

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -
PROFMAT**

CASSIA ANDRESSA RODRIGUES PEDROZO

INVESTIGANDO O ENSINO DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

PONTA GROSSA

2023

CASSIA ANDRESSA RODRIGUES PEDROZO

INVESTIGANDO O ENSINO DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada para a obtenção do título de Mestre em Matemática na Universidade Estadual de Ponta Grossa. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Orientadora: Prof. Dra. Elisangela dos Santos Meza

PONTA GROSSA

2023

P372 Pedrozo, Cassia Andressa Rodrigues
Investigando o ensino de frações no Ensino Fundamental / Cassia Andressa Rodrigues Pedrozo. Ponta Grossa, 2023.
92 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Área de Concentração: Matemática), Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientadora: Profa. Dra. Elisangela dos Santos Meza.

1. Frações. 2. Ensino e aprendizagem. 3. Material pedagógico. I. Meza, Elisangela dos Santos. II. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Matemática. III.T.

CDD: 510.7



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
Av. General Carlos Cavalcanti, 4748 - Bairro Uvaranas - CEP 84030-900 - Ponta Grossa - PR - <https://uepg.br>

TERMO

TERMO DE APROVAÇÃO

CASSIA ANDRESSA RODRIGUES PEDROZO

“INVESTIGANDO O ENSINO DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL”

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Ponta Grossa 19 de outubro de 2023.

Membros da Banca:

Profa. Dra. Elisângela dos Santos Meza - (UEPG)
(Presidente)

Prof. Dr. Marciano Pereira - (UEPG)
(Membro Interno)

Profa. Dra. Laynara dos Reis Santos Zontini - (IFPR)
(Membro Externo)

Prof. Dr. Airton Kist - (UEPG)
(Suplente)



Documento assinado eletronicamente por **Laynara dos Reis Santos Zontini, Usuário Externo**, em 19/10/2023, às 15:19, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Marciano Pereira, Professor(a)**, em 19/10/2023, às 15:19, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Elisangela dos Santos Meza, Professor(a)**, em 19/10/2023, às 15:20, conforme Resolução UEPG CA 114/2018 e art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



A autenticidade do documento pode ser conferida no site <https://sei.uepg.br/autenticidade> informando o código verificador **1658830** e o código CRC **5C668CE0**.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida, pela saúde física e mental, tão necessárias nessa difícil jornada, e pela oportunidade de desenvolver este estudo superando as dificuldades encontradas nesse percurso.

Aos familiares e amigos pelas palavras de incentivo, pela compreensão e por todo o apoio prestado, em especial à minha tia Anatália, que sempre me incentivou a estudar, mesmo que seus métodos tenham sido pouco pedagógicos os efeitos são consideráveis e duradouros!

Ao meu amado esposo Vinícius, pela compreensão e apoio em cada etapa deste estudo.

À minha orientadora, Prof^a. Dr^a. Elisangela dos Santos Meza, pela disponibilidade e dedicação em me orientar neste trabalho, compartilhando do seu conhecimento e experiência.

Aos professores do PROFMAT da UEPG, por todos os ensinamentos, conhecimentos compartilhados, palavras de incentivo e apoio.

A todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste curso.

Aprender é a única coisa de que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende.

(Leonardo Da Vinci)

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta de atividades que visam auxiliar o professor do Ensino Fundamental a amenizar as dificuldades encontradas quando se tem como meta o ensino de frações, buscando uma concreta compreensão dos conceitos por parte dos estudantes. Para isso, foi realizado um estudo bibliográfico com base em dissertações elaboradas a partir de 2020 que abordam o ensino e a aprendizagem de frações no Ensino Fundamental. A apresentação de atividades é feita com o intuito de oferecer sugestões e recursos aos professores da Educação Básica, principalmente aos professores de 5º, 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, onde o ensino de frações é mais acentuado, conforme orienta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O trabalho foi motivado pelas vivências da pesquisadora e pela recorrente dificuldade de alguns professores ao abordar o assunto. O estudo busca identificar na literatura as principais dificuldades enfrentadas no ensino e aprendizagem de frações e, a partir deste levantamento, são propostas as atividades em que se prioriza o aprendizado do conceito e não a utilização de regras e algoritmos que geralmente são utilizados de forma mecanizada pelos estudantes. O ensino de frações vem sendo tema frequente em estudos e este trabalho pretende dar suas contribuições a esse tópico tão importante dentro da matemática, principalmente na forma como ele é abordado pelos professores na apresentação aos estudantes.

Palavras-chave: Frações, Ensino e aprendizagem, Material pedagógico.

ABSTRACT

This paper aims to present a proposal for activities aimed at assist the elementary school teacher in alleviating the difficulties encountered when the goal is to teach fractions, seeking a concrete understanding concepts by students. To this end, a bibliographic study was carried out based on dissertations prepared from 2020 onwards that address the teaching and learning fractions in Elementary School. The presentation of activities is carried out with the goal of offering suggestions and resources to Basic Education teachers, mainly to teachers in the 5th, 6th and 7th years of Elementary Education, which the teaching of fractions is more accentuated, as guided by the Base Nacional Comum Curricular (BNCC). The work was motivated by the researcher's experiences and the recurring difficulty of some teachers when approaching the subject. The study seeks to identify in the literature the main difficulties faced in teaching and learning fractions and, based on this survey, activities are proposed in which learning the concept is prioritized and not the use of rules and algorithms that are generally used in a mechanized way by students. The teaching of fractions has been a frequent topic in studies and this work intends to make contributions to this very important topic within the mathematics, especially in the way it is approached by teachers in presentation to students.

Keywords: Fractions, Teaching and learning, Teaching material.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação egípcia de frações	16
Figura 2 – Parte do papiro de Rhind	17
Figura 3 - Código alfanumérico de habilidades na BNCC	22
Figura 4 – Objetos do Conhecimento a serem trabalhados no 5º ano	24
Figura 5 – Objetos do Conhecimento a serem trabalhados no 6º ano	25
Figura 6 – Objetos do Conhecimento a serem trabalhados no 7º ano	26
Figura 7 - Quadro utilizado por Torres (2022) organizar a análise em livros didáticos.....	32
Figura 8 – Representação da fração $\frac{72}{24}$ através de discos.....	77
Figura 9 - Comparação entre as frações $\frac{7}{12}$ e $\frac{12}{12}$	77
Figura 10 - Questões de “Comparando frações com linhas e círculos”	78
Figura 11 - Comparação entre as frações $\frac{4}{8}$ e $\frac{10}{20}$	79
Figura 12 - Questões apresentadas em “Frações equivalentes – Marília”.....	79
Figura 13 - Atividade da plataforma Khan Academy.....	80
Figura 14 - Atividade da plataforma Khan Academy.....	80
Figura 15 - Alguns jogos disponíveis no site Coquinhos.....	81
Figura 16 - Tiras de frações.....	82
Figura 17 - Cartas do jogo Papa Todas.....	83
Figura 18 - Discos de frações.....	83
Figura 19 - Pista e régua de frações do jogo Grand Prix das Frações.....	84
Figura 20 - Fichas do jogo Corrida dos sabidões.....	85
Figura 21 - Jogo da memória de frações.....	86
Figura 22 - Dominó das frações.....	86

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Trabalhos selecionados para compor o estudo	29
Quadro 2 – Organização das atividades sugeridas.....	57

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EF	Ensino Fundamental
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
MEC	Ministério da Educação
SD	Sequência Didática
BDTD	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações
MMC	Mínimo Múltiplo Comum
TBR	Taxonomia de Bloom Revisada

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 AS FRAÇÕES NA HISTÓRIA E NA SALA DE AULA	15
2.1 UM POUCO DAS FRAÇÕES AO LONGO DA HISTÓRIA	15
2.2 ENSINO DE FRAÇÕES	19
3 FRAÇÕES NA BNCC	22
4 PESQUISA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	28
4.1 ANÁLISE DO TRABALHO 1.....	30
4.2 ANÁLISE DO TRABALHO 2.....	31
4.3 ANÁLISE DO TRABALHO 3.....	33
4.4 ANÁLISE DO TRABALHO 4.....	35
4.5 ANÁLISE DO TRABALHO 5.....	37
4.6 ANÁLISE DO TRABALHO 6.....	40
4.7 ANÁLISE DO TRABALHO 7.....	43
4.8 ANÁLISE DO TRABALHO 8.....	44
4.9 ANÁLISE DO TRABALHO 9.....	48
4.10 ANÁLISE DO TRABALHO 10.....	50
4.11 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A ANÁLISE DOS TRABALHOS	52
5 ATIVIDADES SUGERIDAS	57
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	88
REFERÊNCIAS	90

1 INTRODUÇÃO

Não há como negar que a Matemática é uma ferramenta essencial em diversas áreas do conhecimento. Suas fórmulas e propriedades são frequentemente usadas na medicina, engenharia, física, química, biologia e tantos outros setores de igual importância. Além de ser base para tantas áreas de conhecimentos, podemos apreciar a beleza da matemática presente em obras arquitetônicas, em pinturas famosas e na própria natureza.

Sendo uma ferramenta tão importante nas vidas das pessoas, é fundamental que tenhamos um bom conhecimento e domínio da matemática básica, entretanto, não é difícil encontrar pessoas que possuem dificuldade ou até mesmo aversão a essa disciplina.

Por vezes essa aversão à matemática é algo que o estudante carrega desde os primeiros anos escolares, seja por ter sentido dificuldade ao aprender conteúdos novos ou pela forma com que eles foram transmitidos. A fluência na disciplina depende de vários fatores e a forma como os conteúdos são apresentados é um dos principais. É fundamental que o docente tenha domínio dos conteúdos e que sua comunicação seja feita de forma clara e coerente, que se façam questionamentos aos estudantes sobre qual seria a melhor forma de se resolver determinada situação.

Destacamos neste trabalho o ensino de frações, tema fundamental aos estudantes que têm o primeiro contato ainda nas séries iniciais do Ensino Fundamental onde, por vezes, os próprios professores possuem aversão à disciplina. Conforme destacado por Barros (2007, p.38), estudantes procuram os cursos de Formação de Docentes ou Pedagogia por sentirem desgosto em relação à matemática e dificuldade em aprendê-la.

O ensino de frações vem sendo tema frequente em estudos e este trabalho pretende dar suas contribuições a esse tópico tão importante dentro da matemática, principalmente na forma como ele é abordado pelos professores na apresentação aos estudantes. Sobre a apresentação do conteúdo aos alunos:

Muitos desses docentes apresentam, de forma mecânica, o conteúdo de frações e esperam que os alunos aprendam, por repetição, conceitos matemáticos abstratos. Abstrato no sentido em que, na escola, se usa uma linguagem própria, a da Matemática, que possui seus símbolos particulares e muitos estudantes, por ainda não estarem familiarizados com essa simbologia, enfrentam uma “barreira linguística” na comunicação com a disciplina e com o professor de matemática no que tange ao aprendizado dos objetos matemáticos. (RÊGO, 2022, p.40)

Em contato com colegas professores, percebemos que muitos enfrentam dificuldades ao ensinar o conceito de frações, assim como outros conteúdos onde é necessário ter este conhecimento prévio como, por exemplo, trigonometria, proporcionalidade e probabilidade. Esses conteúdos são de fundamental importância, visto que estão presentes na vida escolar dos estudantes nas mais diversas formas, como é o caso da proporcionalidade:

A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. (BRASIL, 2018, p. 268)

Diante das dificuldades expostas, o presente trabalho tem o objetivo geral de contribuir com a melhoria do ensino de frações na Educação básica. Para tanto são delimitados os objetivos específicos: (i) Analisar as habilidades apresentadas na BNCC no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de frações no Ensino Fundamental; (ii) Investigar, a partir da revisão de literatura, quais são as principais dificuldades enfrentadas pelos docentes durante o ensino de frações; (iii) Apresentar uma proposta de atividades que visam auxiliar o professor do Ensino Fundamental no ensino de frações, buscando uma concreta compreensão dos conceitos por parte dos estudantes.

Quanto à organização do trabalho, este capítulo (Introdução) traz uma breve contextualização sobre a importância do tema, os objetivos da pesquisa e uma apresentação sucinta daquilo que é abordado nos capítulos seguintes.

Na primeira seção do capítulo 2 é apresentado o contexto histórico das frações dando mais ênfase aos números fracionários, através da apresentação da sua origem, suas representações e seu uso em diferentes civilizações. Na segunda seção deste capítulo as discussões são direcionadas para o ensino de frações.

No capítulo 3 são apresentados os resultados das análises feitas na Base Nacional Comum Curricular, elencando as habilidades que envolvem o uso de frações ao longo do Ensino Fundamental (séries iniciais e séries finais), destacando que o tópico é mais abordado nos 5º, 6º e 7º anos.

O capítulo 4 trata da pesquisa e da revisão bibliográfica, elencando os passos utilizados na seleção dos trabalhos e a descrição dos mesmos. Neste capítulo, são destacadas as principais dificuldades enfrentadas durante o ensino de frações na

Educação Básica, como o uso de linguagem inadequada à faixa etária, falta de recursos didáticos e o foco na memorização e na reprodução de algoritmos.

O capítulo 5 apresenta uma seleção de atividades que visam auxiliar o professor do EF no ensino de frações, buscando por uma compreensão significativa dos conceitos por parte dos estudantes, em substituição aos exercícios tradicionais e repetitivos. As atividades são classificadas conforme sua finalidade (significados de fração, equivalência, operações e comparação de frações). Além das atividades, no capítulo 5 são sugeridos alguns *sites* e jogos que podem ser utilizados para despertar o interesse dos estudantes com relação a esse tema.

O sexto e último capítulo, elenca as conclusões do trabalho reforçando a importância do tema e a necessidade de continuar realizando trabalhos nessa área.

2 AS FRAÇÕES NA HISTÓRIA E NA SALA DE AULA

2.1 UM POUCO DAS FRAÇÕES AO LONGO DA HISTÓRIA

Meia hora, meio-dia, um terço, plataforma 9 $\frac{3}{4}$ ¹... embora pareça algo intrínseco em nosso cotidiano, o “surgimento” das frações não pode ser datado de forma precisa. Estudos mostram que algumas civilizações apresentavam uma valorização do conhecimento fracionário em suas práticas socioculturais, entretanto existe uma grande divergência entre localidades, datas e períodos (JOSÉ, 2021). O uso das frações pode ter surgido a partir da necessidade de medir e realizar cálculos com quantidades não inteiras como, por exemplo, na mensuração de áreas para plantio (SANTOS, 2019, p.28).

Sobre a origem da palavra, fração vem do latim *fractus*, que significa partido, Davis² (1992, *apud* OLIVEIRA; SALES, 2016) cita que, por volta de 2000 a.C. as frações já eram escritas pelos povos babilônios, em forma posicional semelhantes às frações decimais que usamos na atualidade, com denominadores escritos em forma de potências sexagesimais. Além disso, o autor destaca o uso de frações unitárias pelos gregos, onde “[as frações] eram representadas escrevendo-se apenas o denominador com um acento simples ou duplo” (OLIVEIRA; SALES, 2016, p.5). Cabe destacar que o conceito de fração, da forma como o conhecemos hoje, foi desenvolvido durante milhares de anos ao longo da história.

[...] além de as frações não terem sido consideradas como números no início, o conceito de fração inicial também era diferente da nossa ideia atual. Em suas primeiras formas as frações estavam limitadas a representar uma parte de algum objeto, o que hoje em dia chamamos de frações unitárias, pois o fato de o numerador ser sempre 1 facilitava a escrita das frações. (CELESTINO, 2017, p.9)

Embora o desenvolvimento do conceito de fração tenha ocorrido em diferentes civilizações, com diferentes contextos históricos, recebendo influências dos distintos sistemas de numeração e escrita, ele apresentava algo em comum: a necessidade de realizar cálculos com quantidades não inteiras. Muitos acreditam que

¹ Plataforma 9 $\frac{3}{4}$, local de onde parte o expresso para a escola mais famosa da saga Harry Potter, uma série de sete romances de fantasia escrita por J.K. Rowling.

² DAVIS, Thayer Harold. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**: computação. V. 2. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: atual, 1992.

a ideia de fração tenha surgido com os egípcios, entretanto vários autores destacam a contribuição de outros povos na concepção do conceito de fração da forma que conhecemos, como os babilônios, gregos, hindus e chineses.

Para os egípcios, as frações remetem a um período entre 4000 a.C. a 3000 a.C., apresentando notações especiais para as frações unitárias em suas inscrições hieroglíficas, com o uso de um sinal oval sobre valor que indica as partes. As demais frações, de denominador diferente de 1 eram escritas como combinações de frações unitárias.

Figura 1: Representação egípcia de frações

$$\begin{array}{l} \text{Oval com 3 linhas} = \frac{1}{3}, \quad \text{Oval com 4 linhas} = \frac{1}{4}, \\ \text{Oval com 2 linhas ou trapézio} = \frac{1}{2}, \\ \text{Oval com 2 linhas e 1 linha horizontal} = \frac{2}{3}, \end{array}$$

Fonte: EVES (2011)

Na Figura 1 acima podemos observar a representação egípcia para os valores

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \text{ e } \frac{2}{3}.$$

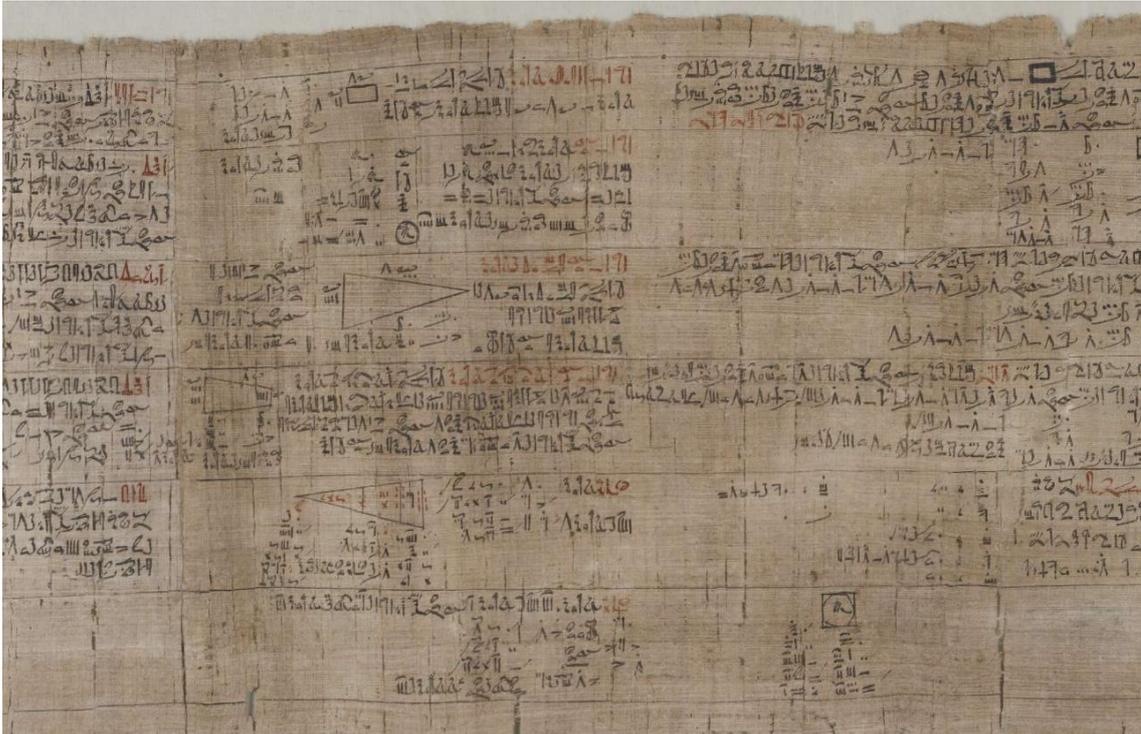
[...] os egípcios possuíam familiaridade em matemática com grandes quantidades, conheciam e manipulavam bastante as frações, e com essas tinham facilidade em trabalhar, principalmente com metades e terços. (SÁ; LOPES; 2018, p.4)

Eves (2011) destaca que, embora muitos registros tenham se perdido ao longo da história, principalmente devido às condições e aos materiais onde eram escritos, geralmente papiros, pedras e tábulas de argila, o papiro de Moscou e o famoso papiro de Rhind são as principais fontes de informações sobre a matemática egípcia antiga.

O papiro Rhind é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra de falsa posição, sua solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos. (EVES, 2011, p.70)

O papiro de Rhind (Figura 2) encontra-se atualmente em Londres, no Museu Britânico e sua imagem pode ser acessada, de forma *on-line*, por todos aqueles que se interessarem. Ele apresenta problemas matemáticos que envolvem álgebra, aritmética, frações, trigonometria, geometria e indícios de números irracionais (REZENDE; NOGUEIRA, 2013).

Figura 2: Papiro de Rhind



Fonte: https://www.britishmuseum.org/collection/object/Y_EA10058.

O uso de quantidades fracionárias era necessário para estipular o valor dos tributos pagos pelos egípcios, pois durante a partilha das terras todos receberam partes iguais e como o rio consumia parte de alguns lotes, aqueles que se sentiam prejudicados tomavam providências para pagar os tributos proporcionais à porção restante de suas terras. Para verificar o tamanho dos terrenos, os servos do faraó faziam as medições com cordas averiguando quantas vezes essa corda cabia nas laterais do terreno, surgindo aqui a necessidade de usar números fracionários pois nem sempre a medida da lateral do terreno resultava em um número inteiro (JOSÉ, 2021).

Diferente dos egípcios que utilizavam os papiros, os povos babilônios utilizavam tábulas de argila cozida para fazer seus registros. O trabalho de interpretar as tábulas ainda vem acontecendo e por isso é bastante provável que surjam novas

descobertas intrigantes (EVES, 2011). Para os babilônios, era comum o uso do sistema de numeração sexagesimal, ou seja, de base 60 e o contexto tinha grande importância durante a interpretação das tábulas, pois os babilônios não tinham uma simbologia própria para os números fracionários, era utilizada a mesma notação para os números inteiros e fracionários (FILHO³, 2017 *apud* JOSÉ, 2021).

Os matemáticos gregos também faziam uso do sistema de numeração sexagesimal, além de outros sistemas de numeração como, por exemplo, o sistema de numeração alfabético, que não era posicional nem eficiente para a escrita de frações, pois a interpretação da escrita a partir do contexto envolvendo a fração poderia gerar controvérsias. Usando o sistema de numeração sexagesimal, Ptolomeu⁴ dividiu a circunferência em 360 graus, a hora em 60 minutos e o minuto em 60 segundos, enquanto Heron⁵ fazia uso do sistema egípcio de frações unitárias, escrevendo-as apenas com o denominador com um acento.

A Grécia conheceu os sistemas egípcio e babilônio e os astrônomos gregos passaram a utilizar as frações sexagesimais em suas medidas, por isso dos graus, minutos e segundos para medida de ângulos. O uso dessas frações era comum em trabalhos técnicos e mesmo quando o sistema decimal é adotado para números inteiros, o sexagesimal continua sendo usado para frações. (CELESTINO, 2017, p.11).

As frações eram utilizadas pelos gregos em situações que envolviam contratempos econômicos e comerciais, mensuração de terras e cálculo de taxas, assim como outras civilizações.

Devido ao uso de um sistema de numeração decimal e posicional, os chineses conseguiram representar frações de forma prática, semelhante à notação que usamos atualmente, entretanto, esses povos evitavam usar frações impróprias (CELESTINO, 2017). Assim como os egípcios faziam nos papiros, os chineses também costumavam reunir problemas matemáticos. Um documento importante que traz informações relevantes sobre os estudos dos chineses é o chamado *Nove capítulos sobre a arte da matemática*, que reúne 246 problemas que envolvem, entre outros assuntos, a mensuração de terras e a agricultura (SÁ; LOPES; 2018).

³ FILHO, Roberto Loscha. **Fração:** história, teoria e aplicações. 2017. 105 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

⁴ Ptolomeu, cientista, geógrafo e astrônomo, nascido no Egito era um discípulo da escola de Alexandria e deixou grandes contribuições à matemática.

⁵ Heron, matemático e mecânico grego que deixou grandes contribuições à geometria.

Os hindus também operavam com um sistema de numeração decimal e posicional, fazendo com que sua abordagem de frações fosse semelhante à dos chineses. As frações como conhecemos e utilizamos hoje, foram engrenadas a partir do momento em que os hindus completaram sua numeração posicional; a partir daí as frações eram representadas escrevendo-se dois números um sobre o outro, ainda sem qualquer linha ou traço separando-os (CELESTINO, 2017).

Percebe-se que as frações foram utilizadas por diferentes povos ao longo da história, de formas distintas, com bases e com notações diferentes, mas sempre surgindo como uma necessidade a partir do momento em que somente os números inteiros não eram mais suficientes para resolver questões que envolviam situações práticas das civilizações. Diante disso, a próxima seção versa sobre o ensino das frações no Ensino Fundamental.

2.2 ENSINO DE FRAÇÕES

O primeiro contato de um estudante com os números racionais se dá ainda nas séries iniciais do Ensino Fundamental (EF), conforme documentos normativos, quando é necessário aprofundar a noção de número e surgem situações problemas a serem resolvidas onde apenas o uso de números naturais não é o suficiente para isso:

Na perspectiva de que os alunos aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de tarefas, como as que envolvem medições, nas quais os números naturais não são suficientes para resolvê-las, indicando a necessidade dos números racionais tanto na representação decimal quanto na fracionária. (BRASIL, 2018, p.267)

Partindo de brincadeiras, atividades dinâmicas e situações relacionadas ao cotidiano da criança, a apresentação de uma fração ao estudante é comumente feita pela relação parte-todo.

A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais. (BRASIL, 1997, p.68).

Entretanto, cabe ressaltar que este não é o único significado da fração, e, para que um estudante possa dominar o conceito de fração, é necessário que ele conheça e reconheça uma fração em seus diferentes formatos e com seus diferentes significados:

É possível que a mesma fração alcance infinitas possibilidades de representação, pois a equivalência de fração, razão e proporção permite que os números racionais se manifestem em diferentes escalas. Assim sendo, é possível compreender que o ensino da fração se torna complexo e, em muitas das vezes, o (a) estudante encontra-se desestimulado (a), devido à não compreensão de tantas situações e mudanças. Nessa dimensão, ao lecionar as frações em sala de aula, é necessário o uso dos materiais concretos, como possibilidade de apoio, uma vez que as frações são abstrações de objetos reais da realidade. (SANTOS; RECK, 2020, p.8)

Sobre o uso de materiais concretos, Neis (2019) afirma que a aprendizagem se torna mais efetiva com o uso de materiais do que com um professor ensinando de forma direta apenas com cálculos e demonstrações, o autor defende ainda que, o aluno seja o centro da aprendizagem e que os meios utilizados para os ensinar devem ser apropriados. Durante a docência, é perceptível a mudança de comportamento e interesse dos alunos quando um professor traz para suas aulas materiais diferenciados, tornando as aulas mais lúdicas e dinâmicas, servindo ainda como ferramenta fundamental para amenizar as dificuldades que surgem ao longo do processo de ensino e aprendizagem.

A dificuldade surge como algo que impede a boa execução do entendimento imediato de uma coisa. A dificuldade pode proceder de diversas causas: aquela relacionada com o conceito aprendido, em decorrência do método utilizado pelo professor, aquela que decorre do conhecimento que o aluno possui previamente e aquela que decorre da própria disposição de aprender do aluno. (VALERA, 2003, p.64).

Santos e Fonseca (2019) destacam que as dificuldades com relação às frações são consequências de diversos fatores e, por isso, é fundamental que o estudante se proponha a aprender e que o professor mediador possa facilitar o entendimento por parte de seus alunos. Os autores citados apontam também que o professor deve utilizar de metodologias que tenham significado para seus alunos, do contrário, as dificuldades só aumentarão e a aversão à matemática será ainda mais acentuada.

Nessa perspectiva, a aprendizagem significativa é essencial, pois proporciona ao estudante relacionar o objeto de estudo a outras ideias, conceitos e proposições. Valera (2003) destaca que a aprendizagem significativa acontece a partir do momento em o aluno relaciona o conteúdo a ser aprendido com aquilo que já tem conhecimento, “vinculado a algum aspecto essencial da sua estrutura cognitiva como, por exemplo, uma imagem, um conceito, uma proposição” (VALERA, 2003, p.61).

Outro fator primordial para a qualidade no ensino das frações é a maneira como os docentes abordam esse tema, “a falta de conhecimento didático e/ou conceitos matemáticos bem construídos pode criar obstáculos didáticos na prática docente” (CARDOSO, 2020) o que, sem dúvidas, é prejudicial ao desenvolvimento cognitivo dos seus alunos. Como já citado anteriormente, o uso das frações surgiu de situações práticas onde somente os números naturais não eram suficientes e, dessa forma, não é difícil encontrar situações para contextualizar o uso das frações. Com isso, percebe-se ainda mais a necessidade de que os professores tenham domínio dos conceitos de fração, seus significados e sua história, para que possam contextualizar conceitos com mais facilidade e assim tornar a aprendizagem mais significativa, sendo capaz de conduzir o aluno na construção do próprio conhecimento. Além disso, a contextualização contribui para o entendimento e a resolução de questões matemáticas, criando significados e tornando as aulas mais interessantes para os estudantes (JOSÉ, 2021).

3 FRAÇÕES NA BNCC

O ensino de frações é norteado por documentos desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, e assim segue durante todo o percurso do estudante pela Educação Básica. Neste capítulo, buscamos analisar dentro da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) quais são as habilidades que envolvem o ensino de frações das Séries Iniciais às Séries Finais do Ensino Fundamental.

De acordo com o MEC, a BNCC é um documento que define os direitos de aprendizagem de todos os alunos das escolas brasileiras e norteia a formulação dos currículos das redes municipais, estaduais e federais de ensino, estabelecendo competências e habilidades que devem ser desenvolvidas pelos estudantes. Assim, buscamos entre esse conjunto de habilidades, quais delas estão relacionadas ao estudo de frações no Ensino Fundamental.

As habilidades são expostas na BNCC através de códigos alfanuméricos, conforme ilustrado pela Figura 3, que indicam, respectivamente, a etapa escolar, o ano escolar (ou anos escolares), o componente curricular (ou campo de experiência, no caso da Educação Infantil) e o número sequencial da habilidade a que o código se refere. Assim, por exemplo, o código EF07MA08 se refere à habilidade número 8 (Comparar e ordenar frações associadas à ideia de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador), a ser trabalhada no componente curricular Matemática durante o 7º ano do Ensino Fundamental.

Figura 3: Código alfanumérico que representa as habilidades dentro da BNCC



A apresentação da fração, propriamente dita, ao estudante se dá ainda nas séries iniciais do Ensino Fundamental. A BNCC traz “*Números racionais: frações unitárias mais usuais*” como objeto de conhecimento para o 4° ano, na unidade temática “Números”. Neste objeto de conhecimento, espera-se que o estudante desenvolva a habilidade EF04MA09, que consiste em reconhecer frações unitárias mais usuais como unidade de medida menor que uma unidade. Entretanto, a partir do 2° ano do EF, é esperado que o aluno resolva e elabore problemas envolvendo metade e terça parte com suporte de material concreto (EF02MA08), ou seja, já são abordados, mesmo que de forma superficial, conceitos relacionados às frações e o estudo desses conceitos vai “preparando” o estudante para a abordagem dos significados de frações nos anos escolares seguintes.

No 3° ano do EF, são instigadas as habilidades “(EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais” e “(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes”, as quais aprofundam aquilo que foi abordado na série anterior, ainda sem menção direta às frações propriamente ditas.

Ainda analisando as habilidades elencadas pela BNCC para as Séries Iniciais, no 4° ano, conforme já mencionado, as frações são abordadas como Objeto de Conhecimento e espera-se que o estudante desenvolva, ao longo desse ano escolar, a habilidade “(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso”. Destaca-se aqui a abordagem da fração como parte menor que a unidade.

Dando continuidade ao conteúdo, no 5° ano, é perceptível que o tema é abordado de forma mais acentuada, onde são abordadas frações maiores e menores que a unidade, equivalência de frações e operações com números racionais. Podemos observar na Figura 4 os Objetos de Conhecimento a serem abordados na unidade temática “Números”.

Figura 4: Objetos de conhecimentos a serem abordados no 5º ano.

MATEMÁTICA – 5º ANO

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO
Números	Sistema de numeração decimal: leitura, escrita e ordenação de números naturais (de até seis ordens)
	Números racionais expressos na forma decimal e sua representação na reta numérica
	Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica
	Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência
	Cálculo de porcentagens e representação fracionária
	Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita
	Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais
Problemas de contagem do tipo: “Se cada objeto de uma coleção A for combinado com todos os elementos de uma coleção B, quantos agrupamentos desse tipo podem ser formados?”	

Fonte: BRASIL (2018)

Assim, almeja-se que um estudante do 5º ano identifique e represente frações associando ao resultado de uma divisão ou parte de um todo, identifique frações equivalentes, compare e ordene números racionais na reta numérica, associe porcentagens às frações que as representam, compreenda a ideia de razão entre as partes e delas com o todo, os quais são referentes às habilidades EF05MA03, EF05MA04, EF05MA05, EF05MA06 e EF05MA13, respectivamente.

Espera-se que, ao ingressar no EF - Anos Finais, o estudante tenha uma retomada e aprofundamento dos conteúdos trabalhados nos Anos Iniciais. Assim, a

BNCC afirma que são necessárias algumas considerações para que se desenvolvam as novas habilidades. Conforme o documento, é necessário:

[...] levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. Essas situações precisam articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência. (BRASIL, 2018, p.298)

O ensino da matemática deve estar relacionado à apreensão de significados, os quais resultam de conexões estabelecidas entre os objetos e seu cotidiano. Assim, é preciso fazer uso da linguagem matemática e de diferentes recursos didáticos, que devem favorecer uma sistematização e formalização de conceitos matemáticos (BRASIL, 2018).

Para que ocorra essa apreensão dos significados matemáticos, destacando aqui o ensino de frações, no 6º ano a BNCC expõe como Objeto de Conhecimento “*Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações*” e “*Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais*”. Com estes dois Objetos de Conhecimento, seguem as habilidades EF06MA07, EF06MA08, EF06MA09 e EF06MA10, descritas abaixo (Figura 5):

Figura 5: Habilidades a serem desenvolvidas no 6º ano do EF.

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Fonte: BRASIL (2018)

Percebe-se aqui que o estudante já deve ter se apropriado do conceito de frações para que então possa realizar operações com elas. Além disso, o estudante deve reconhecer e realizar operações com os números racionais tanto na forma fracionária, quanto na forma decimal.

Dando segmento nos assuntos abordados, para o 7º ano, a BNCC aponta como objetos de conhecimento “*Fração e seus significados: como parte de inteiros,*

resultado da divisão, razão e operador” e “Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações”. Aqui, podemos resumir as habilidades em comparar frações, associar razão e fração e usar esses conhecimentos na resolução de problemas, comparar e ordenar números racionais, realizar operações com números racionais resolvendo e elaborando problemas, conforme recorte da BNCC destacado na abaixo (Figura 6):

Figura 6: Habilidades a serem desenvolvidas no 7º ano do EF.

(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Fonte: BRASIL (2018)

Além disso, na unidade temática Estatística e Probabilidade, o Objeto de Conhecimento “*Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável*”, no qual fica subentendido o uso de frações e espera-se do estudante o desenvolvimento da seguinte habilidade: *(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.*

Nos 8º e 9º anos do EF, pode-se perceber que os Objetos de Conhecimentos são mais voltados à álgebra e à geometria, tornando-se para alguns estudantes, algo mais abstrato. Sobre a unidade temática *Álgebra*, o documento aponta que sua finalidade é

[...] o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2018, p.272).

Buscando pelo ensino das frações, percebe-se que nestes anos escolares são abordadas as dízimas periódicas, expoentes negativos e fracionários, porcentagem, razão entre grandezas (diretamente ou inversamente proporcionais) e teoremas de proporcionalidade (retas paralelas cortadas por transversais). Assim, as habilidades esperadas que o estudante desenvolva são, conforme a BNCC, são:

- (EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário;

- (EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica;

- (EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários;

- (EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

Em suma, conforme a BNCC, observa-se que o ensino de frações é mais acentuado nos 5º, 6º e 7º anos do Ensino Fundamental. Dessa forma, o presente trabalho irá, no capítulo 4, investigar na literatura o ensino de frações e sugerir atividades mais direcionadas à estas séries escolares, no capítulo 5.

4 PESQUISA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo buscamos identificar quais são as maiores dificuldades no ensino das frações e quais metodologias e recursos vêm surtindo efeitos positivos no seu ensino. Para isso, realizamos uma revisão de literatura através da pesquisa bibliográfica, buscando por teses e dissertações pertinentes ao tema. Optamos pela pesquisa bibliográfica por ser uma pesquisa feita a partir de materiais já elaborados e que permite uma abordagem mais ampla do assunto (GIL, 2008).

Além da busca pelas dificuldades enfrentadas pelos professores ao lecionar sobre frações, essa pesquisa buscou por intervenções didáticas, propostas de atividades e outras possibilidades de práticas em sala de aula sobre frações.

A busca por trabalhos foi realizada no repositório do PROFMAT e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). Visando uma abordagem mais recente do tema, optou-se por selecionar apenas os trabalhos publicados a partir do ano de 2020. Na busca realizada por trabalhos desenvolvidos no PROFMAT, usando “fração” e “frações” como palavras-chave, foram obtidos 24 trabalhos. Na BDTD, usando “fração” como palavra-chave foram encontrados 52 trabalhos e 47 trabalhos com a palavra-chave “frações”, ambos dentro da delimitação temporal (trabalhos publicados entre 2020 e fevereiro de 2023).

Dos 123 trabalhos obtidos a partir da busca nas bases de dados, 71 foram desconsiderados por tratarem de áreas diferentes da abordada neste estudo como, por exemplo, resultados de estudos desenvolvidos na área da química e da engenharia. Outros 20 trabalhos foram desconsiderados após a análise de seus títulos, o que permitiu concluir que eles eram voltados mais ao Ensino Médio ou Ensino Superior, apareceram em duplicidade ou tratavam do uso de recursos digitais (trabalhos que revelavam em seu título o uso de recursos digitais foram desconsiderados pela razão de que um grande percentual das escolas não dispõe de equipamentos em quantidade e qualidade suficientes para que esses recursos digitais possam ser utilizados, ao mesmo tempo, por todos os estudantes de uma turma).

Ao continuar com uma quantidade relativamente grande de trabalhos, buscou-se aplicar o refinamento para selecionar apenas trabalhos que realmente fossem condizentes ao tema. Para reduzir novamente o número de trabalhos a serem

analisados, foram lidos os resumos e sumários dos 32 trabalhos, o que permitiu descartar 22 deles, visto que os trechos analisados sugeriam estudos realizados somente nos anos iniciais do EF, análises de livros didáticos, investigações sobre o conhecimento de professores sobre o tema, resultados de grupos de estudos ou estudos muito teóricos e pouco aplicáveis para turmas de 5º, 6º e 7º anos. Assim, reduziu-se para dez a quantidade de trabalhos selecionados para compor este estudo, cujos títulos estão listados abaixo, no Quadro 1, bem como autor, ano de defesa e a instituição de ensino onde foi desenvolvido.

Quadro 1: Trabalhos selecionados para compor o estudo

(continua)

	Título	Autor/ Ano	Instituição
T1	Intervenção voltada à construção dos diferentes significados do conceito de fração no 8º ano do Ensino Fundamental a partir de uma revisão sistemática	Nunes (2022)	UNIVASF
T2	Atividades de aprendizagem de fração por meio da taxonomia de Bloom revisada e da BNCC	Torres (2022)	UNEMAT
T3	Ensino de frações em turmas do 6º ano fundamental com uso da abordagem Steam - (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics)	Rêgo (2022)	UFPA
T4	O estudo de frações a partir de uma perspectiva conceitual - Proposta de sequência didática para o 7º ano do Ensino Fundamental	Pereira (2021)	UFES
T5	Uma proposta de ensino e aprendizagem de frações no 6º ano do Ensino Fundamental II	Lima (2021)	UFERSA
T6	Dando sentido ao ensino aprendizagem da adição de frações	Andrade (2020)	UFS
T7	Investigando a aprendizagem de frações nas séries iniciais do Ensino Fundamental II	Benincá (2020)	UFES
T8	O uso da linguagem para ensinar frações na transição do quinto para o sexto ano do ensino fundamental	Carvalho (2022)	USP

Quadro 1: Trabalhos selecionados para compor o estudo

(conclusão)

	Título	Autor/ Ano	Instituição
T9	O ensino de equivalência de frações para compreensão das operações de adição e subtração	Martinho (2020)	UFMG
T10	Investigando o ensino e a aprendizagem de multiplicação de frações: um estudo com alunos do 6º ano	Fischer (2020)	UFRGS

Fonte: A autora

Nas próximas seções destacamos o que nos chamou mais a atenção em cada trabalho. Para tanto iremos nos referir a eles pelo número apresentado na primeira coluna do Quadro 1 por exemplo, ao apresentar nossa análise de T5 (quinto trabalho), estamos nos referindo ao trabalho “Uma proposta de ensino e aprendizagem de frações no 6º ano do Ensino Fundamental II”, de Rozenilto José de Lima.

4.1 ANÁLISE DO TRABALHO 1

O primeiro trabalho lido na íntegra, de Nunes (2022), foi “Intervenção voltada à construção dos diferentes significados do conceito de fração no 8º ano do Ensino Fundamental a partir de uma revisão sistemática”, desenvolvido com base na questão norteadora “De que maneira uma intervenção voltada para a construção dos diferentes significados do conceito de frações, elaborada a partir de uma revisão sistemática, pode contribuir com a aprendizagem dos estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental?”

Nunes (2022) realizou a análise sistemática de nove trabalhos e intervenção em sala de aula. Na intervenção foram utilizadas dez aulas em duas turmas de 8º ano (turma escolhida por conta dos prejuízos educacionais que podem ter ocorrido devido à pandemia do Covid-19). A aula inicial foi sobre a vida útil de baterias de *smartphones*, surtindo boa participação dos estudantes por se tratar de um tema do interesse deles e em seguida foram propostas situações problema para trabalhar os diferentes significados de fração.

Durante a intervenção, os estudantes demonstraram pouco conhecimento sobre frações, buscavam por soluções na forma decimal, mas apresentaram avanços na construção do conceito de fração e obtiveram altos índices de acerto em questões nas quais envolviam os significados parte-todo, quociente e razão. Em uma única situação, os estudantes conseguiram mobilizar diferentes significados da fração na resolução de um problema, mas apresentaram grande dificuldade quando se tratava do significado operador e medida e localização de frações na reta numérica.

Com este trabalho foi possível perceber que o ensino do conceito de fração é frequentemente limitado ao significado parte-todo, e que inclusive os demais significados parecem não ser conhecidos pelos professores, embora quociente, operador e razão, mesmo em menor quantidade, também sejam apontados em materiais didáticos que envolvem o ensino de fração. Tais apontamentos, segundo o autor, fazem com que os alunos recorram ao significado parte-todo na resolução das atividades e, para reverter tal situação, é necessário que os professores ofereçam reflexões sobre os significados envolvidos em cada problema, ainda, o professor pode fazer o uso de diferentes metodologias visando propiciar a melhor compreensão por parte do estudante.

Para finalizar, Nunes (2022) sugere que sejam realizadas mais pesquisas e produção de materiais pedagógicos que deem suporte à construção dos conceitos relacionados aos significados de operador e medida, onde se concentram as maiores dificuldades dos estudantes.

4.2 ANÁLISE DO TRABALHO 2

Torres (2022), desenvolveu o trabalho “Atividades de aprendizagem de fração por meio da taxonomia de Bloom revisada e da BNCC” a partir das seguintes questões norteadoras:

- “Existe uma relação entre as habilidades da BNCC e os níveis de conhecimento da taxonomia revisada de Bloom?”
- “Como os livros estão baseados nas habilidades da BNCC, os exercícios propostos para os alunos dos anos finais do ensino fundamental propõem uma progressão dos níveis cognitivos e do conhecimento, assim como na taxonomia de Bloom revisada?”

O trabalho se inicia apontando que existem dificuldades, tanto para alunos quanto para professores, ao se tratar de números racionais. Foi realizada a análise em uma coleção de livros didáticos, com os exemplares dispostos para estudantes de 6° e 7° ano do EF. Após o levantamento e classificação das atividades apresentadas pelos livros analisados, Torres (2022) buscou propor atividades complementares para os objetivos expostos pela BNCC que fossem pouco explorados pelos livros didáticos.

Neste trabalho, foi destacada a importância de que o professor tenha um objetivo bem definido em seu planejamento e que o desenvolvimento das aulas siga uma estrutura hierárquica, seguindo uma classificação de objetivos do mais simples para o mais complexo, para isso Torres (2022) reforça o uso da Taxonomia de Bloom. Seu estudo objetivou dar um parecer que relaciona os objetivos do processo cognitivo da taxonomia de Bloom revisada com as habilidades que devem ser desenvolvidas pelos estudantes, conforme a BNCC, tentando verificar se as atividades propostas pelo livro didático possibilitam que o estudante adquira os conhecimentos necessários para o desenvolvimento das competências estabelecidas. Além disso, a pesquisadora busca verificar se as atividades contempladas no livro didático, relacionadas às frações apresentam aumento no grau de complexidade, utilizando como referencial a taxonomia de Bloom revisada. Para sistematizar sua análise, Torres (2022) utiliza do quadro apresentado abaixo (Figura 7), classificando os exercícios propostos pelo livro didático de acordo com a dimensão do processo cognitivo e o tipo de conhecimento:

Figura 7: Quadro utilizado por Torres (2022) para organizar a análise em livros didáticos

Dimensão tipo de conhecimento	Dimensão processo cognitivo					
	1. Lembrar	2. Entender	3. Aplicar	4. Analisar	5. Avaliar	6. Criar
A. Factual						
B. Conceitual						
C. Procedural						
D. Metacognitivo						

Fonte: Torres (2022)

A BNCC traz, na parte das habilidades, alguns verbos que são semelhantes ou compartilham do mesmo processo cognitivo com relação aos apresentados pela TBR (Taxonomia de Bloom Revisada), como: compreender, reconhecer, resolver, construir, classificar, elaborar, associar, entre outros. Entretanto a BNCC não apresenta uma regra quanto à progressão de aprendizagem em habilidades. A autora destaca que a BNCC expõe que “a hierarquização pode estar relacionada ao processo cognitivo, que é expressa por meio de verbos que indicam maiores níveis, quanto aos

objetos de conhecimento, que podem apresentar crescente complexidade ou até mesmo os modificadores, que passam de um contexto simples para um mais abrangente”, destacando que é preciso instigar os alunos gradativamente na compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática (BRASIL, 2017). Em paralelo a isso, na TBR o aluno deve passar pelo processo crescente de lembrar, compreender, aplicar, analisar, até alcançar o maior nível que é o avaliar.

Com a análise do livro do 6º ano, a autora destaca que a maioria das atividades são itens cuja dimensão do processo cognitivo estão no nível “Aplicar” e poucos objetivos ultrapassam o processo cognitivo. Ainda elenca que as dimensões “Avaliação” e “Criação” nas atividades são pouco exploradas. Com relação à análise do livro do 7º ano, a autora aponta que foram apresentadas várias questões que privilegiam o conhecimento Procedural implicando no uso de algum algoritmo para a execução.

Como ficou evidente que existem grandes lacunas com relação às dimensões cognitivas abordadas pelas atividades dos livros didáticos, a autora propõe algumas atividades a fim de complementar o trabalho docente. As atividades propostas pela autora foram separadas por habilidades da BNCC e destaca que são apenas sugestões, que os professores que desejarem usar o material podem e devem incluir outras atividades quando pertinente.

4.3 ANÁLISE DO TRABALHO 3

O terceiro trabalho, de Rêgo (2022) foi guiado pela questão norteadora “Que contribuições podem apresentar propostas de intervenções pedagógicas com base na metodologia STEAM para o ensino de frações no sexto ano?” E o autor buscou analisar que contribuições podem apresentar propostas de sequência didática baseadas na metodologia STEAM⁶ para o ensino de frações.

O autor faz uma crítica ao método tradicional de ensino justificando que o mesmo já não é eficaz, pois o estudante tem acesso a uma infinidade de informações através da internet. Destaca que quanto maior a interação ativa do aluno durante a aula mais ele se apropria do saber, pois dessa forma consegue refletir sobre conceitos

⁶ STEAM, (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics) sugere uma proposta de ensino que envolve Ciência, Tecnologia, Engenharia, Arte e Matemática que prepara o aluno para o exercício da cidadania e o mercado de trabalho.

e analisá-los na prática. Por isso, o autor destaca que o uso de novas metodologias, como a metodologia STEAM, com ações interdisciplinares voltadas a um currículo integrado com diferentes possibilidades pedagógicas integradas, também, ao cotidiano dos estudantes e outras metodologias que englobam o protagonismo do estudante, podem ajudar a superar alguns desafios no ensino-aprendizagem. Entretanto, pondera que elas possuem pontos positivos e negativos, cabendo ao professor selecionar aquela que for mais eficaz no momento ou aquela no qual ele se identifique melhor.

Alguns fatores que dificultam a aprendizagem matemática, em especial no 6º ano: estruturas precárias em escolas, defasagem em conteúdos básicos (como as operações fundamentais), pouca oferta de formação continuada aos professores, salas de aula superlotadas. Ainda, o autor aponta que é comum verificar professores utilizando de processos mecanizados e linguagem abstrata para lecionar sobre frações. Linguagem abstrata no sentido de usar a linguagem matemática com símbolos particulares que os alunos não possuem muita familiaridade e assim enfrentam uma “barreira linguística”.

Rêgo (2022) apresenta uma sequência didática, abordando frações, operações com frações, história da matemática, estudo do som, unidades de medida, entre outros. Nessa SD (Sequência Didática) são contempladas as habilidades (EF06MA07), (EF06MA08), (EF06MA09), que envolvem frações e a habilidade (EF06MA24) que contempla grandezas de comprimento, massa, volume, área e capacidade.

O autor propõe uma SD na qual os alunos são instigados a pensar sobre as possíveis relações entre a música e a matemática e, de forma que o aluno seja sempre o protagonista em sala, se propõe a construção de um monocórdio (instrumento musical composto por uma única corda). Rêgo (2022) destaca que o professor deve ser apenas um mediador, fazendo apenas intervenções pontuais quando necessário; além disso, sugere que o professor registre a aula através de fotos ou vídeos. Os estudantes são desafiados a construir o instrumento musical, afiná-lo, tocar uma música e produzir um vídeo mostrando todo o processo de construção até a produção musical.

O autor defende que, ao utilizar da SD, um professor estará usando a abordagem STEAM, pois durante todo esse processo de construir o equipamento, marcar as notas musicais, afinar, tocar e filmar, o estudante utiliza conhecimentos de

ciência, tecnologia, engenharia, matemática e arte, ou seja, o objeto construído, apesar de simples, demanda uma gama de conhecimentos que combinados resultam em uma atividade transdisciplinar e permite ao estudante conectar saberes, que até o momento ele não percebia a relação.

4.4 ANÁLISE DO TRABALHO 4

Neste trabalho, Pereira (2021) buscou identificar elementos que justifiquem a dificuldade dos estudantes, dos anos finais do Ensino Fundamental, no estudo de frações e propor uma SD como ferramenta para auxiliar o professor no trabalho com frações no 7º ano do Ensino Fundamental, tendo em vista o contexto agravante da pandemia e seus desdobramentos no ambiente escolar.

Mesmo com a ideia de fração sendo trabalhada praticamente ao longo de todo o Ensino Fundamental, muitos alunos se deparam com problemas em sua compreensão por não ter o conhecimento necessário da ideia de número racional, dificultando a assimilação de outros conceitos matemáticos.

Pereira (2021) defende que a linguagem utilizada pelo professor pode ser um grande obstáculo na compreensão do conceito de fração, e que, por vezes, o aluno compreende o conceito, mas não consegue manipular corretamente os símbolos para expressar suas ideias; ou ainda, pode ocorrer de o aluno manipular os símbolos corretamente, porém de maneira mecanizada, ou seja, sem compreender os conceitos por trás das operações realizadas. Parte do fracasso de alguns estudantes diante das frações pode ocorrer quando o aluno não assimila o conceito de número racional e aplica neles os algoritmos válidos para números naturais.

À luz de outros autores, a pesquisadora afirma que além da aprendizagem, o ensino de frações vêm sendo um obstáculo para o desenvolvimento matemático dos estudantes, principalmente nos Anos Iniciais do EF, onde geralmente se tem um professor regente de classe que leciona todas as disciplinas. Além disso, a autora destaca que, muitas vezes, o ensino de frações se reduz à símbolos e representações de figuras geométricas divididas e parcialmente coloridas. Destaca a dificuldade dos alunos em se “desprender” de certas situações que tinham com os números naturais como, por exemplo, em situações como essas: $5 > 4$, mas $\frac{1}{5} < \frac{1}{4}$, $15 * 5 = 75$ (obtem-se um número maior que o inicial), mas $15 * \frac{1}{5} = 3$ (resultado menor que o inicial).

Assim como em outros trabalhos, a autora afirma que é preciso expor ao estudante os vários significados da fração e não somente parte-todo, é preciso explorar as frações em diversos contextos, não sendo recomendado usar cada um desses significados (parte-todo, razão, quociente e operador) de forma isolada, sendo necessário uma abordagem conceitual, visto que o aprendizado sobre os números racionais será como acontece com os números naturais, de forma lenta e gradativa evitando a mecanização do processo.

Com embasamento de outros autores, a pesquisadora defende que tanto a aprendizagem quanto o ensino de frações têm sido complicados nas séries finais do EF, devido ao tempo insuficiente dedicado à construção de conceitos fundamentais nas séries iniciais, com ênfase ao uso de “regras” ao invés de explorar o real significado da fração.

Sobre a introdução do conceito de fração, a pesquisadora afirma que se deve enfatizar o conceito de numerador e denominador, entretanto não os apresentar já de início, deixar que ocorra primeiro a assimilação de seus significados e então os termos surgem de modo natural. Se o aluno entende a fração como um número, que surgiu a partir da necessidade da ampliação do conjunto dos números naturais, ele será capaz de aplicar aquilo que já sabe sobre os números, apesar das especificidades das frações. Assim, é importante apresentar as operações com frações somente quando os estudantes tiverem uma compreensão consolidada do conceito de fração, do contrário, não haverá uma aprendizagem significativa e sim um retrocesso no conteúdo.

O uso de métodos e regras é importante na matemática pois são ferramentas facilitadoras, mas estes não devem ser introduzidos até que o aluno se aproprie dos conceitos. Assim Pereira (2021) destaca a importância do uso de metodologias alternativas no ensino de frações, como a resolução de problemas, jogos e ferramentas tecnológicas.

Nesse trabalho, foram aplicadas atividades diagnósticas com estudantes do 7º ano, cujas resoluções não dependessem somente do uso de algum algoritmo ou com respostas puramente mecânicas, nas questões predominou a ênfase no conceito de fração e seus significados.

Pereira (2021) notou que os alunos tinham dificuldade para se expressar de forma escrita e também na interpretação das questões e das respostas, com relação

à linguagem matemática e à própria língua materna, mudando de ideia em suas respostas depois de ouvir a professora lendo a pergunta.

Analisando as respostas às atividades diagnósticas, a pesquisadora verifica a necessidade de reforçar o conceito entre numerador e denominador, a necessidade de trazer aos alunos uma maior diversidade de modelos para a representação fracionária (não só pizzas e barras de chocolate), a necessidade de se retomar o conceito de frações equivalentes (para que o estudante perceba que existem infinitas maneiras de representar uma mesma fração), necessidade de trazer estímulos aos alunos no sentido de desenvolver o raciocínio comparativo e estimativo (para que percebam que $\frac{3}{2} > \frac{10}{11}$), a necessidade de promover o entendimento de fração como um número (e não dois, separados por um traço), necessidade de trabalhar o próprio conceito de fração (entender que a fração $\frac{3}{2}$ em uma reta numérica fica representada entre os naturais 1 e 2 e não entre 3 e 2).

Ao levar um jogo *on-line* para a sala de aula, usando projetor multimídia, a pesquisadora percebeu boa participação dos alunos, inclusive daqueles que tendem à não participar, que estes respondiam e argumentavam tentando ajudar os demais, enquanto aqueles alunos que buscaram responder corretamente por escrito estiveram mais quietos durante essa atividade (PEREIRA, 2021).

4.5 ANÁLISE DO TRABALHO 5

Visando contribuir com a melhoria do ensino de frações e construir um conjunto de atividades direcionadas aos professores do Ensino Fundamental, o trabalho de Lima (2021) apresenta os seguintes objetivos específicos:

- realizar um levantamento das principais dificuldades enfrentadas pelos alunos durante a aprendizagem de frações no 6° ano do EF;
- analisar as estratégias utilizadas para facilitar o ensino de frações e suas relações com as dificuldades de aprendizagem dos alunos do 6° ano do EF;
- investigar algumas dificuldades enfrentadas por esses alunos na construção do conceito e aplicabilidade das frações.

Para isso, o autor pondera que muitas vezes as frações são temidas pelos alunos e pelos professores de séries iniciais que possuem uma base matemática precária. O ensino de frações demanda habilidade do professor, pois o aluno aprende

por etapas e se não houver a compreensão de forma adequada em uma dessas etapas, todo o processo de aprendizagem pode ser comprometido.

Lima (2021) destaca que algumas dificuldades no ensino e aprendizagem dos números racionais ocorrem por conta das divergências nas ideias construídas durante a aprendizagem dos números naturais, fazendo uma ruptura de ideias já estabelecidas pelo estudante. Ainda, como as frações têm várias aplicações em diversos contextos do nosso dia a dia, é fundamental que seu ensino seja associado a essas situações não só nas séries iniciais, mas em todo o percurso escolar do estudante. Do contrário, o aluno pode perder o interesse pelo conteúdo e pela própria disciplina.

Lima (2021) também destaca que é mais comum a contextualização do significado parte-todo e ressalta que é preciso fazer a mesma abordagem com os demais significados, desenvolvendo situações como compra e venda de objetos, divisão em partes de um determinado elemento, comparação de dados numéricos na mensuração de determinadas áreas e em receitas culinárias.

O autor aponta que o ensino e aprendizagem de matemática é algo que precisa ser revisto, refletido e aprimorado, pois muitos estudantes veem a matemática como algo repetitivo e mecanizado, o que faz com que os mesmos percam o interesse pela disciplina.

Lima (2021) destaca que o tema fração, causa desconforto tanto para quem aprende quanto para quem ensina, salientando a importância de discussões sobre práticas pedagógicas, visto que é o professor quem deve ser o mediador/facilitador do conhecimento e quem deve facilitar o processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Além disso, é necessário que o professor reflita sobre a condução da sua didática em sala de aula, visando obter melhores resultados para que o aprendizado seja prático e de qualidade.

O autor menciona a importância de não ensinar matemática somente por meio de regras, é preciso propor atividades em diversos contextos, buscar novos procedimentos matemáticos, oportunizar atividades concretas e assim contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo dos estudantes.

Lima (2021) elenca algumas dificuldades presentes no ensino de frações:

- a não explicação e apresentação dos diferentes tipos de significados e possibilidades de utilização das frações;

- a limitação de contextualizações, ou seja, apenas a situação de parte-todo, o que pode, associado ao problema posto anteriormente, levar a interpretação errada, que essa é a única possibilidade de representação de frações;
- o esquecimento do significado da fração como um número, uma quantidade;
- ênfase excessiva em nomenclaturas (numerador, denominador, fração própria etc.) antes do aluno compreender o significado e os usos de uma fração;
- pouco tempo dedicado ao ensino de números racionais;
- memorização de conceitos e operações.

Além disso, é destacado pelo autor a necessidade de que os alunos realmente compreendam a diferença entre os números naturais e os números racionais e que estes possuem características próprias. Ao trabalhar com frações, o professor deve conhecer seu conceito, sua história e conseguir contextualizar para os alunos, transformar as aulas em aulas atrativas, fugir das aulas tradicionais e lembrar que ele não está ali para transmitir conhecimento e sim para guiar o aluno na construção do próprio conhecimento. Sobre a contextualização, o autor aponta que a resolução de problemas pode ser uma estratégia eficaz no ensino de frações, pois faz o aluno pensar e desenvolver seu conhecimento tendo o professor como mediador. Metodologias tradicionais já não dão conta da aprendizagem de frações e nem de matemática.

O autor defende que é fundamental que os professores busquem alternativas diversas no ensino de frações, pois o excesso de regras e formalismo não leva o aluno a uma aprendizagem significativa (LIMA, 2021). É necessário refletir sobre novas metodologias e procedimentos no que se refere às aulas de matemática e ao ensino de frações.

Lima (2021) apresenta um manual para o ensino de frações, o qual orienta que seja iniciado com a apresentação do número fracionário seguido do significado parte-todo usando o processo de resolução de problemas e fazendo questionamentos aos estudantes; na sequência, sugere que seja apresentado o significado da fração como o quociente de uma divisão; em seguida, se propõe apresentar aos estudantes a ideia de fração por comparação entre duas quantidades; propõe a construção de conceitos como frações equivalente e comparação de frações, adição e subtração de frações (denominadores iguais e denominadores diferentes) através do uso de jogos e materiais manipuláveis.

4.6 ANÁLISE DO TRABALHO 6

Propor uma sequência de atividades para o ensino e aprendizagem de frações, que dê sentido ao conhecimento que se pretende construir nos alunos é o objetivo geral do trabalho 6 “Dando sentido ao ensino aprendizagem de adição de frações”. Nele, Andrade (2020) afirma que apresentar os conteúdos de forma instigante permite ao aluno uma melhor compreensão e assimilação do conhecimento e destaca o uso de materiais manipuláveis, que podem fazer com que o estudante tenha uma aprendizagem mais natural e prazerosa, ativando o raciocínio lógico e favorecendo a associação do estudante entre a matemática estudada em sala de aula e aquilo que pratica em seu cotidiano.

Com relação à adição e subtração de frações, Andrade (2020) destaca que os processos mentais devem acompanhar todos os passos de resolução, o estudante deve sentir a necessidade de obter frações com o mesmo denominador para efetuar essas operações, buscando por frações equivalentes de forma espontânea. A autora também reconhece a importância do uso de material concreto como um suporte ao ensino de conceitos e que seu uso, à medida que o estudante vai associando novos conhecimentos, deixará de ser necessário; ou seja, espera que os alunos compreendam os conceitos e propriedades envolvidos e consigam fazer articulações, podendo associá-las às diferentes situações, sem o uso do material concreto. Aqui o material serve como ferramenta para dar mais segurança ao aluno na execução de cálculos.

Neste trabalho, foi aplicada uma sequência de atividades em uma turma de 6º ano, a qual foi dividida em quatro momentos: “Diagnóstico”, “Instrutiva”, “Manuseando e aprendendo” e “Sistematização”.

Na etapa de Diagnóstico, a intenção foi realizar uma sondagem com relação ao nível de dificuldade dos participantes com questões que envolviam desde o conceito de frações e as operações de adição e subtração com as mesmas. Nessa etapa, a análise dos erros dos alunos mostrou que a maioria deles ainda não domina os procedimentos para realizar a simplificação e operações com frações, aplicam regras que memorizaram em algum momento e comumente tratam a fração como dois números distintos, fazendo os cálculos de forma isolada para denominador e

numerador aplicando regras que usam para os números naturais; ainda, foi perceptível que os estudantes compreendem a fração como parte de um inteiro (ANDRADE, 2020).

A etapa Instrutiva, foi quando a autora fez a proposta de atividades em que ela orientava os alunos na resolução de questões intensificando a compreensão dos conteúdos, com orientações dadas oralmente e com suporte visual fazendo a representação gráfica da fração de forma retangular, o que, segundo a autora é uma figura fácil de dividir em partes iguais. Além disso, as atividades usadas nessa etapa continham no enunciado uma breve revisão antes daquilo que é esperado que o aluno já tenha domínio. Nessa etapa a pesquisadora não fez a análise de erros, aqui sua intenção foi expor algumas situações de aprendizagem. A primeira atividade dessa etapa foi para enfatizar a escrita numérica de uma fração observando a parte pintada de um retângulo; 80% dos estudantes responderam corretamente embora o exercício fosse auto explicativo. Com relação à adição e subtração de frações com denominadores iguais, o percentual de acertos foi ainda maior, cerca de 85%, enquanto na resolução das mesmas operações com denominadores diferentes o percentual de acertos foi 70%, mas a pesquisadora destaca aqui a evolução de um aluno que, na etapa anterior não havia conseguido realizar as operações e nesta etapa resolveu corretamente (ANDRADE, 2020).

Na etapa “Manuseando e aprendendo” a autora fez o uso do “Jogo de frações” adaptado de outro autor, onde foram desenvolvidas operações com frações usando troca de peças e analogia com cores primárias e secundárias (por exemplo, as peças de tamanho $\frac{1}{2}$ são confeccionadas em papel vermelho e as peças de tamanho $\frac{1}{3}$ são feitas em papel amarelo, como o MMC entre 2 e 3 é 6, as peças de tamanho $\frac{1}{6}$ são confeccionadas em papel laranja, com isso se espera que o estudante possa assimilar com mais facilidade os conceitos de frações equivalente para fazer as adições e subtrações). O manuseio do material didático foi conduzido pela professora/pesquisadora, inicialmente envolvendo a revisão da classificação de cores em primárias e secundárias, e realizada uma atividade de pintura, usando apenas as cores que seriam usadas no material. Para contestar que a matemática é feita de fórmulas prontas, o material foi apresentado aos alunos para que fossem instigados a perceber a necessidade da “troca de denominadores” usada na resolução de adições e subtrações de frações. Em seguida, foi solicitado aos alunos que observassem as

frações equivalentes e registrassem suas “descobertas” em uma ficha, onde os estudantes apresentaram com facilidade as respostas por conta da sobreposição das peças que estavam manuseando, aqui a pesquisadora destaca também que, mesmo sem a apresentação formal da propriedade fundamental das frações equivalentes, os estudantes perceberam que para encontrá-las bastava multiplicar ambos os termos de uma fração pelo mesmo valor (ANDRADE, 2020).

O uso do material se mostrou uma ferramenta muito útil, pois os estudantes puderam ver na prática que para somar frações não basta apenas somar seus termos (um estudante respondeu que $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$, com o uso do material foi possível colocar as frações de $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ lado a lado e, feita a comparação com a fração $\frac{2}{5}$, identificaram que ambas as “partes” obtidas não apresentavam o mesmo tamanho). Na adição de frações a professora fez o comparativo com dinheiro, destacando o dever de trocar notas com valor maior por uma quantidade maior de notas com valor menor quando precisamos dar um troco, assim “trocamos” a fração $\frac{1}{3}$ pela fração $\frac{2}{6}$ que representa a mesma parte do inteiro (frações equivalentes). A professora percebeu que, mesmo sem apresentar as “regras” para somar e subtrair frações, os alunos estavam buscando por elas.

A etapa “Sistematização” teve a proposta de fazer com que o aluno resolvesse as questões sem apoio do material didático pois, segundo a autora, o intuito aqui não foi a aprendizagem apenas com o uso do material e sim uma aprendizagem ampla e segura sobre a resolução das operações de adição e subtração entre frações. Nessa etapa foram propostas três atividades em que o estudante deveria identificar a fração representada na figura, encontrar frações equivalentes e resolver adição e subtração de frações. Os estudantes não demonstraram muita dificuldade, encontravam facilmente frações equivalentes para fazer as somas e subtrações apenas multiplicando os denominadores, ou seja, faziam os cálculos sem usar o MMC, usavam um múltiplo comum, mas não necessariamente o menor deles. Ainda assim, apresentaram vários erros de cálculo, alguns ainda operando termo a termo, algumas operando corretamente os algoritmos e errando em operações fundamentais.

Andrade (2020) conclui dizendo que uma sequência de atividades que não priorize memorização e sim a formação de ideias para a construção do conhecimento leva o aluno a construir seus conhecimentos de forma sólida, percebendo caminhos

pertinentes de resolução, pois possibilita ao estudante participar do processo e tirar suas próprias conclusões tornando o processo muito mais significativo.

4.7 ANÁLISE DO TRABALHO 7

Para destacar a relevância da aprendizagem de frações, diagnosticar dificuldades na aprendizagem de frações e analisar causas e fatores que poderiam contribuir para alguma dificuldade neste processo, o trabalho de Benincá (2020) conta com os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar a construção histórica das frações;
- Destacar a importância da aprendizagem de frações;
- Diagnosticar dificuldades na aprendizagem de frações;
- Relacionar os resultados da diagnose com o referencial teórico.

A autora afirma que a matemática é vista por muitos como fria e difícil e conceitos como frações são conhecidos pela dificuldade de aprendizagem. Estudantes chegam às séries finais do EF sem compreender os diferentes significados de fração e como fazer cálculos com elas; essas dificuldades comumente se estendem por toda a educação básica. Benincá (2020) aponta que nem sempre os estudantes compreendem a fração como um número, uma dificuldade elencada pela autora é quando o aluno tenta aplicar propriedades conhecidas dos números inteiros para os números fracionários. A autora destaca que o aluno precisa se apropriar do significado da fração para conseguir aprender e deve ser capaz de associá-las às situações do seu cotidiano.

Benincá (2020) aplicou avaliação diagnóstica, com questões optativas e discursivas, para alunos de 6º e 7º ano, com base na BNCC e descritores do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), destacando que tanto os alunos de 6º como os de 7º ano já haviam estudado frações no ano vigente (aplicado em 2019).

Através da avaliação diagnóstica aplicada aos alunos de 6º ano foi perceptível que eles apresentaram dificuldades como: interpretar representações geométricas de frações, fazer a leitura das frações, assimilar conceitos de fração própria e imprópria, simplificação e equivalência de frações, comparação de frações, identificar a fração de uma quantidade e operações com frações. Assim, a pesquisadora destaca que os estudantes apresentaram dificuldades conceituais e desconheciam os significados de uma fração, o que, segundo ela, dificultou o avanço no estudo das frações e compreensão de demais conteúdos a elas associados. Percebeu que, mesmo os

estudantes não conseguindo identificar a fração a partir de um desenho eles conseguiram o inverso: representar as frações por desenhos; os alunos estabeleceram uma relação de ordem somente com frações de mesmo denominador; conseguiram associar 50% como metade do valor; percebeu o uso frequente da fração em sua representação decimal, segundo a autora devido ao uso frequente de calculadoras, fazendo assim com que os alunos se sentissem mais seguros operando com decimais.

Com a aplicação da avaliação diagnóstica para os estudantes do 7º ano, ficou evidente que os estudantes apresentaram as mesmas dificuldades destacadas através da análise da avaliação das turmas de 6º ano, entretanto em alguns conteúdos os estudantes demonstraram maior domínio, como é o caso da representação fracionária, forma decimal, fração com denominador 100, forma percentual e representação geométrica, visto que 59% dos estudantes acertaram a questão que envolvia tais conhecimentos. Em contrapartida, cabe destacar que se tratava de uma questão objetiva (múltipla escolha). Outros tópicos nos quais os estudantes mostraram ter mais conhecimento foram a leitura das frações, identificação de frações próprias e/ou impróprias. Ainda, conforme a autora destacada, a grande maioria dos estudantes demonstrou não conseguir realizar a potenciação e radiciação de frações, obtendo quase 100% de erro em questões que englobam essas operações.

Através do comparativo de acertos nas avaliações de 6º e 7º ano, a autora pôde concluir que vários alunos estão seguindo as séries escolares com lacunas de aprendizagem sobre frações, e mesmo com esse conteúdo sendo abordado nas duas séries escolares, as dificuldades persistem.

Com relação ao uso de decimais em detrimento às frações, a autora pondera que os alunos podem ter compreendido a fração como um número e atribuem a ela um valor por meio da divisão do numerador pelo denominador, mas apresentam dificuldade em perceber os diferentes significados da fração como parte-todo, razão e operador (BENINCÁ, 2020).

4.8 ANÁLISE DO TRABALHO 8

No trabalho 8, “O uso da linguagem para ensinar frações na transição do quinto para o sexto ano do ensino fundamental”, Carvalho (2022) buscou compreender como professores da transição (5º/6º ano) utilizam da linguagem

matemática ou coloquial durante o ensino de frações. Para isso, a autora busca identificar e analisar a linguagem e o vocabulário utilizados pelos professores do quinto e do sexto ano nas aulas de matemática; analisar como o professor escolhe essa linguagem e o vocabulário; analisar se existem diferenças no ensino das principais ideias de fração no sexto ano, quando comparado com o quinto ano; perceber de que maneira a mudança na linguagem e no vocabulário utilizado pelo professor reflete na relação entre docente e discentes, no interesse dos alunos pelas aulas de matemática e no entendimento de determinados conceitos de frações.

Carvalho (2022) faz uma revisão de literatura onde cita alguns trabalhos que vem ao encontro ao seu estudo abordando a linguagem utilizada no ensino da matemática; além disso, fez entrevistas *on-line* e observações de aulas (algumas dessas aulas ocorreram de forma remota e outras de forma presencial, devido à pandemia da Covid 19) de matemática em turmas de 5º e 6º anos em duas escolas públicas e uma particular. Essas observações foram chamadas de episódios.

Sobre o **primeiro episódio**, Carvalho (2022) elenca que, durante a observação de uma aula, o professor precisou reformular a pergunta para que o estudante pudesse compreender, isso chamou a atenção da pesquisadora que também havia feito uma entrevista, em que o mesmo professor mencionou que sua primeira formação e mestrado são na área de química, mas o professor também cursou licenciatura em matemática e inclusive lecionou a disciplina, matemática, enquanto ainda era estudante. Nessa entrevista, o professor demonstrou ter mais interesse pela área da química do que pela matemática, e diz ter lecionado muito tempo para o ensino médio e retornado recentemente ao ensino fundamental, e isso, como a autora aponta, pode contribuir na dificuldade na comunicação e entendimento dos alunos. Este professor contou à pesquisadora que teve dificuldade quando começou a ter contato com esses alunos (mais novos, de 6º ano), que inclusive cogitou não lecionar mais para essa faixa etária. Este professor destacou que a linguagem que ele conhece da Matemática é diferente da linguagem Matemática que os alunos do sexto ano conhecem; por exemplo, os estudantes sentiram dificuldade com termos como adição e subtração, pois para eles essas operações eram conhecidas como “continha de mais” e “continha de menos”.

No **segundo episódio**, Carvalho (2022) observou a aula de uma professora em uma turma de 5º ano. Nessa aula a professora fez a correção de exercícios deixados na aula anterior, usando desenhos no quadro para facilitar o entendimento

dos alunos sempre que julgou necessário, e começou atividades de comparação de frações, usando situações problemas ilustradas. Conforme a autora, essa professora demonstra ter conhecimento do assunto, apresentando-o com ênfase e clareza a seus alunos, o que foi percebido pois a professora, ao utilizar os desenhos e a ideia de parte-todo, mostrou que estava priorizando o significado e não a técnica; apesar disso, essa professora afirmou não lembrar de ter estudado algo sobre frações em sua formação (pedagogia).

No **terceiro episódio**, a pesquisadora relata a observação de aulas em 5° e 6° ano da mesma escola realizando comparações entre elas. Na aula do 5° ano, a professora abordava adições e subtrações de frações com denominadores diferentes, enfatizando aos alunos que deveriam usar o MMC para encontrar frações equivalentes e se ao final da operação encontrassem uma fração imprópria, deveriam transformar em um número misto. A pesquisadora percebeu que ao usar o MMC as operações aconteciam de forma mecanizada: “dividir pelo de baixo e multiplicar pelo de cima”. A autora pondera que a escolha da professora pela atividade mais mecânica pode ter sido por conta de sua formação mais generalista (pedagogia) e pelo pouco tempo de docência que a mesma possui e que isso pode ainda demonstrar que sua formação tem lacunas de conteúdos matemáticos. Sobre isso, a autora defende que, para conseguir uma aprendizagem completa, é necessário que o aluno conheça e domine também o significado do mecanismo que está utilizando (CARVALHO, 2022).

Ainda neste mesmo episódio, durante as observações da aula ministrada no 6° ano, a pesquisadora observou a professora fazendo a correção de atividades deixadas na aula anterior, na qual os alunos deveriam interpretar situações problema e resolvê-los através de adição e subtração de frações. Durante as correções a pesquisadora percebeu que essa professora também fazia uso da “regrinha” de “dividir pelo de baixo e multiplicar pelo de cima”, mas também resolvia questões usando frações equivalentes. Segundo Carvalho (2022, p. 116), “(...) entendemos que ao utilizar a “regrinha”, a professora está priorizando a técnica e que ao trabalhar com as frações equivalentes ela está fazendo uma tentativa de apresentar aos alunos o significado da técnica.” Professora formada em química, leciona matemática a mais de 20 anos. Essa professora considera importante a forma de como apresentar o conteúdo ao aluno, buscando equilíbrio entre recursos lúdicos e técnicas (mecanizadas). A professora destaca o uso repetitivo de pizzas e chocolates em

atividades que envolvem fração e aponta que talvez seja interessante que sejam buscados exemplos novos e diferentes, que estejam mais relacionados ao cotidiano dos alunos.

Sobre a observação nessas duas turmas diferentes, Carvalho (2022) percebeu que existe uma diferença na forma com que essas operações, adição e subtração, foram trabalhadas nas turmas do quinto ano e do sexto ano desta escola. Destacou que nas turmas de quinto ano a professora priorizou a técnica e as regras, enquanto na turma de sexto ano a professora apresentou uma mínima relação entre a técnica e o significado, ao resolver as atividades usando frações equivalentes.

No **episódio 4** foram observadas, pela autora, 2 aulas do mesmo professor, para a mesma turma (revezamento devido à pandemia), onde aconteceu a introdução ao conteúdo de frações. Começou realizando a divisão 50:4, encontrando 12 como quociente e 2 como resto e escreveu no quadro “É mais feliz quem sabe dividir!”. O professor seguiu sua aula com ilustrações no quadro, sendo que a primeira representava um inteiro, a segunda estava dividida em duas partes. Nessa etapa da aula o professor enfatizou que $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ e fez o mesmo quando dividiu a figura em 3 e depois em 4 partes. Assim, os estudantes chegaram à conclusão de que “Toda vez que o número de cima é igual ao número de baixo, eu tenho um inteiro!”. Durante a resolução de exercícios do livro didático, o professor sentiu a necessidade de usar outros desenhos no quadro e explicar novamente o conceito de fração equivalente, pois os alunos não conseguiam identificar que $\frac{2}{6}$ e $\frac{1}{3}$ representam a mesma parte de um todo. Por conta disso, como o professor iria ministrar a mesma aula para a outra parte da turma, ele propôs uma situação diferente: levou folhas de cores diferente e fez uma abordagem mais prática, pediu que os alunos dobrassem uma folha ao meio, outra folha em quatro partes iguais e outra em oito partes iguais, e assim os estudantes não demonstraram tantas dúvidas ao relacionar frações equivalentes, pois puderam facilmente identificar que um inteiro equivale à $\frac{2}{2}$, $\frac{4}{4}$ e $\frac{8}{8}$, além de poder abordar outras frações equivalentes. Assim, a pesquisadora percebeu a preocupação do professor no sentido de que seus alunos realmente aprendam aquilo que está sendo abordado e entendam o porquê das técnicas matemáticas.

A autora defende que em algum momento da aprendizagem será necessário que os alunos aprendam mais sobre as técnicas e os algoritmos, mas em outros o significado e o sentido do conhecimento abordado serão mais importantes. Identificou

que os professores de 5° e 6° anos trabalham com dualidade de técnica (questões mais operacionais, que envolvam cálculos, memorização de regras e situações com pouca reflexão) e significado (situações onde o aluno compreende o porquê de usar determinadas regras e operações matemáticas), priorizando aquela que julgam mais apropriada para o momento.

Carvalho (2022) afirma ainda que a mudança na linguagem e o uso da Língua Materna, em vez da Linguagem Matemática, ajudaram a despertar o interesse do aluno pelo conteúdo abordado e esta escolha é influenciada também pela formação e experiência do docente. Percebeu que as diferenças no ensino de frações para 5° e 6° anos foram bem sutis, diferente do que era esperado. Ainda destaca que alguns fatores importantes para o ensino e aprendizagem são a forma como o professor se expressa, a linguagem, os desenhos e os materiais concretos que ele usa e o diálogo que ele estabelece com seus alunos.

4.9 ANÁLISE DO TRABALHO 9

Para investigar como a ideia de equivalência de frações, com o uso de materiais manipuláveis, pode contribuir para a compreensão das operações de adição e subtração, em estudantes do 7° ano do EF, Martinho (2020), buscou investigar a compreensão dos estudantes sobre o conceito, a relação parte-todo e as representações pictóricas e imagéticas das frações; investigar os modos pelos quais os estudantes compreendem o processo de equivalência de frações e sua relação com as operações de adição e subtração envolvendo esse tipo de número e verificar as limitações e possibilidades da utilização de materiais didáticos (kit de frações e tiras) no processo de aprendizagem de frações e suas operações de adição e subtração.

Martinho (2020) percebeu a dificuldade de estudantes de ensino fundamental e médio com relação ao uso de frações em suas aulas, desenvolveu uma sequência didática composta de nove tarefas (Equivalência de frações, comparação de fração e operação de adição e subtração de frações) e aplicou a SD durante três aulas em turma de 7° ano em uma escola da rede estadual. Sua SD pressupõe que os estudantes já tinham uma construção formada sobre o conceito de fração. Algumas das dificuldades apontadas pelo autor são: a rejeição dos estudantes por acreditarem que fração é um “bicho de 7 cabeças”, o despreparo do professor com relação ao

tema, pouco abordado em sua formação, a forma como o assunto é abordado em livros didáticos e a falta de recursos didáticos.

Logo na primeira aula, durante a aplicação de uma tarefa para investigar os conhecimentos prévios dos estudantes, Martinho (2020) percebeu que eles não dominavam a noção de fração equivalente e tinham dificuldade para visualizar a fração como um único número e não dois naturais sobrepostos separados por um traço. Havia questões de múltipla escolha nessa tarefa nas quais o estudante deveria justificar sua resposta; aqui um aluno acertou a resposta da questão, mas sua justificativa mostrou que o mesmo não dominava os conteúdos ali abordados e buscou, por qualquer meio, justificar sua resposta. Percebeu que estudantes confundem “um meio” com “um e meio”; acreditam que $\frac{2}{10}$ é maior do que $\frac{2}{5}$, porque 10 é maior 5 e aponta que esse tipo de erro é um indício de que a representação fracionária ainda não está totalmente compreendida pelo aluno. Observou que os estudantes veem fração como dois números separados por um traço, efetuando a operação tratando o numerador e o denominador de forma independente.

Nas aulas seguintes fez uso de material manipulável e afirmou que isso facilitou o entendimento dos alunos sobre frações equivalentes, pois os estudantes poderiam sobrepor peças e verificar que, por exemplo, $\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{8}$ representam a mesma parte do todo. O material também ajudou os alunos na comparação de frações com denominadores iguais e, na sequência, com denominadores diferentes; em cada uma das situações, o pesquisador sempre propunha questionamentos, não respondia de forma direta às questões dos estudantes, mas os estimulava a eles próprios chegarem à resposta correta (MARTINHO, 2020).

Após algumas aulas, conforme destacado pelo autor, pareceu mais compreensível aos alunos o conceito de equivalência de frações; os alunos faziam uso do material manipulável para justificar suas respostas ao professor ou aos colegas. Na primeira questão, que precisava fazer a soma de frações, os estudantes somaram numerador com numerador e denominador com denominador, reforçando mais uma vez que os estudantes veem a fração como dois números independentes (numerador e denominador).

Em determinada aula, o pesquisador levou o jogo “Papa Todas” e percebeu que os estudantes estavam empolgados com o jogo e seu objetivo foi alcançado, pois havia uma concentração e interação entre os alunos, inclusive por vários momentos

ele notou um estudante corrigindo o outro. Nesse jogo, os alunos mostraram, em sua maioria, dominar o conceito de equivalência de frações.

Durante as aulas em que o pesquisador propôs atividades com adições e subtrações de frações, os estudantes trataram numeradores e denominadores como valores independentes, sendo necessário lembrar a forma de realizar essas operações da maneira correta, mas não de forma mecanizada (MARTINHO, 2020).

Martinho (2020) considera que, na primeira tarefa, já se evidenciaram as dificuldades dos estudantes referentes às frações. Os mesmos demonstraram não compreender o que representa o numerador e o denominador das frações, tratando-os como se fossem dois números isolados apenas separados por um traço, apresentaram dificuldades com o significado parte-todo; tiveram dificuldades na hora de comparar, somar e subtrair frações com denominadores diferentes e identificar uma fração equivalente.

4.10 ANÁLISE DO TRABALHO 10

O trabalho 10, “Investigando o ensino e a aprendizagem de multiplicação de fração: um estudo com alunos do 6° ano”, inicia com Fischer (2020) indicando que um dos fatores que pode acarretar a dificuldade dos alunos em relação às frações pode ser a forma como esse conteúdo está sendo trabalhado em sala de aula, muitas vezes através da memorização de algoritmos. À luz de outros autores, a pesquisadora aponta que o conceito é o ponto central da matemática, e os docentes devem estimular seus alunos a refletir sobre ele para que tenham interesse e motivação pelo conhecimento e aqui destacou o uso de diversas metodologias para que o estudante possa desenvolver seu conhecimento e não apenas memorizar regras e algoritmos.

Com a questão norteadora “Como uma proposta de sequência de atividades para o 6° ano do Ensino Fundamental que foca na compreensão do conceito de multiplicação de frações pode auxiliar para o aprendizado desta operação e na capacidade de aplicá-la?” Fischer (2020) fez a análise de 4 coleções de livros didáticos, focando na multiplicação de frações, e percebeu que:

- metade dos livros analisados traziam a problematização de conceitos de forma contextualizada;
- metade dos livros contemplou a situação de soma de parcelas iguais;
- nenhum exemplar apresentou a definição de multiplicação de frações;

- apenas um exemplar explorou situações na qual a multiplicação por fração pode resultar em um valor menor do que os fatores;
- apenas um exemplar apresentou atividades nas quais o aluno possa criar suas próprias situações;
- dois exemplares contemplaram a propriedade comutativa.

Além disso, buscando aplicar a multiplicação de frações e tentando mudar o cenário em que a multiplicação é vista somente com um algoritmo, a autora propõe uma sequência didática, com a qual se espera que os alunos desenvolvam a construção da multiplicação de frações através de seus próprios esquemas de pensamento. Na SD proposta, Fischer (2020) evita o termo “número racional” e separa a multiplicação de frações em 4 tópicos:

- multiplicação de um número natural por uma fração;
- preparando a multiplicação de uma fração própria por um número natural;
- motivando e introduzindo a multiplicação de uma fração própria por uma fração qualquer;
- multiplicação de uma fração imprópria por uma fração qualquer.

Conforme destacado pela pesquisadora, os exercícios foram propostos seguindo os seguintes critérios:

- introdução de conceito por meio de situação contextualizada;
- atividades preparatórias para a definição da multiplicação de frações;
- situações contemplando adição de parcelas iguais, arranjo retangular, comparação, definição de multiplicação de frações, multiplicação cujo produto é menor do que algum ou ambos os fatores;
- representação pictórica,
- situação contemplando recuperação da unidade;
- atividade que oportuniza ao aluno criar suas próprias situações.

Fischer (2020) relatou que os estudantes aceitaram bem a ampliação da multiplicação “natural x fração” a partir de situações como “o dobro de”, a multiplicação “fração própria x fração imprópria” rendeu maior significado ao conceito devido ao uso de material concreto e representações pictóricas feitos desde as primeiras aulas. Ainda, sobre a representação pictórica, a autora destacou que foi de grande ajuda aos alunos, pois auxiliou na abstração envolvida na identificação de partes da unidade, na definição de multiplicação de frações e ajudou os estudantes na percepção de que a unidade também pode ser uma fração.

Outros pontos destacados pela autora foram: após estabelecido o algoritmo para a multiplicação de frações próprias, os estudantes deixaram de pensar no processo; a articulação entre as representações pictórica, numérica e escrita foram fundamentais no processo de amadurecimento e abstração dos conceitos abordados; as atividades foram desenvolvidas em grupos, durante as correções as respostas eram apresentadas e comparadas, proporcionando mais autonomia aos estudantes que puderam refletir sobre os processos utilizados por si e em seguida pelos colegas, o que lhe permite complementar, comparar e validar seus próprios esquemas utilizados na resolução (FISCHER, 2020).

Após a aplicação das atividades, a autora percebeu que os estudantes ainda se encontravam no processo de construção do conhecimento relativo à multiplicação de frações. Nas atividades em que o estudante deveria formular um problema, foram perceptíveis as dificuldades, ou seja, é necessário trabalhar mais nesse aspecto para desenvolver habilidades apontadas pela BNCC que surgem como “elaborar e resolver problemas sobre...”.

Ainda, Fischer (2020) defende que a definição da multiplicação pode ser motivada no conhecimento que o estudante traz do universo dos números naturais e pode contar com o auxílio da representação pictórica e material concreto, que poderão ajudar o estudante a deduzir o algoritmo usual para a multiplicação de frações.

4.11 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A ANÁLISE DOS TRABALHOS

Através da leitura e análise dos trabalhos selecionados, ficou evidente que o ensino e a aprendizagem de frações ainda pode e deve ser um tema muito discutido no meio acadêmico. Algumas das dificuldades percebidas no meio escolar e que vem ao encontro com as apontadas pelos trabalhos são:

- a) uso de linguagem inadequada à faixa etária;
- b) foco da aula em memorização e reprodução de técnicas e algoritmos ao invés de priorizar o conceito e os significados;
- c) rejeição dos estudantes por acreditarem ser um tema muito difícil;
- d) despreparo de profissionais que introduzem o conceito de fração ainda nas séries iniciais do EF;
- e) falta de recursos didáticos e atividades contextualizadas;

f) reconstruir conceitos que são válidos para os números naturais, mas que não são válidos no universo dos racionais;

g) a não utilização do avanço nos objetivos, partindo dos mais simples aos mais complexos.

Sobre o item *a) uso de linguagem inadequada à faixa etária*, concordamos com aquilo que foi apontado nos trabalhos T3, T4, T5, T8 e T9, no sentido de que é necessário usar uma linguagem própria para o ensino da matemática, linguagem essa que vem carregada de significados e símbolos, que por vezes, são desconhecidos pelos estudantes e, por consequência, pode ser um obstáculo para o ensino e aprendizagem de frações, ou seja, é necessário usar uma linguagem que seja compreensível ao aluno. É preciso que o professor busque formas de comunicação que sejam coerentes à faixa etária e ao meio cultural onde a criança está inserida, todavia, não se deve deixar de lado o formalismo da matemática. Nesse sentido, para uma aprendizagem significativa, é necessário que o aluno possa

se expressar ou se comunicar através da organização do conteúdo em outra linguagem ou mesmo utilizando-se de outras palavras. Isso quando um aluno estuda um capítulo de um livro ou um texto, preparado pelo professor. Para que ocorra a aprendizagem significativa é necessário que o aluno organize o capítulo ou o texto valendo-se de palavras que façam parte de sua estrutura cognitiva prévia, isto é, ele deve traduzir o texto usando suas próprias palavras. (VALERA, 2003, p. 61-62).

Com relação ao item *b) foco da aula em memorização e reprodução de técnicas e algoritmos ao invés de priorizar conceito e os significados*, acreditamos que essa forma de ensinar está totalmente ultrapassada, mesmo havendo a necessidade da memorização de algumas fórmulas e algoritmos em algumas situações; conforme Barros (2007), o uso de regras não deve ser imposto, é preciso que o estudante possa descobrir as regras e fórmulas em um processo investigativo fazendo com que a matemática seja inserida no seu mundo, para que este possa aprender com prazer. Através da análise dos trabalhos, ficou ainda mais evidente a necessidade de um ensino de frações voltado ao conceito e aos seus significados, pois os autores foram **unânimes** com relação a repreensão do ensino mecanizado e repetição de algoritmos. Além disso, o ensino mecanizado que prioriza repetições e manipulação de algoritmos empobrece o ensino da matemática tomando o lugar de atividades que poderiam aprofundar ideias e conteúdo (LOPES, 2008).

Os trabalhos T4, T5, T6 e T9 apontam situações em que acontece *c) rejeição dos estudantes por acreditarem ser um tema muito difícil*, o que muitas vezes ocorre

devido à forma com que os conteúdos são introduzidos ou apresentados aos estudantes. Para Lorenzato (2010) “o sucesso ou o fracasso dos alunos diante da matemática dependem de uma relação estabelecida desde os primeiros dias escolares entre a matemática e os alunos”. É necessário colocar o aluno na situação de protagonista e não apenas de um espectador em sala de aula, só assim ocorre uma aprendizagem significativa. Além disso, a contextualização contribui para o entendimento e a resolução de questões matemáticas, criando significados e tornando as aulas mais interessantes para os estudantes (JOSÉ, 2021).

Dificuldades relacionadas ao item *d) despreparo de profissionais que introduzem o conceito de fração* e a falta de formação continuada, são relatados nos trabalhos T1, T2, T3, T4, T5, T8 e T9. Com relação à formação dos professores que introduzem o conceito de fração às crianças, Cardoso (2020, p.23), defende que “nem sempre a formação de professores tem dado a devida atenção ao modo como esse conteúdo deve ser trabalhado” e isso gera uma compreensão parcial do conceito. Diferentes estudos destacam a fragilidade na formação de professores, e estes deixam de apresentar o domínio de conceitos e operações envolvendo frações, acentuando ainda mais a necessidade de uma formação adequada e de formações continuadas, porque o professor não será capaz de ensinar aquilo que ele não domina (JOSÉ, 2021; ROCHA 2021; BARROS, 2007). Nessa linha de raciocínio, cabe destacar que

Muitos são os professores que trazem consigo uma insegurança na forma de como ministrar uma aula sobre o conceito de Fração, o que os levam a seguir rigorosamente o que vem apresentado nos livros didáticos, sem que haja uma intervenção ou uma análise se a forma que o livro traz é suficiente para que os alunos, ao final do estudo do conteúdo, compreendam com clareza tudo que foi ministrado. (ROCHA, 2021, p.13)

Os trabalhos T1, T3, T4, T5, T6, T8, T9, T10 apontam a *e) falta de recursos didáticos e atividades contextualizadas*, e defendem que tais artifícios permitem aproximar o aluno daquilo que está sendo estudado, desde que os materiais não sejam escolhidos ao acaso; as escolhas devem priorizar as necessidades de aprendizagem dos estudantes naquele momento (PEREIRA, 2021). Quanto à contextualização, essa se apresenta como um desafio ao professor e “retira o aluno da condição de espectador passivo, ao trazer para a escola experiências pessoais, sociais e culturais” (VALERA, 2003). Esse mesmo autor defende que

Conhecimentos selecionados a priori tendem a se perpetuar nos rituais escolares, sem passar pela crítica e reflexão dos docentes, tornando-se, desta forma, um acervo de conhecimentos quase sempre esquecidos ou que não se consegue aplicar, por se desconhecer suas relações com o real. (VALERA, 2003, p.117)

Diante do exposto, a contextualização no ensino de frações bem como a escassez de recursos didáticos se mostram como grandes desafios da prática docente, reiterando ainda mais a necessidade da realização de mais estudos como esse.

Os trabalhos T4, T5, T7 E T9 foram convergentes quanto à percepção das dificuldades dos estudantes quanto à reconstrução de conceitos para os números racionais e, assim, eles apontam *f) reconstruir conceitos que são válidos para os números naturais mas que não são válidos no universo dos racionais*, como uma barreira no ensino de frações. Aqui os autores salientam que para o estudante muitas vezes não está claro que $\frac{1}{2}$ representa um número, pois a maioria ainda identifica como dois números separados por um traço, reforçando a necessidade de se trabalhar com objetivos claros ao introduzir o conceito de frações, o que geralmente ocorre ainda nas séries iniciais do EF. Para a maioria das pessoas que utiliza frações cotidianamente é trivial identificar que $\frac{1}{3}$ é maior do que $\frac{1}{5}$, mas para um estudante que tem seus onze, doze anos de idade pode não ser tão intuitivo, visto que é nessa fase que o adolescente começa a formar esquemas conceituais abstratos e usar deles para executar operações mentais (SANTOS, 2008).

A BNCC estabelece que o ensino de frações deve ocorrer de maneira progressiva e assim apontam também os trabalhos T1, T2, T4, T5, T7, T8 e T10, entretanto vários autores perceberam *g) a não utilização do avanço nos objetivos, partindo dos mais simples aos mais complexos*, principalmente aqueles que realizaram a análise em livros didáticos e observações de aulas. De acordo com Ferraz e Belhot (2010), é mais apropriado e acessível de se atingir mais abstração de conteúdos partindo de conceitos mais simples para os mais complexos, ou seja, com estímulo do desenvolvimento cognitivo linear. Esses autores também citam algumas das várias vantagens em utilizar a Taxonomia de Bloom, um instrumento que visa organizar os objetivos em uma estrutura hierárquica, no processo de ensino e aprendizagem; são elas:

- Oferecer a base para o desenvolvimento de instrumentos de avaliação e utilização de estratégias diferenciadas para facilitar, avaliar e estimular o

desempenho dos alunos em diferentes níveis de aquisição de conhecimento;
e

- Estimular os educadores a auxiliarem seus discentes, de forma estruturada e consciente, a adquirirem competências específicas a partir da percepção da necessidade de dominar habilidades mais simples (fatos) para, posteriormente, dominar as mais complexas (conceitos). (FERRAZ; BELHOT; 2010, p.422)

Cabe ressaltar que, durante a análise dos trabalhos selecionados, foram identificados outros fatores que tendem a dificultar o ensino e aprendizagem de frações, como a superlotação nas salas de aula, infraestrutura precária nas escolas, defasagem de conteúdos básicos (principalmente as operações fundamentais), falta de interesse pela disciplina, falta de interpretação diante de uma situação-problema, entre outros, o que acentua ainda mais a necessidade de que sejam desenvolvidas mais pesquisas sobre o tema.

5 ATIVIDADES SUGERIDAS

Como um dos objetivos deste trabalho é apresentar sugestões de atividades que auxiliem o professor no ensino de frações, este capítulo busca apresentar algumas atividades, jogos e indicações de sites, os quais foram classificados conforme a sua finalidade. Os materiais não foram classificados por séries ou níveis escolares, pois acredita-se que a maioria das turmas na educação básica sejam compostas de maneira heterogênea com relação aos níveis de conhecimento. Dessa forma, propondo atividades conforme a sua finalidade, o professor que for utiliza-las terá toda a liberdade para adaptar conforme sua vontade e necessidade.

Iniciamos com a apresentação de algumas atividades, onde foi priorizada a construção de conceitos e não a repetição de fórmulas e/ou algoritmos. As atividades estão dispostas conforme o Quadro 2, abaixo:

Quadro 2: Organização das atividades sugeridas

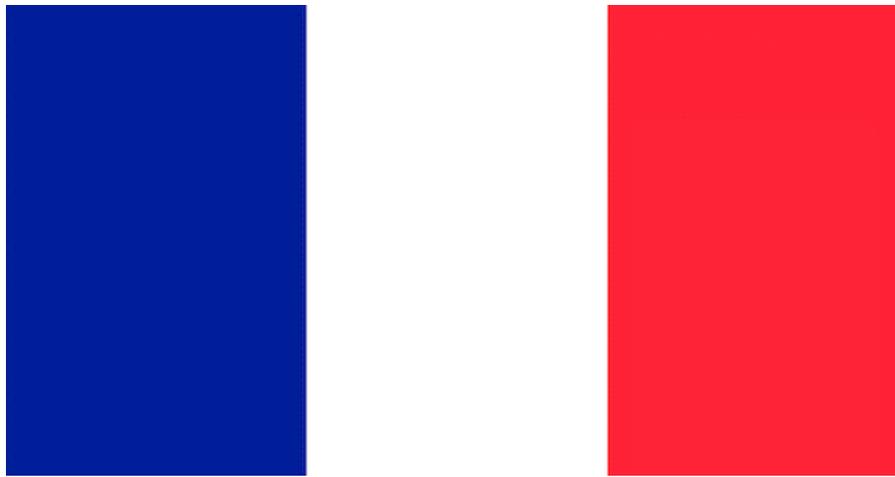
Número da atividade	O que ela aborda
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	Relação Parte-todo
8, 9, 10, 11,12	Razão
13, 14, 15, 16	Operador
17, 18, 19, 20, 21, 22	Quociente
23, 24, 25, 26, 27, 28, 29	Medida
30, 31, 32, 33, 34	Equivalência de frações
35, 36, 37, 38, 39, 40, 41	Operações com frações
42, 43, 44, 45	Comparação entre frações

Fonte: A autora.

Logo após as atividades sugeridas são elencados alguns sites e jogos *on-line* que, embora não sejam o foco principal desse trabalho, podem servir de apoio para a introdução do conteúdo, para revisão e até mesmo como um instrumento motivador

durante as aulas, visto que os jogos, na maioria das vezes, despertam o interesse dos estudantes. Além disso, caso as escolas não tenham recursos tecnológicos suficientes para a demanda de alunos, é possível que o professor indique à sua turma alguns jogos como atividades de reforço para que os estudantes façam em casa e não na escola.

Atividade 1 - Observe a bandeira da França, a qual é dividida em três partes de mesmo tamanho e assinale qual a fração que representa a parte vermelha:



Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/ilustracao-de-franca-bandeira_2922485.htm#query=fran%C3%A7a&position=12&from_view=search&track=sph

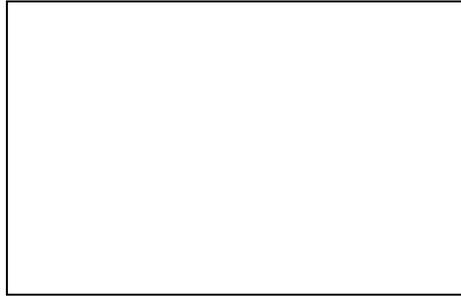
- a) 1
- b) $\frac{1}{2}$
- c) $\frac{1}{3}$
- d) $\frac{2}{3}$

Atividade 2 - Sobre a bandeira da França, é correto afirmar que:

- () $\frac{1}{2}$ de sua extensão é composta pela cor azul;
- () $\frac{2}{3}$ de sua extensão não são de cor vermelha;
- () $\frac{2}{3}$ de sua extensão são da cor branca.

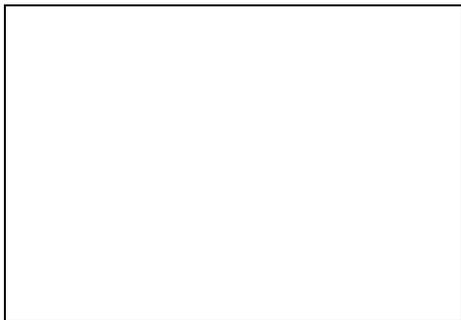
Atividade 3 - Usando somente as cores azul, branca e vermelha, crie uma bandeira onde $\frac{1}{3}$ de sua extensão seja da cor branca:

Obs. Você deve usar todas as cores citadas (azul, branca e vermelha) na sua bandeira.

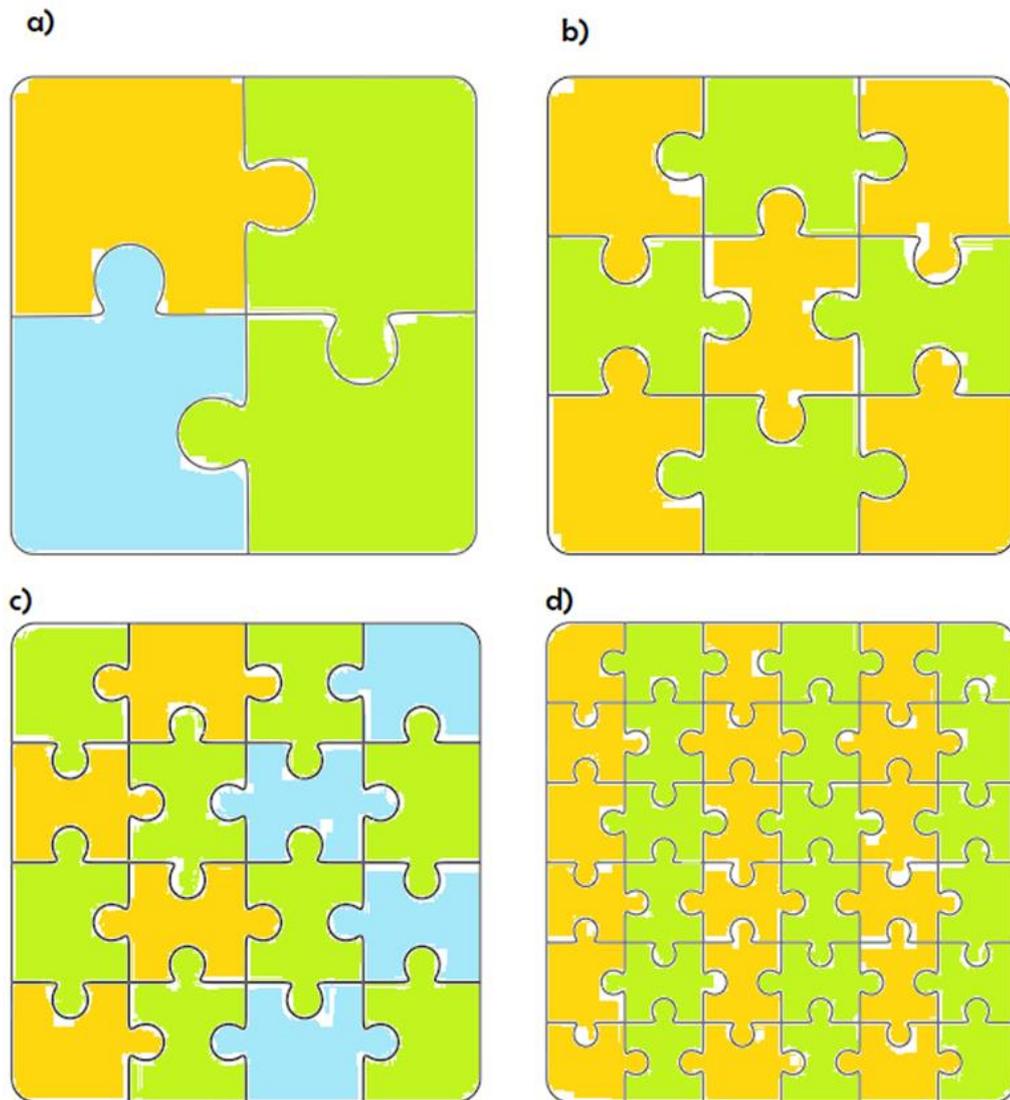


Atividade 4 - Usando somente as cores azul, branca e vermelha, crie uma bandeira onde $\frac{1}{2}$ de sua extensão seja da cor branca:

Obs. Você deve usar todas as cores citadas (azul, branca e vermelha) na sua bandeira.

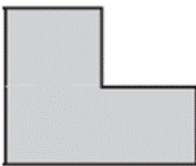


Atividade 5 - Das figuras abaixo, assinale aquelas onde $\frac{2}{4}$ das peças são da cor verde:



Adaptado de: https://br.freepik.com/vetores-premium/conjunto-de-modelos-de-quatro-vetores-de-quebra-cabeça-pecas-simples-em-branco_21552640.htm#query=quebra%20cabe%C3%A7a&position=17&from_view=search&track=ais

Atividade 6 - Adaptado de Lopes (2008): Desenhe ao menos duas figuras diferentes, em que a figura abaixo representa:

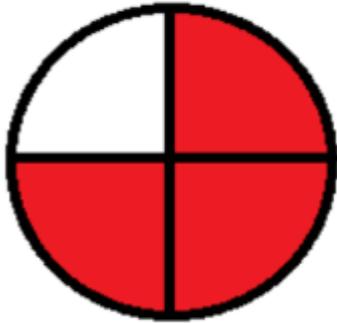


a) $\frac{1}{2}$

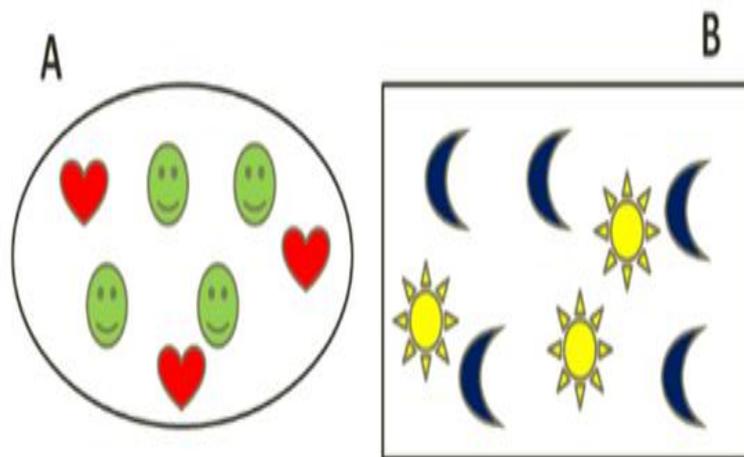
b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{4}$

Atividade 7 - Cardoso (2020): Pinte $\frac{1}{6}$ da seção colorida do disco. Que fração do disco você pintou?



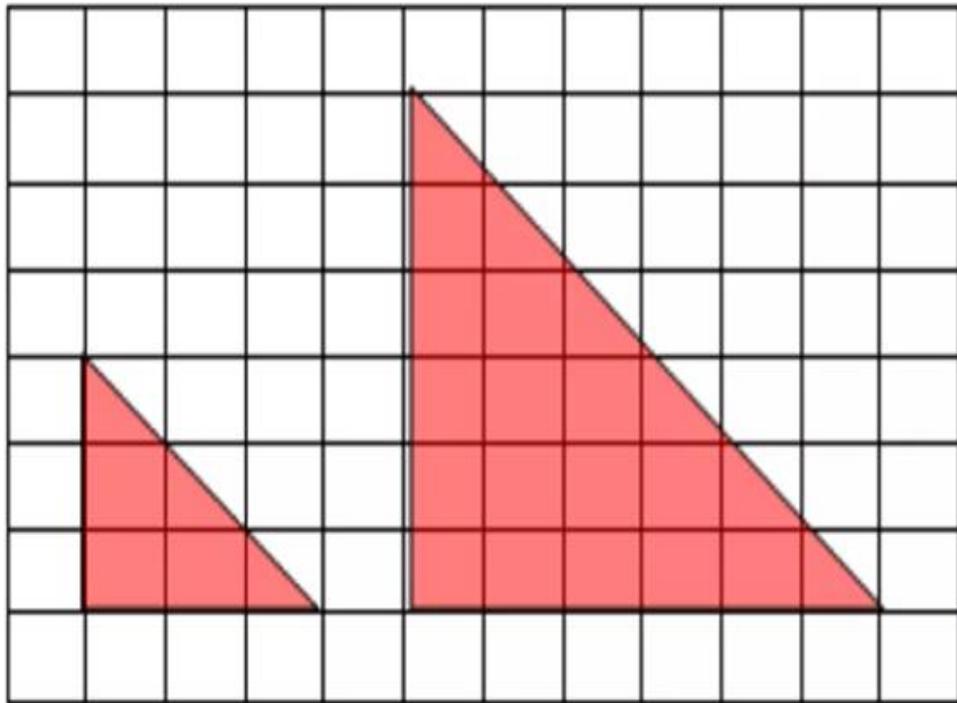
Atividade 8 - Determine a razão entre a quantidade de figuras de coração do conjunto A e a quantidade de figuras de lua do conjunto B.



Fonte: Adaptado de NUNES (2022)

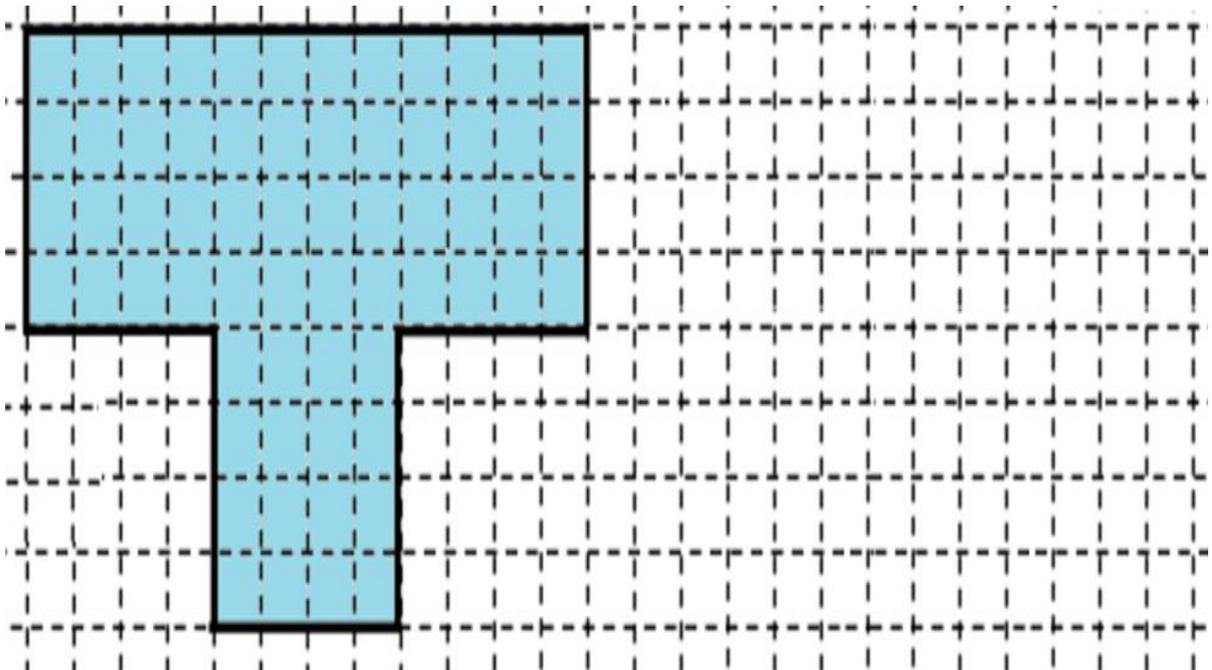
Atividade 9 - Em uma grande rede de supermercados, cada supervisor é responsável por inspecionar vinte colaboradores. Quantos supervisores são necessários em um supermercado desta mesma rede que conta com 300 colaboradores? Qual a razão entre a quantidade de supervisores e a quantidade de colaboradores nesse supermercado?

Atividade 10 - Qual é a razão que foi utilizada para a ampliação na figura abaixo?



Fonte: <https://novaescola.org.br/>

Atividade 11 - Utilize a razão 4:2 para fazer a redução da figura abaixo:



Fonte: Adaptado de: profwarles.blogspot.com/

Atividade 12 - A seguir, vemos uma lista com os ingredientes necessários para fazer um bolo de chocolate. Leia com atenção e em seguida responda as questões apresentadas.



Fonte: adaptado de: https://br.freepik.com/fotos-gratis/vista-superior-do-caderno-aberto-e-especiarias-diferentes_16748817.htm#query=receita&position=1&from_view=search&track=sph.

- a) Qual a razão entre a quantidade de chocolate em pó e a quantidade de farinha de trigo?
- b) Qual é a quantidade necessária de cada ingrediente para a produção de dois bolos? Reescreva a lista de ingredientes com as novas quantidades (razão $\frac{1}{2}$).

Atividade 13 - Para não fechar sua gráfica, um empresário precisou reduzir as despesas para $\frac{3}{4}$ do valor que gastava. Até então, os gastos mensais eram os seguintes:

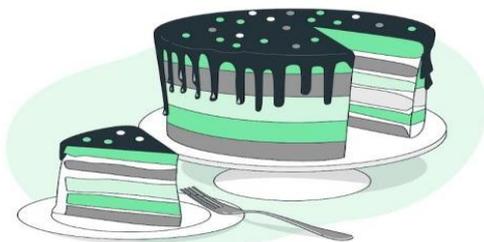
DESPESA	VALOR
Insumos (papel, tinta, produtos de limpeza...)	R\$ 2400,00
Marketing	R\$ 360,00
Manutenção das máquinas	R\$ 120,00
Despesas fixas (taxas de água, energia, telefone e impostos)*	R\$ 2200,00

*Não é possível reduzir o valor das despesas fixas.

a) Qual será o valor gasto pelo empresário após a redução das despesas?

b) Caso este mesmo empresário consiga uma redução de $\frac{1}{2}$ no valor das despesas iniciais, qual será o novo valor gasto?

Atividade 14 - Um bolo inteiro custa R\$130,00. Qual será o valor pago por uma pessoa que comprar somente $\frac{3}{5}$ desse bolo?



Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/ilustracao-do-conceito-de-bolo-arco-iris_29808409.htm#query=bolo%20cortado%20em%205%20fatias&position=23&from_view=search&track=ais.

Atividade 15 - O PROBLEMA DOS 35 CAMELOS (Adaptado do livro "O homem que calculava" de Malba Tahan):

Certa vez, três irmãos estavam discutindo a partilha de uma herança. O pai deles havia deixado 35 camelos, que deveriam ser distribuídos aos irmãos da seguinte maneira:

- O irmão mais velho deveria ficar com a metade dos camelos;
- O irmão do meio com a terça parte dos camelos;
- O irmão mais novo deveria receber a nona parte dos camelos.

Como nenhuma das divisões resultava em um valor exato, os irmãos seguiam discutindo pois ninguém queria abrir mão daquilo que lhe pertencia e também não iriam sacrificar nenhum animal para seguir a partilha conforme estipulada pelo pai.

Eis que Beremiz, um sábio matemático, propõe “emprestar” o seu camelo para auxiliar os irmãos na partilha. Agora, com os 36 camelos, a partilha foi realizada e todos, incluindo Beremiz, ficaram contentes com a partilha.

Quantos camelos cada um dos irmãos recebeu como herança após a intervenção de Beremiz?



Atividade 16 - Uma fábrica produz três tipos de peças e, devido ao rigoroso controle de qualidade, precisa descartar aquelas que apresentarem qualquer tipo de avaria, por menor que seja. Todos os meses são descartados $\frac{2}{8}$ das peças do tipo A, $\frac{1}{5}$ de peças do tipo B e $\frac{2}{15}$ de peças do tipo C. Sabendo que são produzidas mensalmente 1200 peças de cada tipo, determine:

- A quantidade total de peças descartadas em um mês.
- A quantidade de peças do tipo A que são descartadas em um trimestre.
- A quantidade de peças do tipo C que são descartadas em um ano.



Fonte: A autora.

Atividade 17 - Pedro tem 56 figurinhas repetidas e pretende doar para seus amigos Lucas, Maria, Ana e Mateus. Se ele dividir igualmente a quantidade de figurinhas entre seus amigos, qual é a fração que representa a quantidade que cada um receberá?

Atividade 18 - Bianca tem três laranjas e vai dividir igualmente entre seus quatro filhos. Que fração representa a parte que cada um deles irá receber?

Atividade 19 - Em uma viagem de carro, gastei 56 litros de combustível para percorrer aproximadamente 600 km. Qual (ou quais) das frações abaixo representa o consumo médio km/l desempenhado pelo meu veículo?

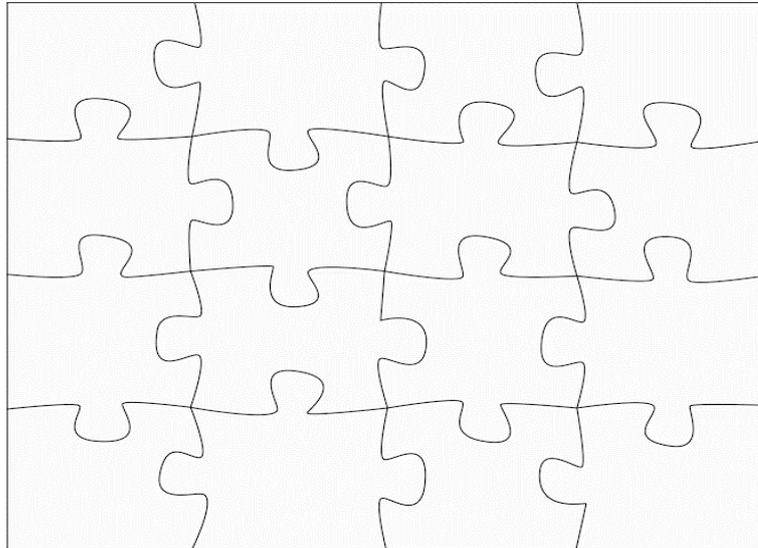
a) $\frac{75}{7}$ km/l

b) $\frac{56}{600}$ km/l

c) $\frac{600}{56}$ km/l

Atividade 20 - Ana, Beto e Carla estão montando juntos um quebra-cabeça de doze peças, cada um deles recebeu a mesma quantidade de peças, que foram distribuídas aleatoriamente. Pinte de azul a quantidade de peças recebidas por Ana, de vermelho

a quantidade de peças recebidas por Beto e de amarelo a quantidade de peças recebidas por Carla.



Fonte: https://br.freepik.com/vetores-gratis/papel-modelo-para-jogos-de-quebra-cabecas-de-pensamento-infograficos-de-conceito-de-negocios-pecas-de-quebra-cabeca-e-quebra-cabeca_24450731.htm#query=quebra%20cabe%C3%A7a&position=1&from_view=search&track=ais

Qual é a fração que representa a quantidade de peças que cada um deles recebeu?

Atividade 21 – (Lima, 2021) É tradicional nas festas juninas a degustação de algumas comidas típicas nesse período. Na festa junina de uma escola, 16 alunos de uma turma compareceram e a professora trouxe para o lanche 8 espigas de milho cozido para distribuir entre os presentes. Assim, a professora vai repartir igualmente as 8 espigas para os 16 estudantes e cada um vai receber $\frac{8}{16}$ de espigas de milho.

- Cada estudante receberá uma quantidade inteira de espiga(s)?
- Podemos afirmar que cada estudante receberá meia espiga de milho?
- E se triplicarmos a quantidade de milho, quantas espigas cada estudante receberá? Represente essa quantidade através de uma fração.

Atividade 22 - Se dividirmos igualmente, 24 balas entre seis crianças, quantas balas cada uma delas receberá?

Atividade 23 – (Adaptado de Nunes, 2022) Se o desenho abaixo representa $\frac{2}{3}$ da unidade, qual é a unidade? Complete o desenho até formar a unidade.



Atividade 24 – (Adaptado de Nunes, 2022) Considerando a distância entre o ponto 0 e o ponto 1 como uma unidade e sabendo que os pontos destacados estão igualmente espaçados, responda:



- Qual a distância entre o ponto X e zero?
- Qual a distância entre o ponto X e 1?
- Qual a distância entre 0 e 1?

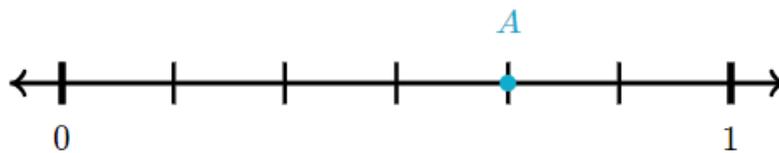
Atividade 25 - Luana possui uma rotina muito organizada! Ela destina $\frac{1}{3}$ do seu dia para descansar, $\frac{1}{4}$ do dia para seus estudos, $\frac{1}{12}$ para cuidados pessoais como higiene e alimentação. Além disso, ela destina 2h do seu dia para a prática de atividades físicas, 1h para auxiliar sua família nos afazeres domésticos e o restante do dia ela utiliza para seu lazer. Determine quantas horas do dia Luana dedica para:

- estudos:
- descanso:
- lazer:

Atividade 26 - (Adaptado de <https://novaescola.org.br>) Mariana resolveu comprar lajotas de duas cores (marrom e branca) para assentar no quintal de sua casa. Sabendo que este quintal possui 50m^2 de área, responda:

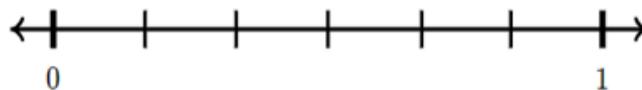
- Se $\frac{3}{4}$ do quintal for de lajotas marrons, qual será a área dessa cor?
- Se $\frac{1}{5}$ do quintal for de lajotas brancas, qual será a área dessa cor?
- Se $\frac{5}{8}$ do quintal for de lajotas marrons, qual será a área ocupada pelas lajotas brancas?

Atividade 27 – (Adaptado de Khan Academy) Na imagem abaixo, temos um segmento que vai de 0 a 1 e foi dividido em 6 partes de mesmo tamanho. Qual fração equivale ao ponto A?

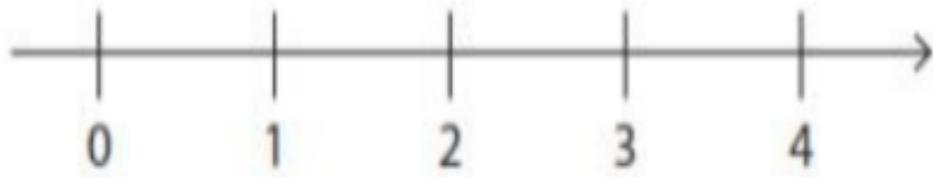


- $\frac{5}{6}$
- $\frac{4}{5}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{6}{4}$

Atividade 28 - Na reta numérica abaixo, com as marcações igualmente espaçadas, assinale as frações $A = \frac{1}{2}$, $B = \frac{4}{6}$ e $C = \frac{12}{12}$.



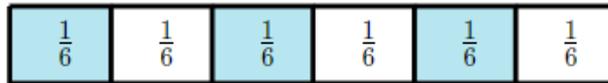
Atividade 29 – (Pereira, 2021): Na reta abaixo já estão posicionados corretamente os números 0, 1, 2, 3 e 4. Agora, posicione também as frações $\frac{3}{2}$ e $\frac{2}{3}$.



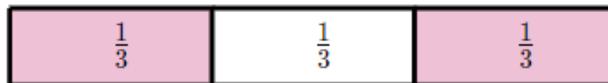
Mostre como você pensou para chegar a sua resposta.

Atividade 30 - (Adaptado de Khan Academy) Qual imagem tem a área sombreada equivalente a $\frac{8}{12}$?

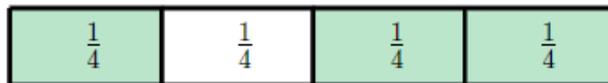
(A)



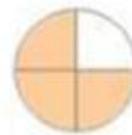
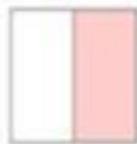
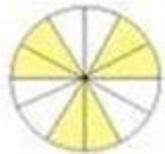
(B)



(C)



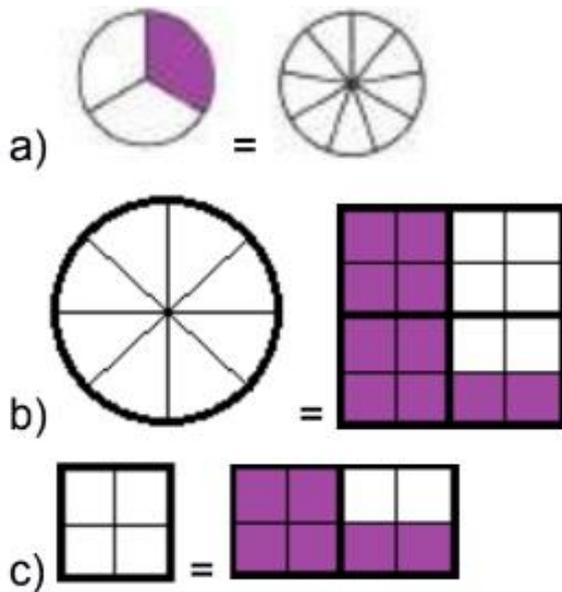
Atividade 31 - Observe as figuras abaixo e escreva a fração correspondente na forma irredutível:



Fonte: Adaptado de: <https://www.indagacao.com.br/2019/02/atividade-5-ano-fracoes-equivalentes.html?m=1>.

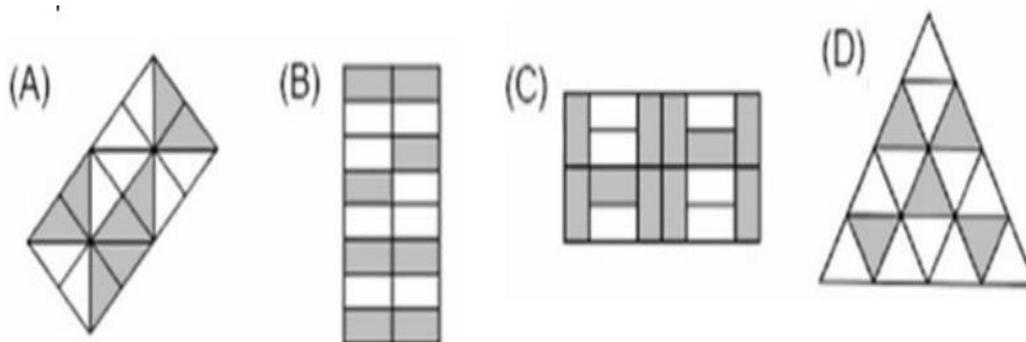
de: <https://www.indagacao.com.br/2019/02/atividade-5-ano-fracoes-equivalentes.html?m=1>.

Atividade 32 – (Adaptado de Cardozo, 2020) Pinte a figura, de modo a tornar verdadeira a sentença de equivalência.



Fonte: Adaptado de Cardozo (2020).

Atividade 33 - (<https://educaemcasa.petropolis.rj.gov.br>) Cada uma das figuras seguintes está dividida em 16 partes iguais. Em qual delas a parte cinza corresponde a $\frac{5}{8}$ da área total?



Fonte: <https://educaemcasa.petropolis.rj.gov.br>.

Atividade 34: Crie uma figura usando apenas retângulos, de forma que apenas $\frac{5}{8}$ de sua área seja colorida e o restante seja branca.

Atividade 35 - (Adaptado de portal.mec.gov.br) O quadro abaixo apresenta um resumo da forma como Fábio gasta sua mesada todos os meses:

Atividade de Fábio	Fração correspondente
Lanches	$\frac{5}{10}$
Cinema	$\frac{1}{10}$
Vídeo game	$\frac{2}{5}$

Fonte: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=492-atividade-de-apoio-a-aprendizagem-6-aluno&category_slug=documentos-pdf&Itemid=30192.

Sabendo que Fábio foi ao cinema quatro vezes e pagou R\$7,00 por cada ingresso, calcule o valor de sua mesada.

Atividade 36 - (Adaptado de portal.mec.gov.br) O quadro seguinte apresenta informações quanto ao décimo terceiro salário no Brasil.

O décimo terceiro salário

Em que consiste o décimo terceiro salário?

O décimo terceiro salário, direito garantido pela CF/88(art.7^a,VIII), consiste no pagamento ao empregado de 1/12 da remuneração devida no mês de dezembro, por mês de serviço prestado ou fração superior a 15 dias

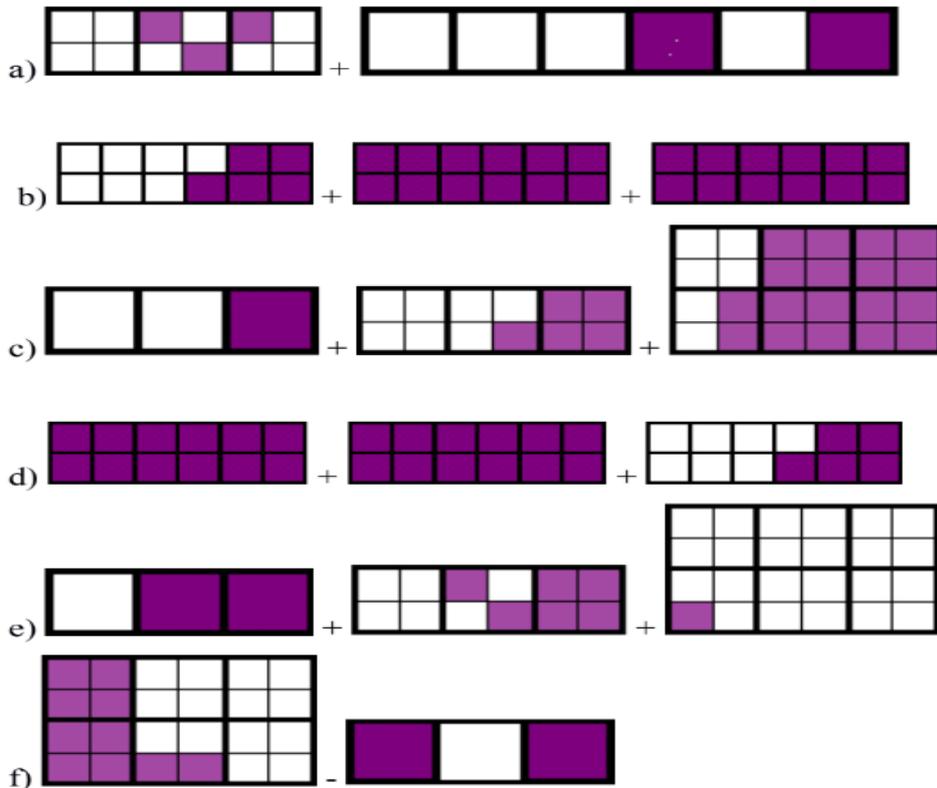
Quando deve ser pago o décimo terceiro salário?

Metade do décimo terceiro deve ser paga até novembro ou por ocasião das férias do empregado. Se o empregado o tiver solicitado no mês de janeiro, a segunda metade deve ser paga até 20 de dezembro.

Fonte: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=492-atividade-de-apoio-a-aprendizagem-6-aluno&category_slug=documentos-pdf&Itemid=30192.

Com base nas informações, calcule o valor do décimo terceiro salário de uma pessoa que está trabalhando há cinco meses em uma empresa com salário mensal de R\$1.320,00.

Atividade 37 – (Cardoso, 2020) Escreva as frações indicadas abaixo e efetue a operação indicada:



Fonte: Cardoso (2020).

Atividade 38 - (Adaptado de <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br>) Observe as imagens abaixo onde são representadas algumas numerações na forma de ilustração, fração, decimal e porcentagem. Assinale as alternativas onde as igualdades são verdadeiras.



$$= \frac{1}{2} = 0,5 = \frac{50}{100} = 50\%$$



$$= \frac{1}{4} = 0,25 = \frac{40}{100} = 40\%$$



$$= \frac{3}{3} = 0,3 = \frac{30}{100} = 30\%$$



$$= \frac{1}{2} = 0,2 = \frac{20}{100} = 30\%$$

Fonte: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/cadernos_pedagogicos/ativ_mat1.pdf.

Atividade 39 – (Adaptado de Fischer, 2020) Jorge e Ana foram a uma pizzaria e pediram uma pizza de milho. Sabendo que Ana comeu $\frac{1}{6}$ da pizza e Jorge comeu o dobro de Ana,

- represente a parte da que Ana comeu da pizza:
- represente a parte que Jorge comeu da pizza:
- que operação você utilizou para realizar o cálculo da quantidade de pizza que Jorge comeu?
- Será que juntos, Ana e Jorge, comeram toda a pizza? Explique sua resposta.

Atividade 40 – (Adaptado de Fischer, 2020) Escolha uma das fichas abaixo e elabore um problema envolvendo uma situação do seu dia a dia, onde será necessário utilizar a expressão escolhida para resolvê-lo.

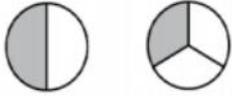
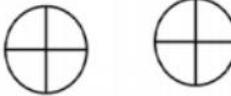
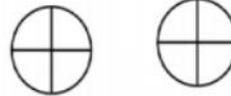
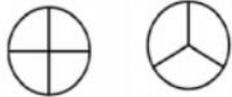
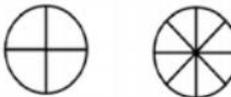
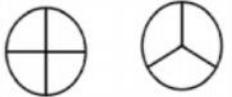
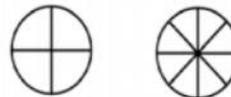
O dobro de $\frac{1}{3}$	O triplo de $\frac{1}{2}$	O quádruplo de $\frac{1}{5}$	O quintuplo de $\frac{1}{3}$
O dobro de $\frac{3}{4}$	O triplo de $\frac{2}{5}$	O quádruplo de $\frac{2}{5}$	O quintuplo de $\frac{3}{7}$

Fonte: Fischer (2020).

Atividade 41 – (Martinho, 2020) Elisângela precisa fazer um bolo para a festa de aniversário de sua filha. Conforme a receita, ela precisaria de $\frac{3}{4}$ de uma xícara de leite. Porém, ao pegar o leite na geladeira percebeu que tinha apenas $\frac{1}{2}$ de uma xícara de leite. Que fração de xícara de leite falta para Elisângela fazer esse bolo? Explique qual foi sua estratégia para resolver esse problema.

Atividade 42 - (Adaptado de Santos, 2008) Marta ganhou $\frac{1}{3}$ de um bolo e Tiago $\frac{1}{4}$ do mesmo bolo. Quem ganhou o maior pedaço do bolo? Represente através de uma ilustração o pedaço que cada um recebeu.

Atividade 43 - (<http://servicos.rolandia.pr.gov.br/educacao>) Compare as frações usando os sinais $>$ (maior que), $<$ (menor que) ou $=$ (igual). Não se esqueça de pintar as representações.

 $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$	 $\frac{2}{4} \square \frac{3}{4}$	 $\frac{1}{3} \square \frac{1}{3}$	 $\frac{1}{4} \square \frac{2}{4}$
 $\frac{2}{4} \square \frac{2}{3}$	 $\frac{2}{4} \square \frac{4}{8}$	 $\frac{1}{4} \square \frac{1}{3}$	 $\frac{1}{4} \square \frac{2}{8}$

Fonte: <http://servicos.rolandia.pr.gov.br/educacao>.

Atividade 44 - (Adaptado de: <https://sme.goiania.go.gov.br>) Na empresa em que Paulo trabalha, $\frac{2}{3}$ dos funcionários usa o transporte coletivo para chegar ao trabalho, enquanto $\frac{1}{5}$ dos funcionários usam carros particulares. Qual o tipo de transporte usado pelo maior número de funcionários?



$$\frac{1}{5} \quad ? \quad \frac{2}{3}$$

Fonte: <https://sme.goiania.go.gov.br/conexaoescola/eaja/matematica-comparacao-de-fracoes-e-seus-significados/>

Atividade 45 - (Adaptado de: <https://novaescola.org.br/>) Observe algumas frações unitárias construídas com o mesmo inteiro, mas dividido em quantidades (denominadores) diferentes e, em seguida, responda:



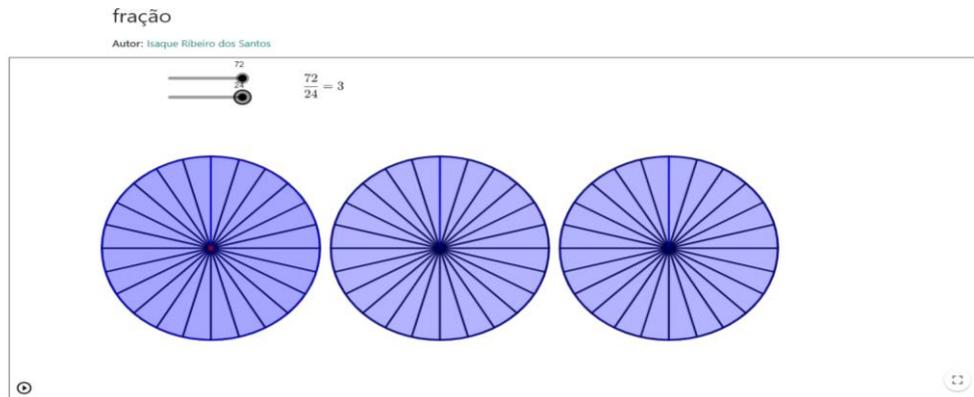
Fonte: <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/comparando-fracoes/938>

- Qual fração é maior?
- Se tivéssemos pintado duas partes de cada figura em vez de uma, mudaria a ordenação das frações?
- Quando duas frações têm o mesmo numerador, como é possível determinar qual a maior sem olhar a figura?

A seguir, a indicação de alguns sites e jogos que podem auxiliar no ensino e aprendizagem de frações, alguns em forma de modelo, prontos para impressão (ou adaptação, caso julgue necessário) e alguns indicados para acesso *on-line*, mas que, em sua maioria, podem ser adaptados em material concreto.

Fração (disponível em: <https://www.geogebra.org/m/HR32cN8E>), destacado na Figura 8, é um *applet* sugerido por Pereira (2021) e apresenta frações em forma de disco(s), onde é possível visualizar frações de tamanho menor ou igual a 3 unidades ($\frac{72}{24}$). Usando os controles deslizantes é possível abordar conceitos de fração com parte-todo, número misto, frações próprias e impróprias, frações equivalentes, adição e subtração de frações etc.

Figura 8: Representação da fração $\frac{72}{24}$ através de discos



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/HR32cN8E>

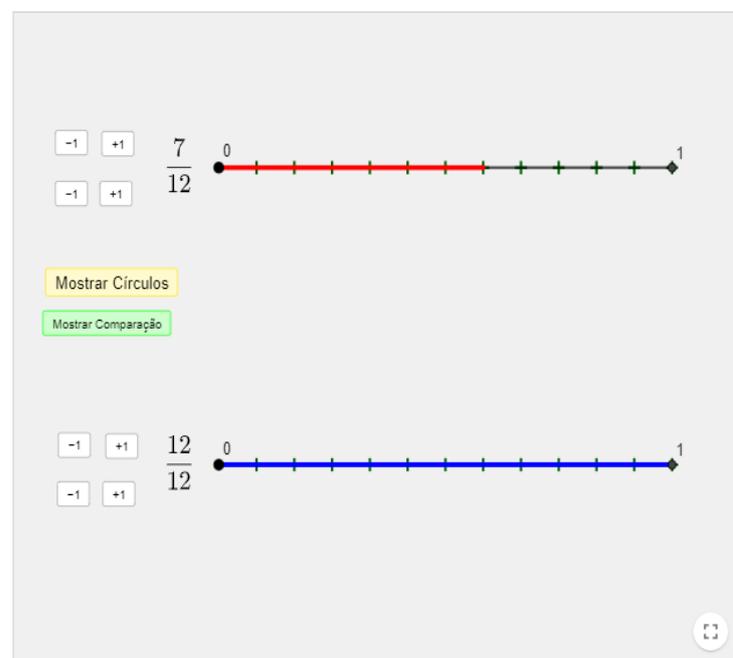
Outro *applet* sugerido por Pereira (2021) é **Comparando frações com linhas e círculos** (disponível em: <https://www.geogebra.org/m/c4mfveca>), apresentado na Figura 9. Aqui além dos círculos são apresentadas frações em linhas e, de forma bem intuitiva, é possível fazer a comparação entre duas frações, entretanto as frações se limitam a numeradores e denominadores menores ou iguais a doze.

Figura 9: Comparação entre as frações $\frac{7}{12}$ e $\frac{12}{12}$

Para usar o *applet*:

Use as caixinhas [-1] e [+1] para diminuir e aumentar os valores, de modo a obter a fração desejada.

Clique em "Mostrar Comparação" para comparar as frações e em "Mostrar Círculos" para mudar de 'linhas' para 'círculos'.



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/c4mfveca>

Além da interface interativa mostrada na Figura 9, o *applet* traz algumas questões, que podem ser respondidas e verificadas através da manipulação das frações com os botões de comando. Algumas dessas questões são ilustradas pela Figura 10.

Figura 10: Questões de “Comparando frações com linhas e círculos”

Questão 1

Compare $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{6}$. Qual é maior?

Compare $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{3}$. Qual é maior?

Compare $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{7}$. Qual é maior?

Aa π Digite sua resposta aqui...

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Questão 2

Compare $\frac{2}{5}$ e $\frac{2}{9}$. Qual é menor?

Compare $\frac{4}{10}$ e $\frac{4}{6}$. Qual é menor?

Compare $\frac{3}{8}$ e $\frac{3}{7}$. Qual é menor?

Aa π Digite sua resposta aqui...

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Questão 3

Compare $\frac{7}{8}$ e $\frac{2}{9}$. Qual é maior?

Compare $\frac{5}{10}$ e $\frac{4}{8}$. Qual é maior?

Compare $\frac{3}{10}$ e $\frac{4}{5}$. Qual é maior?

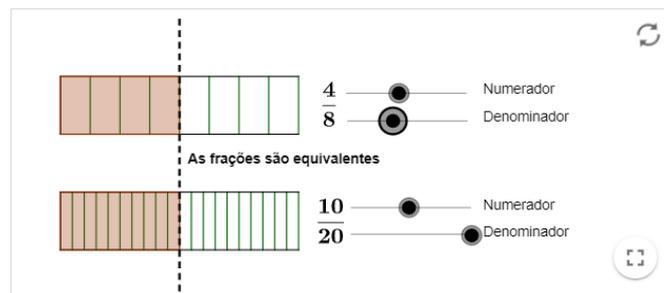
Aa π Digite sua resposta aqui...

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Frações equivalentes – Marília (disponível em: <https://www.geogebra.org/m/d84Me6Gz>), é outro *applet* de interface semelhante aos dois anteriores, onde é possível comparar frações manipulando controles deslizantes e verificar se duas frações são equivalentes, onde denominadores e numeradores se limitam a vinte. A Figura 11, destacada abaixo, traz a comparação de duas frações equivalentes.

Figura 11: Comparação entre as frações $\frac{4}{8}$ e $\frac{10}{20}$

Clique nas bolinhas para alterar o numerador e o denominador correspondente de cada fração.



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/d84Me6Gz>

Além da manipulação das figuras com os controles deslizantes, são apresentadas algumas questões de fácil resolução, conforme apresentado na Figura 12 destacada abaixo.

Figura 12: Questões apresentadas em “Frações equivalentes – Marília”

Explorando o aplicativo tende responder

1) As frações $\frac{6}{9}$ e $\frac{2}{3}$ são equivalente?

Assinale a sua resposta aqui

A Sim

B Não

VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)

2) As frações $\frac{8}{9}$ e $\frac{2}{8}$ são equivalentes?

Assinale a sua resposta aqui

A Sim

B Não

VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)

3) Encontre 3 frações equivalentes a $\frac{3}{6}$

Aa π Digite sua resposta aqui...

Fonte: <https://www.geogebra.org/m/d84Me6Gz>

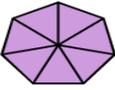
O **Khan Academy** (disponível em: <https://pt.khanacademy.org/>) é uma organização sem fins lucrativos fundada por Salman Khan e, de acordo com o próprio site, oferece exercícios, vídeos educativos e um painel de aprendizado personalizado que habilita os alunos a estudarem no seu próprio ritmo. A plataforma traz videoaulas, exercícios de revisão e testes interativos que abordam desde a introdução ao conteúdo com o reconhecimento de frações até a equivalência e operações. Estão destacados na Figura 13 e Figura 14 algumas atividades disponíveis na plataforma, que pode ser acessada de forma gratuita.

Figura 13: Atividade da plataforma Khan Academy

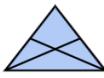
Divida formas em partes iguais
BNCC.Matematica: EF03MA09 

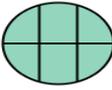
Quais figuras estão divididas em partes iguais?

Escolha todas as respostas aplicáveis:

A 

B 

C 

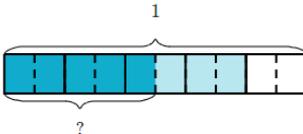
D 

Fonte: <https://pt.khanacademy.org/math/arithmetic/fraction-arithmetic/x18ca194a:fractions-intro/e/that-s-not-fair->

Figura 14: Atividade da plataforma Khan Academy

Multiplicação de frações com imagens
BNCC.Matematica: EF06MA09 

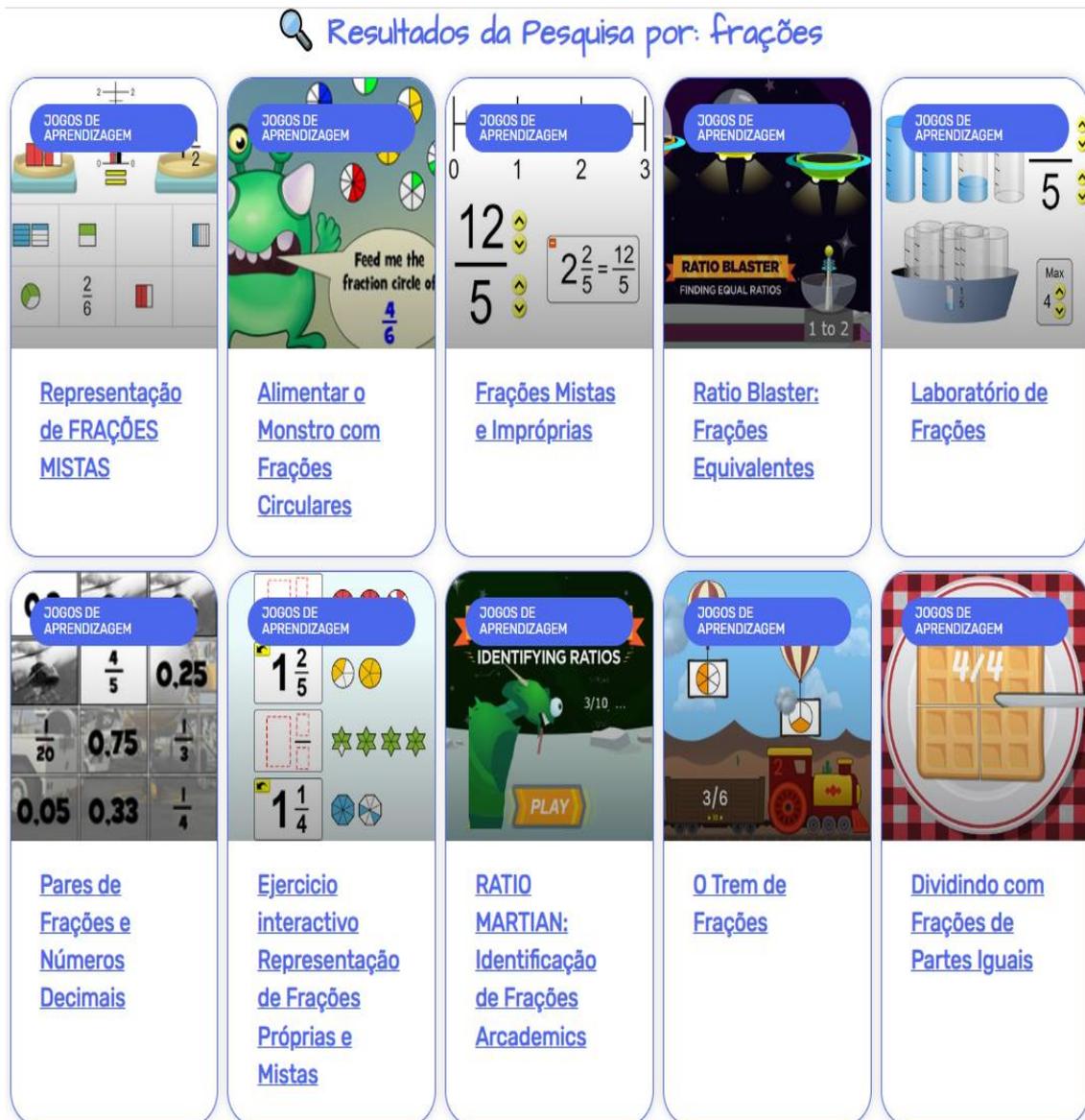
Quanto é $\frac{5}{8}$ de $\frac{4}{5}$?



Fonte: <https://pt.khanacademy.org/math/arithmetic/x18ca194a:multiply-fractions/x18ca194a:multiplying-fractions/e/understanding-multiplying-fractions-by-fractions>

Coquinhos (<https://www.coquinhos.com/>), é um site que traz vários jogos disponibilizados de forma gratuita e de fácil interação. Ao buscar por “frações” na barra de pesquisa são apresentados alguns jogos que abordam o conteúdo de maneira bem lúdica como dominós, jogos da memória, entre outros. Na Figura 15 são apresentados apenas alguns dos vários jogos disponíveis no site.

Figura 15: Alguns jogos disponíveis no site Coquinhos



Fonte: <https://www.coquinhos.com/?s=fra%C3%A7%C3%B5es>

Tiras de frações (Figura 16) foi um material indicado em alguns dos trabalhos (Martinho, 2020; Andrade, 2020; Pereira, 2021) que foram selecionados para compor este estudo. O material é uma adaptação daquilo que foi proposto por Smole (2019) com o jogo **Papa Todas de Frações** (conforme Figura 17, modelo para impressão e

regras do jogo disponíveis em: <https://mathema.com.br/jogos-e-atividades/papa-todas-de-fracoes/>). O jogo é uma ferramenta muito útil para trabalhar a comparação de frações e, em turmas mais avançadas, pode ser jogado sem o auxílio da tira de frações.

Figura 16: Tiras de frações

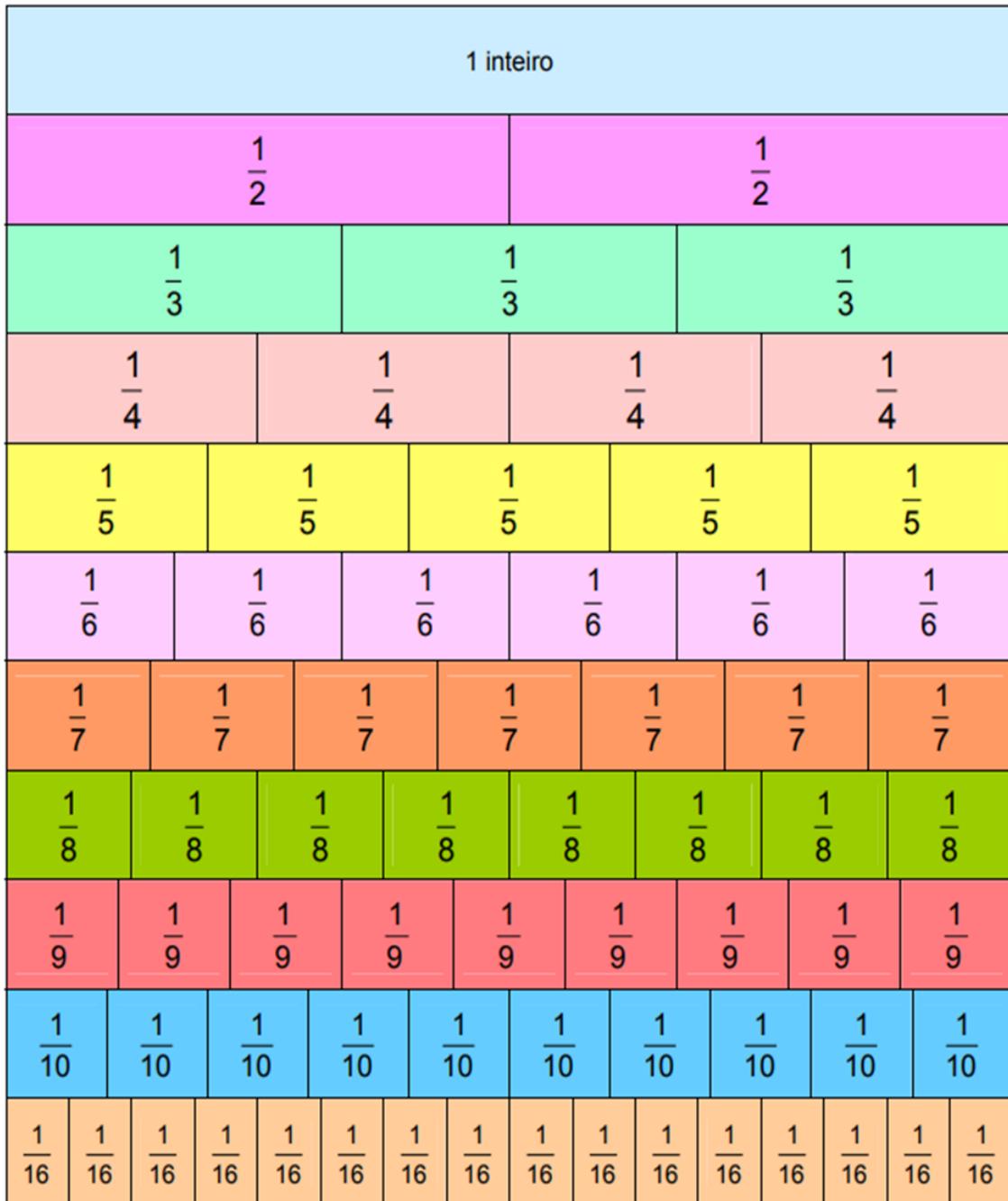
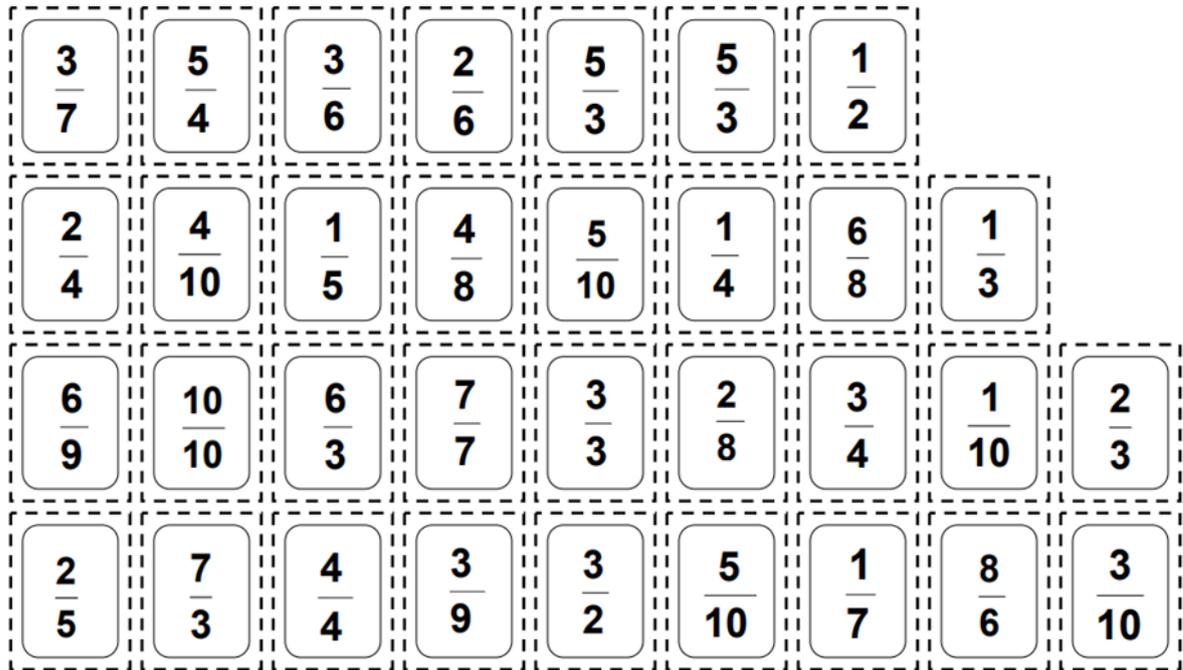


Figura 17: Cartas do jogo Papa Todas



Fonte: https://mathema.com.br/wp-content/uploads/2019/09/cartas-e-tabuleiro_papa-todas-de-fra%C3%A7%C3%B5es.pdf

Os **Discos de frações** (Figura 18) são propostos por Neis (2019) e podem servir como material de apoio nas aulas de matemática desenvolvendo “ideia de frações, na leitura de frações, frações equivalentes, comparação de frações, adição e subtração” (p. 40). Trata-se de um material de simples confecção e pode ser usado de maneira semelhante as Tiras de frações.

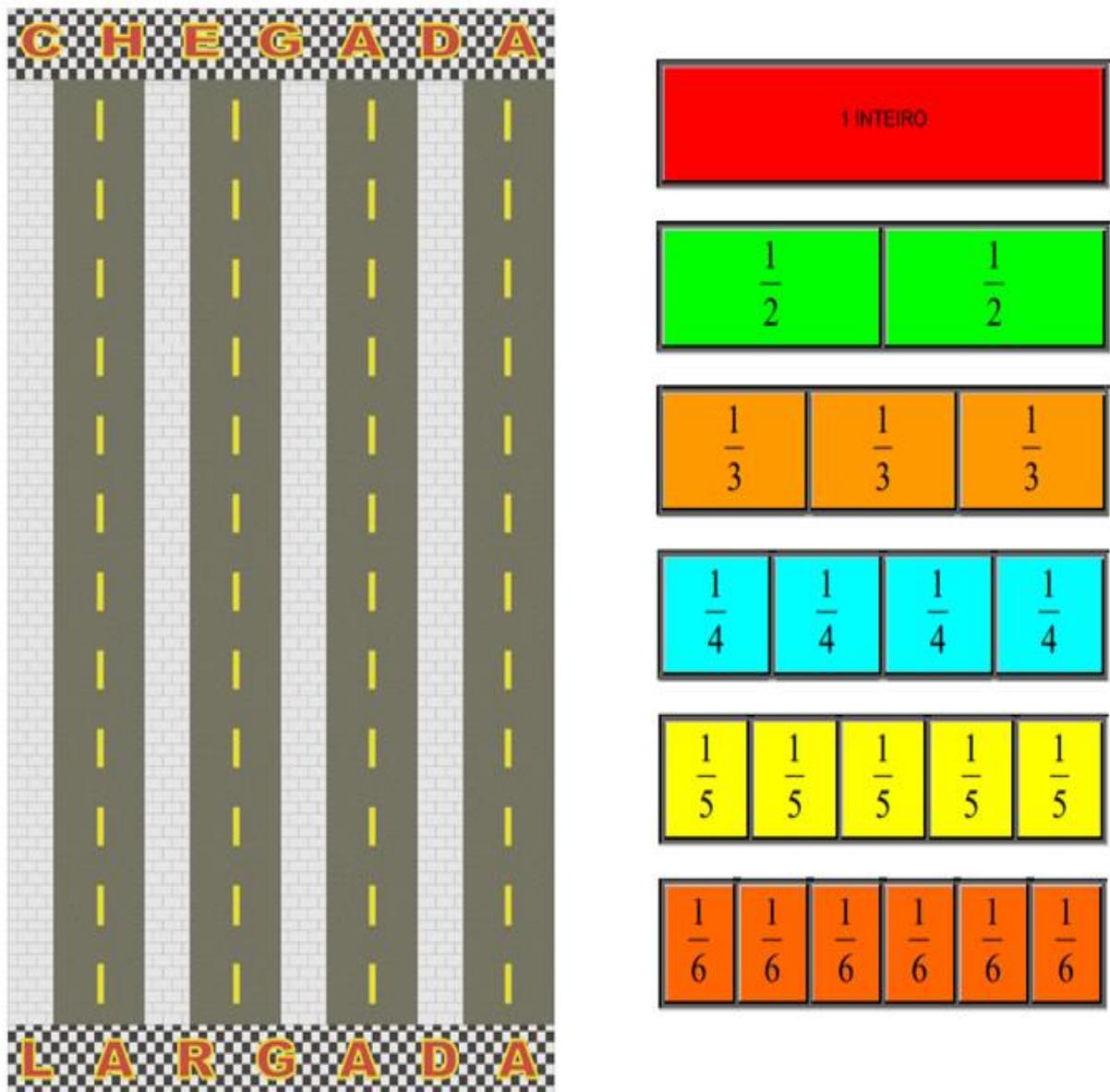
Figura 18: Discos de frações



Fonte: Neis (2019)

O **Grand Prix das Frações** e a **Corrida dos Sabidões** (Figura 19 e Figura 20) são dois jogos de “corrida” propostos por Fedatto (2013), os moldes e regras encontram-se disponíveis em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uel_mat_pdp_elaine_da_silva_fedatto.pdf. O primeiro se trata de uma corrida onde os competidores avançam pela pista conforme a fração tirada no lançamento dos dados. No segundo jogo, os competidores avançam a quantidade de casas estabelecida pela ficha se acertarem a situação problema proposta nela.

Figura 19: Pista e régua de frações do jogo Grand Prix das Frações



Fonte: Fedatto (2013)

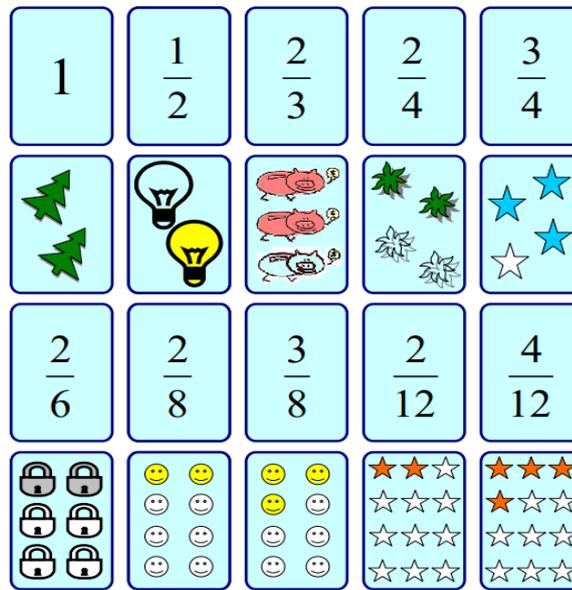
Figura 20: Fichas do jogo Corrida dos sabidões

<p>Questão 01</p> <p>Quanto é $\frac{1}{6}$ de 42?</p> <p>Avance 3 casas</p>	<p>Questão 02</p> <p>Quanto é $\frac{3}{12}$ de 48?</p> <p>Avance 3 casas</p>	<p>Questão 03</p> <p>Quanto é $\frac{7}{15}$ de 60?</p> <p>Avance 3 casas</p>	<p>Questão 04</p> <p>QUANTO É $\frac{12}{100}$ DE 400?</p> <p>Avance 3 casas</p>
<p>Questão 05</p> <p>Se 5 representa $\frac{1}{7}$ dos alunos de uma turma. Quantos alunos são no total?</p> <p>Avance 5 casas</p>	<p>Questão 06</p> <p>César comeu $\frac{2}{9}$ dos biscoitos de um pacote com 27 biscoitos. Quantos biscoitos ele comeu?</p> <p>Avance 5 casas</p>	<p>Questão 07</p> <p>Qual é maior $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{9}$?</p> <p>Avance 5 casas</p>	<p>Questão 08</p> <p>Qual é maior 3,2 ou 3,19?</p> <p>Avance 5 casas</p>
<p>Questão 09</p> <p>Se 20 representa 25% de um valor. Que valor é esse?</p> <p>Avance 8 casas</p>	<p>Questão 10</p> <p>Quanto é 15% de 200?</p> <p>Avance 3 casas</p>	<p>Questão 11</p> <p>Maria ganhou 5% de desconto na compra de um produto que custava R\$ 100,00. Quanto ela pagou pelo produto?</p> <p>Avance 8 casas</p>	<p>Questão 12</p> <p>Se 75 representa 75% de um valor. Que valor é esse?</p> <p>Avance 5 casas</p>
<p>Questão 13</p> <p>O preço de um refrigerante que custava R\$ 1,50 subiu para R\$ 1,80. Qual o percentual desse aumento?</p> <p>Avance 8 casas</p>	<p>Questão 14</p> <p>O preço de um cafézinho que custava R\$ 1,00 subiu para R\$ 1,50. Qual o percentual desse aumento?</p> <p>Avance 8 casas</p>	<p>Questão 15</p> <p>Um produto que custa R\$ 150,00 tem seu preço aumentado para R\$ 168,00. Qual o percentual desse aumento?</p> <p>Avance 8 casas</p>	<p>Questão 16</p> <p>Um produto que custa R\$ 350,00 terá seu preço aumentado em 15%. Quanto passará a custar esse produto?</p> <p>Avance 8 casas</p>
<p>Questão 17</p> <p>Pedro tem 12 anos e seu irmão tem 6 anos. Qual a razão da idade de Pedro para a idade de seu irmão?</p> <p>Avance 5 casas</p>	<p>Questão 18</p> <p>Carlos tem 1,50m de altura e seu pai tem 1,80m. Qual da razão de Carlos e de seu pai?</p> <p>Avance 5 casas</p>	<p>Questão 19</p> <p>Em que razão 25 está para 5?</p> <p>Avance 5 casas</p>	<p>Questão 20</p> <p>Qual a razão inversa de $\frac{5}{9}$?</p> <p>Avance 5 casas</p>
<p>Questão 21</p> <p>A distância entre duas cidades em um mapa com escala 1: 80000 é de 5 cm. Qual a distância entre as duas cidades?</p> <p>Avance 8 casas</p>	<p>Questão 22</p> <p>A embalagem de um produto lê-se: 200g de peso líquido e 350g de peso bruto. Qual a razão do peso líquido para o peso bruto?</p> <p>Avance 8 casas</p>	<p>Questão 23</p> <p>A razão entre o que gasto e o que ganho do meu salário é de $\frac{8}{9}$ e meu salário é R\$ 981,00, quanto sobra por mês?</p> <p>Avance 8 casas</p>	<p>Questão 24</p> <p>Uma sala de aula tem 35 alunos. O número de meninas e meninos está na razão de $\frac{2}{3}$. Quanto dos alunos são meninas?</p> <p>Avance 10 casas</p>
<p>Questão 25</p> <p>Quanto é $\frac{5}{7} + \frac{2}{3}$?</p> <p>Avance 8 casas</p>	<p>Questão 26</p> <p>Quanto é $\frac{5}{7} - \frac{2}{3}$?</p> <p>Avance 8 casas</p>	<p>Questão 27</p> <p>Quanto é $\frac{5}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$?</p> <p>Avance 10 casas</p>	<p>Questão 28</p> <p>Quanto é $\frac{3}{15} + \frac{8}{15} - \frac{6}{15}$?</p> <p>Avance 10 casas</p>
<p>Questão 29</p> <p>Quanto é $2,01 + 3,205$?</p> <p>Avance 3 casas</p>	<p>Questão 30</p> <p>Quanto é $2 - 1,235$?</p> <p>Avance 3 casas</p>	<p>Questão 31</p> <p>Qual é maior 3,875 ou 3,88?</p> <p>Avance 3 casas</p>	<p>Questão 32</p> <p>Qual fração é maior $\frac{1}{6}$ ou $\frac{9}{6}$?</p> <p>Avance 5 casas</p>

Fonte: Fedatto (2013)

Para associar a representação da parte-todo de frações com as figuras correspondentes e realizar a leitura de números racionais Fedatto (2013) também propõem o **Jogo da Memória das Frações** (Figura 21) e o **Dominó das Frações** (Figura 22), dois jogos bem simples e de fácil confecção que podem ser adaptados e expandidos para uso em sala de aula, principalmente nas séries onde se inicia a abordagem do conteúdo de frações ou como atividades extras de fixação.

Figura 21: Jogo da memória de frações



Fonte: Fedatto (2013)

Figura 22: Dominó das frações

$\frac{1}{2}$	Três vinte e cinco avos	$\frac{7}{12}$	Um onze avos	0,1	Sete doze avos
$\frac{1}{3}$	Cinquenta e dois centésimos	$\frac{1}{13}$	Cento e vinte e cinco inteiros e cinco décimos	0,01	Um terço
$\frac{1}{4}$	Cinco nonos	$\frac{1}{15}$	Três sétimos	0,001	Dois inteiros e trinta e cinco centésimos
$\frac{1}{5}$	Dezessete cento e vinte e cinco avos	$\frac{3}{25}$	Cinco inteiros e um centésimo	5,01	Um quinto
$\frac{1}{6}$	Cento e dezanove milésimos	$\frac{17}{125}$	Um centésimo	2,35	Um décimo
$\frac{3}{7}$	Um quarto	$\frac{52}{100}$	Um inteiro e cinco centésimos	1,05	Um oitavo
$\frac{1}{8}$	Dois inteiros e cinco milésimos	$\frac{119}{1000}$	Um quinze avos	2,005	Um sexto
$\frac{5}{9}$	Quatro inteiros, cento e dois milésimos	4,102	Três décimos	125,5	Um milésimo
$\frac{3}{10}$	Oito décimos	0,8	Cento e sessenta e oito milésimos	0,168	Um treze avos
$\frac{1}{11}$	Um meio				

Fonte: Fedatto (2013)

Destaca-se novamente que as atividades, sites e jogos apresentados neste trabalho são apenas sugestões para auxiliar professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem de frações. Esses materiais podem, e devem, ser adaptados conforme a necessidade e a vontade de cada professor, sempre buscando aquilo que melhor se adapte à sua demanda.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Falar de matemática é fácil para quem gosta e é nítido que a maioria das pessoas que possuem aversão a essa disciplina é por conta da defasagem ou dificuldades que tiveram durante sua formação básica. A forma como conceitos fundamentais são transmitidos no Ensino Fundamental, tanto nas séries iniciais quanto nas séries finais, é primordial para despertar no aluno o interesse ou a aversão pela matemática. Por isso, neste trabalho, foi discutido um pouco sobre o ensino de frações, um conceito tão importante, mas que é tido por muitos como algo difícil e sem relações com o cotidiano.

As frações surgiram com a necessidade de se realizar medições e operações com quantidades não inteiras, ou seja, surgiram de uma situação prática, então é primordial que os estudantes percebam as frações em suas atividades cotidianas e, para que isso aconteça, é preciso repensar a prática docente. Exercícios repetitivos, sem contextualização, realizados de forma mecanizada apenas para frisar regras e macetes não trazem melhorias para o ensino de frações nem de qualquer outro conteúdo; é preciso pensar em novas metodologias que melhor se adaptem ao atual cenário educacional. Dessa forma a aprendizagem ocorre de forma prazerosa e significativa, sendo o estudante capaz de construir o conhecimento com a mediação do professor e de associar novos conceitos com aqueles que já estudou.

A partir da pesquisa na literatura, foi possível fazer um levantamento das principais dificuldades sentidas pelos docentes ao ensinar frações, o que foi essencial para o levantamento das atividades que são sugeridas no capítulo 5. Tais atividades visam contribuir com a prática docente, fornecendo subsídio para que o estudante possa desenvolver e aprimorar seus conhecimentos sobre os números racionais, sem focar no uso de regras e na reprodução de algoritmos.

Atividades que buscam a compreensão efetiva do conceito de frações, em substituição às tradicionais e repetitivas, além de despertar um maior interesse por parte dos estudantes, ainda tornam a aprendizagem significativa, pois colocam o estudante como protagonista na aula e o professor tem o papel fundamental de mediar a construção do conhecimento por meio de indagações, sugestões e encaminhamentos.

Com as discussões realizadas sobre o ensino de frações, com o levantamento dos obstáculos enfrentados no seu ensino e aprendizagem e com as atividades que foram propostas, se tem como finalidade auxiliar os professores e alunos no sentido de amenizar as dificuldades elencadas buscando uma concreta compreensão dos conceitos por parte dos estudantes. Acredita-se, dessa forma, que este trabalho traz uma contribuição efetiva e significativa em um campo que ainda demanda de muito estudo e investigações. Ademais, este trabalho pode ser analisado, adaptado e aplicado em estudos posteriores.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, D. S. A. **Dando sentido ao ensino aprendizagem da adição de frações.** Itabaiana - SE: 2020. Dissertação (Mestrado Profissional Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Sergipe. Itabaiana – SE.
- BARROS, M. J. C. dos S. **Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas: desafio para a formação inicial.** 2007. 130 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2007.
- BENINCÁ, M. **Investigando a aprendizagem de frações nas séries iniciais do Ensino Fundamental II.** Vitória – ES: 2020. Dissertação (Mestrado Profissional Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Espírito Santo – UFES.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Entenda como funciona a Base Nacional Comum Curricular.* Brasília, 2020. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/85151-entenda-como-funciona-a-base-nacional-comum-curricular#:~:text=A%20Base%20Nacional%20Comum%20Curricular%20\(BNCC\)%20%C3%A9%20um%20documento%20que,as%20diretrizes%20em%20seus%20curr%C3%ADculos](http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/85151-entenda-como-funciona-a-base-nacional-comum-curricular#:~:text=A%20Base%20Nacional%20Comum%20Curricular%20(BNCC)%20%C3%A9%20um%20documento%20que,as%20diretrizes%20em%20seus%20curr%C3%ADculos). Acesso 22/02/23.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CARDOSO, L. S. **O desenvolvimento de uma sequência didática para trabalhar o conceito de fração com professores de 4° e 5° anos do ensino fundamental.** Palmas - TO, 2020. Dissertação (Mestrado Acadêmico). Universidade Federal de Tocantins. Programa de Pós-Graduação em Educação. Palmas - TO.
- CARVALHO, I. R. C. **O uso da linguagem para ensinar frações na transição do quinto para o sexto ano do ensino fundamental.** São Paulo – SP: 2022. Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação Educação Científica, Matemática e Tecnológica) -Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2022.
- CELESTINO, K. G. **As frações em algumas civilizações antigas.** In: XIV EPREM – Encontro Paranaense de Educação Matemática, Cascavel: Unioeste de Cascavel, p. 1-16, 2017. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/157/205
- EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Tradução: Higino H. Domingues. 5ª ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.
- FEDATTO, E. S. **Uso de Jogos de Fração na Sala de Apoio à Aprendizagem.** Paraná: Governo do Estado, 2013.
- FERRAZ, A. P. C. M.; BELHOT, R. V. Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição dos objetivos instrucionais. **Gestão e Produção.** São Carlos, v. 17, n. 2, p. 421-431, 2010. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/gp/a/bRkFgcJqbGCDp3HjQqFdqBm/?format=pdf&lang=pt>

- FISCHER, D. S. O. **Investigando o ensino e a aprendizagem de multiplicação de frações**: um estudo com aluno do 6º ano. Porto Alegre – RS: 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6 ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- JOSÉ, W. A. **Obstáculos epistemológicos inerentes ao ensino de fração**. Palmas - TO, 2021. Dissertação (Mestrado Acadêmico), Universidade Federal do Tocantins, Palmas, 2021.
- LIMA, R. J. **Uma proposta de ensino e aprendizagem de frações no 6º ano do Ensino Fundamental II**. Mossoró – RN: 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional – Universidade Federal Rural do Semiárido (UFERSA).
- LOPES, A. J. **O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos Ihes Ensinar Frações**. Boletim de Educação Matemática, vol. 21, núm. 31, 2008, pp. 1-22 Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Rio Claro, Brasil.
- LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3º ed. rev. - Campinas, SP: Autores Associados, 2010.
- MARTINHO, G. A. **O ensino de equivalência de frações para compreensão das operações de adição e subtração**. Belo Horizonte – MG: 2020. Dissertação (Mestrado em Educação e Docência) – Universidade Federal de Minas Gerais.
- NEIS, V. S. **A utilização de materiais concretos no ensino de fração**. Orientador: José Ricardo Souza Mafra. 2019. 76f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/handle/123456789/295> Acesso em: 11/04/2023
- NUNES, D. D. S. **Intervenção voltada à construção dos diferentes significados do conceito de fração no 8º ano do Ensino Fundamental a partir de uma revisão sistemática**. Juazeiro – BA, 2023. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) -Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro - BA, 2023.
- OLIVEIRA, P. R.; SALES, A. **Conceito de fração: da origem do conceito ao saber ensinado no trilhar do 5º ao 7º ano do ensino fundamental**. In: VI Seminário Internacional América Platina. Campo Grande, MS, 2016.
- PEREIRA, S. C. **O estudo de frações a partir de uma perspectiva conceitual - Proposta de sequência didática para o 7º ano do Ensino Fundamental**. Vitória – ES: 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Espírito Santo.
- RÊGO, F. D. L. **Ensino de frações em turmas do 6º ano fundamental com uso da abordagem STEAM** (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics). Belém: 2022, 76p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Pará, Belém/Pará.
- REZENDE, V.; NOGUEIRA, C. M. I. Indicativos de números irracionais nas antigas civilizações: Egito, Babilônia e Grécia. **Revista NUPEM**, Campo Mourão, v. 5, n. 8,

jan./jun. 2013. ISSN 2176-7912. Link de acesso: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/nupem/article/view/5363>

ROCHA, K. V. O. **O texto e o contexto do ensino de frações nos livros didáticos de matemática**. Campina Grande: 2021, 150p. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

SÁ, P. F.; LOPES, A. C. M. **Aspectos históricos da matemática elementar**. ISBN: 978-85-98249-33-9. Belém: CCSE-UEPA, 2018. Disponível em: <https://ccse.uepa.br/ppged/wp-content/uploads/2018/11/Aspectos-Historicos-da-Mat-Elementar-E-book-UEPA.pdf>

SANTOS, E. S. C. **A construção do conceito de números fracionários ordinais por reconstrução e ressignificação de experiência**. Brasília: 2008. 96p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Católica de Brasília - UCB, Brasília.

SANTOS, H. R.; RECK, J. **Investigação e reflexão no 6º ano: A importância do ensino das frações na percepção dos docentes e discentes**. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 05, Ed. 09, Vol. 08, pp. 175-195. Setembro de 2020. ISSN: 2448-0959, Link de acesso: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/ensino-das-fracoes>

SANTOS, R.; FONSECA, S. S. **Dificuldades dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em Aprender Fração**. In: Revista Insignare Scientia, Vol. 2, n. 1. Jan./Abr. 2019. ISSN 2595-4520. Disponível em: <https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/RIS/article/view/10724/7141>

SANTOS, S. F. dos. **O uso do Tangram como Proposta no Ensino de Frações**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2019.

SMOLE, K. S. **Papa todas de frações**. *Mathema*. 2019. Disponível em: <https://mathema.com.br/jogos-e-atividades/papa-todas-de-fracoes/> . Acesso em: 03/08/2023.

TORRES, E. T. B. **Atividades de aprendizagem de fração por meio da taxonomia de Bloom revisada e da BNCC**. Sinop – MT, 2022. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade do Estado de Mato Grosso, Campus de Sinop - MT, 2022.

VALERA, A. R. **Uso social e escolar dos números racionais: representação fracionária e decimal**. Marília: 2003, 164p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília.