UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

WILSON MONTEIRO DE ALBUQUERQUE MARANHÃO

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA.

BELÉM – PARÁ
2013

WILSON MONTEIRO DE ALBUQUERQUE MARANHÃO

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA.

Monografia apresentada à Universidade Federal do Pará - UFPA, como instrumento parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.
Orientador: Prof. M.Sc. José Augusto Nunes Fernandes.
Co-orientador: Prof. Dr. Roberto Carlos Dantas Andrade.

BELÉM – PARÁ
2013

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Maranhão, Wilson Monteiro de Albuquerque, 1980-
Uma sequência didática alternativa para o ensino de análise combinatória na educação básica - conceituações em análise combinatória / Wilson Monteiro de Albuquerque Maranhão. - 2013.

Orientador: José Augusto Nunes Fernandes;
Coorientador: Roberto Carlos Dantas Andrade.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática (Mestrado Profissional), Belém, 2013.

1. Didática-Matemática. 2. Análise combinatória-Estudo e ensino (Ensino fundamental). I. Título.

CDD 22. ed. 371.330151

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

WILSON MONTEIRO DE ALBUQUERQUE MARANHÃO

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA – CONCEITUAÇÕES EM ANÁLISE COMBINATÓRIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso Profissional de Matemática, da Universidade Federal do Pará, como pré-requisito para obtenção do Título de Mestre em Matemática.

Data da defesa: 25 / 03 / 2013
Conceito: Excelente

Banca examinadora

Prof. Me. JOSÉ AUGUSTO NUNES FERNANDES – ORIENTADOR - UFPA

Prof. Dr. ROBERTO CARLOS DANTAS ANDRADE – COORIENTADOR - ETRB

Prof. Dr. JOÃO PABLO PINHEIRO DA SILVA – MEMBRO INTERNO - UFPA

Prof. Dr. NATANAEL FREITAS CABRAL – MEMBRO EXTERNO - UEPA

Oferecemos o presente trabalho aos nossos familiares e amigos por sua compreensão, paciência e apoio neste importante momento de nossas vidas

Agradecemos a Deus, princípio de tudo, por sua presença constante e proteção.

A nossos pais, por serem exemplo e alicerce em nossas vidas, formações e por terem sempre acreditado em nós.

A nossos familiares e amigos, por compartilharem dos bons e maus momentos, oferecendo-nos força para seguir.

A Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), por oportunizar o PROFMAT, programa que nos proporcionou imensurável crescimento intelectual.

A Universidade Federal do Pará (UFPA), por nos proporcionar sua estrutura física e intelectual.

A CAPES, pelo reconhecimento e investimento que viabilizaram este importante projeto.

Ao nosso orientador José Augusto Nunes Fernandes e co-orientador Roberto Carlos Dantas Andrade, pela dedicação, compreensão e por contribuir para a realização deste trabalho.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo oferecer à comunidade da educação básica, uma sequência didática diferenciada para o ensino de Análise Combinatória. O que diferencia este material das outras produções comumente disponíveis nos livros didáticos é a construção dos conceitos de permutação, arranjo e combinação a partir dos princípios aditivo e multiplicativo, em detrimento a simples memorização e utilização de fórmulas, que são apresentadas somente no final do curso. Além disso, esta produção é composta por um material para uso em sala de aula, um material de instrução para o professor e planos de aula para cada capítulo que será trabalhado. Finalmente, o curso pode ser facilmente adaptado a realidade da escola, professor, aluno ou tempo disponível conforme cada especificidade.

Palavras-Chave: Ensino, Combinatória, Sequência Didática, Educação Básica.

ABSTRACT

This paper aims to provide the community of basic education, a differentiated didatic sequence for teaching Combinatorial Analysis. What distinguishes this material from other productions commonly available in textbooks is the construction of the concepts of permutation and combination from the additive and multiplicative principles, rather than simply memorize and use formulas, which are only given at the end of the course . Moreover, this production is composed of a material for use in the classroom, one instructional material for the teacher and lesson plans for each chapter that will be worked. Finally, the course can be easily adapted to the reality of school, teacher, student, or time available as each specificity.

Keywords: Education, Combinatorics, Teaching Sequence, Basic Education.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

A Análise Combinatória, ou simplesmente Combinatória, é considerada por professores e alunos como um assunto difícil de ser ensinado e aprendido. Dois motivos são normalmente levantados para justificar essa noção: a apresentação tardia dos métodos de contagem, que, no sistema tradicionalmente adotado em nosso país, é deixada somente para a segunda série do ensino médio, e a dificuldade que o aluno tem em empregar adequadamente os conceitos e as fórmulas para o cálculo de arranjos, combinações e permutações.

O presente trabalho visa minimizar a problemática enfrentada pelos alunos relativa à identificação e utilização dos mecanismos e fórmulas da Análise Combinatória fundamentada, principalmente, nos princípios aditivo e multiplicativo. Primeiramente porque, a nosso ver, a mera memorização e utilização de fórmulas está fundamentalmente incorreta e em segundo lugar por acreditarmos que a metodologia que está por trás desta noção é que gera a dificuldade. Ao analisarmos alguns livros didáticos normalmente adotados em nosso país vemos que eles incorrem em dois erros fundamentais: há pouca ênfase aos princípios aditivo e multiplicativo de contagem (o primeiro normalmente é omitido) e induzem o aluno a simplesmente classificar os problemas como arranjos, permutações e combinações, sendo que a maioria, inclusive os mais interessantes, não podem ser classificados segundo esses critérios. Ao adotarmos o título *Uma sequência didática alternativa para o ensino de análise combinatória na educação básica* temos por objetivo dar ênfase aos princípios em vez das fórmulas e à criatividade, à interpretação e à escrita dos alunos, ao invés da apresentação de cálculos desconexos baseados em repetições de modelos prontos e superficiais.

Fortemente baseado em resolução de problemas, o trabalho tem como característica principal estimular o aluno a desenvolver estratégias para construir soluções e evitar erros comuns. As definições e técnicas sempre estão vinculadas a algum exemplo concreto que as justifique, motivando o aluno a desenvolver a compreensão do conceito ou da ferramenta, em detrimento da simples memorização de uma definição ou de um algoritmo.

Apresentamos nossa monografia para a conclusão do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), somando a experiência dos autores no ensino de combinatória nas redes públicas e particulares de ensino e visando contribuir de forma relevante para o ensino deste tópico que possui a fama de ser difícil tanto para alunos como para professores.

Iniciaremos com uma breve introdução, citando alguns aspectos históricos e a relação da Análise Combinatória com outras áreas do conhecimento. O trabalho está dividido em três seções: material para uso em sala de aula, instrucional para o professor e respectivos planos de aula, e apesar de resultar de um esforço coletivo, sua elaboração foi organizada da seguinte maneira: parte I, que introduz os métodos de contagem, dando ênfase aos princípios aditivo e multiplicativo elaborada por Victor Hugo Chacon Britto; parte II, que conceitua, através de propriedades de conjuntos e sequências, permutação simples, arranjo simples e combinação simples elaborada por Wilson Monteiro de Albuquerque Maranhão; finalmente, a parte III que apresenta a notação fatorial e seus desdobramentos elaborada por Fernando Ramos de Farias.

Neste trabalho segue a parte II, composta pelos capítulos 04, 05 e 06, com seus respectivos materiais para uso em sala de aula, instrucional para o professor e planos de aula.

INTRODUÇÃO

Historicamente, acreditamos que é bastante difícil dizer onde surge a Análise Combinatória, mas os primeiros problemas de contagem documentados estão relacionados à construção de quadrados mágicos e à solução de enigmas. Costuma-se localizar o aparecimento da Combinatória atrelado ao surgimento da teoria das probabilidades ou ao desenvolvimento do binômio de Newton. Os primeiros trabalhos surgem com nomes como De Moivre, Bernoulli e Euler, este último mostrou conexões dos métodos de contagem com a Teoria dos Números e a Teoria dos Grafos. Na atualidade, muitos problemas de computação, pesquisa operacional e criptografia podem ser interpretados por estas teorias, o que aponta para um forte crescimento da importância da Análise Combinatória.

Através da nossa experiência, percebemos que o ensino de Análise Combinatória na educação básica tem sido tradicionalmente trabalhado com a simples apresentação e utilização das fórmulas de permutações, arranjos e combinações. Esta forma de exposição, em nosso ponto de vista é, não só incorreta, como também perniciosa, uma vez que dessa forma o aluno tem somente uma visão parcial do tema sendo induzido a uma atitude equivocada na hora de resolver problemas.

Podemos dizer, utilizando a definição de Morgado (2006, p. 02), que a Análise Combinatória é *“a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas”.* Neste sentido, são dois os tipos de problemas que frequentemente são classificados como sendo de combinatória:

- ✓ Demonstrar a existência de uma configuração que cumpra determinadas condições;
- ✓ Contar a quantidades de subconjuntos de um conjunto dado que satisfaçam certas condições

Arranjos, permutações e combinações são exemplos do segundo tipo de problema. Os princípios aditivo e multiplicativo fazem também parte deste segundo grupo. O princípio das gavetas, ou princípio da casa dos pombos, é um exemplo de assunto que pode ser classificado no primeiro grupo.

Os autores compartilham da visão que um curso de Combinatória que tenha como público alvo os alunos do ensino básico trate somente dos temas relacionados à contagem, deixando as demonstrações de existência para um curso mais avançado, por exemplo, de preparação olímpica ou para o nível superior. Esta visão, longe de ser a ideal, é baseada no pouco tempo que é destinado no planejamento tradicional das escolas ao estudo deste tema e a pouca maturidade dos alunos em relação ao formalismo matemático.

MATERIAL PARA USO EM SALA DE AULA

CÁLCULOS COMBINATÓRIOS

CAPÍTULO 04: CONCEITUAÇÕES DE COMBINATÓRIA

Para facilitar a compreensão da conceituação de Combinatória retomaremos os agrupamentos simples, apresentando uma breve revisão de sequências finitas e conjuntos finitos tomando apenas as propriedades que nos serão relevantes para o melhor entendimento conceitual de permutação, arranjo e combinação. Sendo que neste capítulo já iniciaremos o estudo das permutações simples.

4.1. AGRUPAMENTOS SIMPLES

São chamados de agrupamentos, todas as formas de escrevermos os elementos de um conjunto, observando a sua ordem (agrupamentos ordenados) ou não (agrupamentos não-ordenados), e são simples aqueles em que não há repetição desses elementos. Os agrupamentos simples são a Permutação Simples, o Arranjo Simples e a Combinação Simples. Quando os agrupamentos não são simples estes são ditos com repetição.

4.1.1. Conjuntos

Pelos estudos realizados na primeira série do ensino médio, sabemos que um conjunto não possui uma definição fechada, e que a noção intuitiva que devemos ter do mesmo é que este corresponde a uma "coleção de elementos" em que poderemos admiti-la vazia, com finitos ou infinitos elementos. Em nosso caso admitiremos apenas conjuntos finitos e não vazios.

É de extrema importância lembrar de algumas propriedades dos conjuntos:

I – A repetição de elementos dentro de um conjunto não é contada.

Ex. {1,2,3,4,5} = {1,1,1,2,3,3,4,4,4,4,5} = {1,2,3,4,4,5,5,5,5,5}

II – A ordem dos elementos de um conjunto não é considerada.

Ex: {1,2,3,4,5} = {2,3,5,1,4} = {5,4,3,2,1}

4.1.2. Sequências

Quando falamos de sequências no ensino médio, logo nos recordamos das progressões aritmética e geométrica. Mas tratemos de uma forma mais objetiva do conceito de sequência como uma coleção *ordenada* de elementos (conjunto ordenado), ou seja, as posições, ordens dos elementos são consideradas, podendo ser finita ou infinita, sendo que nos restringiremos às finitas.

Ex: (1,2,3,4,5) ≠ (5,4,3,2,1) ≠ (1,3,4,2,5)

Para finalizar e nortear esta breve revisão, faça agora uma simples comparação entre *conjuntos finitos* e *sequências finitas* a partir do exposto anteriormente. Que conclusão podemos tirar?

Das possíveis conclusões que você poderá ter tirado, uma nos será muito valiosa, a de que as sequências precisam da ordenação de seus elementos para terem sentido, enquanto que os conjuntos não.

Assim,

- ✓ (5,6,7,8,9) é uma sequência diferente de (6,8,5,9,7)
- ✓ {5,6,7,8,9} é um conjunto igual a {6,8,5,9,7}

As notações ( ) e { } distinguem quando temos uma sequencia ou um conjunto respectivamente.

4.2. PERMUTAÇÃO SIMPLES

Formando diferentes sequências com os mesmos elementos.

A seguir apresentaremos dois problemas com a finalidade de ilustrar a formação de diferentes sequências com todos os elementos de um mesmo conjunto.

PROBLEMA 29: Tomemos a sequência (1,2,3), sabemos que ela é uma sequência diferente de (2,1,3), mas porque elas são diferentes mesmo? E quantas diferentes podemos obter com os mesmos elementos?

Respondendo à primeira pergunta, pelo que foi exposto anteriormente, percebemos que em uma sequência, cada elemento possui sua posição *determinada, e se esta muda, ele perde sua identidade inicial e, consequentemente, pelo menos outro elemento também perderá sua posição, formando aí outra sequência.*

Para o segundo questionamento vamos escrever todas as possíveis sequências;

(1,2,3)	*(1,3,2)*
(2,1,3)	*(2,3,1)*
(3,1,2)	*(3,2,1)*

Formamos então seis sequências diferentes, contando com as supracitadas.

<u>PROBLEMA 30:</u> Porém outro questionamento vem à tona, e se nossa sequência tivesse como elementos os dez primeiros números naturais? Como determinaríamos a quantidade de sequências possíveis?

Seria extremamente trabalhoso escrever todas estas sequências, pois poderíamos variar as posições de todos os dez elementos. Observe que na construção da sequência, para cada posição devemos escolher um dos dez números naturais, sem repeti-los.

Assim para solucionar tal problema, lembremo-nos do princípio fundamental da contagem estudado anteriormente e vamos dividir a construção da sequência em dez etapas, tendo assim os dez primeiros números naturais como opções para preenchê-las.

Atentemos para a construção abaixo:

Cada etapa consistirá em escolhermos um número natural para cada termo da sequência, sem repetir um número já escolhido em uma etapa anterior, ou seja escolher um número do conjunto {1, ..., 10},

1ª etapa: para o 1º termo da sequência: ***10 opções***

2ª etapa: exceto o anterior, para o 2º termo da sequência: ***9 opções***

3ª etapa: exceto os anteriores, para o 3º termo da sequência: ***8 opções***

. . . . .

9ª etapa: exceto os anteriores, para o 9º termo da sequência: ***2 opções***

10ª etapa: exceto os anteriores, para o 10º termo da sequência: ***1 opção***

Determinado o número de maneiras de resolver cada etapa do evento "construir uma sequência com os dez primeiros números naturais", o Princípio

Fundamental da Contagem determina que multipliquemos tais quantidades para então encontrarmos quantas sequências podem ser escritas com os dez primeiros números naturais.

Multiplicando o número de opções de cada etapa temos:

10 $_x$ 9 $_x$ 8 $_x$ . . . $_x$ 2 $_x$ 1 = 3.628.800 sequências possíveis de dez elementos.

*Voltando ao **problema 01** “(1,2,3)”, a quantidade de sequências diferentes que podem ser formadas com os mesmos elementos também pode ser dada pelo princípio multiplicativo. Devemos então escolher um número do conjunto {1,2,3},*

*1ª etapa: para o 1º termo da sequência: **3 opções***

*2ª etapa: exceto o anterior, para o 2º termo da sequência: **2 opções***

*3ª etapa: exceto os anteriores, para o 3º termo da sequência: **1 opção.***

Sabemos, pelo princípio multiplicativo, que com o produto dos números de opções de cada etapa, obteremos o total de sequências de três elementos que poderemos formar com os três elementos do conjunto {1,2,3}.

Multiplicando temos: 3 $_x$ 2 $_x$ 1 = 6 sequências possíveis de três elementos.

4.2.1. PROBLEMAS DE FIXAÇÃO: Resolva os problemas propostos abaixo, utilizando os conhecimentos adquiridos.

PROBLEMA 31: Escreva e calcule usando o princípio fundamental da contagem, todas as possíveis sequências que podemos construir usando os símbolos: ☺☐↑●. Não se esqueça de contar com a sequência já escrita neste enunciado.

PROBLEMA 32: Calcule quantas são as possíveis palavras, com sentido ou não, que podemos escrever com as letras da palavra *PIRES*. Não se esqueça de contar com a palavra já escrita neste enunciado.

PROBLEMA 33: Jonas possui apenas dez músicas gravadas em seu celular, para não ouvir sempre a mesma sequência de músicas, o menino ativou em seu aparelho a função “Tocar Aleatório”. Considerando que o celular não repetirá nenhuma sequência de dez canções, quantas, totais destas, Jonas poderia ouvir?

É importante percebermos que as sequências mudam com o permutar (trocar de posição) dos seus elementos. Assim, se possuímos um conjunto de n elementos, a cada uma das sequências distintas formadas com esses n elementos damos o nome de permutação simples.

4.2.2. DEFINIÇÃO DE PERMUTAÇÃO SIMPLES

Assim podemos definir que, dado um conjunto com n elementos distintos chama-se **permutação** desses n elementos a todo **agrupamento ordenado (sequência)** formado por n elementos.

Representamos o número de permutações simples de n elementos por,

.

PROBLEMA 34: A ideia de usarmos a noção de sequências para definir a permutação não se limita apenas a números, basta encararmos cada elemento, numérico ou não, como um termo da sequência. Pois o que mais nos interessa são as posições dos mesmos. Como exemplo tomemos a sequência de letras que formam a palavra **Pato**. Quantas sequências de letras poderemos formar com as mesmas letras?

Pato	*Paot*	*Poat*	*Pota*	*Ptao*	*Ptoa*
Apto	*Apot*	*Aotp*	*Aopt*	*Atpo*	*Atop*
Tapo	*Taop*	*Toap*	*Topa*	*Tpoa*	*Tpao*
Oatp	*Oapt*	*Otpa*	*Otap*	*Opta*	*Opat*

Pelo princípio multiplicativo teremos:
Que escolher uma letra da palavra PATO,

1ª etapa: para o 1º termo da sequência: ***quatro opções***
2ª etapa: exceto a anterior, para o 2º termo da sequência: ***três opções***
3ª etapa: exceto as anteriores, para o 3º termo da sequência: ***duas opções***
4ª etapa: exceto as anteriores, para o 4º termo da sequência: ***uma opção***

Multiplicando, $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ sequências = 24 palavras com sentido ou não.

Essas sequências de letras são denominadas anagramas da palavra Pato.

PROBLEMA 35: A família de Carlinhos tirou a foto abaixo para a confecção de um quadro comemorativo.

Figura 1

Mas antes de escolher esta foto como definitiva, eles tiraram várias outras fotos apenas permutando suas posições. Determine quantas fotos diferentes poderiam ser tiradas apenas permutando seus componentes.

Observe que cada componente da família é um elemento da sequência da foto, e se mudarmos de posição os componentes mudamos a sequência, logo mudamos a foto. Assim as fotos teriam as possíveis sequências abaixo:

Pai, Mãe, Carlinhos	Pai, Carlinhos, Mãe
Mãe, Pai, Carlinhos	Mãe, Carlinhos, Pai
Carlinhos, Pai, Mãe	Carlinhos, Mãe, Pai

<u>CAPÍTULO 05:</u> ARRANJO SIMPLES

Neste capítulo trataremos da construção dos arranjos simples a partir dos princípios aditivo e multiplicativo. Vale salientar que alguns autores dão extrema importância para a questão da ordem dos elementos como identificador para este tipo de agrupamento, sem informar ao aluno o porquê desta ordem ser tão importante, é necessário fazermos perceber a importância da alteração na contagem das sequências obtidas pela simples mudança de posição (de ordenação) dos elementos.

5.1. ARRANJO SIMPLES

Formando sequências a partir de alguns elementos de um conjunto.

A seguir apresentaremos um problema com a finalidade de ilustrar a formação de diferentes sequências com elementos de um mesmo conjunto.

<u>PROBLEMA 36:</u> Observe o conjunto {1,2,5,8}, quais as sequências de três elementos que podemos formar com os elementos dados?

{1,2,5} → *(1,2,5), (1,5,2), (2,1,5), (2,5,1), (5,1,2), (5,2,1)*
{1,2,8} → *(1,2,8), (1,8,2), (8,2,1), (8,1,2), (2,1,8), (2,8,1)*
{1,5,8} → *(1,5,8), (1,8,5), (5,8,1), (5,1,8), (8,1,5), (8,5,1)*
{2,5,8} → *(2,5,8), (2,8,5), (5,8,2), (5,2,8), (8,2,5), (8,5,2)*

Assim como vimos na permutação devemos alocar os elementos em suas posições e se as trocarmos formaremos outra sequência.

No caso do exemplo acima, pelo princípio multiplicativo teremos:

Que escolher um número do conjunto {1,2,5,8},

1ª etapa: para o 1º termo da sequência: 5 ***opções***

2ª etapa: exceto o anterior, para o 2º termo da sequência: ***4 opções***

3ª etapa: exceto os anteriores, para o 3º termo da sequência: ***3 opções***

Lembremos mais uma vez que precisamos utilizar o Princípio Fundamental da Contagem para determinar o que queremos, que neste caso é descobrir quantas sequências podemos formar com três elementos do conjunto {1,2,5,8}.
Multiplicando: $5_{x} 4_{x} 3 = 24$ *sequências.*

5.1.1. PROBLEMAS DE FIXAÇÃO: Resolva os problemas propostos abaixo, utilizando os conhecimentos adquiridos.

PROBLEMA 37: O concurso de beleza que irá descobrir a mais nova “Miss Pará” pretende premiar as três primeiras colocadas que serão denominadas como segue: a primeira colocada (a miss Pará) receberá uma viagem para o Caribe, a segunda colocada (a primeira princesa) receberá uma moto e a terceira (segunda princesa) receberá um cheque de R$1000,00. Sabendo que cinco moças foram selecionadas para a final, de quantas maneiras poderá ser feita a distribuição desses prêmios?

PROBLEMA 38: Em um residencial, composto por doze apartamentos, será realizada uma eleição que irá formar a equipe que gerenciará o mesmo pelo período de dois anos. Tal equipe será formada apenas pelos proprietários dos apartamentos e será composta por um síndico, um vice-síndico, um tesoureiro e um fiscal. Sabendo que cada vaga será preenchida por meio de voto e que não será admitido o acúmulo de cargos, quantas equipes distintas podem ser constituídas?

PROBLEMA 39: Quantos anagramas podem ser formados com apenas três letras da palavra ESTOPIM?

5.1.2. DEFINIÇÃO DE ARRANJO SIMPLES

Assim podemos definir que dado um conjunto com n elementos distintos, chama-se **arranjo simples** dos n elementos, tomados p a p (com $p \leq n$), qualquer **agrupamento ordenado (sequência)** de p elementos distintos escolhidos entre os n existentes.

Representamos o número de arranjos simples de n elementos tomados p a p por $\mathbf{A_{n,p}}$ ou .

Observemos no ***problema 36*** que para construirmos as sequências primeiramente escolhemos os p (p = 3) termos e posteriormente construímos todas as sequências com eles (permutação), depois escolhemos mais três termos e repetimos o processo até ter escrito todas as sequências existentes.

PROBLEMA 40: Quantos são os possíveis resultados para os três primeiros colocados de uma corrida cujos participantes estão abaixo?

Figura 2

Podemos perceber que temos um problema de arranjo onze elementos tomados três a três ($A_{11,3}$), que será facilmente resolvido através do princípio multiplicativo, como apresentado abaixo.

Tomemos como evento a formação do pódio, e como etapas desse evento a escolha do primeiro, segundo e terceiro colocados. Desta forma nosso problema está apto a ser resolvido pelo princípio fundamental da contagem.

1ª etapa: escolher um dos 11 competidores para o 1º colocado: ***11 opções***

2ª etapa: escolher um dos 10 competidores restantes para o 2º colocado: ***10 opções***

3ª etapa: escolher um dos 9 competidores restantes para o 3º colocado: ***9 opções***

O Princípio Fundamental da Contagem nos permite multiplicar as quantidades de opções de realização de cada etapa para obtermos o números de possíveis pódios que podem ser constituídos para o resultado da corrida.

Multiplicando a opções temos: $11 \times 10 \times 9 = A_{11,3} = 990$ *resultados possíveis.*

<u>OBSERVAÇÃO IMPORTANTE</u>: Generalizando para n competidores e p primeiros colocados ($n \geq p$) teremos:

1ª etapa: escolher um dos n competidores para o 1º colocado: **n opções**

2ª etapa: escolher um dos (n – 1) competidores restantes para o 2º colocado: **(n – 1) opções**

3ª etapa: escolher um dos (n – 2) competidores restantes para o 3º colocado: **(n – 2) opções**

. . . .

pª etapa: escolher um dos (n – (p – 1)) competidores restantes para o pº colocado: **(n – (p – 1)) opções**

Notemos que o **(p – 1)** surge pois na p'ésima etapa já havíamos utilizado (p – 1) competidores, logo nos restam apenas (n – (p – 1)).

Multiplicando a opções temos: $\mathbf{n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times (n-(p-1)) = A_{n,p}}$ resultados possíveis.

<u>CAPÍTULO 06:</u> COMBINAÇÃO SIMPLES

Assim como no Arranjo, a Combinação Simples necessita que reconheçamos se os agrupamentos a construir serão ordenados ou não. Nesse caso, construiremos subconjuntos com alguns dos elementos de um conjunto. Mais uma vez devemos lembrar que não é uma questão de a ordem importar ou não, e sim o porquê que ela não importa, uma vez que todo subconjunto é um conjunto e nesse, como já vimos, a ordem dos elementos não é considerada.

6.1. COMBINAÇÃO SIMPLES

Formando Subconjuntos

A seguir apresentaremos um problema com a finalidade de ilustrar a formação de diferentes subconjuntos com elementos de um mesmo conjunto.

<u>PROBLEMA 41:</u> Observe o conjunto {1,2,5,8}, quais são os possíveis subconjuntos de três elementos que podem ser formados?

{1,2,5}
{1,2,8}
{1,5,8}
{2,5,8}

Como todos os conjuntos têm a propriedade de não considerar a ordem dos elementos, teremos apenas quatro subconjuntos de três elementos do conjunto {1,2,5,8}.

- ✓ *Observemos um fato interessante.*

Quando estávamos construindo sequências com três elementos do conjunto {1,2,5,8}, a construção se dava como abaixo,

{1,2,5} → (1,2,5), (1,5,2), (2,1,5), (2,5,1), (5,1,2), (5,2,1)
{1,2,8} → (1,2,8), (1,8,2), (8,2,1), (8,1,2), (2,1,8), (2,8,1)
{1,5,8} → (1,5,8), (1,8,5), (5,8,1), (5,1,8), (8,1,5), (8,5,1)

{2,5,8} → (2,5,8), (2,8,5), (5,8,2), (5,2,8), (8,2,5), (8,5,2)

Como foi dito anteriormente, se pegam todos os subconjuntos de três elementos do conjunto {1,2,5,8} e depois os permuta. Temos como resultado o número de arranjos (sequências) que podem ser formadas com três elementos do conjunto dado.

Para chegarmos ao resultado construímos a seguinte linha de raciocínio:

{1,2,5} → (1,2,5), (1,5,2), (2,1,5), (2,5,1), (5,1,2), (5,2,1)
{1,2,8} → (1,2,8), (1,8,2), (8,2,1), (8,1,2), (2,1,8), (2,8,1)
{1,5,8} → (1,5,8), (1,8,5), (5,8,1), (5,1,8), (8,1,5), (8,5,1)
{2,5,8} → (2,5,8), (2,8,5), (5,8,2), (5,2,8), (8,2,5), (8,5,2)

Escreve-se todos os subconjuntos **(Combinação)** **X** Em cada um dos subconjuntos permuta-se os elementos **(Permutação)** = **Arranjo**

Logo, para determinarmos o número de subconjuntos de três elementos do conjunto {1,2,5,8}, que como observado acima, é a combinação, basta isolarmos a parcela "Combinação" na equação. Assim teremos,

6.1.1. PROBLEMAS DE FIXAÇÃO: Resolva os problemas propostos abaixo, utilizando os conhecimentos adquiridos.

PROBLEMA 42: O concurso de beleza pretende premiar com R$10.000,00, cada uma, as três mulheres mais belas do Estado do Pará que serão escolhidas como segue: será realizado um sorteio entre as finalistas escolhidas. Sabendo que cinco moças foram selecionadas para a final, de quantas maneiras poderemos ter tal resultado?

PROBLEMA 43: Em um residencial, composto por doze apartamentos, será realizada uma eleição que irá formar a equipe que gerenciará o mesmo pelo período de dois anos. Tal equipe será formada por três proprietários dos apartamentos. Sabendo que cada vaga será preenchida por meio de voto e que não será admitido o acúmulo de cargos, quantas equipes distintas podem ser constituídas?

PROBLEMA 44: Quantos subconjuntos de quatro elementos podemos formar a partir do conjunto {3,5,7,11,13,17,19}?

Dado um conjunto A de n elementos, chamamos de combinação simples de n elementos tomados p a p ($n \geq p$) a todo subconjunto de p elementos formado a partir A.

6.1.2. DEFINIÇÃO DE COMBINAÇÃO SIMPLES

Seja um conjunto de n elementos distintos, chama-se **Combinação Simples** dos n elementos distintos tomados p a p ($p \leq n$) qualquer **subconjunto formado por p elementos distintos**, escolhidos entre os n elementos.

Representamos o número de combinações simples de n elementos tomados p a p por $\mathbf{C_{n,p}}$ ou .

O ***problema 41*** nos mostra como as posições dos elementos do conjunto não são importantes, basta apenas que nós escolhamos os elementos dos conjuntos de modo que estes sejam distintos.

Retomemos agora a construção do cálculo do arranjo simples, foi dito anteriormente que para determinarmos todas as sequências de p elementos a partir de um conjunto A de n elementos, devemos primeiramente escolher p elementos de n e depois permutá-los e assim por diante até termos escritos todas as sequências possíveis.

Para melhor compreensão tomemos novamente o ***problema 36***, que trata das possíveis sequências de três elementos que podem ser formadas a partir dos elementos do conjunto {1,2,5,8}.

1ª Escolha: sequência (1,2,5) → permuta-se esta sequência → 6 sequências distintas

2ª Escolha: sequência (1,2,8) → permuta-se esta sequência → 6 sequências distintas

3ª Escolha: sequência (1,5,8) → permuta-se esta sequência → 6 sequências distintas

4ª Escolha: sequência (2,5,8) → permuta-se esta sequência → 6 sequências distintas

Totalizando = 4 escolhas x 6 sequências distintas = 24 sequências distintas.

Assim podemos dizer que e concluir que para calcularmos o número de combinações de n elementos tomados p a p basta resolvermos o quociente entre o arranjo de n elementos tomados p a p pela permutação de p elementos.

PROBLEMA 45: Utilizando quatro das frutas listadas abaixo, determine quantas vitaminas podemos produzir.

Figura 3

Observe que neste exemplo temos uma combinação, pois para fazermos uma vitamina devemos reunir um conjunto de frutas e não organizar uma sequência delas.

Para calcularmos o número de combinações de doze frutas tomadas quatro a quatro utilizemos a ideia que construímos anteriormente calculando o quociente entre o arranjo de doze frutas tomadas quatro a quatro e a permutação de quatro elementos.

tipos de vitaminas diferentes.

<u>OBSERVAÇÃO IMPORTANTE:</u> Podemos agora reconhecer quando um enunciado nos apresenta uma situação de Permutação Simples, Arranjo Simples ou Combinação Simples. Vamos recapitular:

- ✓ Se a questão apresentar uma situação em que devemos formar sequências diferentes com os mesmo elementos teremos uma permutação simples;
- ✓ No caso da situação apresentada for de formação de sequências a partir de elementos de um conjunto teremos que escolher os elementos do conjunto e posteriormente permutá-los obtendo arranjo simples;
- ✓ Finalmente se tivermos a construção de subconjuntos será necessária apenas a escolha dos elementos para cada subconjunto, logo será caso de combinação simples.

<u>Utilizemos o diagrama abaixo para melhor ilustrar o citado acima:</u>

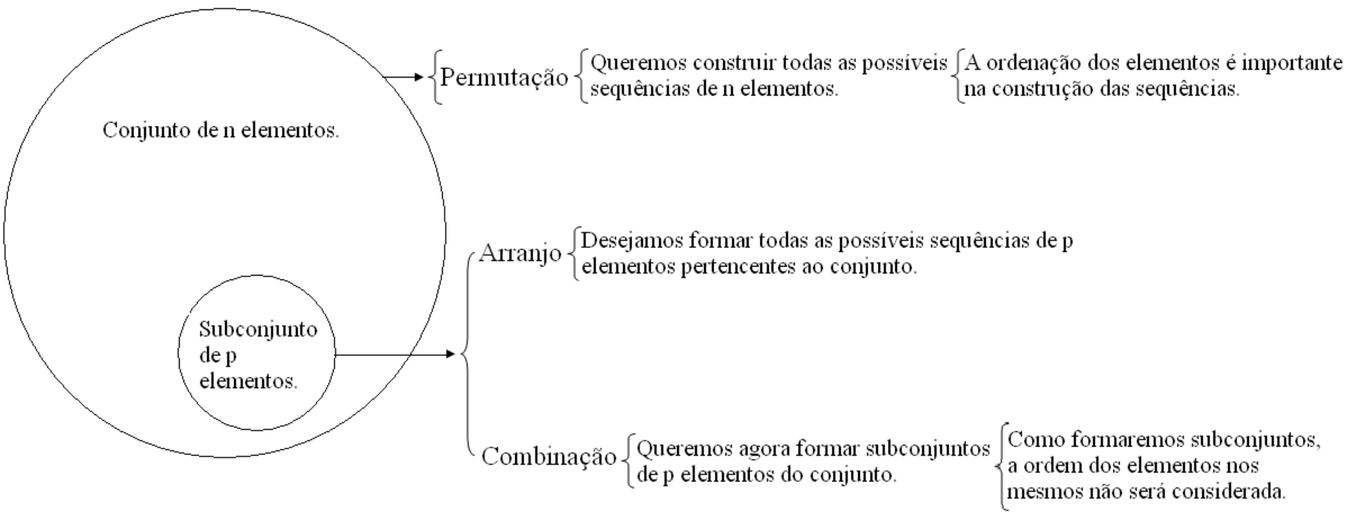

Figura 4: Criação do Autor

6.2. PROBLEMAS DE FIXAÇÃO: Resolva os problemas propostos abaixo, utilizando os conhecimentos adquiridos.

PROBLEMA 46: Um produtor de vinho identificou cada garrafa de determinada safra com uma sequência formada por três letras e três algarismos, ou três letras seguidas de quatro algarismos, não repetindo letra nem algarismo em uma mesma garrafa. Sabendo-se que não há duas garrafas com a mesma identificação, e que foram usadas apenas às letras K, P, Q e L e os algarismos 4, 5, 6, 7, 8 e 9, qual seria o número máximo de garrafas que poderiam ser produzidas nessa safra, por esse produtor?

PROBLEMA 47: Jonas possui em sua estante de livros, um exemplar de matemática, um de física, um de química, um de língua portuguesa, um de literatura brasileira, um de história, um de geografia e um de biologia. De quantas maneiras diferentes esse rapaz poderia organizar sua estante de modo a ter todos os livros citados um ao lado do outro na mesma?

PROBLEMA 48: Uma sociedade tem um conselho administrativo formado por 12 membros, sendo ¾ de brasileiros e os demais estrangeiros. Quantas comissões de cinco conselheiros podem ser formadas com três brasileiros?

PROBLEMA 49: Na organização do novo Hospital Metropolitano de Belém a equipe administrativa corre contra o tempo para poder “lotar” todos os seus médicos e enfermeiros antes da inauguração do mesmo. Mas o maior problema da administração é organizar a equipe de plantão. Sabe-se que eles têm a disposição seis pediatras, quatro clínicos gerais, quatro cardiologistas, três anestesistas, cinco obstetras e nove enfermeiros. Quantas equipes, diferentes, de plantão a administração do hospital poderá formar com **dois profissionais** de cada especialidade?

PROBLEMA 50: Um fiscal do ministério do trabalho deve inspecionar as mesmas quatro empresas todos os meses, uma semana em cada empresa. Porém, como elemento surpresa, para que as empresas não se preparem para recebê-lo, o mesmo não revela qual empresa ele visitará na semana corrente. Determine durante quantos meses o fiscal poderia seguir com essa metodologia sem repetir a distribuição das empresas nas semanas.

PROBLEMA 51: Uma prova consta de 15 questões, das quais o aluno deve resolver 10. De quantas formas ele poderá escolher as 10 questões?

PROBLEMA 52: Para a escolha da equipe administrativa do novo Hospital Metropolitano de Belém o governo do estado terá que escolher um diretor, um vice-diretor e um gerente geral. Para os cargos estão concorrendo o Dr. Carlos, Dr. Marcos, Dr. Raimundo, Dra. Gumercinda, Dra. Carmem, Dra. Graça e o Dr. Jonas. Quantas equipes podem ser formadas?

PROBLEMA 53: Uma organização dispõe de dez economistas e seis administradores. Quantas comissões de seis pessoas podem ser formadas de modo que cada comissão tenha no mínimo três administradores?

PROBLEMA 54: De quantas maneiras uma família de cinco pessoas pode sentar-se num banco de cinco lugares para tirar uma foto?

PROBLEMA 55: Para formar a diretoria de um clube com presidente, vice-presidente e secretário, 10 sócios desse clube se reuniram para escolher entre eles essa diretoria. Sabendo que qualquer um deles poderá ocupar qualquer cargo e somente um cargo. Quantas diretorias poderão ser formadas.

MATERIAL DE INSTRUÇÃO AO PROFESSOR

APRESENTAÇÃO

Caro professor, com este instrumento pretendemos ajudar o seu trabalho na sala de aula, através de sugestões, direcionamentos e enfoques nos objetivos traçados no momento da preparação do material a ser utilizado. Além disso, queremos também compartilhar um pouco da nossa experiência com o ensino de Análise Combinatória, para que, somando a sua vivência, possamos tentar atingir nosso principal objetivo: buscar a melhoria do processo de ensino e aprendizagem, não somente nos cálculos de Combinatória, mas na matemática como um todo.

Acreditamos que no ensino de Análise Combinatória podemos, a partir de cada problema proposto, buscar o máximo de estratégias e soluções possíveis apresentadas pelos próprios estudantes, escrevê-las, inclusive, no quadro e através delas mostrar para a turma onde estão os erros e acertos de cada solução, para que eles não venham a cometer novamente os mesmos erros e, na verdade, possam aprender com eles.

CAPÍTULO 04

Neste quarto capítulo apresentamos os tipos de agrupamentos simples, Permutação, Arranjo e Combinação, e nos deteremos aos casos de Permutações Simples.

Aqui também faremos uma breve revisão de sequências finitas e conjuntos finitos para que possamos melhor ilustrar as definições dos agrupamentos ordenados e não-ordenados e a diferenciação dos mesmos.

Esta revisão é importante pois, apesar de os discentes já terem estudado esses conteúdos na primeira série do ensino médio, você direcionará o conhecimento para o que realmente nos interessa que é a questão da ordenação dos elementos, ponto crucial na definição de conjunto e sequência.

Deixe clara a questão de que em um conjunto a ordenação dos elementos não é considerada, exemplifique se possível com situações de sua realidade.
Possível exemplo: *"se em uma avaliação um aluno deve escolher cinco questões de um total de dez pra resolver, ele constituirá um conjuntos de cinco questões pois a ordem de escolha das mesmas não alterará a realização da prova."*

Já nas sequências, a ordenação é de suma importância, pois como foi definido no material do aluno, a sequência é um *conjunto ordenado de elementos*. É a ordem dos elementos, formando propriedades, que define as sequências e que as diferencia entre si. Cabe neste momento uma exemplificação também.
Possível exemplo: *"os possíveis resultados para o pódio em uma competição nos dará sequências diferentes de competidores."*

Feche este momento de revisão enfatizando a importância de atentar para as diferenças de conceitos apresentadas e que esta parte inicial é vital para o bom entendimento do que vem pela frente.

"PERMUTAÇÃO SIMPLES"

A título de exemplificar, você pode apresentar a seguinte situação problema:
Imagine termos que organizar os diferentes livros de uma prateleira! Como ficaria a disposição desses livros?

Comece sua aula desta forma, estimulando a imaginação de seus alunos, pois Análise Combinatória, antes de mais nada, é imaginação, é construção lógica de possibilidades. Incite a discussão acerca das situações apresentadas e termine-a dando a ideia de que permutar é trocar de posição.

Em seguida peça aos discentes que retomem ao material e analisem o que se pede em relação as sequências (1,2,3) e (2,1,3). Oriente-os a escrever todas as possíveis disposições diferentes para os números 1, 2 e 3, e posteriormente solicite que eles contem quantas disposições encontraram (se algum responder mais ou menos que 6 ajude-o a entender e encontrar a quantidade correta, então continue).

E se fossem os 10 primeiros números naturais? Como faríamos? Daria para escrevermos todos? Quantos seriam? Levante todos esses questionamentos para que eles possam ser respondidos no decorrer da aula. Lembre-os de que neste capítulo estamos "*Formando diferentes sequências com os mesmos elementos".*

Neste momento recorde o Princípio Fundamental da Contagem (Princípio Multiplicativo), remonte a ideia de que o objetivo é construir uma sequência de dez números e que podemos dividir este evento em dez etapas, cada uma responsável pela escolha de um dos números para colocar na sequência que está sendo construída. Justifique a utilização do princípio multiplicativo nesta situação e calcule a quantidade que possíveis sequências que se pode construir com os dez números.

Utilizando a mesma metodologia usada para os 10 números, calcule para os alunos o número de sequências diferentes que podem ser escritas com os números 1,2 e 3, para que eles possam constatar que realmente dá certo. Em seguida apresente as três questões para que façam sozinhos e após um tempo considerável finalize com a correção das mesmas.

Após a resolução e discussão do exercício de fixação, conceitue permutação e conclua que tal conceito é uma formalização de tudo o que foi construído por todos. Finalize o capítulo apresentando o problema 34 (definindo o que é anagrama de uma palavra), e o problema 35 que sucedem o conceito.

CAPÍTULO 05

Agora formaremos diferentes sequências com alguns elementos de um conjunto. Observe que a questão da ordenação ainda é determinante também neste capítulo. Entretanto, não trabalharemos com todos os elementos do conjunto, como na permutação, mas sim com sequências formadas por alguns de seus elementos. Repasse esse raciocínio aos seus alunos.

Para começarmos a construir a ideia de arranjo solicite aos discentes que escrevam todas as possíveis sequências de três elementos tirados do conjunto {1,2,5,8} e após isto que calculem quantas são as diferentes sequências. Observe que eles deverão realizar o cálculo como fizeram na permutação, pois estão também construindo sequências, porém, se você perceber dificuldade na associação intervenha, caso contrário permita o desenvolvimento individual e identifique os pontos isolados.

Não podemos esquecer que nosso objetivo é fomentar ao máximo a construção da Análise Combinatória, por isso a importância da não intervenção excessiva, só quando realmente necessária. Aponte os exercícios de fixação para que eles possam treinar o fundamento aprendido. Não esqueça, após um período estabelecido, de resolvê-los e abrir discussão se oportuno for.

Em seguida conceitue Arranjo Simples e apresente o problema 40, atentando para a possibilidade de n corredores e p primeiros colocados.

Estabeleça uma relação entre arranjo e permutação e mostre que se em um arranjo escolhermos para a sequência um número $p = n$ de elementos do conjunto de n elementos teremos também uma permutação. Ou seja, toda a permutação é na realidade um arranjo de n elementos tomados n a n.

CAPÍTULO 06

Neste capítulo trataremos de uma ideia diferente, porém dependente das anteriores, em relação aos agrupamentos. Na combinação, diferentemente da permutação e do arranjo, escreveremos todos os possíveis subconjuntos de p elementos de um conjunto de n elementos. Ao final deste capítulo seus alunos deverão ser capazes de diferenciar os três agrupamentos simples.

Então vamos começar escrevendo todos os subconjuntos de três elementos do conjunto {1,2,5,8} já apresentado, propositalmente, no capítulo anterior. Faça a observação do texto do material, pois a partir daí que construiremos o cálculo da combinação.

Construa com seus alunos a ideia do cálculo da combinação, mostre a eles que no capítulo 05 ela já aparecia quando antes de escrevermos as sequências de p elementos tínhamos que selecionar todos os subconjuntos sequenciáveis de p elementos.

Ou seja, para construir o arranjo primeiramente escrevemos as combinações e posteriormente as permutamos. Assim, para o cálculo do números de combinações de n elementos tomados p a p basta isolarmos a combinação na equação apresentada anteriormente.

Para fixar esse fundamento, permita que seus alunos resolvam os exercícios de fixação propostos e depois discuta as soluções com eles.

Conceitue combinação simples e ilustre tudo o que foi dito retomando o *problema 36,* pois os cálculos mostram a construção deste tipo de agrupamento. Para concluir combinação apresente o *problema 42*.

Em continuação a este capítulo, após tratarmos de todos os tipos de agrupamentos simples, neste e nos capítulos anteriores, podemos agora tentar distingui-los. Pois tudo que foi estudado até este momento teve a finalidade de construirmos, com nossos alunos, um arcabouço teórico suficiente para identificar nos problemas e que tipo de agrupamento devemos utilizar para resolvê-los.

O diagrama apresentado no material de uso em sala de aula é mais uma ferramenta que você poderá utilizar para ilustrar esta diferença entre os agrupamentos simples.

Os dez problemas apresentados no final capítulo são para sua verificação em relação ao aprendizado dos alunos. Nele você deverá observar se os discentes conseguem perceber que tipo de agrupamento será utilizado para resolução de cada problema e se eles conseguem resolvê-los corretamente.

PLANOS DE AULA

PLANO DE AULA (CAPÍTULO 04)

DISCIPLINA: Matemática
PROFESSOR:
SÉRIE: 2º ANO – ENSINO MÉDIO
CARGA HORÁRIA: 2 h/a
MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Conceituações de Combinatória: Agrupamentos Simples e Permutação Simples.

Conteúdo Programático

1. **Agrupamentos Simples;**
   1.1. Introdução aos agrupamentos simples;
   1.2. Permutação Simples.

Objetivo Geral: Introduzir agrupamentos simples, revisar conjuntos finitos e sequências finitas, construir o conceito de permutação simples, e o uso deste conceito na resolução de problemas de contagem.

Objetivos Específicos:

- ✓ Apresentar os agrupamentos simples;
- ✓ Aplicar os conceitos de sequências finitas e conjuntos finitos como exemplos de agrupamentos ordenados e não-ordenados.
- ✓ Construir o conceito de permutação simples através de situações-problema e do uso dos princípios aditivo e multiplicativo;

Procedimentos Metodológicos

- ✓ Aula expositiva, acompanhada de recursos didáticos.

Recursos Didáticos

- ✓ Material didático, imagens e a utilização do quadro branco.

Avaliação

- ✓ A avaliação será operacionalizada a partir da aplicação e discussão dos *exercícios contidos no material para uso em sala de aula*, no qual o aluno poderá resolver problemas propostos e aplicar os conceitos trabalhados durante a aula.

Referências

DANTE, L. R. **Matemática**. 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2005.

HAZZAN, S. **Fundamentos de matemática elementar:** combinatória, probabilidade. Vol. 5, 7ª Ed. São Paulo: Atual, 2004.

LIMA, E. L. **A Matemática do Ensino Médio**. Vol. 2. Rio de Janeiro: Solgraf, 1999.

MELLO, J. L. P. **Matemática:** construção e significado. 1ª Ed. São Paulo: Moderna, 2005.

MORGADO, A. C. O. **Análise Combinatória e Probabilidade**. 9ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

PAIVA, M. R. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 1995.

PLANO DE AULA (CAPÍTULO 05)

DISCIPLINA: Matemática

PROFESSOR:

SÉRIE: 2º ANO – ENSINO MÉDIO

CARGA HORÁRIA: 2 h/a

MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Conceituações de Combinatória: Arranjo Simples.

Conteúdo Programático

2. **Arranjo Simples;**
    - 2.1. Construção do Arranjo Simples;
    - 2.2. Conceito e aplicação do Arranjo Simples.

Objetivo Geral: Construir o conceito de Arranjo Simples através de problemas e aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo, conceituar e aplicar Arranjo Simples.

Objetivos Específicos:

- ✓ Conceituar Arranjo Simples através da resolução de problemas utilizando os princípios aditivo e multiplicativo;
- ✓ Aplicar a definição de Arranjo Simples na resolução de problemas;
- ✓ Estabelecer uma relação entre Arranjo Simples e Permutação Simples.

Procedimentos Metodológicos

- ✓ Aula expositiva, acompanhada de recursos didáticos.

Recursos Didáticos

- ✓ Material didático, imagens e a utilização do quadro branco.

Avaliação

- ✓ A avaliação será operacionalizada a partir da aplicação e discussão dos *exercícios contidos no material para uso em sala de aula*, no qual o aluno poderá resolver problemas propostos e aplicar os conceitos trabalhados durante a aula.

Referências

DANTE, L. R. **Matemática**. 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2005.

HAZZAN, S. **Fundamentos de matemática elementar:** combinatória, probabilidade. Vol. 5, 7ª Ed. São Paulo: Atual, 2004.

LIMA, E. L. **A Matemática do Ensino Médio**. Vol. 2. Rio de Janeiro: Solgraf, 1999.

MELLO, J. L. P. **Matemática:** construção e significado. 1ª Ed. São Paulo: Moderna, 2005.

MORGADO, A. C. O. **Análise Combinatória e Probabilidade**. 9ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

PAIVA, M. R. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 1995.

PLANO DE AULA (CAPÍTULO 06)

DISCIPLINA: Matemática

PROFESSOR:

SÉRIE: 2º ANO – ENSINO MÉDIO

CARGA HORÁRIA: 2 h/a

MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Conceituações de Combinatória: Combinação Simples.

Conteúdo Programático

3. **Combinação Simples;**
   - 3.1. Construção da Combinação Simples;
   - 3.2. Conceito e aplicação da Combinação Simples;
   - 3.3. Relação entre os agrupamentos simples.

Objetivo Geral: Construir o conceito de Combinação Simples através de problemas e aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo, conceituar e aplicar a Combinação Simples, estabelecer uma relação entre os agrupamentos simples.

Objetivos Específicos:

- ✓ Conceituar Combinação Simples através da resolução de problemas utilizando os princípios aditivo e multiplicativo;
- ✓ Estabelecer relação entre os agrupamentos simples;
- ✓ Distinguir quando aplicar em uma problema Permutação, Arranjo ou Combinação Simples.

Procedimentos Metodológicos

- ✓ Aula expositiva, acompanhada de recursos didáticos.

Recursos Didáticos

- ✓ Material didático, imagens e a utilização do quadro branco.

Avaliação

- ✓ A avaliação será operacionalizada a partir da aplicação e discussão dos *exercícios contidos no material para uso em sala de aula*, no qual o aluno poderá resolver problemas propostos e aplicar os conceitos trabalhados durante a aula.

Referências

DANTE, L. R. **Matemática**. 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2005.

HAZZAN, S. **Fundamentos de matemática elementar:** combinatória, probabilidade. Vol. 5, 7ª Ed. São Paulo: Atual, 2004.

LIMA, E. L. **A Matemática do Ensino Médio**. Vol. 2. Rio de Janeiro: Solgraf, 1999.

MELLO, J. L. P. **Matemática:** construção e significado. 1ª Ed. São Paulo: Moderna, 2005.

MORGADO, A. C. O. **Análise Combinatória e Probabilidade**. 9ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

PAIVA, M. R. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 1995.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao escrevermos um curso de Combinatória voltado para o ensino médio, que apresenta uma sequência didática diferente das que são tradicionalmente apresentadas nos livros didáticos, além de buscarmos atender ao estipulado pelo programa de que "Os Trabalhos de Conclusão de Curso devem versar sobre temas específicos pertinentes ao currículo de Matemática do Ensino Básico e que tenham impacto na prática didática em sala de aula", tínhamos em mente também, as dificuldades que nós e muitos de nossos colegas de profissão enfrentam em sala de aula ao terem que ensinar este conteúdo.

A forma de apresentação do texto já tinha sido utilizada pelos autores de forma independente e o bom resultado obtido nos levou a organizar estas notas no intuito de compartilhar nossa experiência com esta abordagem. Longe de ser um material definitivo, é um esforço inicial que visa dar ao professor um material acessível e que contenha uma característica diferenciada: a forma em que as soluções dos problemas são apresentadas. Estas soluções foram escritas baseadas em como apresentamos o tema em nossas aulas, de modo que o aluno não tenha dificuldade ao lê-las e o professor que utilizar o material sinta facilidade ao adaptá-lo ou acrescentar seus próprios problemas e soluções.

Esperamos com a produção deste material não só fornecer uma sequência didática alternativa para o ensino de Análise Combinatória, como também inspirar uma reflexão acerca do ensino de Matemática na Educação Básica brasileira. Um ensinar voltado para a criatividade dos alunos e seus professores, e a construção coletiva dos conceitos.

REFERÊNCIAS

DANTE, L. R. **Matemática**. 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2005.

HAZZAN, S. **Fundamentos de matemática elementar:** combinatória, probabilidade. Vol. 5, 7ª Ed. São Paulo: Atual, 2004.

LIMA, E. L. **A Matemática do Ensino Médio**. Vol. 2. Rio de Janeiro: Solgraf, 1999.

MELLO, J. L. P. **Matemática:** construção e significado. 1ª Ed. São Paulo: Moderna, 2005.

MORGADO, A. C. O. **Análise Combinatória e Probabilidade**. 9ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

PAIVA, M. R. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 1995.