Marcelle Dutra França Fernandes

O Pensamento Computacional como Metodologia de Ensino da Geometria Espacial

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2023

Marcelle Dutra França Fernandes

O Pensamento Computacional como Metodologia de Ensino da Geometria Espacial

"Dissertação apresentada como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática, no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro."

Orientador: Prof. Ausberto S. Castro Vera

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2023

Marcelle Dutra França Fernandes

O Pensamento Computacional como Metodologia de Ensino da Geometria Espacial

"Dissertação apresentada como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática, no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro."

Aprovada em 15 de Dezembro de 2023.

Profª. Elba O. Bravo Asenjo
D.Sc. - UENF

Prof. Nelson Machado Barbosa
D.Sc. - UENF

Prof. Roger Ruben Huaman Huanca
D.Sc. - UEPB

Prof. Ausberto S. Castro Vera
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Dedico este trabalho ao meu esposo, Bruno Rezende Fernandes e à minha filha, Yasmin França Fernandes, que sempre me auxiliaram e me apoiaram nas minhas escolhas e decisões.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por toda a sua proteção , toda força e sabedoria para vencer mais essa etapa. Ao meu esposo, Bruno, que foi incansável, me auxiliando, me motivando e sempre me acompanhando em todos os momentos de estudo durante o Mestrado. À minha filha Yasmin que entendeu minhas ausências, em alguns momentos, e que não me deixou desistir nem mesmo quando foi mais difícil a demanda e dedicação integral aos estudos. Ao meu orientador Ausberto, que sempre esteve pronto a me auxiliar, orientado e mostrando cada etapa deste trabalho, com muita paciência e dedicação. A todos os professores do PROFMAT-UENF, peças fundamentais na aquisição dos meus conhecimentos e na finalização do curso: Ausberto, Elba, Nelson, Oscar, Rigoberto e Zeferino. Aos meus colegas de turma PROFMAT-2021 que, sempre unidos, buscaram auxiliar e ajudar, não permitindo que nenhum colega viesse desistir ou desanimar. À Direção do Colégio Estadual Antonio Pecly e ao professor Glauber Melegate da instituição, os quais permitiram a realização da pesquisa e forneceram todo apoio à sua execução. Aos alunos da turma 2003, que muito se empenharam e contribuíram para a realização desta pesquisa. Enfim, a todos que diretamente ou indiretamente auxiliaram para a realização deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

Crê em ti mesmo, age e verás os resultados.
Quanto te esforças, a vida também se esforça para te ajudar.
(Chico Xavier)

Resumo

A Geometria está presente em nosso dia a dia e nos ramos das ciências como forma de entender e agir no mundo no qual estamos inseridos. É um ramo da Matemática que proporciona o desenvolvimento das capacidades de percepção espacial, criatividade e raciocínio hipotético-dedutivo cujo estudo auxilia na prontidão para o cálculo e desenvolvimento da visualização espacial. Diante desse exposto, a pesquisa tem por objetivo implementar o Pensamento Computacional como Metodologia de Ensino da Geometria Espacial, através da série de situações-problema com atividades envolvendo situações do cotidiano, verificando como sua aplicação pode auxiliar na aprendizagem de alunos da 2ª série do Ensino Médio. Para o alcance dos objetivos propostos, foram utilizados os quatro conceitos fundamentais dentro do Pensamento Computacional apresentados por Wing (2006) atrelado à metodologia da Resolução de Problemas. Trata-se de uma intervenção qualitativa aplicada através da manipulação de objetos geométricos confeccionados pelos alunos e resolução de situações-problema, de forma a proporcionar um novo caminho para a aprendizagem da Geometria espacial: previsão lógica e análise; algoritmos - criando etapas e regras; decomposição - quebrando em partes; detecção de padrões e uso de semelhanças; abstração - removendo detalhes desnecessários e avaliação - fazendo julgamentos, tornando essa aprendizagem mais significativa e prática. Após aplicação das atividades, observa-se-se que, na etapa de abstração, alguns alunos apresentaram bastante dificuldade. Na decomposição e nos algoritmos, relataram que o entendimento e aplicação dessas etapas ajudou também o aprendizado em outros conteúdos da Matemática, facilitando o entendimento dos problemas e a generalização foi a etapa em que apresentaram maior facilidade de aplicação. A partir da aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da resolução de situações-problema, observa-se a importância do envolvimento do conteúdo a ser ministrado às diversas situações diárias vivenciadas e experimentadas pelos alunos, aproximando conteúdo, cálculos e vivências dos alunos, o que proporciona um aprendizado mais significativo e, apesar dos resultados mostrarem dificuldades na realização em algumas etapas, a metodologia do Pensamento Computacional favoreceu o aprendizado ao motivar os alunos, proporcionar um novo jeito de pensar e organizar melhor as situações matemáticas apresentadas.

Palavras-chaves: Resolução de Problemas; Pensamento Computacional; Geometria Espacial.

Abstract

Geometry is present in our daily lives and in the branches of science as a way of understanding and acting in the world in which we are inserted. A branch of Mathematics that provides the development of spatial perception, creativity and hypothetical-deductive reasoning skills, the study of which helps in the readiness for the calculation and development of spatial visualization. In view of the above, the research aims to implement Computational Thinking as a Teaching Methodology of Spatial Geometry, through the series of problem situations with activities involving real situations, verifying how its application can help in the learning of students of the 2nd grade of High School. In order to achieve the proposed objectives, the four fundamental concepts within Computational Thinking presented by Wing (2006) were used, linked to the problem solving methodology. It is a qualitative intervention applied through the manipulation of geometric objects made by the students and the resolution of problem situations, in order to provide a new way for learning spatial geometry: logical prediction and analysis; algorithms - creating steps and rules; decomposition - breaking into parts; pattern detection and use of similarities; abstraction – removing unnecessary details and evaluation – making judgments, making this learning more meaningful and practical. After applying the activities, it was observed that, in the abstraction stage, some students presented a lot of difficulty. In the decomposition and algorithms, they reported that their learning also helped the learning in other contents of Mathematics, facilitating the understanding of the problems and generalization was the stage in which they presented greater ease of application. From the application of the Methodology, it is observed the importance of involving the content to be taught to the various daily situations experienced and experienced by the students, bringing content, calculations and experiences closer to the students, which provides a more significant learning and, although the results show difficulties in carrying out in some stages, the methodology favored learning by motivating students, provide a new way of thinking and better organizing the mathematical situations presented.

Key-words:Methodology; Computational Thinking; Spatial Geometry; Problem situations.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Pensamento Computacional 28
Figura 2 – O Processo de Abstração 29
Figura 3 – Algoritmo 30
Figura 4 – Decomposição de um problema 31
Figura 5 – O conceito de generalização 32
Figura 6 – Sólidos geométricos 33
Figura 7 – Classificação dos polígonos 35
Figura 8 – Exemplo de Poliedro Convexo 36
Figura 9 – Exemplos 36
Figura 10 – Ideia intuitiva de área 37
Figura 11 – Retângulo 38
Figura 12 – Quadrado 39
Figura 13 – Paralelogramo 39
Figura 14 – Paralelogramo x Retângulo 39
Figura 15 – Triângulo 40
Figura 16 – Trapézio 41
Figura 17 – Losango 42
Figura 18 – Círculo 42
Figura 19 – Figura geométrica circunscrita 43
Figura 20 – Ideia intuitiva de volume 44
Figura 21 – Volume do Paralelepípedo 44
Figura 22 – Paralelepípedo 45
Figura 23 – Prisma seccionado 45
Figura 24 – Prisma 46
Figura 25 – Prismas 46
Figura 26 – Cilindro e prisma 47
Figura 27 – Pirâmide triangular 47
Figura 28 – Pirâmides 48
Figura 29 – Pirâmide e cone 49
Figura 30 – Colégio Estadual Antonio Pecly 54
Figura 31 – Currículo Mínimo da SEEDUC para o 8º ano do Ensino Fundamental . . 56

Figura 32 – Currículo Mínimo da SEEDUC para o 9º ano do Ensino Fundamental . . 56
Figura 33 – Currículo Mínimo da SEEDUC para a 2ª série do Ensino Médio 57
Figura 34 – PowerPoint de explicação inicial 60
Figura 35 – Construções dos sólidos geométricos 61
Figura 36 – Confecção do Mapa Mental 64
Figura 37 – Poliedro e bola de futebol 65
Figura 38 – Abstração da bola de futebol 65
Figura 39 – Decomposição - Problema 1 66
Figura 40 – Quadrados e triângulos 68
Figura 41 – Decomposição - Problema 2 69
Figura 42 – Planta da sala e laje 71
Figura 43 – Decomposição - Problema 3 72
Figura 44 – Prisma quadrangular - base e lateral 74
Figura 45 – Decomposição - Problema 4 74
Figura 46 – Tronco de pirâmide - bases e altura 77
Figura 47 – Decomposição - Problema 5 77
Figura 48 – Fórmula do Volume do tronco de pirâmide 78
Figura 49 – Abstração - Problema 6 79
Figura 50 – Decomposição - Problema 6 80
Figura 51 – Lata de tinta 82
Figura 52 – Cubo 83
Figura 53 – Informações 84
Figura 54 – Representação dos silos 84
Figura 55 – Caneca 85
Figura 56 – Recipiente 86
Figura 57 – Slide 1 89
Figura 58 – Slide 2 90
Figura 59 – Slide 3 90
Figura 60 – Slide 4 91
Figura 61 – Slide 5 91
Figura 62 – Construção com planificações 93
Figura 63 – Construção com planificações 94
Figura 64 – Construção com planificações 94
Figura 65 – Construção com palitos e jujubas 95
Figura 66 – Construção com palitos e jujubas 96
Figura 67 – Construção com palitos e jujubas 96
Figura 68 – Etapa 1 do mapa mental 98
Figura 69 – Etapa 2 do mapa mental 99
Figura 70 – Etapa 3 do mapa mental 100

Figura 71 – Etapa 4 do mapa mental 101
Figura 72 – Resolução exercício 1 102
Figura 73 – Resolução do exercício 4 103
Figura 74 – Exemplo da resolução da questão 1 109
Figura 75 – Exemplo da resolução da questão 3 110
Figura 76 – Exemplo da resolução da questão 5 111

Lista de tabelas

Tabela 1 – Média dos estudantes brasileiros - Pisa 17
Tabela 2 – Análise - Etapa da Abstração 105
Tabela 3 – Análise - Etapa da Decomposição 106

Lista de quadros

Quadro 1 – Análise das etapas 108
Quadro 2 – Análise das etapas 108

Lista de abreviaturas e siglas

PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PC	Pensamento Computacional
PCN	Parâmetro Curricular Nacional
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa
MMM	Movimento da Matemática Moderna
SEEDUC	Secretaria de Estado de Educação

Sumário

1 INTRODUÇÃO 17
1.1 Problemática 18
1.2 Objetivos 19
1.3 Justificativa ou Motivação 19
1.4 Metodologia da Pesquisa 20
1.5 Estrutura da Dissertação 21

2 REFERENCIAL TEÓRICO 22
2.1 Metodologias existentes 22
2.1.0.1 Resolução de problemas 24
2.1.0.2 Modelagem Matemática 25
2.1.0.3 Materiais Manipuláveis 25
2.2 Pensamento Computacional 26
2.2.0.1 Características fundamentais do PC 27
2.2.0.2 Conceitos do Pensamento Computacional 28
2.3 Geometria Espacial 33
2.3.1 Estrutura dos sólidos geométricos e suas dimensões 35
2.3.1.1 Relação de Euler 35
2.3.2 Área - Medida de superfície 37
2.3.2.1 Área das figuras geométricas planas 38
2.3.3 Volume - Medida de capacidade 43
2.4 Outros trabalhos 49
2.4.1 Trabalhos realizados no Brasil sobre PC 51

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS 52
3.1 Caracterização da pesquisa 52
3.2 Campo de pesquisa 54
3.3 Sujeitos da pesquisa 55
3.4 Sequência Didática 58
3.4.1 Aula 1: Apresentação da metodologia do Pensamento Computacional . 59
3.4.2 Aula 2: Construção dos sólidos geométricos 61
3.4.3 Aula 3: Mapa mental - fórmulas e conceitos 62
3.4.4 Aula 4: Resolução de situações-problema envolvendo o PC 64
3.4.5 Aula 5: Situações-problema propostas aos alunos 81
3.4.6 Fichas das atividades 87

4 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA E RESULTADOS 88
4.1 Apresentação dos Conceitos do Pensamento Computacional . . 88
4.1.1 Desenvolvimento da Aula 1 88
4.2 Confecção dos sólidos geométricos 92
4.2.1 Desenvolvimento da Aula 2 92
4.3 Construção dos conceitos matemáticos 97
4.3.1 Desenvolvimento da Aula 3 97
4.4 Aplicação do PC nas situações-problema 101
4.4.1 Desenvolvimento da Aula 4 102
4.5 Questionário final 103
4.5.1 Desenvolvimento da Aula 5 103
4.6 Análise dos resultados 104
4.6.1 Conclusões 107

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 112

REFERÊNCIAS 114

APÊNDICES 120

APÊNDICE A – DOCUMENTOS DE AUTORIZAÇÃO 121

ANEXO A – AUTORIZAÇÃO ASSINADA PELO DIRETOR . . 122

ANEXO B – FORMULÁRIO DE AUTORIZAÇÃO DOS PAIS . 124

ANEXO C – ATIVIDADES PROPOSTAS PARA OS ALUNOS . 126

ANEXOS 127

ANEXO A – RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA ENVOLVENDO RELAÇÃO DE EULER E O CÁLCULO DE ÁREA E VOLUME DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS 128

Capítulo 1

Introdução

A Geometria está presente em nosso dia a dia e nos ramos das ciências como forma de entender e agir no mundo no qual estamos inseridos. É um ramo da Matemática que proporciona o desenvolvimento das capacidades de percepção espacial, criatividade e raciocínio hipotético-dedutivo. Seu estudo auxilia na prontidão para o cálculo e no desenvolvimento da visualização espacial.

Ao longo da história, é percebido que, através dos documentos oficiais que embasam a estruturação dos conteúdos do Ensino Médio, vem sendo dado o devido valor ao estudos da Geometria Espacial, visto sua importância e aplicabilidade no dia a dia.

A partir da análise dos dados obtidos em avaliações internacionais como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) , realizado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), com estudantes na faixa etária de 15 anos, que visa oferecer informações que permitam a análise das competências e habilidades dos alunos, comparando-as com outros países, fica clara a importância desse acompanhamento para o trabalho docente e para o traçado de metas e objetivos a serem alcançados.

A tabela a seguir demonstra o desempenho do Brasil ao longo dos anos:

Tabela 1 – Média dos estudantes brasileiros - Pisa

DADOS	2003	2006	2009	2012	2015	2018	2022
MÉDIAS	356	370	386	389	377	384	379

Fonte: INEP

A partir da análise dessa tabela, faz-se necessário uma revisão e atualização das práticas desenvolvidas em sala de aula e também acerca das atuais necessidades dos nossos alunos que não vêm conseguindo manter um aumento das médias na avaliação, o que retrata a necessidade da busca de novas metodologias de ensino. Na busca dessas metodologias, levando em consideração os documentos oficiais - como os Parâmetros

Curriculares Nacionais (PCNs)- que destacam o Pensamento Computacional (PC) como uma ferramenta eficaz de aprendizagem, o mesmo passa a ser um dos instrumentos a serem utilizados em sala de aula(BRASIL, 2018b).

A Metodologia do Pensamento Computacional é lançada no ano de 2006 - com J. Wing - que lança suas bases em um conjunto de atitudes e habilidades na resolução de problemas, através dos fundamentos da Ciência da Computação, com 5 pilares : algoritmos, decomposição, generalização, abstração e avaliação(WING, 2006).

A importância do Pensamento Computacional traz uma tríade para a educação: ciência, tecnologia e sociedade. A partir dessa análise, e procurando novas estratégias para a aprendizagem significativa dos alunos, este trabalho aborda a metodologia descrita aliada à aprendizagem da Geometria Espacial, buscando uma melhoria no processo ensino-aprendizagem dessa área.

1.1 Problemática

Considerando a importância do estudo da Geometria Espacial no Ensino Médio e as dificuldades encontradas pelos alunos como a leitura e a compreensão dos enunciados, a formulação dos argumentos, a correta visualização dos objetos e suas respectivas representações e consequentemente, a não compreensão dos objetos matemáticos envolvidos, parte-se da ideia de que, ao aplicarmos os conceitos do Pensamento Computacional como a metodologia de ensino, será proposto uma melhora nessa construção do conhecimento.

Alunos encontram significado nas suas aprendizagens, quando o conteúdo está voltado para sua prática diária e a metodologia de ensino aplicada pelo professor estimula o contato e a aproximação entre esses agentes: aluno e conteúdo. Através da Metodologia do Pensamento Computacional, serão oferecidos aos alunos caminhos de experimentação, criação, depuração e colaboração, permitindo uma participação ativa e mais dinâmica na resolução de situações-problema.

Sendo essa metodologia aplicada através da manipulação de situações-problema, vários conceitos foram trabalhados de forma a proporcionar um novo caminho para a aprendizagem da Geometria Espacial: previsão lógica e análise; algoritmos - criando etapas e regras; decomposição - quebrando em partes; detecção de padrões e uso de semelhanças; abstração - removendo detalhes desnecessários e avaliação - fazendo julgamentos, tornando essa aprendizagem mais significativa e prática.

1.2 Objetivos

- **Objetivo Geral**: Aplicar a metodologia do Pensamento Computacional no Ensino da Geometria Espacial, através de uma série de situações-problema com atividades envolvendo situações reais, proporcionando novos caminhos para a aprendizagem do conteúdo.

- **Objetivos Específicos** : Para atingir o objetivo geral, consideram-se os seguintes objetivos específicos:

  – Fazer uma pesquisa bibliográfica sobre o Ensino do Pensamento Computacional e de algumas metodologias de ensino similares;

  – Determinar uma série de tópicos da Geometria Espacial, em consonância com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e a Base Nacional Curricular Comum (BNCC);

  – Selecionar problemas matemáticos do cotidiano que possam ser utilizados para aplicar à Metodologia do Pensamento Computacional, em sala de aula presencial ou virtual.

  – Elaborar um esquema metodológico do Pensamento Computacional para aplicar em sala de aula;

  – Aplicar a Metodologia do Pensamento Computacional utilizando os problemas selecionados;

  – Elaborar uma análise dos resultados obtidos, a partir da aplicação em sala de aula.

1.3 Justificativa ou Motivação

A escolha do tema a ser investigado partiu primeiramente da inquietação da pesquisadora ao observar a forma como a Geometria Espacial é abordada nos livros e materiais didáticos disponíveis, sua aplicação muito teórica e sem aproximação da realidade do aluno, o qual, na maioria das vezes, não consegue atribuir real significado ao seu aprendizado.

Como professora das redes estadual e privada e tutora presencial do Consórcio CEDERJ, considera preocupante os resultados nas avaliações internas e externas, como as notas finais das turmas na disciplina Matemática nas escolas nas quais leciono (Colégio Estadual Antonio Pecly - município de Cordeiro/RJ e Colégio Euclides da Cunha - município de Cantagalo/RJ); dados relativos ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB)do Ensino Médio, publicados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) e as aprovações dos estudantes no vestibular CEDERJ que abrange uma grande parte dos alunos da região.

A partir dessa inquietação e busca por uma metodologia, surge a oportunidade de trabalhar junto ao Professor Ausberto S. Castro Vera, que vem pautando suas atuais pesquisas no Modelo Computacional como uma Metodologia de Ensino e, a partir daí, buscar desenvolver atividades que permitam a aplicação dessa nova proposta ao trabalho com a Geometria Espacial.

Esta proposta de pesquisa e aplicação do Pensamento Computacional como metodologia de ensino/aprendizagem para o estudo da Geometria Espacial, conteúdo Matemático - que vem sempre como um desafio para a maioria dos alunos - busca oferecer orientações e caminhos metodológicos para a sala de aula, além de trazer a mostragem dos resultados obtidos com as turmas do Ensino Médio e o passo a passo de cada uma das etapas e diretrizes adotadas.

Sendo a Geometria um ramo da Matemática, que nos fornece diversas situações cotidianas, sendo necessário o conhecimento adequado para a sua aplicação correta e melhor integração do indivíduo dentro da sua realidade local, como contribuinte das possíveis melhoras e acertos na vida em sociedade, no seu local de trabalho, dentro de sua casa, entre outros, esta pesquisa visa auxiliar tais demandas diárias do aluno, enquanto cidadão atuante.

De acordo com pesquisas e trabalhos acerca do tema (Wing,J. , 2016; Andrew Csizmadia,2015; P. Lasson, 2019), que trazem a estrutura conceitual, suas possíveis abordagens pedagógicas, além de fornecer guias para análise e avaliação dos resultados, é possível verificar que o tema tem muito a acrescentar e auxiliar no trabalho do professor e na aprendizagem mais ativa dos alunos envolvidos.

Acreditamos que a relevância deste trabalho está em não somente oferecer uma nova metodologia para o trabalho docente, mas contribuir com a aprendizagem dos alunos, através da resolução de situações-problema aplicadas ao seu dia a dia enquanto agente social.

1.4 Metodologia da Pesquisa

Quanto aos procedimentos metodológicos, este trabalho utilizou:

- Pesquisa bibliográfica: sobre os caminhos percorridos pela Geometria ao longo do tempo, a importância do conteúdo Geometria Espacial nos documentos oficiais, reconhecimento das principais características dos sólidos geométricos, cálculo de volume dos sólidos, principais conceitos da metodologia do Pensamento Computacional e da metodologia de Resolução de Problemas;

- Pesquisa Qualitativa: realizada através de Estudo de Caso, seguindo as etapas: apresentação dos principais conceitos da geometria espacial relacionado ao cálculo de volume, apresentação e demonstração dos principais conceitos do Pensamento Computacional, resolução de situações-problema através da metodologia do Pensamento Computacional com a utilização dos quatro pilares apresentados;

- Aplicação: da metodologia do Pensamento Computacional em Sala de Aula, através da resolução de situações-problema que privilegiam os conteúdos área e volume dos sólidos geométricos;

- Organização dos dados coletados e análise dos mesmos.

1.5 Estrutura da Dissertação

Este trabalho está organizado em quatro capítulos da seguinte maneira:

No capítulo 2, apresenta-se uma revisão bibliográfica, acerca das metodologias existentes, entre elas a Resolução de Problemas, o PC e a Geometria Espacial;

No capítulo 3, é mostrado o aspecto metodológico do trabalho: a caracterização da pesquisa, o campo de pesquisa, o sujeito da pesquisa e a sequência didática aplicada: etapas de aplicação e os exercícios utilizados;

No capítulo 4, é apresentado o resultado da pesquisa através da análise dos dados e resultados obtidos e devidamente registrados;

E finalmente, no capítulo 5, apresenta-se o que foi realizado, os pontos positivos e negativos observados e as contribuições para futuros trabalhos. Os apêndices apresentam as autorizações da Direção Escolar, dos responsáveis pelos alunos participantes e as atividades e/ou exercícios aplicados.

Capítulo 2

Referencial Teórico

O referencial teórico desta pesquisa apresenta as metodologias existentes no trabalho com a Geometria Espacial nas turmas de Ensino Médio, as definições, dificuldades e problemas encontrados e o Pensamento Computacional como uma nova metodologia de Ensino.

2.1 Metodologias existentes

O estudo da Geometria vem sofrendo modificações ao longo da sua história aqui no Brasil. O Ensino da Geometria era pautado em técnicas, sem preocupação com as situações reais e práticas e até os anos 1960 estava voltado para os estudos euclidianos (PANAVELLO, 2009).

No início do século XX, a disciplina Matemática é formada a partir da junção da Aritmética, Álgebra e Geometria. E no meado desse mesmo século, surge o Movimento da Matemática Moderna (MMM) diante da preocupação com a adequação do Ensino frente à todo o movimento histórico e científico que estavam vigentes e também frente à necessidade da modernização dos conteúdos. Nesse movimento (MMM), é dado maior ênfase à Álgebra e Aritmética, deixando a Geometria - com seus conceitos embasados em seus postulados e axiomas, que geravam insegurança aos professores - ficarem ao final do livro didático e do ano letivo, ocasionando o seu não ensino, em alguns casos.

Essa experiência poderia ser prejudicada pelo fato de que embora os conteúdos ensinados busquem pela modernidade e atualização, a forma de aplicação dos mesmos, baseada na mera transmissão dos conhecimentos, ainda continua arcaica do ponto de vista psicológico (PIAGET, 1984) .

Ainda não foi, de fato, realizado um trabalho eficaz com a disciplina pois alguns pontos importantes para a sua aprendizagem precisam ser melhores administrados.

Em 1996, é criada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que traz de volta a geometria e sua importância, com diretrizes que visam auxiliar o aluno a "compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive"(CARVALHO, 2015).

Em 1998, a partir de discussão e debates, é finalizado um novo documento orientador, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), diretrizes organizadas pelo Governo Federal, que visam orientar o fazer docente, a partir de competências e habilidades, dentro de uma Base Nacional Comum. Novamente tem-se um olhar para a geometria e sua importância para o ensino, incorporando quatro eixos apontados pela UNESCO, como eixos estruturais da educação na sociedade contemporânea: aprender a conhecer; aprender a fazer; aprender a viver e aprender a ser, destacando a geometria, que deve estar voltada para a resolução de problemas , através do desenvolvimento de habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e aplicação, direcionando os conceitos geométricos e suas representações matemáticas ao mundo que nos cerca (BRASIL, 2000) .

As competências tratadas neste documento são importantes para a compreensão e ampliação do aprendizado na percepção do espaço e na construção de modelos na Matemática e em outras áreas do conhecimento.

Em 2014, é sancionado o Plano Nacional de Educação (PNE), com força de Lei, estabelecendo diretrizes, metas e estratégias a serem atingidas no prazo de 10 anos. A Meta 3 que trata do Ensino Médio, fortalece e incentiva o trabalho que já vinha sendo realizado através dos PCNs.

> 3.1) institucionalizar programa nacional de renovação do ensino médio, a fim de incentivar práticas pedagógicas com abordagens interdisciplinares estruturadas pela relação entre teoria e prática, por meio de currículos escolares que organizem, de maneira flexível e diversificada, conteúdos obrigatórios e eletivos articulados em dimensões como ciência, trabalho, linguagens, tecnologia, cultura e esporte, garantindo-se a aquisição de equipamentos e laboratórios, a produção de material didático específico, a formação continuada de professores e a articulação com instituições acadêmicas, esportivas e culturais (BRASIL, 2000).

A partir da garantia de novos investimentos em materiais, equipamentos e formação docente, surge a possibilidade de aprimorar e incrementar o estudo voltado à Geometria, de forma a atender às demandas de ensino aprendizagem dessa área da Matemática.

E atualmente, em plena implementação e estudo, temos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que visa garantir uma universalidade do currículo, permitindo a inserção das necessidades regionais .

Nessa nova roupagem, a Matemática vem estruturada em 5 (cinco) eixos: Números e operações; Geometria; g Grandezas e medidas; Álgebra e Funções e estatística, dando total importância à geometria e seu conhecimento, para o aprendizado escolar e dentre as competências específicas estabelecidas, destacamos:

> 3.Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BNCC Ensino Médio pág.103) (ABNT, 2000).

As habilidades indicadas contribuem para a resolução e formulação de problemas e a construção de seus significados aplicados na Matemática, buscando um significado real para a vida dos alunos, não privilegiando somente o seu cotidiano, mas a visão ampla de mundo e de sociedade. No Ensino Médio, devem ser ampliados e aprofundados os conceitos geométricos, partindo para uma abstração mais complexa, através de demonstrações, teoremas, aplicação de fórmulas e prática.

A partir de toda essa trajetória do ensino aprendizagem da Geometria ao longo da história, uma das tendências metodológicas já utilizadas na prática docente será descrita a seguir.

2.1.0.1 Resolução de problemas

É uma metodologia na qual se busca atrelar os conhecimentos matemáticos às situações diárias. Proporciona contextos de apreensão de conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas, visto que um problema é uma situação a qual precisa de solução que demanda a realização de uma sequência com operações matemáticas. O professor trabalha essas definições, técnicas e demonstrações, visando à chegada dos resultados possíveis e orientando todo esse caminho de resolução e segundo (PÓLLYA, 2006), são 4 as fases de trabalho para a resolução de uma situação-problema:

• Compreensão: ao ler o problema, deve-se extrair somente as informações necessárias ao seu entendimento e a sua resolução;

• Inter-relação: dividir o problema em sub-problemas, definindo um caminho ou possíveis caminhos para a resolução do problema;

• Execução: perceber qual a melhor resolução e qual o melhor caminho a ser percorrido, observando padrões de resoluções utilizados em situações anteriores;

• Revisão de todo o processo: verificar e analisar as soluções e caminhos encontrados, observando a plausibilidade, diminuindo assim a margem de erros na solução final.

É importante percorrer um caminho organizado para a resolução de problemas, de forma que o aluno perceba e entenda cada etapa, facilitando seu estudo e auxiliando o seu desempenho.

2.1.0.2 Modelagem Matemática

A modelagem matemática é aplicada a partir de questões que são geradas de um tema, assunto ou situação, que deverão ser respondidas com o auxílio de cálculos matemáticos. Essa resolução envolve três etapas: a fase de interação; a matematização (aplicação dos cálculos matemáticos) e a geração de um modelo matemático. Parte-se da situação real para se chegar a um modelo geral a ser aplicado (BIEMBENGUT, 2000).

> A modelagem é o processo de criação de modelos onde estão definidas as estratégias de ação sobre a realidade carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador (BASSANEZI, 2015).

A partir da sua realidade de seu ambiente, o aluno desenvolve sua capacidade de saber fazer, além de avaliar a construção do seu próprio saber.

A modelagem matemática é uma estratégia pedagógica que visa auxiliar o entendimento nas resoluções das situações-problema que envolvem situações reais. A partir da análise e reflexão são selecionados os principais argumentos para a formalização com a aplicação dos cálculos matemáticos.

Resumidamente, a modelagem matemática alia teoria e prática em seus inúmeros aspectos, motivando o aluno na busca do entendimento da realidade que o cerca, a forma de agir e como transformar essa realidade, assumindo o seu papel como cidadão.

2.1.0.3 Materiais Manipuláveis

Materiais manipuláveis são aqueles objetos reais que possuem aplicação no dia a dia ou também aqueles objetos que são utilizados para representar uma ideia. O aluno pode sentir, tocar, manipular e movimentar(VALE,).

Esse material concreto permite a transformação e modificação através da manipulação do aluno, proporcionando a percepção das suas características e propriedades, auxiliando na construção do conhecimento a eles pertencentes e/ou que se busca ao manipulá-los (LORENZATO,).

Para Passos, materiais manipuláveis são

> Objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia a dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia. [...] Os materiais manipuláveis são caracterizados pelo envolvimento físico dos alunos numa situação de aprendizagem ativa (PASSOS,).

Assim, é chamado material manipulável todo aquele objeto concreto que pode ser manuseado, criado e desenvolvido para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem e também aqueles produzidos pelos alunos e professor num processo interativo e colaborativo.

Vale destacar que só a manipulação desses objetos não garante o aprendizado:

> convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático (LORENZATO,).

A utilização deve privilegiar a ampliação da linguagem, o raciocínio e a busca de novas estratégias de resolução, a estimulação das capacidades de realização de cálculos mentais, a estimulação da concentração, raciocínio e criatividade, a promoção das trocas em grupos e também a estimulação para entendimento de regras, percepção espacial e formação de conceitos.

2.2 Pensamento Computacional

As primeiras ideias sobre o Pensamento Computacional (PC) aparecem na década de 1970, nos escritos de Seymour Papert (PAPERT, 1971), (PAPERT, 1980) sob a expressão pensamento procedural (ou pensamento procedimental, do inglês "procedural thinking"). O aparecimento do computador pessoal, no final da década de 1970, produziu uma explosão de otimismo sobre o potencial da computação para desempenhar um papel importante na educação básica. No entanto, a adoção de computadores no Ensino Fundamental e Médio começou a aumentar com o tremendo impacto da tecnologia da informação na sociedade e com o surgimento da computação como uma presença contínua na vida diária. Porém, desde essas ideias iniciais, sempre ficou claro que pensamento computacional não é programação. No entanto, mesmo com esse interesse crescente, ainda existe uma falta de clareza generalizada sobre o que exatamente é o PC, e a luta continua para articular seus fundamentos. Hoje é considerado popularmente como a **alfabetização do Século XXI** o também como uma das maiores habilidades chave do século XXI (VOOGT et al., 2015).

As ideias básicas do **PC** tem a sua origem nos artigos apresentados por J. Wing em 2006 (WING, 2006) e em 2008 (WING, 2008), definido como uma abordagem para resolver problemas, projetar sistemas e entender o comportamento humano, com base em conceitos fundamentais da computação. (PERKOVIC, 2016) define o PC como um termo usado para descrever o método intelectual pelo qual processos ou tarefas naturais ou artificiais são compreendidos e descritos como processos computacionais.

Outra definição associada também a J. Wing é a seguinte:

> **O Pensamento Computacional** é o processo de pensamento envolvido na formulação de problemas e suas soluções para que as soluções sejam representadas de uma forma que possa ser efetivamente realizada por um agente de processamento de informações.

> Informalmente, o **Pensamento Computacional** descreve a atividade mental na formulação de um problema para admitir uma solução computacional. A solução pode ser realizada por um humano ou máquina,ou mais geralmente, por combinações de seres humanos e máquinas (CUNY; SNYDER; WING, 2010)(WING, 2010).

Também define o **PC** como um conjunto importante de habilidades que os cientistas da computação aprendem e usam para resolver problemas.(ASTRACHAN et al., 2009)

Por outro lado, o **PC** "é um processo cognitivo ou de pensamento, que envolve o raciocínio lógico através do qual os problemas são resolvidos e os artefatos, procedimentos e sistemas são melhor compreendidos"(CSIZMADIA et al., 2015),e abrange:

• A capacidade de pensar em algoritmos;

• A capacidade de pensar em termos de decomposição;

• A capacidade de pensar em generalizações, identificando e fazendo uso de padrões;

• A capacidade de pensar em abstrações, escolhendo boas representações; e

• A capacidade de pensar em termos de avaliação.

Também indica que, "habilidades de pensamento computacional permitem que os alunos acessem partes do conteúdo da disciplina de Computação. Importante, eles se relacionam com habilidades de pensamento e resolução de problemas em todo o currículo e pela vida em geral. O PC pode ser aplicado a uma ampla gama de artefatos, incluindo: sistemas, processos, objetos,algoritmos, problemas, soluções, abstrações e coleções de dados ou informações."(CSIZMADIA et al., 2015)

2.2.0.1 Características fundamentais do PC

Segundo a proposta original (WING, 2006), o PC possui as seguintes características:

- **Conceitualização, não programação**: Ciência da Computação não é apenas programar computadores. Pensar como um cientista da computação significa mais que ser capaz de programar computadores. Significa pensar em múltiplos níveis de abstração;
- **Uma habilidade fundamental, não mecânica** Uma habilidade fundamental (básica) é o que todo ser humano deve conhecer para atuar na sociedade moderna.Ter uma rota significa rotina mecânica;
- **Uma forma como os humanos pensam** PC é uma forma humana de resolver problemas; não é tentar fazer que os seres humanos pensem como computadores. Nós, humanos, somos espertos e imaginativos;

- **Adiciona e concilia**: pensamento matemático e de engenharia. A Ciência da Computação fundamenta-se basicamente no pensamento matemático (lógica matemática). Porém, fundamenta-se no pensamento da engenharia, devido aos sistemas desenvolvidos interagirem com o mundo real, combinando métodos, técnicas e metodologias;

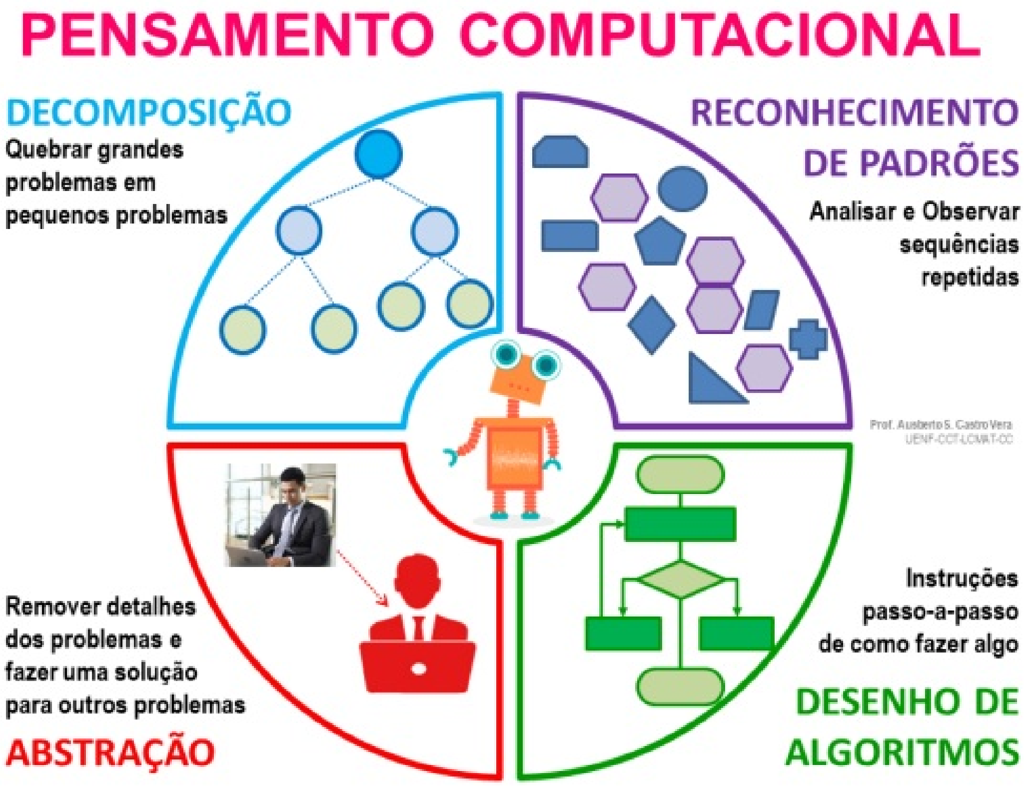
- **Idéias, não artefatos** Não são apenas os artefatos de software e hardware que produzimos, que estarão presentes fisicamente em qualquer lugar e tocarão nossas vidas em qualquer tempo; serão os conceitos computacionais que usamos para abordar e resolver problemas, para gerenciar nosso cotidiano, e para comunicar e interagir com outras pessoas;

- **Para todas as pessoas, em todos os lugares** O PC será uma realidade, quando for considerado tão essencial a todos empreendimentos humanos e não apenas como uma filosofia implícita.

2.2.0.2 Conceitos do Pensamento Computacional

Inicialmente, (WING, 2006) considerou 4 conceitos fundamentais dentro do PC. Porém, posteriormente, parte dos conceitos e definições utilizados aqui , foram elaborados pelo Prof. Auberto S. Castro Vera, em um texto ainda não publicado e Csizmadia incluíram outros conceitos adicionais.

Figura 1 – Pensamento Computacional



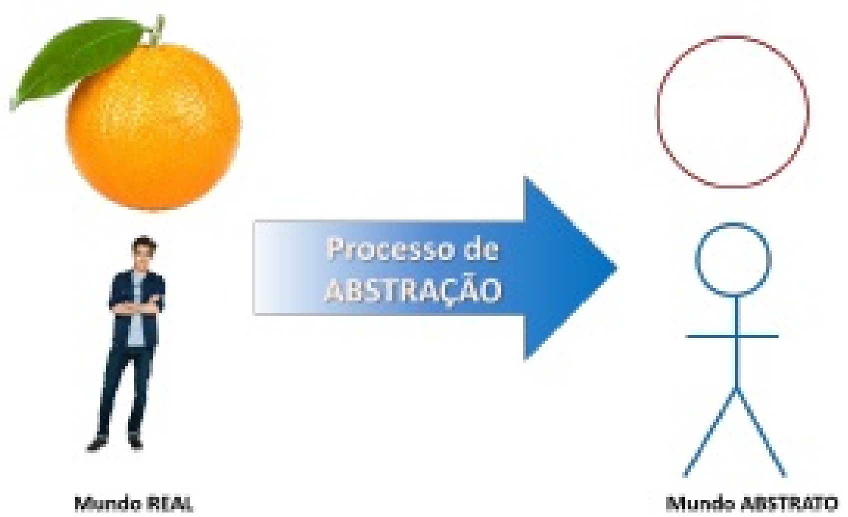
Fonte: (Castro Vera, 2019)

A. **ABSTRAÇÃO**

Abstração é um processo de fazer um artefato mais compreensível pela eliminação (física, espacial ou temporal) de detalhes não necessários. Abstração é um conceito fundamental em Ciência da Computação e, principalmente, em Engenharia de Software (desenvolvimento de software). Abstração é um processo de passar do mundo real ou concreto (coisas, objetos, entidades) para o mundo abstrato (imaginário), onde prevalecem os modelos das coisas reais. Dependendo de quem a pratica ou dos detalhes considerados, existem muitos níveis de abstração.

Em um determinado problema (enunciado), na aplicação do conceito de abstração,podemos substituir cosas por variáveis X, Y, Z, W, pessoas por letras P, Q, R, sequência de eventos por letras indexadas $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Figura 2 – O Processo de Abstração



Fonte: (Castro Vera, 2019)

B. **ALGORITMOS**

Em linguagem popular, algoritmo é simplesmente uma "receita"(uma forma ou maneira) para executarmos uma tarefa ou resolver algum problema. **Algoritmo** é, precisamente, um conjunto de instruções a serem seguidas. Em Matemática e Computação, um algoritmo é uma descrição (especificação) clara e precisa de como resolver certos problemas. O "como resolver "inclui fazer cálculos, processar dados, tomar decisões e mostrar resultados. A partir das ideias de (CSIZMADIA et al., 2015) entendemos**pensamento algorítmico** como sendo "uma maneira de obter uma solução através de uma clara definição de passos ou etapas". Em outras palavras, dado um problema qualquer, não precisamos ter a resposta exata, precisamos ter apenas uma solução algorítmica que, com certeza, nos levará à solução esperada e correta.

Segundo (FERRAGINA; LUCCIO, 2018), "um **algoritmo** é uma sequência finita de etapas elementares que levam à resolução de um problema. Além disso, um algoritmo satisfaz as seguintes propriedades:

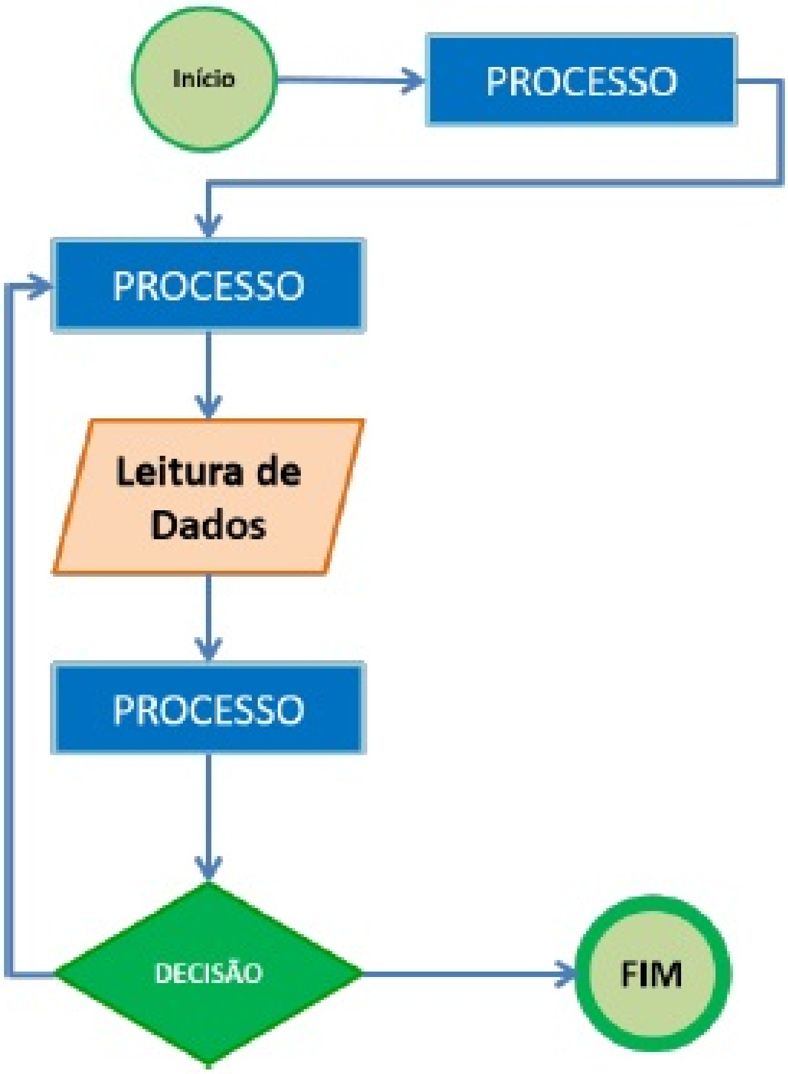
• Pode ser usado sobre diferentes entradas gerando correspondentes saídas;

• Cada etapa permite uma simples e não-ambigua interpretação, e é executável em uma quantidade finita de tempo, e

• Seja qual for a entrada, a sua execução eventualmente para.

Computacionalmente falando, um **algoritmo** é uma sequência de instruções (atribuições, laços, módulos e funções), em que cada uma das etapas manipula informações de um modo específico e bem definido.

Figura 3 – Algoritmo



Fonte: (Castro Vera, 2019)

Um algoritmo contém: etapa inicial, processos a serem executados, leitura de dados, estruturas de controle e finalização.

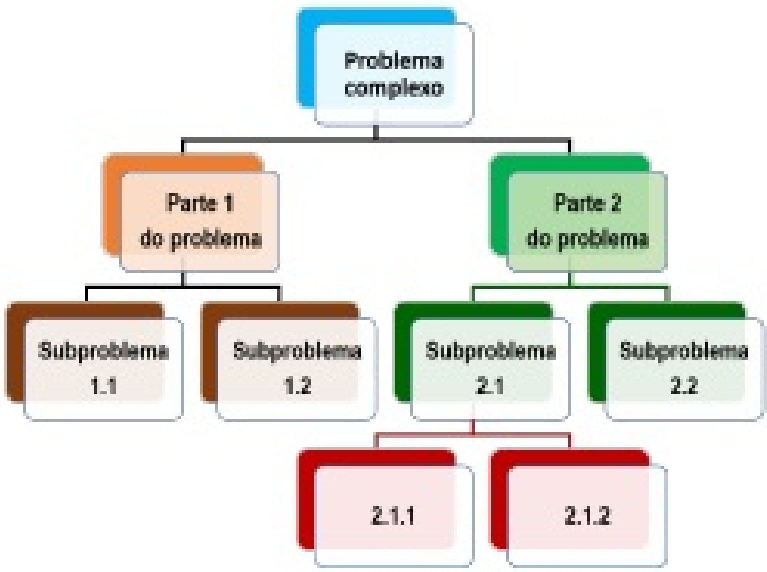
C. **DECOMPOSIÇÃO**

É o processo de dividir, particionar, quebrar, fragmentar um problema grande e complexo em problemas pequenos e simples. É a aplicação do dito popular "Dividir para Conquistar". É muito mais fácil gerenciar pequenos problemas que grandes dificuldades. Na prática, um mapa pode ser dividido em regiões; uma historia pode ser dividida em eventos principais. Uma tarefa complexa pode ser dividida em pequenos problemas e cada parte atribuída a um membro de uma equipe (Fig.4)

Na escola, aplicar esse conceito, significa planejar atividades, de maneira que os alunos tenham alguma experiencia de trabalho como equipe colaborativa, em que cada aluno desenvolve uma pequena tarefa como parte de um grande projeto.

A Fig.4 Mostra as possíveis etapas

Figura 4 – Decomposição de um problema



Fonte: (Castro Vera, 2019)

Um exemplo para essa "quebra"em pequenas tarefas seria a preparação de um churrasco:

▷ No primeiro momento, define-se a quantidade de pessoas;

▷ No segundo momento, a quantidade de carne, de acordo com a variedade escolhida;

▷ No terceiro momento, a escolha dos complementos do churrasco;

▷ No quarto momento, a quantidade de cada complemento.

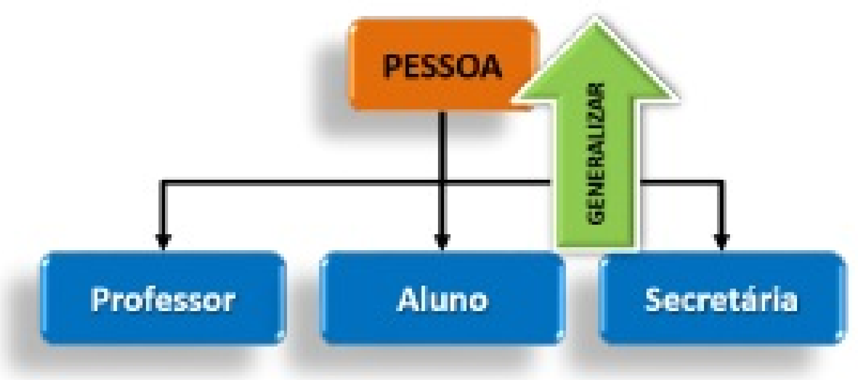
▷ No quinto momento, quais pessoas iriam preparar o quê.

▷ Assim, uma etapa inicial de preparar um churrasco fica subdividida em etapas menores, para que o objetivo final seja atingido.

D. **GENERALIZAÇÃO (Padrões)**

Padrão é generalização de alguma coisa. É algo que se repete várias vezes. Talvez, um sinônimo de padrão seja amostra, modelo. Generalizar, como a etapa de abstração, também é um processo de eliminar detalhes. Os conceitos de Aluno de Matemática ou aluno de Computação ou aluno de Biologia. Pode se generalizar para o conceito de ALUNO (os detalhes seriam Matemática, Computação, Biologia, etc.). Os conceitos de Aluno, Professor, Secretaria, Diretora, em uma escola, podem ser generalizados para o conceito de PESSOA. Então, dentro de um conjunto grande de seres humanos ou dentro de uma escola podem ser obtidos os padrões de ALUNO, PESSOA, PROFESSOR que são modelos (padrões) que representam a conjuntos de pessoas.

Figura 5 – O conceito de generalização



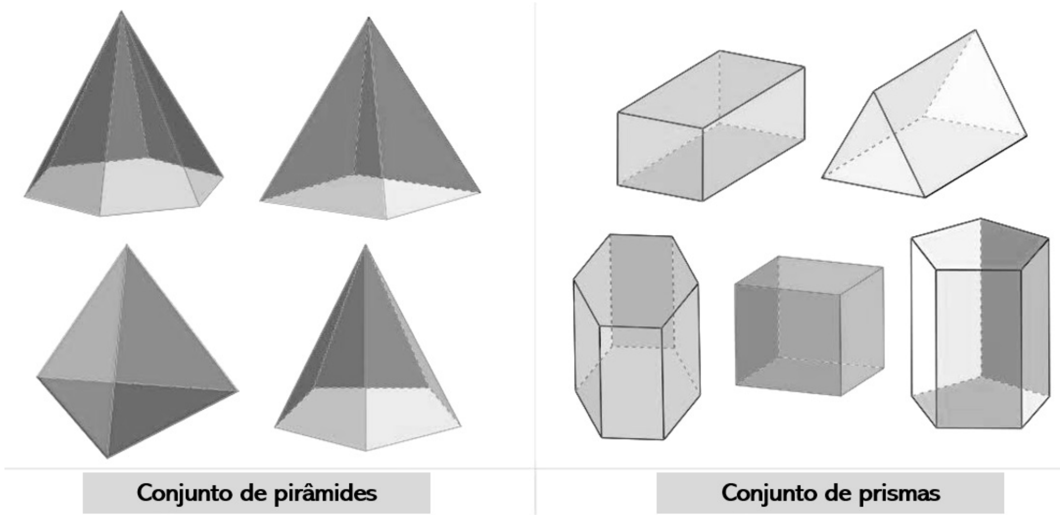
Fonte: (Castro Vera, 2019)

Um exemplo de generalização dentro da Geometria pode ser melhor explicado, através das características comuns, que alguns sólidos geométricos possuem e suas diferenças. A seguir, um exemplo, utilizando apenas uma das características desses sólidos.

- O conjunto de sólidos geométricos é formado por prismas e pirâmides;
- O conjuntos de pirâmides é formado por sólidos que possuem laterais triangulares;
- O conjunto de prismas é formado por sólidos que possuem laterais quadrangulares.

Exemplos de prismas e pirâmides:

Figura 6 – Sólidos geométricos



Fonte: Preparado pelo autor

E. **AVALIAÇÃO**

Avaliação é um processo natural em qualquer atividade do ser humano, principalmente no contexto acadêmico. Avaliação é importante para saber o que o aluno assimilou (conteúdos), se a metodologia utilizada é a mais adequada, se as ferramentas do processo foram corretamente utilizadas. O processo de avaliação é um processo contínuo.

2.3 Geometria Espacial

A Matemática está presente em nosso dia a dia e nos ramos das ciências como forma de entender e agir no mundo no qual estamos inseridos.

A Geometria vem sendo estudada e manifestada desde a antiguidade, século XX a.C , através das medições, orientações de percursos e mensurações de formas observadas e utilizadas nas ações diárias do ser humano, fazendo surgir o uso das formas geométricas e do espaço atrelado à sua manipulação com o uso de cálculos, medidas e resoluções. Está em toda parte, já que lidamos diariamente com ideias de semelhança, congruências, paralelismo, área, volume e dimensões. A utilização da Geometria, na vida cotidiana, profissional ou escolar, deve permitir e desencadear a sua importância que deve ir além desse uso imediato, mas que se liga a processos mais amplos e complexos (FONSECA, 2001).

Na obra "Elementos", em torno de 300 a.C., Euclides sistematizou o conhecimento geométrico, dando origem à chamada Geometria Euclidiana, que abarca a geometria plana e a geometria espacial, a qual tem fundamental importância no estudo da Matemática e influencia os estudos até os dias atuais. Já na metade do século XVII, recebe nova roupagem com a geometria analítica, trazendo os cálculos de distâncias, pontos, retas, curvas. E no final do século XVII, surgem as geometrias não-euclidianas com os estudos de Bolyai, Lobachevsky, Riemann e Gauss, trazendo um novo olhar para o conhecimento geométrico, mostrando que os axiomas de Euclides não são esquemas matemáticos imutáveis.

No Ensino Médio, o que se é pretendido quanto ao estudo da Geometria Espacial é a melhor sistematização dos conceitos geométricos até então estudados pelos alunos, aprofundando o nível de abstração, ao se trabalhar com demonstrações de fórmulas matemáticas e conceitos planos e espaciais, interligando-se com a aritmética e a álgebra.

Estudos vêm apontando a Geometria como o ramo da Matemática que proporciona o desenvolvimento das capacidades de percepção espacial, criatividade e raciocínio hipotético-dedutivo. Seu estudo auxilia na prontidão para o cálculo e para o desenvolvimento da visualização espacial. Dentre essas análises, (PANAVELLO, 2009) descorre acerca das inúmeras situações nas quais o aluno pode exercitar sua criatividade ao interagir, manipular, construir, observar, comparar e associar conceitos geométricos.

Com a reforma do ensino da Matemática a partir do MMM, o estudo da Geometria foi deixado de lado e até os dias de hoje, professores e alunos apresentam deficiência no estudo desse ramo.

O MMM surgiu na década de 1960, ganhando força após a Segunda Guerra Mundial. Baseava-se na formalidade e no rigor dos conceitos da álgebra e dos conjuntos. Os seus reais objetivos foram sendo descaracterizados ao longo dos tempos, sendo distorcidos, pois calcava-se em modelos de outros países, trazia uma Matemática cheia de atrativos com livros didáticos coloridos e uma avaliação mais flexível.

Em 1997, foi formulado um documento que visa orientar e direcionar o trabalho docente, inclusive com um olhar mais aprofundado e fundamentado na Geometria. Esse documento são os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que ressaltam a importância da inserção do aluno no mundo tridimensional, através de problemas práticos da vida cotidiana.

Para o Ensino Médio, a BNCC traz ênfase ao princípio da contextualização, integrando e aplicando a Matemática em outras áreas do conhecimento, mas ainda deixa pouca orientação acerca do ramo Geometria. Destaca que:

> ...o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. Nesse contexto, destaca-se ainda a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional...(BRASIL, 2018a)

Após a análise dos vários momentos do estudo, ensino e aplicação da Geometria, é nítida a variação dos seus objetivos e necessidades, de acordo com cada época.

Atualmente têm-se uma vasta possibilidade de estudo, pesquisa e documentos que norteiam esse ramo, possibilitando uma expansão da visão e do trabalho, que pode ser realizado de acordo com a realidade e vivência de cada grupo escolar, visto que os últimos documentos propiciam um trabalho mais dinâmico e voltado para cada realidade do dia a dia dos alunos.

2.3.1 Estrutura dos sólidos geométricos e suas dimensões

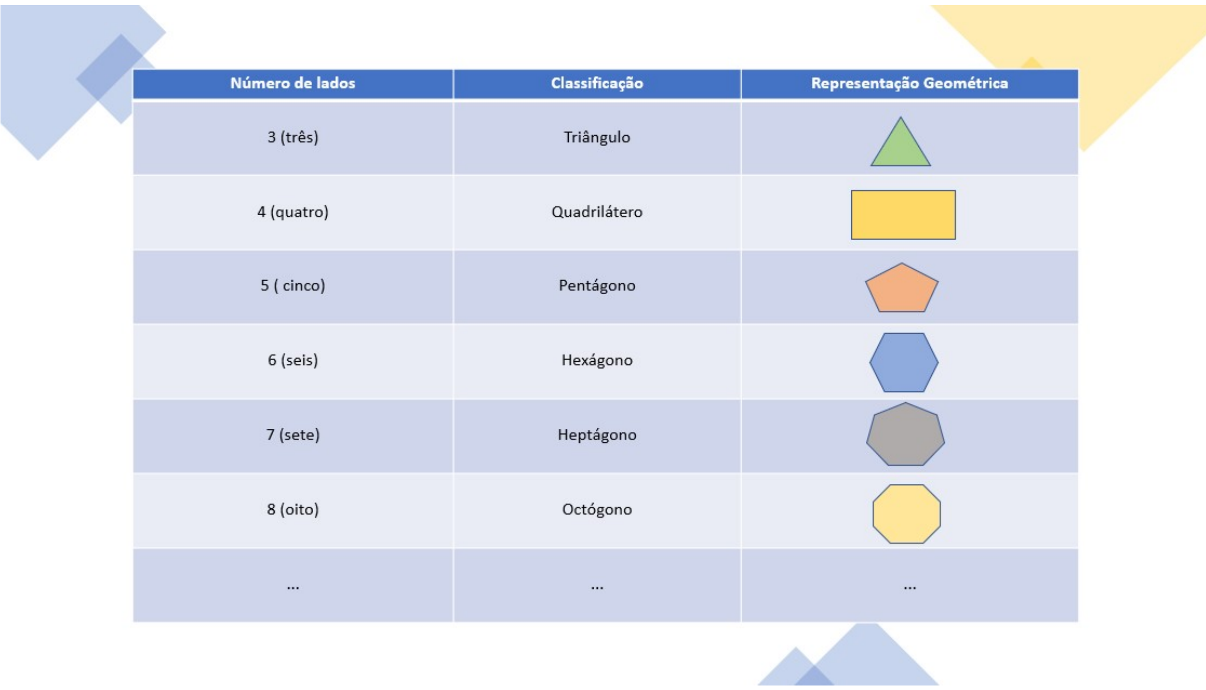
Os conceitos e definições apresentados estão baseados em (LIMA et al., 2022), (DANTE, 2011), (DOLCE, 2013)

2.3.1.1 Relação de Euler

No primeiro momento é necessário conhecer a estrutura e composição dos sólidos, entendendo suas dimensões e observando suas características. Para isso, utilizam-se os poliedros, definidos como "uma reunião de um número finito de polígonos planos, onde cada lado de um desses polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono."(LIMA et al., 2022)

Esses polígonos podem ser classificados de acordo com a tabela a seguir:

Figura 7 – Classificação dos polígonos



Número de lados	Classificação	Representação Geométrica
3 (três)	Triângulo	
4 (quatro)	Quadrilátero	
5 (cinco)	Pentágono	
6 (seis)	Hexágono	
7 (sete)	Heptágono	
8 (oito)	Octógono	
...	...	...

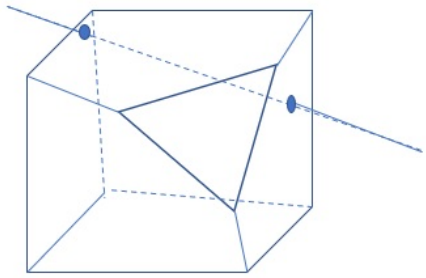
Fonte: Preparado pela autora

Esse polígonos formam as **faces** dos poliedros e, ao unir dois ou mais polígonos, cada lado comum a essas duas faces é chamado de **aresta** do poliedro e cada ponto de encontro dessas arestas é chamado de **vértice** desse poliedro.

Ao trabalhar as características dos poliedros no Ensino Médio, e mais especificamente dos poliedros convexos, é possível obter as informações necessárias para o cálculo de áreas e volumes.

Um poliedro é classificado como **convexo**, se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces)o corta em, no máximo, dois pontos (LIMA et al., 2022).

Figura 8 – Exemplo de Poliedro Convexo

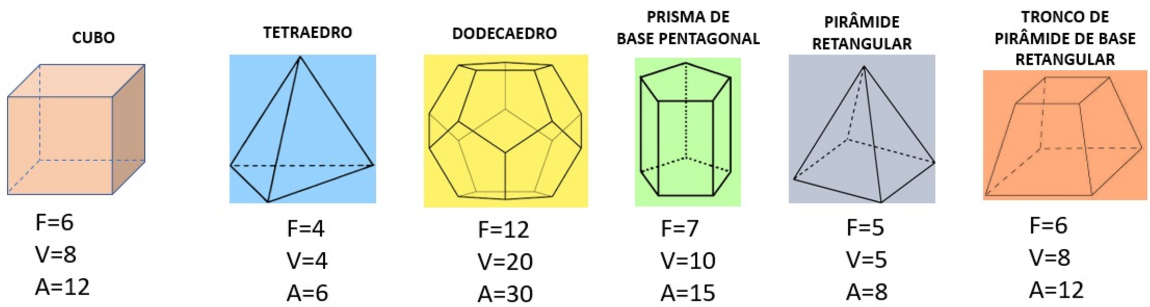


Fonte: Preparado pela autora

Tratando agora de analisar e estudar essas características dos poliedros, o matemático suíço Leonhard Euller (1707-1783) - entre suas contribuições mais conhecidas na Matemática - traz a Relação de Euler, que trata dos estudo da relação entre os números de faces, vértices e arestas dos poliedros convexos.

Observando alguns poliedros convexos, temos seus respectivos números de faces (F), vértices (V) e arestas (A):

Figura 9 – Exemplos



Fonte: Preparado pela autora

Verifique que o número de vértices somado ao número de faces é igual ao número de arestas menos 2 (dois).

Relação essa chamada de Relação de Euler - pode ser escrita da seguinte forma: **V + F = A + 2**

2.3.2 Área - Medida de superfície

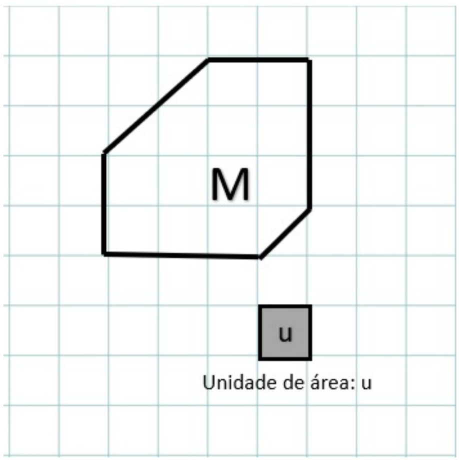
O conceito de área está relacionado à delimitação de um espaço compreendido em certos limites. Na Geometria, esse limite é chamado **perímetro**, que corresponde à linha que delimita o espaço.

Para o cálculo da área, parte-se da ideia primitiva derivada da comparação entre espaços delimitados.

Como exemplo, encontrar a região do plano ocupada por **M.**

Para isso, compara-se M com uma unidade de área. Quantas vezes a figura **M** contém a unidade de área é o número que representa a área de **M.**

Figura 10 – Ideia intuitiva de área



Fonte: Preparado pela autora

Observando a figura 10, observa-se que a área de **M** comparada a u é de 13,5 **u.**

Para uma definição formal, (DOLCE, 2013) define a área de uma superfície limitada, sendo número real positivo associado à superfície de tal forma que:

1º) As superfícies equivalentes estão associadas a áreas iguais (números iguais) e reciprocamente.

$$A \approx B \Leftrightarrow \text{(Área de A = Área de B)}$$

2º) A soma de uma superfície está associada a uma área (número) que é a soma das áreas das superfícies parcelas.

$$(C = A + B) \Longrightarrow \text{(Área de C = Área de A + Área de B)}$$

3º) Se uma superfície está contida em outra, então sua área é menor (ou igual) à área da outra.

$$B \subset A \Rightarrow \text{Área de B} \leq \text{Área de A}$$

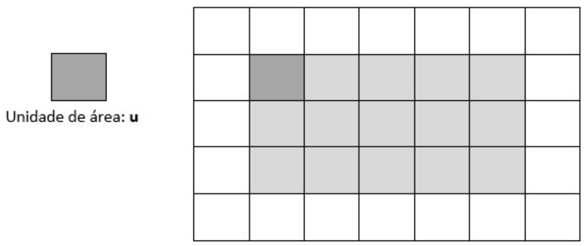
2.3.2.1 Área das figuras geométricas planas

Partindo da definição dada e definindo o quadrado unitário **u** como unidade padrão, serão apresentadas as áreas das figuras geométricas planas trabalhadas no Ensino Fundamental e Médio e suas respectivas fórmulas de resolução.

1. Área da região retangular

Parte-se da figura retangular pintada a seguir:

Figura 11 – Retângulo



Fonte: Preparado pela autora

Observe que a unidade de área cabe 15 vezes no retângulo pintado.

Parte-se da noção de multiplicação: multiplicar a quantidade de colunas pela quantidade de linhas para se chegar ao resultado total de unidades de área pintada.

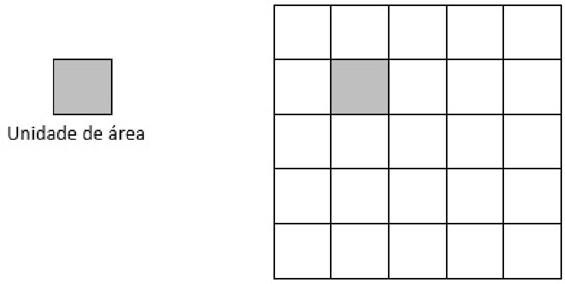
Tratando-se de retângulo, as colunas representam a **base** (b) e as linhas, a **altura** (h), chegando-se à fórmula da área do retângulo:

$$A = b \times h$$

2. Área da região quadrada

Uma região quadrada é composta pelo mesmo número de linhas e colunas.

Figura 12 – Quadrado



Fonte: Preparado pela autora

Considerando a região quadrada acima, cujo lado mede 5 unidades de área, ela pode ser decomposta em 5^2 regiões quadradas justapostas, cada uma com lado unitário **u**.

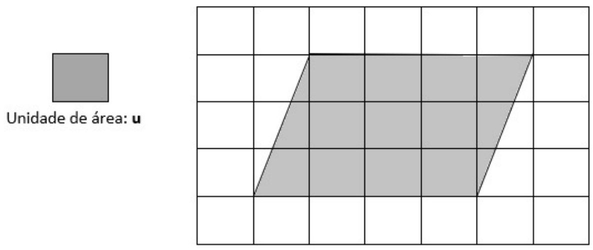
Logo, a fórmula da área do quadrado corresponde a :

$$A = n \times n = n^2$$

3. Área da região limitada por um paralelogramo

O paralelogramo é formado por dois pares de lados paralelos e congruentes. Na figura a seguir, é possível observar que a unidade de área cabe 12 vezes no paralelogramos pintado.

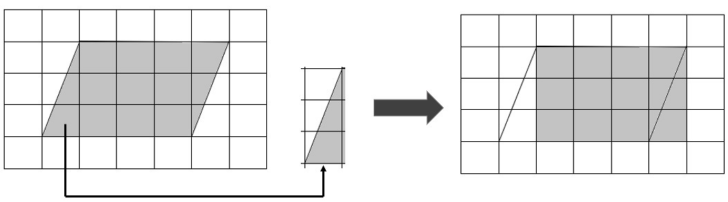
Figura 13 – Paralelogramo



Fonte: Preparado pela autora

Manipulando a figura, é possível verificar que a contagem fica mais fácil, quando o deslocamento é realizado conforme a figura, formando um retângulo:

Figura 14 – Paralelogramo x Retângulo



Fonte: Preparado pela autora

Assim, pode-se definir a fórmula do paralelogramo como :

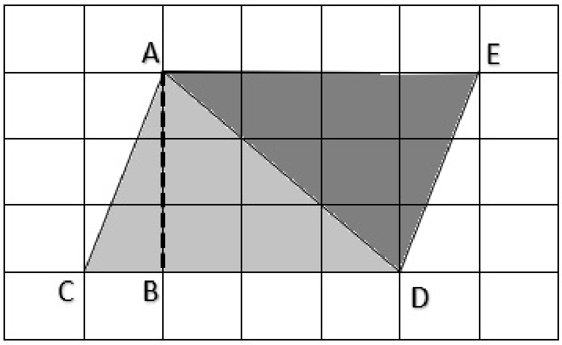
$$A = b \times h$$

Onde b é a base e h a altura do retângulo formado.

4. Área da região triangular

Após o cálculo da área do paralelogramo e observando o seu formato, fica mais simples determinar a área de um triângulo, visto que ele representa a metade do paralelogramo:

Figura 15 – Triângulo



Fonte: Preparado pela autora

Observando as regiões triangulares ACD , AED e a região ACDE , tem-se a formação de um paralelogramo por dois triângulos. Considerando a altura AB de medida **a** e a medida CD como **b**, a área da região limitada pelo paralelogramo é a x b. Mas as regiões triangulares ACD e AED são congruentes pelo caso de congruência de triângulos - ALA: possuem um lado comum compreendido entre dois ângulos de mesma medida. Portanto, esses dois triângulos possuem a mesma área.

Dessa forma:

A área da região ACDE = 2 · área da região triangular ACD.

ou

a x b = 2 · área da região triangular ACD.

Portanto, a área da região triangular ACD é igual a :

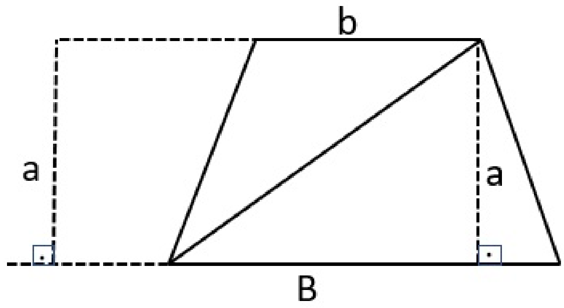
$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

5. Área da região limitada por um trapézio

É possível desmembrar uma figura geométrica em outras figuras as quais já sabemos calcular as suas respectivas áreas. A soma dessas áreas decompostas representa a área final dessa figura.

Como exemplo, segue a figura a seguir:

Figura 16 – Trapézio



Fonte: Preparado pela autora

O trapézio foi decomposto em duas regiões triangulares, a partir do traçado de uma das suas diagonais: uma de base **B** e altura **a** e a outra de base **b** e altura **a**.

A área de uma região triangular já foi demonstrada e calculada anteriormente e portanto, a área do trapézio corresponde à soma das duas áreas triangulares encontradas :

$$A = \frac{B \cdot a}{2} + \frac{b \cdot a}{2} = \frac{B \cdot a + b \cdot a}{2} = \frac{(B+b)a}{2}$$

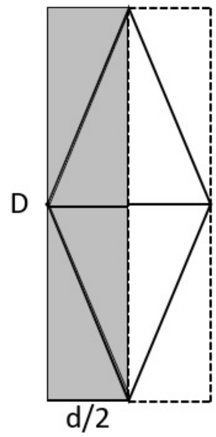
$$A = \frac{\text{(base maior + base menor) . altura}}{2}$$

6. Área da região limitada por um losango

O losango é uma figura geométrica que possui quatro lados congruentes e seus lados opostos paralelos, sendo assim classificado como paralelogramo.

Sendo um paralelogramo, a área do losango pode ser calculada através da área do paralelogramo: produto da base pela altura.

Figura 17 – Losango



Fonte: Preparado pela autora

As dimensões do losango são representadas pelas suas diagonais: **D**, diagonal maior e **d** , diagonal menor. a altura é representada por **D** e a base por **d/2**.

Assim, a área da região limitada pelo losango, corresponde à:

A = base . altura

$$A = \frac{d}{2} \cdot D$$

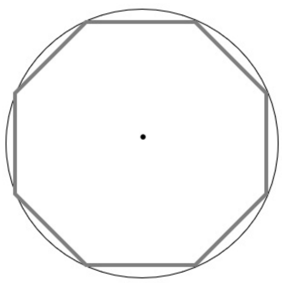
$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

Assim, fica verificado que, para encontrar a área de outras figuras geométricas, pode-se desmembrar essa mesma figura nas quais já se sabe a sua área, com exceção do círculo que será descrito a seguir.

6. Área da região limitada por um círculo

Para encontrar a área do círculo, vamos utilizar uma circunferência e um polígono regular circunscrito (dentro) dela, conforme a figura:

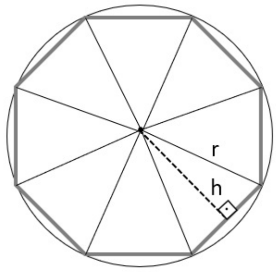
Figura 18 – Círculo



Fonte: Preparado pela autora

Os raios do círculo partem do centro da circunferência indo até ao vértice do polígono regular. Com base nos cálculos anteriores de área, pode-se observar a divisão dessa circunferência em triângulos de mesmo tamanho, visto ser o polígono regular:

Figura 19 – Figura geométrica circunscrita



Fonte: Preparado pela autora

Dessa forma, sendo **n** o número de lados desse polígono regular , **a** (altura) e **b** (base), chegamos a seguinte fórmula:

A = n · $\frac{b \cdot a}{2}$

Sendo **n** · **a** o perímetro do polígono regular, quanto maior o número de lados, mais próximo do perímetro da circunferência será esse valor e a altura de cada triângulo se aproximará cada vez mais do raio do círculo.

Assim, pode-se chegar à conclusão de que a área do círculo pode ser indicada da mesma forma que a área de um polígono regular de **n** lados :

A = comprimento da circunferência . $\frac{r}{2}$

A = $2\pi r \frac{r}{2}$

A = πr^2

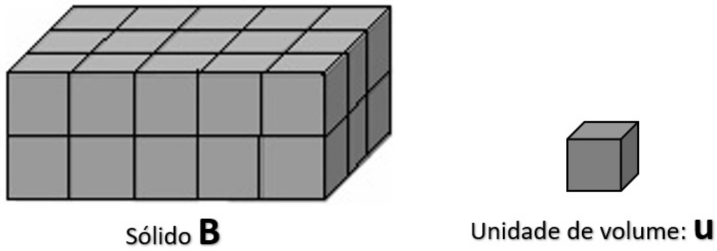
Chegando à fórmula da área do círculo.

2.3.3 Volume - Medida de capacidade

O conceito de volume está associado ao espaço ocupado pelo sólido e segundo (LIMA et al., 2022), para encontrar essa "quantidade"de espaço através de um número, devemos compará-la com uma unidade.

Para calcular a quantidade de espaço ocupado por um sólido **B**, precisa-se comparar **B** com uma unidade de volume que será representada por **u**.

Figura 20 – Ideia intuitiva de volume



Fonte: Preparado pela autora

O formato dos sólidos podem ficar irregulares, isso dificultará a comparação. Por isso, o cálculo do volume deve ser definido através de alguns axiomas.

Axioma 1: Volume do paralelepípedo

O volume de um paralelepípedo reto retângulo é o produto de suas três dimensões: comprimento · altura · largura.

Figura 21 – Volume do Paralelepípedo

Fonte: Preparado pela autora

V = a · b · c

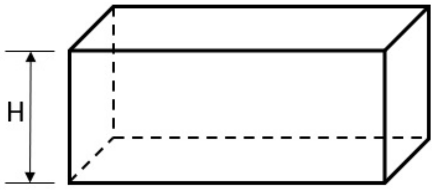
Sendo **a** e **b** as dimensões da base do paralelepípedo e **c** a sua altura, é observado que o produto **a** · **b** corresponde à área da base desse sólido. Assim:

V = a · b · c $\Rightarrow$ V = área da base · c = S_b · c

Dessa forma, o axioma anterior pode ser reescrito:

O volume de um paralelepípedo reto retângulo é igual ao produto da área da base pela altura.

Figura 22 – Paralelepípedo

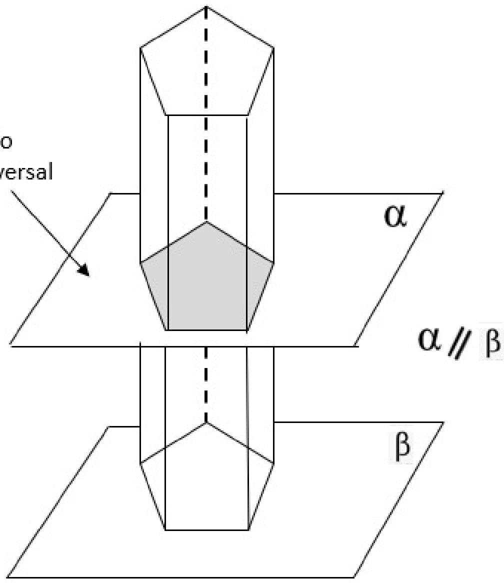


Fonte: Preparado pela autora

Axioma 2: Princípio de Cavalieri

Primeiramente é definido secção transversal de um prisma que corresponde à intersecção não vazia desse prisma com qualquer plano, paralelo às suas bases.

Figura 23 – Prisma seccionado



Fonte: Preparado pela autora

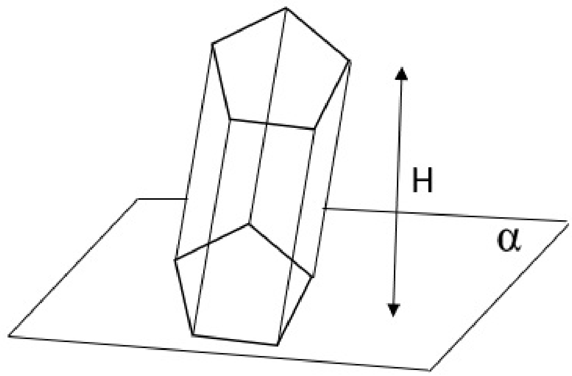
É observado que, num prisma qualquer, todas as secções transversais são congruentes às bases e os planos são paralelos $(\alpha \parallel \beta)$

Vamos agora enunciar o segundo axioma: Considere dois sólidos e um plano α . Supondo que **todo plano** paralelo a α , que intercepte um dos sólidos, intercepte também o outro e determine secções transversais de áreas iguais. A partir dessas condições, os dois sólidos possuem volumes iguais.

Como consequência dos dois axiomas, temos o **Teorema**:

O volume de um prisma qualquer é igual ao produto da área da base pela sua altura.

Figura 24 – Prisma



Fonte: Preparado pela autora

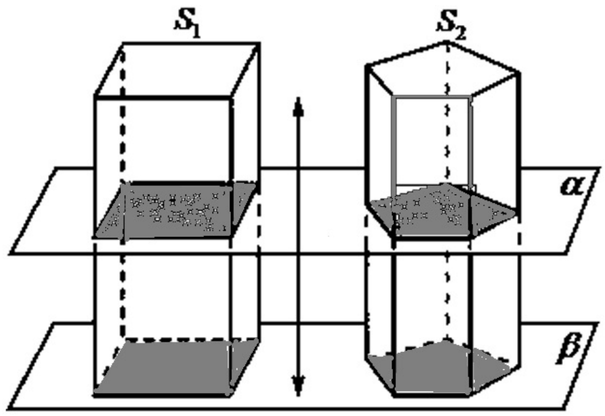
$$V = S_b \,.\, H$$

Como demonstração desse teorema, é considerado um prisma qualquer e um paralelepípedo reto retângulo, ambos com altura **H**, cujas bases têm a mesma área S_b.

Como visto anteriormente, o volume do paralelepípedo é dado por:

V = $S_b \cdot$ H

Figura 25 – Prismas



Fonte: Preparado pela autora

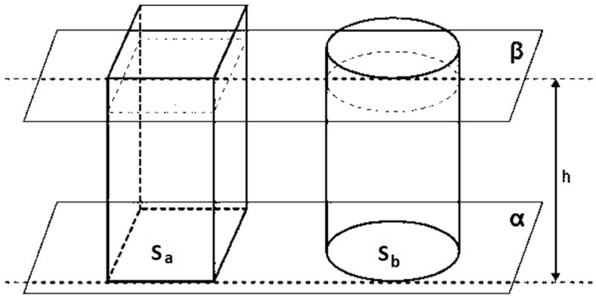
Observando a figura, é notado que as secções transversais desses dois sólidos também possuem áreas iguais, pois essas secções são congruentes às respectivas bases dos sólidos. Pelo princípio de Cavalieri, os dois sólidos possuem mesmo volume.

Logo, o volume do prisma é dado por: V = $S_b \cdot$ H

Volume do cilindro

Com o auxílio do princípio de Cavalieri, é constatado que um cilindro e um prisma, cujas alturas são iguais e cujas bases possuem a mesma área, possuem volumes iguais.

Figura 26 – Cilindro e prisma



Fonte: Preparado pela autora

$$V_{CILINDRO} = V_{PRISMA}$$

Assim como o volume do prisma, o volume do cilindro corresponde ao produto da área da sua base pela sua altura:

V = S_b . H

V = πr^2 . H

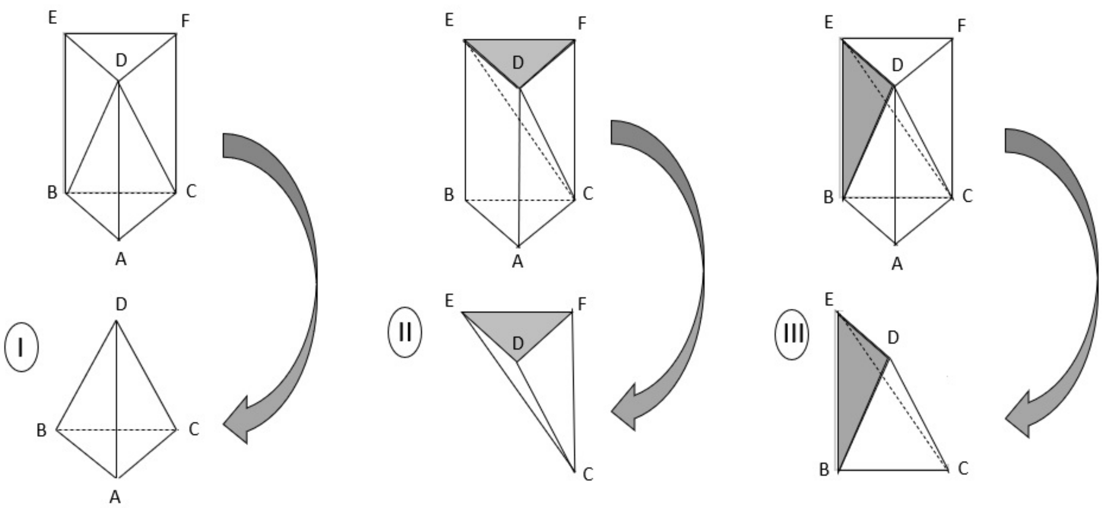
Volume da pirâmide

Partindo do princípio de Cavalieri, duas pirâmides que possuem a mesma altura e bases de áreas iguais têm mesmo volume.

A partir dessa propriedade é possível determinar uma fórmula que permite calcular o volume de uma pirâmide.

Começando a demonstração pela decomposição de um prisma triangular em três pirâmides, conforme as figuras:

Figura 27 – Pirâmide triangular



Fonte: Preparado pela autora

Observando a gravura acima, pode-se concluir que:

1: As pirâmides I e II possuem alturas iguais e bases congruentes. Os triângulos ABC e DEF são congruentes e a distância de **D** ao plano (ABC) é igual à distância de **C** ao plano (DEF), correspondendo à altura do prisma original.Portanto, I e II possuem mesmo volume;

2: As pirâmides II e III possuem alturas iguais e bases congruentes. Os triângulos CEF e BCE são congruentes pois cada um deles corresponde à metade do paralelogramo BCFE, sendo a altura de cada uma dessas pirâmides a distância de **D** ao plano (BCFE). Portanto, II e III possuem o mesmo volume.

Assim, $V_I = V_{II}$ e $V_{II} = V_{III}$. Portanto, os três volumes são iguais.

Sendo o volume do prisma $V_I + V_{II} + V_{III}$ e sabendo que $V_I = V_{II} = V_{III}$, temos que:

Volume do prisma = 3V $\Rightarrow$ V = $\frac{V_{prisma}}{3}$

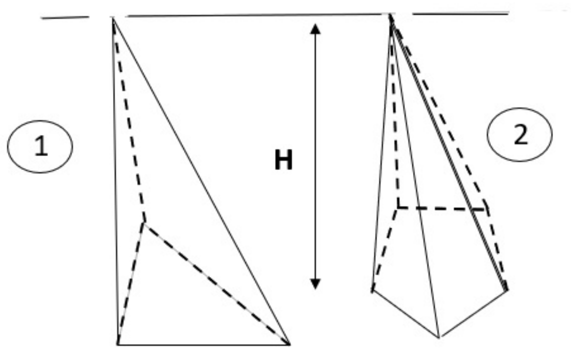
Como V_{prisma} = área da base · altura , temos:

Volume da pirâmide triangular = $\frac{\text{área da base} \cdot \text{altura}}{3}$

A fórmula encontrada pode ser generalizada para pirâmides com quaisquer tipos de bases.

Na figura seguinte, as duas pirâmides (triangular e qualquer) possuem a mesma altura **H** e suas bases possuem mesma área S_b e conforme já verificado anteriormente pelo princípio de Cavalieri, as duas pirâmides possuem o mesmo volume.

Figura 28 – Pirâmides



Fonte: Preparado pela autora

$$V_1 = V_2$$

Como já visto anteriormente, a fórmula do volume da pirâmide triangular é igual a :

$\frac{\text{área da base} \cdot \text{altura}}{3}$

Logo,

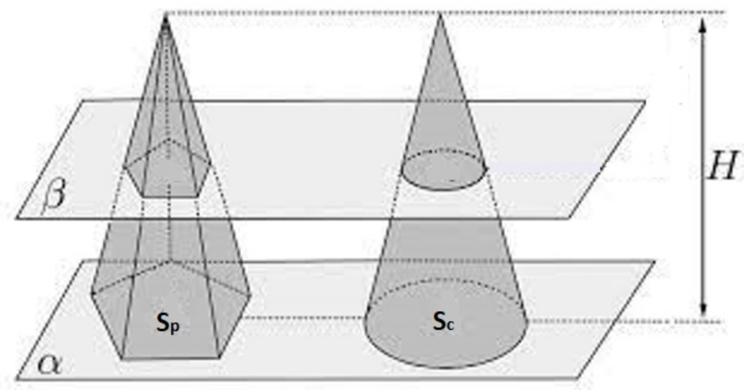
$V_1 = V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{1}{3} \cdot S_b \cdot H$

Ficando assim demonstrada a fórmula para o volume de qualquer pirâmide.

Volume do cone

Utilizando o princípio de Cavalieri, é verificado que um cone e uma pirâmide com alturas e áreas das bases iguais, possuem mesmo volume.

Figura 29 – Pirâmide e cone



Fonte: Preparado pela autora

Assim, pode-se concluir que o volume de um cone qualquer é igual a um terço do produto da área de sua base pela sua altura.

Sendo a base do cone um círculo, a fórmula da área da base é igual a πr^2 .

Conclui-se que a fórmula do volume de um cone qualquer é :

$V = \frac{1}{3} \cdot S_b \cdot H$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot H$

2.4 Outros trabalhos

Na última década têm se desenvolvido muita pesquisa ao redor do PC. Muitas áreas acadêmicas, profissionais e de ensino, foram consideradas para sua aplicação. A seguir algumas delas desenvolvidas nos últimos cinco anos:

- Fundamentos do Pensamento Computacional (DENNING; TEDRE, 2021), (BEECHER, 2018);
- Matemática (MCMASTER; RAGUE; ANDERSON, 2010), (JENKINS; JERKINS; STENGER, 2012), (REY et al., 2021);
- O desafio de integrar Pensamento Computacional e Educação Matemática (HUANG; CHAN; LOOI, 2021);
- Álgebra (SE et al., 2015);
- Informática (WALDEN et al., 2013), (LI, 2016);
- Caso de estudo (LYE; KOH, 2014);
- Ferramentas (REPENNING; BASAWAPATNA; ESCHERLE, 2016);
- Resolução de Problemas (Polya, Georg and Conway, John H., 2014), (Onuchic, Lourdes de la Rosa and Allevato, Norma Suely Gomes and Noguti, Fabiane Cristina Höpner and Justulin, Andresa Maria , 2014);
- Terminologia Computacional em áreas não-computacionais (BECKER, 2021), (ZHANG et al., 2021);
- O Pensamento Computacional no Ensino Elemental (BOULDEN et al., 2021), (SHERWOOD et al., 2021), (SALAC et al., 2021);
- O crescimento do Pensamento Computacional no Ensino Médio (GUGGEMOS, 2021), (WIESE; LINN, 2021);
- O Pensamento Computacional na Educação Superior (JONG; JEURING, 2020);
- Preparação e Treinamento de docentes para o Pensamento Computacional (CASKURLU; YADAV; SANTO, 2021), (MILLS; ANGEVINE; WEISGRAU, 2020), (SIMMONDS et al., 2021), (LING-LING; LABADIN; MOHAMAD, 2021), (CSIZMADIA et al., 2015);
- Pensamento Computacional e Ensino a distância (BAO; HOSSEINI, 2021);
- Pensamento Computacional em atividades não computacionais (SUN; HU; ZHOU, 2021).

2.4.1 Trabalhos realizados no Brasil sobre PC

Mesmo o PC não sendo uma abordagem nova, no Brasil existem poucos trabalhos de pesquisa realizados sobre esta metodologia de ensino. Alguns autores e leitores ainda associam o PC ao conceito de Linguagem de Programação, incluindo linguagens como Python e Scratch. A seguir, mencionamos alguns destes trabalhos, na forma de Dissertação ou Tese de Doutorado.

• (BOZOLAN, 2016) (dissertação de mestrado, PUC-SP): sobre o uso de programação em sala de aula, utilizando o software Processing;

• (BOUCINHA, 2017): sobre o relacionamento do PC com a capacidade de raciocínio dos alunos, porém não é abordado os conceitos fundamentaias do PC;

• (BRACKMANN, 2017) : sobre o desenvolvimento do PC utilizando exclusivamente atividades desplugadas (sem o uso de computadores);

• (FRANÇA, 2020): sobre a aplicação do PC no Ensino Fundamental.

Capítulo 3

Aspectos metodológicos

Este capítulo trata da metodologia de pesquisa utilizada para a aplicação da proposta de intervenção pedagógica, o campo de pesquisa, os sujeitos e a sequência didática, descrevendo as etapas para a obtenção dos objetivos propostos neste trabalho.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, aplicada em uma escola estadual do município de Cordeiro/RJ aos alunos da 2ª série do Ensino Médio, visto que o conteúdo abordado está inserido no currículo mínimo dessa série, mostrando que os alunos já possuem competências e habilidades para aplicação dos conceitos da Geometria Espacial.

3.1 Caracterização da pesquisa

Considerando o objetivo principal desta pesquisa, que é implementar o Pensamento Computacional como Metodologia do Ensino da Geometria Espacial, através de uma série com atividades envolvendo situações reais, foi escolhida a pesquisa qualitativa.

A pesquisa qualitativa não apresenta a preocupação de quantificar fatos e fenômenos, mas em explicar, referenciar e interpretar os processos, para então ser possível a aplicação, a partir das próprias experimentações e vivências.

A pesquisadora (ANDRÉ, 2000) vem dedicando parte dos seus estudos na investigação qualitativa, fazendo algumas reflexões em "A pesquisa no cotidiano escolar"trazendo-nos, nessa abordagem, que a teoria vai sendo construída e reconstruída durante o processo de pesquisa, junto às opções metodológicas oferecidas. Através da observação, a análise vai sendo realizada e as escolhas vão sendo realizadas pelo pesquisador: quais serão abandonadas e quais serão exploradas.

Ainda segundo a autora, a pesquisa do tipo etnográfico e o estudo de caso são algumas das formas que uma pesquisa qualitativa pode assumir. Para este trabalho, foi escolhido o estudo de caso, visto que possui características como: visar à descoberta, enfatizar a interpretação em contexto, buscar retratar a realidade de forma completa e profunda, usar uma variedade de fontes de informação, revelar as experiências e permitir generalizações, procurar representar os diferentes pontos de vista presentes e buscar utilizar uma linguagem e forma mais acessíveis.

Este trabalho apresenta duas etapas, uma de pesquisa bibliográfica e a outra de intervenção pedagógica. A primeira - através do desenvolvimento de todo o trabalho com a revisão da literatura com as principais teorias que embasam a pesquisa e análise dos dados obtidos e a segunda - através de elaboração da proposta metodológica, a experimentação e análise dos dados obtidos.

A proposta metodológica foi aplicada de acordo com as seguintes etapas:

- No primeiro momento, foi apresentado aos alunos os principais conceitos do Pensamento Computacional, de forma a familiarizá-los com a metodologia que será aplicada. Para esse momento, foi utilizado o data show e uma apresentação em PowerPoint com os principais conceitos, exemplificando-os através de exemplos com conteúdos matemáticos, utilizando uma aula de 50 minutos.

- Nas duas aulas seguintes, foram apresentadas aos alunos as planificações de alguns sólidos geométricos e, a partir delas, foi proposta a montagem dos mesmos, através de colagem. Também foram utilizados palitos de dente e balas jujuba para a confecção de sólidos geométricos, proporcionando aos alunos o manuseio e o contato com a figura bidimensional e tridimensional, relembrando os nomes dos sólidos e suas composição.

- No terceiro momento, com a utilização de duas aulas, foi construído um quadro com a Relação de Euler, utilizando os sólidos construídos e a partir dessa construção, foram demonstradas e registradas as fórmulas de área e volume dos sólidos geométricos. A partir dos conhecimentos acerca de área e volume já trazidos pelos alunos, foram poucos os sólidos os quais os alunos ainda não conheciam as suas fórmulas.

- No quarto momento foram apresentados exemplos de situações-problema, envolvendo o cálculo de área e volume, resolvidos pelo professor com o auxílio e participação dos alunos, através da aplicação dos conceitos do Pensamento Computacional, servindo de base para aplicação individual dos alunos, após esse momento. Foram detalhadas e demonstradas, passo a passo, a aplicação dos conceitos do Pensamento Computacional na resolução de situações-problema.

- No quinto momento, os alunos foram encorajados a resolverem dez problemas seguindo as etapas dos conceitos do Pensamento Computacional apresentadas a eles no momento anterior. Os resultados obtidos serão discutidos e tabulados pela autora no capítulo 4.

3.2 Campo de pesquisa

O colégio escolhido para esta pesquisa foi o Colégio Estadual Antonio Pecly, localizado na cidade de Cordeiro, região serrana do estado do Rio de Janeiro. Pertence à rede pública estadual de Ensino e atende aos Ensinos Fundamental Anos Finais e Médio, contando com o Ensino Médio Integral e o Regular.

O colégio atende, em média, entre 400 e 500 alunos, distribuídos em 18 turmas nos três turnos: matutino, vespertino e noturno. Possui uma boa infraestrutura com salas climatizadas, quadra, Sala Maker, refeitório, biblioteca e pátio externo, entre outros.

A escolha se deu pelo fato do autor trabalhar nesta unidade e a mesma contar com turmas do Ensino Médio, facilitando a inserção do trabalho na série mais adequada para aplicação do tema proposto, proporcionando a melhor interação entre a metodologia a ser aplicada e o conteúdo a ser trabalhado.

A turma escolhida foi uma das turmas da Segunda Série do Ensino Médio Regular, visto que o conteúdo acerca de área e volume pertencem ao planejamento dessa série e por a mesma se apresentar de forma bastante heterogênea, proporcionando um vasto campo de observação e análise. Nessa pesquisa, foram contemplados 28 alunos, o que corresponde ao total da turma.

A figura 30 apresenta a fachada externa do colégio.

Figura 30 – Colégio Estadual Antonio Pecly

Fonte: Cedido pelo Colégio

3.3 Sujeitos da pesquisa

Os 28 (vinte e oito) alunos que participaram da pesquisa formam a turma da Segunda Série do Ensino Médio Regular (número 2003) e os mesmos foram escolhidos por já terem tido acesso ao conteúdos de área e volume no Ensino Fundamental Anos Finais. A aplicação da metodologia visa reforçar e ampliar esse aprendizado, acrescentado novos caminhos e novas informações acerca do passo a passo para a resolução de situações-problema.

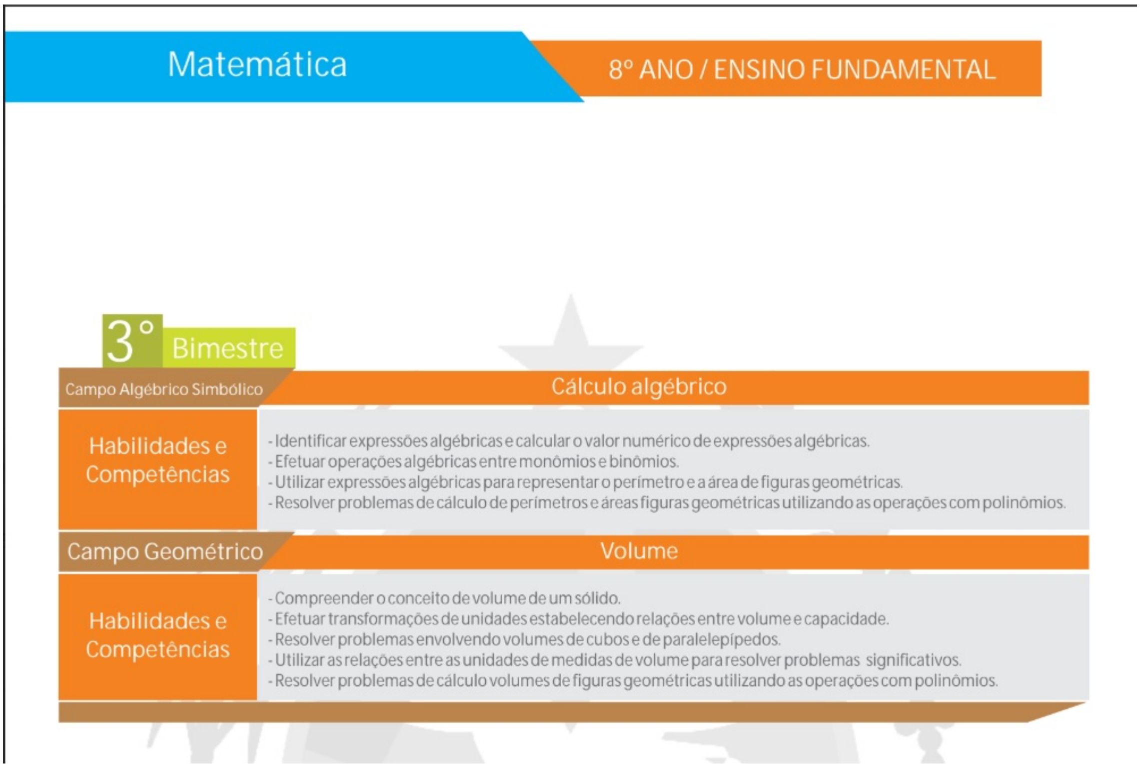
O Colégio possui um Currículo Mínimo oferecido pela rede Estadual de Ensino do Estado (SEEDUC) - que contempla os componentes curriculares área e volume no oitavo e nono anos do Ensino Fundamental e na segunda série do Ensino Médio. Dessa forma, trata-se de uma oportunidade do aprofundamento desses conteúdos da geometria espacial, sendo uma oportunidade de aprofundamento dos mesmos.

> A organização Curricular deve criar um ambiente escolar que possa ser caracterizado como um espaço em que, além de buscar dados e informações, as pessoas tenham possibilidade de construir seu conhecimento e desenvolver sua inteligência com suas múltiplas competências. (PIRES, 2000)

No Ensino Fundamental, é feita uma abordagem inicial dos conteúdos, procurando contextualizar e demonstrar as fórmulas e resoluções mais simples, acerca da área e do volume das figuras geométricas. Parte-se da noção introdutória e também classificatória.

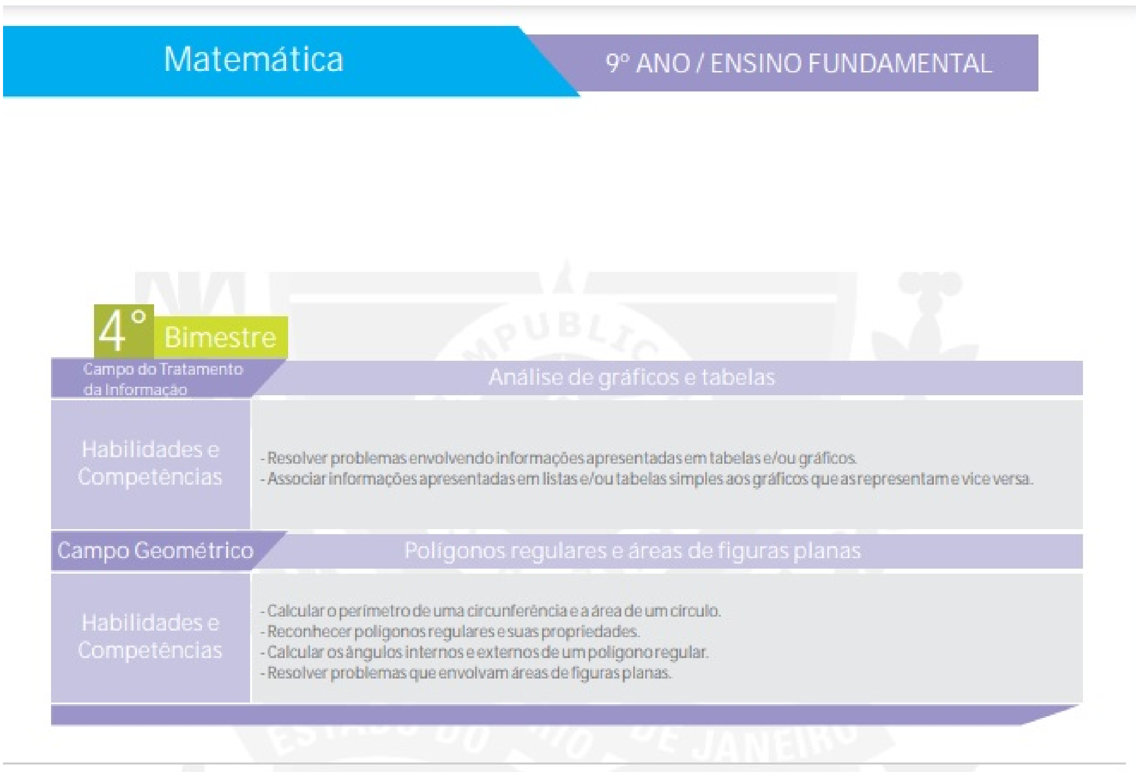
Já no Ensino Médio, é proposto um aprofundamento dos conceitos, através da junção das figuras geométricas e aplicações mais complexas.

Figura 31 – Currículo Mínimo da SEEDUC para o 8º ano do Ensino Fundamental



Fonte: (SEEDUC-RJ, 2012)

Figura 32 – Currículo Mínimo da SEEDUC para o 9º ano do Ensino Fundamental



Fonte: (SEEDUC-RJ, 2012)

Figura 33 – Currículo Mínimo da SEEDUC para a 2ª série do Ensino Médio

Matemática — 2ª SÉRIE / ENSINO MÉDIO

1° Bimestre

Campo Algébrico Simbólico	Função Logarítmica
Habilidades e Competências	- Calcular o logaritmo de um número real positivo. - Utilizar a definição de logaritmo na resolução de equações simples. - Utilizar as propriedades operatórias do logaritmo na resolução de problemas significativos. - Identificar a função logarítmica como a inversa da função exponencial. - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica. - Resolver problemas significativos utilizando a função logarítmica.
Campo Geométrico	**Introdução à Geometria Espacial**
Habilidades e Competências	- Compreender os conceitos primitivos da geometria espacial. - Reconhecer as posições de retas e planos no espaço. - Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações. - Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema (Relação de Euler). - Identificar e nomear os poliedros regulares.

2° Bimestre

Campo Numérico Aritmético	Regularidades numéricas: sequências e Matemática Financeira
Habilidades e Competências	- Identificar sequências numéricas e obter, quando possível, a expressão algébrica do seu termo geral. - Utilizar o conceito de sequência numérica para resolver problemas significativos. - Diferenciar Progressão Aritmética de Progressão Geométrica. - Utilizar as fórmulas do termo geral e da soma dos termos da P.A. e da P.G. na resolução de problemas significativos. - Distinguir os juros simples dos compostos, aplicando em situações problemas. - Utilizar os conceitos de matemática financeira para resolver problemas do dia a dia.
Campo Geométrico	**Geometria Espacial: Prismas e Cilindros**
Habilidades e Competências	- Reconhecer e nomear prismas e cilindros. - Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas lateral e total de prismas e cilindros. - Resolver problemas envolvendo cálculo do volume de prismas e cilindros.

Fonte: (SEEDUC-RJ, 2012)

Dessa forma, é possível a aplicação da metodologia citada atrelada a qualquer conteúdo matemático, especificamente à Geometria Espacial, sem fugir do planejamento da turma e estando de acordo com a sequência didática trabalhada na rede, sem necessidade de provocar desvios no caminho do aprendizado.

3.4 Sequência Didática

A sequência didática corresponde a uma estratégia educacional, que parte do conjunto de atividades interligadas conectadas ao conteúdo a ser ministrado. Ela possui as etapas de introdução, desenvolvimento, avaliação e conclusão.

Segundo (PERETTI; COSTA, 2013), a sequência didática corresponde a:

> um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo,etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus alunos e envolvendo atividades de avaliação que pode levar dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema e por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido.

Ou seja, corresponde à forma como o conteúdo será ministrado aos alunos, a partir de uma sequência com etapas planejadas, visando atingir aos objetivos inicialmente propostos. Os resultados serão organizados e analisados no Capítulo 4. Para a sequência, foram necessárias 9 (nove) aulas presenciais de 50 (cinquenta) minutos cada.

A turma, em relação à organização curricular da escola e rede estadual, possui 4 (quatro) horas/aulas semanais, sendo ministradas duas na segunda-feira e duas na quarta-feira. A proposta didática foi elaborada, propondo-se atividades em grupos e individuais, sendo sua aplicação dividida em 5 (cinco) encontros presenciais, com a mediação e intervenção da pesquisadora, nos variados momentos.

Foi utilizada uma abordagem para a integração entre metodologia do PC e resolução de problemas articulados aos conteúdos área e volume de Geometria Espacial. Para o alcance dos objetivos propostos, segue-se um caminho didático.

Na etapa 1, foram apresentados os conceitos do PC, seus principais pilares e também uma amostragem acerca da resolução de um problema matemático simples e sua aplicabilidade junto à metodologia discutida. Os problemas utilizados nesta sequência didática foram retirados do livro didático utilizado pela turma, questões de concursos, ENEM e outros livros didáticos.

Na etapa 2, o início da aplicação referente à metodologia é realizada através da construção e reconstrução dos sólidos geométricos planificados e montados com palitos e jujuba, trabalhando o pilar "abstração"do PC. Nesse momento, o aluno procurou fazer associações e consegue verificar várias informações nas suas construções, analisando-as e manuseando-as, compreendendo melhor as diferenças entre cálculo de área e volume, a partir das construções 2D e 3D.

Na etapa 3, a "decomposição"do PC é apresentada e utilizada a partir da construção e demonstração das fórmulas a serem utilizadas para os cálculos que aparecerão nas situações-problema, levando os alunos a "quebrarem"cada sólido em partes menores, calculando e recalculando cada uma das partes desmembradas, além de buscarem as informações mais necessárias e essenciais aos respectivos cálculos. É realizada um divisão do problema em etapas menores, que se resolvidas, levarão à resposta final de tal problema.

Na etapa 4, acontece a execução do problema, aplicando os conceitos de abstração e decomposição , finalizando com a devida resolução encontrada pelo aluno. Quanto mais problemas variados e contextualizados forem sendo resolvidos, mas segura e eficaz fica essa resolução, pois o aluno será capaz de utilizar as etapas já conhecidas e trabalhadas. Essa é a etapa dos "algoritmos"no PC, em que é utilizada a solução pronta (fórmulas, entre outros) para a resolução.

Na etapa 5, é a hora da revisão e discussão dos resultados encontrados. Momento que o aluno deverá responder a um importante questionamento: **O resultado encontrado está de acordo com o enunciado e a pergunta do problema?**. Nesse momento, o aluno deve fazer uma análise mais detalhada da sua construção: conferência dos cálculos apresentados, fórmulas utilizadas e se o resultado é aceitável dentro das condições estabelecidas pelo problema.

Na etapa 6, foram entregues aos alunos dez problemas, os quais eles possam resolver sozinhos, utilizando todas as etapas propostas e demonstradas do PC como forma de avaliar toda essa sequência didática trilhada junto ao professor pesquisador. Os resultados obtidos nessa etapa serão descritos e analisados no Capítulo 4.

Os problemas escolhidos contemplam diferentes níveis de dificuldade, sendo apresentados de forma discursiva para que as respostas oferecidas na múltipla escolha não interferissem na resolução e definição da resposta final.

3.4.1 Aula 1: Apresentação da metodologia do Pensamento Computacional

A primeira aula de 50 minutos é destinada à apresentação do projeto, entrega do Termo de Autorização dos Pais (Apêndice B) e introdução do conceito do Pensamento Computacional enquanto metodologia de ensino. É natural que dúvidas surjam e alguns questionamentos sejam feitos, devido ao fato dos alunos não terem conhecimento da metodologia.

Para facilitar o entendimento acerca da metodologia, apresentamos um material preparado em PowerPoint com as principais definições e explicações demonstradas na Figura 33.

Figura 34 – PowerPoint de explicação inicial

Fonte:Produzido pelo autora

Primeiramente foram abordados os conceitos de Pensamento e Computacional. A definição de cada terminologia é importante para que se possa entender a relação das mesmas com a metodologia a ser apresentada.

Após a definição, foi apresentado o conceito do PC: como surgiu, quem defende essa metodologia, quais os trabalhos importantes acerca do tema e também foi apresentado alguns sites onde possam encontrar trabalhos, conceitos e ideias acerca da definição do PC.

Foram apresentadas as etapas do PC de forma simplificada, mas com exemplificações, as quais sua aplicação é feita no dia a dia, detalhando cada uma das etapas a serem realizadas na hora da resolução das situações-problema.

No quarto slide, houve mais detalhamento das conceituações e etapas, buscando a participação dos alunos através do debate, da reflexão e da fala de tais alunos, buscando outros exemplos. Através dos exemplos dados, vai sendo realizada novamente a abordagem do conceito e feita uma pequena instigação acerca da aplicabilidade: é viável nos casos citados ou não? Por quê?

Finalizando a apresentação, ainda ficam alguns questionamentos acerca da aplicação que serão respondidos e abordados nas etapas das aulas seguintes, onde acontecerão a aplicação da metodologia, através da Matemática e a resolução de problemas.

3.4.2 Aula 2: Construção dos sólidos geométricos

Neste encontro foram utilizadas duas aulas de 50 minutos cada.

A turma foi dividida em grupos de quatro alunos, totalizando sete grupos. Três dos grupos ficaram com as construções, através das planificações em papel colorset colorido e os outros quatro grupos ficaram responsáveis pela construção dos sólidos geométricos com a utilização de palitos e jujubas. Para a construção com papel colorset foram utilizados ainda os objetos tesoura e cola, para recorte das planificações e montagem das mesmas.

A construção desses materiais concretos auxiliou nas etapas de decomposição e abstração do processo de aplicação da metodologia do PC, pois através do manuseio e construção dos sólidos, é possível verificar suas respectivas partes, medidas e nomenclaturas, como identificação das faces, arestas e vértices de cada um deles.

A partir das construções em 2D, é possível verificar as medidas e começar a análise acerca dos cálculos das áreas dessas figuras, a partir da abstração e decomposição. Do mesmo modo, segue-se para o conceito de volume com as construções em 3D, verificando a possibilidade do cálculo dos volumes das figuras construídas e, a partir das construções realizadas e a junção das mesmas, é verificada a aplicação das figuras 2D nos cálculos que envolvem pisos de casas, construções, entre outros e com as figuras 3D, cálculos como quantidade de líquido que possa ser enchido, entre outros.

A figura 35 mostra algumas construções realizadas pelos alunos neste encontro:

Figura 35 – Construções dos sólidos geométricos

Fonte:Produzido pela autora

3.4.3 Aula 3: Mapa mental - fórmulas e conceitos

Neste encontro, foram utilizadas duas aulas de 50 minutos cada e foram utilizados os sólidos construídos no encontro anterior.

De posse dos sólidos e com a ajuda do professor, os alunos foram relembrando as fórmulas de área e volumes que já conheciam e novas demonstrações foram realizadas, de forma a mostrar as fórmulas ainda não conhecidas por eles.

Após a amostragem das fórmulas, foram disponibilizadas folhas brancas para os alunos, sólidos construídos e, através do quadro branco, foram realizadas as representações e conceituações, montando um resumo com todas as informações relevantes para a próxima etapa:

- Quadro inicial com os sólidos de Platão, determinando seus respectivos números de faces, vértices e arestas;
- Quadro com as fórmulas das áreas do triângulo, quadrado, retângulo, losango, trapézio e círculo;
- Quadro com as fórmulas dos sólidos geométricos: cubo, paralelepípedo, cilindro, cone, prismas e pirâmides.

A construção desse mapa mental ficou de formatação livre para cada aluno, visto que o mesmo será de suma importância para as próximas etapas.

Além da construção desse material, foram propostas questões para melhor análise e desmembramento dos sólidos:

- Analisando os poliedros construídos, separe-os em prismas e pirâmides, descrevendo características que os diferenciam.

  ▷ O prisma possui duas bases congruentes e paralelas e a pirâmide somente uma base poligonal;

  ▷ As laterais das pirâmides são formadas por triângulos, enquanto as dos prismas são formadas por figuras retangulares.

- Analisando os poliedros construídos, responda sobre três deles, construindo uma tabela:

  a) Qual é o número de faces, arestas e de vértices?
  b) Qual é a forma de cada face?
  c) Cada vértice é comum a quantas arestas?
  d) Como você calcularia o volume desse sólido?

A partir dessas questões, algumas dúvidas foram surgindo, diálogos e trocas foram sendo abertos, afim de concretizar e fixar os conceitos, acerca da utilização das fórmulas dos cálculos de área e volume.

- Prove que, em todo poliedro simplesmente conexo, existe uma face com, no máximo, cinco arestas.

  Nessa atividade é observado atentamente cada uma das construções e, a partir delas e do mapa mental já construído, chega-se à prova solicitada.

- Mostre que não existe um poliedro simplesmente conexo com 7 arestas.

  Para essa atividade é usado o mesmo conceito de observação e análise das construções realizadas.

- Comprove a veracidade do Teorema de Euler para os poliedros convexos construídos.

  Através da escolha de cinco poliedros construídos é preenchida a tabela com os dados como números de faces, vértices e arestas, a fim de verificar o Teorema.

- A partir das explicações acerca dos Poliedros de Platão, separe do grupo total construídos os que se encaixam na definição.

  Os Poliedros de Platão são importantes nos cálculos de várias situações matemáticas, servindo de base para análise e entendimento acerca da aplicabilidade do Teorema de Euler e dos sólidos não convexos.

- Calcule o volume do cubo construído e verifique o valor encontrado através do seu enchimento com água.

  Nesse momento bastante prático, os alunos se surpreendem com a veracidade das informações e entendem claramente que os cálculos matemáticos vêm auxiliar no nosso dia a dia, trazendo um passo a passo eficaz.

- Escolham uma das pirâmides construídas e calcule o seu volume.

  Na última etapa desse momento, a aplicação da fórmula é concretizada e o treino acerca do uso das fórmulas traz uma maior tranquilidade para a realização das próximas etapas.

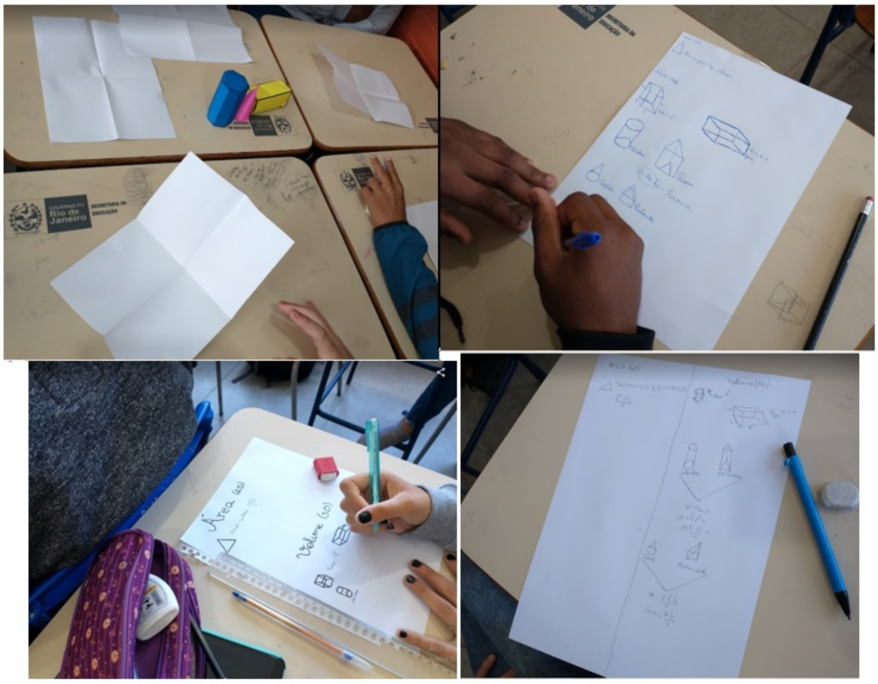
Nessa etapa, a abstração, a decomposição e o algoritmo foram as etapas do PC utilizadas.

- A abstração ao realizar os desenhos desmembrados das figuras e ao anotar os dados fornecidos no problema;
- A decomposição na organização dos dados coletados de acordo com o que está sendo pedido no problema;

- O algoritmo nas resoluções algébricas, chegando a um possível resultado.

Alguns mapas mentais construído pelos alunos:

Figura 36 – Confecção do Mapa Mental



Fonte: Produzido pela autora

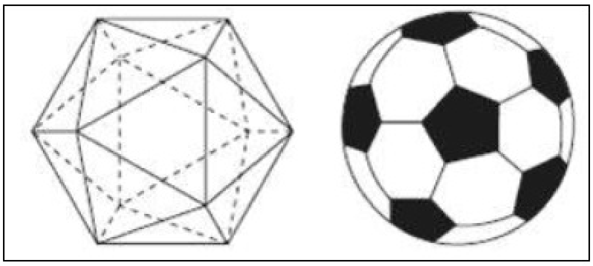
3.4.4 Aula 4: Resolução de situações-problema envolvendo o PC

Neste encontro, com a duração de duas aulas, de 50 minutos cada, foram demonstradas as etapas do PC, a partir de seis situações-problema, envolvendo os sólidos construídos e os conceitos de área e volume. A turma foi dividida em pequenos grupos e, utilizando os sólidos construídos e as orientações do professor, foram escrevendo suas resoluções e orientações dadas a cada etapa.

Problema 1

Arquimedes (séc.III a.C.) descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou a fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?

Figura 37 – Poliedro e bola de futebol



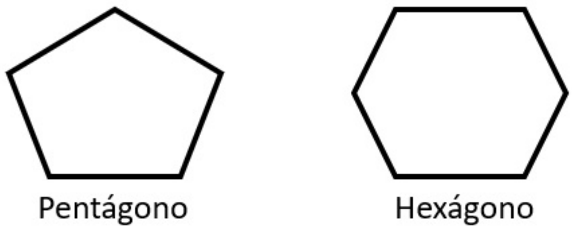
Fonte:(PINHEIRO, 2013)

Etapas da resolução do problema 1:

- **Etapa da abstração**:

  A partir da leitura do problema e da análise das figuras que o compõem, é possível ter uma ideia inicial da figura a ser trabalhada. Como é solicitado o número de vértices da figura, é preciso desmembrá-la em figuras menores e já conhecidas. A figura inicial já auxilia n processo de abstração que está melhor complementada na figura 38:

  Figura 38 – Abstração da bola de futebol

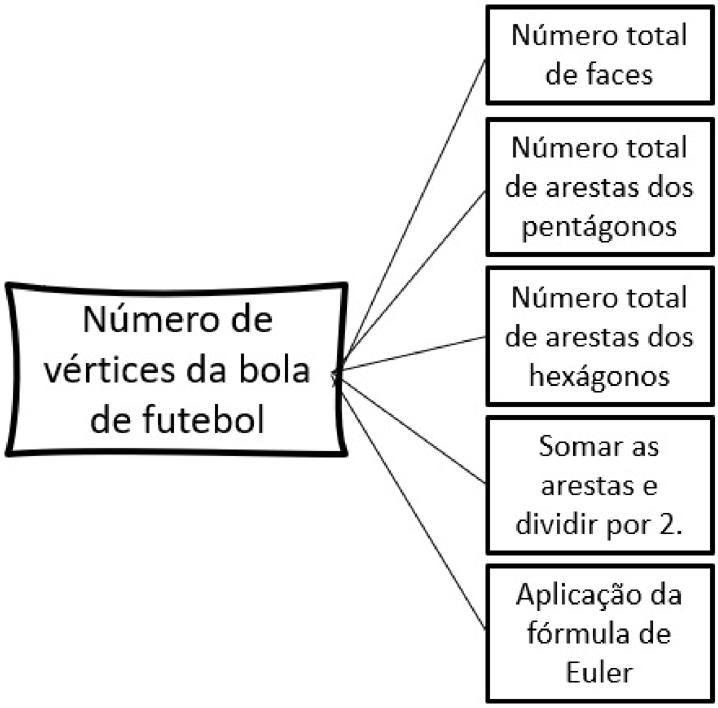
  Fonte:Elaborado pelo autor

- **Etapa da Decomposição**:

  Nessa etapa, o problema é dividido em partes menores, para facilitar a sua resolução. A análise de cada uma das partes do problema é realizada separadamente e depois, as soluções são integradas de forma a se chegar à solução final.

  No caso do problema, para se responder a pergunta: *Quantos vértices possui esse poliedro?* A decomposição pode ser feita da seguinte maneira:

Figura 39 – Decomposição - Problema 1



Fonte:Elaborado pela autora

- **Etapa do Algoritmo**:

  A partir da decomposição, é possível seguir cada etapa, resolvendo-as com a utilização das fórmulas e símbolos matemáticos construídos em aulas anteriores no Mapa Mental.

  É iniciada a resolução do problema resolvendo seguidamente cada uma das sub-etapas e a primeira delas é o cálculo do número total de faces:

  12 faces pentagonais + 20 faces hexagonais

$$12 + 20 = 32 \tag{3.1}$$

  Agora calculando o número de arestas.

  Começando pelo número de arestas dos pentágonos: como cada pentágono possui cinco arestas e há um total de 12 pentágonos, temos:

$$5 \cdot 12 = 60 \tag{3.2}$$

  Calculando o número de arestas dos hexágonos que possuem seis arestas cada, totalizando 20 hexágonos na figura:

$$6 \cdot 20 = 120 \tag{3.3}$$

Cada aresta foi contada duas vezes, visto que, ao unir as formas geométricas, uma mesma aresta serve para os dois lados, é preciso pois somar as arestas e dividir por dois:

$$120 + 60 = 180 \tag{3.4}$$

$$\frac{180}{2} = 90 \tag{3.5}$$

Como o poliedro que forma a bola é convexo, vale a Relação de Euler, que será aplicada a partir dos dados já obtidos, referentes aos números de faces e arestas.

V + F = A + 2

$$V + 32 = 90 + 2 \tag{3.6}$$

$$V + 32 = 92 \tag{3.7}$$

$$V = 92 - 32 \tag{3.8}$$

$$V = 60 \tag{3.9}$$

Portanto, esse poliedro possui 60 (sessenta) vértices.

- **Etapa da Avaliação**:

  Nesta etapa, os alunos são convidados a refletirem sobre os resultados obtidos respondendo à seguinte questão: **O resultado é plausível para a situação apresentada? Justifique.** Através da intervenção do professor e da análise dos colegas, é o momento de verificar se os cálculos realizados estão corretos ou não, se as fórmulas utilizadas são adequadas ao contexto da situação e se o resultado responde corretamente à pergunta do problema. Para essa verificação, podem ser utilizadas a calculadora, o colega e seus questionamentos, como também realizar a prova real, entre outros artifícios matemáticos. É importante lembrar que, ao encontrar erros, esse momento também serve como um importante instrumento de avaliação, ao buscar a causa, os obstáculos, as análises e justificativas dos alunos. Nessa visão, Cury (2008) traz que

> Na análise das respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou o erro em si – que são pontuados em uma prova de avaliação da aprendizagem -, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem (BISONGNIN; BISONGNIN; CURY, 2008).

Problema 2

Determine o número de arestas e o número de vértices de um poliedro convexo com 6 faces quadrangulares e 4 faces triangulares.

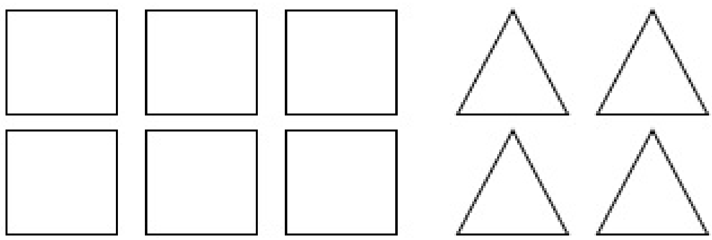
Etapas da resolução do problema 2:

- **Etapa da abstração**:

  O problema não traz uma representação geométrica da situação, fazendo com que a necessidade de abstração esteja ainda mais evidente e necessária.

  A demonstração está na figura a seguir, através da representação das faces quadrangulares e triangulares a que se refere o problema:

Figura 40 – Quadrados e triângulos

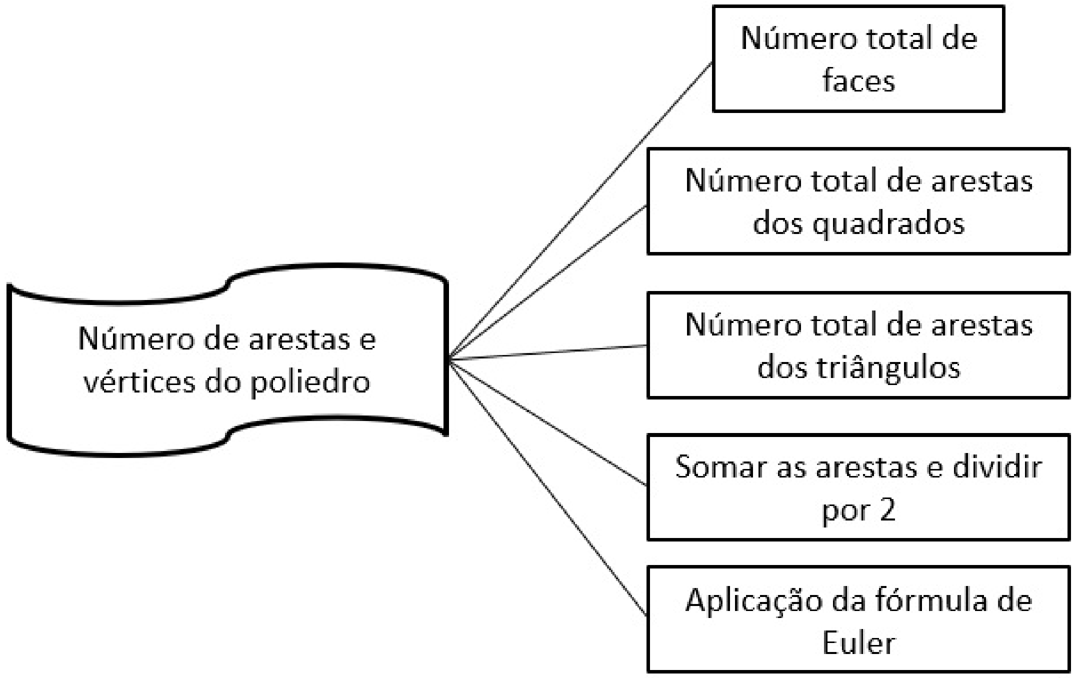


Fonte:Elaborado pela autora

- **Etapa da Decomposição**:

  Nesta etapa, o aluno deve buscar uma resposta ao problema e dividindo as informações fornecidas no enunciado em pequenas tarefas, passo a passo, traçando um plano para chegar ao resultado que, desenvolvidas corretamente, levarão à resposta final correta. No caso do problema 2, a pergunta se refere ao número de faces e vértices do poliedro. Para obter a resposta, uma das possíveis decomposições está demonstrada na figura a seguir:

Figura 41 – Decomposição - Problema 2



Fonte:Elaborado pela autora

- **Etapa do Algoritmo**:

  A partir da decomposição, é possível ir resolvendo cada uma das etapas indicadas.

  A primeira etapa corresponde ao número total de faces:

  06 faces quadrangulares + 04 faces triangulares

$$06 + 04 = 10 \tag{3.10}$$

  Agora calculando o número de arestas.

  Começando pelo número de arestas dos quadrados: como cada quadrado tem quatro arestas e há um total de 06 quadrados, temos:

$$4.6 = 24 \tag{3.11}$$

  Calculando o número de arestas dos triângulos que possuem três arestas cada, totalizando 4 triângulos na figura:

$$3.4 = 12 \tag{3.12}$$

  Para o cálculo das arestas, soma-se e divide por dois, visto que cada aresta, ao unir as formas para a construção do poliedro, se resume a uma única aresta de ligação:

$$24 + 12 = 36 \tag{3.13}$$

$$\frac{36}{2} = 18 \tag{3.14}$$

Como o poliedro é convexo, vale a relação de Euler:

V + F = A + 2

$$V + 10 = 18 + 2 \tag{3.15}$$

$$V + 10 = 20 \tag{3.16}$$

$$V = 20 - 10 \tag{3.17}$$

$$V = 10 \tag{3.18}$$

Portanto, o número de arestas e vértices desse poliedro correspondem, respectivamente, a 18 e 10.

- **Etapa da Avaliação**:

  Nesta etapa, os alunos devem ser levados a avaliarem os resultados obtidos, respondendo à seguinte pergunta: **O resultado é plausível para a situação apresentada? Justifique.** A partir das etapas resolvidas separadamente, dos cálculos realizados e fórmulas utilizadas deve-se verificar se o resultado encontrado é satisfatório e coerente com a pergunta do problema. Tal verificação pode ser realizada através de prova real, uso da calculadora, troca de ideias com os colegas e intervenção do professor, entre outros.

- **Etapa dos padrões**:

  A partir do problema 2, os alunos são motivados a observarem padrões nas resoluções, através de análise da solução anterior. Pode-se observar que, em ambas as situações apresentadas, primeiramente foi calculado o número de faces, depois o de arestas e por último, utilizando a Relação de Euler, o número vértices. Observa-se também que a partir do encontro de duas das características dos poliedros, é possível encontrar o terceiro através de uma fórmula geral. Esse padrão pode facilitar a resolução de situações semelhantes, mesmo que sejam questionadas em diferentes contextos, uma das características dos poliedros: faces, vértices ou arestas.

Problema 3

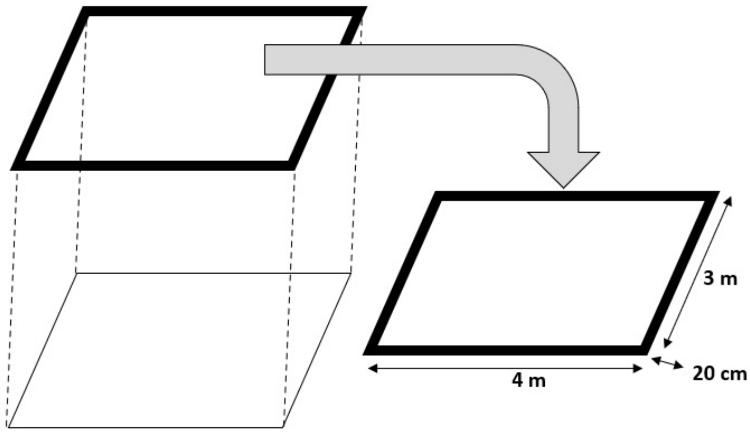
Qual é o volume de concreto necessário para construir uma laje de 20 cm de espessura em uma sala de 3m por 4m?

Etapas da resolução do problema 3

- **Etapa da abstração**:

  O problema traz a questão do cálculo referente ao volume de uma laje, partindo do formato da mesma que se assemelha a um paralelepípedo retângulo e as medidas da parede que a sustenta, pode-se ter a seguinte representação:

  Figura 42 – Planta da sala e laje

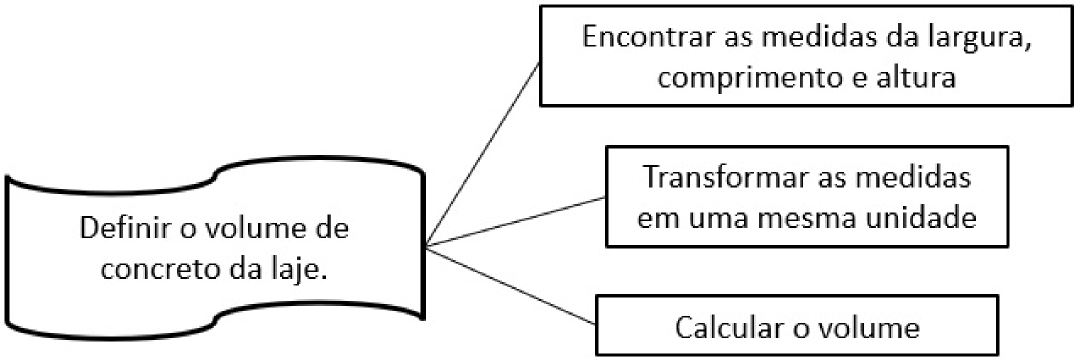
  Fonte:Elaborado pela autora

- **Etapa da Decomposição**:

  Nesta etapa, o aluno deve entender a pergunta do problema: "Qual o volume necessário"e a partir da abstração, buscar as possibilidades de etapas a serem desmembradas de forma a conseguir encontrar uma resposta final. Essas etapas correspondem à divisão das tarefas em partes específicas, permitindo a distribuição delas, sem que se perca a conexão com a tarefa principal que está ligada a solução final.

  Uma possível decomposição dessas tarefas se encontra a seguir:

Figura 43 – Decomposição - Problema 3



Fonte:Elaborado pelo autor

- **Etapa do Algoritmo**:

  Primeiramente são destacadas as medidas envolvidas:

  ▷ Comprimento: 4 metros

  ▷ Altura: 3 metros

  ▷ Espessura = largura = 20 cm

  Em seguida, verificar se as medidas estão na mesma unidade. Nesse caso, a espessura está em centímetros e as outras medidas em metros. Buscando-se fazer com que ambas fiquem com a mesma unidade de medida, podemos transformar centímetros em metro.

  Sabendo que :

$$1cm = 0,01m \tag{3.19}$$

  Temos que:

$$20cm = 0,20m \tag{3.20}$$

  Agora, utilizando a fórmula para o cálculo de volume do paralelepípedo retângulo:

  Volume = comprimento · altura · largura

$$\textbf{V = a . b . c} \tag{3.21}$$

$$\text{V = 4 . 3 . 0,20} \tag{3.22}$$

$$V = 2,4m^3 \tag{3.23}$$

Portanto, o volume de concreto necessário para se construir a laje é de $2,4m^3$.

- **Etapa da Avaliação**:

  Nesta etapa, os alunos devem responder à pergunta: **O resultado é plausível para a situação apresentada? Justifique.** A partir das etapas resolvidas e afim de verificar se o cálculo está correto, podem fazer o uso de calculadoras, tirar a prova real, além de solicitar a interferência do professor e dos colegas. É preciso verificar se as medidas trabalhadas estão corretas, se as unidades de medida foram transformadas devidamente, se a fórmula correta foi utilizada, entre outros.

  Como se trata da primeira demonstração acerca do cálculo de volume, não haverá a etapa de busca por padrões.

Problema 4

O volume de um prisma regular de base quadrada é 700 cm^3. O perímetro da base é de 40cm. Calcule a altura e a área total do prisma.

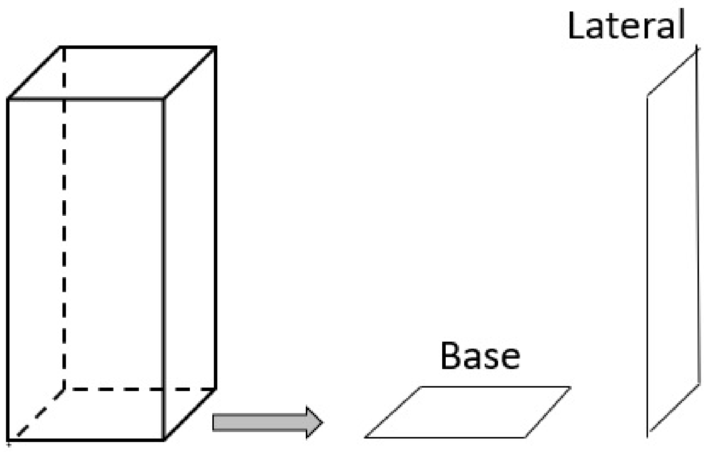
Etapas da resolução do problema 4

- **Etapa da abstração**:

  Primeiramente, a demonstração do desenho é o prisma regular, que pode ser decomposto em sua base quadrada e suas laterais retangulares. A partir da sua base, é possível calcular a área da mesma e a partir das laterais, ser encontrada a altura do prisma utilizando o valor do volume

  O desenho representa o prisma e suas respectivas base e lateral nessa etapa de resolução:

Figura 44 – Prisma quadrangular - base e lateral

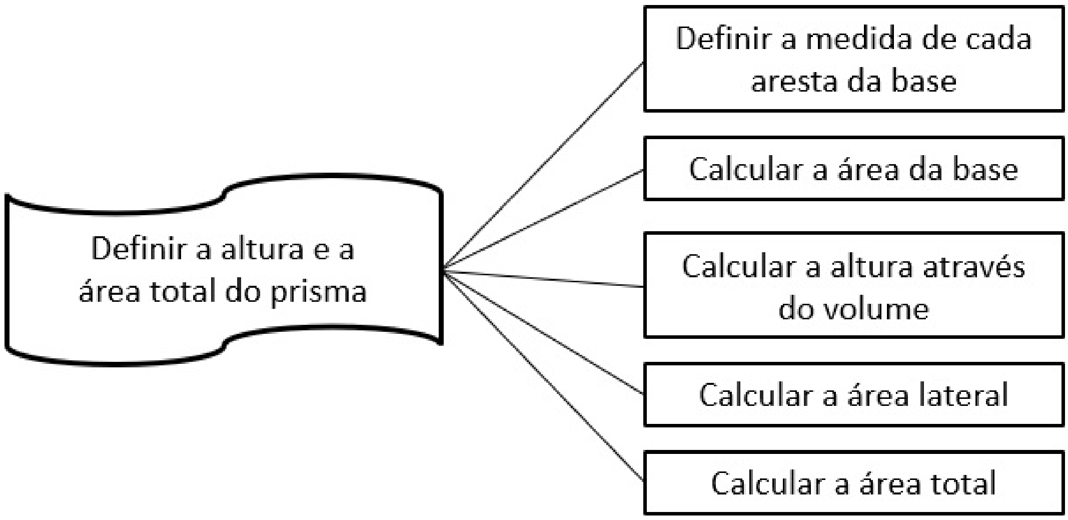


Fonte:Elaborado pela autora

- **Etapa da Decomposição**:

  Nesta etapa, o aluno deve entender a pergunta do problema, traçar um plano para encontrar a resposta que consiste em particionar em etapas menores, encontrando os valores que serão necessários à solução final do problema que é encontrar altura e área total do prisma. Para chegar à resposta final, uma das possíveis decomposições se encontra a seguir:

Figura 45 – Decomposição - Problema 4



Fonte:Elaborado pela autora

- **Etapa do Algoritmo**:

  Primeiro vamos precisar de alguns dados:

  Calcular o perímetro da base:

$$2p = 40cm \tag{3.24}$$

A base é quadrada, então vamos definir cada aresta da base

$$4a = 40 \tag{3.25}$$

a = 40/4 $\Rightarrow$ a = 10cm

Com essa informação calcula-se a área da base:

$$Ab = a \tag{3.26}$$

Ab = 10^2 $\Rightarrow$ Ab = 100 cm^2

E através do volume, encontra-se a altura:

$$V = Ab.h \tag{3.27}$$

700= 100 · h $\Rightarrow$ h = 700/100 $\Rightarrow$ h = 7cm

Antes de calcular a área total, é preciso calcular área lateral da seguinte forma:

$$Al = 2p.h \tag{3.28}$$

Al = 40 · 7 $\Rightarrow$ Al = 280cm^2

Finalizando, a área total será:

$$At = Al + 2Ab \tag{3.29}$$

At = 280 + 2.100 $\Rightarrow$ At = 280 + 200 $\Rightarrow$ At = 480cm^2

Portanto, a altura do prisma é de 7cm e a área total é de 480 cm^2.

- **Etapa da Avaliação**:

  Nesta etapa, os alunos são convidados a refletirem sobre os resultados obtidos respondendo à seguinte questão: **O resultado é plausível para a situação apresentada? Justifique.** Através da intervenção do professor e da análise dos colegas, é o momento de verificar se os cálculos realizados estão corretos ou não, se as fórmulas utilizadas são adequadas ao contexto da situação e se o resultado responde corretamente à pergunta do problema. Para essa verificação, podem ser utilizada a calculadora, o colega e seus questionamentos, como também realizar a prova real, entre outros artifícios matemáticos.

- **Etapa dos padrões**:

  Esse problema foge um pouco dos padrões anteriores ao trazer uma questão que envolve conjuntamente questões relacionadas à área e ao volume do prisma. Importante momento de reflexão e análise para a prática e atenção dos alunos, caso encontrem posteriormente questões diferenciadas como esta.

Problema 5

Na cidade de São Paulo, no Parque do Ibirapuera, há um monumento de concreto chamado Obelisco aos Heróis de 1932, uma homenagem aos que morreram na Revolução Constitucionalista de 1932. Esse monumento possui a forma de um tronco de pirâmide e tem 72 m de altura. Suas bases são quadrados de arestas 9m e 7m. Qual é o volume de concreto usado na construção desse monumento?

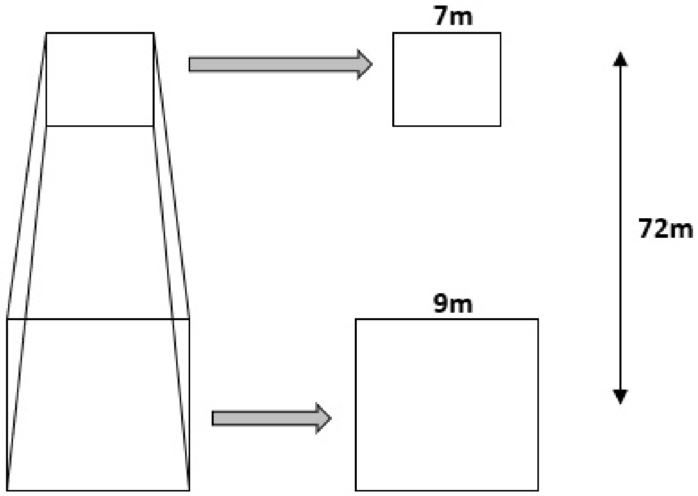
Etapas da resolução do problema 5

- **Etapa da abstração**:

  A falta da figura no enunciado do problema possibilita ainda mais um trabalho na elaboração da abstração junto à demonstração de suas partes.

  É possível, através de representação do tronco da pirâmide, registrar os respectivos valores e posições, conforme a figura:

Figura 46 – Tronco de pirâmide - bases e altura



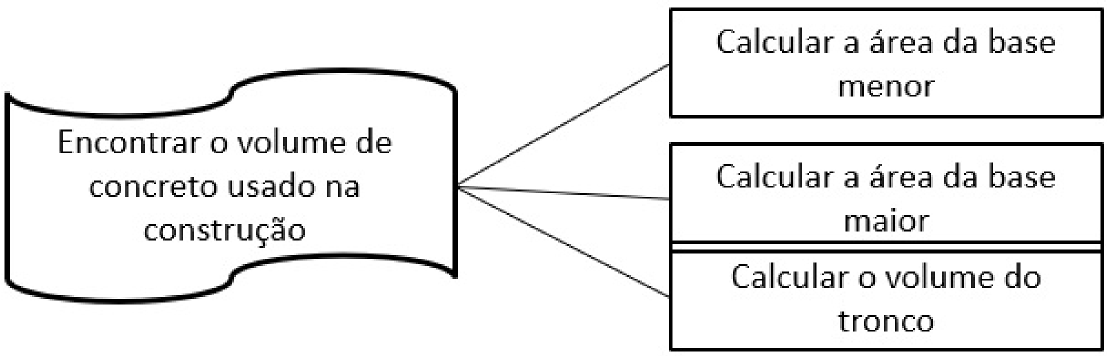
Fonte:Elaborado pela autora

- **Etapa da Decomposição**:

  Nessa etapa, o problema é dividido em partes menores para facilitar a sua resolução. A análise de cada uma das partes do problema é realizada separadamente e depois, as soluções são integradas de forma a se chegar à solução final.

  No caso do problema, para se responder à pergunta: *Qual é o volume de concreto usado na construção desse monumento?* , a decomposição pode ser feita da seguinte maneira:

Figura 47 – Decomposição - Problema 5



Fonte:Elaborado pela autora

- **Etapa do Algoritmo**:

  Inicialmente escreve-se a área do quadrado:

$$A = l^2 \tag{3.30}$$

Substituindo primeiramente o valor da base menor:

$$A = 7^2 \tag{3.31}$$

A=49m²

Agora, o valor da base maior:

$$A = 9^2 \tag{3.32}$$

A=81m²

Agora, fazendo uso da fórmula de volume do tronco de pirâmide, basta substituir os valores já encontrados:

Área da base menor = 49m²

Área da base maior= 81m²

Altura = 72m

Figura 48 – Fórmula do Volume do tronco de pirâmide

$$V = \frac{h}{3}(A_B + \sqrt{[A_B . A_b]} + A_b)$$

Fonte:Elaborado pela autora

V = 72/3 . [9^2 + $\sqrt{}$($9^2 \cdot 6^2$) + 36]

$\Rightarrow$ V = 24 · (81 + 9 · 6 + 36)

$\Rightarrow$ V = 24 · (81 + 54 + 36)

$\Rightarrow$ V = 24 · 171

$\Rightarrow$ V = 4104 m³

- **Etapa da Avaliação**:

  Nesta etapa, os alunos são convidados a refletir sobre os resultados obtidos respondendo à seguinte questão: **O resultado é plausível para a situação apresentada? Justifique.** Através da intervenção do professor e da análise dos colegas, é o momento de verificar se os cálculos realizados estão corretos ou não, se as unidades de medida empregadas estão corretas, se as fórmulas utilizadas são adequadas ao contexto da situação e se o resultado responde corretamente à pergunta do problema. Para essa verificação, podem ser utilizadas a calculadora, o colega e seus questionamentos, como também realizar a prova real, entre outros artifícios matemáticos.

- **Etapa dos padrões**:

  Esse problema, a exemplo da questão anterior, utiliza o cálculo de área e volume em etapas, aplicando suas respectivas fórmulas. Primeiro encontra-se a área das figuras planas que compõem a figura e depois, utilizando essas valores encontrados, aplica-se a fórmula final para encontrar o volume, de acordo com a pergunta do problema.

Problema 6

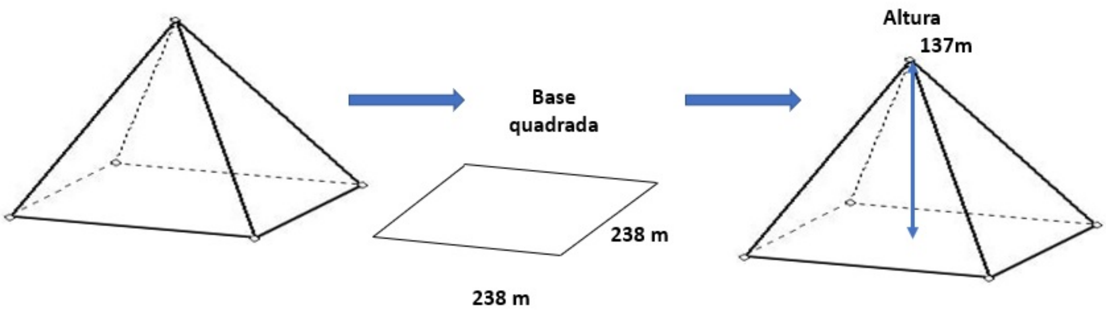
A pirâmide de Quéops é conhecida como a Grande Pirâmide do Egito. Sua base quadrada tem aproximadamente 230 m de aresta e sua altura é de 137 m. Qual é o volume dessa pirâmide?

Etapas da resolução do problema 6

- **Etapa da abstração**:

  O problema traz a questão do cálculo referente ao volume de uma pirâmide e, partindo do formato da mesma, localizando as medidas e dimensões informadas no problema, têm-se um suporte para resolver os problemas em etapas na seguinte representação:

Figura 49 – Abstração - Problema 6

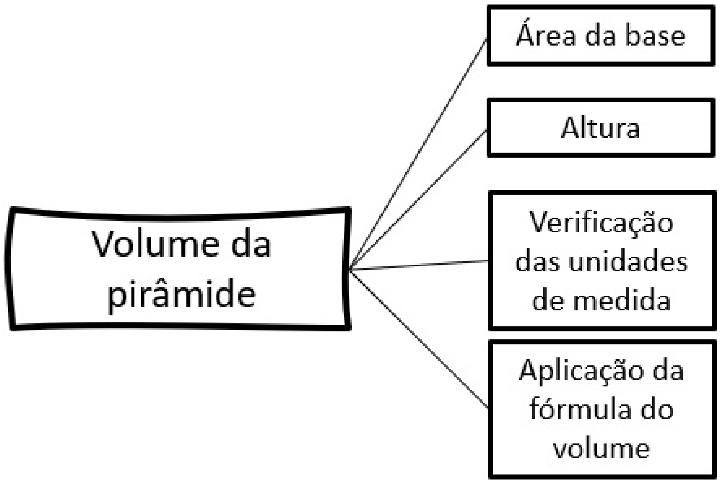


Fonte:Elaborado pela autora

- **Etapa da Decomposição**:

  Nesta etapa, é preciso que os alunos entendam qual a pergunta do problema, para a partir daí, traçar as estratégias de resolução, que passa pela decomposição de cada uma das etapas a serem desmembradas em subetapas, que executadas corretamente, levarão à solução do problema. No caso dessa questão, a pergunta é "Qual o volume dessa pirâmide"? Para obter essa resposta, pode-se decompor como a seguir:

Figura 50 – Decomposição - Problema 6



Fonte:Elaborado pela autora

- **Etapa do Algoritmo**:

  Inicialmente deve-se calcular a área da base quadrada utilizando a fórmula:

  $A = b \cdot h$

  $A = l \cdot l$

  $A = l^2$

  Substituindo os valores fornecidos no problema:

  $A = l^2 = 230^2$

  $A = 52.900\ m^2$

  Verificando agora a altura que é igual a 137 m é também verificado que as unidades de medida estão todas em metros, não necessitando de nenhuma mudança.

  A próxima etapa é a aplicação dos valores encontrados na fórmula de volume da pirâmide:

  $$V = \frac{\text{área da base . altura}}{3}$$

  Área da base = 52.900 m^2

  Altura = 137 m

  Aplicando na fórmula :

  $$V = \frac{52.900 \ .\ 137}{3}$$

V = $\frac{7.247.300}{3}$

V = 2.415.766,6...

É observado que o valor encontrado não é exato, visto que se trata de uma aproximação do valor real da pirâmide citada no problema.

- **Etapa da Avaliação**:

  Nesta etapa, os alunos são convidados a refletir sobre os resultados obtidos, respondendo à seguinte questão: **O resultado é plausível para a situação apresentada? Justifique.** Através da intervenção do professor e da análise dos colegas, é o momento de verificar se os cálculos realizados estão corretos ou não, se as unidades de medida empregadas estão corretas, se as fórmulas utilizadas são adequadas ao contexto da situação e se o resultado responde corretamente à pergunta do problema. Para essa verificação, os alunos podem utilizar a calculadora, discutir com os colegas, como também realizar a prova real, entre outros artifícios matemáticos.

  No problema 6, é importante verificar que o resultado obtido não corresponde a um número exato, conforme encontrado nos exercícios anteriores. Deve-se considerar o contexto real da situação e conversar acerca dessa possibilidade de resultado aparecer em outras situações-problema que retratam construções reais.

- **Etapa dos padrões**:

  Esse problema, a exemplo da questão anterior, utiliza o cálculo de área e volume em etapas, aplicando suas respectivas fórmulas. Primeiro encontra-se a área da figura plana que compõe a pirâmide e depois, utilizando essas valores encontrados, aplica-se a fórmula final para encontrar o volume, de acordo com a pergunta do problema.

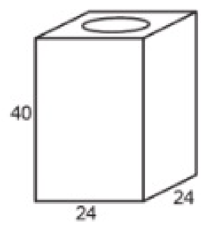
3.4.5 Aula 5: Situações-problema propostas aos alunos

Neste encontro , com a duração de duas aulas de 50 minutos cada, após a introdução dos conceitos acerca do PC e treino nos exercícios, foram apresentados pelo professor 10 situações-problema com níveis variados de dificuldade, os quais deverão ser resolvidos sozinhos pelos alunos, afim de exercitar o que foi apresentado nas aulas anteriores. Foi oferecido ao aluno um formulário com espaços para a resolução de cada uma das etapas que envolvem o PC e também espaço para a reflexão final: **O resultado é plausível para a situação apresentada? Justifique.** Aplicando assim a ideia de avaliação e análise da situação apresentada. A partir da segunda situação-problema apresentada, será inserido mais um questionamento: **Foi verificado algum padrão na resolução em relação aos exercícios anteriores? Se sim, quais?.** Ao final da listagem com as dez situações-problema houve um espaço para que fosse construído um roteiro ou fluxograma que proponha uma sequência lógica, de forma genérica, para representar etapas que sirvam de base para a resolução de quaisquer problemas que envolvam o cálculo de área e volume dos sólidos geométricos. E ao finalizar todo esse processo, o aluno foi levado a refletir e responder **Após conhecer e utilizar o PC como ferramenta de resolução das situações-problema, você sentiu mais ou menos dificuldade no desenvolvimento das resoluções?**

Problema 1

Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, possui as dimensões, em centímetros, mostrados na figura.

Figura 51 – Lata de tinta



Fonte:Elaborado pela autora

a) Calcule o volume total desse sólido.

b) Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25%maiores que as da lata atual. Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em:
(A) 20,0%
(B) 32,0%
(C) 36,0%
(D) 64,0%
(E) 14,4%

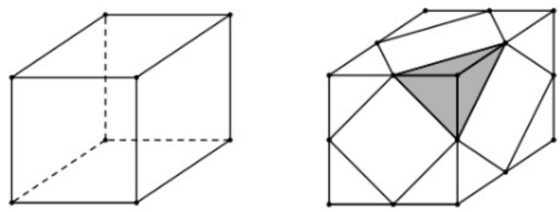
Problema 2

Francisco acaba de aprender em sua aula de geometria espacial a Relação de Euler para poliedros convexos:

V + F = A + 2

Na equação, V, A e F representam o número de vértices, arestas e faces do poliedro, respectivamente. Podemos verificar que a Relação de Euler é válida no cubo abaixo, pois existem 6 faces, 12 arestas, 8 vértices e V + F = 8 + 6 = 12 + 2 = A + 2. João decidiu verificar a Relação de Euler em outro poliedro obtido do cubo de madeira. Ele marcou os pontos médios de cada aresta e, em cada face, os uniu formando quadrados, como mostra a figura abaixo.

Figura 52 – Cubo



Fonte:Elaborado pela autora

Em seguida, ele cortou as 8 pirâmides formadas em torno de cada vértice, obtendo um novo poliedro. Determine:
a) o novo número de vértices;
b) o novo número de arestas;
c) o novo número de faces.

Problema 3

Uma piscina tem 10m de comprimento, 6m de largura e 1,6 m de profundidade. Calcule o seu volume em litros.

Problema 4

Pesquise um mapa da América do Sul. Existem 13 países e o oceano, que também consideramos um "país". Observa-se que não existe nenhum ponto que pertença a mais de 3 países. Quantas linhas de fronteira existem na América do Sul?

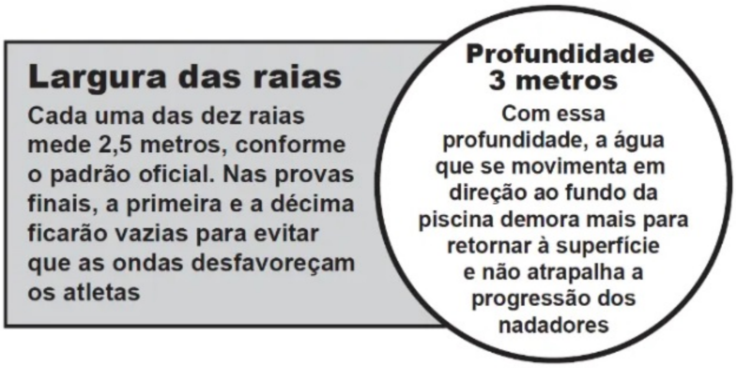
Problema 5

Um enfeite de acrílico tem a forma de uma pirâmide quadrada. Sua base tem 15 cm de aresta e sua altura é 20 cm. Supondo-o maciço, qual é o volume de acrílico usado para fazer esse enfeite?

Problema 6

(ENEM 2017) Para a Olimpíada de 2012, a piscina principal do Centro Aquático de Londres, medindo 50 metros de comprimento, foi remodelada para ajudar os atletas a melhorar suas marcas. Observe duas das melhorias:

Figura 53 – Informações



Fonte:Veja, n. 2278, jul. 2012 (adaptado)

A capacidade da piscina em destaque, em metro cúbico, é igual a:

(A) 3750.

(B) 1500.

(C) 1250.

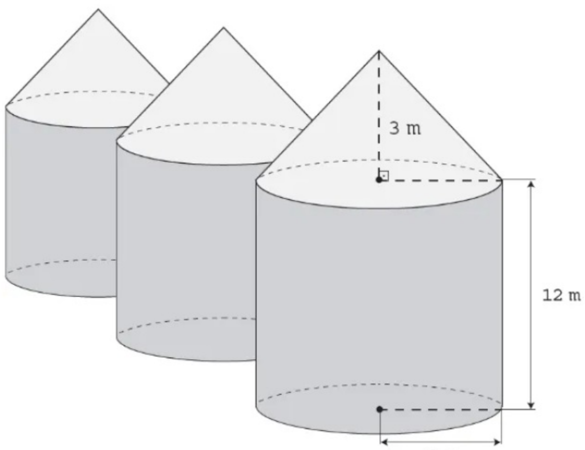
(D) 375.

(E) 150.

Problema 7

(ENEM 2016) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone. As dimensões encontram-se indicadas na figura abaixo. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.

Figura 54 – Representação dos silos



Fonte:ENEM 2016

Utilize 3 como aproximação para π.

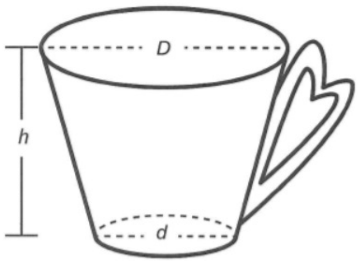
O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é:

(A) 6.
(B) 16.
(C) 17.
(D) 18.
(E) 21.

Problema 8

(ENEM 2021) Uma pessoa comprou uma caneca para tomar sopa, conforme a ilustração.

Figura 55 – Caneca



Fonte:Enem 2021

Sabe-se que $1cm^3$ = 1 mL e que o topo da caneca é uma circunferência de diâmetro (D) medindo 10 cm, e a base é um círculo de diâmetro (d) medindo 8 cm. Além disso, sabe-se que a altura (h) dessa caneca mede 12 cm (distância entre o centro das circunferências do topo e da base).

Utilize 3 como aproximação para π.

Qual é a capacidade volumétrica, em mililitro, dessa caneca?

(A) 216.
(B) 408.
(C) 732.
(D) 2 196.
(E) 2 928.

Problema 9

Para decorar sua casa, uma pessoa comprou um vaso de vidro em forma de um paralelepípedo retangular, cujas medidas internas são: 40 cm de comprimento, 35 cm de largura e 60 cm de altura. Em seguida, foi até a uma floricultura e escolheu uma planta aquática para colocar nesse vaso. Segundo uma proposta do gerente do local, essa pessoa avaliou a possibilidade de enfeitar o vaso, colocando uma certa quantidade de pedrinhas artificiais brancas, de volume igual a 100 cm3 cada uma delas, que ficarão totalmente imersas na água que será colocada no vaso. O gerente alertou que seria adequado, em função da planta escolhida, que metade do volume do vaso fosse preenchido com água e que, após as pedrinhas colocadas, a altura da água deveria ficar a 10 cm do topo do vaso, dando um razoável espaço para o crescimento da planta. A pessoa aceitou as sugestões apresentadas, adquirindo, além da planta, uma quantidade mínima de pedrinhas, satisfazendo as indicações do gerente. Nas condições apresentadas, a quantidade de pedrinhas compradas foi:

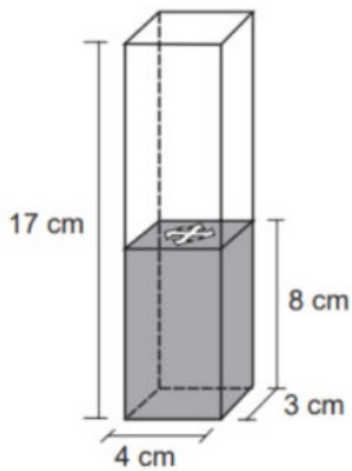
(A) 140.
(B) 280.
(C) 350.
(D) 420.
(E) 700.

Problema 10

Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água.

Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até a essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm^3 cada, que ficarão totalmente submersas.

Figura 56 – Recipiente



Fonte:Enem 2020

O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de:

(A) 14.
(B) 16.
(C) 18.

(D) 30.
(E) 34.

3.4.6 Fichas das atividades

As situações-problema apresentadas anteriormente foram disponibilizadas em folhas A4, contendo o enunciado de cada problema e espaço para cada uma das etapas do PC: abstração, decomposição, algoritmo e ainda espaço para a resposta das duas perguntas relacionadas aos padrões e à avaliação. As questões e essa organização podem ser vistas no Apêndice C deste trabalho.

Capítulo 4

Aplicação da Metodologia e Resultados

Este Capítulo apresenta informações sobre a execução das atividades previamente descritas e planejadas no Capítulo III, divididas em cinco seções, que estão de acordo com cada etapa da proposta didático-pedagógica. Foram analisadas as respostas de 26 alunos que participaram de todas as atividades. Os mesmos foram identificados pelas letras do alfabeto: A,B,C,D...

A Autorização do Diretor do Colégio para a realização da pesquisa, bem como as autorizações dos responsáveis dos alunos que participaram da pesquisa, encontram-se nos Apêndices A e B.

4.1 Apresentação dos Conceitos do Pensamento Computacional

A atividade foi planejada para ser aplicada presencialmente com a utilização do material preparado no PowerPoint, sendo transmitido através do aparelho de DataShow, utilizando-se uma aula de 50 minutos para a explicação e detalhamento da Metodologia do Pensamento Computacional.

4.1.1 Desenvolvimento da Aula 1

Data: 10 de agosto de 2022

Duração: Uma aula de 50 minutos

Modalidade: Presencial

Na primeira aula, inicialmente, foi feita a apresentação da pesquisa a ser realizada com a turma. Após, foi iniciada a explanação acerca da metodologia a ser aplicada : Pensamento Computacional.

Figura 57 – Slide 1

Fonte:Produzida pela Autora

Após a apresentação inicial, foi definido o conceito do PC. Primeiramente foi questionado aos alunos acerca da definição de cada um dos termos separadamente: Pensamento e Computacional.

Acerca das definições, surgiram respostas como:

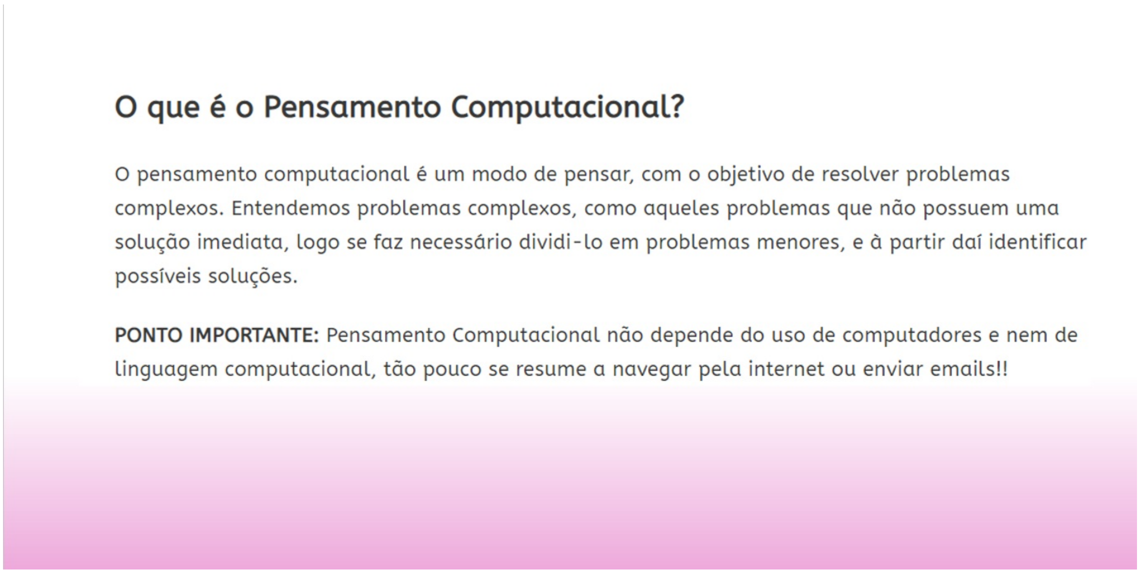
Pensamento: o que está na nossa cabeça.

Computacional: relativo a computadores, tecnologia, algo complexo e difícil.

Após, foi mostrada uma definição mais geral e assim, explicado mais assertivamente o conceito correto.

Também foi explicado que PC não depende de computadores e nem da linguagem computacional.

Figura 58 – Slide 2



Fonte:Produzida pela Autora

Também foram apresentados os 4 pilares do PC : decomposição, abstração, desenho de algoritmos e reconhecimento de padrões, mostrando como a parte computacional auxilia na aplicação da metodologia.

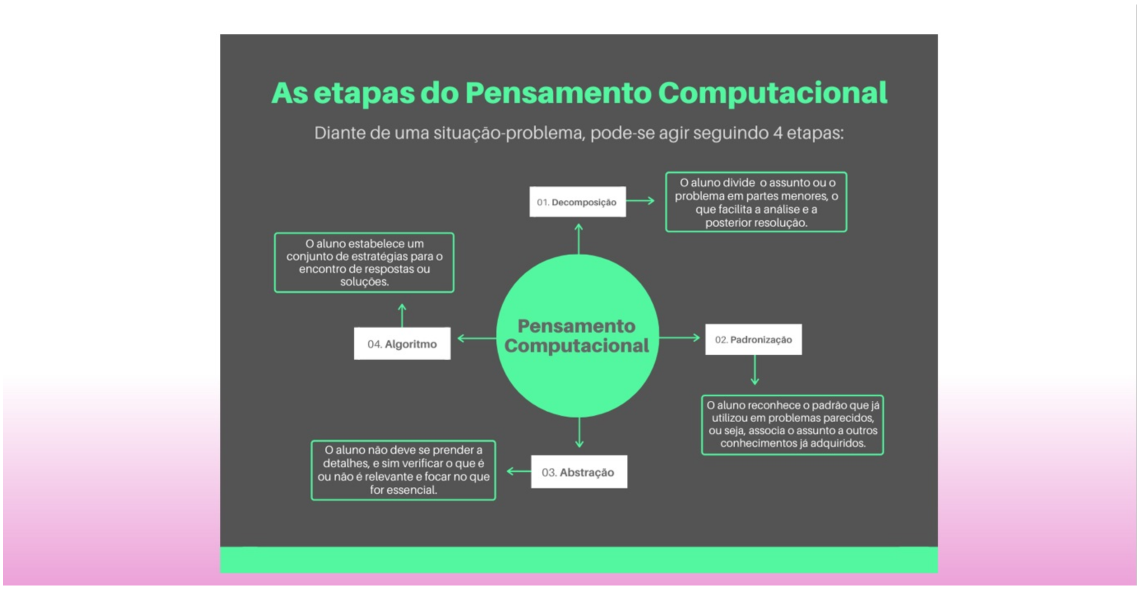
Figura 59 – Slide 3

Fonte:Produzida pela Autora

Após isso, foram apresentadas as etapas do Pensamento Computacional e como seriam aplicadas para auxiliar na resolução de situações-problema.

Nessa etapa, os alunos surgiram com questionamentos como, se de fato essa metologia iria auxiliá-los. Ficaram curiosos para saber como conseguiriam aplicar essas etapas em problemas de matemática, que nem sempre conseguem resolver com facilidade.

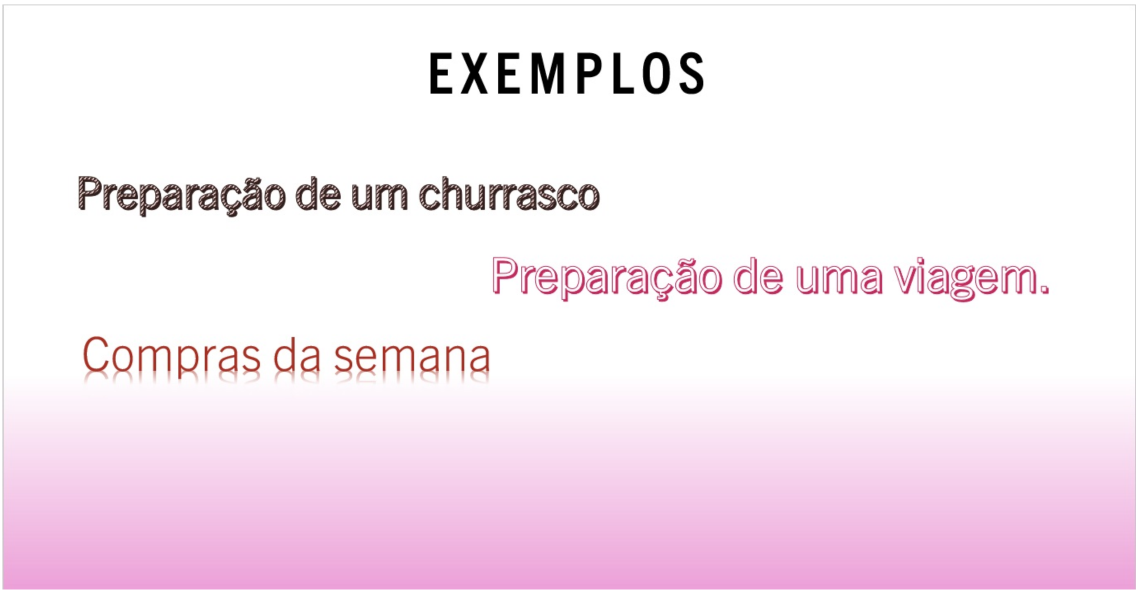
Figura 60 – Slide 4



Fonte:Produzida pela Autora

Para facilitar o entendimento dos alunos e não deixá-los preocupados quanto à aplicação da metodologia, foram separados alguns exemplos diários vividos por eles e os mesmos foram desmembradas nas etapas do PC.

Figura 61 – Slide 5



Fonte:Produzida pela Autora

A partir dos exemplos dados, foram construídas, junto com os alunos, as listagens a seguir, auxiliando no entendimento da metodologia.

Preparação de um churrasco:

1) Saber quantas pessoas irão ao churrasco;

2) Saber quanto de carne deve ser oferecido a cada pessoa;

3) Verificar o total de carnes a ser comprada;

4) Verificar os complementos do cardápio;

5) Distribuir os ingredientes pelos participantes;

6) Decidir o responsável pela churrasqueira;

7) Marcar o dia do churrasco;

8) Decidir o local do churrasco.

Preparação de uma viagem

1) Escolha do roteiro;

2) Verificação do preço do pacote: condução, hotel e alimentação;

3) Verificação do dia e horário da viagem;

4) Verificação da temperatura local e quais vestimentas levar;

5) Pesquisa acerca dos pontos turísticos do local da viagem;

6) Escolha dos pontos turísticos a serem visitados;

7) Valor, em dinheiro, a ser levado para cobrir as despesas da viagem.

Compras da semana

1) Verificar nos armários e despensa os itens que precisam ser repostos;

2) Fazer uma lista nominal dos itens;

3) Fazer uma prévia de quanto custará essa lista;

4) Ir ao supermercado.

A partir dos exemplos dados e das listagens construídas, os alunos perceberam que cada atividade a ser executada pode ser maior ou menor, dependendo do contexto, ficando assim mais seguros para a próxima etapa.

4.2 Confecção dos sólidos geométricos

Nesta etapa, foram confeccionados os sólidos geométricos com diferentes materiais concretos, proporcionando aos alunos melhor visualização acerca das características e propriedades desses sólidos.

4.2.1 Desenvolvimento da Aula 2

Data: 11 de agosto de 2022

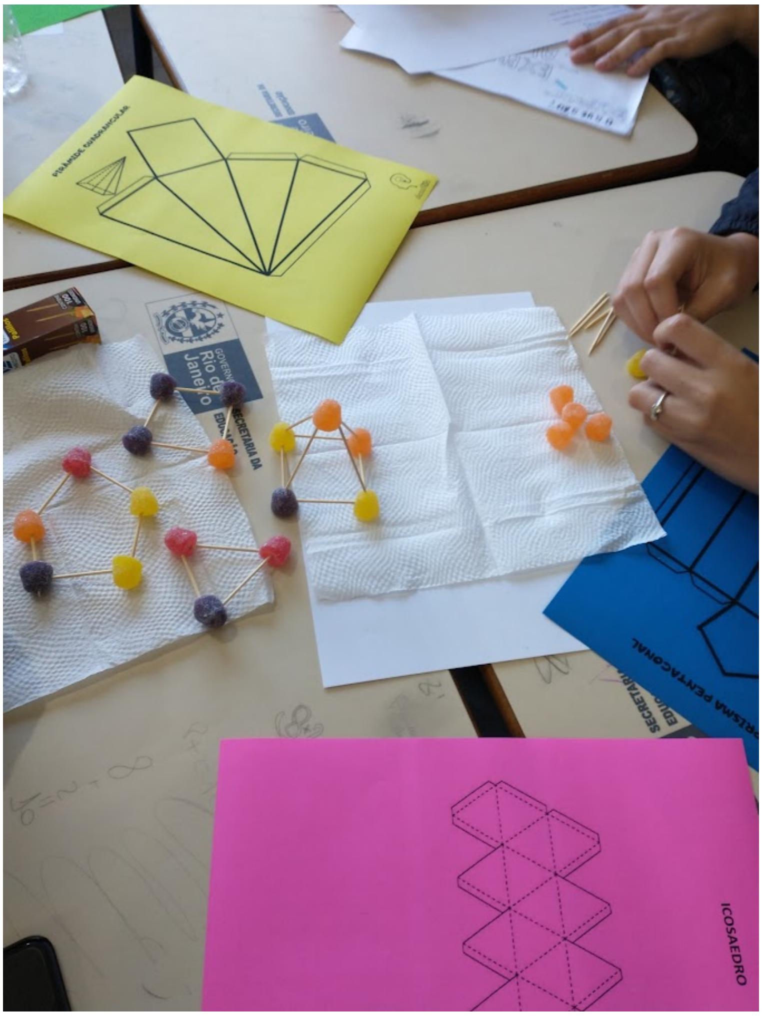
Duração: Duas aulas de 50 minutos cada

Modalidade: Presencial

Na segunda aula, foi realizada uma atividade prática com a construção dos sólidos geométricos. A turma foi dividida em sete grupos com quatro alunos cada.

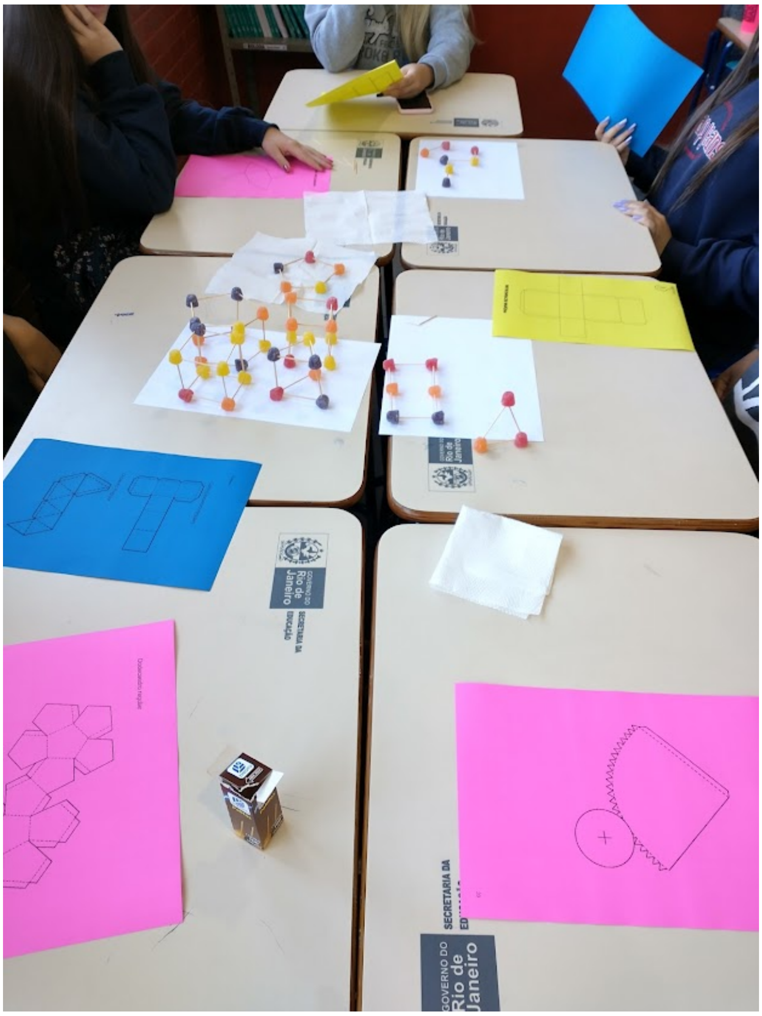
Três grupos ficaram com as construções, através do material papel colorset e as planificações dos sólidos geométricos. Esses grupos não tiveram muita dificuldade na execução, visto que já haviam realizado atividades com planificações, em aulas de anos escolares anteriores.

Figura 62 – Construção com planificações



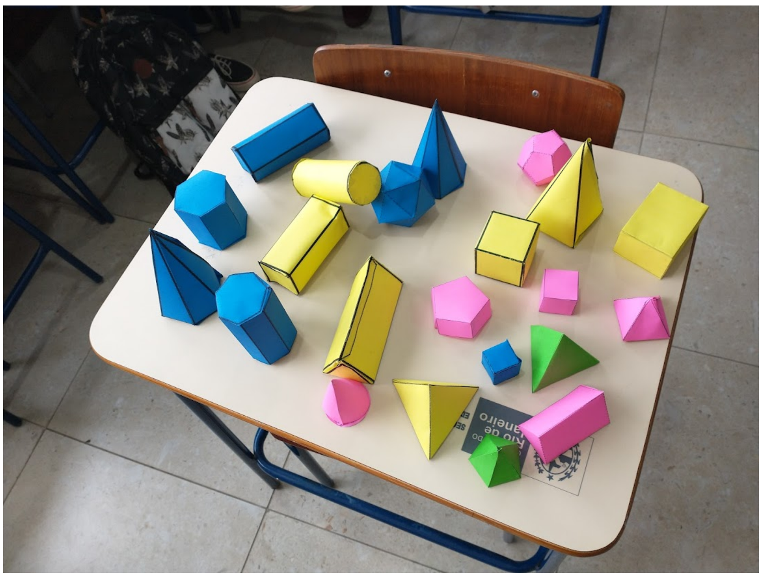
Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 63 – Construção com planificações



Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 64 – Construção com planificações

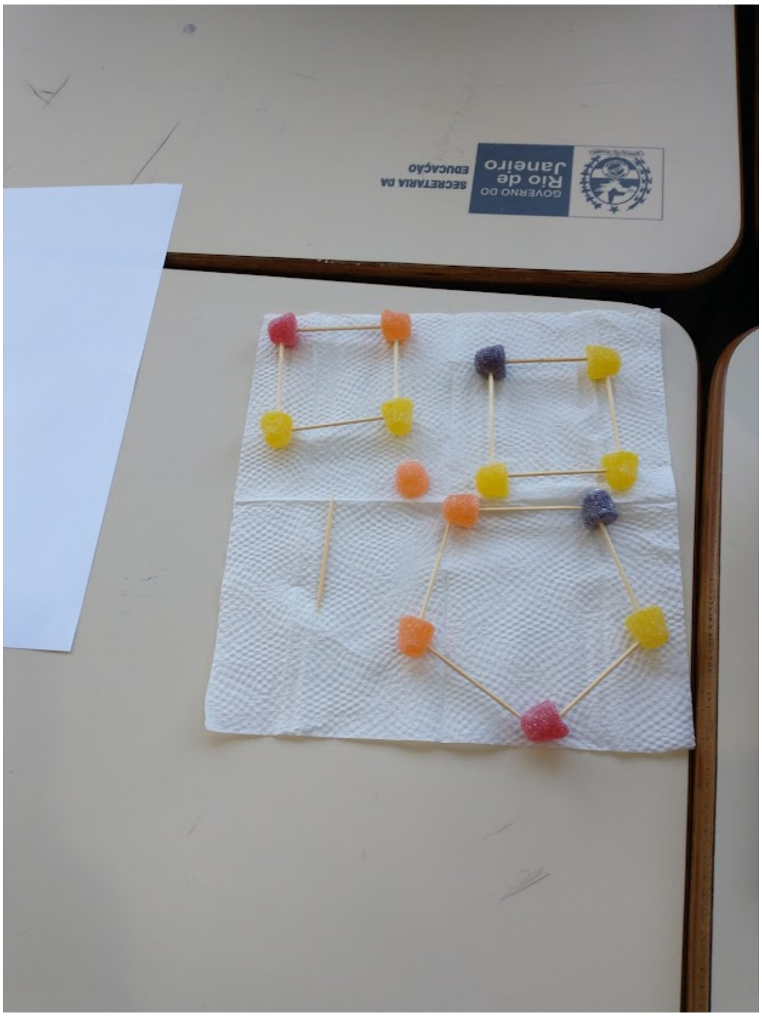


Fonte: Acervo da Pesquisa

Quatro grupos ficaram com as construções com palitos e jujubas. Essas equipes tiveram um pouco mais de trabalho, pois precisaram montar primeiramente as figuras geométricas planas que compõem cada sólido e somente depois juntar as figuras planas para formarem os sólidos geométricos. Logo perceberam que não conseguiriam construir, com esses materiais, os corpos redondos.

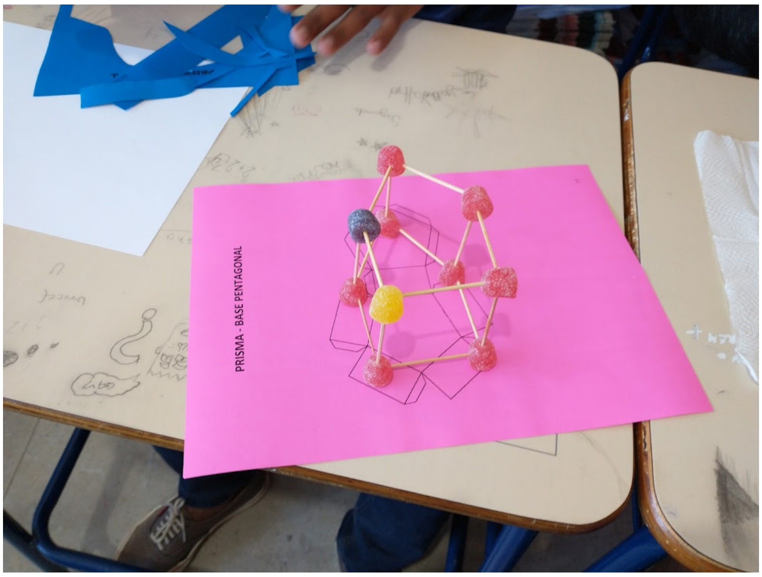
As equipes se ajudaram e as que estavam com as planificações decidiram sentar próximos aos grupos com outros materiais, pois perceberam que as planificações ajudariam na visualização para a construção em etapas dos outros grupos.

Figura 65 – Construção com palitos e jujubas



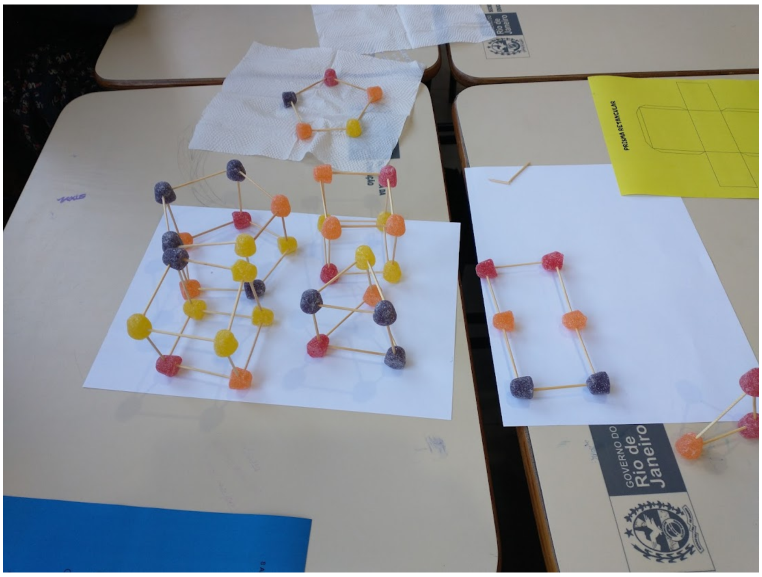
Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 66 – Construção com palitos e jujubas



Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 67 – Construção com palitos e jujubas



Fonte: Acervo da Pesquisa

A partir das construções prontas, foram observadas várias características dos sólidos construídos, como números de faces, arestas, vértices, além de realizar a separação entre prismas, pirâmides e corpos redondos.

A divisão em grupos dos sólidos foi realizadas observando algumas características comuns:

Prismas : laterais quadrangulares;

Pirâmides: laterais triangulares;

Corpos redondos: Possuem partes arredondadas, rolam quando postos na mesa.

Essas classificações foram realizadas sem grandes problemas pelos alunos, pois já haviam estudado essa parte do conteúdo, em anos escolares anteriores.

4.3 Construção dos conceitos matemáticos

Após o entendimento e conhecimento da metodologia a ser aplicada e da construção dos materiais que serão utilizados para aplicação dos conceitos, fez-se uma abordagem acerca das fórmulas a serem utilizadas para o cálculo de área e volume dos sólidos geométricos.

4.3.1 Desenvolvimento da Aula 3

Data: 17 de agosto de 2022

Duração: Duas aulas de 50 minutos cada

Modalidade: Presencial

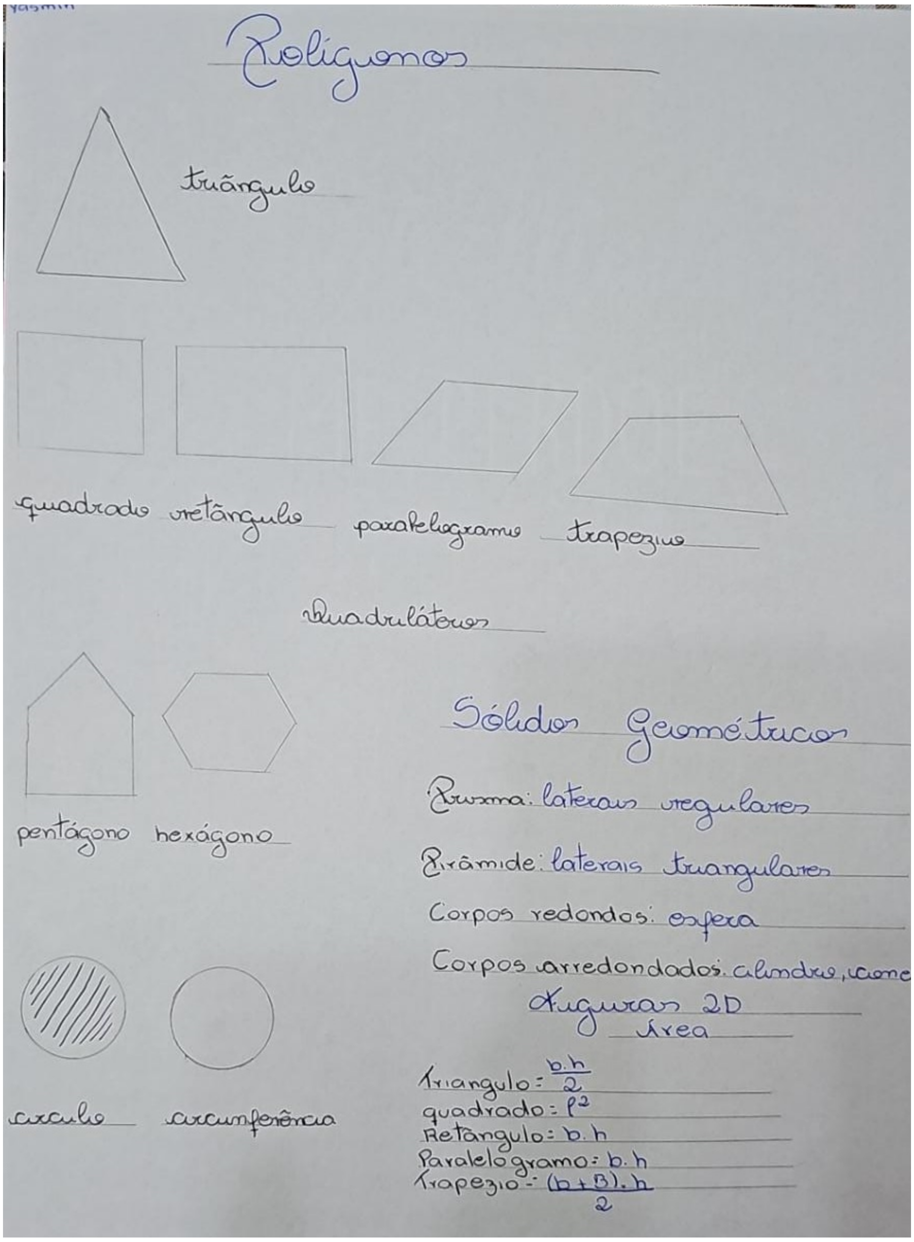
Nesta aula, foram utilizados os seguintes recursos pedagógicos: quadro branco, canetas coloridas, folhas brancas A4, lápis de cor, canetas coloridas, hidrocor, régua, entre outros. Tais materiais foram utilizados pelos alunos e pela professora para a construção de mapas mentais com as fórmulas , definições e explicações, de forma reduzida, dos conceitos de área e volume dos sólidos geométricos.

Primeiramente foram relembradas as figuras geométricas planas, suas características principais e suas classificações.

Cada aluno foi construindo seu portfólio de fórmulas, sendo permitido que a arrumação acontecesse individualmente, segundo a escolha individual.

Segue um modelo de construção do aluno A.

Figura 68 – Etapa 1 do mapa mental

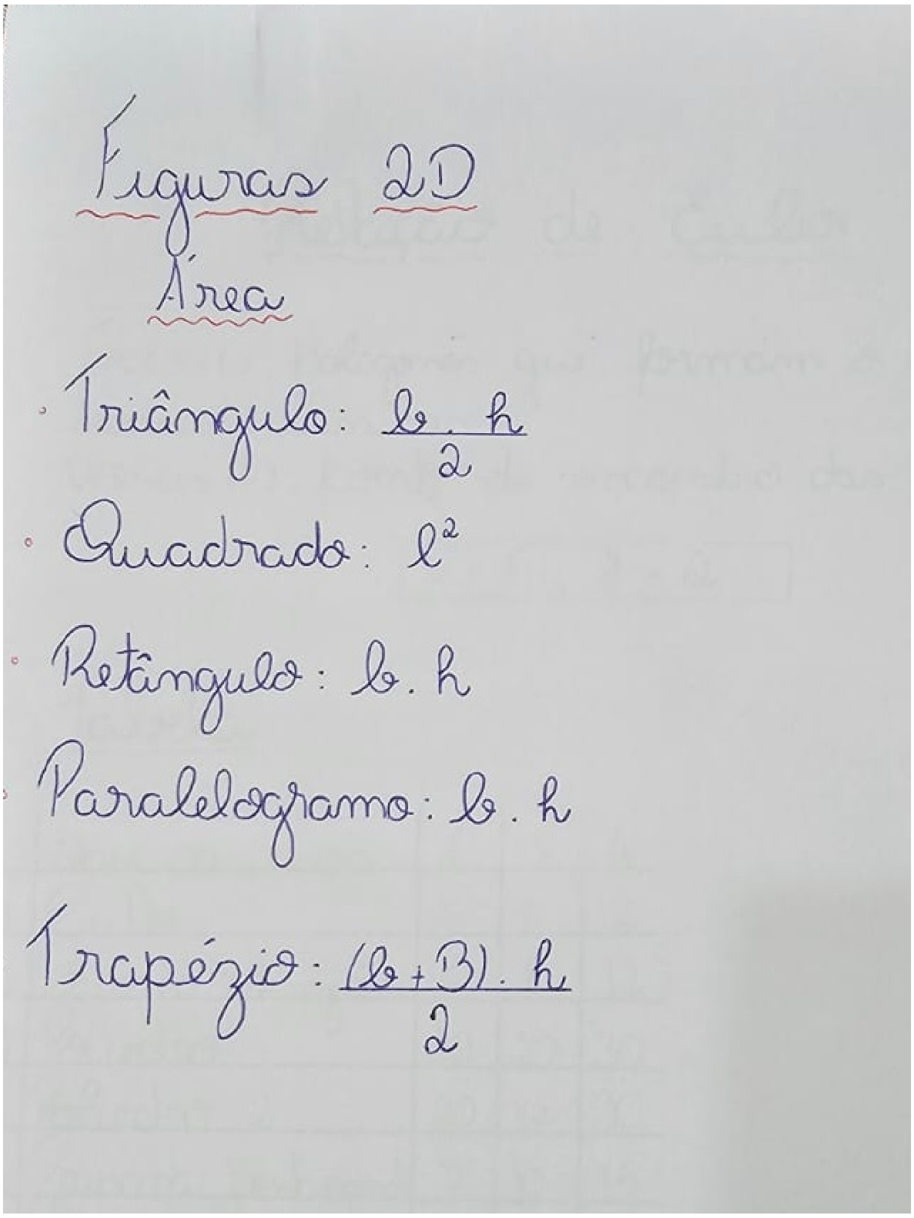


Fonte: Acervo da Pesquisa

No segundo momento, foram relembradas as fórmulas das áreas das figuras planas e algumas já eram mais conhecidas pelos alunos, como: quadrado, retângulo e triângulo e outras, como as do trapézio, paralelogramo e losango alegaram não ter lembrança ou até mesmo conhecimento.

Segue um modelo de construção do aluno B.

Figura 69 – Etapa 2 do mapa mental



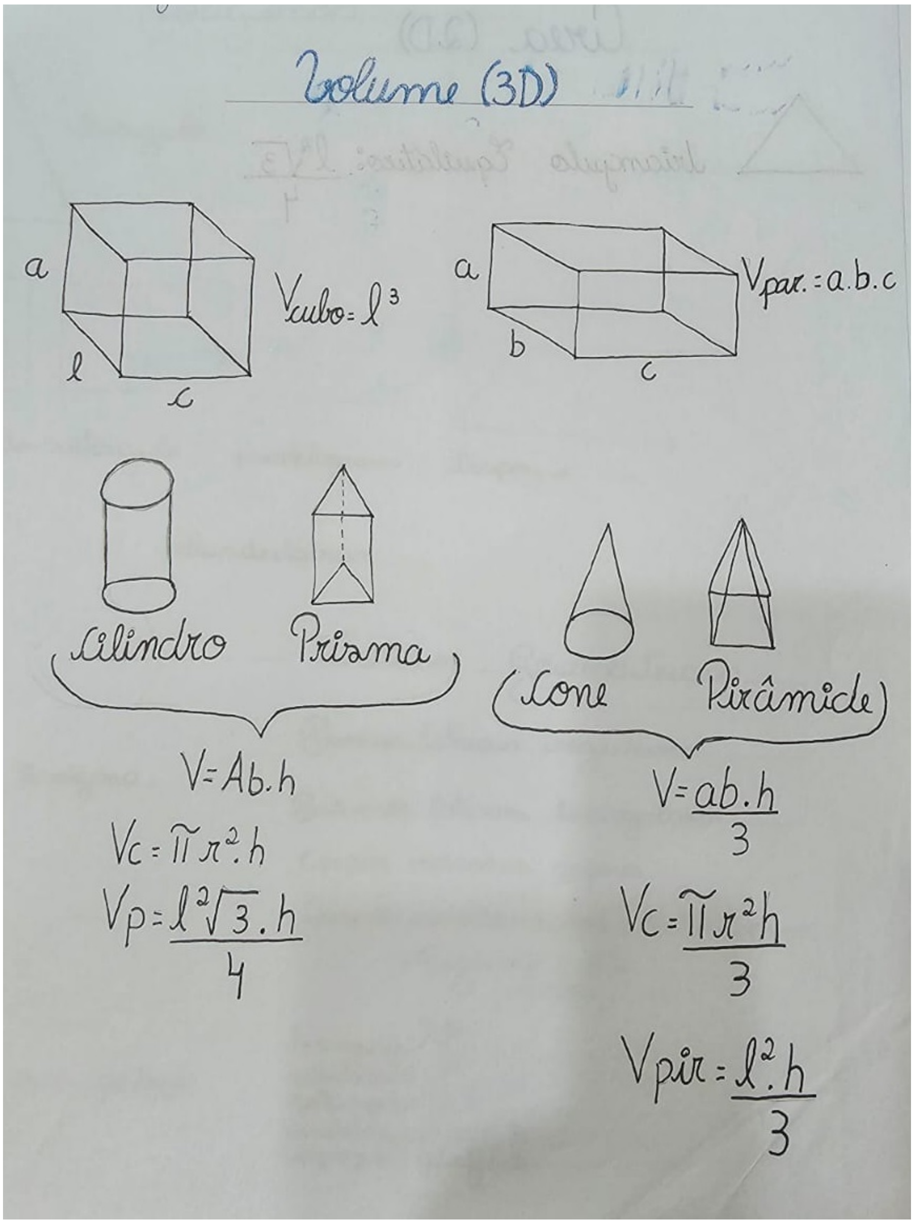
Fonte: Acervo da Pesquisa

No terceiro momento, foram construídas as fórmulas de volume, as quais muitos não lembravam e foram aprendendo e reaprendendo a cada desenho e a cada organização.

Para essa etapa, também foram utilizados os sólidos construídos que serviram de modelo para verificação e confirmação da aplicação das fórmulas apresentadas.

Segue um modelo dessa etapa do aluno C.

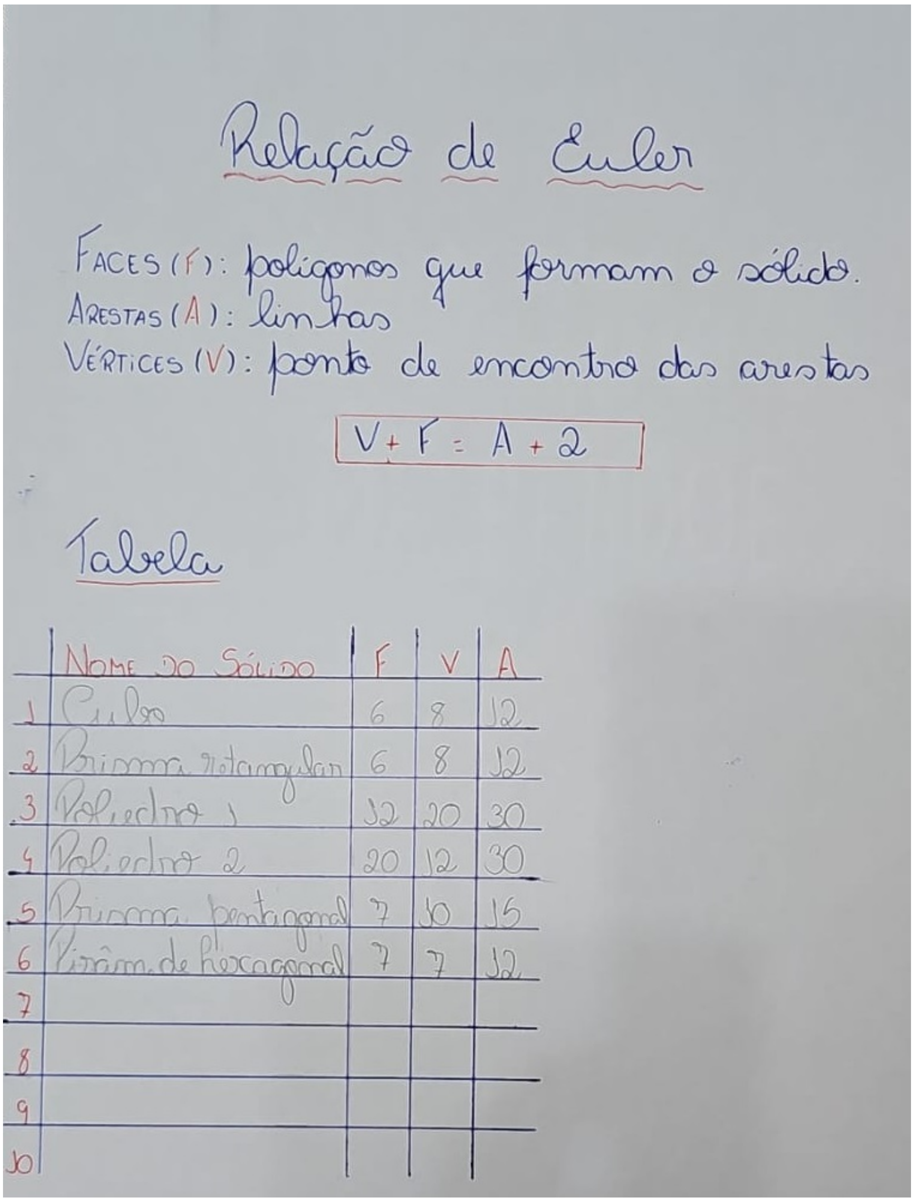
Figura 70 – Etapa 3 do mapa mental



Fonte: Acervo da Pesquisa

Na última etapa, foi repassada a fórmula da Relação de Euler e também construíram uma tabela com os dados coletados naos sólidos construídos, conforme um dos modelos a seguir do aluno D.

Figura 71 – Etapa 4 do mapa mental



Fonte: Acervo da Pesquisa

Assim, todo o material a ser utilizado e pesquisado para a resolução das situações-problema, envolvendo a metodologia do PC, ficaram devidamente prontos para a sua utilização na próxima aula.

4.4 Aplicação do PC nas situações-problema

Nesta aula, partiu-se para a aplicação da metodologia do PC que será utilizada nas situações que envolvem os sólidos estudados e preparada nas aulas anteriores.

4.4.1 Desenvolvimento da Aula 4

Data: 18 de agosto de 2022

Duração: Duas aulas de 50 minutos cada

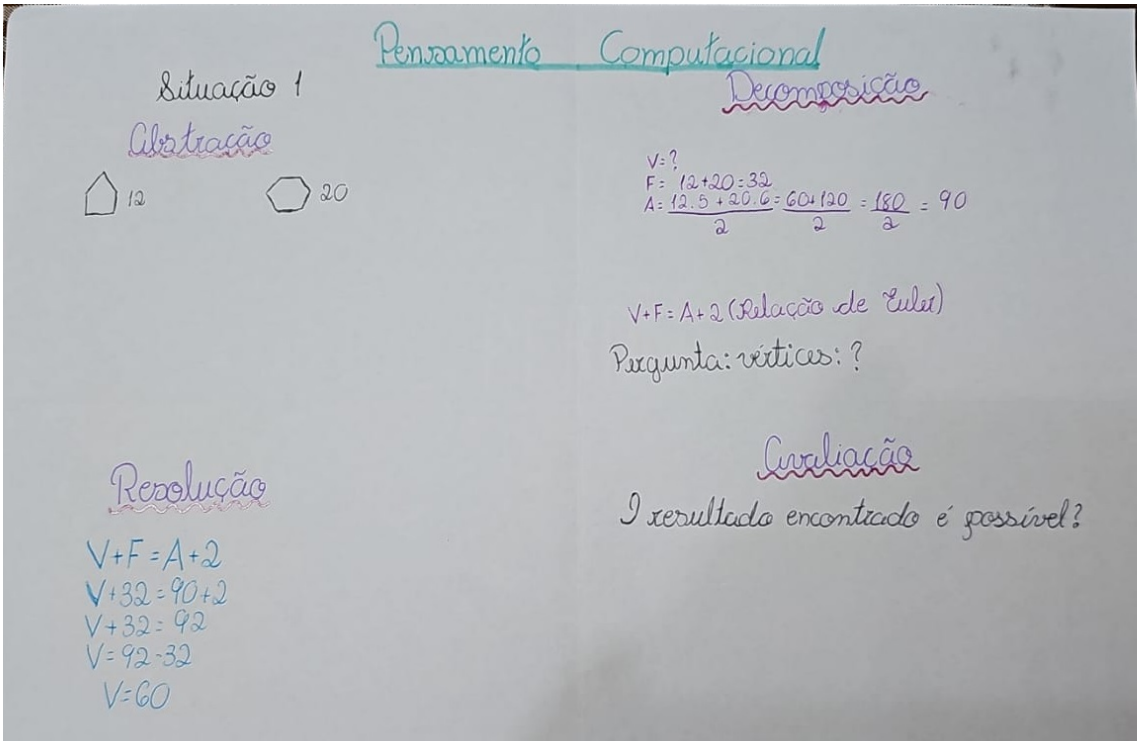
Modalidade: Presencial

Neste encontro, foram apresentados seis situações-problema, descrevendo seu passo a passo, segundo a metodologia do PC.

Foi utilizado o quadro branco e canetas coloridas, além da listagem já preparada e os alunos utilizaram folhas brancas A4, divididas em 4 partes. Essa divisão das folhas foi realizada pelos alunos e orientada pela professora, sendo feita através de dobraduras da folha, como forma de demarcar o espaço de cada uma das etapas a serem realizadas para a resolução das situações-problema.

Segue um exemplo da aplicação do PC na resolução de situações-problema que envolvem Relação de Euler.

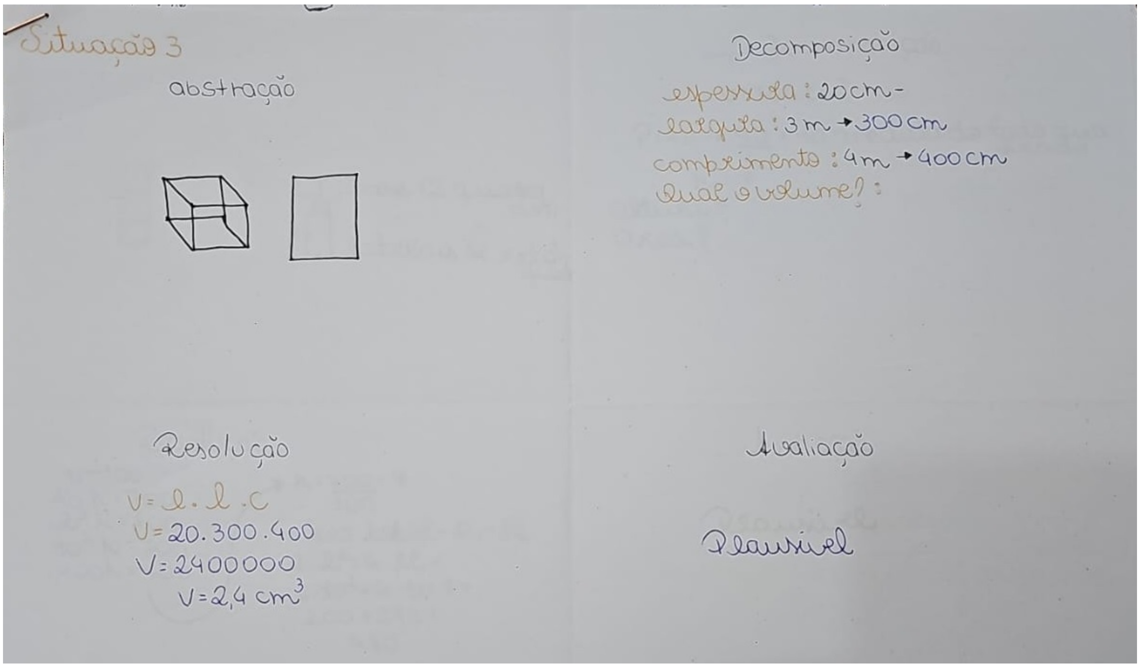
Figura 72 – Resolução exercício 1



Fonte: Acervo da Pesquisa

Agora um exemplo da aplicação do PC no cálculo de área e volume.

Figura 73 – Resolução do exercício 4



Fonte: Acervo da Pesquisa

A partir da aplicação da metodologia na resolução das situações-problema, os alunos relataram encontrar maior facilidade para a resolução dos exercícios quando realizaram os processos de abstração e decomposição, facilitando o entendimento e a aplicação das fórmulas.

Ao término da aula, os alunos reuniram todo o material construído e levaram para estudarem e revisarem as resoluções, segundo a metodologia do PC, pois na próxima aula será aplicada uma listagem de exercícios a ser realizada individualmente.

4.5 Questionário final

Neste último encontro, foi aplicada a listagem com dez exercícios que se encontra no apêndice C.

4.5.1 Desenvolvimento da Aula 5

Data: 24 de agosto de 2022

Duração: Duas aulas de 50 minutos cada

Modalidade: Presencial

A sala de aula foi arrumada em fileiras e foram entregues aos alunos uma folha, contendo as situações-problema a serem resolvidas por eles e mais dez folhas brancas A4, as quais servirão para a resolução das situações propostas.

Os alunos passaram então a resolver as situações, podendo consultar os materiais construídos nas aulas anteriores como forma de suporte.

4.6 Análise dos resultados

Após a entrega das situações-problema respondidas e resolvidas pelos alunos, foi possível analisá-las e delas extrair importantes informações, acerca da aplicação da metodologia do PC.

Na entrega das folhas, foi possível observar que dos 26 (vinte e seis) alunos, 9 (nove) deles deixaram alguma questão em branco e 1 (um) aluno não conseguiu realizar a atividade, resolvendo apenas uma das questões propostas. Mesmo diante desse cenário, é possível observar que a maioria dos alunos conseguiu realizar mais da metade das situações propostas.

Verifica-se também que as análises e resoluções das etapas propostas pelo PC foram realizadas de forma variada pelos alunos, o que mostra diferentes níveis de assimilação e compreensão por parte deles.

Vamos descrever as principais análises, acerca de cada uma das etapas, utilizando tabelas as quais linhas representam os alunos nomeados por letras do alfabeto, as colunas as questões numeradas de 1 (um) a 10 (dez), e a marcação com um X mostra que o aluno desenvolveu corretamente a etapa.

Etapa da Abstração

Nesta etapa, ficou visível a dificuldade dos alunos em algumas questões no momento de abstrair o conceito abordado, relacionando-o à figura geométrica plana correspondente.

Apenas um aluno conseguiu três acertos e quatro alunos conseguiram acerto em todas as questões. A média de acertos foi em torno de sete questões, o que compreende mais da metade de acertos, resultando em um bom índice, que está acima dos cinquenta por cento de respostas corretas, e mostrando que ainda há a necessidade de trabalhar essa etapa com os alunos em aulas posteriores.

Tabela 2 – Análise - Etapa da Abstração

ALUNOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A						X			X	X
B	X	X	X	X	X	X		X	X	X
C		X			X	X		X	X	X
D	X	X	X		X	X		X	X	X
E	X	X	X	X	X	X		X	X	X
F		X	X	X		X		X	X	X
G	X			X		X		X	X	X
H	X		X		X	X		X		
I	X	X	X	X	X	X		X	X	X
J		X			X	X	X	X	X	X
K		X			X		X	X	X	X
L	X	X		X		X		X	X	X
M		X	X		X	X		X	X	X
N	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
O	X		X		X		X	X		X
P	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Q	X	X	X	X	X	X			X	X
R	X							X	X	X
S	X	X			X	X		X	X	X
T		X	X	X	X	X	X	X	X	X
U		X	X		X	X		X	X	X
V			X		X	X		X	X	X
X		X		X	X	X		X	X	X
Y	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Z	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Etapa da Decomposição

Essa etapa causou uma grande surpresa visto que 100 % dos alunos conseguiram atingir o objetivo proposto, retirando adequadamente os dados da situação-problema, conforme demonstrado a seguir na tabela.

Tabela 3 – Análise - Etapa da Decomposição

ALUNOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
B	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
C	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
D	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
E	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
F	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
G	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
H	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
I	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
J	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
K	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
L	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
M	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
N	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
O	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
P	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Q	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
R	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
S	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
T	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
U	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
V	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Y	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Z	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Etapa da Resolução

Ao aplicar os valores obtidos nas fórmulas fornecidas, os alunos apresentaram um ótimo desempenho, visto que se saíram muito bem na etapa de decomposição, ficando algumas aplicações incorretas, devido a não escolha correta da fórmula a ser aplicada ou até mesmo as conclusões incorretas de operações realizadas.

Cinquenta por cento dos alunos conseguiram acertar em torno da metade das questões, chegando ao resultado final.

- Os alunos A, D, F, J, L, M, N, O, P, Q, S, U, Z conseguiram acertar metade das questões, relatando maior dificuldade nas questões com o cálculo de volume, o qual apresenta mais etapas de resolução.
- Os alunos B, C, E, K, R, T, V, X conseguiram acertar mais da metade das questões e apresentaram dificuldades em questões variadas, sem um padrão comum.

- Os alunos G, H, I, Y acertaram mais de 8 questões, conseguindo quase que a totalidade de acertos, também apresentando dúvidas variadas e até mesmo pequenos erros nas operações e não somente na aplicação correta dos conceitos.

Etapa da Avaliação

Nesta etapa, os alunos foram bastante conscientes. Nas questões as quais apresentaram dúvidas e/ou insegurança quanto aos resultados encontrados, responderam não ter encontrado um resultado plausível ou não ter certeza de que estava correto. Dessa forma fica claro que compreenderam essa etapa do PC que corresponde à análise e conferência de todo o trabalho realizado em cada uma das etapas da resolução das situações-problema.

Verificação de Padrões

Ao refletir sobre esta etapa, alguns alunos apresentaram dificuldades, ao verificar se existia ou não padrão, confundindo repetição de padrões com igualdade de resoluções (Alunos A, B, C, D, J, L, M, N, O, Z, T, V, X). Uma outra parte dos alunos verificou padrões como sendo o cálculo de área e volumes (Alunos E, F, R, S, I, K, P,Q) e a outra parte compreendeu que a padronização está na aplicação sequencial didática das questões.

4.6.1 Conclusões

Após a aplicação da metodologia do PC e a utilização dos materiais sugeridos, é possível chegar a algumas conclusões acerca da aplicação do trabalho.

A etapa de abstração foi muito bem compreendida e aplicada pela maioria dos alunos, mas ficou demonstrado na tabela que alguns ainda não conseguem associar e desmembrar as figuras descritas no enunciado do problema na sua forma mais simples, para então aplicar os cálculos devidos.

Na etapa de decomposição, houve a surpresa ao demonstrarem que a leitura do enunciado e a retirada dos dados foram todos executados de forma correta em todas as situações oferecidas.

Já a resolução foi interferida não somente pela aplicação da metodologia, mas também pelos conhecimentos matemáticos a priori de alguns alunos, que ainda apresentaram dificuldades nos cálculos simples, na devida aplicação das fórmulas adequadas e no entendimento da questão em si.

Na avaliação, demonstraram bastante consciência das partes em que apresentaram dúvidas o que poderia, de fato, interferir no resultado final. E ao verificarem padrões, demonstraram não ter insegurança nessa definição e conclusão, achando, em sua maioria, que padrões estão relacionados a questões idênticas.

Toda essa análise fica demonstrada percentualmente nos quadros a seguir.

O primeiro quadro mostra o quantitativo de acertos.

Quadro 1 – Análise das etapas

Abstração	Decomposição	Resolução
15%total de acertos	100%total de acertos	15%acertou mais de 8 questões

O segundo quadro mostra o percentual de aplicações incorretas.

Quadro 2 – Análise das etapas

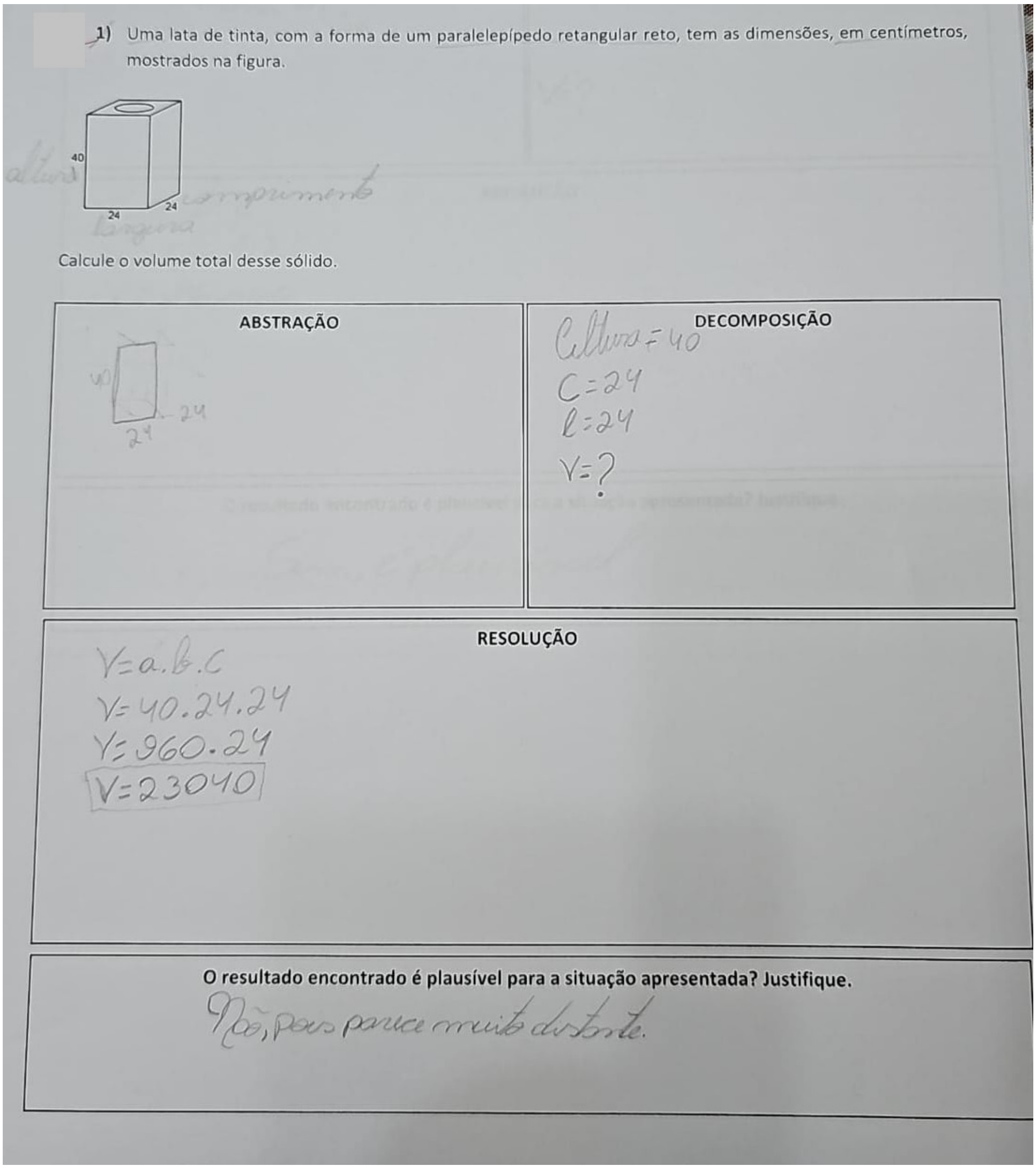
Abstração	Decomposição	Resolução
30%incorretas	0%incorreta	50%errou mais de 5 questões

Analisando a implementação da metodologia do PC como forma de facilitar e dinamizar a aprendizagem dos alunos, fica destacado que o objetivo proposto foi atingido e as resoluções, de acordo com os alunos, auxiliou no entendimento e na resolução de cada uma das etapas que envolvem a situação-problema, mesmo não conseguindo a totalidade dos acertos.

A fala dos alunos girou em torno da validação do aprendizado, visto que relataram ter conseguido entender melhor na hora da resolução das questões e conseguir visualizar as partes que compõem o problema e só então depois partir para a aplicação das fórmulas e resolução das operações matemáticas.

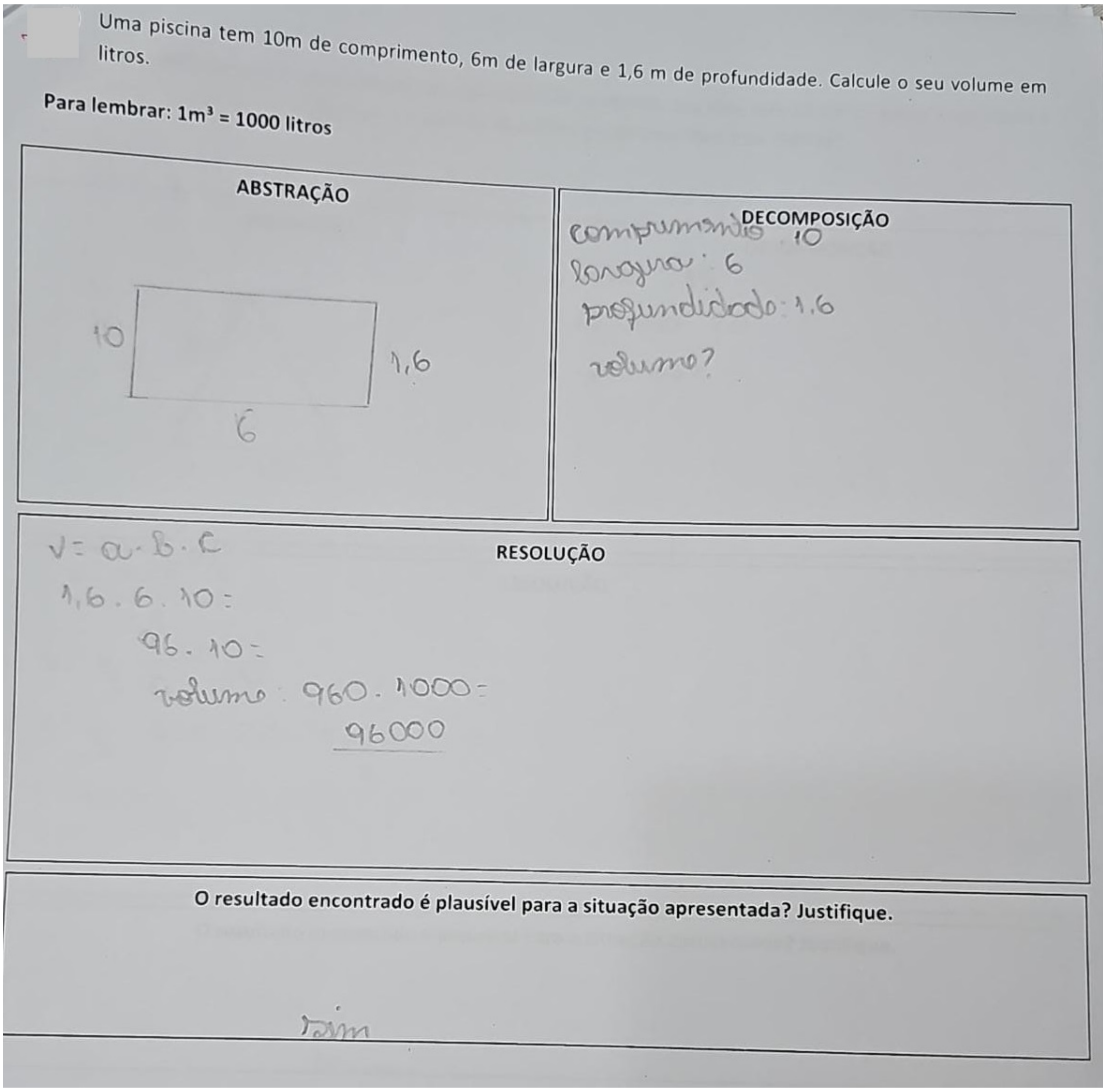
Seguem alguns exemplos de resoluções realizadas pelos alunos participantes nas questões 1, 3 e 5 respectivamente.

Figura 74 – Exemplo da resolução da questão 1



Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 75 – Exemplo da resolução da questão 3



Uma piscina tem 10m de comprimento, 6m de largura e 1,6 m de profundidade. Calcule o seu volume em litros.

Para lembrar: 1m³ = 1000 litros

ABSTRAÇÃO

10

1,6

6

DECOMPOSIÇÃO

comprimento: 10
largura: 6
profundidade: 1.6
volume?

RESOLUÇÃO

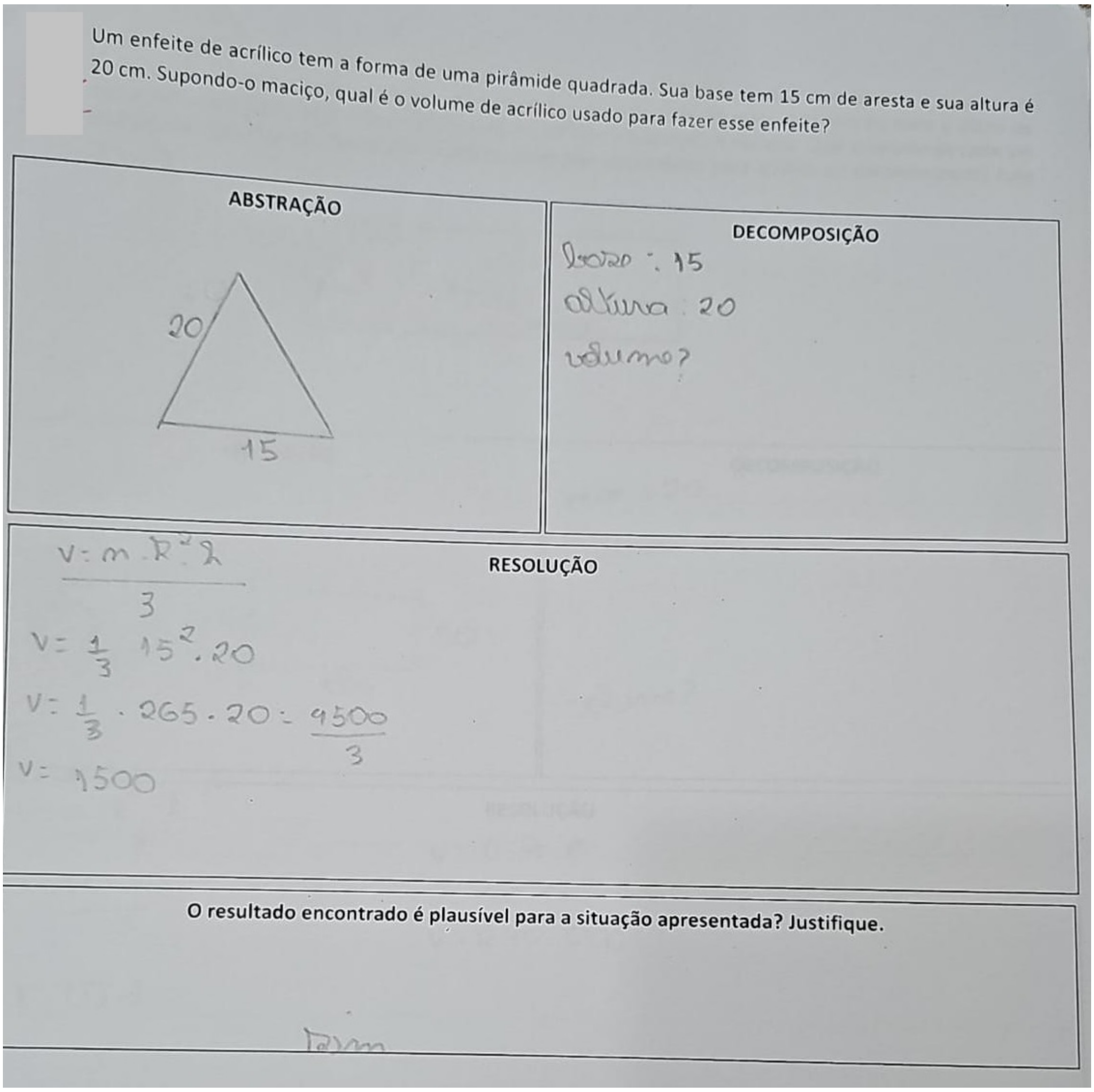
V = a . b . c
1,6 . 6 . 10 =
96 . 10 =
volume: 960 . 1000 =
96000

O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.

sim

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 76 – Exemplo da resolução da questão 5



Um enfeite de acrílico tem a forma de uma pirâmide quadrada. Sua base tem 15 cm de aresta e sua altura é 20 cm. Supondo-o maciço, qual é o volume de acrílico usado para fazer esse enfeite?

ABSTRAÇÃO

20

15

DECOMPOSIÇÃO

lado: 15

altura: 20

volume?

RESOLUÇÃO

$V = \frac{\pi . R^2 . h}{3}$

$V = \frac{1}{3}\ 15^2 . 20$

$V = \frac{1}{3} . 265 . 20 = \frac{9500}{3}$

$V = 1500$

O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.

Fonte: Acervo da Pesquisa

Capítulo 5

Considerações Finais

Este trabalho estruturou-se em duas etapas: a pesquisa bibliográfica e a aplicação de metodologia pedagógica. A primeira abrangeu acerca da importância do estudo da Geometria Espacial no Ensino Médio para posteriores aplicações, até mesmo em exames externos e também a metodologia do Pensamento Computacional que vem sendo estudada e aplicada por alguns educadores ao longo dos tempos e sua eficácia na apresentação e fixação dos conteúdos escolares. A segunda etapa passou por três fases de aplicação: planejamento, implementação e avaliação.

Partindo da importância da Geometria Espacial no contexto de aprendizagem escolar e sua aplicabilidade prática no dia a dia, a metodologia do Pensamento Computacional vem trazendo um novo modo de estimular e aproximar o aluno do conteúdo, tornando a aprendizagem mais prática, proporcionando a experimentação, criação, depuração e colaboração na resolução de situações-problema que envolvem o cálculo de áreas e volumes que são parte do contexto da Geometria Espacial, além da aplicação dos pilares que formatam o PC: análise, decomposição, abstração, padrões e avaliação.

A pesquisa bibliográfica acerca da metodologia do Pensamento Computacional propiciou uma visão mais ampliada da mesma, fornecendo subsídios para sua posterior aplicação, embasando todo o trabalho a partir dos pensadores que já utilizam essa metodologia, auxiliando no estudo e preparo dos materiais a serem aplicados. A partir da análise dos trabalhos já realizados, verificou-se que essa metodologia pode ser aplicada em qualquer nível de ensino.

O objetivo geral foi alcançado, uma vez que a proposta do Pensamento Computacional foi aplicada ao conteúdo envolvendo situações-problema cotidianas. Neste sentido, a pergunta inicial fica devidamente respondida ao mostrar, nas etapas de implementação, a participação dos alunos e aplicação individual e em grupos dos conceitos através da metodologia sugerida.

O terceiro objetivo específico foi contemplado ao buscar em materiais diversos: livro didático dos alunos e questões ENEM , situações-problema que envolvam o conteúdo a ser trabalhado dentro de um contexto diário de aplicação.

A partir da escolha do tema e das situações-problema a serem aplicadas, foram contemplados os quarto e quinto objetivos específicos ao elaborar toda a sequência didática: apresentação da Metodologia e do conteúdo e, posteriormente a aplicação do Pensamento Computacional aliado aos exercícios propostos. Nesse momento os alunos se mostraram bastante participativos e envolvidos com toda a proposta realizada, proporcionando contribuições como: interação entre os alunos e entre os diferentes grupos de trabalho; manuseio de objetos concretos que estavam sendo solicitados nos exercícios; análise das suas resoluções, erros e acertos e, por fim, a autoavaliação. Após análise , foi possível perceber que os alunos mostraram maior dificuldade na aplicação dos cálculos algébricos.

Com essa pesquisa, busca-se trazer uma colaboração para que os educadores possam utilizar a metodologia do Pensamento Computacional atrelada aos conceitos matemáticos, tornando os alunos cidadão críticos e atuantes no seu aprendizado. Sugere-se, para trabalhos futuros, a aplicação do Pensamento Computacional para outros conteúdos matemáticos.

Referências

ANDRÉ, M. E. D. A. A pesquisa no cotidiano escolar. In: ____. [S.l.]: Cortez, 2000. Citado na página 52.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. *NBR 6023*: Informação e documentação — referências — elaboração. Rio de Janeiro, 2000. 22 p. Citado na página 24.

ASTRACHAN, O. et al. The present and future of computational thinking. *SIGCSE Bull.*, ACM, New York, NY, USA, v. 41, n. 1, p. 549–550, mar. 2009. ISSN 0097-8418. Disponível em: http://doi-acm-org.ez81.periodicos.capes.gov.br/10.1145/1539024.1509053. Citado na página 27.

BAO, Y.; HOSSEINI, H. Computational thinking, perception, and confidence in distance learning. In: *Proceedings of the 52nd ACM Technical Symposium on Computer Science Education*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2021. (SIGCSE '21), p. 1253. ISBN 9781450380621. Disponível em: https://doi-org.ez81.periodicos.capes.gov.br/10.1145/3408877.3439621. Citado na página 50.

BASSANEZI, R. C. *Modelagem Matemática*: Teoria e prática. 1. ed. São Paulo, SP: Editora Contexto, 2015. ISBN 978-85-7244-893-2. Citado na página 25.

BECKER, B. The roles and challenges of computing terminology in non-computing disciplines. In: *United Kingdom and Ireland Computing Education Research Conference.* New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2021. (UKICER '21). ISBN 9781450385688. Disponível em: https://doi-org.ez81.periodicos.capes.gov.br/10.1145/3481282.3481284. Citado na página 50.

BEECHER, K. *Computational Thinking: A beginner's guide to problem-solving and programming*. 1. ed. Swindon, UK: BCS Learning & Development Limited, 2018. ISBN 1780173644. Disponível em: https://www.ebook.de/de/product/29045531/karl_beecher_computational_thinking.html. Citado na página 50.

BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem matemática no ensino*. [S.l.]: Editora Contexto, 2000. ISBN 9788572441360. Citado na página 25.

BISONGNIN, E.; BISONGNIN, V.; CURY, H. A análise de erros como metodologia de investigação. *Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), Brasil*, 2008. Citado na página 68.

BOUCINHA, R. M. *Aprendizagem do pensamento computacional e desenvolvimento do raciocínio*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Programa de PósGraduação em Informática na Educação, Porto Alegre, RS, 2017. Citado na página 51.

BOULDEN, D. et al. Promoting computational thinking in elementary school: A narrative-centered learning approach. In: *Proceedings of the 26th ACM Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education V. 2*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2021. (ITiCSE '21), p. 655. ISBN 9781450383974. Disponível em: https://doi-org.ez81.periodicos.capes.gov.br/10.1145/3456565.3460068. Citado na página 50.

BOZOLAN, S. M. *O pensamento computacional: ensino e aprendizagem através do software processing*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Programa de Estudos Pós-Graduados em Tecnologia da Inteligência e Design Digital, São Paulo, SP, 2016. Citado na página 51.

BRACKMANN, C. P. *Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Programa de PósGraduação em Informática na Educação, Porto Alegre, RS, 2017. Citado na página 51.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio*. [S.l.]: Ministério da Educação, 2000. Citado na página 23.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. [S.l.]: Ministério da Educação, 2018. Citado na página 34.

BRASIL. *Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996*. Brasília, DF: Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil, 2018. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Citado na página 18.

CARVALHO, D. L. de. *Metodologia do ensino da Matemática*. [S.I.]: Cortez Editora, 2015. Citado na página 23.

CASKURLU, S.; YADAV, A.; SANTO, R. Preparing teachers for computational thinking integration in k-12: A meta-aggregation. In: *Proceedings of the 52nd ACM Technical Symposium on Computer Science Education*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2021. (SIGCSE '21), p. 1317. ISBN 9781450380621. Disponível em: https://doi-org.ez81.periodicos.capes.gov.br/10.1145/3408877.3439639. Citado na página 50.

Castro Vera, A. S. *O Pensamento Computacional como Metodologia de Ensino*. Campos dos Goytacazes, RJ, 2019. Projeto de Pesquisa. Citado 5 vezes nas páginas 28, 29, 30, 31 e 32.

CSIZMADIA, A. et al. Computational thinking - a guide for teachers. 01 2015. Citado 3 vezes nas páginas 27, 29 e 50.

CUNY, J.; SNYDER, L.; WING, J. M. Demystifying computational thinking for non-computer scientists. Work in progress. 2010. Citado na página 27.

DANTE, L. R. *Matemática Contexto e Aplicações*: Contexto e aplicações. [S.l.]: Ática, 2011. v. 2. ISBN 9788508129164. Citado na página 35.

DENNING, P. J.; TEDRE, M. Computational Thinking: A Disciplinary Perspective. *Informatics in Education*, Vilnius University Institute of Data Science and Digital Technologies, v. 20, n. 3, p. 361–390, 2021. ISSN 1648-5831. Citado na página 50.

DOLCE, O. *Fundamentos de Matematica Elementar Geometria Plana*: Geometria plana. [S.l.]: ATUAL (DIDATICO) - GRUPO SARAIVA, 2013. v. 9. ISBN 9788535716863. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 37.

FERRAGINA, P.; LUCCIO, F. *Computational Thinking: First Algorithms, Then Code*. 1. ed. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2018. ISBN 3319979396. Disponível em: https://www.ebook.de/de/product/33598972/paolo_ferragina_fabrizio_luccio_computational_thinking.html. Citado na página 30.

FONSECA, M. e. a. *O ensino de geometria na escola fundamental: Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. [S.l.]: Autêntica, 2001. Citado na página 33.

FRANÇA, R. S. de. *Uma abordagem pedagógica incorporada para o desenvolvimento do pensamento computacional no ensino fundamental*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, Ciência da Computação, Recife, PE, 2020. Citado na página 51.

GUGGEMOS, J. On the predictors of computational thinking and its growth at the high-school level. *Computers & Education*, v. 161, p. 104060, 2021. ISSN 0360-1315. Disponível em: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S036013152030258X. Citado na página 50.

HUANG, W.; CHAN, S. W.; LOOI, C. K. Frame shifting as a challenge to integrating computational thinking in secondary mathematics education. In: *Proceedings of the 52nd ACM Technical Symposium on Computer Science Education*. [S.l.: s.n.], 2021. p. 390–396. Citado na página 50.

JENKINS, J. T.; JERKINS, J. A.; STENGER, C. L. A plan for immediate immersion of computational thinking into the high school math classroom through a partnership with the alabama math, science, and technology initiative. In: 50TH ANNUAL SOUTHEAST REGIONAL CONFERENCE, TUSCALOOSA, ALABAMA. *Proceedings of the 50th Annual Southeast Regional Conference*. New York, NY, USA: ACM, 2012. (ACM-SE '12), p. 148–152. ISBN 978-1-4503-1203-5. Disponível em: http://doi-acm-org.ez81.periodicos.capes.gov.br/10.1145/2184512.2184547. Citado na página 50.

JONG, I. de; JEURING, J. Computational thinking interventions in higher education: A scoping literature review of interventions used to teach computational thinking. In: *Koli Calling '20: Proceedings of the 20th Koli Calling International Conference on Computing Education Research*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2020. (Koli Calling '20). ISBN 9781450389211. Disponível em: https://doi-org.ez81.periodicos.capes.gov.br/10.1145/3428029.3428055. Citado na página 50.

LI, Y. Teaching programming based on computational thinking. In: 2016 IEEE FRONTIERS IN EDUCATION CONFERENCE (FIE). *2016 IEEE Frontiers in Education Conference (FIE)*. Erie, PA, USA: IEEE, 2016. p. 1–7. Citado na página 50.

LIMA, E. L. et al. *A Matemática Do Ensino Médio*. 7. ed. [S.l.]: SBM, 2022. v. 2. ISBN 9788583370918. Citado 3 vezes nas páginas 35, 36 e 43.

LING-LING, U.; LABADIN, J.; MOHAMAD, F. S. Information system framework for training teachers on computational thinking. *SAR Journal*, v. 4, n. 3, p. 119–127, set. 2021. ISSN ISSN 2619-9955. Citado na página 50.

LORENZATO, S. O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

LYE, S. Y.; KOH, J. H. L. Review on teaching and learning of computational thinking through programming: What is next for k-12? *Computers in Human Behavior*, v. 41, p. 51 – 61, 2014. ISSN 0747-5632. Disponível em: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0747563214004634. Citado na página 50.

MCMASTER, K.; RAGUE, B.; ANDERSON, N. Integrating mathematical thinking, abstract thinking, and computational thinking. In: 2010 IEEE FRONTIERS IN EDUCATION CONFERENCE (FIE). *2010 IEEE Frontiers in Education Conference (FIE)*. Washington, DC, USA: IEEE, 2010. p. S3G–1–S3G–6. ISSN 0190-5848. Citado na página 50.

MILLS, K.; ANGEVINE, C.; WEISGRAU, J. Resources for computational thinking: Co-designing with teachers. In: *Proceedings of the 51st ACM Technical Symposium on Computer Science Education*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2020. (SIGCSE '20), p. 1343. ISBN 9781450367936. Disponível em: https://doi-org.ez81.periodicos.capes.gov.br/10.1145/3328778.3372629. Citado na página 50.

Onuchic, Lourdes de la Rosa and Allevato, Norma Suely Gomes and Noguti, Fabiane Cristina Höpner and Justulin, Andresa Maria . *Resolução de Problemas : Teoria e Prática*. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014. ISBN 987-85-8148-732-8. Citado na página 50.

PANAVELLO, R. M. Porque ensinar/aprender geometria? *SBEMPaulista*, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 34.

PAPERT, S. A. Teaching children thinking. *MIT Artificial Intelligence Laboratory Memo No.247*, out. 1971. LOGO Memo No. 2. Citado na página 26.

PAPERT, S. A. *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. 1. ed. New York, NY: Basic Books, 1980. ISBN 0-465-04627-4. Citado na página 26.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. Citado na página 25.

PERETTI, L.; COSTA, G. M. T. D. Sequência didática na matemática. *Revista de Educação do IDEAU*, v. 8, n. 17, p. 1–15, 2013. Citado na página 58.

PERKOVIC, L. *Introdução à Computação usando Python: un foco no desenvolvimento de Aplicações*. Rio de Janeiro: LTC Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, 2016. ISBN 978-85-216-3081-4. Citado na página 26.

PIAGET, J. *Para onde vai a Educação?* [S.l.]: José Olympio, 1984. ISBN 978-8503010870. Citado na página 22.

PINHEIRO, A. J. *Geometria Euclidiana II*. [S.l.]: Edufersa, 2013. Citado na página 65.

PIRES, C. M. C. *Currículos de Matemática : da Organização Linear a Ideia de Rede*. [S.l.]: FTD, 2000. Citado na página 55.

PÓLLYA, G. *A Arte de Resolver Problemas*. [S.l.]: Editora Interciência, 2006. Citado na página 24.

Polya, Georg and Conway, John H. *How to Solve it : A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton, NJ: Princeton Univers. Press, 2014. ISBN 978-0691164076. Citado na página 50.

REPENNING, A.; BASAWAPATNA, A.; ESCHERLE, N. Computational thinking tools. In: 2016 IEEE SYMPOSIUM ON VISUAL LANGUAGES AND HUMAN-CENTRIC COMPUTING (VL/HCC). *2016 IEEE Symposium on Visual Languages and Human-Centric Computing (VL/HCC)*. Cambridge, UK: IEEE, 2016. p. 218–222. ISSN 1943-6106. Citado na página 50.

REY, Y. A. Rodríguez del et al. Developing computational thinking with a module of solved problems. *Computer Applications in Engineering Education*, Wiley Online Library, v. 29, n. 3, p. 506–516, 2021. Citado na página 50.

SALAC, J. et al. Supporting Diverse Learners in K-8 Computational Thinking with TIPP&SEE. In: *Proceedings of the 52nd ACM Technical Symposium on Computer Science Education*. [S.l.: s.n.], 2021. p. 246–252. Citado na página 50.

SE, S. et al. Computational thinking leads to computational learning: Flipped class room experiments in linear algebra. In: *2015 International Conference on Innovations in Information, Embedded and Communication Systems (ICIIECS)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–6. Citado na página 50.

SEEDUC-RJ. *Currículo Mínimo - Matemática*. [S.l.]: Secretaria de Estado de Educação, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 57.

SHERWOOD, H. et al. Diverse approaches to school-wide computational thinking integration at the elementary grades: A cross-case analysis. In: *Proceedings of the 52nd ACM Technical Symposium on Computer Science Education*. [S.l.: s.n.], 2021. p. 253–259. Citado na página 50.

SIMMONDS, J. et al. Changing Teacher Perceptions about Computational Thinking in Grades 1-6, through a National Training Program. In: *Proceedings of the 52nd ACM Technical Symposium on Computer Science Education*. [S.l.: s.n.], 2021. p. 260–266. Citado na página 50.

SUN, L.; HU, L.; ZHOU, D. Improving 7th-graders' computational thinking skills through unplugged programming activities: A study on the influence of multiple factors. *Thinking Skills and Creativity*, v. 42, p. 100926, 2021. ISSN 1871-1871. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1871187121001413. Citado na página 50.

VALE, I. *Materiais Manipuláveis*. [S.l.: s.n.]. Citado na página 25.

VOOGT, J. et al. Computational thinking in compulsory education: Towards an agenda for research and practice. *Education and Information Technologies*, Springer, v. 20, n. 4, p. 715–728, 2015. Citado na página 26.

WALDEN, J. et al. An informatics perspective on computational thinking. In: 18TH ACM CONFERENCE ON INNOVATION AND TECHNOLOGY IN COMPUTER SCIENCE EDUCATION, CANTERBURY, ENGLAND, UK. *Proceedings of the 18th ACM Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education*. New York, NY, USA: ACM, 2013. (ITiCSE '13), p. 4–9. ISBN 978-1-4503-2078-8. Disponível em: http://doi-acm-org.ez81.periodicos.capes.gov.br/10.1145/2462476.2483797. Citado na página 50.

WIESE, E. S.; LINN, M. C. "it must include rules"middle school students' computational thinking with computer models in science. *ACM Transactions on Computer-Human Interaction (TOCHI)*, ACM New York, NY, USA, v. 28, n. 2, p. 1–41, 2021. Citado na página 50.

WING, J. M. Computational thinking. *Commun. ACM*, v. 49, n. 3, p. 33–35, 2006. Disponível em: http://doi.acm.org/10.1145/1118178.1118215. Citado 4 vezes nas páginas 18, 26, 27 e 28.

WING, J. M. Computational thinking and thinking about computing. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society London, v. 366, n. 1881, p. 3717–3725, jul. 2008. Citado na página 26.

WING, J. M. *Computational Thinking–What and Why?* 2010. Electronic magazine. Magazine The Link. Disponível em: https://www.cs.cmu.edu/~CompThink/resources/TheLinkWing.pdf. Citado na página 27.

ZHANG, Y. et al. Exploring computational thinking across disciplines through student-generated artifact analysis. In: *Proceedings of the 52nd ACM Technical Symposium on Computer Science Education*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2021. (SIGCSE '21), p. 1315. ISBN 9781450380621. Disponível em: https://doi-org.ez81.periodicos.capes.gov.br/10.1145/3408877.3439594. Citado na página 50.

Apêndices

APÊNDICE A

Documentos de Autorização

ANEXO A

Autorização assinada pelo Diretor

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

PROFMAT

SBM

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Marcelo Rocha

Prezado Diretor,

Os alunos da turma 2003, do Colégio Estadual Antonio Pecly, estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da UENF, realizado pela mestranda e professora de matemática, Marcelle Dutra França Fernandes. A pesquisa será realizada no próprio Colégio, durante algumas aulas de matemática, com o seguinte tema: O PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO METODOLOGIA DO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL, onde os alunos irão aprender conceitos geométricos de forma mais concreta e atual. Tendo como objetivo principal implementar o Pensamento Computacional como Metodologia do Ensino da Geometria Espacial, através de uma série com atividades envolvendo situações reais, gostaria de pedir sua autorização para que o Colégio e as referidas turmas possam participar da pesquisa, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Desde já, agradeço, e se estiver de acordo, peço que preencha o formulário a seguir:

Eu, Marcelo Rocha, diretor do Colégio Estadual Antonio Pecly autorizo a participação da turma 2003 na pesquisa sobre O PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO METODOLOGIA DO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL, desenvolvida pela professora de Matemática, Marcelle Dutra França Fernandes.

Rocha

Marcelo Rocha
DIRETOR C.E. ANTONIO PECLY
Matr.: 0826324-6 / ID: 3266295-5

Marcelo Rocha

Marcelle Dutra França Fernandes

Marcelle Dutra França Fernandes

Cordeiro, 04 de agosto de 2022.

ANEXO B

Formulário de autorização dos pais

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Senhores responsáveis,

Os alunos da turma 2003, do Colégio Estadual Antonio Pecly, estão sendo convidados a participarem de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da UENF, realizado pela mestranda e professora de matemática, Marcelle Dutra França Fernandes. A pesquisa será realizada no próprio Colégio, durante algumas aulas de matemática, com o seguinte tema: O PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO METODOLOGIA DO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL, onde os alunos irão aprender conceitos geométricos de forma mais concreta e atual. Tendo como objetivo principal implementar o Pensamento Computacional como Metodologia do Ensino da Geometria Espacial, através de uma série com atividades envolvendo situações reais, gostaria de pedir autorização para que seu filho(a) possa participar das atividades, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Desde já, agradeço, e peço que aprovando a participação do seu filho(a), preencha o formulário a seguir:

Eu, ____, autorizo a participação do meu filho (a) na pesquisa sobre O PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO METODOLOGIA DO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL, desenvolvida pela professora de Matemática, Marcelle Dutra França Fernandes.

Nome do aluno:____

____
Assinatura do responsável

____
Marcelle Dutra França Fernandes

Cordeiro, 26 de abril de 2021.

APÊNDICE C

Atividades propostas para os alunos

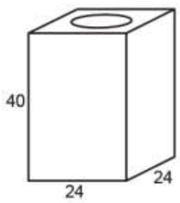
Anexos

ANEXO A

Resolução de situações-problema envolvendo Relação de Euler e o cálculo de área e volume das figuras geométricas

RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA NA GEOMETRIA ESPACIAL UTILIZANDO CONCEITOS DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

1) Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostrados na figura.



a) Calcule o volume total desse sólido.

ABSTRAÇÃO	DECOMPOSIÇÃO

RESOLUÇÃO

O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.

b) Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual. Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em:

(A)20,0

(B)} 32,0

(C)} 36,0

(D)} 64,0

(E) 14,4

ABSTRAÇÃO	**DECOMPOSIÇÃO**

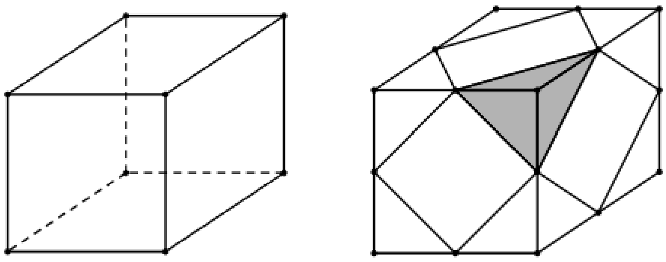
RESOLUÇÃO

O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.

2) Francisco acaba de aprender em sua aula de geometria espacial a Relação de Euler para poliedros convexos:

V + F = A + 2.

Na equação, V, A e F representam o número de vértices, de arestas e de faces do poliedro, respectivamente. Podemos verificar que a Relação de Euler é válida no cubo abaixo, pois existem 6 faces, 12 arestas, 8 vértices e V + F = 8 + 6 = 12 + 2 = A + 2. João decidiu verificar a Relação de Euler em outro poliedro obtido de um cubo de madeira. Ele marcou os pontos médios de cada aresta e, em cada face, os uniu formando quadrados, como mostra a figura abaixo.



Em seguida, ele cortou as 8 pirâmides formadas em torno de cada vértice obtendo um novo poliedro. Determine:

a) o novo número de vértices;

b) o novo número de arestas;

c) o novo número de faces.

ABSTRAÇÃO	**DECOMPOSIÇÃO**

RESOLUÇÃO
O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.

3) Uma piscina tem 10m de comprimento, 6m de largura e 1,6 m de profundidade. Calcule o seu volume em litros.

ABSTRAÇÃO	**DECOMPOSIÇÃO**

RESOLUÇÃO

O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.

4) Pesquise um mapa da América do Sul. Existem 13 países mais o oceano, que também consideramos um “país”. Observa-se que não existe nenhum ponto que pertença a mais de 3 países. Quantas linhas de fronteira existem na América do Sul?

ABSTRAÇÃO	**DECOMPOSIÇÃO**

RESOLUÇÃO

O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.

5) Um enfeite de acrílico tem a forma de uma pirâmide quadrada. Sua base tem 15 cm de aresta e sua altura é 20 cm. Supondo-o maciço, qual é o volume de acrílico usado para fazer esse enfeite?

ABSTRAÇÃO	**DECOMPOSIÇÃO**

RESOLUÇÃO

O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.

6) (Enem 2017) Para a Olimpíada de 2012, a piscina principal do Centro Aquático de Londres, medindo 50 metros de comprimento, foi remodelada para ajudar os atletas a melhorar suas marcas. Observe duas das melhorias:

Fonte:Veja, n. 2278, jul. 2012 (adaptado)

A capacidade da piscina em destaque, em metro cúbico, é igual a:

(A) 3750.
(B) 1500.
(C) 1250.
(D) 375.
(E) 150.

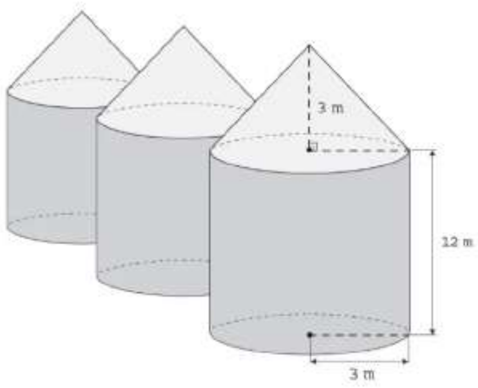
ABSTRAÇÃO

DECOMPOSIÇÃO

RESOLUÇÃO

O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.

7) (Enem 2016) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Fonte:Enem 2016

Utilize 3 como aproximação para π.

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é:

(A) 6.

(B) 16.

(C) 17.

(D) 18.

(E) 21.

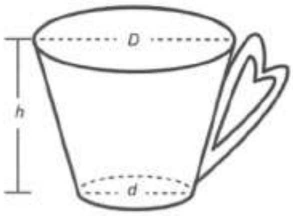
ABSTRAÇÃO

DECOMPOSIÇÃO

RESOLUÇÃO

O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.

8) (Enem 2021) Uma pessoa comprou uma caneca para tomar sopa, conforme ilustração.



Fonte:Enem 2021

Sabe-se que $1cm^3 = 1$ mL e que o topo da caneca é uma circunferência de diâmetro (D) medindo 10 cm, e a base é um círculo de diâmetro (d) medindo 8 cm. Além disso, sabe-se que a altura (h) dessa caneca mede 12 cm (distância entre o centro das circunferências do topo e da base).

Utilize 3 como aproximação para π.

Qual é a capacidade volumétrica, em mililitro, dessa caneca?

(A) 216.
(B) 408.
(C) 732.
(D) 2 196.
(E) 2 928.

ABSTRAÇÃO	DECOMPOSIÇÃO

RESOLUÇÃO

O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.

9) Para decorar sua casa, uma pessoa comprou um vaso de vidro em forma de um paralelepípedo retangular, cujas medidas internas são: 40 cm de comprimento, 35 cm de largura e 60 cm de altura. Em seguida, foi até uma floricultura e escolheu uma planta aquática para colocar nesse vaso. Segundo uma proposta do gerente do local, essa pessoa avaliou a possibilidade de enfeitar o vaso colocando uma certa quantidade de pedrinhas artificiais brancas, de volume igual a 100 cm3 cada uma delas, que ficarão totalmente imersas na água que será colocada no vaso. O gerente alertou que seria adequado, em função da planta escolhida, que metade do volume do vaso fosse preenchido com água e que, após as pedrinhas colocadas, a altura da água deveria ficar a 10 cm do topo do vaso, dando um razoável espaço para o crescimento da planta. A pessoa aceitou as sugestões apresentadas, adquirindo, além da planta, uma quantidade mínima de pedrinhas, satisfazendo as indicações do gerente.

Nas condições apresentadas, a quantidade de pedrinhas compradas foi:

(A) 140.
(B)} 280.
(C) 350.
(D) 420.
(E) 700.

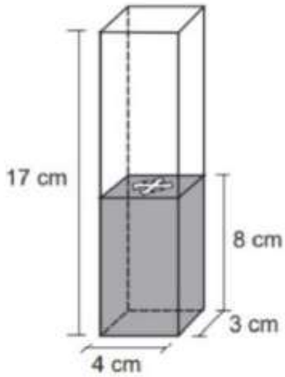
ABSTRAÇÃO	DECOMPOSIÇÃO

RESOLUÇÃO

O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.

10) Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água.

Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm^3 cada, que ficarão totalmente submersas.



Fonte:Enem 2020

O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de:

(A) 14.
(B) 16.
(C) 18.
(D) 30.
(E) 34.

ABSTRAÇÃO	**DECOMPOSIÇÃO**

RESOLUÇÃO

O resultado encontrado é plausível para a situação apresentada? Justifique.