

Caça ao Tesouro - Parte 2
Oficinas de Matemática Experimental
UESC / CPM-Ilhéus

Nome: _____
Turma: 6º Ano _____
Data: / / _____

O tesouro foi encontrado! E agora?

Uma vez que o tesouro foi encontrado, uma outra ilha virou destino principal do arquipélago dos piratas: estamos falando da ilha dos vulcões. Houve relatos de que, nessa ilha, um dos vulcões está em processo de erupção, o que, apesar do perigo, atrai muitos curiosos.

No entanto, para chegar até a ilha dos Vulcões, um novo e moderno sistema de venda de bilhetes de passagem foi criado pelas companhias de navegação, *Barba Negra e Filhos Ltda* e *Navios Fantasma e Cia*, para facilitar o deslocamento de pessoas no arquipélago.

Nesse novo sistema, os bilhetes de passagem são emitidos com o código que representa o trajeto a ser percorrido. Porém, devido a grande procura, as empresas decidiram criar novas rotas.

Novas Rotas

<i>Navios Fantasma e Cia</i>	
<i>Saída</i>	<i>Chegada</i>
Porto dos Gananciosos	Ilha das Sereias
Ilha da Curtição	Ilha da Solidão

<i>Barba Negra e Filhos</i>	
<i>Saída</i>	<i>Chegada</i>
Ilha das Cavernas	Ilha da Solidão

Figura B.2: Situação-problema da Parte 2 da Oficina Caça ao Tesouro e novas rotas de navegação.

B.4 Atividades

1. **Refletindo possibilidades.** Esta atividade objetiva retomar a proposta da primeira parte da oficina, bem como apresentar aos alunos a formalização do autômato finito.
 - (a) Apresente o seguinte problema: uma fita de papel, com determinado código, foi encontrada à beira da praia por uma pessoa que caminhava em uma das ilhas do arquipélago. No entanto uma parte do código encontra-se borrada.
 - (b) Na lousa, escreva as informações da fita conforme sugestão abaixo e, em seguida, solicite que os alunos verifiquem se, conforme o código descrito, é possível chegar a Ilha do Tesouro.



Figura B.3: Bilhete com código parcialmente borrado.

2. **Analisando o novo cenário.** Esta atividade serve para familiarizar os alunos com o problema de inserção de novas rotas de traslado entre as ilhas do arquipélago.
 - (a) Forme grupos de 3 alunos ou, se possível, permaneça com os grupos constituídos durante a aplicação da Parte I da Oficina Caça ao Tesouro. ¹
 - (b) Entregue uma folha com a situação problema a cada aluno. Na folha já há a indicação das novas rotas (Figura A.2). Solicite que os alunos acompanhem atentamente a leitura.

¹Verificar a quantidade de alunos por grupo a depender do perfil da turma.

Caça ao Tesouro - Parte 2
Oficinas de Matemática Experimental
UESC / CPM-Ilhéus

Nome: _____
Turma: 6º Ano _____
Data: ____/____/____

Rascunho:

Uma nova aventura ...

Capitão Pirata, curioso para ver o vulcão prestes a entrar em erupção, comprou um bilhete! Porém, ficou surpreso e chateado pois o código descrito no bilhete o levou para outra ilha!

Eis o código escrito no bilhete:

baba



Figura B.4: Bilhete de passagem e rascunho.

3. **Adaptando o Autômato Finito da Parte I (deve acontecer em paralelo com a atividade anterior).** Nesta atividade os alunos devem acrescentar as novas rotas de navegação ao autômato formalizada da primeira etapa da oficina.
 - (a) Entregue a folha com o Autômato Finito da Parte I a cada aluno (vide Figura A.1) Solicite que acrescentem, conforme a legenda fornecida, as novas rotas de navegação.
 - (b) Devem surgir reclamações sobre a quantidade de setas e elementos utilizados. Lembre que, na Parte I da Oficina, uma das tarefas consistia na elaboração de um esquema para o deslocamento entre as ilhas do arquipélago. Tentar chegar ao consenso de que o esquema proposto consiste em mais uma possibilidade de representação.

4. **Usando o Autômato Finito com as novas rotas de navegação.** Nesta atividade os alunos devem usar o autômato finito adaptado para responder os questionamentos seguintes, gerar novos problemas e resolvê-los usando o autômato finito que construíram.
 - (a) Forneça para cada aluno uma folha com o bilhete de passagem adquirido pelo "Capitão Pirata" e o rascunho (vide Figura B.4). Questione aos alunos qual a ilha que o Capitão Pirata desembarcou usando o bilhete apresentado. É importante que os alunos tentem constatar que de fato existe um problema.
 - (b) Peça aos alunos para que discutam e reflitam sobre o que ocasionou o problema vivenciado pelo "Capitão Pirata". Espera-se que os alunos encontrem um conflito entre a ilha de chegada prevista na compra do bilhete e outras possibilidades que surgem após o acréscimo de novas rotas.

5. **Explorando o problema.** Uma vez identificado o que ocasionou o equívoco no destino do "Capitão Pirata", solicite aos alunos que reflitam e respondam os questionamentos seguintes:

- (a) Outros bilhetes poderão ocasionar problemas semelhantes para usuários do sistema de navegação?
 - (b) Se sim, quais códigos devem ser evitados?
 - (c) Existiam bilhetes “problemáticos” sem o acréscimo de rotas?
6. **Discussão.** Esta atividade é reservada para conversar com os alunos sobre a oficina. Seguem algumas perguntas que podem guiar a discussão.
- (a) O que deve ser feito para evitar esse tipo de problema?
 - (b) Qual o maior número de rotas que podem ser retiradas de modo que, mesmo assim, se possa chegar em qualquer ilha?

Referências Bibliográficas

ALVIM, M. S. *Autômatos Finitos e Não-Determinismo*. DCC/UFMG: Notas de Aula - Fundamentos de Teoria da Computação, 2022. Disponível em: [https://homepages.dcc.ufmg.br/~msalvim/courses/ftc/Aula1.1_AFDs-AFNs\[still\].pdf](https://homepages.dcc.ufmg.br/~msalvim/courses/ftc/Aula1.1_AFDs-AFNs[still].pdf). Acesso em: 14 agosto 2023.

ARAÚJO, L. L. N. *Oficinas de Matemática Experimental: uma história de TV. Minimizando Custos*. Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus-BA, 2017. (Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), v. 51f). Disponível em: https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat_tcc.php?id1=3199&id2=150110507. Acesso em: 08 julho 2023.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, SEB, 2018.

BRASIL. *Nota sobre aplicação e resultados do PISA 2018 no Brasil*. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (Inep), 2020. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2018/pisa_2018_brazil_prt.pdf. Acesso em: 29 julho 2023.

BRASIL. *Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (Inep)*. Brasília: Detalhamento da população e resultados do Saeb 2021: nota técnica nº 20/2021/CGIM/DaEB: processo nº 23036.006358/2021-77, 2021. Disponível em: https://download.inep.gov.br/saeb/resultados/press_kit_saeb_2021.pdf. Acesso em: 29 julho 2023.

BRASIL. *Nota sobre aplicação do PISA 2022 no Brasil*. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (Inep), 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa>. Acesso em: 29 julho 2023.

BZUNECK, J. *A Motivação do aluno: aspectos introdutórios*. Petrópolis, RJ: [s.n.], 2001.

CASEY N.; FELLOWS, M. *This is MEGA-Mathematics!, STORIES AND ACTIVITIES FOR MATHEMATICAL THINKING PROBLEM-SOLVING AND COMUNICATION*. EUA: [s.n.], 1993.

GIANOTTO, D. E. P. Oficinas pedagógicas como atividades de estágio supervisionado na disciplina de prática de ensino de ciências e biologia. *XIII Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino – XIII Endipe*, 2006.

GOMERO G. I.; CASTAÑEDA-CENTURIÓN, N. F. Aprendizagem lúdico-experimental de matemática do ensino básico ao superior. *Anais do XVIII Baiano de Educação Matemática*, 2019.

GOMES, C. M. A. e. a. Preditores do desempenho em matemática de estudantes do ensino médio. *Scielo*, v. 36, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/0102.3772e3638>. Acesso em: 29 julho 2023.

HOPCROFT, J. E. *Introdução à teoria de autômatos, linguagens e computação*. 2. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2003. ISBN 8535210725.

LIMA, E. L. *Números e Funções Reais*. 2. ed. Rio de Janeiro: Coleção PROFMAT, SBM, 2013. (297 p.). ISBN 978-85-85818-81-4.

PAVIANE N. M.S.; FONTANA, N. M. Oficinas pedagógicas: relato de experiência. *Conjectura*, v. 14, n. 2, p. 77–88, 2009.

PEREIRA, K. *Oficinas de Matemática Experimental: entrando numa fria*. Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus-BA, 2017. (Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), v. 60f). Disponível em: https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=3198&id2=150110371. Acesso em: 20 novembro 2022.

SILVA, A. G. S. e. a. Teaching mathematics: historical aspects. *Research, Society and Development*, v. 9, n. 8, p. e488985850, 2020. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/5850>. Acesso em: 29 julho 2023.

SOUZA, V. M. s. d. *Oficinas de matemática experimental: do princípio multiplicativo ao fatorial*. Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus-BA, 2017. (Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), v. 59f). Disponível em: https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=3201&id2=150110434. Acesso em: 29 julho 2023.