UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Fabiano Ferreira da Silva

Uma proposta para o ensino de equações do primeiro grau com aplicações na eletrônica

RECIFE
2023

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Fabiano Ferreira da Silva

Uma proposta para o ensino de equações do primeiro grau com aplicações na eletrônica

Dissertação de mestrado apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Fabiano Barbosa Mendes da Silva

RECIFE
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S586p Silva, Fabiano Ferreira
Uma proposta para o ensino de equações do primeiro grau com aplicações na eletrônica / Fabiano Ferreira Silva. - 2023.
96 f. : il.

Orientador: Fabiano Barbosa Mendes da Silva.
Inclui referências.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Recife, 2023.

1. Equações do 1º grau. 2. Interdisciplinaridade. 3. Circuitos eletrônicos. I. Silva, Fabiano Barbosa Mendes da, orient. II. Título

CDD 510

FABIANO FERREIRA DA SILVA

Uma proposta para o ensino de equações do primeiro grau com aplicações na eletrônica

Trabalho apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT do Departamento de Matemática da UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNANBUCO, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Aprovado em 18/08/2023

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Fabiano Barbosa Mendes da Silva (Orientador) **-** UFRPE

Profa. Dra. Maria Aparecida da Silva Rufino - UPE

Prof. Dr. Thiago Yukio Tanaka - UFRPE

Dedico esta dissertação a Deus e à minha família, em especial, à minha esposa Ângela Maria e à minha filha Esther Beatriz.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pois apesar de todas as adversidades, inclusive aquelas ocasionados pela *COVID 19*, sempre me concedeu saúde para continuar em busca do tão sonhado título de mestre em matemática.

Em seguida, agradeço à minha esposa, Ângela Maria de Souza Silva, por todo apoio durante os dois anos e meio, desde o início dos cursos de números e funções reais e matemática discreta até a escrita deste trabalho. Sem seu companheirismo e suas palavras de encorajamento tudo ficaria mais difícil.

Também agradeço aos meus pais, em especial, a minha mãe, Marluce Amarina Ferreira de Lima, pois, apesar de todas as dificuldades financeiras, sempre se esforçou para me proporcionar a melhor educação possível.

Dirijo meu próximo agradecimento ao meu orientador Prof. Dr. Fabiano Barbosa Mendes da Silva, que me aceitou de imediato como orientando quando precisei mudar de orientador. Agradeço por sua disponibilidade e orientações sempre que precisei, pois sem elas o desenvolvimento e a conclusão deste trabalho seriam inviáveis.

Agradeço ainda aos colegas de turma pela união, pelo compartilhamento de ideias e pelas palavras de motivação, principalmente quando o desempenho nas disciplinas não era o esperado. Dentre os colegas, destaco os discentes Maurício e Antônio que sempre nos ajudaram nas resoluções das diversas listas de exercícios.

Não poderia deixar de agradecer a todos os professores ministrantes ou mediadores das disciplinas, minicursos ou palestras, que precisaram readaptar suas aulas devido à necessidade de isolamento causado pela pandemia da *COVID 19*.

Por fim, agradeço à coordenação do *PROFMAT* na *UFRPE*, representada pelo Prof. Dr. Eudes Mendes Barboza, que sempre esteve nos apoiando e esclarecendo nossas dúvidas quando necessário.

"Mas esforçai-vos, e não desfaleçam as vossas mãos;
porque a vossa obra tem uma recompensa."
(Bíblia Sagrada, 2 Crônicas 15.7)

Resumo

Resultados de avaliações recentes destinadas a analisar a qualidade da educação básica no Brasil mostram um retrocesso na aprendizagem de matemática por parte dos estudantes. Isso indica a necessidade do desenvolvimento de aulas diversificadas a fim de amenizar esse problema. Desse modo, o grande desafio que se estabelece ao professor é propor atividades pedagógicas que despertem nos alunos o interesse pelo estudo de matemática. Este trabalho apresenta uma metodologia para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita por meio de aulas expositivas e práticas, demonstrativas e de verificação, envolvendo alguns circuitos eletrônicos simples. O desenvolvimento desta dissertação baseou-se em trabalhos que indicam a interdisciplinaridade e as atividades práticas como uma forte ferramenta no desenvolvimento do ensino aprendizagem de matemática. Um dos objetivos principais deste trabalho é apresentar uma sequência didática composta por sete aulas que foi aplicada a vinte e três alunos de 8º ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública do município de Cabo de Santo Agostinho - PE. Para o desenvolvimento dessa sequência foram utilizados alguns componentes eletrônicos de baixo custo, a saber: resistores, potenciômetros, diodos emissores de luz e matrizes de contatos. Além disso, foram utilizados multímetros digitais e uma fonte de tensão de bancada com saída ajustável. A fim de verificar os ganhos na aprendizagem por parte dos alunos participantes, foram aplicados dois questionários, um antes e outro após a vivência da sequência didática. Através dos resultados dos questionários, dos trabalhos que embasaram esta dissertação e da vivência da sequência didática foi possível constatar que a metodologia apresentada neste trabalho aponta para resultados positivos quanto a elevação nos índices de aprendizagem sobre equações polinomiais do 1º grau.

Palavras-chave: Equações do 1º Grau. Interdisciplinaridade. Circuitos Eletrônicos.

Abstract

Results of recent evaluations designed to analyze the quality of basic education in Brazil show a setback in students' learning of mathematics. This indicates the need to implement diversified approaches in class in order to alleviate this problem. Hence, the great challenge for the teacher is to propose pedagogical activities that awaken in students the interest in the study of mathematics. This work presents a methodology for teaching 1st degree polynomial equations with one unknown through expository and practical, demonstrative and verifying classes, involving some basic electronic circuits. The development of this dissertation was based on researches that point interdisciplinarity and practical activities as a powerful tool in the development of mathematics teaching and learning. One of the main objectives of this paper is to present a didactic sequence composed of seven classes that was applied to twenty-three students of the 8th grade (middle school) in a public school in Cabo de Santo Agostinho - PE. For the development of this sequence, some low-cost electronic components were used, videlicet: resistors, potentiometers, light emitting diodes and contact arrays. In addition, digital multimeters and a bench voltage source with adjustable output were used. In order to verify the gains in learning by the participating students, two questionnaires were applied, one before and the other after experiencing the didactic sequence. Based on the results of the questionnaires, on the works that supported this dissertation and the experience of the didactic sequence, it was possible to verify that the methodology presented in this academic paper points to positive results regarding the increase in the learning indexes concerning 1st degree equations.

Keywords: 1st Degree Equations. Interdisciplinarity. Electronic Circuits.

Lista de ilustrações

Sumário

Introdução

A ideia para o desenvolvimento deste trabalho surgiu da necessidade de resgatar algumas aprendizagens que apresentavam consideráveis déficits por parte dos alunos. Nesse período, os alunos estavam retomando às aulas presenciais, antes, totalmente na modalidade *on-line*. Nessa retomada, era possível notar o desestímulo nos estudantes quanto ao desenvolvimento das atividades escolares. Para agravar a situação os índices nacionais indicavam um retrocesso quanto a aprendizagem de matemática no ensino fundamental.

De acordo com dados do *INEP* (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), divulgados em setembro de 2022, os estudantes brasileiros do 5º ano do ensino fundamental (*EF*) obtiveram proficiência média em matemática de 228 pontos na prova do *SAEB* (Sistema de Avaliação da Educação Básica) de 2019 e de 217 pontos no *SAEB* de 2021, constatando, dessa forma, uma queda de cerca de 4,8% na pontuação durante o último biênio em que houve a avaliação.

Em relação aos alunos do ensino fundamental dos anos finais, representados pelos alunos do 9º ano, foi constatada uma proficiência média em matemática igual 263 pontos no *SAEB* de 2019 e 256 pontos no *SAEB* de 2021. A queda, nesse caso, foi de cerca de 2,6%. Além disso,

> As análises dos resultados do *SAEB* concernentes aos níveis de aprendizado alcançados pelos alunos do 5º e do 9º anos do *EF* [...] demonstram que houve, em 2021, uma redução dos percentuais de alunos cuja proficiência alcança ou supera o nível adequado de aprendizado [...] em matemática, nas três etapas de ensino. Essa diminuição é observada em todas as redes de ensino (municipal, estadual, federal e privada), nas escolas das zonas rural e urbana e na grande maioria das unidades federativas (BOF; MORAES, 2022, p.27).

Outro fato de merece atenção está relacionado aos resultados obtidos antes do ano de 2019. A partir do ano de 2013 até o ano de 2019 os resultados das proficiências em matemática dos alunos do 5º e 9º anos sempre apresentaram crescimento em relação à edição anterior. "[...] a tendência geral de aumento das médias de desempenho observada até 2019 é rompida em 2021, quando houve um decréscimo da proficiência média dos estudantes brasileiros, tanto em língua portuguesa quanto em matemática, nos três anos/série avaliados" (BOF; MORAES, 2022, p.4).

É importante destacar que as dificuldades, quanto a compreensão dos conteúdos por parte dos alunos do ensino fundamental, são bem mais acentuadas quando eles têm os primeiros contatos com o estudo de equações polinomiais do 1º grau, provavelmente por exigir deles uma maior capacidade de generalização. A defasagem na compreensão desse conteúdo afeta negativamente a aprendizagem de conteúdos posteriores e isso pode ser um dos fatores que contribuem para gerar os baixos índices na aprendizagem de matemática no ensino fundamental a nível nacional.

Com intuito de ajudar a melhorar esse cenário, optou-se por trabalhar as equações polinomiais do 1º grau. E como forma de motivar o estudo do assunto proposto, foi elaborada uma metodologia baseada na interdisciplinaridade entre equações polinomiais do 1º grau e conhecimentos básicos de eletrônica. Tal metodologia foi aplicada por meio de aulas expositivas e experimentais, demonstrativas e de verificação, apresentando aplicações reais da matemática no cotidiano. De acordo com MEDEIROS e WELTER (2015, p.9)

> Um aspecto que falta no ensino aprendizagem da matemática é a interdisciplinaridade que pode ser de grande valia para que o aluno possa aprender os conteúdos de forma mais clara, pois a interdisciplinaridade é um elemento que trabalha a interação de diversos campos de conhecimentos. Trabalhando a matemática de forma interdisciplinar, torna o processo de aprendizagem mais dinâmico e com mais aplicabilidade [...].

Para Pacheco (2015) seja qual for a área de conhecimento, as atividades experimentais, que apresentam caráter lúdico, geram entusiasmo e curiosidade entre os alunos. Essas características permitem a construção da aprendizagem proporcionando ao aluno a obtenção de níveis de conhecimentos cada vez mais complexos e abrangentes.

Delattre e Guilhem (2010) afirmam que a matemática pode se tornar mais atrativa quando usada em situações reais possibilitando o desenvolvimento de um ensino mais prático e envolvente. Desse modo, a aprendizagem torna-se mais significativa tendo em vista que os alunos passam a notar a importância dessa disciplina em seu cotidiano.

Uma das finalidades deste trabalho é apresentar alguns aspectos pedagógicos e históricos relacionados ao ensino da álgebra com ênfase no ensino de equações polinomiais do 1º grau, que são de grande importância para os professores no desenvolvimento de suas atividades diárias. Além disso, é apresentada uma metodologia pautada em aulas expositivas e práticas para o ensino de equações polinomiais do 1º grau utilizando algumas noções de eletrônica e equipamentos e componentes eletrônicos de baixo custo.

No primeiro capítulo são apresentados alguns momentos históricos que contribuíram para o desenvolvimento da álgebra, em especial das equações polinomiais do 1º grau, desde algumas civilizações antigas até os dias atuais.

Algumas definições e aspectos pedagógicos relacionados ao ensino de álgebra, em especial de equações polinomiais do 1º grau no ensino fundamental, bem como suas contribuições quando utilizadas como base no desenvolvimento de aulas visando a construção de aprendizagens por parte dos estudantes, são apresentados no segundo capítulo.

No capítulo três são apresentadas definições, além de algumas técnicas para resolução de equações polinomiais do 1º grau com variados níveis de dificuldade.

A aplicação da metodologia defendida neste trabalho torna-se praticamente inviável sem o desenvolvimento de aulas práticas experimentais. Pensando nisso, foi desenvolvido o capítulo quatro que trata da importância do trabalho pedagógico interdisciplinar por meio desse tipo aula.

Para o desenvolvimento das aulas práticas de forma interdisciplinar foi necessário trabalhar as definições de algumas grandezas, a saber: tensão, corrente e resistência elétrica. As leis de Ohm e Kirchhoff, bem como, as definições e características do resistor, potenciômetro, *LED* (diodo emissor de luz), matriz de contatos, multímetro e fonte de bancada, também foram objetos de estudos durante as aulas. No capítulo cinco está apresentado um resumo desses conteúdos.

Entre os dias 01 e 29 de novembro de 2022 foi aplicada uma sequência didática desenvolvida com base na metodologia apresentada ao longo deste trabalho. Composta por sete aulas, a aplicação dessa sequência foi destinada a um grupo de vinte e três alunos de 8º ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública de ensino do município do Cabo de Santo Agostinho-PE. Os detalhes encontram-se descritos no capítulo seis.

Por meio das observações e intervenções durante as aulas e da aplicação de dois questionários, um pré-teste e outro pós-teste, foi possível constatar por parte dos estudantes, um ganho significativo quanto à compreensão da definição, estrutura e resolução de uma equação polinomial do 1º grau, assim como a capacidade de resolver problemas a ela relacionados. O capítulo sete foi destinado à apresentação desses resultados.

1 A presença das equações polinomiais do 1º grau na história da matemática

Por meio de uma abordagem pedagógica baseada na História da Matemática é possível introduzir diversos conteúdos matemáticos em sala de aula. As concepções acerca das equações polinomiais do 1º grau, do modo como são vistas nos dias atuais, estruturaram-se mediante diversos estudos e aplicações ao longo de vários anos. A fim de reforçar a importância do ensino dessas equações, apresentamos neste capítulo uma visão histórica menos eurocêntrica a elas relacionadas.

1.1 Babilônia

Há cerca de dois mil anos antes da era cristã, diversos povos, dentre eles, os sumérios, os assírios, os medos e os persas constituíam o que hoje é conhecido como civilizações babilônicas. Os conhecimentos desenvolvidos por essas civilizações eram registrados em tábuas de barro por meio de uma escrita cuneiforme, ou seja, em forma de cunhas (BOYER; MERZBACH, 2018).

A característica cuneiforme também era usada para representar os números. Para essas representações, os babilônios utilizavam um sistema de numeração de base 60 (PEREIRA et al., 2022). Nos dias atuais, esse sistema de numeração ainda está presente nas medidas de tempo e ângulos.

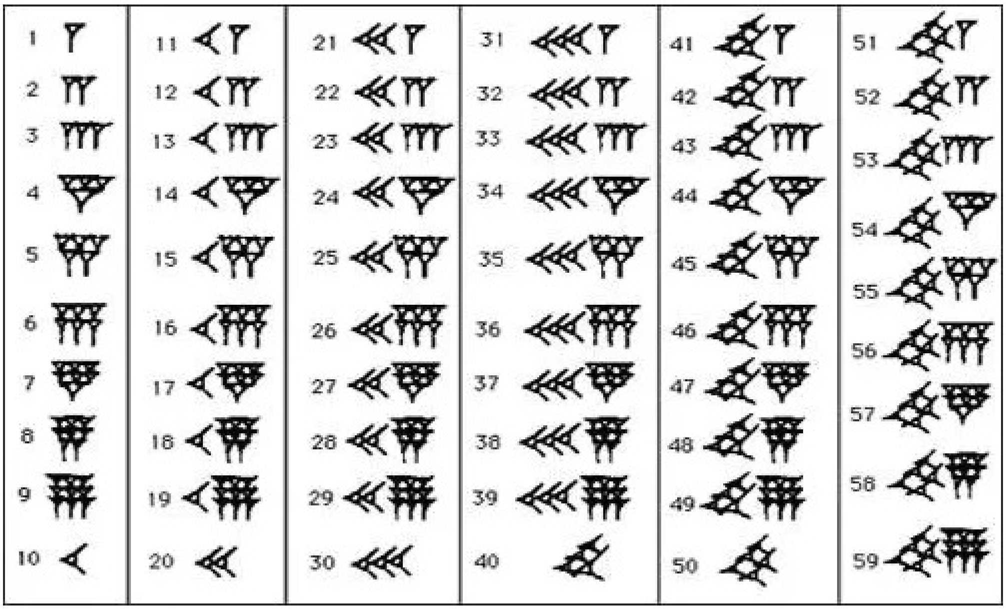
PEREIRA et al. (2022, p.47), afirmam:

> Os babilônios utilizavam o sistema de numeração sexagesimal posicional, no qual cunhas posicionadas à esquerda representavam valores maiores. Os números 1 e 10 eram representados por símbolos diferentes, em que a combinação dos dois gerava os números até 60. Ao chegar ao número 60, repetia-se o procedimento na posição à esquerda dos números anteriores, assim, qualquer valor podia ser escrito pelos dois símbolos.[...] O sistema numérico presente nas tábuas de aproximadamente 1700 a.C. não apresenta símbolo para o zero, os babilônios deixavam um espaço para representar o número.

A figura 1, a seguir, apresenta os números babilônicos de 1 a 59.

Diversos problemas matemáticos foram encontrados nas tábuas babilônicas. Alguns desses problemas podem, por exemplo, ser estruturado por meio de equações polinomiais do 1º grau (PEREIRA et al., 2022).

Figura 1 – Números babilônicos de 1 a 59



Fonte: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/sistema-numeracao-babilonico.htm

Em seu artigo relacionado à história da matemática, Ortiz (2020, p.7) apresenta o seguinte problema: “Encontrei duas pedras iguais de massa desconhecida. Quando subtraí 3 minas, restaram 17 minas. Qual é a massa de uma das pedras?”.

De acordo com Ortiz (2020), os babilônicos resolviam esse problema somando 3 a 17 e dividindo o resultado por dois. Esse problema pode ser representado pela equação $2x - 3 = 17$, em que o valor de x representa a massa de cada pedra. Nesse caso, x é igual a 10, ou seja, a massa de cada pedra equivale a 10 minas.

Um dos problemas babilônicos envolvendo equações polinomiais do 1º grau, apresentado por Boyer e Merzbach (2018, p.44), está descrito as seguir: “$\frac{1}{4}$ da largura + comprimento = 7 mãos e comprimento + largura = 10 mãos”.

Para resolver esse problema, os babilônicos consideravam, primeiramente, uma “mão” igual a cinco “dedos”. A partir daí, podemos reescrever o problema como: $\frac{1}{4}$ da largura + comprimento = 35 dedos e comprimento + largura = 50 dedos. Dessa forma, era menos difícil notar que uma “largura” equivale a 20 “dedos” e que um “comprimento” equivale a 30 “dedos” (BOYER; MERZBACH, 2018).

Considerando a álgebra usada atualmente, podemos representar por x a quantidade de “mãos” que equivale a um “comprimento”, e por y a quantidade de “mãos” que equivale a uma “largura”. Com isso, obtemos as seguintes equações: $y + 4x = 28$ e $y + x = 10$. Por meio da subtração entre a primeira e a segunda equação, obtemos, $4x - x = 28 - 10$ e, consequentemente, concluímos que $x = 6$ mãos e $y = 4$ mãos. Levando em consideração que uma “mão” equivale a cinco “dedos”, encontramos a mesma solução dos babilônicos

(BOYER; MERZBACH, 2018).

1.2 Egito Antigo

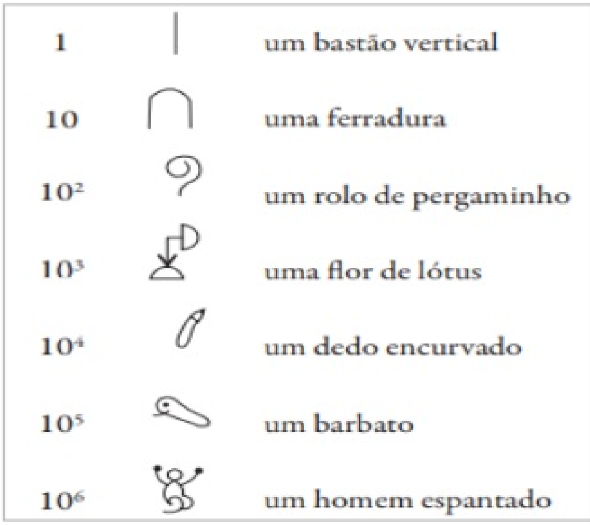
Desenvolvida ao longo do vale do rio Nilo, a civilização do Egito antigo datada de cerca de 3000 a.C. é conhecida, dentre outros feitos, pelas grandes construções arquitetônicas, nas quais se destacam as pirâmides. Essas construções caracterizam-se como um fator essencial para o desenvolvimento da matemática egípcia (PEREIRA et al., 2022).

Para representar os números, os egípcios utilizavam um sistema de numeração hieroglífico de base 10. Nesse sistema de numeração,

> Um traço vertical representa uma unidade, um V invertido indicava 10, um laço que lembra um pouco a letra C maiúscula valia 100, uma flor de lótus, 1.000, um dedo dobrado, 10.000, um peixe era usado para indicar 100.000 e uma figura ajoelhada (talvez o deus do Sem-fim) 1.000.000 (BOYER; MERZBACH, 2018, p.30).

A figura abaixo apresenta esses símbolos com seus respectivos valores.

Figura 2 – Numeração hieroglífica na base 10

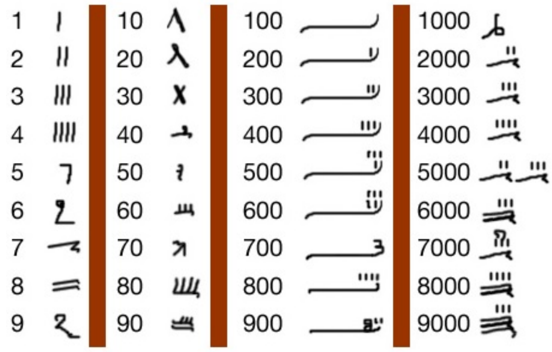


Fonte: Eves (2011, p.31)

Derivado do sistema de numeração hieroglífico, o sistema de numeração hierático também foi utilizado pelos egípcios. Esse sistema é composto por “nove símbolos diferentes para as unidades, as dezenas e centenas e assim sucessivamente” (PEREIRA et al., 2022, p.32), como apresentado na figura 3.

Para registro de seus conhecimentos, era comum os egípcios utilizarem os papiros, assim denominados, por serem confeccionados a partir do caule de uma planta também denominada de papiro (PEREIRA et al., 2022). Dentre os papiros que se tem conhecimento,

Figura 3 – Numeração hierática na base 10



Fonte: https://conceitos.com/wp-content/uploads/Numeros-Egipcios.jpg

destaca-se o *Papiro de Rhind ou de Ahmes* que é considerado como o principal documento de registros matemáticos do Egito antigo (BOYER; MERZBACH, 2018).

O problema 24 do *Papiro de Rhind* pode ser representado por uma equação polinomial do 1º grau. Nesse problema, pede-se para determinar o valor de uma "pilha", sabendo-se que uma "pilha" mais um sétimo de "pilha" resulta em 19 (BOYER; MERZBACH, 2018).

A resolução egípcia baseia-se no método da falsa posição, ou seja, estipula-se inicialmente um valor, provavelmente falso, para uma pilha, em seguida calcula-se a soma entre esse valor e um sétimo dele. No papiro de Rhind o valor inicial atribuído a uma pilha é 7. Logo, $7 + \frac{1}{7}$ de 7 é igual a 8. Nota-se portanto, que 7 não é solução do problema. Todavia, 8 multiplicado por $(2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8})$ resulta em 19. Consequentemente, $(7 + \frac{1}{7}$ de $7)$ multiplicado por $(2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8})$ é igual a 19. Ou seja, $7\cdot(2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}) + \frac{7\cdot(2+\frac{1}{4}+\frac{1}{8})}{7}$ também resulta em 19. Dessa forma, para obter a solução, basta multiplicar 7 por $(2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8})$. O resultado apresentado corretamente no papiro é $16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ (BOYER; MERZBACH, 2018).

Em nossa notação, podemos representar esse problema pela seguinte equação: $x + \frac{x}{7} = 19$, em que x representa o valor de uma "pilha". Resolvendo essa equação obtemos, $x = \frac{133}{8}$ que é igual a $(16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8})$.

1.3 Grécia Antiga

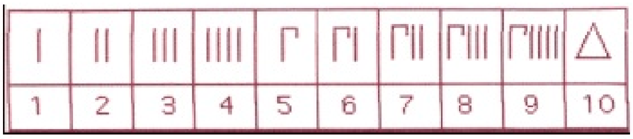
As grandes transformações econômicas e políticas ocorridas por volta de 900 a.C. caracterizam-se como fatores determinantes para o enfraquecimento das hegemonias babilônicas e egípcias. As diversas migrações e guerras ocorridas nessa época proporcionaram o estabelecimento de novos povos. Dentre eles, destacavam-se os gregos (STRUIK, 1989).

Diversas foram as contribuições proporcionadas pelos gregos quanto ao desenvolvimento da matemática que temos hoje.

> Os primeiros estudos de matemática grega tinham um objectivo principal: compreender o lugar do homem no universo de acordo com um esquema racional. A matemática ajudava a encontrar a ordem no caos, a ordenar as ideias em sequências lógicas, a encontrar princípios fundamentais (STRUIK, 1989, p.73).

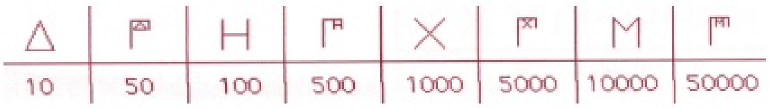
Um dos principais sistemas de numeração praticado pelos gregos, denominado de Ático, era de base 10. Não puramente posicional, esse sistema, além dos símbolos representativos para os números de 1 a 9, "apresenta um símbolo particular para cada um dos números, 1, 10, 100, 1000, bem como, para cada um dos números, 5, 50, 500, 5000, e assim continuadamente" (FERREIRA, 2015, p.34), como apresentado nas figuras abaixo.

Figura 4 – Números gregos (Ático)



Fonte: Ferreira (2015, p.35)

Figura 5 – Potências de base 10 (sistema numérico ático)



Fonte: Ferreira (2015, p.34)

Dentre os diversos matemáticos gregos, destacamos Diofante de Alexandria. Pesquisadores supõem que o matemático viveu por volta de 250 d.C. "A principal obra conhecida de Diofante é a *Arithmetica*, tratado que era originalmente em treze livros, dos quais só os seis primeiros estão preservados" (BOYER; MERZBACH, 2018, p.134). O conteúdo dessa obra é composto quase que exclusivamente por resoluções de equações. (BOYER; MERZBACH, 2018)

Um dos problemas da obra *Arithmetica*, pede que sejam encontrados dois números tais que cada um somado com o quadrado do outro forneça um quadrado perfeito.

Na resolução apresentada por Diofante, não é mencionada a existência de uma infinidade de soluções. Todavia, após algumas manipulações algébricas, Diofante conseguiu representar esse problema como uma equação polinomial do 1º grau para obter uma solução. Vejamos:

Inicialmente, Diofante chamou os dois números de x e $2x+1$. Desse modo, segue que x^2+2x+1 e $x+(2x+1)^2$ devem ser quadrados perfeitos. Considerando um quadrado perfeito da forma $(2x-2)^2$ e o igualando a $x+(2x+1)^2$ obtemos, $(2x-2)^2 = x+(2x+1)^2$. Após algumas manipulações algébricas, o resultado obtido é a equação, $x+4x+1 = -8x+4$

que possui $x = \frac{3}{13}$ como solução. O outro número, representado por $2x + 1$, será igual a $\frac{19}{13}$ (BOYER; MERZBACH, 2018).

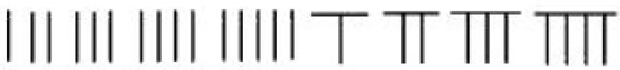
1.4 China Antiga

As informações confiáveis a respeito da história da matemática na China não são muitas. Estima-se que numa época próxima à que foram estruturadas as civilização do Egito antigo ou da Babilônia, estruturou-se também, civilizações chinesas ao longo dos rios Iang-tse e Amarelo. Não diferente de outras civilizações, seus primeiros conhecimentos matemáticos sugiram da necessidade de contar, medir e pesar objetos (BOYER; MERZBACH, 2018).

Um dos principais sistema de numeração chinês dessa época é constituído por dezoito símbolos. Desses, nove são destinados para representar o números de um a nove e os demais representam os nove primeiros múltiplos de dez (BOYER; MERZBACH, 2018).

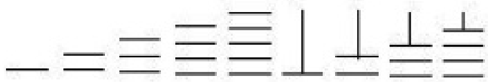
Nas figuras abaixo estão representados esses símbolos.

Figura 6 – Numerais chinês de um a nove



Fonte: Eves (2011, p.45)

Figura 7 – Nove primeiros múltiplos e dez (numerais chinês)



Fonte: Eves (2011, p.46)

Um dos livros mais influentes da matemática chinesa tem por título: *Jiuzhang suanchu*. “Esse livro contém 246 problemas sobre mensuração de terras, agricultura, sociedades, engenharia, impostos, cálculos, solução de equações e propriedades dos triângulos retângulos” (BOYER; MERZBACH, 2018, p.144).

Nesse livro é possível encontrar uma solução para o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 39 \\ 2x + 3y + z = 34 \\ x + 2y + 3z = 26 \end{cases}.$$

Para determinar a solução, foi considerada inicialmente a matriz formada pelos coeficientes e o termo independente de cada equação, conforme apresentado a seguir:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 34 & 39 \end{pmatrix}.$$

Após efetuar algumas operações sobre as colunas dessa matriz, obtém-se,

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 36 & 1 & 1 \\ 99 & 24 & 39 \end{pmatrix},$$

através da qual constitui-se um sistema de equações equivalente ao sistema inicial, mas com a vantagem de apresentar uma fácil resolução. O sistema é o seguinte:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 39 \\ \quad\;\; 5y + z = 24 \\ \qquad\;\; 36z = 99 \end{cases}.$$

Por meio das resoluções de três equações polinomiais do 1º grau, conclui-se que $x = \frac{37}{4}$, $y = \frac{17}{4}$ e $z = \frac{11}{4}$ (BOYER; MERZBACH, 2018).

1.5 Índia

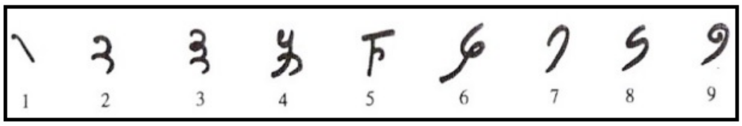
Estudos arqueológicos indicam, por volta de 2650 a.C., a presença de uma civilização situada ao longo do vale do Indo. Pouco se sabe sobre os conhecimentos matemáticos desses povos, mas "existem evidências de um sistema estruturado de pesos e medidas e foram encontradas amostras de numeração com base decimal" (BOYER; MERZBACH, 2018, p.151).

Considerando a mesma época, os primeiros sistemas de numeração praticados pelos indianos, onde os números eram simbolizados por simples traços verticais, não diferia muito da notação encontrada na Grécia. Todavia, esses sistemas de numeração evoluíram ao longo dos anos até estruturar-se em um sistema de numeração decimal posicional. Sistema esse, com características idênticas ao que utilizamos atualmente (BOYER; MERZBACH, 2018).

A figura abaixo mostra uma das primeiras representações para os algarismos de 1 a 9 desse sistema adotado pelos indianos.

Quanto à representação do décimo algarismo, Smith (1958, p.69) afirma que "a mais antiga ocorrência indubitável de um zero na Índia se acha em uma inscrição de

Figura 8 – Algarismos indianos de 1 a 9



Fonte: OLIVEIRA (2008, p.14)

876", "isto é, mais de dois séculos depois da primeira referência aos nove outros numerais" (BOYER; MERZBACH, 2018, p.155). A introdução desse novo algarismo, juntamente com a ideia posicional dos números, estruturaram o moderno sistema de numeração indiano que é utilizado atualmente em diversas partes do mundo (OLIVEIRA, 2008).

As contribuições para o desenvolvimento da matemática por parte dos indianos, são inquestionáveis. Brahmagupta foi um importante matemático que viveu na Índia Central por volta de 628 d.C.(BOYER; MERZBACH, 2018), e possui um papel fundamental no desenvolvimento da álgebra, sobretudo no que se refere às equações diofantinas, e em particular, às equações polinomiais do 1º grau. Uma de suas grandes contribuições é mencionada por Boyer e Merzbach (2018, p.160) quando descrevem:

> Admiramos ainda mais sua atitude quanto à matemática quando percebemos que aparentemente ele foi o primeiro a dar uma solução geral da equação linear diofantina $ax + by = c$, onde a, b e c são inteiros. Para que essa equação tenha soluções inteiras, o máximo divisor comum de a e b deve dividir c; e Brahmagupta sabia que se a e b são primos entre si, todas as soluções da equação são dadas por $x = p + mb$, $y = q - ma$, onde m é um inteiro arbitrário.

Exemplificando, considere a seguinte equação, $2x + 3y = 19$. Note primeiramente que 2 e 3 são primos entre si, ou seja, $mdc(2, 3) = 1$. Logo, para obter todas as soluções inteiras dessa equação devemos, primeiramente, determinar os valores de p e q. Esses valores constituem uma solução particular e podem ser obtidos, por exemplo, atribuindo-se um valor inteiro para x e resolvendo-se uma equação polinomial do 1º grau para verificar se o valor de y também é inteiro.

Por exemplo, considere $x = 2$, logo, $2 \cdot 2 + 3y = 19$, que implica em $y = 5$. Dessa forma, temos, $p = 2$ e $q = 5$. Portanto, as soluções inteiras para $2x + 3y = 19$ são dadas por, $x = 2 + 3m$ e $y = 5 - 2m$, nas quais, m é um inteiro arbitrário.

1.6 Arábia

A eminente expansão do Islam em um século, datada a partir de 622 d.C., é caracterizada por apresentar transformações que afetaram consideravelmente a matemática na Idade Média. Nesse período, o Islam se expandiu da Arábia até a Pérsia, o norte da África e a Espanha (BOYER; MERZBACH, 2018).

> O primeiro século do império muçulmano fora destituído de realizações científicas. Esse período (cerca de 650 a 750) foi na verdade, talvez, o nadir do desenvolvimento da matemática, pois os árabes ainda não tinham adquirido entusiasmo intelectual, e o interesse pela cultura tinha quase desaparecido no resto do mundo (BOYER; MERZBACH, 2018, p.164).

Todavia, durante o califado de al-Mamum (809-833) foi estabelecida em Bagdá uma "Casa da Sabedoria" (Bait al-hikma), comparável à antiga Universidade de Alexandria (BOYER; MERZBACH, 2018, p.164).

Dentre os matemáticos integrantes da "Casa da Sabedoria", destaca-se Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi (cerca de 780 a cerca de 850) (BOYER; MERZBACH, 2018).

Um fato interessante sobre esse matemático, é que em sua obra, traduzida em latim, de título: *De numero indorum* (Sobre a arte indu de calcular), ele apresentou "uma exposição tão completa dos numerais hindus, que provavelmente foi o responsável pela impressão muito difundida, mas falsa, de que nosso sistema de numeração é de origem árabe" (BOYER; MERZBACH, 2018, p.165).

Com base nas ideias de COBIANCHI (2006), concluímos que o sistema de numeração que utilizamos hoje é denominado de indo-arábico, pelo fato de ter sido criado pelos indianos e difundido pelos árabes na Europa ocidental.

De acordo com Boyer e Merzbach (2018, p.165-166),

> Al-Khwarizmi escreveu mais de meia dúzia de obras de astronomia e matemática, das quais as mais antigas provavelmente se baseavam nos *Sindhind* [1]. Além de tabelas astronômicas e tratados sobre o astrolábio e o relógio de sol, al-Khwarizmi escreveu um livro sobre álgebra, que teve papel muito importante na história da matemática.
>
> A tradução latina da *Álgebra* de al-Khwarizmi inicia-se com uma breve explanação introdutória do princípio posicional para números e daí passa à resolução, em seis capítulos curtos, dos seis tipos de equações formadas com as três espécies de quantidades: raízes, quadrados e números (isto é, x, x^2 e números).

Convém ainda destacar que "a *Álgebra* de al-Khwarizmi contém mais que a resolução de equações, material que ocupa cerca da primeira metade. Há, por exemplo, regras para operações com expressões binomiais, inclusive produtos como $(10 + 2)(10 - 1)$ e $(10 + x)(10 - x)$" (BOYER; MERZBACH, 2018, p.168). Nota-se, dessa forma, que era possível resolver algumas equações polinomiais do 2º grau por meio da resolução de equações polinomiais do 1º grau. Vejamos:

Considere a seguinte equação, $100 - x^2 = 0$. Pela fatoração apresentada por al-khwarizmi, essa equação equivale a $(10 + x)(10 - x) = 0$. Logo, para obter a solução

[1] *Sindhind* é uma obra astronômico-matemática que no início da década de 770, foi trazida de Bagdá a Índia.

positiva, por exemplo, basta resolver a equação $10 - x = 0$, que nos fornece $x = 10$ como solução da equação $100 - x^2 = 0$.

1.7 Europa

Após o enfraquecimento do Império Bizantino, ocasionado pela queda de Constantinopla em 1453, a Itália abrigou diversos refugiados que escaparam trazendo preciosos manuscritos antigos de natureza grega, que posteriormente foram disseminadas pela Europa ocidental (BOYER; MERZBACH, 2018).

No ano de 1447 foi impresso o primeiro livro na Europa ocidental. Menos de sessenta anos após essa publicação, mais de 30.000 edições de diferentes obras já circulavam por diversas regiões europeias. Apesar de existirem poucos trabalhos relacionados à matemática, essa minoria, adicionada aos manuscritos existentes, foram fundamentais para a multiplicação do conhecimento matemático (BOYER; MERZBACH, 2018).

A obra de Nicolas Chuquet (1445-1488) datada de 1484 e denominada de, *Triparty en la science des nombres*, apresentava diversos avanços relacionados ao estudo de álgebra. Referindo-se a esta obra, Boyer e Merzbach (2018, p.196) descrevem:

> A última parte, de longe a mais importante do *Triparty*, diz respeito à *"Regle des premiers"* — isto é, a regra da incógnita, ou o que chamaríamos de álgebra. Durante os séculos quinze e dezesseis vários nomes foram dados à coisa desconhecida, tais como *res* (em latim), ou *chose* (em francês) ou *cosa* (em italiano) ou *coss* (em alemão); o termo de Chuquet, *premier*, não é usual nesse contexto. A segunda potência ele chamava *champs* (ao passo que o termo latino era *census*), a terceira, *cubiez*, e quarta, champs de champ. Para múltiplos dessas, Chuquet criou uma notação exponencial de grande importância. A *denominacion* ou potência da quantidade desconhecida era indicada por um expoente associado ao coeficiente do termo, de modo que nossas expressões modernas $5x$ e $6x^2$ e $10x^3$, apareciam em *Triparty* como $.5.^1$ e $.6.^2$ e $.10.^3$. Além disso, expoentes zero e negativos também aparecem juntamente com potências inteiras positivas, de modo que nosso $9x^0$ ficava $.9.^0$ e 9^{-2} era escrito como $.9.^{2m}$, isto é, .9. *seconds moins*.

Boyer e Merzbach (2018, p.196) ainda destacam que na segunda metade da última parte de *Triparty*, Chuquet escreve sobre resoluções de equações. Apesar de muitas dessas resoluções não serem de autoria própria, ele apresenta uma novidade de grande importância: "Ao escrever $.4.^1 egaulx$ a $m.2.^0$ (isto é, $4x = -2$), Chuquet estava pela primeira vez exprimindo um número negativo isolado em uma equação algébrica."

Segundo Gil (2001, p.212), outro grande matemático europeu que contribuiu significativamente para o desenvolvimento da álgebra foi o francês François Viète (1540-1603). Para Boyer e Merzbach (2018), "sem dúvida, foi à álgebra que Viète deu suas mais importantes contribuições, pois foi aqui que chegou mais perto das ideias modernas".

Um raciocínio importante apresentado por Viète para a resolução de equações é mencionado por Boyer e Merzbach (2018, p.212) quando descrevem:

> [...] Viète observou que em problemas envolvendo a *cosa* ou quantidade desconhecida, geralmente se procede do modo que Papus e os antigos haviam descrito como análise. Isto é, em vez de raciocinar a partir do que é conhecido para o que se deve demonstrar, os algebristas invariavelmente raciocinavam a partir da hipótese que a incógnita foi dada, e deduziam uma conclusão necessária a partir da qual a incógnita pode ser determinada.

Por meio desse raciocínio é possível resolver, por exemplo, a equação $x^2 - 3x + 2 = 0$ sem grandes dificuldades. Note primeiramente que, $x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1)$. Dessa forma, podemos reescrever a equação como, $(x - 2)(x - 1) = 0$ e assim, notamos que suas soluções são obtidas através da resolução das equações, $x - 2 = 0$ e $x - 1 = 0$, ou seja, os valores de x que satisfazem a equação dada são, necessariamente, 1 ou 2 (BOYER; MERZBACH, 2018).

1.8 Brasil

O desenvolvimento da álgebra no Brasil apresentava vestígios pouco significativos até a década de 1940. A partir desse período, é possível constatar significativas melhorias quanto ao desenvolvimento dessa área do conhecimento em solo nacional. Em 1934, em São Paulo, foi fundada a Faculdade de Filosofia Ciências e Letras (*FFCL*) da Universidade de São Paulo (*USP*), que foi uma das principais instituições dessa época destinadas ao desenvolvimento da matemática e à formação de professores (SILVA, 2007). Com isso,

> São Paulo despontou no cenário nacional como o "centro de estudos matemáticos" mais atualizado daquela década. Para isso, contribuiu muito a presença de matemáticos estrangeiros de prestígio internacional, como André Weil; Oscar Zariski; Jean Dieudonné; Jean Delsarte; Alexandre Grothendick entre outros (SILVA, 2007, p.382).

A presença desses matemáticos começou a ocorrer após a segunda Guerra Mundial, quando tais pesquisadores buscavam oportunidade de trabalho no exterior (SILVA, 2007).

Outra renomada instituição, também criada na década de 1930, que acolheu matemáticos europeus, foi a Faculdade Nacional de Filosofia (*FNFi*) da Universidade do Brasil (*UB*). Para benefício da ciência brasileira, essa faculdade, não diferente da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da Universidade de São Paulo, "aliava ensino e pesquisa e propunha o apoio institucional a produção científica" (QUEIROZ, 2020, p.46).

Um notável integrante da *FNFi* da Universidade do Brasil foi o então discente e pesquisador Elon Lages (1929-2017), matemático brasileiro que contribuiu significativamente para o desenvolvimento da matemática nacional (QUEIROZ, 2020).

Em 1954, cerca de um ano após concluir sua graduação na *FNFi*, Elon foi para a Universidade de Chicago onde concluiu seu doutorado, em 1958, na área de Topologia Algébrica (QUEIROZ, 2020).

Ao retornar para o Brasil, logo após a conclusão de sua tese de doutorado, Elon tornou-se membro pesquisador do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), e a partir daí diversos foram os trabalhos matemáticos, inclusive dedicados à educação básica, desenvolvidos por ele (QUEIROZ, 2020).

Com o apoio dos matemáticos Paulo Cezar, Eduardo Wagner e Augusto César Morgado, Elon escreveu o livro, datado de 1997, intitulado: *A matemática do Ensino Médio*. O quinto capítulo desse livro, dedicado ao estudo de funções afins, apresenta em sua parte final, uma lista de problemas propostos, muitos deles solucionáveis por meio de equações polinomiais do 1º grau. Um desses problemas é o seguinte:

"Estuda-se a implantação da chamada "fórmula 95". Por essa fórmula os trabalhadores teriam direito à aposentadoria quando a soma da idade com o número de anos de serviço atingisse 95. Adotada essa fórmula, quem começasse a trabalhar com 25 anos, com que idade se aposentaria?" (LIMA et al., 1997, p.107).

A solução desse problema pode ser obtida representando-se por x a idade em que a pessoa, conforme o enunciado da questão, se aposentaria. Em seguida, o tempo de serviço dessa pessoa pode ser representado por: $x - 25$. Assim, a equação que soluciona esse problema é: $x + x - 25 = 95$. Portanto, uma pessoa que começasse a trabalhar com 25 anos de idade, se aposentaria com 60 anos de idade.

Outro problema da mesma lista, também envolvendo uma situação do cotidiano, está descrito a seguir.

"Augusto, certo dia, fez compras em 5 lojas. Em cada loja, gastou metade do que possuía e pagou, na saída, R$ 2,00 de estacionamento. Se após toda essa atividade ainda ficou com R$ 20,00, que quantia ele tinha inicialmente?" (LIMA et al., 1997, p.107).

Para resolver esse problema, podemos inicialmente representar por x a quantia inicial de Augusto. Dessa forma, após sair da primeira loja, ele ficou com $\frac{x}{2}$ reais. Após sair da segunda loja, ficou com a metade de $\frac{x}{2}$, ou seja, $\frac{x}{4}$ reais. Seguindo esse raciocínio, concluímos que após sair da quinta loja, a quantia que Augusto possuía era igual a $\frac{x}{32}$ reais. Como ele ainda gastou R$ 2,00 de estacionamento e, após isso, ficou com R$ 20,00, a equação que determina a quantia inicial de Augusto é: $\frac{x}{32} - 2 = 20$. Resolvendo essa equação, descobrimos que a quantia inicial era igual a R$ 704,00.

Notamos, portanto, a presença de equações polinomiais do 1º grau nos registros históricos desde as civilizações antigas até os dias atuais, seja para resolver problemas puramente matemáticos ou relacionados à situações do dia a dia.

2 Fundamentos da aprendizagem de equações polinomiais do 1º grau

2.1 A álgebra no ensino fundamental

O ensino de álgebra no ensino fundamental é um tema presente em diversas pesquisas que buscam entender o desenvolvimento da aprendizagem desta matéria por parte dos estudantes. Usiskin (1995) classifica o desenvolvimento desse ensino em quatro modalidades: Álgebra como aritmética generalizada, álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, álgebra como estudo de relações entre grandezas e álgebra como o estudo das estruturas. A seguir, estão descritas essas concepções.

> **A Álgebra como aritmética generalizada**: Nesta concepção, as variáveis assumem a função de traduzir e generalizar modelos matemáticos, operações e expressar através da álgebra conceitos aritméticos. Nessa perspectiva, pensa-se nas variáveis como generalizadoras de modelos. Por exemplo, o que se espera do aluno é que ele possa generalizar igualdades como $1 + 4 = 4 + 1$, na qual a ordem das parcelas não altera a soma, escrevendo-as como $a + b = b + a$ [...].
>
> **A álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas**: Nesta concepção, as incógnitas têm a finalidade de simplificar e resolver um problema matemático. É o caso de problemas do tipo: Adicionando 13 ao quádruplo de um número, resulta em 25. Que número é esse? Espera-se que os alunos traduzam o problema para a linguagem algébrica, chegando a seguinte expressão: $4x + 13 = 25$ [...].
>
> **A álgebra como estudo de relações entre grandezas**: Esta concepção está diretamente relacionada com o estudo das fórmulas, pois essas não apresentam as variáveis como incógnitas ou letras utilizadas para generalizar modelos numéricos. Por exemplo, quando escrevemos a fórmula da área de um retângulo: $A = b \cdot h$, não se está buscando solução para essa forma, ou seja, não se resolve nada [...].
>
> **A álgebra como estudo das estruturas**: Nesta concepção, a variável é caracterizada como um objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades. Sob essa perspectiva, as atividades desenvolvidas pelos alunos fazem o uso das variáveis sem atribuição de um significado numérico, isto é, sua resolução é fundamentalmente realizada através da manipulação algébrica das variáveis determinadas por propriedades (HUMMES, 2014, p.31-32).

Do 1º ao 6º ano do ensino fundamental, os alunos estudam a álgebra com pouco ou nenhum formalismo. A partir do 7º ano, quando uma álgebra mais formal começa a ser trabalhada (ANJOS et al., 2021), é comum deparar-se com alunos que apresentam dificuldades na aprendizagem, tendo em vista a necessidade de um maior grau de abstração para compreender os conceitos relacionados a essa área do conhecimento matemático.

De acordo com Vergnaud (1996), conforme citado por Sperafico, Dorneles e Golbert (2015, p.335), o ensino algébrico é responsável por conduzir o ensino de matemática, de forma predominantemente concreta para uma forma mais abstrata e generalizável.

Segundo Vlassis e Demonty (2002, p.18),

> Um profundo fosso conceptual separa os modos de raciocínio aritmético e algébrico. É demasiado frequente que a dimensão dessa ruptura seja subestimada, o que leva inúmeros alunos a trabalhar em álgebra conservando um modo de pensar aritmético. Aparecem as dificuldades e são cometidos muitos erros, que tem essencialmente por origem uma falta de transição entre a aritmética e a álgebra.

Para Borges e Fiorelli (2016, p.9) “Dependendo da forma como a álgebra é apresentada ao aluno, ele sentirá maiores dificuldade de compreensão, pois esses estão acostumados até então, no início dos anos finais do ensino fundamental, apenas com números” [...].

O ensino de álgebra por parte de muitos docentes é caracterizado por apresentar apenas uma técnica. Todavia, muitos alunos acabam não compreendendo essa técnica e adquirem a concepção de que o estudo de álgebra restringe-se à manipulação de símbolos sem qualquer utilidade no dia a dia (COSTA; FREITAS; DAMASCENO, 2016).

Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) também afirmam que a metodologia do ensino de álgebra utilizada por grande parte dos professores ainda não apresenta significado lógico ou social, pois é desenvolvida de forma mecânica e automatizada com foco na memorização e manipulação de regras.

> Desta álgebra puramente procedimental, decorre também uma falta de motivação por parte dos alunos, por não enxergarem necessidade ou utilidade em todas essas técnicas e regras, bem como no uso de símbolos e letras para resolver problemas. Para muitos estudantes do ensino fundamental a álgebra, em sua forma simbólica, é vista como uma novidade sem precedentes, que não encontra raízes ou aplicações na realidade concreta (ANJOS et al., 2021, p.16).

Nota-se, portanto, a necessidade de trabalhar a significação dos conceitos e das propriedades algébricas de modo a despertar o interesse e facilitar a compreensão desses conteúdos por parte dos alunos.

2.2 Concepções sobre equações no ensino fundamental

Um dos temas de grande relevância no ensino fundamental é o ensino de equações tendo em vista sua importância no desenvolvimento da capacidade do raciocínio abstrato por parte dos alunos. Além disso, esse conteúdo é uma poderosa ferramenta para a compreensão de diversos outros conteúdos que fazem parte da vida escolar dos discentes.

Com base nas ideias de Ponte, Branco e Matos (2009) conclui-se que o ensino de equações perpassa três aspectos: representação, raciocínio e resolução de problemas. A representação está relacionada à capacidade de utilização de diferenciados sistemas representativos apresentada pelos alunos; o raciocínio refere-se à capacidade de generalizar e deduzir algumas propriedades matemáticas e a resolução de problemas está relacionada à capacidade de interpretar conceitos matemáticos e, por meio deles, resolver problemas não apenas de natureza matemática, mas também de outras áreas do conhecimento.

Assim sendo, é essencial que o professor atente-se ao processo de aprendizagem de equações em seus variados aspectos de modo a permitir o desenvolvimento da capacidade de simbolização, abstração e generalização por parte dos discentes (PONTE, 2009).

As ideias da definição e da estrutura de uma equação são, quase sempre, de difícil compreensão por parte dos estudantes. Essa dificuldade torna-se ainda mais acentuada quando se trata de alunos das séries iniciais da segunda fase do ensino fundamental. É comum ouvir dos discentes declarações como "os cálculos sem letras eram bem menos complicados", ou ainda, indagações como "quem teve essa ideia de colocar letras na matemática?".

Isso ocorre porque esses alunos estão mais familiarizados com a matemática em seus aspectos aritméticos. "A maioria dos erros cometidos pelos alunos na aprendizagem de equações deve-se a causas diversas. Podemos referir, entre outras: a transição conceptual da Aritmética para a Álgebra" (VALE; FERREIRA; SANTOS, 2011, p.6).

Segundo STEMPNIAK (2011, p.103) "Muitas vezes, o conhecimento específico do conteúdo "equação" e os significados de equação não apareceram logo nas primeiras soluções dos alunos". É comum verificarmos que os discentes apresentam dificuldades que vão desde "interpretar situações-problema e expressá-las algebricamente até mesmo na resolução de equações relativamente simples" (RIOS, 2013, p.2). Nesse sentido,

> A aprendizagem e utilização de equações pode tornar-se difícil para os alunos por envolver uma linguagem muito específica. Apesar de grande parte da simbologia utilizada na Álgebra já ser conhecida dos alunos do seu estudo na Aritmética, não significa que a entendam no novo contexto. Por exemplo, o sinal de igual pode ter ou não o significado de equivalência. Esse símbolo surge na Aritmética como um sinal de operação, ou seja, indica a necessidade de fazer algo. Contudo, quando é usado em equações, o seu significado é de que existe equivalência entre os dois membros (NOBRE; AMADO; PONTE, 2011, p.3-4).

Para desenvolver a capacidade de compreender e de resolver uma equação é necessário, além de dominar técnicas, compreender conceitos, como os de equação, incógnita, membro, solução e igualdade (no sentido de equivalência). "Tais conceitos e expressões passam a fazer parte da vida escolar matemática do estudante em boa parte de sua trajetória de escolarização" (BORGES; FIORELLI, 2016, p.4).

Segundo Zardo et al. (2005), os matemáticos Al-Khwarizmi, Diofante, René Descartes, Paolo Ruffini, Niels Henrik Abel, Luca Pacioli e Niccolo Fontana foram os principais responsáveis por desenvolver, ao longo dos tempos, o conceito atual de equações. Nesse sentido, é possível afirmar que "na antiga 6ª série equação é definida como uma igualdade (expressão que tem um sinal =) e que há pelo menos uma letra representando um valor desconhecido" (ZARDO et al., 2005, p.11). Segundo o dicionario online da língua portuguesa, equação é a igualdade que só se verifica para valores convenientes de certas quantidades que nela figuram, ou incógnitas, e ainda,

> No Dicionário Raissoné de Mathémathiques, André Warusfel, matemático francês, tem o objetivo de fazer uma ligação entre a matemática clássica e contemporânea. Nessa obra o autor faz a seguinte explicação sobre o termo equação: Problema que consiste em procurar, em conjunto E, os elementos x que satisfazem a uma relação $R(x)$, x é uma incógnita, e x tal que $R(x)$, é um valor aceitável para a incógnita se $x \in E$ (COSTA; FREITAS; DAMASCENO, 2016, p.3).

De acordo com Campos (2010, p.33), "uma equação traduz uma pergunta: quais são os números que, tomados como valores da incógnita na igualdade, transformam esta numa igualdade numérica verdadeira?".

A incógnita, que está relacionada à solução de uma equação, pode ser entendida como qualquer letra ou símbolo não numérico que represente um número. Para Campos (2010, p.33), "dá-se o nome de raiz ou solução da equação a todo o número que, com um valor atribuído à incógnita, transforme a equação numa igualdade numérica verdadeira".

Outro componente também essencial no estudo de equações é o que chamamos de membro. Toda equação possui dois membros. O primeiro, é formado por toda expressão que aparece à esquerda da igualdade e o segundo, constitui-se pela expressão à direita da igualdade.

> Os estudantes falham na compreensão do sinal de igual, eles em geral apresentam dificuldades ao lidar com expressões algébricas. Até resolver uma equação simples, tal como $5x - 24 = 81$, exige que os estudantes vejam ambos os lados da igualdade como expressões equivalentes. Não é possível "passar" para o lado esquerdo. Porém se ambos os lados forem os mesmos, então eles permanecerão o mesmo quando 24 for adicionado a ambos os lados (WALLE, 2009, p.289).

As equações por si só não apresentam significado na vida cotidiana. Porém, diversas situações do dia a dia podem ser representadas por equações, e são essas situações que devem ser trabalhadas em sala de aula a fim de propor significação ao ensino desse conteúdo.

Para Vale, Ferreira e Santos (2011, p.6), "na aprendizagem do tópicos equações, os erros cometidos têm essencialmente a sua origem num obstáculo cognitivo e também, na ausência de significado”. Por isso, “no ensino de equações, o professor deve procurar relacionar questões com o cotidiano e tirar dúvidas dos alunos sempre que perceber que surgiram certas dificuldades” (COSTA; FREITAS; DAMASCENO, 2016, p.6).

2.3 Equações polinomiais do 1º grau no contexto da *BNCC*

A Base Nacional Comum Curricular (*BNCC*) é um documento lançado no ano de 2018 destinado a nortear a educação básica nacional em seus diversos aspectos e conteúdos. Segundo Brasil (2018, p.7),

> A Base Nacional Comum Curricular é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (*PNE*). Esse documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (*LDB*, Lei nº 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (*DCN*).

Também conforme Brasil (2018), a educação básica deve ser dividida em três etapas: educação infantil, ensino fundamental e ensino médio. Considerando a faixa etária ideal, a educação infantil destina-se a alunos de 4 a 5 anos de idade. O ensino fundamental, dividido em anos iniciais (1º ao 5º ano) e anos finais (6º ao 9º ano), é direcionado aos alunos com idade entre 6 e 14 anos. A última etapa, o ensino médio, é destinado a alunos entre 15 e 17 anos de idade.

Para o ensino fundamental, Brasil (2018) apresenta oito competências específicas de matemática em que os alunos devem desenvolver a fim de obter uma considerável aprendizagem.

Em Brasil (2018, p.8),

> competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidade (práticas, cognitivas e socio emocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.

A seguir, estão descritas as oito competências específicas de matemática para o ensino fundamental apresentadas em Brasil (2018, p.267).

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Um dos temas que contribui para o desenvolvimento dessas competências é o estudo de equações polinomiais do 1º grau. De acordo com Brasil (2018), esse conteúdo deve ser trabalhado em turmas do 7º ano do ensino fundamental.

ARAUJO (2022) define equação polinomial do 1º grau como equação algébrica escrita como: $ax + b = 0$, na qual a e b são números reais e a deve ser diferente de zero. Remetendo a equacionar no sentido de resolver, o autor enfatiza ainda que a solução desse tipo de equação é dada por $x = \frac{-b}{a}$ e essa solução é obtida efetuando-se operações em ambos os membros sem que a igualdade se altere.

Para cada conteúdo, Brasil (2018) estabelece uma ou mais habilidades que os alunos devem desenvolver. No caso do conteúdo em questão, eles devem "resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade" (BRASIL, 2018, p.307). Portanto, é possível afirmar que a capacidade de resolver equações polinomiais do 1º grau é um requisito essencial e indispensável para o desenvolvimento dessa habilidade.

De acordo com Zardo et al. (2005, p.24) "para resolver uma equação do 1º grau com uma variável é preciso transformar a equação numa série de equações equivalentes até obter uma equação elementar do tipo $x = a$, onde a é a solução da equação". Todavia, proporcionar o desenvolvimento dessa habilidade nos alunos é uma tarefa difícil para os docentes. Campos (2010) apresenta, no desenvolvimento desse processo, uma das maiores dificuldades apresentada pelos alunos e uma possível solução para superá-la.

Campos (2010, p.63) destaca:

> Quando na resolução de equações de primeiro grau, ou quando estamos a escrever uma equação literal em ordem a uma das incógnitas, temos como objectivo isolá-la. Explicamos princípios, falamos em regras, mas algumas vezes a ideia de isolar a incógnita, não é para os estudantes tão clara, como a nós nos parece. Daí que por algumas vezes, e depois de insistir com a expressão "isolar a incógnita", me tenha visto na necessidade de tornar a oralidade mais clara, procurando atingir os alunos, através de um discurso menos formal e mais assertivo, perguntando: "o que é que falta para o x ficar sozinho?" (se x é incógnita), tentando clarificar o que se pretende ao pedir para isolar.

Há dois princípios essenciais a ser considerados na resolução de uma equação polinomial do 1º grau. Quanto a esses princípios, Mollossi, Aguiar e Moretti (2018, p.13) descrevem:

> Na resolução de uma equação do 1º grau com uma incógnita, podemos aplicar os princípios de equivalência das igualdades (aditivo e multiplicativo). Ao adicionarmos ou subtrairmos um número de ambos os membros de uma equação, a igualdade se mantém, denominado princípio aditivo da igualdade. De maneira semelhante, ao multiplicarmos ou dividirmos os dois membros de uma equação por um mesmo número (diferente de zero) mantém-se a igualdade, este é chamado de princípio multiplicativo da igualdade.

Outro trabalho importante no desenvolvimento da habilidade relacionada ao ensino de equações polinomiais do 1º grau descrita em Brasil (2018) é o ensino desse conteúdo de forma interdisciplinar.

Segundo pontua Cunha (2016, p.26),

> O trabalho interdisciplinar pode proporcionar e chegar a resultados surpreendentes e, além de obter sucesso significativo no trabalho com determinado objeto de pesquisa, pode ir além, criar, recriar e apresentar novos fatos que contribuam para o enriquecimento do saber em ambas as partes envolvidas.

Brasil (2018) aponta que os conteúdos matemáticos direcionados aos alunos dos anos finais do ensino fundamental devem ser trabalhados de modo que eles "desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos" (BRASIL, 2018, p.299).

Nota-se, portanto, que durante o processo de ensino de equações polinomiais do 1º grau o professor deve atentar para o desenvolvimento da compreensão da álgebra por parte dos estudantes, tendo em vista que é nesse processo que começa a ocorrer a transição de um raciocínio predominantemente aritmético para um raciocínio com características algébricas. Outra questão que merece a atenção do docente diz respeito à compreensão dos conceitos de equação, incógnita, membros e igualdade, além dos princípios multiplicativo e aditivo da igualdade, pois esses conhecimentos são fundamentais para que os alunos compreendam a estrutura e o processo de resolução de uma equação polinomial do 1º grau. Para um maior desenvolvimento do raciocínio abstrato, é fundamental o trabalho interdisciplinar de modo que os alunos possam aplicar os conhecimentos adquiridos por meio do ensino desse conteúdo na resolução de problemas relacionados ao cotidiano.

3 Resolução de equações polinomiais do 1º grau

Segundo Brasil (2018), os alunos no 7º ano do ensino fundamental, ao final dessa etapa escolar, devem ser capazes de resolver equações polinomiais do 1º grau, simplificando-as à forma $ax + b = c$, por meio das propriedades da igualdade. Antes disso, os discentes devem compreender sua definição.

Com intuito de apresentar uma ideia para a definição desse tipo de equação, Borges e Fiorelli (2016, p.3) descrevem:

> Para ser uma equação de 1º grau, a sentença matemática precisa ter uma letra (ou outro símbolo não-numérico), que representa um valor desconhecido chamado incógnita, cujo maior expoente deve ser um. Há também uma igualdade, em que o primeiro membro é a expressão que está à esquerda do sinal de igual e o segundo membro a expressão que está à direita do referido sinal.

A compreensão dessa definição, entendendo a igualdade como uma equivalência, é fundamental para que os alunos compreendam as estratégias de resolução.

Resolver uma equação polinomial do 1º grau com uma incógnita pode ser entendido como determinar, quando existir, o valor que pode ser substituído pela incógnita de modo que a igualdade permaneça verdadeira. Esse valor, denominado de solução da equação, normalmente é único, porém, em alguns casos, a solução não existe e em outros, há infinitas soluções.

Destacam-se duas estratégias básicas para resolver esse tipo de equação. A primeira, e menos indicada, é a que Freitas (2002) denomina de tentativa e erro. Nesse caso, é atribuído um valor qualquer para incógnita e calculado os valores numéricos de ambos os membros da equação. Esse processo deve ser repetido até que a igualdade seja verdadeira.

Por exemplo, considere que deseja-se resolver a seguinte equação: $3x + 10 = 31$. Por esse método, deve-se primeiro estipular um valor qualquer para a incógnita. Considere que o valor atribuído seja $x = 5$. Logo, no primeiro membro da equação tem-se, $3 \cdot 5 + 10$ resultando em 25, que é um valor diferente do que consta no segundo membro, ou seja, 31. Assim, conclui-se que $x = 5$ não é solução de $3x + 10 = 31$. Dessa forma, deve-se atribuir outro valor para incógnita e realizar as devidas operações. Esse procedimento deve ser repetido até concluí-se que a solução para essa equação é dada por $x = 7$.

A resolução da equação $3x + 10 = 31$ por meio da tentativa e erro é, de certa forma, simples. Todavia, quando as equações apresentam uma quantidade considerável de termos algébricos, esse método torna-se inviável. Nesses casos, a utilização da segunda estratégia é, sem dúvida, mais eficiente. Para compreender a segunda estratégia, é necessário conhecer dois princípios básicos da igualdade conforme mencionado por Sangiorgi (1966).

I) Princípio Aditivo da Igualdade (*PAI*): quando são somados a ambos os membros de uma equação a mesma expressão, obtém-se uma expressão equivalente à dada.

II) Princípio Multiplicativo da Igualdade (*PMI*): quando multiplicados ambos os membros de uma equação por um número diferente de 0, obtém-se uma equação equivalente à dada.

Esses princípios, conforme Zardo et al. (2005), também podem ser apresentados em linguagem simbólica.

I) Princípio Aditivo da Igualdade (*PAI*)

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Se $a = b$, então $a + c = b + c$. Reciprocamente, se $a + c = b + c$, então $a = b$.

II) Princípio Multiplicativo da Igualdade (*PMI*)

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Q}$ com $c \neq 0$. Se $a = b$, então $a \cdot c = b \cdot c$. Reciprocamente, se $a \cdot c = b \cdot c$, então $a = b$.

As definições apresentadas por, Zardo et al. (2005) são restritas ao conjunto dos racionais tendo em vista que os números irracionais, na maioria das vezes, não são conhecidos pelos estudantes da fase escolar em que são trabalhadas as equações polinomiais do 1º grau.

Outro fato a destacar é a necessidade de c ser não nulo no princípio multiplicativo. Essa consideração evita o aparecimento de resultados absurdos. Por exemplo, sabemos que $5 \cdot 0 = 3 \cdot 0$, mas $5 \neq 3$.

A utilização da segunda estratégia procede de modo a aplicar numa equação polinomial do 1º grau as propriedades aditivas e multiplicativas sucessivamente, formando equações equivalentes, até a obtenção de uma equação do tipo $x = a$ da qual, $a \in \mathbb{Q}$, é a solução da equação (ZARDO et al., 2005).

Quanto à resolução de uma equação polinomial do 1º grau, Borges e Fiorelli (2016, p.3), afirmam:

> Durante o processo de resolução, tal igualdade deve ser constantemente respeitada, ou seja, enquanto o estudante está procedendo ao isolamento da incógnita para encontrar o seu valor numérico, todas as ações que forem feitas de um lado da igualdade, devem ser feitas também do outro.

É importante destacar que em algumas resoluções também se faz necessário o uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição dos números racionais e/ou uma estratégia para efetuar a soma entre frações. A utilização dessas propriedades são essenciais não apenas para a obtenção de equações equivalentes mais simples, quando necessário, mas principalmente para mostrar aos alunos a inter relação existente entre os conteúdos matemáticos.

Em sua dissertação de mestrado, LIMA (2010, p.95) apresenta sete equações polinomiais do 1º grau destinadas a analisar os erros cometidos por um grupo de alunos de um curso pós-médio em seus processos de resolução. A seguir, estão apresentadas essas equações, bem como, suas respectivas resoluções.

Equação 1:

$$2x + 9 = 3$$

Antes de resolver qualquer equação, é necessário atentar-se ao conjunto universo das soluções. Neste caso, será o conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$).

Resolução:

Pelo *PAI*, adiciona-se -9 a ambos os membros, logo,

$$\begin{aligned} & 2x + 9 = 3 \\ \Leftrightarrow \quad & 2x + 9 - 9 = 3 - 9 \\ \Leftrightarrow \quad & 2x = -6 \end{aligned}$$

Pelo *PMI*, multiplica-se ambos os membros por $\frac{1}{2}$, logo,

$$\begin{aligned} & 2x = -6 \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{2x}{2} = \frac{-6}{2} \\ \Leftrightarrow \quad & x = -3 \end{aligned}$$

Portanto, como $-3 \in \mathbb{Q}$, para a equação 1 segue que $S = \{-3\}$, em que S representa o seu conjunto solução.

Equação 2:

$$4x + 6 = 8 + 7x$$

Resolução:

Pelo *PAI*, adiciona-se -6 a ambos os membros, logo,

$$\begin{aligned} & 4x + 6 = 8 + 7x \\ \Leftrightarrow \quad & 4x + 6 - 6 = 8 + 7x - 6 \\ \Leftrightarrow \quad & 4x = 7x + 2 \end{aligned}$$

Pelo *PAI* novamente, adiciona-se $-7x$ a ambos os membros, logo,

$$4x = 7x + 2$$

$$\Leftrightarrow \quad 4x - 7x = 7x + 2 - 7x$$
$$\Leftrightarrow \quad -3x = 2$$

Pelo *PMI*, multiplica-se ambos os membros por $-\frac{1}{3}$, logo,

$$-3x = 2$$

$$\Leftrightarrow \quad -3x \cdot \Big(-\frac{1}{3}\Big) = 2 \cdot \Big(-\frac{1}{3}\Big)$$
$$\Leftrightarrow \quad x = -\frac{2}{3}$$

Portanto, para a equação 2 segue que $S = \{-\frac{2}{3}\}$.

Equação 3:

$$2 \cdot (x + 7) - 5 \cdot (x + 6) = 6 - 4 \cdot (x + 1)$$

Resolução:

Para resolver essa equação, é necessário a utilização da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição dos números racionais, conforme descrita a seguir:

Considerando $a, b, c \in \mathbb{Q}$, segue que,

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Logo:

$$2 \cdot (x + 7) - 5 \cdot (x + 6) = 6 - 4 \cdot (x + 1)$$
$$\Leftrightarrow \quad 2x + 14 - 5x - 30 = 6 - 4x - 4$$
$$\Leftrightarrow \quad -3x - 16 = -4x + 2$$

Pleo *PAI*, adiciona-se 16 a ambos os membros, logo,

$$-3x - 16 = -4x + 2$$

$$\Leftrightarrow \quad -3x - 16 + 16 = -4x + 2 + 16$$
$$\Leftrightarrow \quad -3x = -4x + 18$$

Pelo *PAI* novamente, adiciona-se $4x$ a ambos os membros, logo,

$$-3x = -4x + 18$$

$$\Leftrightarrow \quad -3x + 4x = -4x + 18 + 4x$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 18$$

Portanto, para a equação 3 segue que $S = \{18\}$.

Equação 4:

$$\frac{x}{2} - \frac{x-3}{4} = 1 - \frac{2x-1}{3}$$

Resolução:

O início da resolução dessa equação, demanda o desenvolvimento de uma estratégia para efetuar a adição entre frações.

Na adição de duas frações de mesmo denominador, o resultado é uma fração com numerador igual a soma dos numeradores das frações a serem somadas, e com denominador igual ao dessas frações. Ou seja, considere $a, b, c \in \mathbb{Z}$, com $c \neq 0$. Logo,

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

A veracidade desse procedimento é compreensível sem grandes dificuldades.

Todavia, quando os denominadores das frações são diferentes, é necessário obter frações equivalentes a essas, de modo que os denominadores das novas frações sejam iguais entre si. A seguir está descrita uma estratégia para essa obtenção.

Sejam $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, com $b, d \neq 0$. Considere as frações,

$$\frac{a}{b} \quad e \quad \frac{c}{d}$$

Para a adição dessas frações, a fração equivalente a $\frac{a}{b}$, será:

$$\frac{a \cdot d}{b \cdot d}$$

Analogamente, a fração equivalente a $\frac{c}{d}$, será:

$$\frac{c \cdot b}{d \cdot b}$$

Assim, é possível concluir que:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

Desse modo, pela estratégia para efetuar soma entre frações, segue que:

$$\frac{x}{2} - \frac{x-3}{4} = 1 - \frac{2x-1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{4x - 2 \cdot (x-3)}{8} = \frac{3 - 1 \cdot (2x-1)}{3}$$

Pela propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, segue que,

$$\frac{4x - 2 \cdot (x-3)}{8} = \frac{3 - 1 \cdot (2x-1)}{3}$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{4x - 2x + 6}{8} = \frac{3 - 2x + 1}{3}$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{2x+6}{8} = \frac{-2x+4}{3}$$

Pelo *PMI*, multiplica-se ambos os membros por 24, logo,

$$\frac{2x+6}{8} = \frac{-2x+4}{3}$$
$$\Leftrightarrow \quad 24 \cdot \left(\frac{2x+6}{8}\right) = 24 \cdot \left(\frac{-2x+4}{3}\right)$$
$$\Leftrightarrow \quad 3 \cdot (2x+6) = 8 \cdot (-2x+4)$$

Pela propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, segue que,

$$3 \cdot (2x+6) = 8 \cdot (-2x+4)$$
$$\Leftrightarrow \quad 6x + 18 = -16x + 32$$

Pelo *PAI*, adiciona-se -18 a ambos os membros, logo,

$$6x + 18 = -16x + 32$$
$$\Leftrightarrow \quad 6x + 18 - 18 = -16x + 32 - 18$$
$$\Leftrightarrow \quad 6x = -16x + 14$$

Pelo *PAI* novamente, adiciona-se $16x$ a ambos os membros, logo,

$$6x = -16x + 14$$
$$\Leftrightarrow \quad 6x + 16x = -16x + 14 + 16x$$
$$\Leftrightarrow \quad 22x = 14$$

Pelo *PMI*, multiplica-se ambos os membros por $\frac{1}{22}$, logo,

$$22x = 14$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{22x}{22} = \frac{14}{22}$$
$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{14}{22}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{7}{11}$$

Portanto, para a equação 4 segue que $S = \{\frac{7}{11}\}$.

Equação 5:

$$\frac{2 \cdot (x-1)}{2} - \frac{x-2}{5} = 1$$

Resolução:

Pela estratégia para efetuar soma entre frações, segue que:

$$\frac{2 \cdot (x-1)}{2} - \frac{x-2}{5} = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{5 \cdot 2 \cdot (x-1) - 2 \cdot (x-2)}{10} = 1$$

Pela propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, segue que,

$$\frac{5 \cdot 2 \cdot (x-1) - 2 \cdot (x-2)}{10} = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{10x - 10 - 2x + 4}{10} = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{8x-6}{10} = 1$$

Pelo *PMI*, multiplica-se ambos os membros por 10, logo,

$$\frac{8x-6}{10} = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 10 \cdot \left(\frac{8x-6}{10}\right) = 10 \cdot 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 8x - 6 = 10$$

Pelo *PAI*, adiciona-se 6 a ambos os membros, logo,

$$8x - 6 = 10$$

$$\Leftrightarrow \quad 8x - 6 + 6 = 10 + 6$$

$$\Leftrightarrow \quad 8x = 16$$

Pelo *PMI*, multiplica-se ambos os membros por $\frac{1}{8}$, logo,

$$8x = 16$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{8x}{8} = \frac{16}{8}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 2$$

Portanto, para a equação 5 segue que $S = \{2\}$.

Equação 6:

$$7x - 15 = 5x - 7 + 2x$$

Resolução:

Pelo *PAI*, adiciona-se 15 a ambos os membros, logo,

$$7x - 15 = 5x - 7 + 2x$$

$$\Leftrightarrow \quad 7x - 15 + 15 = 5x - 7 + 2x + 15$$

$$\Leftrightarrow \quad 7x = 7x + 8$$

Pelo *PAI* novamente, adiciona-se $-7x$ a ambos os membros, logo,

$$7x = 7x + 8$$

$$\Leftrightarrow \quad 7x - 7x = 7x + 8 - 7x$$

$$\Leftrightarrow \quad 0x = 8$$

Note que qualquer número racional multiplicado por zero, resulta em zero. Assim, a igualdade $0x = 8$ nunca será verdadeira. Portanto, não há solução racional para a equação $7x - 15 = 5x - 7 + 2x$. Sua solução é representada por $S = \{\ \}$ ou $S = \varnothing$.

É possível generalizar as equações polinomiais do 1º grau de solução impossível, como aquelas que são equivalentes à equação da forma $0x = a$ na qual, $a \in \mathbb{Q}$ e $a \neq 0$.

Equação 7:

$$9x + 1 = 6 + 9x - 5$$

Resolução:

Pelo *PAI*, adiciona-se -1 a ambos os membros, logo,

$$9x + 1 = 6 + 9x - 5$$

$$\Leftrightarrow \quad 9x + 1 - 1 = 6 + 9x - 5 - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 9x = 9x$$

Pelo *PAI* novamente, adiciona-se $-9x$ a ambos os membros, logo,

$$9x = 9x$$

$$\Leftrightarrow \quad 9x - 9x = 9x - 9x$$

$$\Leftrightarrow \quad 0x = 0x$$

Qualquer número racional multiplicado por zero, resulta em zero. Assim, a igualdade $0x = 0x$ é sempre verdadeira. Dessa forma, existem infinitas soluções para a equação $9x + 1 = 6 + 9x - 5$, ou seja, sua solução é indeterminada.

Conclui-se, portanto, que toda equação equivalente à equação da forma $0x = 0x$ possui solução indeterminada. Sangiorgi (1966) afirma que esse tipo de equação possui o próprio conjunto ($\mathbb{Q}$) como solução.

É possível notar que para resolver as sete equações deste capítulo, além de aplicar as propriedades fundamentais da igualdade, foi necessário utilizar conhecimentos relacionados à propriedades e equivalência de números racionais, bem como, à operações previstas nesse conjunto numérico, sejam na forma inteira ou fracionária. Isso reforça a importância do trabalho pedagógico relacionado à resoluções de equações polinomiais do 1º grau, tendo em vista a gama de aprendizagens a serem desenvolvidas por parte dos estudantes.

4 A interdisciplinaridade por meio de práticas experimentais

O baixo rendimento na aprendizagem de matemática apresentado pelos alunos brasileiros do ensino fundamental, conforme dados do INEP, reforçam a necessidade de um trabalho pedagógico pautado em metodologias que despertem o interesse e facilitem a compreensão dos temas matemáticos destinados a esse público. Nesse sentido, Silva et al. (2017, p.19) citam quatro ações em que os docentes podem desenvolver com intuito de melhorar a qualidade do ensino de matemática. São elas: "tornar a matemática mais agradável, criar uma relação de confiança professor-aluno, apresentar situações nas quais a matemática está diretamente relacionada com a vivência, causar a sensação da descoberta do conhecimento".

Complementando essas ações, Brasil (2018) destaca que a equipe responsável por desenvolver os sistemas de ensino, dentre outras atividades, deve:

1) "Decidir sobre formas de organização interdisciplinar dos componentes curriculares e fortalecer a competência pedagógica das equipes escolares para adotar estratégias mais dinâmicas, interativas e colaborativas em relação à gestão do ensino e da aprendizagem" (BRASIL, 2018, p.16).

2) "Selecionar e aplicar metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas, recorrendo a ritmos diferenciados e a conteúdos complementares, se necessário, para trabalhar com as necessidades de diferentes grupos de alunos [...]" (BRASIL, 2018, p.17).

Também em relação a prática docente, Castoldi et al. (2016, p.110) enfatizam:

> [...] o professor como um orientador da aprendizagem precisa buscar diferentes maneiras de ensinar, fazendo uso de metodologias diferentes e de instrumentos didáticos que contribuem em suas aulas e atividades. Ele deve proporcionar aos seus estudantes experiências matemáticas que os permitam se tornar mais autônomos, independentes e críticos, por isso, que as metodologias que permitam isso precisam ser usadas em sala de aula.

Algumas teorias metodológicas, quando bem aplicadas, demonstram eficácia quanto ao combate do déficit da aprendizagem de matemática no ensino básico. Dentre elas destaca-se, como indicado por Brasil (2018), o trabalho interdisciplinar.

De acordo com Aiub (2006), conforme citado por Terradas (2011, p.97),

> A palavra interdisciplinaridade é formada por três termos: inter – que significa ação recíproca, ação de A sobre B e de B sobre A; disciplinar –

> termo que diz respeito à disciplina, do latim discere – aprender, discipulus – aquele que aprende e o termo dade – corresponde à qualidade, estado ou resultado da ação.

A interdisciplinaridade pode ser caracterizada como a união de conhecimentos envolvendo diferentes áreas de estudo. Nessa perspectiva, uma das principais importâncias apresentada por essa metodologia refere-se à possibilidade da ampliação das aprendizagens, tendo em vista a abrangência em relação aos assuntos trabalhados (BONATTO et al., 2012). Segundo esses autores, o trabalho pedagógico pautado em abordar o mesmo conteúdo em diversas áreas do conhecimento, também caracteriza a interdisciplinaridade.

Essa temática possibilita, por parte dos alunos, a compreensão da conexão entre os diversos conhecimentos existentes nas disciplinas propostas, de modo a possibilitar a superação do pensamento fracionado e a ampliar o conhecimento.

Conforme Pantano, Rinque e Nascimento (2017, p.47), a interdisciplinaridade pode ser compreendida como "uma proposta de ligação entre o conhecimento da ciência e de outros meios e a multiplicidade do mundo vivido, para visar à superação da divisão entre teórica e a prática". Mais profundamente,

> É importante enfatizar que a interdisciplinaridade supõe um eixo integrador, que pode ser o objeto de conhecimento, um projeto de investigação, um plano de intervenção. Nesse sentido, ela deve partir da necessidade sentida pelas escolas, professores e alunos de explicar, compreender, intervir, mudar, prever, algo que desafia uma disciplina isolada e atrai a atenção de mais de um olhar, talvez vários. Explicação, compreensão, intervenção são processos que requerem um conhecimento que vai além da descrição da realidade e mobiliza competências cognitivas para deduzir, tirar inferências ou fazer previsões a partir do fato observado (BRASIL, 1998, p.77).

Para Pantano, Rinque e Nascimento (2017) a prática pedagógica interdisciplinar não está focada somente em uma matéria, mas sim, num agrupamento de saberes de modo a facilitar o aprendizado dos conteúdos propostos. Uma equação de matemática pode, por exemplo, aparecer em física e química efetuando a junção dos conhecimentos de uma disciplina nas demais e ampliando as possibilidades de aprendizagens por parte dos alunos. Desse modo,

> A interdisciplinaridade escolar conduz a implantação de ligações de interdependências entre várias matérias escolares, como física, matemática, português, ciências, química, biologia, entre outras (PANTANO; RINQUE; NASCIMENTO, 2017, p.48).

Um dos principais objetivos do trabalho interdisciplinar é despertar o interesse e a motivação para o que se pretende trabalhar. Freire e Moutinho (1977) caracterizam uma sala aula desmotivada como sendo a maior dificuldade em que o professor pode se deparar em suas atividades diárias. Porém, quando o professor consegue trabalhar de modo a motivar os alunos, diversos são os ganhos relacionados à aprendizagem, pois os estudantes passam a compreender, por exemplo, os conteúdos de matemática, despertando assim, um conjunto de boas sensações.

Em uma pesquisa realizada com 56 professores com o objetivo compreender suas percepções epistemológicas sobre a prática interdisciplinar da matemática, Ocampo, Santos e Folmer (2016, p.1026) constataram que cerca de 85% dos participantes "elaboraram declarações sobre aspectos positivos da abordagem interdisciplinar no ensino, categorias como a inter-relação entre as áreas do conhecimento, contextualização, processo de ensino-aprendizagem [...]".

Brasil (2018, p.17) recomenda o desenvolvimento do ensino básico mediante a seleção, produção, aplicação e avaliação de "recursos didáticos e tecnológicos para apoiar o processo de ensinar e aprender". O trabalho interdisciplinar é uma maneira de colocar essa recomendação em prática. A interdisciplinaridade apresentada neste trabalho refere-se ao estudo de equações polinomiais do 1º grau por meio da compreensão de alguns circuitos eletrônicos simples. Compreensão essa, obtida através de aulas que possibilitam aos alunos a verificação, na prática, dos conhecimentos teóricos estudados.

Lima (1999) define três elementos essenciais que devem estruturar o ensino de matemática. São eles, conceituação, manipulação e aplicações.

> A conceituação compreende a formulação correta e objetiva das definições matemáticas, o enunciado preciso das proposições, a prática do raciocínio dedutivo, a nítida conscientização de que conclusões sempre são provenientes de hipóteses que se admitem, a distinção entre uma afirmação e sua recíproca, o estabelecimento de conexões entre conceitos diversos, bem como a interpretação e a reformulação de ideias e fatos sob diferentes formas e termos [...].
>
> A manipulação, de caráter principalmente (mas não exclusivamente) algébrico, está para o ensino e o aprendizado da matemática, assim como a prática dos exercícios e escalas musicais está para a música (ou mesmo como o repetido treinamento dos chamados "fundamentos" está para certos esportes, como o tênis e o voleibol). A habilidade e a destreza no manuseio de equações, fórmulas e construções geométricas elementares, o desenvolvimento de atitudes mentais automáticas, verdadeiros reflexos condicionados, permitem ao usuário da matemática concentrar sua atenção consciente nos pontos realmente cruciais, poupando-o da perda de tempo e energia com detalhes secundários.
>
> As aplicações são empregos das noções e teorias da matemática para obter resultados, conclusões e previsões em situações que vão desde problemas triviais do dia a dia a questões mais sutis que surgem noutra áreas, quer científicas, quer tecnológicas, quer mesmo sociais. As aplicações constituem a principal razão pela qual o ensino da matemática é tão difundido e necessário, desde os primórdios da civilização até os dias de hoje e certamente cada vez mais no futuro. Como as entendemos, as aplicações do conhecimento matemático incluem a resolução de problemas, essa arte intrigante que, por meio de desafios, desenvolve a criatividade,

> nutre a auto-estima, estimula a imaginação e recompensa o esforço de aprender (LIMA, 1999, p.2).

Para Silva et al. (2017, p.23) "o bom equilíbrio na utilização desses três componentes proporciona o interesse dos alunos e a capacidade de manipular a matemática estudada nas mais diversas esferas da ciência e das situações do cotidiano".

Uma das características positivas da metodologia apresentada neste trabalho é o desenvolvimento de aulas práticas através das quais os alunos têm a possibilidade de conhecer e manusear alguns componentes eletrônicos, como também, equipamentos de medições elétricas e de fornecimento de eletricidade. Nesse sentido, através dessa metodologia é possível: "proporcionar aos estudantes a comprovação prática de diferentes teorias abordadas no processo de aprendizagem, motivando-os para a participação e a interação com a matéria ministrada" (GONÇALVES, 2018, p.22).

Desde que apresentadas de maneira apropriada, as aulas desenvolvidas por meio de experimentos têm potencial de proporcionar experiências proveitosas quanto à construção da aprendizagem, algumas dessas, praticamente não atingidas por meio de uma metodologia pautada apenas na utilização de quadro e marcador (GASPAR; MONTEIRO, 2005).

É por meio das aulas experimentais que o aluno passa a compreender o mundo prático baseado nos conhecimentos teóricos adquiridos ao longo de sua trajetória escolar. Essas aulas são essenciais no ensino fundamental pelo fato de proporcionar ao estudante a compreensão de diversas situações abstratas. Dentre outros resultados, os experimentos despertam o senso de investigação e a criticidade em relação ao tema proposto. Essa característica é fundamental para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas do dia a dia (SÉRÉ; COELHO; NUNES, 2003).

Para Gonçalves (2018) o desenvolvimento de aulas envolvendo experimentos sejam eles de observação ou de manipulação, desperta no estudante a capacidade da compreensão dos conteúdos abordados. Isso porque, por meio da experimentação, o aluno obtém a capacidade de relacionar as teorias estudadas à contextos diversos do cotidiano.

A melhoria da cognição, afeição, socialização, motivação e criatividade também caracteriza-se como um ganho proporcionado pelas aulas experimentais. Esses desenvolvimentos aguçam, no aluno, o interesse quanto à pesquisa e compreensão do conteúdo proposto (GONÇALVES, 2018).

Gonçalves (2018, p.23) ainda cita as interações aluno-aluno, aluno-conteúdo e aluno-professor como um fator positivo proporcionado pelas aulas práticas. "Sem interação social, ou sem intercâmbio de significados, não há ensino, não há aprendizagem e não há desenvolvimento cognitivo".

Também de acordo com Gonçalves (2018, p.25-26), as atividades experimentais podem ser do tipo demonstrativas, de verificação ou investigativas.

> As atividades experimentais demonstrativas são aquelas nas quais o aluno é um observador e o professor um executor do experimento. A demonstração pode despertar o interesse do aluno e contribuir para o aprendizado, e, nesse tipo de experimento, cabe ao professor estabelecer a correlação entre o experimento, seus objetivos e o conteúdo.
>
> Os experimentos de verificação são aqueles elaborados para verificar uma lei ou teoria. Esse tipo de experimento pode ser utilizado após a aula expositiva, de maneira que o aluno apresente conhecimento prévio sobre os conceitos a serem tratados no experimento. Nessa categoria de experimentos, há a possibilidade de questionar as hipóteses estabelecidas, de discutir os resultados esperados, de modificar parâmetros no experimento, e assim verificar se e quais alterações podem ocorrer, e de discutir quais são as explicações para possíveis discrepâncias. Ainda, o aluno aprende a manusear equipamentos e a pensar sobre os experimentos, a como confeccioná-los e como propor alterações, bem como melhor compreender como experimentos célebres foram propostos.
>
> Já os experimentos classificados como investigativos são os alunos que apresentam um papel fortemente ativo, enquanto o professor é um mediador. Os alunos identificam um problema a ser investigado, e devem refletir e propor experimento para investigar o problema, realizar a coleta e análise dos dados obtidos. Uma das vantagens deste tipo de experimento reside na não necessidade de uma aula prévia ao experimento para que esse seja realizado. Entretanto, experimentos demonstrativos e de verificação se mostram mais adequados para o Ensino Fundamental e Médio, uma vez que os alunos estão sendo apresentados aos conceitos e não estão habituados a executar e elaborar experimentos por conta própria.

Gonçalves (2018, p.18) alerta ainda para o cuidado quanto ao planejamento de aulas experimentais. Nesse processo, o professor deve atentar-se ao fato de que o experimento não deve ficar restrito apenas à execução de um passo-a-passo. Essa atividade, pelo contrário, deve garantir ao aluno a possibilidade de investigar, questionar e testar outras possibilidades a fim de obter a plena compreensão do que está sendo proposto. A utilização de componentes de baixo custo, bem como, instrumentos de medições de grandezas elétricas, desde que usados de forma a problematizar os conteúdos, é uma interessante possibilidade para o desenvolvimento de aulas práticas. Nesse caso, “a questão principal não deve ser a montagem do experimento e a coleta de dados, mas sim as competências que estarão sendo desenvolvidas nas atividades propostas”.

Com intuito de orientar o desenvolvimento de aulas práticas, Brasil (2018, p.322) destaca, quanto aos alunos, que:

> [...] é imprescindível que eles sejam progressivamente estimulados e apoiados no planejamento e na realização cooperativa de atividades investigativas, bem como no compartilhamento dos resultados dessas investigações. Isso não significa realizar atividades seguindo, necessariamente, um conjunto de etapas predefinidas, tampouco se restringir à mera manipulação de objetos ou realização de experimentos em laboratório. Ao contrário, pressupõe organizar as situações de aprendizagem partindo de questões que sejam desafiadoras e, reconhecendo a diversidade cultural, estimulem

> o interesse e a curiosidade científica dos alunos e possibilitem definir problemas, levantar, analisar e representar resultados; comunicar conclusões e propor intervenções.

A metodologia pedagógica pautada no desenvolvimento de aulas experimentais é portanto, caracterizada como uma ferramenta facilitadora da construção do conhecimento (GONÇALVES, 2018). Seja qual for a etapa escolar, essa metodologia apresenta potencial para desenvolver uma considerável aprendizagem tendo em vista, dentre outros ganhos, a possibilidade do trabalho investigativo por parte dos alunos.

5 Noções básicas de eletricidade e eletrônica

Para compreensão da metodologia apresentada neste estudo, faz-se necessário entender alguns conceitos fundamentais da eletricidade e da eletrônica. Neste capítulo, são abordadas as definições e características das grandezas elétricas: tensão, corrente e resistência, bem como, uma relação fundamental entre elas, ou seja, a lei de Ohm.

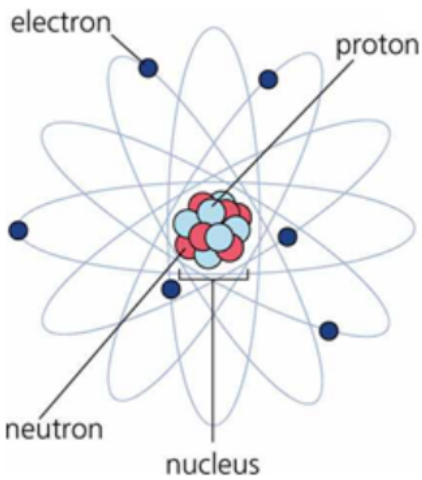
Para um completo entendimento dos circuitos eletrônicos trabalhados por meio dessa metodologia, também é apresentada a lei de Kirchhoff para a tensão. As definições e características de uma fonte de tensão de bancada, condutor elétrico, resistor, diodo emissor de luz (*LED*) e matriz de contatos (*protoboard*) completa este capítulo.

5.1 Conceitos básicos de eletricidade e a lei de Ohm

Matéria é tudo aquilo que tem massa e ocupa lugar no espaço. Qualquer matéria constitui-se por minúsculas partículas denominadas de átomos. Os átomos, por sua vez, são formados por partículas nomeadas de elétrons, prótons e nêutrons (GUSSOW, 2009).

O elétron é caracterizado como a carga negativa, o próton é a carga positiva e o nêutron, como o próprio nome indica, é a carga neutra. Os prótons interligados aos nêutrons constituem o núcleo do átomo. Já os elétrons, giram em trajetórias concêntricas em torno do núcleo (GUSSOW, 2009).

Figura 9 – Estrutura de um átomo

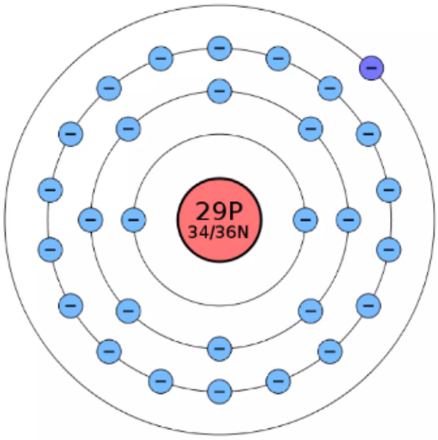


Fonte: http://zinoproject20.blogspot.com/2015/12/the-earth-electron-circuit-war.html

Cada átomo possui uma quantidade específica de elétrons, prótons e nêutrons.

Se um átomo encontra-se em seu estado natural, sua quantidade de elétrons é igual ao número de prótons. Em valores absolutos, a carga de um elétrico é igual a carga de um próton. Como o elétron é uma carga negativa e o próton, uma carga positiva, essas cargas se cancelam (GUSSOW, 2009). A figura seguinte apresenta a estrutura de um átomo de cobre.

Figura 10 – Estrutura de um átomo de cobre



Fonte: https://es.slideshare.net/CHINCHANO/5-i402-clase30may13

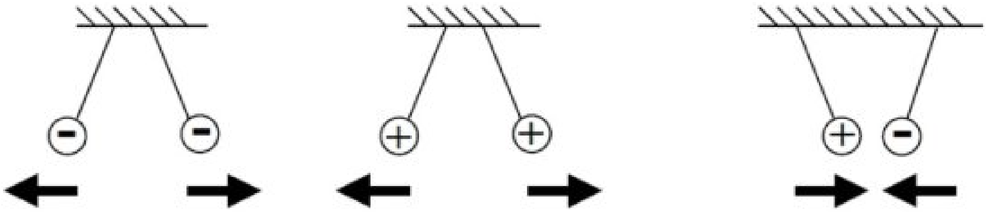
A soma das energias dos elétrons de um átomo estável determina sua energia total. Quando mais afastado do núcleo, maior a energia do elétron. A aplicação de uma energia externa, tais como, calor, luz ou energia elétrica, sobre certos materiais, tem como consequência a aquisição de energia por parte de alguns elétrons e seu possível afastamento do núcleo. Quando isso ocorre, o átomo fica mais suscetível a perder elétrons, especialmente aqueles situados mais distante do núcleo (GUSSOW, 2009).

> Quando a camada mais externa de um átomo tem um déficit na sua cota de elétrons, ela pode ganhar ou perder elétrons. Se um átomo perder um ou mais elétrons de sua camada mais externa, o número de prótons supera o número de elétrons e o átomo passa a conter uma carga elétrica efetiva positiva. Nessas condições, o átomo é chamado de íon positivo. Se um átomo ganhar elétrons, a sua carga elétrica efetiva torna-se negativa. o átomo é então chamado de íon negativo (GUSSOW, 2009, p.4).

A capacidade de ceder ou receber elétrons por parte de alguns átomos, possibilita a transferência de elétrons de um corpo para o outro. Logo, um corpo que possui excesso de elétrons dizemos que ele possui polaridade elétrica negativa (-). Em contrapartida, um corpo com falta de elétrons possui polaridade positiva (+). “A lei das cargas elétricas pode ser enunciada da seguinte forma: Cargas iguais se repelem, cargas opostas se atraem” (GUSSOW, 2009, p.5).

Toda carga elétrica possui em sua volta um campo eletrostático que possui a capacidade de exercer uma força. Se aproximarmos dois corpos de cargas opostas, o campo

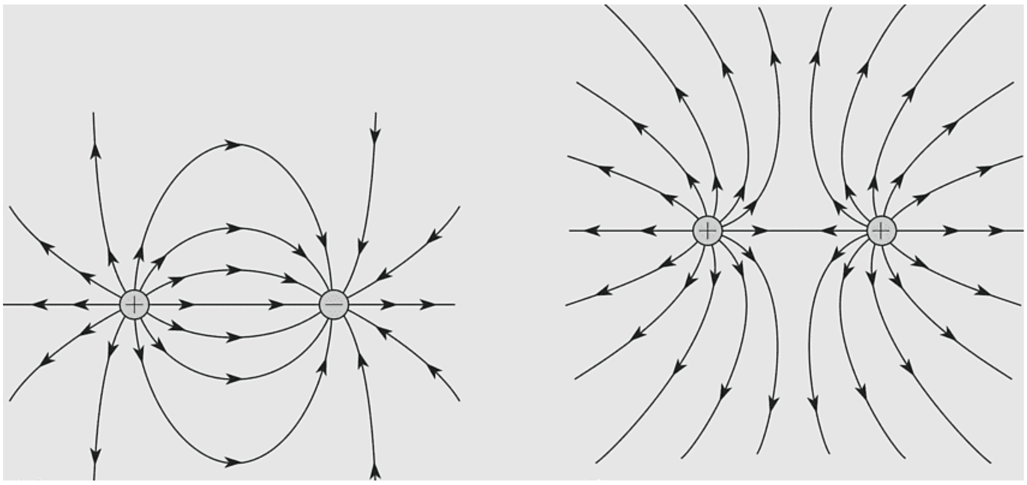
Figura 11 – Lei das cargas elétricas



Fonte: http://www.owl-ge.ch/ressources/physique-3e-annee/article/electrostatique-theorie

se concentrará no espaço entre elas. Um elétron nesse espaço será repelido pela carga negativa e atraído pela carga positiva. Desse modo, há um deslocamento do elétron em direção à carga positiva (GUSSOW, 2009).

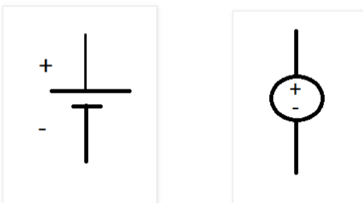
Figura 12 – Campo eletrostático entre duas cargas



Fonte: https://www.anyrgb.com/en-clipart-2ijpi

Gussow (2009, p.7) afirma: "a capacidade de de uma carga realizar trabalho é chamada de potencial. Quando uma carga for diferente da outra, haverá uma diferença de potencial entre elas". A diferença de potencial, também denominada de tensão, possui o (V) como simbologia e como unidade de medida, o volt (V).

Figura 13 – Possíveis simbologias gráficas para uma fonte de tensão elétrica



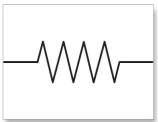
Fonte: https://mecatronicatual.blogspot.com/2014/11/circuitos-eletricos-fontes-i.html

Outra grandeza fundamental da eletricidade é a corrente elétrica que, em síntese, denomina o fluxo de elétrons gerado por uma diferença de potencial. A simbologia para a corrente elétrica é o (I) e sua unidade de medida é o ampère (A). Graficamente, a corrente elétrica é representada por uma seta apontando para o sentido do fluxo dos elétrons (GUSSOW, 2009).

O fluxo de elétrons ocorre de um ponto potencial negativo para um ponto potencial positivo. Todavia, é comum a adoção do sentido convencional da corrente elétrica por parte de diversos autores, ou seja, de um ponto potencial positivo para um ponto potencial negativo.

O cobre, por exemplo, apresenta uma relativa facilidade para o fluxo de elétrons. Nesse caso, dizemos que o cobre é um condutor de eletricidade (GUSSOW, 2009). Já no plástico ou borracha, por exemplo, a corrente elétrica é um fenômeno difícil de ocorrer. Logo, esses materiais são classificados como isolantes elétricos. Essas características estão relacionadas a outra grandeza denominada de resistência elétrica, que pode ser definida como "a característica de um meio físico que reage à passagem de uma corrente elétrica nesse ambiente. Os corpos bons condutores têm pequena resistência elétrica, enquanto que os corpos maus condutores possuem uma elevada resistência elétrica [...]" (JUNIOR, 2009, p.9). Essa grandeza é simbolizada por (R) e possui como unidade de medida o ohm (Ω).

Figura 14 – Simbologia gráfica para a resistência elétrica



Fonte: https://beatriz-raimundo-cfq-8d.blogspot.com/2012/03/lei-de-ohm-resistencia-eletrica.html

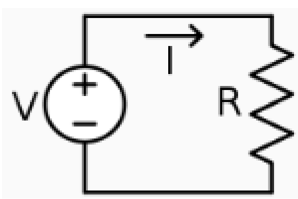
Uma relação fundamental da eletricidade envolvendo tensão, corrente e resistência elétrica é a lei de Ohm. Essa lei afirma que "a tensão aplicada a um circuito é igual ao produto da corrente pela resistência do circuito" (GUSSOW, 2009, p.53).

Ou seja,

$$V = I \cdot R$$

A figura abaixo apresenta um circuito elétrico em sua forma mais simples.

Figura 15 – Circuito elétrico simples



Fonte: http://www.moai.ifba.edu.br/robotica/auxilio/resistores/exercicios_resistores.html

O instrumento destinado a efetuar as medições de tensão, corrente e resistência elétrica é o multímetro. A figura 16 apresenta um exemplo de multímetro digital. Note em seu centro a chave destinada a selecionar a grandeza a ser medida.

Figura 16 – Multímetro

Fonte: https://www.tekimobile.com/dicas/como-usar-um-multimetro-digital/

5.2 A lei de Kirchhoff para a tensão

Parte das equações trabalhadas por meio da metodologia apresentada neste trabalho advém da necessidade de dimensionar alguns circuitos eletrônicos simples. Para esse dimensionamento, é necessário compreender a lei de Kirchhoff para a tensão.

“A lei de Kirchhoff para a tensão, ou lei das malhas, afirma que a tensão aplicada a um circuito fechado é igual à soma das quedas de tensão naquele circuito” (GUSSOW, 2009, p.136).

Considere o circuito seguinte.

Pela lei das malhas, segue que:

$$V = V_{R1} + V_{R2} + V_{R3}$$

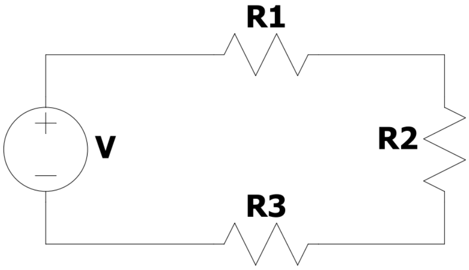
Na qual:

V representa a tensão total aplicada no circuito.

V_{R1} representa a tensão sobre a resistência $R1$.

V_{R2} representa a tensão sobre a resistência $R2$.

Figura 17 – Circuito elétrico fechado



Fonte: Próprio autor

V_{R3} representa a tensão sobre a resistência $R3$.

5.3 Equipamentos e componentes eletrônicos básicos

Atualmente, existem diversos componentes e equipamentos destinados a fornecer uma tensão elétrica. Pilhas e baterias são, provavelmente, os mais conhecidos. Para o desenvolvimento das aulas práticas, detalhadas no capítulo seguinte, foi utilizada uma fonte de tensão de bancada. Nessa fonte é possível ajustar a tensão de saída, como também, a corrente máxima que ela pode fornecer.

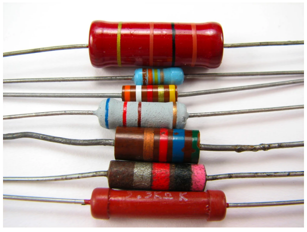
Figura 18 – Fonte de bancada com saída ajustável

Fonte: https://pajtech.cz/laboratorn-zdroj-yihua-605d-0-60v5a-p-4766.html

Para trabalhar os circuitos eletrônicos durante as aulas, foram utilizados quatro componentes básicos: resistor fixo, potenciômetro, *LED* e matriz de contatos.

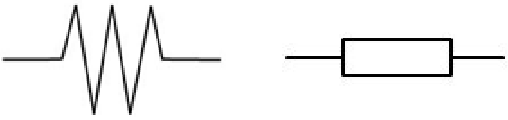
O resistor fixo é um componente eletrônico destinado a limitar a corrente elétrica em circuitos eletrônicos diversos. O grafite é um elemento bastante utilizado na confecção de alguns tipos de resistores. Um fio de níquel-cromo enrolado sobre uma haste de cerâmica também constitui um resistor (GUSSOW, 2009). Conforme o próprio nome indica, todo o resistor possui uma resistência elétrica com valor definido pelo fabricante.

Figura 19 – Exemplos de resistores fixos



Fonte: https://ajfisher.me/2011/12/20/towards-a-sensor-commons/

Figura 20 – Possíveis simbologias para o resistor



Fonte: https://www.tecnologiaypedagogia.net/2020/01/elementos-pasivos.html

Além dos resistores fixos, existem os resistores variáveis ou potenciômetros. Nesses, existe uma haste móvel destinada a variar o valor de sua resistência. A resistência de um potenciômetro pode ser ajustada de um valor próximo de 0Ω até o valor de sua resistência nominal.

Figura 21 – Exemplo de um potenciômetro

Fonte: https://introduccionala1electronicabasica.blogspot.com/

Figura 22 – Possíveis simbologias para o potenciômetro

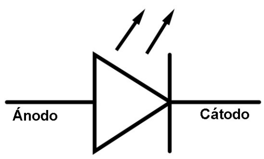
Fonte: http://nulis-ilmu.com/resistor-variabel/

O *LED*, que possui dois terminais elétricos denominados de ânodo (+) e cátodo (-), é um componente eletrônico que emite luz caso exista uma corrente elétrica, em um nível pré determinado pelo fabricante, do terminal positivo para o negativo. O terminal de maior comprimento do *LED* é o seu ânodo. O arsenieto de gálio ($GaAs$) acrescido de fósforo é uma composição bastante utilizada na fabricação de *LEDs* (MARQUES; CRUZ; JúNIOR, 2010).

Figura 23 – Exemplos de *LEDs*

Fonte: https://www.dioder-online.dk/3mm-diff-lysdiode.html

Figura 24 – Simbologia para o *LED*

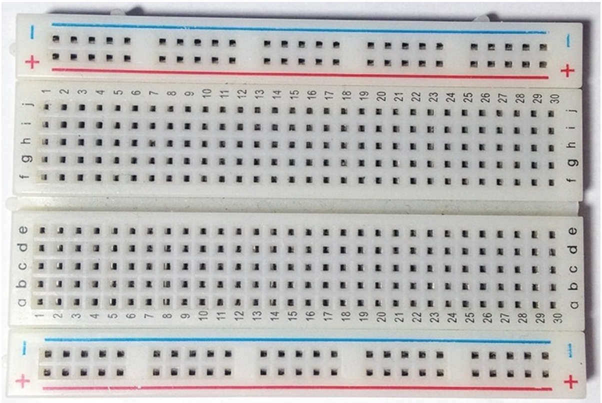


Fonte: https://www.zonamaker.com/electronica/intro-electronica/componentes/el-diodo-led

A matriz de contatos é um componente sobre o qual são montados os circuitos eletrônicos para fins de testes. Nesse dispositivo plástico existem pequenos orifícios espaçados entre si de forma regular, destinados ao encaixe dos componentes que compõe o circuito a ser montado, de modo a realizar as suas respectivas interligações.

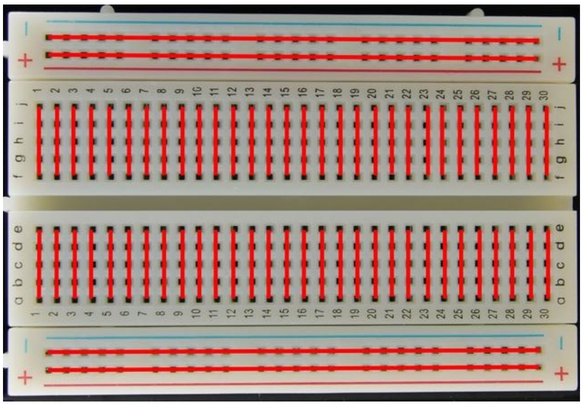
Na matriz de contatos, os furos entre as linhas vermelha e azul são interligados internamente de forma horizontal por meio de condutores elétricos e isolados verticalmente entre si. A interligação dos demais furos é feita de forma vertical. Horizontalmente, eles são isolados entre si. No meio da matriz, no sentido horizontal, há uma marcação isolando suas metades. A figura 26 mostra essa configuração não visível externamente.

Figura 25 – Matriz de contatos



Fonte: http://www.bosontreinamentos.com.br/eletronica/curso-de-eletronica/o-que-e-uma-matriz-de-contatos-curso-de-eletronica-basica/

Figura 26 – Configuração interna de uma matriz de contatos



Fonte: https://www.carnetdumaker.net/images/illustration-des-connexions-dune-plaque-dessai/

O custo para a aquisição, em setembro de 2022, de oito multímetros digitais, oito matrizes de contatos, vinte e quatro resistores fixos (distribuídos igualmente nos valores de 100Ω, 470Ω e 560Ω), oito potenciômetros de 1000Ω, dezesseis *LEDs* (sendo oito de 5*mm* e os demais de alto brilho), foi de R$ 270,00.

A fonte de tensão de bancada com custo (também em setembro de 2022) de R$ 190,00 pode ser substituída por, por exemplo, uma bateria de 9V e duas pilhas de 1,5V que custam, no total, R$ 10,00. Com essas três fontes de tensão é possível obter, através de suas combinações, os seguintes valores de tensão: 1,5V, 3V, 9V, 10,5V ou 12V.

6 A aplicação da metodologia

A fim de verificar os impactos do ensino de equações polinomiais do 1º grau por meio de circuitos eletrônicos simples, foi aplicada, entre os dias 01 e 29 de novembro de 2022, uma sequência didática composta por sete aulas junto a um grupo de vinte e três alunos de 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública localizada no município do Cabo de Santo Agostinho-PE. Cada aula teve duração de uma hora e quarenta minutos e foram diversificadas entre expositivas e práticas demonstrativas e de verificação.

É importante destacar que a sequência didática foi elaborada considerando-se as principais dificuldades apresentadas pelos alunos quanto ao conteúdo proposto, ou seja, compreender como obter a equação polinomial do 1º grau que representa um problema proposto e resolvê-la. Essas dificuldades foram constatadas através do questionário diagnóstico.

Para Peretti e Costa (2013, p.6),

> A sequência didática é um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus alunos e envolvendo atividades de avaliação que pode levar dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema e por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido.

As aulas práticas expositivas e práticas tiveram por tema: *O ensino de equações polinomiais do 1º grau por meio de circuitos eletrônicos básicos.*

Embora as equações polinomiais do 1º grau seja indicado por Brasil (2018) como um conteúdo a ser trabalhado em turmas de 7º ano do ensino fundamental, optou-se por trabalhar com alunos de 8º ano tendo em vista a grande defasagem que eles apresentavam quanto a aprendizagem de álgebra. Situação essa ocasionada, em parte, pela necessidade de isolamento devido a pandemia da *COVID 19*. A principal intenção foi a recuperação de algumas aprendizagens por meio de uma metodologia motivadora.

Para o desenvolvimento das aulas, foi utilizada uma fonte de tensão de bancada com saída ajustável, oito multímetros digitais, oito matrizes de contatos, vinte e quatro resistores fixos, distribuídos igualmente nos valores de 100Ω, 470Ω e 560Ω, oito potenciômetros de 1000Ω, dezesseis *LEDs*, sendo oito de $5mm$ e os demais de alto brilho e pequenos condutores de cobre extraídos de cabos de rede de internet. Além desses, uma bateria de 9V, uma mini lâmpada e um mini ventilador foram usados para apresentação dos efeitos da tensão, corrente e resistência elétrica em situações concretas.

O foco das duas primeiras aulas foi, por meio de aulas expositivas e demonstrativas, trabalhar a compreensão de como obter uma expressão matemática através da qual seria possível resolver um problema prático do cotidiano. No caso, a expressão matemática foi uma equação polinomial do 1º grau através da qual foi possível dimensionar um circuito eletrônico de bastante utilidade no dia a dia.

Na primeira aula, com característica predominantemente expositiva, foram trabalhadas as definições, representações e unidades de medidas de tensão, corrente e resistência elétrica, bem como, a lei de Ohm. Essas são ideias que são preconizadas para serem ensinadas na disciplina de ciências no 8º ano do ensino fundamental.

Para melhor explicação do conteúdo, foram apresentados inicialmente dois vídeos, ambos disponíveis na plataforma youtube. O primeiro intitulado por: *Viagem na eletricidade - Entre o mais e o menos* (ROUXEL, a), e o segundo por título: *Viagem na eletricidade - Os três mosqueteiros* (ROUXEL, b), ambos com duração aproximada de cinco minutos.

Em seguida, foram apresentados os efeitos da tensão, corrente e resistência elétrica de forma prática, por meio de dois circuitos conforme apresentados nas figuras seguintes.

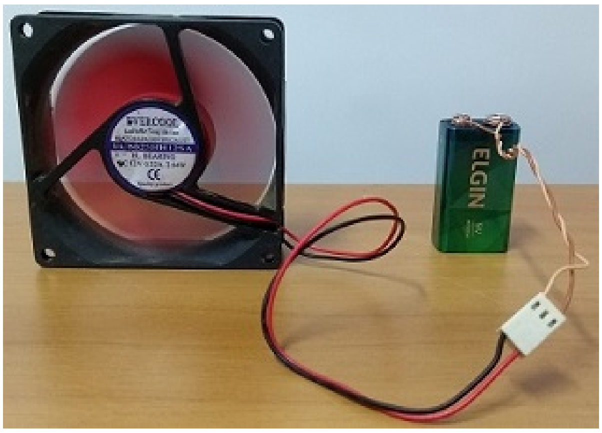
Figura 27 – Acendimento de uma mini lâmpada através de uma bateria de 9V

Fonte: Próprio autor

Através desses circuitos foi possível apresentar um tipo de fonte de tensão, nesse caso, uma bateria de 9V. Além disso, o efeito da corrente elétrica no mini ventilador pôde ser notado através de seu movimento rotacional e na mini lâmpada, a luminosidade emitida. Quanto a resistência elétrica, foi possível destacar que caso seu efeito não existisse internamente nos componentes apresentados, tais componentes seriam facilmente danificados pela elevada intensidade da corrente elétrica através deles. A parte final dessa aula foi destinada à apresentação de um multímetro digital, destacando a possibilidade de medições das grandezas trabalhadas.

Na aula seguinte, foi apresentada de forma expositiva, a lei de Kirchhoff para a tensão, como também, as características de uma fonte de tensão de bancada e de três componentes eletrônicos: o resistor, o *LED* e a matriz de contatos.

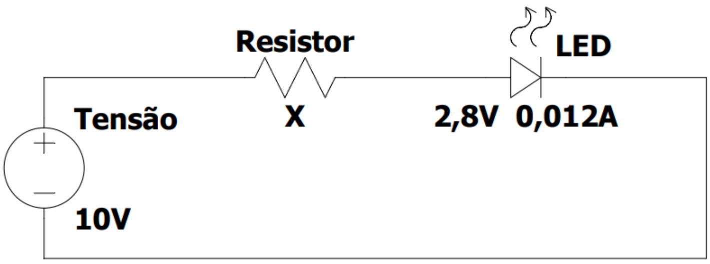
Figura 28 – Acionamento de um mini ventilador através de uma bateria de 9V



Fonte: Próprio autor

A fim de motivar o estudo de equações polinomiais do 1º grau, foi mostrado um circuito para acendimento de um *LED* conforme as figuras 29 e 30.

Figura 29 – Representação do circuito para acendimento de um *LED*



Fonte: Próprio autor

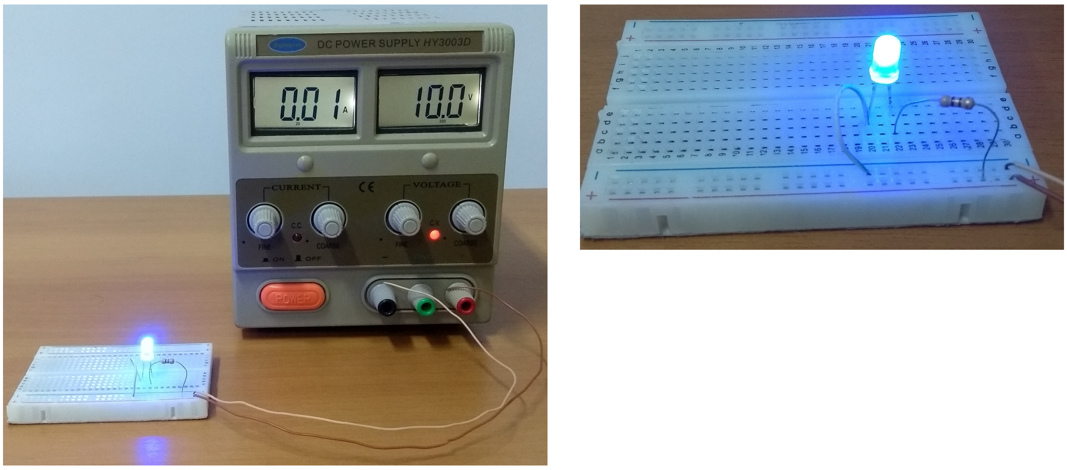
Circuitos idênticos ou semelhantes a esse estão presentes em diversos aparelhos eletroeletrônicos. É comum nesses aparelhos, a presença de um ou mais *LEDs* para indicar uma funcionalidade ativa ou até mesmo algum defeito detectado.

Para funcionamento adequado, a corrente através do *LED* deve ser limitada entre uma faixa de valores pré definida pelo seu fabricante. Além disso, quando conectado ao circuito, esse componente apresenta, entre o anodo e o catodo, um determinado valor de tensão que pode sofrer uma pequena variação se a corrente que passa através dele também variar. Se a intensidade da corrente no *LED* estiver abaixo do valor mínimo especificado pelo seu fabricante, sua luminosidade pode não ser perceptível. Por outro lado, ele pode ser danificado se essa corrente ultrapassar o valor máximo proposto. No circuito apresentado, foi adotada, para funcionamento adequado, uma tensão de $2,8V$ sobre o *LED* e uma corrente de $0,012A$ através dele.

O resistor que aparece no circuito é o componente responsável por limitar a corrente no *LED* em um valor o mais próximo possível de $0,012A$. Para o correto dimensionamento desse resistor, foram utilizadas as leis de Ohm e de Kirchhoff para a tensão.

Figura 30 – Circuito para acendimento de um *LED*

(a) Montagem geral (b) Destaque da matriz de contatos



Fonte: Próprio autor

Primeiramente, note que, pelo sentido convencional da corrente elétrica, ela sai do terminal positivo da fonte de tensão, passa pelo resistor, em seguida pelo *LED* e retorna a fonte através do terminal negativo. Esse ciclo se repete até que a fonte seja desconectada do circuito ou perca sua capacidade de deslocar elétrons. Assim, a corrente que passa no resistor possui a mesma intensidade daquela que passa no *LED*.

Pela lei de Ohm, a tensão no resistor é dada pelo produto entre a corrente que passa por ele e o valor de sua resistência (x), ou seja, $0,012x$. Pela lei de Kirchhoff para a tensão, segue que, $10 = 0,012x + 2,8$, ou seja, a tensão aplicada ao circuito é igual a tensão no resistor somada à tensão no *LED*.

Todo esse procedimento foi apresentado aos alunos como forma de mostrar que situações do cotidiano podem ser representados por uma expressão matemática e que podemos, se for o caso, resolver tal situação caso consigamos resolver a expressão em questão. No nosso caso, através da resolução da equação obtida foi possível determinar o valor da resistência do resistor para o correto funcionamento do *LED*.

Após a obtenção da equação, o foco foi primeiramente trabalhar, expositivamente no início da terceira aula, os conceitos de equação, incógnita, membro, solução e igualdade (no sentido de equivalência) pois, de acordo com Borges e Fiorelli (2016), esses conceitos são fundamentais para a compreensão da resolução de uma equação. Em seguida, foi trabalhada a resolução de equações polinomiais do 1º grau. Para isso, foram apresentados inicialmente, de forma expositiva, os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade que foram relacionados a uma balança de dois pratos.

Dando prosseguimento à terceira aula, foram expostas as resoluções de algumas equações polinomiais do 1º grau relativamente simples e como atividade, foi sugerido que em grupo de três ou quatro pessoas, os alunos resolvessem as seguintes equações:

A) $3x + 5 = 8$

B) $10x - 19 = 21$

C) $2x - 7 = -10$

D) $0,5x + 2,6 = 5,1$

E) $5x - 27 = -4x$

F) $9x + 5 = 4x$

G) $5x + 21 = 10x - 19$

H) $11x + 17 = 10x + 13$

I) $3 + 1,6x = 0,1x$

Fonte: (JúNIOR; CASTRUCCI, 2018, p.153)

Note ao longo das equações a disposição da incógnita, ora no primeiro membro, ora em ambos. Outro fato a ser notado para as resoluções é a necessidade de compreender as propriedades relacionadas às quatro operações básicas ora, exclusivamente com números inteiros, ora com números racionais na forma decimal. Esses fatos aparecem propositalmente a fim de evitar a simples aplicação de um passo a passo por parte dos alunos. A intenção, na verdade, foi possibilitar a compreensão real da resolução de equações polinomiais do 1º grau.

Mesmo mediante uma assessoria, alguns grupos não conseguiram resolver corretamente todas as equações no período da aula. Para esses, as resoluções das equações não resolvidas por completo foram indicadas como atividade extra classe.

Na quarta aula, foi retomado o circuito apresentado na segunda. Dessa vez, a intenção era verificar o desenvolvimento dos alunos quanto a capacidade de resolver corretamente uma equação polinomial do 1º grau relativamente simples resultante de um problema relacionado ao cotidiano. Para isso, foi exposta a seguinte atividade a ser realizada em grupo de três ou quatro alunos.

Dimensione corretamente o resistor do circuito apresentado na segunda aula. Em seguida, monte o circuito e por meio de um multímetro digital, verifique a corrente elétrica no LED.

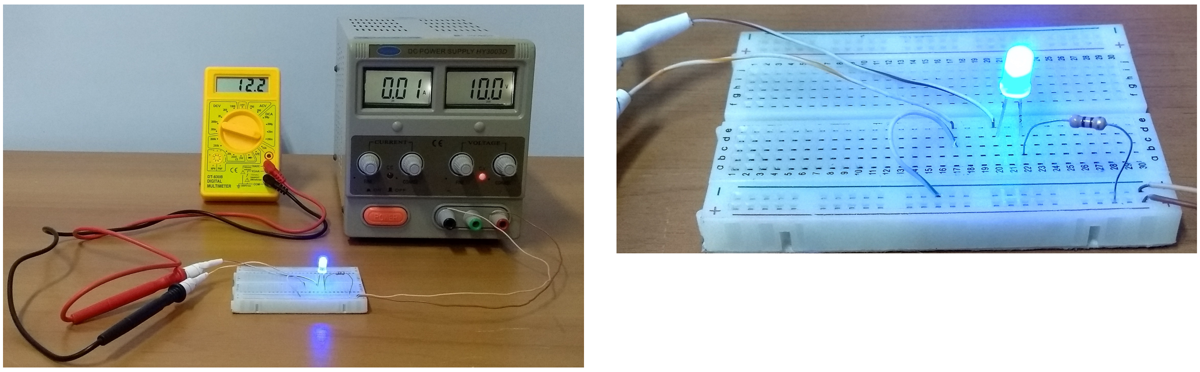
Por meio desse problema foi possível trabalhar de forma interdisciplinar a seguinte habilidade conforme preconiza Brasil (2018, p.307).

EF07MA18: Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax+b = c$, fazendo uso das propriedades de igualdade.

Como já mencionado, por meio das leis de Ohm e Kirchhoff para a tensão, obtém-se do circuito a equação, $10 = 0,012x + 2,8$ que tem $x \approx 553$ como solução. A medição da corrente no *LED* é uma forma de verificar se o resistor foi dimensionado corretamente.

Figura 31 – Circuito para acendimento de um *LED* com a medição da corrente elétrica

(a) Montagem geral (b) Destaque da matriz de contatos



Fonte: Próprio autor

Um fato importante a destacar é que para a obtenção dos valores de tensão e corrente no *LED* apresentados no circuito, foi utilizado um resistor de 470Ω. Isso ocorreu pois, o valor de 553Ω equivale a resistência total do circuito, ou seja, esse valor é composto pela adição da resistência do resistor com as resistências dos pequenos condutores de cobre; dos contatos entre esses condutores e as conexões da matriz de contatos; além da resistência interna do multímetro. Outro fator que interfere nesse resultado é o fato de que os resistores utilizados, podem ter seu valor real diferente em até 5% de seu valor nominal, para mais ou menos.

Após montar e analisar diversos circuitos semelhantes aos propostos durante as aulas, foi estipulado que se o valor da resistência calculado fosse superior ao valor da resistência do resistor usado no circuito em até 100Ω, a resposta estaria correta, caso contrário, eles teriam cometido algum erro. Essa consideração foi justificada explicando a presença das resistências adicionais no circuito. O valor de 100Ω foi considerado em todos os circuitos trabalhados.

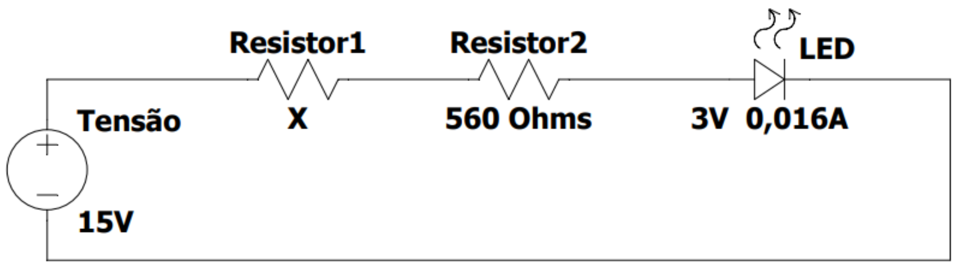
Nem todos os grupos conseguiram resolver a equação sem uma assessoria, porém foi perceptível uma evolução na aprendizagem, ainda que discreta. Quanto à montagem e a medição solicitadas, foi possível notar a curiosidade e o entusiasmo para o desenvolvimento de forma satisfatória por parte da maioria.

De acordo com Brasil (2018) uma das competências a ser desenvolvida pelos alunos do ensino fundamental é: “Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) [...]” Brasil (2018, p.267).

Dessa forma, com intuito de mostrar um exemplo de inter-relação entre conteúdos de matemática foi apresentado, também na quarta aula, um problema solucionável através de uma equação polinomial do 1º grau envolvendo a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição dos números racionais. O problema foi o seguinte:

Uma placa eletrônica com defeito possui o circuito abaixo (figura 32). Um técnico constatou que o resistor $R1$ *está danificado. Qual deve ser o valor da resistência do resistor que o técnico deve substituir para que o circuito funcione corretamente?*

Figura 32 – Representação do circuito com resistor danificado para acendimento de um *LED*



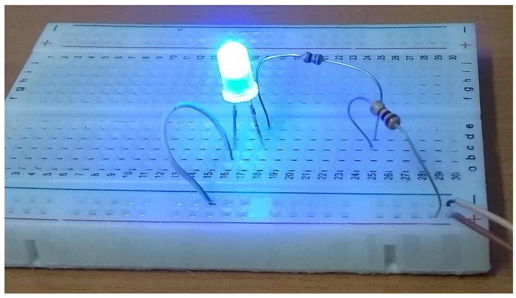
Fonte: Próprio autor

Esse circuito já corretamente dimensionado e montado (figura 33) foi apresentado aos alunos logo após a exposição do problema.

Figura 33 – Circuito para acendimento de um *LED* com dois resistores

(a) Montagem geral

(b) Destaque da matriz de contatos

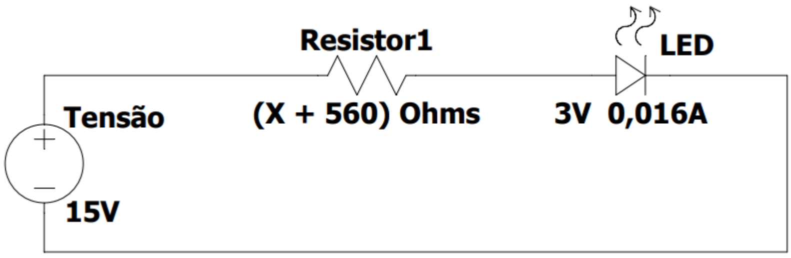


Fonte: Próprio autor

Nesse circuito, os resistores $R1$ e $R2$ equivalem a um único resistor cuja resistência é igual a soma das resistências de $R1$ e $R2$. Logo, considerando a resistência de $R1$ igual a x, pela lei de Ohm, a tensão total sobre os resistores do circuito é igual a $0,016 \cdot (x + 560)$ e pela lei de Kirchhoff, conclui-se que $15 = 0,016 \cdot (x + 560) + 3$. Essa equação tem $x \approx 190$ como solução. O resistor usado no circuito foi de 100Ω.

Após a explicação de como obter a resistência total dos dois resistores e a apresentação do circuito equivalente simplificado, foi solicitado que os alunos, individualmente,

Figura 34 – Circuito equivalente ao da figura 30



Fonte: Próprio autor

determinassem a equação para a solução do problema. Apesar de necessitarem de algumas intervenções, todos os alunos obtiveram êxito quanto ao que foi proposto.

A partir da apresentação desse problema e da determinação da equação que o soluciona foi trabalhada, expositivamente ainda na quarta aula, a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição dos números racionais.

Na quinta aula, inicialmente foram resolvidas, de forma expositiva e por meio dos princípios básicos da igualdade, algumas equações polinomiais do 1º grau envolvendo a propriedade abordada na aula anterior. Em seguida, com intuito de desenvolver a compreensão da inter-relação entre equações polinomiais do 1º grau e a propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição foi proposto aos alunos que em grupo de três ou quatro pessoas, resolvessem as seguintes equações:

A) $7x + 20 = 2(3x + 1)$

B) $9x = 20 + 8(x - 1)$

C) $3(x + 2) - 2(x - 7) = 0$

D) $3(1,4 - x) + 5x = -(x - 4,8)$

E) $7(2x - 50) - 4x = 10(51,9 - 0,1x)$

Fonte: (JúNIOR; CASTRUCCI, 2018, p.153)

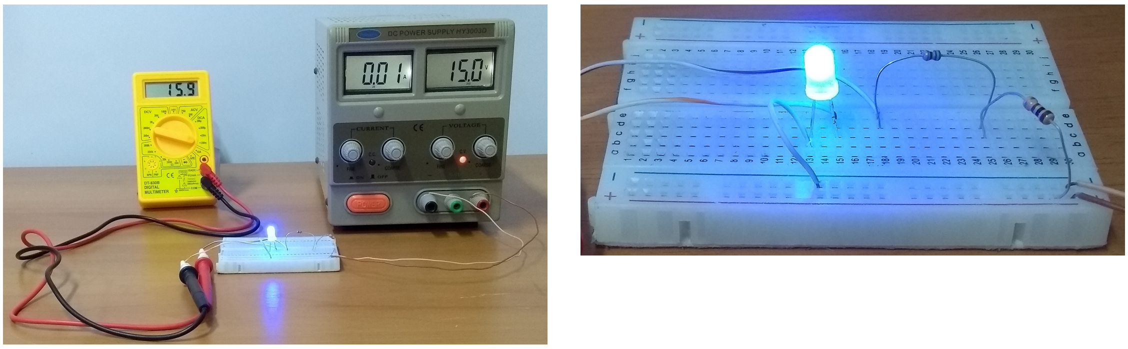
Do mesmo modo que a terceira aula, as equações foram selecionadas de modo a evitar a simples aplicação de um passo a passo. Ainda semelhantemente à terceira aula e devido aos mesmos motivos, alguns grupos necessitaram realizar uma atividade extra classe.

Na sexta aula, com intenção de verificar o desenvolvimento dos alunos quanto a capacidade de resolver corretamente uma equação polinomial do 1º grau que também foi resultado de um problema relacionado ao cotidiano porém envolvendo uma nova propriedade, foi sugerida a realização, também em trio ou quarteto, da atividade seguinte.

Dimensione corretamente o resistor do circuito apresentado na quarta aula. Em seguida, monte o circuito e por meio de um multímetro digital, verifique a corrente elétrica *no do LED.*

Figura 35 – Circuito para acendimento de um *LED* com dois resistores e medição da corrente elétrica

(a) Montagem geral (b) Destaque da matriz de contatos



Fonte: Próprio autor

Através de algumas mediações, todos os grupos concluíram satisfatoriamente essa atividade no horário da aula. Antes de encerrar a aula, foi solicitado aos alunos que realizassem uma pesquisa extra classe acerca do potenciômetro, sua definição, características e aplicabilidades.

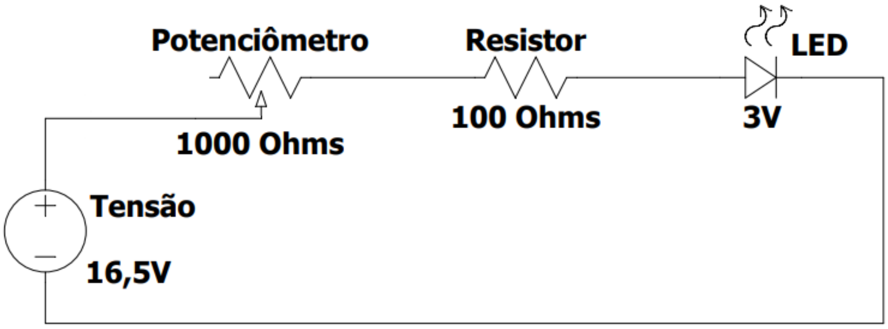
Na sétima e última aula foi dado ênfase inicialmente a definição, características e funcionalidades do potenciômetro. Em seguida, baseado em Brasil (2018) que indica o estudo de frações para alunos do ensino fundamental, foi iniciado o trabalho relacionado à resolução de equações envolvendo números racionais também na forma fracionária. Esse trabalho, novamente em grupo de três ou quatro alunos, foi desenvolvido por meio da aplicação de duas atividades.

Atividade 1

Considere que você dispõe de uma fonte de tensão de $16,5V$, um LED (com tensão de $2,5V$ para uma corrente de $\frac{3}{250}$ e de $3V$ para uma corrente de $\frac{31}{500}A$), um resistor de 100Ω e um potenciômetro de 1000Ω. Projete um circuito para acendimento do LED e determine os valores das resistências em que o potenciômetro deve ser ajustado de modo que o LED acenda em dois níveis de luminosidade diferentes. No primeiro nível de luminosidade, a corrente no LED deve ser igual ao valor mínimo especificado e no segundo, igual ao valor máximo.

Além de trabalhar a resolução de equações polinomiais do 1º grau envolvendo números racionais também na forma fracionária, a elaboração desse problema teve por intuito motivar ainda mais a participação dos alunos quanto a desenvolver as atividades propostas. Isso porque esse novo circuito apresenta uma novidade perceptível visualmente, ou seja, por meio do giro da haste do potenciômetro é possível notar a variação da luminosidade do *LED*. A figura 36 apresenta o circuito a ser projetado:

Figura 36 – Representação do circuito para variar a luminosidade do *LED*



Fonte: Próprio autor

O nível da corrente no *LED* e a luminosidade por ele emitida, dentro dos valores estabelecidos pelo fabricante, possuem uma relação direta. Note que quanto diminuída a resistência do potenciômetro, a corrente no circuito, e consequentemente no *LED*, torna-se mais intensa, aumentando assim, sua luminosidade e vice versa. A seguir, está apresentada a solução desse problema.

Seja x o valor da resistência do potenciômetro para o menor nível de luminosidade. Pela lei de Ohm, a tensão total sobre o potenciômetro e o resistor é dada por: $\frac{3}{250}(x+100)$. Pela lei de Kirchhoff para a tensão, conclui-se que $16,5 = \frac{3}{250}(x+100)+2,5$. Resolvendo essa equação, obtém-se $x \approx 1083$ como solução. O potenciômetro foi ajustado em 1000Ω para o acendimento do *LED* na menor luminosidade.

Com raciocínio análogo e considerando y como o valor da resistência do potenciômetro para uma corrente de $\frac{31}{500}A$ no *LED*, obtém-se a equação $16,5 = \frac{31}{500}(y+100)+3$. Resolvendo essa equação, conclui-se que $y \approx 96\Omega$. Com base nisso, para a maior intensidade luminosa, o potenciômetro foi ajustado em 15Ω.

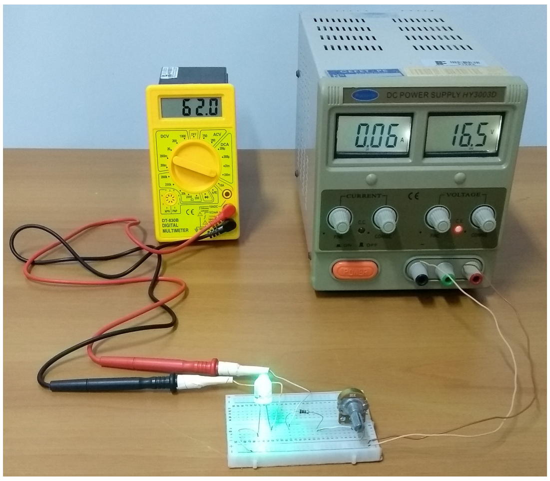
Atividade 2

Monte o circuito projetado e verifique, por meio do multímetro digital, a corrente elétrica para cada nível de luminosidade conforme descrito no problema.

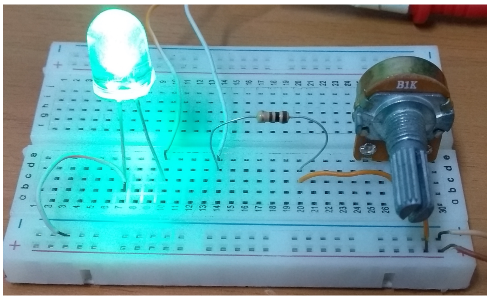
Para desenvolver essa atividade os alunos deveriam primeiramente, montar o circuito projetado e usar dois multímetros digitais, um para a medição da resistência do potenciômetro e o outro para a medição da corrente no *LED*. Em seguida, deveriam ajustar o potenciômetro baseado nos valores calculados e notar os efeitos desses ajustes tanto na corrente no *LED*, quanto em sua luminosidade. A Figura 37 apresenta essa montagem.

Figura 37 – Circuito para variar a luminosidade do *LED*

(a) Montagem geral com o *LED* na maior intensidade luminosa



(b) Destaque da matriz de contatos



Fonte: Próprio autor

Para a correta medição da resistência do potenciômetro é necessário desconectá-lo do circuito, conforme a imagem:

Figura 38 – Medição da resistência elétrica do potenciômetro

Fonte: Próprio autor

A etapa da realização dessa atividade em que os alunos tiveram mais dúvidas foi o desenvolvimento do projeto. Em relação a determinar os valores das resistências ajustadas no potenciômetro e a realizar as devidas medições, notou-se uma fluidez sem grandes dificuldades.

As figuras que se seguem apresentam alguns registros referentes à aplicação dessa sequência didática.

Figura 39 – Alunos resolvendo os problemas e montando os circuitos

Fonte: Próprio autor

Na Figura 39 é possível observar os grupos de estudantes resolvendo os problemas e montando os respectivos circuitos. A maior dificuldade apresentada pelos alunos durante esta e em outras etapas da sequência didática, diz respeito à efetuação das operações básicas com números racionais. Todavia, nas últimas aulas e através das informações colhidas do questionário aplicado após a sequência didática, foi possível notar uma considerável evolução em relação a esse aspecto.

Quanto à questão motivacional, essa metodologia apresentou uma considerável relevância. Como era esperado, a maioria dos alunos mostraram-se motivados a desenvolver as atividades propostas, pois houve bastante interesse em verificar, na prática, se o desenvolvimento dos cálculos e os resultados obtidos estavam corretos. A curiosidade em manusear componentes e equipamentos eletrônicos nunca antes vistos também contribuiu significativamente para a obtenção dos resultados positivos.

A Figura 40, a seguir, destaca as atividades relacionadas à montagem do circuito, evidenciando as etapas de conectar a matriz de contatos à fonte de tensão, medição de corrente no *LED* e conferir se os valores calculados foram constatados no experimento prático.

Figura 40 – Alunos conectando a fonte de tensão, medindo a corrente no *LED* e conferindo com o valor calculado

Fonte: Próprio autor

7 Resultados obtidos

Os ganhos proporcionados pela metodologia apresentada neste trabalho não foram restritos ao aspecto motivacional. Neste capítulo, são apresentados os resultados de dois questionários, um aplicado antes e o outro depois da vivência da sequência didática. Por meio desses questionários, foram avaliados os conhecimentos prévios dos estudantes acerca do conteúdo trabalhado, bem como, os ganhos na aprendizagem proporcionados pela metodologia proposta.

A tabela abaixo apresenta os resultados obtidos pelos vinte e três alunos participantes nos dois questionários. Nas colunas intituladas por: Questionário diagnóstico e Questionário posterior, estão descritos os quantitativos de alunos, tanto em valores absolutos quanto em percentuais aproximados, que resolveram corretamente as respectivas questões.

	Questionário diagnóstico		**Questionário posterior**	
Questão 1	17	73,9%	23	100,0%
Questão 2	16	69,5%	20	87,0%
Questão 3	11	47,8%	20	87,0%
Questão 4	19	82,6%	21	91,3%
Questão 5	11	47,8%	16	69,5%
Questão 6	06	26,0%	22	95,6%
Questão 7	01	4,3%	19	82,6%
Questão 8	00	0,0%	Não se aplica	

7.1 Questionário diagnóstico

No primeiro questionário, a intenção foi constatar algumas impressões acerca dos conhecimentos dos alunos sobre o tema proposto. As questões, em modo sequencial, foram elaboradas de modo a verificar os conhecimentos desde as características e propriedades de uma equação polinomial do 1º grau até a resolução dessas equações envolvendo propriedades da aritmética. Tais conhecimentos são essenciais para desenvolver a capacidade de resolver problemas práticos relacionados ao conteúdo trabalhado.

A primeira questão foi elaborada com intuito de verificar, por parte dos alunos, a compreensão da estrutura de uma equação polinomial do 1º grau.

Questão 1. Qual das afirmações abaixo melhor define uma equação polinomial do 1º grau?

A) Uma expressão algébrica que possui apenas as quatro operações básicas.

B) Uma expressão algébrica que não possui igualdade.

C) Uma expressão algébrica que envolve uma única incógnita e uma igualdade.

D) Uma expressão algébrica que envolve apenas números inteiros.

O percentual de alunos que acertaram essa questão foi de 73,9% indicando um bom resultado quanto a noção da estrutura de uma equação polinomial do 1º grau.

Na segunda questão, a intenção foi constatar o que os alunos entendiam por incógnita.

Questão 2. O que representa a letra x na expressão abaixo?

$$5x + 10 = 25$$

A) Um número que somado a 10 e multiplicado por 5 resulta em 25.

B) Sinal de multiplicação.

C) Um símbolo sem sentido, tendo em vista que logo a sua direita existe um sinal de adição.

D) Um número que multiplicado por 5 e somado a 10 resulta em 25.

Em relação a compreensão da ideia de incógnita, o resultado foi razoavelmente satisfatório. Sessenta e nove e meio por cento dos alunos acertaram essa questão.

A relação entre a estrutura de uma equação polinomial do 1º grau e a ideia de incógnita foi a principal habilidade avaliada na terceira questão.

Questão 3. Qual das opções abaixo melhor representa a seguinte expressão:

O triplo de um número somado a 17 resulta em 38.

A) $3(x + 17) = 38$

B) $3x + 17 = 38$

C) $17x + 3 = 38$

D) $17(x + 3) = 38$

Quanto ao que foi pretendido através dessa questão, o resultado foi insatisfatório. Apenas 47,8% dos estudantes assinalaram corretamente a questão 3.

Na quarta questão, a intenção foi verificar a capacidade de resolver uma equação polinomial do 1º grau relativamente simples envolvendo apenas números inteiros.

Questão 4. Determine a solução da seguinte equação:

$$7x + 4 = 39$$

Para esta questão, $82,6\%$ dos estudantes conseguiram determinar a solução correta da equação. O método da tentativa e erro foi utilizado por pouco mais da metade deles.

A quinta questão apresentou características semelhantes à quarta. A principal diferença foi intenção também de verificar a capacidade de desenvolver operações básicas com números racionais na forma decimal.

Questão 5. Determine a solução da seguinte equação:

$$0,5x + 1,8 = 3,8$$

Apenas 47,8% dos participantes determinaram a resposta correta dessa questão. Boa parte dos alunos apresentaram dificuldades em desenvolver as operações com números racionais, na forma decimal, necessárias.

Com intenção de verificar a capacidade de relacionar a resolução de uma equação polinomial do $1^{\underline{o}}$ com a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição dos números racionais, foi elaborada a sexta questão.

Questão 6. Determine a solução da seguinte equação:

$$2(x + 15) - 27 = 9$$

Quanto a essa equação, o resultado foi bastante insatisfatório. Somente 26% dos estudantes conseguiram determinar a resposta correta. A reduzida quantidade de acertos se deu pelo fato da maioria não conhecer a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição dos números racionais.

A sétima questão foi elaborada com intenção semelhante à sexta. A principal diferença diz respeito a avaliação da capacidade de trabalhar com números racionais na forma fracionária.

Questão 7. Determine a solução da seguinte equação:

$$\frac{3}{5}(x + 7) = 6$$

A dificuldade em trabalhar as operações com números racionais, na forma fracionária, foi bastante evidente quando foi constatado que apenas 4,3% dos alunos acertaram a questão 7.

Diversas são as aplicações das equações polinomiais do $1^{\underline{o}}$ grau no cotidiano. Baseado nisso, foi elaborada a oitava questão a fim de verificar se os alunos conheciam ao menos uma delas.

Questão 8. Você seria capaz de descrever alguma situação do dia a dia que utilize equações polinomiais do 1º grau?

De forma unânime, os alunos não conseguiram descrever corretamente uma situação em relação ao que foi pedido.

7.2 Questionário diagnóstico x Questionário posterior

No segundo questionário foram avaliadas as mesmas habilidades abordadas no primeiro. Dessa vez, a intenção era verificar o progresso quanto ao desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes, bem como, a aceitação da metodologia trabalhada.

Questão 1. Qual das afirmações abaixo melhor define uma equação polinomial do 1º grau?

A) Uma expressão algébrica que possui apenas as quatro operações básicas.

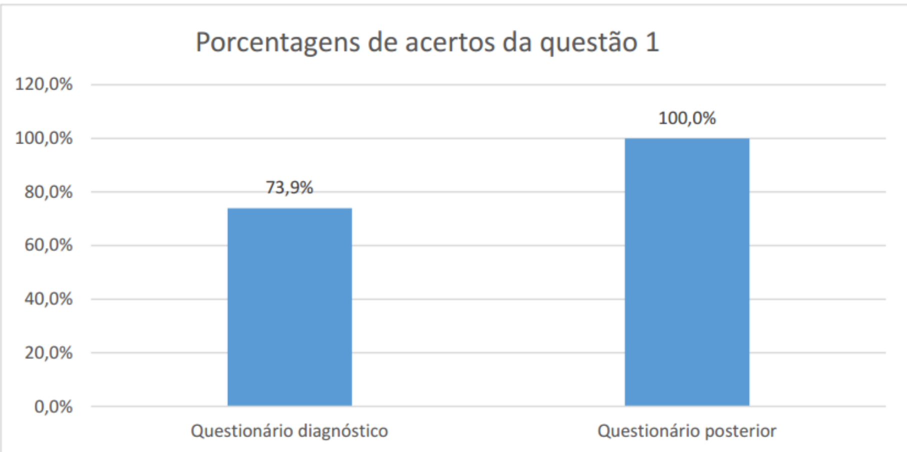
B) Uma expressão algébrica que não possui igualdade.

C) Uma expressão algébrica que envolve uma única incógnita e uma igualdade.

D) Uma expressão algébrica que envolve apenas números inteiros.

Já nessa questão, constatamos uma evolução na aprendizagem dos estudantes. A quantidade de acertos de 73,9% no primeiro questionário, passou para 100% no questionário posterior conforme apresentado no gráfico da figura 41.

Figura 41 – Comparação da questão 1: Questionário diagnóstico x Questionário posterior



Fonte: Próprio autor

Todo trabalho interdisciplinar desenvolvido nas duas primeiras aulas desde as definições de algumas grandezas elétricas até a determinação de uma equação polinomial do 1º grau por meio de um circuito eletrônico foi fundamental para a obtenção desse resultado tendo em vista todo o procedimento para estruturar a equação.

Questão 2. O que representa a letra x na expressão abaixo?

$$7x - 4 = 10$$

A) Um número que subtraído por 4 e multiplicado por 7 resulta em 10.

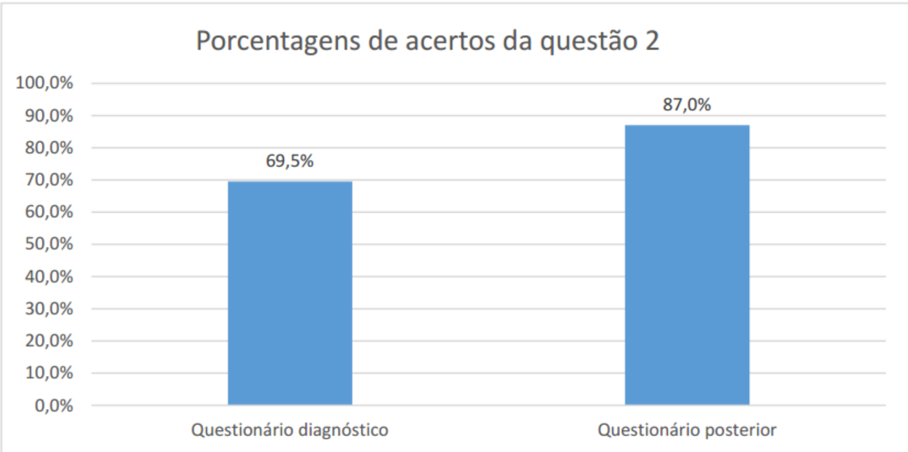
B) Sinal de multiplicação.

C) Um número que multiplicado por 7 e subtraído por 4 resulta em 10.

D) Um símbolo sem sentido, tendo em vista que logo a sua direita existe o sinal de subtração.

Por meio dessa questão também foi verificado um resultado positivo. No questionário diagnóstico, 69,5% responderam corretamente a questão 2. Já no questionário posterior esse quantitativo foi de 87,0%. O comparativo entre esses resultados pode ser visualizado na figura 42.

Figura 42 – Comparação da questão 2: Questionário diagnóstico x Questionário posterior



Fonte: Próprio autor

Trabalhar a compreensão do significado de incógnita é uma tarefa difícil para os docentes. O aumento de acertos relacionados à segunda questão está diretamente ligado ao fato de associar o que é entendido por incógnita à especificação de um componente eletrônico.

Questão 3. Qual das opções abaixo melhor representa a seguinte expressão:

O quádruplo de um número somado a 8 resulta em 20.

A) $4(x + 8) = 20$

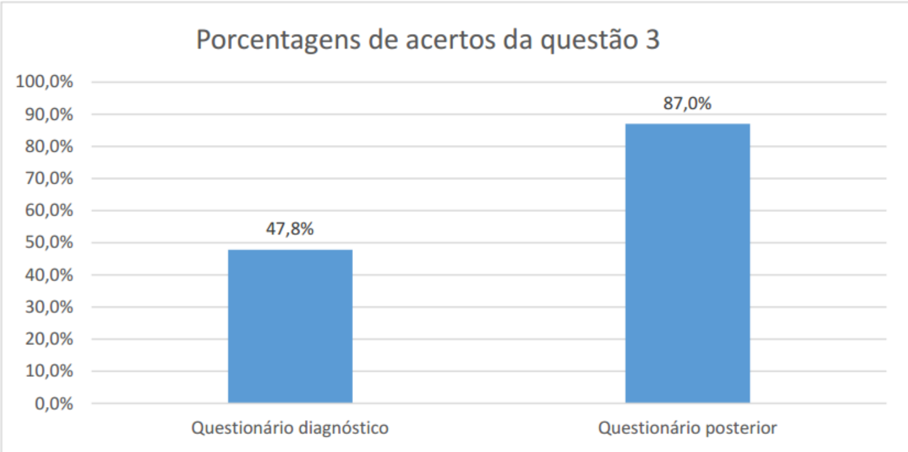
B) $4x + 8 = 20$

C) $8x + 4 = 20$

D) $8(x + 4) = 20$

O registro de 87% de acertos dessa questão foi bastante satisfatório. Isso porque, no questionário diagnóstico foi registrado, em relação a uma questão semelhante, apenas 47,8% de acertos. A figura 43 apresenta essa comparação.

Figura 43 – Comparação da questão 3: Questionário diagnóstico x Questionário posterior



Fonte: Próprio autor

A junção dos fatores determinantes para o aumento nos índices de aprendizagens relacionados à primeira e a segunda questão foi crucial para proporcionar esse terceiro resultado.

Questão 4. Determine a solução da seguinte equação:

$$9x - 11 = 70$$

Mesmo já registrando um resultado positivo no primeiro questionário quanto a resolução de uma equação com características semelhantes a essa, foi constatado um progresso na aprendizagem dos alunos. Dessa vez, 91,3% dos participantes determinaram corretamente a solução da equação proposta. O gráfico na figura 44 apresenta esse progresso.

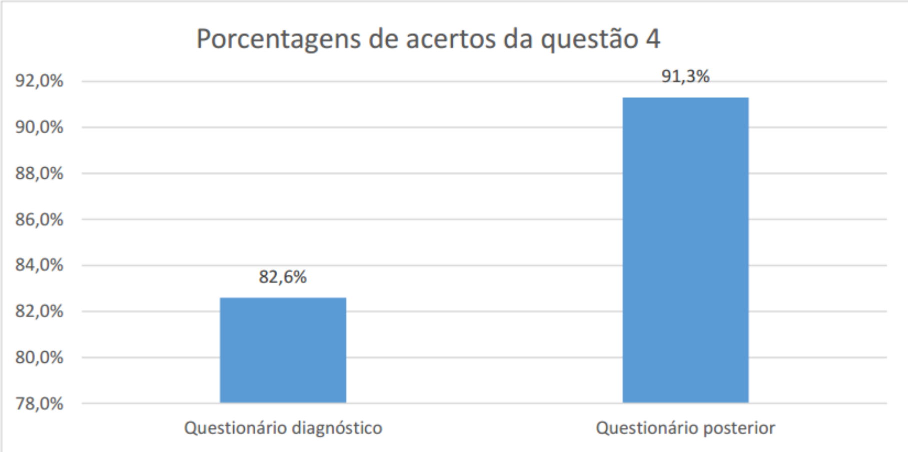
A estratégia de primeiramente trabalhar, de forma interdisciplinar, os procedimentos para obter uma expressão matemática por meio da qual seria possível solucionar um problema relacionado ao cotidiano e em seguida desenvolver o estudo sobre as propriedades e características dessa expressão, foi determinante para essa melhoria.

Questão 5. Determine a solução da seguinte equação:

$$0,3x + 2,3 = 5,6$$

Também foi registrado um progresso quanto a resolução de equações relativamente simples envolvendo números racionais na forma decimal. A quantidade de alunos que

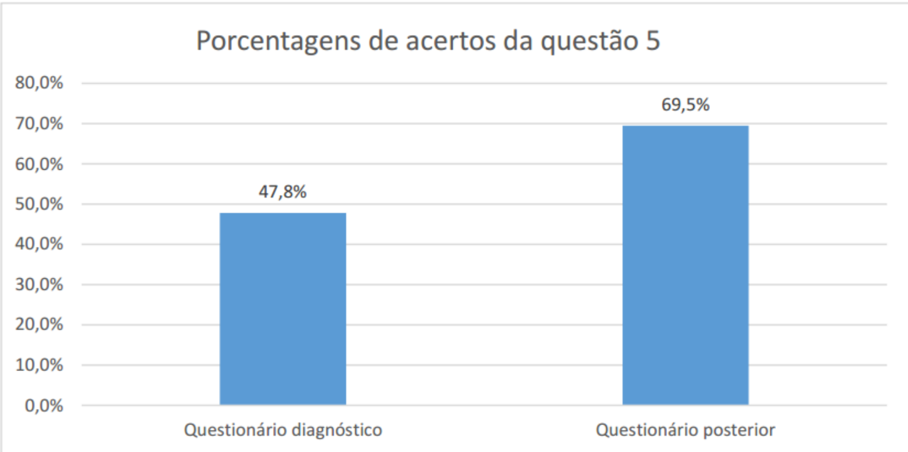
Figura 44 – Comparação da questão 4: Questionário diagnóstico x Questionário posterior



Fonte: Próprio autor

acertaram esse tipo de equação aumentou em cerca de 45%. A figura 45 apresenta essa ascensão.

Figura 45 – Comparação da questão 5: Questionário diagnóstico x Questionário posterior



Fonte: Próprio autor

O aumento na quantidade de acertos em relação a resolução desse tipo de equação está diretamente ligado à presença constante dos números racionais na forma decimal nas atividades e problemas propostos durante as aulas.

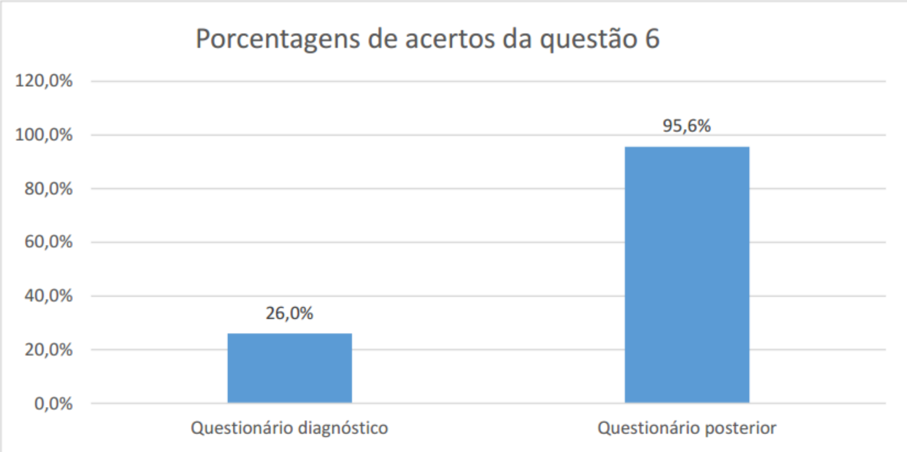
Questão 6. Determine a solução da seguinte equação:

$$3(2x - 1) = 27$$

Por meio dessa questão foi possível constatar um ótimo resultado em relação não somente aos princípios aditivos e multiplicativos da igualdade mas também, à compreensão da propriedade distributiva da multiplicação em relação a adição dos números racionais.

A figura 46 apresenta o comparativo entre o percentual de alunos que desenvolveram corretamente as soluções das equações envolvendo essa propriedade.

Figura 46 – Comparação da questão 6: Questionário diagnóstico x Questionário posterior



Fonte: Próprio autor

É importante destacar que na quarta aula foi proposto um problema por meio do qual os alunos deveriam portar-se como técnico em eletrônica a fim de consertar um circuito eletrônico. Essa caracterização despertou o entusiasmo nos alunos em relação a resolver o problema proposto e a consequência disso, foi o aumento expressivo em relação à quantidade de acertos da sexta questão.

Questão 7. Determine a solução da seguinte equação:

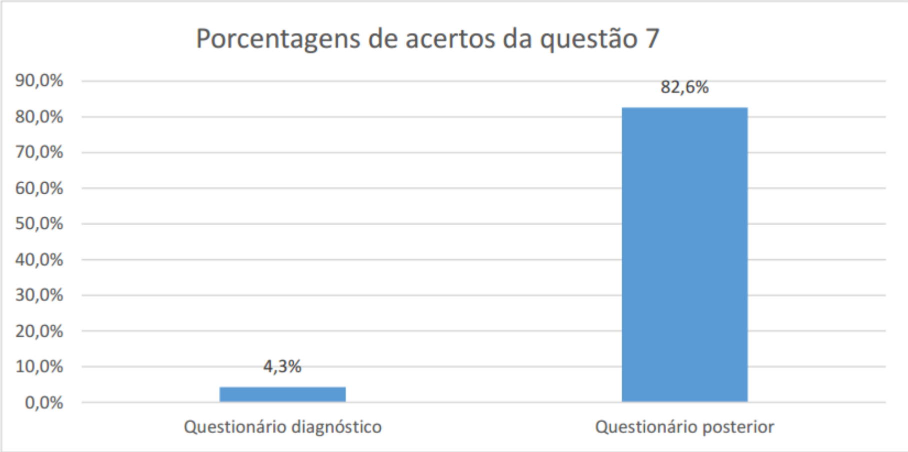
$$\frac{2}{3}(x+5) = 18$$

Também foi registrada uma ótima evolução quanto a resolução de equações envolvendo números racionais na forma fracionária. O aumento de 4,3% para 82,6% na quantidade de alunos que resolveram corretamente esse tipo de equação, conforme apresentado na figura 47, indica esse progresso.

Esse expressivo resultado está relacionado ao que foi proposto na sétima aula, ou seja, despertar ainda mais o entusiasmo dos alunos por meio da apresentação de um componente eletrônico até então desconhecido, bem como, desenvolver um trabalho visando proporcionar a compreensão do efeito visual que esse componente causava no circuito.

É importante salientar que nas quarta, quinta, sexta e sétima questões, tanto no questionário diagnóstico quanto no posterior, pequenos erros relacionados simplesmente às operações básicas com números racionais não foram determinantes para considerar a resolução da equação como incorreta. A intenção principal foi avaliar a capacidade de utilizar as definições e princípios estudados como ferramentas na resolução das equações.

Figura 47 – Comparação da questão 7: Questionário diagnóstico x Questionário posterior



Fonte: Próprio autor

A oitava e última questão do questionário posterior, foi elaborada com intenção de verificar a aceitação, por parte dos alunos, da metodologia trabalhada.

Questão 8. Como você considera o estudo de equações polinomiais do 1º grau por meio de aplicações práticas na eletrônica?

A) Muito interessante, pois as atividades práticas despertam a curiosidade de como resolver corretamente a equação para que o circuito eletrônico funcione corretamente.

B) Razoavelmente interessante, pois o estudo de equações polinomiais do 1º grau é uma atividade prazerosa independente de aulas práticas.

C) Pouco interessante, prefiro apenas resolver equações polinomiais do 1º grau ou problemas envolvendo essas equações, sem desenvolver atividades práticas.

As respostas dos alunos para essa questão mostraram uma considerável aceitação da metodologia trabalhada. Isso porque, 82,6% deles consideraram a sequência didática trabalhada como uma atividade muito interessante.

Conclusão

O foco deste trabalho foi apresentar uma metodologia para o ensino de equações polinomiais do 1º grau através da vivência de uma sequência didática utilizando transversalmente conteúdos relacionados a circuitos eletrônicos com aplicações em diversas situações práticas.

A interdisciplinaridade entre o estudo de equações polinomiais do 1º grau e circuitos eletrônicos destinados ao acendimento e variação da luminosidade de um *LED* foi fundamental para despertar o interesse dos alunos quanto a compreender não apenas os aspectos teóricos dos conteúdos trabalhados, mas também, sua aplicabilidade em situações de grande importância no dia a dia. As aulas práticas, conforme indicado pelos próprios alunos por meio do questionário posterior, foram essenciais para a obtenção dos resultados positivos apresentados no capítulo 7.

Para promover ganhos na aprendizagem foi necessário trabalhar de forma lúdica e prática alguns conceitos relativamente abstratos relacionados a álgebra e às grandezas elétricas. A compreensão dos conceitos de tensão, corrente e resistência elétrica ficariam inviáveis se não fossem utilizados os vídeos e os circuitos conforme descritos no Capítulo 6. A associação dos princípios fundamentais da igualdade a uma balança de dois pratos foi fundamental para o desenvolvimento do trabalho relacionado à resoluções de equações.

A compreensão dos conteúdos trabalhados desenvolveu-se, por parte da maioria, sem grandes dificuldades. O principal problema detectado foi a dificuldade em resolver as operações básicas com números racionais. Esse fato indicou a necessidade do desenvolvimento de outros trabalhos através dos quais a prática dessas operações se faz necessária.

A maioria dos alunos também apresentou uma considerável dificuldade quanto à correta utilização da fonte de tensão de bancada e do multímetro digital. Outra dificuldade perceptível diz respeito à compreensão das características dos componentes utilizados, em especial, da matriz de contatos principalmente nos primeiros contados. Para amenizar esse impasse, sempre no começo de cada aula, a partir da segunda, os assuntos trabalhados nas aulas anteriores eram revisados. Além disso, os grupos com maior destaque eram convidados a ajudar os demais.

É importante destacar que nenhum participante da pesquisa possuía qualquer tipo de conhecimento relacionado a eletrônica. Essa realidade foi fundamental para despertar ainda mais a curiosidade em compreender a estrutura, o dimensionamento e o funcionamento dos circuitos trabalhados durante as aulas.

Embora haja um custo financeiro para a aplicação dessa metodologia, os componentes e equipamentos utilizados podem ser reutilizados por diversas vezes. Se conservados e usados de acordo com as recomendações do fabricante, sua utilização pode ser entendida por mais de sete anos.

Por meio das observações e intervenções durante as aulas, bem como, dos resultados apresentados nos questionários é possível concluir que a metodologia trabalhada aponta para ganhos significativos quanto à aprendizagem de equações polinomiais do 1º grau.

Para trabalhos futuros, a ideia é adaptar e elaborar alguns circuitos eletrônicos com potencial para desenvolver o ensino de outros conteúdos destinados à educação básica. Um circuito para acendimento de um *LED* de forma automática através de um sensor de luminosidade, por exemplo, é uma possibilidade para o ensino de sistemas de equações lineares.

Referências

AIUB, M. Interdisciplinaridade: da origem à atualidade. *O mundo da Saúde*, v. 30, n. 1, p. 107–116, 2006.

ANJOS, L. F. d. et al. Equações do 1º grau: significando a aprendizagem por intermédio da história da matemática. 2021.

ARAUJO, C. A. S. Ensino de equação polinomial do primeiro grau por meio do uso da balança de dois pratos. 2022.

BOF, A. M.; MORAES, G. H. Impactos da pandemia de covid-19 no aprendizado dos estudantes brasileiros. *Cadernos de Estudos e Pesquisas em Políticas Educacionais*, v. 7, 2022.

BONATTO, A. et al. Interdisciplinaridade no ambiente escolar. *Seminário de pesquisa em educação da região sul*, v. 9, p. 1–12, 2012.

BORGES, F. A.; FIORELLI, A. C. d. O. Uma sequência didática para o ensino de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas. 2016.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. *História da matemática*. [S.l.]: Editora Blucher, 2018.

BRASIL. Parâmetros curriculares nacionais. ensino médio. 1998.

BRASIL. Ministério da educação. base nacional comum curricular. 2018.

CAMPOS, A. R. M. *O discurso do professor no ensino e aprendizagem das equações literais no 8. º ano, no âmbito da experimentação do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico*. Tese (Doutorado), 2010.

CASTOLDI, L. et al. Equação de 1º grau: uma proposta de ensino e de aprendizagem utilizando jogos. Universidade de Passo Fundo, 2016.

COBIANCHI, A. S. *História da Matemática*. [S.l.]: Lorena, 2006.

COSTA, A. C.; FREITAS, T. L. M.; DAMASCENO, V. d. S. Equação do 1º grau: uma revisão teórica acerca de seus significados. *XII Encontro Nacional de Educação Matemática*, 2016.

CUNHA, D. M. d. O. Ensino de funções matemáticas do 1º grau no ensino médio: discussão interdisciplinar com a física. Universidade Federal da Paraíba, 2016.

DELATTRE, M. M. de S.; GUILHEM, M. S. B. A matemática no cotidiano dos alunos por meio da resolução de problemas. 2010.

EVES, H. Introdução à história da matemática, trad. *Higyno H. Domingues. Brasil: Editora UNICAMP*, 2011.

FERREIRA, R. Sistemas de numeração: Dos egípcios à atualidade. *Educação e Matemática*, n. 132, p. 33–36, 2015.

FREIRE, P.; MOUTINHO, J. V. *A mensagem de Paulo Freire: teoria e prática da libertação*. [S.l.]: Ed. Nova Crítica, 1977.

FREITAS, M. A. d. Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2002.

GASPAR, A.; MONTEIRO, I. C. de C. Atividades experimentais de demonstrações em sala de aula: uma análise segundo o referencial da teoria de vygotsky. *Investigações em ensino de ciências*, v. 10, n. 2, p. 227–254, 2005.

GIL, P. D. B. François viète: o despontar da álgebra simbólica. Universidade do Porto. Reitoria, 2001.

GONÇALVES, A. C. Sequência didática para aulas experimentais voltadas ao ensino de circuitos elétricos. 2018.

GUSSOW, M. *Eletricidade Básica*. São Paulo: Pearson Makron Books, 2009.

HUMMES, V. B. Aprendizagem significativa de equações do primeiro grau: um estudo sobre a noção de equivalência como conceito subsunçor. 2014.

JUNIOR, A. W. L. *Eletricidade & Eletrônica Básica*. Rio de Janeiro: Alta Books, 2009.

JúNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. *A conquista da matemática. 7º ano*. São Paulo: FTD, 2018.

LIMA, D. T. D. Erros no processo de resolução de equações do 1 o grau. 2010.

LIMA, E. L. Conceituação, manipulação e aplicações. *Revista do Professor de Matemática*, v. 41, p. 1–6, 1999.

LIMA, E. L. et al. *A matemática do ensino médio*. [S.l.]: SBM, 1997. v. 6.

MARQUES, A. E. B.; CRUZ, E. C. A.; JúNIOR, S. C. *Dispositivos Semicondutores: Diodos e Transistores*. São Paulo: Érica Ltda, 2010.

MEDEIROS, A. d.; WELTER, M. Dificuldades na aprendizagem da matemática: como superá-las. *SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DO CURSO DE PEDAGOGIA DA FAI FACULDADES*, v. 6, 2015.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? *Pro-Posições*, v. 3, n. 1, p. 39–54, 1992.

MOLLOSSI, L. F. d. S. B.; AGUIAR, R. de; MORETTI, M. T. Placa de resolução de equações do primeiro grau. *Revista BOEM*, v. 6, n. 10, p. 237–254, 2018.

NOBRE, S.; AMADO, N.; PONTE, J. Representações na aprendizagem de sistemas de equações. *Ensino e Aprendizagem da Álgebra–Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática*, p. 239–259, 2011.

OCAMPO, D. M.; SANTOS, M. E. T. d.; FOLMER, V. A interdisciplinaridade no ensino é possível? prós e contras na perspectiva de professores de matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, SciELO Brasil, v. 30, p. 1014–1030, 2016.

OLIVEIRA, D. S. Números e sistemas de numeração. *Trabalho de Conclusão Curso (Especialização)–Programa de Pós-Graduação "Lato Sensu" em Matemática, Escola de Engenharia de Lorena da Universidade de São Paulo. Lorena, SP*, 2008.

ORTIZ, S. A matemática da babilônia. 2020.

PACHECO, M. J. R. *A importância das atividades experimentais no processo de ensino-aprendizagem*. Tese (Doutorado), 2015.

PANTANO, F.; RINQUE, L. C. L.; NASCIMENTO, D. P. do. Interdisciplinaridade na educação matemática para o ensino médio: uma alternativa de sucesso. *Revista Científica da Faculdade de Educação e Meio Ambiente*, v. 8, n. 2, p. 42–52, 2017.

PEREIRA, P. S. F. et al. Potencialidades didáticas de textos e problemas históricos egípcios e babilônicos para o ensino de matemática na educação básica. Universidade Federal do Pará, 2022.

PERETTI, L.; COSTA, G. M. Tonin da. Sequência didática na matemática. *Revista de Educação do IDEAU*, v. 8, n. 17, p. 1–15, 2013.

PONTE, J. P. d. O novo programa de matemática como oportunidade de mudança para os professores do ensino básico. *Interacções*, p. 96–114, 2009.

PONTE, J. P. d.; BRANCO, N.; MATOS, A. *Álgebra no ensino básico*. [S.l.]: DGIDC, 2009.

QUEIROZ, A. J. M. de. Elon lages lima: Estudo sobre os anos iniciais de sua carreira. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, v. 7, n. 21, p. 44–58, 2020.

RIOS, D. G. Equações diofantinas lineares na educação básica. 2013.

ROUXEL, J. Viagem na eletricidade - entre o mais e o menos. *Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=IUgS7Uw-qBI>*, Acesso em: 12 de Setembro de 2023.

ROUXEL, J. Viagem na eletricidade - os três mosqueteiros. *Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=6AJuWd1k-sM>*, Acesso em: 12 de Setembro de 2023.

SANGIORGI, O. *Matemática. 6ª série - Nova Série - 1º Grau*. [S.l.]: Companhia Editora Nacional, 1966.

SÉRÉ, M.-G.; COELHO, S. M.; NUNES, A. D. O papel da experimentação no ensino da física. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 20, n. 1, p. 30–42, 2003.

SILVA, C. M. S. da. Oscar zariski e os primórdios da álgebra no brasil. *Revista Brasileira de História da Matemática*, p. 30–30, 2007.

SILVA, J. I. G. d. et al. A ação como ferramenta de aprendizagem. Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2017.

SMITH, D. E. *History of Mathematics*. New York: Dover, 1958.

SPERAFICO, Y. L. S.; DORNELES, B. V.; GOLBERT, C. S. Competência cognitiva e resolução de problemas com equações algébricas do 1° grau. *Bolema: Boletim de educação matemática*, SciELO Brasil, v. 29, p. 333–348, 2015.

STEMPNIAK, I. *Multisignificados de equação e o professor de Matemática: um estudo sobre a Modelagem Matemática num curso de licenciatura. 2010, 121f.* Tese (Doutorado) — Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Universidade Bandeirante de . . . , 2011.

STRUIK, D. J. *História concisa das matemáticas, edição Gradiva.* [S.l.]: Lisboa, 1989.

TERRADAS, R. D. A importância da interdisciplinaridade na educação matemática. *Revista da Faculdade de Educação*, v. 16, n. 2, p. 95–114, 2011.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. *As idéias da álgebra. São Paulo: Atual*, p. 9–22, 1995.

VALE, L.; FERREIRA, A.; SANTOS, L. O erro como ponte para a aprendizagem das equações: O caso da maria. *Ensino e aprendizagem da álgebra: Encontro de investigação em educação matemática*, p. 421–440, 2011.

VLASSIS, J.; DEMONTY, I. *A álgebra ensinada por situações-problema.* Lisboa: Instituto Piaget, 2002.

WALLE, J. A. V. D. Matemática no ensino fundamental [recurso eletrônico]: Formação de professores em sala de aula/john a. *Van de Walle: Tradução Paulo Henrique Colonese*, Artmed, Porto Alegre, v. 6, 2009.

ZARDO, T. et al. Equações do 1° grau: um estudo didático. 2005.