



Universidade Federal
de São João del-Rei



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI
PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL

NATÁLIA PRISCILA ASSIS SILVEIRA

**UMA PROPOSTA EXTENSIONISTA DE TUTORIA PARA O ENEM:
ABORDAGEM DIALÓGICA SOBRE PORCENTAGEM E FUNÇÃO**

São João del-Rei
2023

NATÁLIA PRISCILA ASSIS SILVEIRA

**UMA PROPOSTA EXTENSIONISTA DE TUTORIA PARA O ENEM:
ABORDAGEM DIALÓGICA SOBRE PORCENTAGEM E FUNÇÃO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de São João del-Rei, *Campus* Santo Antônio, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

Orientador(a): Profa. Dra. Viviane Pardini Valério

Co-Orientador(a): Prof. Dr. Francinildo Nobre Ferreira

São João del-Rei
2023

Ficha catalográfica elaborada pela Divisão de Biblioteca (DIBIB)
e Núcleo de Tecnologia da Informação (NTINF) da UFSJ,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S587p Silveira, Natália.
Uma proposta extensionista de tutoria para o Enem
: Abordagem dialógica sobre porcentagem e função /
Natália Silveira ; orientadora Viviane Valério;
coorientador Francinildo Ferreira. -- São João del
Rei, 2023.
121 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Mestrado
Profissional em Matemática em Rede Nacional -
PROFMAT) -- Universidade Federal de São João del
Rei, 2023.

1. Enem. 2. Extensão Universitária. 3. Sequência
didática. 4. Porcentagem. 5. Função. I. Valério,
Viviane, orient. II. Ferreira, Francinildo, co
orient. III. Título.

NATÁLIA PRISCILA ASSIS SILVEIRA

**UMA PROPOSTA EXTENSIONISTA DE TUTORIA PARA O ENEM:
ABORDAGEM DIALÓGICA SOBRE PORCENTAGEM E FUNÇÃO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de São João del-Rei, Campus Santo Antônio, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

APROVADA em dia de mês de ano.

Banca Examinadora:

Prof.^a Dra. Viviane Pardini Valério - UFSJ (Orientadora)

Prof. Dr. Francinildo Nobre Ferreira - UFSJ (Coorientador)

Prof. Dr. José Angel Dávalos Chuquipoma (Membro interno da UFSJ)

Prof. Dr. Sandro Rodrigues Mazorche (UFJF) (Membro externo da UFSJ)

São João del-Rei
2023

À minha adorável mãezinha Maria Lúcia. Suas poderosas orações, sua motivação diária e sua presença de amor forte e constante me trouxeram até aqui.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, nosso Pai, através da intercessão das minhas santinhas protetoras, Nossa Senhora das Graças e Santa Rita de Cássia, por, em todos os momentos, estarem ao meu lado, guiando os caminhos para que eu realizasse esse sonho que me acompanha, desde que me formei na graduação, em 2013.

Aos meus pais, Ocimar Luís da Silveira e Maria Lúcia de Assis Silveira, por toda força e motivação diária, por serem minha base e meu exemplo. Ao meu noivo, Marcelo Henrique Jaques, pelo incentivo e por me fazer sentir a professora mais competente desse mundo. Estar ao lado de alguém que nos admire, não só como pessoa, mas como profissional torna os obstáculos diários mais leves.

À Profa. Dra. Viviane Pardini Valério, por aceitar me acompanhar durante este desafio, por toda paciência, atenção, incentivo e carinho, ao longo da elaboração deste trabalho, o meu muito obrigada.

Ao meu coorientador Prof. Dr. Francinildo Nobre Ferreira, pelas contribuições na melhoria da escrita do trabalho e por tantos momentos de discussões riquíssimas a respeito da educação dialógica.

À coordenação e ao corpo docente do PROFMAT – UFSJ, essenciais para minha chegada até aqui.

RESUMO

A extensão universitária é importante tanto para a formação discente, associando teoria à prática na aprendizagem acadêmica; quanto para a sociedade, que passa a ter acesso a diferentes produtos e serviços que contribuem na construção da cidadania. Neste trabalho, primeiramente, apresentamos um breve histórico sobre a evolução da extensão universitária nas universidades, bem como as legislações e diretrizes que regem suas ações. Em seguida, apresentamos o projeto extensionista premiado como um dos destaques na XX SEMEX¹(2023) da Universidade Federal de São João del-Rei, intitulado “Conexão: PROFMAT-UFSJ e Ensino Básico” e suas contribuições na preparação de alunos de escolas públicas para a realização do Enem. Motivados por esse projeto, buscamos analisar as provas de Matemática do Enem dos últimos cinco anos, classificando suas questões por conteúdos e verificando a frequência em que esses conteúdos foram cobrados nesse exame. Por fim, escolhemos dois dos principais conteúdos mais cobrados (porcentagem e função) e construímos duas sequências didáticas através de uma abordagem de ensino mais dinâmica e dialógica, utilizando metodologias ativas. A criação dessas sequências didáticas tem como objetivo principal contribuir com o projeto supracitado na preparação dos alunos participantes de sua tutoria de preparação para o Enem.

Palavras-chave: extensão universitária; Enem; metodologias ativas; porcentagem; função.

¹ A Semana de Extensão Universitária - SEMEX tem o objetivo de divulgar o conhecimento e promover a produção acadêmica da UFSJ.

ABSTRACT

The university extension program is important both for student education, combining theory with practice in academic learning, and for society, which now has access to different products and services that contribute to building citizenship. In this paper, we first present a brief history of the evolution of university extension in universities, as well as the legislation and guidelines that govern its actions. Next, we present the extension project awarded one of the highlights at the XX SEMEX (2023) of the Federal University of São João del-Rei, entitled "Connection: PROFMAT-UFSJ and Basic Education" and its contributions to preparing public school students for the Enem exam. Motivated by this project, we sought to analyze the Enem Mathematics exams from the last five years, classifying their questions by content and checking the frequency with which these contents were covered in this exam. Finally, we chose two of the main contents most often covered (percentages and functions) and built two didactic sequences using a more dynamic and dialogical teaching approach, using active methodologies. The main aim of creating these teaching sequences is to contribute to the above-mentioned project in preparing the students taking part in its Enem preparation tutoring.

Keywords: university extension; Enem; active methodologies; percentage; function.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	Pilares da Universidade	20
FIGURA 2	Extensão Universitária	21
FIGURA 3	Diretrizes para a extensão universitária	29
FIGURA 4	Cartaz do projeto	31
FIGURA 5	Matriz de referência do Enem	35
FIGURA 6	Questão 146 do Enem 2021	37
FIGURA 7	Etapas da sequência didática	41
FIGURA 8	<i>Slide</i> com o título da apresentação	46
FIGURA 9	<i>Slide</i> usado na apresentação	46
FIGURA 10	Reportagem	47
FIGURA 11	Slide de porcentagem no Enem	48
FIGURA 12	Poema sobre porcentagem	49
FIGURA 13	Jogo da memória	51
FIGURA 14	Tela do <i>WordWall</i>	51
FIGURA 15	Adedonha	52
FIGURA 16	Descrição do jogo	52
FIGURA 17	Administração do tempo de prova	54
FIGURA 18	Detalhes sobre a administração do tempo de prova	55
FIGURA 19	Dinâmica de administração do tempo de prova	55
FIGURA 20	Checklist de estratégias	56
FIGURA 21	Slide de Introdução	57
FIGURA 22	Questão do Enem	57
FIGURA 23	Uma forcinha	58

FIGURA 24	Passo a passo 1	58
FIGURA 25	Resolução da raiz quadrada	59
FIGURA 26	Passo a passo 2	60
FIGURA 27	Passo a passo 3	60
FIGURA 28	Questão do Enem sobre conta telefônica	62
FIGURA 29	Questão do Enem sobre preço	63
FIGURA 30	Tempo de resolução	66
FIGURA 31	Desconfie das alternativas	67
FIGURA 32	Postagem das redes sociais	67
FIGURA 33	Questão de porcentagem	68
FIGURA 34	De olho nas alternativas	68
FIGURA 35	Questão do Enem 1	69
FIGURA 36	Questão do Enem 2	69
FIGURA 37	Aplicação	71
FIGURA 38	Questão do Enem 3	72
FIGURA 39	Questão do Enem 4	72
FIGURA 40	Questão do Enem 5	73
FIGURA 41	Questão do Enem 6	73
FIGURA 42	Fábrica de questões 1	74

FIGURA 43	Fábrica de questões 2	74
FIGURA 44	Fábrica de questões 3	75
FIGURA 45	Etapas da sequência	76
FIGURA 46	Nuvens de perguntas	77
FIGURA 47	Slide sobre função 1	81
FIGURA 48	Slide sobre função 2	81
FIGURA 49	Slide sobre grandezas 1	82
FIGURA 50	Slide sobre grandezas 2	82
FIGURA 51	Slide sobre grandezas 3	82
FIGURA 52	Slide sobre self-service 1	83
FIGURA 53	Slide sobre self-service 2	83
FIGURA 54	Conclusão das questões	84
FIGURA 55	Continuando as questões sobre self-service	84
FIGURA 56	Quantidade de comida e valor a pagar	85
FIGURA 57	A função e a dependência de grandezas	85
FIGURA 58	Formalizando o conceito	86
FIGURA 59	Operação + valor a pagar	86
FIGURA 60	Operação + valor a pagar preenchido	87
FIGURA 61	V em função de x	87
FIGURA 62	Função como máquina de transformar	88
FIGURA 63	$V=53x$	88
FIGURA 64	V(x) como variável dependente e V(x) como variável independente	89
FIGURA 65	Relembrar as conversões	89
FIGURA 66	$V(x) = 53x$	90

FIGURA 67	Complete a coluna	90
FIGURA 68	Apresentação do conceito	91
FIGURA 69	Pares ordenados no plano cartesiano	91
FIGURA 70	Atenção aos números racionais	92
FIGURA 71	O comportamento da função	92
FIGURA 72	Número do sapato	93
FIGURA 73	Comprimento do pé 1	93
FIGURA 74	Comprimento do pé 2	94
FIGURA 75	Continuação dos valores de S	94
FIGURA 76	Conhecendo o GeoGebra	95
FIGURA 77	O que é? Para que serve? Ferramentas...	95
FIGURA 78	Construindo um gráfico utilizando o GeoGebra	96
FIGURA 79	Eixos X e Y	96
FIGURA 80	Definição de função afim	97
FIGURA 81	Construção do gráfico GeoGebra	97
FIGURA 82	Conceitualização	100
FIGURA 83	Função linear	100
FIGURA 84	Zero da função afim	101
FIGURA 85	De olho no Enem	101
FIGURA 86	A matemática no Enem	102
FIGURA 87	Assuntos de Matemática cobrados no Enem	102
FIGURA 88	Continuação dos assuntos que são cobrados no Enem	103
FIGURA 89	Pesquisa no Google	103
FIGURA 90	Questão do Enem 2021-1	104

FIGURA 91	Resolução da questão do Enem 2021-1	104
FIGURA 92	Questão do Enem 2021-2	105
FIGURA 93	Resultado da questão do Enem 2021-2	105
FIGURA 94	Questão do Enem 2021-3	106
FIGURA 95	Resolução da questão do Enem 2021-3	106
FIGURA 96	Continuação da resolução da questão do Enem 2021-3	107
FIGURA 97	Características em comum	107
FIGURA 98	Dicas de ouro	108
FIGURA 99	Dicas de ouro 2	109
FIGURA 100	Questão 165	109
FIGURA 101	Conferindo a resolução	110
FIGURA 102	Questão sobre a luminosidade de uma estrela	110
FIGURA 103	Conferindo a resolução	111
FIGURA 104	Analisando questões com gráficos 1	112
FIGURA 105	Analisando questões com gráficos 2	112
FIGURA 106	Resolução	113
FIGURA 107	Organize seus pensamentos	114
FIGURA 108	Elaborar um mapa mental	114
FIGURA 109	Inspiração 1	115
FIGURA 110	Inspiração 2	115

LISTA DE TABELAS

TABELA 1	Conteúdos presentes na prova do Enem	35
TABELA 2	1º lugar: Grupo 2 – Aritmética e Álgebra: 86 questões abordaram esse tema nos últimos cinco anos do Enem	38
TABELA 3	2º lugar: Grupo 4: Geometria e trigonometria: 53 questões abordarem esse tema nos últimos cinco anos do Enem	38
TABELA 4	3º lugar: Grupo 3: Funções e Gráficos: 40 questões abordaram esse tema nos últimos cinco anos do Enem	39
TABELA 5	Jogo de adedonha	53
TABELA 6	Tabela para jogar adedonha	54
TABELA 7	Lojas e preços	66

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1	Habilidades da BNCC específicas ao conteúdo de porcentagem por questão	42
QUADRO 2	Perguntas diagnósticas	43
QUADRO 3	Conceitos iniciais através da ferramenta de colaboração	78

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	17
1	EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA	20
1.1	Os três pilares indissociáveis das universidades	20
1.2	Um breve histórico da extensão universitária	22
1.3	As diretrizes da extensão universitária	27
2	PROJETO DE EXTENSÃO “CONEXÃO: PROFMAT – UFSJ E ENSINO BÁSICO”	31
3	UM ESTUDO SOBRE A PROVA DE MATEMÁTICA DO ENEM	34
4	SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1: PORCENTAGEM	40
4.1	Etapa 1: Atividade diagnóstica	41
4.2	Etapa 2: Desenvolvimento do conteúdo	45
4.3	Etapa 3: Explorando questões do Enem	54
4.4	Etapa 4: Atividade avaliativa da aprendizagem	71
5	SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2: INTRODUÇÃO A FUNÇÕES	76
5.1	Etapa 1: Atividade diagnóstica	76
5.2	Etapa 2: Desenvolvimento do conteúdo	78
5.3	Etapa 3: Explorando questões do Enem	101
5.4	Atividade Avaliativa da Aprendizagem	113
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	117
	REFERÊNCIAS	119
	ANEXO	123

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo principal contribuir com a preparação de alunos de escolas públicas para a prova de Matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), através da elaboração de duas sequências didáticas que abordam dois dos conteúdos matemáticos mais cobrados nesse exame, nos últimos cinco anos. Tais sequências foram elaboradas para serem trabalhadas no projeto de extensão *Conexão: PROFMAT – UFSJ e Ensino Básico* da Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ), que atualmente desenvolve uma tutoria de preparação para o Enem, visando a melhoria do ensino e aprendizagem de Matemática nas comunidades escolares contempladas pelo projeto.

Destacamos como ponto relevante deste trabalho que nos motivou a realizá-lo, a Resolução 07/2018 (CNE/CES) de 18 de dezembro de 2018 da Câmara de Educação Superior do Conselho Nacional de Educação, que afirma que todas as Instituições de Educação Superior (IES) precisam assegurar 10% da carga horária de seus cursos de graduação a ações extensionistas. Desde então, a curricularização da extensão passou a ser uma prioridade para as universidades brasileiras, dando destaque às ações extensionistas.

Juntamente ao anseio de contribuir com a criação de materiais de qualidade para os encontros dessa tutoria em Matemática para o Enem, surgiu o interesse, quase uma necessidade, de utilizar metodologias ativas, desfrutando de recursos tecnológicos, em nossas sequências didáticas. O objetivo foi criar um material que despertasse nos alunos interesse ao estudo de Matemática e os motivasse a realizar o Enem com mais confiança. Acreditamos que, mesmo diante de um cenário pós-pandêmico, que deixou grandes marcas de defasagens no ensino básico no Brasil, principalmente nas escolas públicas, é possível que esses alunos obtenham sucesso no Enem e alcancem uma formação profissional de qualidade.

Esperamos que os alunos do ensino básico, participantes do projeto, enxerguem a tutoria não apenas como uma “simples” aula de Matemática, mas sim como um momento propício para interação e diálogo, uma oportunidade de expressarem suas dúvidas, sem receios e medos, e que considerem os encontros enriquecedores e significativos. Despertar a vontade de aprender, com recursos que se aproximem do universo juvenil, pode trazer grandes contribuições à aprendizagem. Contudo, despertar essa vontade, não precisa ser realizado de maneira mirabolante; antes de tudo, precisa fazer sentido, ser significativo e gerar emoções positivas. É o que pretendemos despertar nos alunos participantes da tutoria com as nossas sequências didáticas.

Para alcançar os objetivos supracitados, iniciamos a seção 1 deste trabalho, fazendo uma reflexão sobre a extensão universitária. Primeiramente, destacamos os três pilares indissociáveis das universidades brasileiras: ensino, pesquisa e extensão, e suas principais características, além de refletirmos sobre a importância de cada pilar na formação acadêmica dos alunos universitários. Em seguida, destacamos o pilar extensão e discutimos sobre suas contribuições no âmbito da universidade, dos alunos e da sociedade. Procuramos também destacar o viés de democratização e socialização da universidade através dos projetos de extensão, visto que eles aproximam a universidade da sociedade e colocam os alunos universitários em contato com diferentes realidades. Ainda na seção 1, apresentamos um breve histórico sobre a extensão universitária, desde sua origem nas comunidades europeias e, posteriormente, no Brasil em meados da década de 1910 até os dias atuais. Por conseguinte, apresentamos as leis que regem a extensão universitária no Brasil, através do Plano Nacional de Educação (PNE) que determina diretrizes, metas e estratégias para a política educacional no período de 2014 a 2024. Finalizamos essa seção, apresentando as diretrizes para a extensão universitária, conhecidas como *5is*, e suas principais características.

Na seção 2, apresentamos o projeto extensionista *Conexão: PROFMAT – UFSJ e Ensino Básico*, criado em 2021, com o qual pretendemos colaborar através da realização deste trabalho. Esse projeto surgiu da necessidade de estabelecer e manter um vínculo entre o PROFMAT – UFSJ e seus egressos, através de um diálogo contínuo entre professores do curso e futuros professores de Matemática do ensino básico. Como já dito, atualmente o foco central desse projeto de extensão consiste na realização de uma tutoria em Matemática, voltada para a realização do Enem, destinada a alunos do ensino médio de escolas públicas.

Já na seção 3, em busca de escolher os temas a serem abordados em nossas sequências didáticas, realizamos um estudo das últimas 5 provas de Matemática do Enem, investigando quais conteúdos são mais contemplados nesse exame e como são abordados. Nessa seção, apresentamos um levantamento da frequência dos conteúdos nessas provas e, assim, justificamos a escolha de dois deles para serem trabalhados por nós. São eles: porcentagens e funções.

Na seção 4, apresentamos a primeira sequência didática, sobre o conteúdo de porcentagens, alinhada com os princípios da educação dinâmica, interativa e dialógica. Buscamos, nessa sequência, e na outra, utilizar metodologias ativas e recursos tecnológicos visando promover um entendimento sólido e duradouro, por parte dos alunos, dos conteúdos trabalhados.

Na seção 5, construímos a segunda sequência didática cujo objetivo é introduzir o conceito de função, em especial, trabalhar com problemas que envolvam a lei de formação de uma função, funções afins e com representação gráfica, focando nas questões de Matemática do Enem.

Finalizamos o trabalho apresentando algumas considerações sobre o desenvolvimento do trabalho e sobre a perspectiva de continuar com a elaboração de materiais didáticos para a tutoria em Matemática do projeto extensionista *Conexão: PROFMAT – UFSJ e Ensino Básico*.

1 EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA

1.1 Os três pilares indissociáveis das universidades

A Constituição Federal Brasileira de 1988, em seu artigo 207, estabelece que as universidades brasileiras são concebidas sobre três pilares indissociáveis: ensino, pesquisa e extensão (FIGURA 1).

Figura 1: Pilares da Universidade



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

O pilar ensino baseia-se na construção do conhecimento a partir do que a humanidade desenvolveu ao longo da sua história. O ensino acontece, por exemplo, através das aulas, das monitorias e de atividades em laboratório, essas utilizam teorias já desenvolvidas como suporte.

É importante destacar que esse pilar desempenha um papel transformador e dinâmico na trajetória acadêmica do aluno universitário. Transformador, pois, mobiliza o aluno e todo o seu meio, modifica as suas concepções, valida e invalida suas crenças através das teorias aprendidas, enriquece sua bagagem cultural, aumenta sua criticidade e poder de argumentação. Sendo assim, esse pilar é capaz de construir novas percepções do mundo. Dinâmico no sentido de criar um ambiente de estudo autônomo para o aluno, permitindo que ele faça inferências, conduza e gerencie sua própria aprendizagem, ajustando a constante evolução dos contextos de ensino e as mudanças da sociedade.

Já o pilar pesquisa consiste na busca ativa e sistemática por conhecimento, investigações, novas descobertas e validação de teorias. Assim como o ensino, a pesquisa desenvolve a autonomia do aluno e o torna investigador. Geralmente, ela acontece mais

claramente para os alunos através da realização de trabalhos de conclusão de curso, projetos de iniciações científicas, grupos de estudos e de apresentações e publicações de trabalhos.

Segundo Gifted (2016) pesquisar é mais do que ler e escrever bem, embora essas operações sejam fundamentais para a realização de uma pesquisa acadêmica. Pesquisar envolve o pensar estruturado, a reflexão crítica construtiva, a responsabilidade social, a adequada gestão dos recursos e a ética.

O terceiro e último pilar das universidades é a extensão, foco deste trabalho. Ele possui o importante papel de conectar a instituição superior à sociedade. A extensão envolve a aplicação prática do conhecimento gerado na pesquisa e transmitido no ensino em benefício da população. São exemplos de ações extensionistas: as tutorias educacionais, assistência médica, programas de promoção à saúde, assistência jurídica, entre outros.

Apesar de a concepção de extensão ter se transformado ao longo do tempo, como veremos na subseção 1.3, atualmente, seu objetivo principal é de democratizar o acesso da comunidade externa às ações desenvolvidas dentro da universidade, fazendo-a através da articulação dialógica entre ensino e pesquisa (Santos, 2015).

A partir das ações extensionistas, a universidade ultrapassa o espaço do *campus* para o espaço da comunidade, inserindo-se de forma ativa e ampliando sua área de atuação, tendo como resultado o *feedback* de suas práticas e a criação de novas ações que possam ser desenvolvidas e colocadas em prática em prol da comunidade, criando então um ciclo entre os pilares da universidade: ensino, pesquisa e extensão (FIGURA 2).

Figura 2: Extensão Universitária



Fonte: Elaborada pela autora, por meio site *Canva*

No contexto do ensino superior, a relevância da extensão universitária ocorre tanto para o aluno universitário quanto para a universidade. Sá *et al.* (2022) afirmam que, participando de um projeto de extensão, os acadêmicos são inseridos na realidade que encontrarão quando estiverem formados e isso traz novas dimensões para o profissional expandindo os contextos de atuação. Muitas vezes, é o momento em que a prática da profissão se inicia, dando ao aluno uma aproximação com o mercado de trabalho. No âmbito da universidade, Sá *et al.* (2022) também afirmam que as instituições de ensino superior que desenvolvem, aplicam e incentivam a prática de extensão, possuem relevância ao construir um canal de conhecimento não somente pela via da pesquisa, mas também por meio da criação de políticas, programas e projetos, voltados ao atendimento profissional do aluno.

Em particular, para o desenvolvimento de uma proposta de tutoria em Matemática para alunos do ensino médio, vale ressaltar a importância da indissociabilidade do ensino, pesquisa e extensão na formação de professores, principalmente por criar oportunidades para novas práticas pedagógicas e ambientes de ensino mais diversificados, indo além das aulas tradicionais.

1.2 Um breve histórico da extensão universitária

As atividades de extensão têm sua origem nas universidades europeias que se baseavam na troca de conhecimentos entre a comunidade e a universidade, estabelecendo laços que buscavam o atendimento e anseio, de forma a complementar ambos envolvidos, desempenhando, assim, sua função social. Souza (2017) afirma que na Europa, durante o período medieval, as atividades das universidades se restringiam apenas ao ensino, porém, com o avanço da revolução industrial, viu-se a necessidade de se transformar para atender ao novo contexto social que surgia naquele momento. Assim, emergiram as condições necessárias para o surgimento da universidade moderna. Nessa perspectiva, Sousa (2010) determina historicamente o surgimento de:

[...] uma nova concepção de educação, surgindo no século XIX, leva as universidades a se preocuparem com a prestação de serviços que deveriam oferecer as comunidades. Esta nova concepção apresentava a necessidade de uma educação continuada, que não terminasse na infância, mas seguisse por toda a vida. Foi neste contexto que surgiu a extensão como atividade da universidade (Sousa, 2010, p.14)

De acordo com Souza (2017, p.14), durante esse período, as universidades inglesas precisaram diversificar suas atividades, não limitando-se “à função única de formação das

elites, mas assumindo também a preparação técnica que o novo modo de produção exigia”. E é neste momento que se percebe o surgimento da extensão de forma institucionalizada.

Desse modo, a extensão universitária foi adquirindo, ao longo dos tempos, novos significados e novas maneiras de construir conhecimentos e experiências entre alunos, professores, universidade e a comunidade, processo pelo qual transmutou-se das salas de aulas e do *campus* para o meio circulante da comunidade. Desta forma, “traz em retorno subsídios, informações, dados novos e novas motivações ou projetos que irão alimentar seu programa de pesquisa e renovar, dinamizar, revitalizar e enriquecer o conteúdo do seu ensino” (Toaldo, 2017, p.74)

Remontando à gênese da extensão universitária no Brasil, considera-se que esta surge de um ponto de vista legal, sobre o qual compete às IES a oferta de atividades voltadas para o ensino e pesquisa que tenham como premissa o atendimento comunitário. “O ensino foi sua função primeira, passando, posteriormente, para a pesquisa e, somente nos últimos tempos, foi-lhe acrescida à função de extensão” (Silva, 2003, p.18)

De acordo com Carbonari e Pereira (2007), acredita-se que:

As primeiras experiências de extensão no Brasil ocorreram entre 1911 e 1917, na Universidade Livre de São Paulo, por meio de conferências e semanas abertas ao público em que se trabalhavam diversos temas não relacionados às problemáticas sociais e políticas da época. As questões abordadas nessas atividades não estavam focadas nos problemas sociais e econômicos da comunidade. (Carbonari; Pereira, 2007, p.23)

Essas experiências citadas foram realizadas pela Universidade Livre de São Paulo, em colaboração com a Escola Superior de Agricultura e Veterinária de Viçosa.

Algumas décadas depois, foi editado o Decreto Federal nº 19.851, de 11 de abril de 1931 (Estatuto da Universidade Brasileira), em que mais um conceito foi descrito acerca da atividade de extensão universitária. Esse define que a extensão não é apenas a realização de cursos e conferências que tenham como objetivo a transmissão de conhecimentos relevantes à vida individual e coletiva de uma comunidade, mas também a apresentação de ideias e princípios que possam ser de interesse a nível nacional (Carbonari; Pereira, 2007, p.91).

Vemos, então, que, no âmbito da legislação brasileira, a extensão universitária tem sua primeira previsão normativa quando no Decreto de lei nº 19.851, supracitado, em seus artigos 35, 42 e 109, foram definidas algumas nuances da extensão. A finalidade legislativa tinha como pressuposto a organização técnica e administrativa das universidades, delimitando os objetivos de sua atuação, conforme se depreende dos artigos a seguir:

[...] Art. 35. [...] f) cursos de extensão universitária, destinados a prolongar, em benefício coletivo, a atividade técnica e científica dos institutos universitários. [...] Art. 42. A extensão universitária será efetivada por meio de cursos e conferências de caráter educacional ou utilitário, uns e outras organizados pelos diversos institutos da Universidade, com prévia autorização do Conselho Universitário. § 1º Os cursos e conferências, de que trata este artigo, destinam-se principalmente à difusão de conhecimento úteis à vida individual ou coletiva, à solução de problemas sociais ou à propagação de ideias e princípios que salvaguardem os altos interesses nacionais. § 2º Estes cursos e conferências poderão ser realizados por qualquer instituto universitário em outros institutos de ensino técnico ou superior, de ensino secundário ou primário ou em condições que os façam acessíveis ao grande público. [...] Art. 109. A extensão universitária destina-se à difusão de conhecimentos, filosóficos, artísticos, literários e científicos, em benefício do aperfeiçoamento individual e coletivo. § 1º De acordo com os fins acima referidos, a extensão universitária será realizada por meio de cursos intra e extrauniversitários, de conferências de propaganda e ainda de demonstrações práticas que se façam indicadas. (Brasil, 1931)

Na década de 1960, os programas de extensão se destacam a partir do início do Projeto Rondon, pelo qual ocorreu um esforço conjunto entre as universidades, alunos e professores com o intuito de expandir e consolidar a extensão universitária aos distritos brasileiros que se encontravam mais distantes dos grandes centros acadêmicos. Contudo, impõe lembrar que o período foi marcado pela intervenção militar que penetrou nos movimentos estudantis e no perfil do ensino, marcando, de forma significativa, as perspectivas e função social tão desejadas nos programas de extensão das universidades.

Um momento histórico, no final da década de 1960, se deu com a realização da reforma universitária, partindo dos pressupostos instituídos pela edição da Lei de Segurança Nacional, que, por sua vez, apresentou-se como um retrocesso na perspectiva da extensão, pois ocasionou uma ruptura no diálogo entre a comunidade e a universidade diminuindo, assim, as ações das IES; o que resultou na perda da autonomia, de modo que tal reforma determinava que o Ensino Superior deveria ser baseado pela indissociabilidade do ensino e da pesquisa (Januzzi, 2016, p.41)

Em meados da década de 70, o Ministério da Educação conceitua a extensão como “o meio pelo qual a Universidade passa a atender a outras instituições, a população, recebendo suporte para o ensino e a pesquisa” (Januzzi, 2016, p.56).

Destaca-se, no ano de 1975, o primeiro Plano de Trabalho de Extensão Universitária elaborado pelo Ministério da Educação, que descrevia a operacionalização das ações extensionistas. A extensão nas universidades se processava sob a forma de cursos, serviços, difusão de resultados de pesquisas e outras formas de atuação exigidas pela realidade da área onde a instituição se encontra inserida ou exigência de ordem estratégica, cujo viés da extensão universitária possuía cunho estritamente assistencialista através da prestação de serviços às comunidades carentes. Nessa época, temos, além do Projeto Rondon, o *Campus Avançado*, o

Centro de Treinamento Universitário e Ação Comunitária (CRUTAC), os Projetos de Integração das Universidades nas Comunidades e de Integração Escola – Empresa – Governo (Souza, 2017, p.20).

Em conformidade, é possível observar que, nesse período, tanto o Ministério da Educação quanto o Conselho de Reitores das Universidades Brasileiras cingiam-se de uma política que não se pautava no diálogo e relacionamento com a comunidade. Observa-se ainda uma dicotomia entre intelectuais com ciência e técnica e de outro lado a comunidade e suas demandas sociais. “Neste momento, a ação extensionista não expõe as contradições geradoras dos problemas enfrentados pela comunidade e desarticula sua capacidade de organização e transformação da realidade” (Carbonari; Pereira, 2007, p.24)

Já na década de 80, que foi profundamente marcada pelo surgimento de movimentos sociais em todas as searas da cidadania, ocorreram, no âmbito das universidades brasileiras, movimentos que buscavam inserir projetos democráticos voltados para o atendimento dos anseios da comunidade que, até então, não eram reconhecidamente válidos para a extensão universitária. “Assim, a extensão começou a ser empregada para realizar práticas que viessem assegurar os direitos humanos, sendo necessário destacar que as categorias emancipação e o assistencialismo vieram ao mesmo tempo nessas propostas” (Sousa, 1998 *apud* Cunha, 2011, p.31).

Considera-se, desde então e até a atualidade, que está sendo fomentado o resgate e valorização da extensão universitária, especialmente como forma de promover a prática do aluno universitário e o atendimento aos anseios e demandas da comunidade atendida; para mais além, é visada a promoção de novas práticas sociais subsidiando a adoção e melhoria de políticas públicas.

Outro marco relevante na história da extensão no Brasil foi à criação do Fórum Nacional de Pró-Reitores de Extensão das Universidades Públicas Brasileiras (FORPROEXT), no ano de 1987, em Brasília. Dentre os debates no Fórum o mais disputado por seus participantes era o do conceito da Extensão. Discutiu-se possibilidade de organizar a extensão como um órgão próprio dentro do Instituto de Educação Superior, tendo como objetivo articular programas, projetos e atividades com seu próprio orçamento. (Carbonari; Pereira, 2007, p.24 *apud* Cunha, 2011, p.32).

A partir da promulgação da Constituição de 1988, observa-se um grande avanço no que diz respeito à importância da extensão para a formação do aluno e os projetos de ensino e pesquisa. Por meio do Art. 207, passou-se a dispor que “as universidades gozam de autonomia didático científica, administrativa e de gestão financeira e patrimonial e obedecerão ao princípio da indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão” (Brasil, 1988, p.123)

Ao longo da década de 90, em que houve o crescimento do ensino superior privado, surgem novas discussões acerca das atividades de ensino, extensão e pesquisa, de modo que tais pontos passaram a compor a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e o Plano Nacional de Extensão do biênio de 1999/2001. De acordo com o Art. 44 da LDB, “a educação superior abrangerá os seguintes cursos e programas: (...) IV - de extensão, abertos a candidatos que atendam aos requisitos estabelecidos em cada caso pelas instituições de ensino” (Brasil, 1996).

Em 1993, foi lançado o Programa de Fomento à Extensão Universitária (FORPROEXT) pelo Governo Federal que tinha como objetivo o financiamento da extensão universitária e a elaboração teórico-conceitual, especificamente a definição das diretrizes e objetivos da extensão universitária, dos tipos de ações a serem desenvolvidas e da metodologia a ser adotada em sua implementação (Carbonari; Pereira, 2007, p.24).

Foi a partir desse momento que as *IES* incutiram um novo olhar sobre a função social das universidades na busca por soluções dos problemas da sociedade/comunidade, de forma que ocupem sua função e lugar no contexto social.

Contudo, para a efetivação dos projetos de extensão universitária é importante que exista uma articulação entre a universidade, o poder público e o público-alvo, de forma que as atividades a serem desenvolvidas pelos universitários oportunizem resultados positivos e transformadores da realidade. Assim, “a extensão deve submeter-se de forma contínua a um processo avaliativo que lhe permita verificar a efetividade de suas ações” (Carbonari; Pereira, 2007, p. 24)

Para tanto, nas últimas décadas, foi desenvolvida uma política nacional para o estabelecimento das diretrizes gerais dos programas de extensão, bem como as formas de gestão, financiamento e desenvolvimento das atividades no âmbito das universidades.

Em resumo, a proposta de curricularização da extensão tem mais de 20 anos, foi anunciada no Plano Nacional de Educação (PNE) 2001 – 2010 e reiterada no PNE 2014 – 2024. Com a publicação da Resolução 07/2018 (CNE/CES), de 18 de dezembro de 2018, foi estabelecido que todas as Instituições de Educação Superior (IES) brasileiras tinham até 18 de dezembro de 2021 para implantar a estratégia de assegurar 10% da carga horária dos cursos de graduação a ações extensionistas. Um outro documento foi publicado posteriormente, a Resolução 01/2020 (CNE/CES), de 29 de dezembro de 2020, dispendo sobre um novo prazo de implantação das novas Diretrizes Curriculares (DCNs), durante a calamidade pública provocada pela pandemia da COVID-19. Na UFSJ, o documento vigente que normaliza o prazo para essa implantação é a Resolução 8/2021 (CONEP), de 07 de abril de 2021, do Conselho de

Ensino, Pesquisa e Extensão, que estabelece que a “Formação em Extensão” deve estar em vigência em e a partir de 18 de dezembro de 2022 e passa a valer para os ingressantes no primeiro semestre letivo de 2023 nos cursos de graduação e, de modo facultativo, nos cursos de pós-graduação, sem necessariamente aumentar a carga horária total dos cursos.

Nesse momento, a UFSJ passa pela etapa de inserção da extensão na matriz curricular dos cursos de graduação, com as alterações nos projetos pedagógicos dos cursos (PPCs) de graduação e a validação destes projetos pelo CONEP respeitando as particularidades de cada curso.

A Pró-Reitoria de Extensão e Assuntos Comunitários da UFSJ (PROEX) elaborou um texto intitulado *Guia da Formação em Extensão na UFSJ (Inserção da Extensão nos Currículos)* (Brinati; Parentoni; Cardoso; Silva; Moreira, 2021), com informações sobre o histórico do processo de curricularização da extensão na UFSJ. Esse guia também apresenta respostas para as perguntas mais frequentes da comunidade acadêmica sobre a “Formação em Extensão”.

1.3 As diretrizes da extensão universitária

O Plano Nacional da Educação (PNE 2014 – 2024) determina diretrizes, metas e estratégias para a política educacional no período de 2014 a 2024. Nesse viés, foram apresentadas, na sua resolução N° 7 de 18 de dezembro de 2018, as diretrizes para a extensão na educação superior brasileira. É importante destacar que no Art. 8º, são definidas as modalidades que podem ser desenvolvidas em ações de extensão, são elas: programas, projetos, cursos e oficinas, eventos e prestação de serviços (Brasil, 2018).

Segundo Duarte (2014), as especificações de cada uma das modalidades são:

Programa: é um conjunto articulado de projetos e outras ações de extensão, o que demonstra o caráter indissociável do tripé: ensino, pesquisa e extensão. Se define como uma modalidade orgânico-institucional, com clareza de diretrizes e orientações para um objetivo comum, sendo executada de acordo com a necessidade da comunidade para a qual as ações serão oferecidas.

Projeto: Ação social, científico-tecnológico, cultural ou educacional que pode estar ligada a um programa ou não, e que possui um prazo determinado de finalização.

Curso: Dispõe de uma carga horária mínima de oito horas, esse com caráter teórico ou prático e é voltado para a aprendizagem de algum objeto de estudo de seus envolvidos.

Evento: Com carga horária menor que a modalidade do curso, essa modalidade é uma ação social voltada para algum público específico de caráter cultural.

Prestação de Serviços: Realização de serviços prestados à sociedade, conduzidos pela universidade ou terceiros. Na maioria das vezes está ligada à prática profissional do aluno.

Através dessas modalidades, todos os envolvidos têm a ganhar. Na perspectiva do aluno universitário, conforme já citado anteriormente, participar de ações de extensão garante muitos benefícios na sua trajetória, como, por exemplo, o desenvolvimento de habilidades para a sua futura profissão, o contato com novas culturas, o aprimoramento do seu currículo acadêmico, a valorização de sua cidadania, o auxílio de bolsas de estudos e até mesmo a proximidade maior com o corpo docente universitário, visando a parceria e o desenvolvimento de projetos após a graduação.

Em cursos de licenciatura, a extensão universitária contribui para a preparação dos alunos (futuros professores) para enfrentar a dinâmica de uma sala de aula e seus desafios. Diferentemente do estágio docente, projetos extensionistas podem intervir de forma pontual em demandas específicas da sala de aula. Segundo Manchur *et al.* (2013), no que tange os cursos de licenciatura, a extensão possibilita o contato direto dos graduandos com o desenvolvimento da prática docente, o que promove a construção de metodologias de ensino que potencializam a formação acadêmica dos discentes.

Os projetos de extensão proporcionam aos estudantes conhecer a realidade a seu redor, incluindo todas as suas vantagens, desvantagens, problemas, necessidades. Isso acarretará em uma identificação com o meio onde está inserido e um maior entendimento da função da universidade em propor soluções para a sociedade. Além disso, possibilitará a aplicabilidade dos conceitos aprendidos, tornando o estudante mais preparado tanto social quanto tecnicamente (CARVALHO *et al.*, 2020).

Na perspectiva da universidade, desenvolver projetos de extensão é enriquecedor e transformador. Significa disseminar todo o conhecimento aprendido de forma viva e dinâmica através da prática. Santos (2015) define que o conceito de extensão influencia diretamente nas ideologias e ações desenvolvidas no interior de uma universidade. Ainda que a extensão universitária tenha disposto de diversos conceitos e práticas ao longo da história, ela surgiu com o propósito de possibilitar o acesso à universidade pela comunidade externa, através da articulação dialógica entre ensino e pesquisa.

A seguir, apresentamos as diretrizes que compõem a extensão universitária, conhecidas com os 5 *is*, que devem orientar a formulação e implementação das ações de extensão universitária, pactuadas no FORPROEX de 2012, de forma ampla e aberta (FIGURA 3):

Figura 3: Diretrizes para a extensão universitária



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Impacto de transformação social: A diretriz que trata do impacto de transformação social confirma as ações de projetos de extensão como mecanismos que estabelecem a interrelação da instituição de ensino superior com os outros setores da sociedade, com objetivos voltados para os interesses e necessidades da população, propiciando o desenvolvimento social e regional e o aprimoramento das políticas públicas

(FORPROEX, 2012 *apud* Benetti *et al.*, 2015) Em Benetti *et al.* (2015), podemos encontrar algumas características que devem ser levadas em conta na transformação social, são elas: (i) privilegiar as questões sobre as quais se deve atuar, sem, no entanto, desconsiderar a complexidade e a diversidade da realidade social; (ii) abrangência, de forma que a ação, ou um conjunto de ações, possa ser suficiente para oferecer contribuições relevantes para a transformação da área, setor ou comunidade sobre os quais incide; (iii) efetividade na solução do problema.

Interação dialógica: A interação dialógica é marcada pelo diálogo e a troca de saberes. Ela procura desmitificar a ideia de que o conhecimento acadêmico deve ser estendido a comunidade nos moldes de uma educação bancária e sim produzir trocas de experiências e vivências pelas quais todos têm a ganhar. De acordo com o Fórum de Pró-Reitores (FORPROEX, 2012), a interação dialógica está pautada no conhecimento que contribua para a superação da desigualdade e da exclusão social e para a construção de uma sociedade mais justa, ética e democrática.

Interdisciplinaridade e Interprofissionalidade: Essa diretriz busca superar o discurso de que devido à complexidade da realidade social, as ações extensionistas precisam ser generalistas e caracterizadas pelo parcelamento do todo. A interdisciplinaridade e interprofissionalidade buscam combinar a especialização e a visão holista que pode ser materializada pela interação de modelos,

conceitos e metodologias oriundos de várias disciplinas e áreas do conhecimento, assim como pela construção de alianças intersetoriais, intraorganizacionais e interprofissionais.

Indissociabilidade – ensino, pesquisa e extensão: Conforme já apresentado neste trabalho, a indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão produz maior efetividade dos projetos extensionistas pois torna o processo acadêmico completo, mais articulado entre universidade e sociedade e torna o estudante protagonista de sua formação. É importante refletir sobre os pressupostos extensão/ensino e extensão/pesquisa apresentados no FORPROEX:

No que se refere à relação Extensão e Ensino, a diretriz de indissociabilidade coloca o estudante como protagonista de sua formação técnica – processo de obtenção de competências necessárias à atuação profissional e de sua formação cidadã – processo que lhe permite reconhecer-se como agente de garantia de direitos e deveres e de transformação social. Na relação entre Extensão e Pesquisa, abrem-se múltiplas possibilidades de articulação entre a Universidade e a sociedade. Visando à produção de conhecimento, a Extensão Universitária sustenta-se principalmente em metodologias participativas, no formato investigação-ação (ou pesquisa-ação), que priorizam métodos de análise inovadores, a participação dos atores sociais e o diálogo, de forma a apreender saberes e práticas ainda não sistematizados, aproximar-se dos valores e princípios que orientam as comunidades e, assim, contribuir para sua transformação em direção à justiça, solidariedade e democracia. (FORPROEX, 2012, p.50).

Impacto na formação do estudante: Projetos extensionistas impactam positivamente na formação universitária pois ampliam o universo de referência dos estudantes e os colocam em contato com as questões sociais contemporâneas. FORPROEX afirma que esses resultados possibilitam enriquecimento da experiência discente em termos teóricos e metodológicos, ao mesmo tempo em que permitem a reafirmação e materialização dos compromissos éticos e solidários da Universidade Pública Brasileira.

Finalizamos essa reflexão sobre a extensão universitária no Brasil citando Moacir Gadotti, 2017:

Curricularizar a Extensão Universitária implica aproximar a universidade dos grandes desafios da sociedade, particularmente os desafios da Educação Básica, do desenvolvimento nacional, dos movimentos sociais, das esferas públicas. O currículo não deve ser entendido como um “apêndice” do processo educativo. Ele é resultado de um “caminho percorrido” (significado da palavra “currículo”) da própria educação, que implica escuta, reflexão, elaboração teórica e práxis. [...] Felizmente, graças a essas políticas, o perfil do universitário brasileiro está mudando mais rapidamente do que o perfil das empresas e do sistema público. Daí a importância da universidade continuar e aprofundar sua política de inclusão com qualidade social. Este é um debate fundamental para todas as universidades brasileiras. É no interior da velha universidade que a nova universidade pode nascer, sabendo-se que o velho sempre resiste ao novo. (Gadotti, 2017, p.11)

2 PROJETO DE EXTENSÃO “CONEXÃO: PROFMAT – UFSJ E ENSINO BÁSICO”

O projeto *CONEXÃO: PROFMAT – UFSJ e Ensino Básico* teve início em 2021 no âmbito do DEMAT/UFSJ (Departamento de Matemática e Estatística), coordenado pelos professores Francinildo Nobre Ferreira e Viviane Pardini Valério. A ideia desse projeto surgiu a partir da necessidade de se manter um vínculo entre a universidade e os egressos do PROFMAT, visando manter um diálogo permanente com esses professores do ensino básico. Durante aquele ano de pandemia de COVID-19, foram organizados encontros remotos dos participantes com o intuito de discutir sobre o Novo Ensino Médio e seus itinerários formativos.

Figura 4: Cartaz do projeto



Fonte: Anais da XX SEMEX

Em 2022, em uma roda de conversa realizada com os professores participantes do projeto, foi sugerida a realização de uma tutoria em Matemática preparatória para o Enem, cujo público-alvo seria os alunos desses professores de escolas públicas; assim, foram desenvolvidas as atividades propostas naquele ano de maneira remota. As aulas dessa tutoria eram nas tardes de sábado, focando na discussão e resolução de questões do Enem, utilizando resolução de problemas como metodologia de ensino. Naquele ano, o projeto passou a ser institucional, com registro na PROEX/UFSJ.

Em 2023, o projeto prosseguiu com a tutoria de preparação para o Enem, com inscrição de 150 alunos de escolas públicas. Assim como em 2022, a tutoria neste ano foi conduzida de maneira remota, permitindo a participação de estudantes de diversas cidades de influência da UFSJ. No entanto, ao longo do ano, observou-se uma redução do número de alunos

participantes e, através de uma pesquisa de satisfação, aplicada aos alunos, foi sugerido que os encontros se tornassem presenciais e durante a semana. Assim, ficou decidido que a próxima versão dessa tutoria, que ocorrerá em 2024, será realizada de forma presencial nas instalações da UFSJ, no *Campus* Santo Antônio (CSA), com apenas uma turma no formato remoto, para aqueles alunos interessados em continuar no projeto, que residem fora de São João del-Rei.

É importante ressaltar que em maio deste ano o projeto foi premiado como destaque na **XX SEMEX (Semana de Extensão Universitária da UFSJ)**.² (UFSJ, 2023).

Além de reforçar os conteúdos de Matemática propostos no programa do Enem, essa tutoria tem como objetivos trabalhar os conteúdos matemáticos mais elementares e estimular discussões relacionadas à importância do ensino superior na vida dos jovens, mantendo-os motivados e interessados em aprender Matemática, em busca de um futuro mais promissor. Dessa forma, espera-se que essa tutoria contribua para que mais alunos ingressem nas universidades públicas, ajudando a promover mudanças e melhorias em suas vidas e na sociedade em geral.

Os coordenadores e membros (bolsista e voluntários) desse projeto acreditam que a presença *in loco* desses estudantes na UFSJ em 2024 representará um diferencial significativo para o êxito dessa tutoria e, mais importante ainda, para o sucesso acadêmico e profissional dos jovens participantes. Muitos desses jovens enxergam a UFSJ como algo distante e inatingível.

Impulsionados pelo desejo de colaborar com essa iniciativa premiada de tutoria em Matemática, surgiu a ideia de aprimorar o material didático já utilizado nos encontros, fazendo com que ele se tornasse de fácil utilização por partes dos tutores, tanto presencialmente quanto remotamente, e mais atrativo para os alunos. Assim, criamos duas sequências didáticas sobre conteúdos de Matemática do Enem, que serão apresentadas em duas seções subsequentes deste trabalho.

Essas sequências visam inspirar confiança aos alunos, mostrando a eles que é possível superar os desafios da Matemática para alcançar sucesso na aprendizagem. Espera-se que os alunos se sintam à vontade para expressar suas dúvidas, sem receio ou inibição, e que vejam a tutoria como uma oportunidade enriquecedora e significativa. Faz-se necessário considerar, também, que vivemos em um mundo onde os jovens são bombardeados por informações e estão

² Mais informações sobre ele encontra-se no artigo publicado nos anais desse evento em: https://www.ufsj.edu.br/cpc/cpc_anais.php

acostumados a estímulos instantâneos e prazeres imediatos, e despertar a vontade de aprender com recursos que se aproximem do universo juvenil, pode trazer grandes contribuições para a aprendizagem. Contudo, despertar essa vontade, não precisa ser mirabolante, mas precisa fazer sentido, ser significativo e gerar emoções positivas.

Afinal, quais conteúdos do Enem devemos abordar em nossas sequências didáticas? Como desenvolver tais sequências para alcançar nossos objetivos? Quais metodologias de ensino usaremos em nosso material? Diante desse questionamento, surgiu a necessidade de começarmos analisando as questões de Matemática do Enem para identificarmos os conteúdos mais cobrados nos últimos anos, respondendo assim à primeira pergunta acima levantada.

3 UM ESTUDO SOBRE A PROVA DE MATEMÁTICA DO ENEM

Atualmente, o Enem é considerado o principal meio de acesso às universidades públicas e privadas do Brasil. De acordo com o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), vinculado ao ministério da educação (MEC), o Enem foi instituído em 1998 com o objetivo de avaliar o desempenho escolar dos estudantes ao término da educação básica. Em 2009, o exame aperfeiçoou sua metodologia e passou a ser utilizado como mecanismo de acesso à educação superior no Brasil.

Desde a reformulação de 2009, o Enem conta com uma redação e 180 questões objetivas divididas em quatro áreas do conhecimento, com 45 questões cada. As áreas contempladas nesse exame são: Ciências humanas e suas tecnologias; Ciências da natureza e suas tecnologias; Linguagens, códigos e suas tecnologias; Matemática e suas tecnologias.

A área do conhecimento de Matemática e suas tecnologias é composta por questões que transitam entre a Matemática elementar do ensino fundamental até a utilização de conteúdos específicos às séries finais do ensino básico: 1º, 2º e 3º anos do ensino médio. Como já dito, essa área corresponde a 25% do total das questões objetivas do exame, além de ser utilizada na realização de questões de outros conteúdos do exame, como em questões de Química e Física, e na área de conhecimento de Ciências da natureza.

Devido à importância da prova de Matemática para os estudantes que realizam o Enem, propomos neste trabalho duas sequências didáticas abordando dois conteúdos dentre os mais recorrentes nesse exame nos últimos cinco anos (2018, 2019, 2020, 2021 e 2022).

Para a realização dessa pesquisa, inicialmente, fizemos um levantamento das questões de Matemática dos últimos cinco anos do Enem e, posteriormente, classificamos essas questões de acordo com os conteúdos cobrados, verificando, assim, quais apareceram com maior frequência.

Para analisar e quantificar os conteúdos de Matemática cobrados no Enem, sentimos necessidade de estudar a Matriz de Referência do exame (Brasil, 2022). De modo geral, essa matriz é o documento oficial que apresenta as competências e habilidades exigidas nesse exame. Existem quatro (sub)matrizes de referência, uma para cada área do conhecimento citada acima e suas respectivas disciplinas associadas. São elas:

- Ciências Humanas e suas tecnologias, que abrange os conteúdos de Geografia, História, Filosofia e Sociologia;
- Ciências da Natureza e suas tecnologias, que abrange os conteúdos de Química, Física e Biologia;

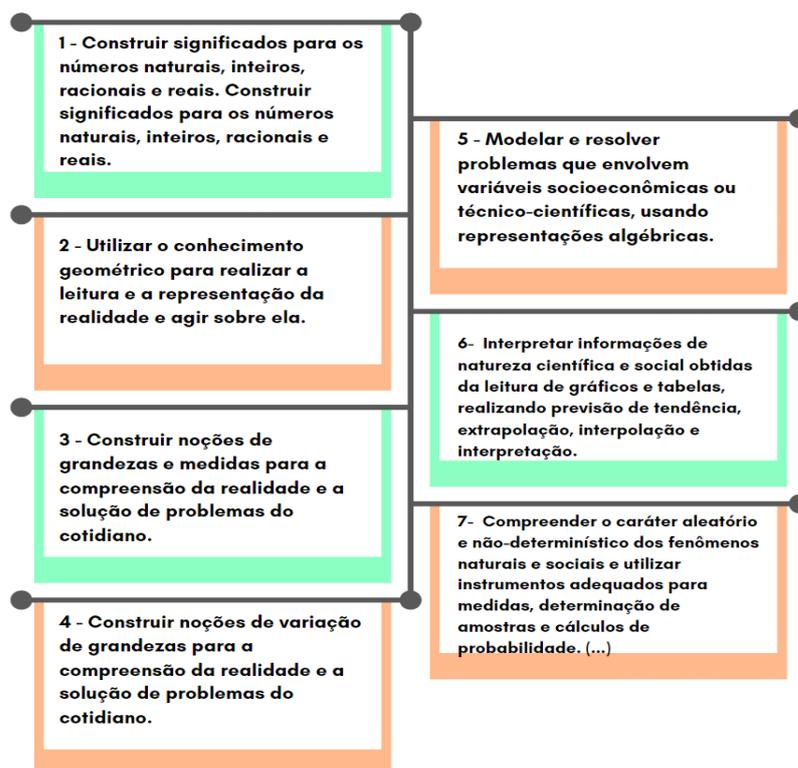
- Linguagens, códigos e suas tecnologias, que abrange o conteúdo de Língua Portuguesa, Literatura, Língua Estrangeira (Inglês ou Espanhol), Artes, Educação Física, e Tecnologias da Informação e Comunicação;
- Matemática e suas tecnologias.

Mas o que são competências e habilidades nesse contexto? De acordo com a Base Nacional Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), “**competência** é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho”. Ou seja, o domínio de competências matemáticas está associado à mobilização de conteúdos (conhecimentos matemáticos) através de várias habilidades.

Na figura 5, apresentamos as sete competências contempladas pela prova de Matemática do Enem. As habilidades associadas a cada competência não são citadas neste texto, mas podem ser encontradas no texto da Matriz de Referência do Enem.

Figura 5: Matriz de referência do Enem

COMPETÊNCIAS DE MATEMÁTICA DO ENEM



Fonte: Brasil, 2022.

Para o levantamento de dados sobre as questões de Matemática do Enem nos inspiramos também no trabalho de Santos (2015). O autor desse trabalho analisou as questões do Enem de 2009 a 2013 e nós analisamos de 2018 a 2022. A classificação adotada em nossa análise não é através das sete competências citadas acima e, sim, através dos seis grandes grupos de conteúdos matemáticos apresentados por Santos (2015). São eles:

Grupo 1: Raciocínio Lógico dedutivo

Grupo 2: Aritmética e Álgebra: conjuntos numéricos e suas operações; equações; porcentagens e juros; razões e proporções; sequências; sistema métrico decimal.

Grupo 3: Funções e Gráficos: Fundamentos: conceito de função, lei de formação de uma função, construção e interpretação de gráficos; Função afim; Função quadrática; Função exponencial; Função logarítmica; Função modular; Gráficos em geral.

Grupo 4: Geometria e Trigonometria: Ângulos; Área; Comprimento da Circunferência; Geometria Espacial; Geometria Plana; Notação Científica / Ordem de Grandeza; Polígonos; Quadriláteros; Razões Trigonométricas; Semelhança de Triângulos; Transformação de Unidades; Triângulos; Trigonometria no Círculo.

Grupo 5: Análise combinatória, probabilidade e estatística: Análise Combinatória; Análise de Dados, Gráficos e Tabelas; Medidas Estatísticas; Probabilidade.

Grupo 6: Álgebra linear e geometria analítica: Geometria Analítica; Matrizes; Sistema Lineares.

Como resultado da nossa análise das provas do Enem, construímos a Tabela 1:

Tabela 1: Conteúdos presentes na prova do Enem

Grupo	2022	2021	2020	2019	2018	Total
1	1	1	0	4	1	7
2	27	21	19	21	20	108
3	8	7	9	8	8	40
4	19	23	23	18	16	99
5	6	7	7	11	8	39
6	4	0	0	2	1	7

Fonte: Elaborada pela autora.

Como já dito, a prova de Matemática do Enem possui 45 questões, porém há questões que se encaixam em mais de um grupo descrito acima. Por exemplo, a Questão 146 (Figura 6) do Enem de 2021 exige conhecimentos sobre razão, geometria plana e transformação de unidades de medida, o que justifica os dados apresentados na Tabela 1.

Figura 6: Questão 146 do Enem de 2021**Questão 146** enem2021

Um técnico gráfico constrói uma nova folha a partir das medidas de uma folha A0. As medidas de uma folha A0 são 595 mm de largura e 840 mm de comprimento. A nova folha foi construída do seguinte modo: acrescenta uma polegada na medida da largura e 16 polegadas na medida do comprimento. Esse técnico precisa saber a razão entre as medidas da largura e do comprimento, respectivamente, dessa nova folha.

Considere 2,5 cm como valor aproximado para uma polegada.

Qual é a razão entre as medidas da largura e do comprimento da nova folha?

- A $\frac{1}{16}$
- B $\frac{620}{1\ 240}$
- C $\frac{596}{856}$
- D $\frac{598}{880}$
- E $\frac{845}{4\ 840}$

Fonte: Enem, 2021

Observando a Tabela 1, podemos destacar os três grupos mais cobrados no Enem: Grupo 3, Grupo 4 e Grupo 2, respectivamente. Em cada grupo destacado, podemos separar os conteúdos matemáticos e contar suas ocorrências, como fez Santos (2015). Fizemos exatamente isso em nossa análise e construímos as Tabelas 3, 4 e 5 a seguir. Finalmente, dois dos conteúdos mais abordados no Enem foram eleitos por nós como os conteúdos das nossas sequências didáticas.

Tabela 2: 1º lugar: Grupo 2 – Aritmética e Álgebra: 108 questões abordaram esse tema nos últimos cinco anos do Enem

Conteúdo	2022	2021	2020	2019	2018	Total
Conjuntos numéricos e suas operações	3	5	4	3	3	18
Equações	3	3	3	2	2	13
Porcentagens e juros	10	5	3	7	6	31
Razões e proporções	5	5	5	5	5	25
Sistema métrico decimal	5	2	2	2	2	13
Sequências	1	1	2	2	2	8

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 3: 2º Lugar: Grupo 4: Geometria e trigonometria: 99 questões abordaram esse tema nos últimos cinco anos do Enem

Conteúdo	2022	2021	2020	2019	2018	Total
Ângulos	1	1	1	1	0	4
Área	3	3	2	2	1	11
Comprimento da circunferência	0	1	1	1	1	4
Geometria Espacial	3	7	6	3	2	21
Geometria Plana	5	3	6	3	3	20
Notação Científica/Ordem de Grandeza	1	0	1	2	0	4
Polígonos	1	1	1	1	1	5
Quadriláteros	0	1	1	0	0	2
Razões Trigonométricas	1	0	1	1	2	5
Semelhanças de triângulos	0	1	0	0	1	2
Transformação de unidade	2	3	1	2	0	8
Triângulos	1	1	1	0	1	4
Trigonometria no círculo	1	1	1	2	4	9

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 4: 3º Lugar: Grupo 3: Funções e Gráficos: 40 questões abordaram esse tema nos últimos cinco anos do Enem

Conteúdo	2022	2021	2020	2019	2018	Total
Fundamentos	4	5	4	4	4	21
Função Afim	3	2	2	1	3	11
Função Quadrática	1	0	0	0	0	1
Função Exponencial	0	0	1	1	0	2
Função Logarítmica	0	0	1	2	1	4
Função Modular	0	0	1	0	0	1

Fonte: Elaborada pela autora.

Diante desses dados das tabelas, é notável o quanto os conteúdos de porcentagens e juros, razões e proporções, geometria e fundamentos de função são cobrados na prova do Enem. Compreender tais conteúdos pode proporcionar aos estudantes, candidatos ao Enem, uma maior oportunidade de conquistar resultados satisfatórios em Matemática, além de contribuir indiretamente para a realização de questões de outras disciplinas correlacionadas.

Dessa forma, propomos a elaboração de duas sequências didáticas: uma sobre porcentagens e uma outra abordando uma introdução a funções. A seleção do conteúdo porcentagens foi motivada por esse ser o conteúdo mais abordado no Enem nos últimos cinco anos. Já a escolha de trabalhar com funções foi influenciada pela experiência pessoal da autora, tanto como aluna do ensino básico, quando enfrentou desafios na compreensão desse conceito, quanto como professora, ao perceber que os alunos muitas vezes memorizam procedimentos sem compreender de fato o que é uma função.

4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1: PORCENTAGEM

Tanto nesta seção, quanto na seção seguinte, trabalharemos com metodologias ativas para o desenvolvimento das sequências didáticas. As metodologias ativas são estratégias de ensino que têm como principal objetivo proporcionar um aprendizado mais envolvente e eficaz, colocando o aluno no centro do processo de aprendizagem. Elas promovem a participação ativa, o pensamento crítico e a colaboração, criando assim um ambiente propício ao desenvolvimento do conhecimento.

Segundo Berbel (2011, p. 28)

As metodologias ativas baseiam-se em formas de desenvolver o processo de aprender, utilizando experiências reais ou simuladas, visando às condições de solucionar, com sucesso, desafios advindos das atividades essenciais da prática social, em diferentes contextos.

Zaluski *et al.* (2018) apontam que, através da aplicação de uma metodologia ativa, é possível trabalhar o aprendizado de uma maneira mais participativa, uma vez que a colaboração dos alunos como sujeitos ativos traz fluidez e essência de tal possibilidade educativa em sala de aula.

Utilizar tais metodologias na sala de aula produz efeitos positivos na aprendizagem dos alunos, especialmente diante do novo perfil de alunado que estamos presenciando. O estudante de hoje carrega consigo uma notável dificuldade de concentração, em grande parte, devido ao constante fluxo de estímulos provenientes da *Internet*. Além disso, as lacunas de aprendizado causadas pelo período de pandemia de Covid-19, principalmente nas escolas públicas, aumentam ainda mais a necessidade de se pensar em estratégias de melhoria do ensino e qualidade da educação.

Santos *et al.* (2019) reflete

Os docentes devem buscar transformar suas práticas pois o método tradicional de ensino tem se mostrado ineficaz e ineficiente para a formação do ser em sua totalidade, assim como devem acompanhar o avanço tecnológico e científico visto que a tecnologia hoje é capaz de integrar todos os espaços e tempos, facilitando o processo de ensino e aprendizagem. (Santos *et al.*, 2019)

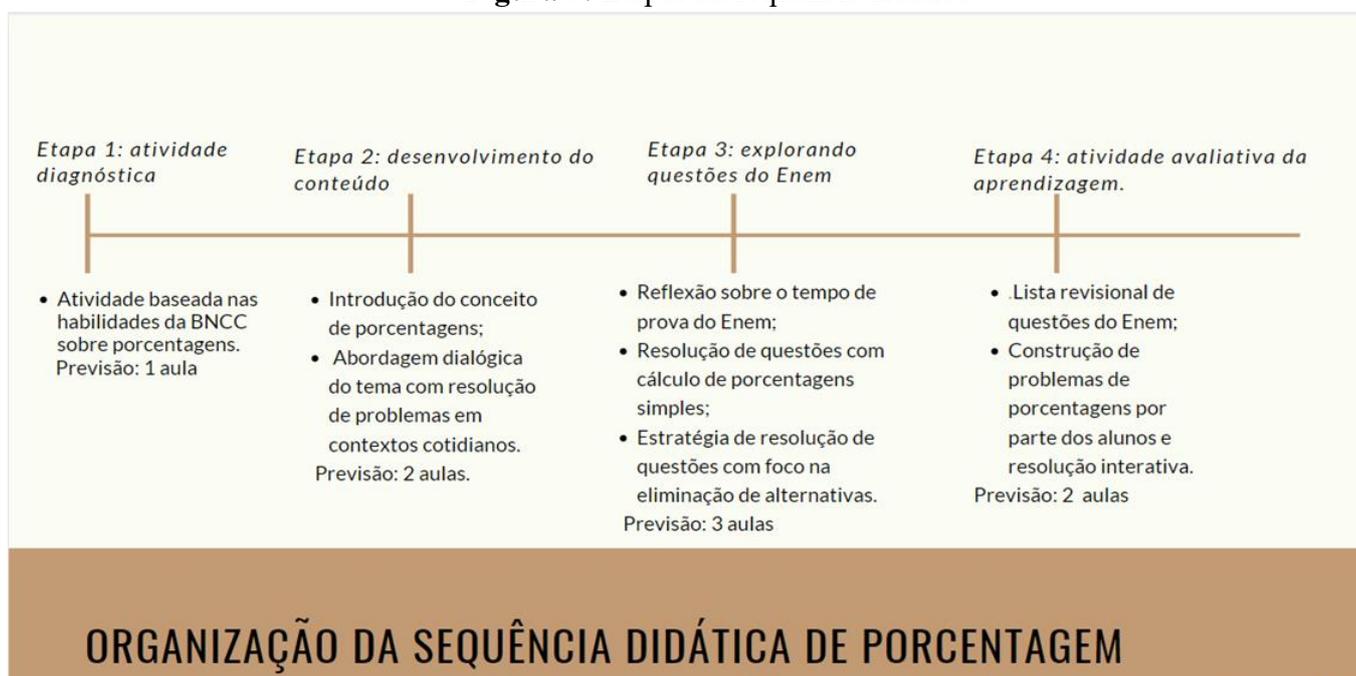
Além disso, influenciados por autores como Freire, Berbel, Barbosa e Moura, que enfatizam o aluno como protagonista da sua aprendizagem e defendem o uso de estratégias de ensino, como as metodologias ativas, que efetivamente coloquem o estudante no papel central no processo educativo, optamos por desenvolver ambas as sequências, utilizando metodologias ativas tais como a sala de aula invertida, a *gamificação*, aprendizagem baseada na resolução de

problemas, a *peer instruction*, a nuvem de palavras e o uso de mapas conceituais. No decorrer das duas seções, abordaremos detalhes de tais metodologias conforme forem utilizadas.

Sobre a sequência didática desenvolvida nesta seção, é importante destacar que a escolha do tema "porcentagem" é justificada pelo fato de ser o conteúdo mais recorrente no Enem nos últimos cinco anos, conforme demonstrado na Tabela 2 da seção 3. Somado a isso, também se ressalta que o ensino desse tema não apenas contribui para o sucesso na prova de Matemática do Enem, mas também para a vida do aluno na sociedade. Frequentemente, os indivíduos se deparam com situações financeiras que exigem a capacidade de resolver problemas que envolvem cálculos de porcentagem. Nesse sentido, tal sequência, também possui a intenção de colaborar para que os estudantes adquiram o conhecimento necessário para aplicar a porcentagem no seu dia a dia, desde orçar despesas familiares até compreender descontos em compras ou ofertas de emprego, por exemplo.

Abaixo (Figura 7), organizamos as etapas da sequência:

Figura 7: Etapas da sequência didática



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

4.1 Etapa 1: Atividade diagnóstica

A atividade diagnóstica será pautada na metodologia de ensino chamada “sala de aula invertida”, utilizando a ferramenta de colaboração.

A sala de aula invertida é uma abordagem pedagógica em que a tradicional dinâmica de ensino é invertida. Nesse modelo, o conteúdo que, normalmente, seria transmitido durante a aula em sala é disponibilizado aos alunos antes da aula, geralmente em forma de vídeos, leituras ou materiais *online*. Os alunos estudam esse conteúdo em casa, em seus próprios ritmos para, depois, serem explorados em sala de aula.

Em contrapartida, sobre a sala de aula invertida com o uso da ferramenta de colaboração, Agostini (2022) afirma que é uma estratégia didática de cooperação entre alunos e professor. Em uma tabela dividida em colunas, são disponibilizadas perguntas sobre o conteúdo, em que cada aluno deve registrar sua participação; na coluna do item “Resposta” ou complementando a resposta de outro aluno na coluna do item “Complementação”. O objetivo é que haja uma interação entre a turma. O professor, após análise do diálogo entre os alunos, de respostas e complementação, fará sua intervenção no campo “*feedback* do professor”.

Inspirada no trabalho de Agostini (2022), que utilizou a ferramenta de colaboração no estudo de semelhança de triângulos, essa sequência propõe criar uma atividade diagnóstica semelhante, com perguntas relacionadas ao estudo de porcentagem. Tais perguntas foram escolhidas de acordo com as habilidades da BNCC, conforme o quadro abaixo (Quadro 1):

Quadro 1: Habilidades da BNCC específicas ao conteúdo de porcentagem por questão

Questão 1	EF06MA13	Resolver problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
Questão 2	EF07MA02	Resolver problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
Questão 3	EF08MA04	Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Fonte: Elaborado pela autora.

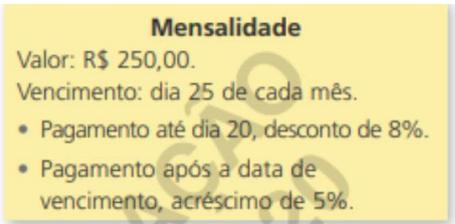
Inicialmente, o professor apresentará aos alunos três perguntas (Quadro 2) sobre porcentagem. Priorizou-se, nesse momento, a busca por questões mais simples e objetivas e, por se tratar de uma atividade diagnóstica, achou-se relevante a escolha de questões que não sejam do Enem.

A disponibilização dessas perguntas pode ser feita tanto em forma de material impresso, para ser realizada de forma presencial, quanto *online* através do recurso do *Google Classroom* (ANEXO), um aplicativo de sala de aula virtual disponível pelo *Google*.

Conforme os passos presentes no trabalho de Agostini (2022), em casa, o aluno irá registrar o seu raciocínio, no item “Resposta”; logo após, em aula, através do compartilhamento da atividade com os colegas, ele poderá realizar a complementação da resposta de outro aluno no item “Complementação”. O objetivo é que, após a interação entre os alunos, o professor possa intervir no campo “*feedback* do professor”, apresentando considerações importantes das resoluções.

Quadro 2: Perguntas diagnósticas

QUESTÕES	APRESENTAÇÃO DOS CÁLCULOS DA RESPOSTA ESCOLHIDA	COMPLEMENTAÇÃO	FEEDBACK DO PROFESSOR
<p>1) (VUNESP 2018/Prefeitura de Garça) Antes de iniciar as aulas do ano de 2018, a professora Vera recebeu a informação de que o número de alunos da turma na qual lecionaria era 10% maior, em relação ao número de alunos que ela tinha na turma do ano anterior. Para saber o número de alunos na turma de 2018, a professora Vera fez, corretamente, apenas uma operação, que consistiu em:</p> <p>A) multiplicar o número de alunos da turma do ano anterior por 0,1. B) adicionar 0,1 ao número de alunos da turma do ano anterior. C) multiplicar o número de alunos da turma do ano anterior por 1,1. D) adicionar 10,0 ao número de alunos da turma do ano anterior. E) multiplicar o número de alunos da turma do ano anterior por 10,0.</p>			

<p>2) (FGV 2017/IBGE) Dalva gostaria de ter uma televisão pequena em sua sala e, procurando em diversas lojas, achou a que queria por R\$620,00. Felizmente, no fim de semana, a loja anunciou uma promoção oferecendo 20% de desconto em todos os produtos. Assim, Dalva pode comprar sua televisão por:</p> <p>A) R\$482,00; B) R\$496,00; C) R\$508,00; D) R\$512,00; E) R\$524,00.</p>			
<p>3) Veja o cartaz exposto na secretaria de um clube:</p>  <p>Imagem disponível em: PNLD Souza, Joamir Roberto de: Matemática realidade & tecnologia: 9º ano, p.173.</p> <p>Qual é a diferença no valor da mensalidade se o pagamento for feito até o dia 20 e depois da data de vencimento?</p>			

Fonte: Elaborado pela autora.

Na pergunta 1 (Quadro 2), espera-se que o aluno reflita que, para calcular o aumento de 10% de um produto, ele deixa de custar 100% e passa a custar 110%, e que calcular 110% de um produto é o mesmo que multiplicar o valor desse produto por 1,1, logo a alternativa correta é a letra C. Tal questão possibilita o professor diagnosticar se o aluno possui um verdadeiro entendimento do conceito de porcentagem ou se está limitado apenas às técnicas de resolução, sendo a regra de três a mais comum delas.

Na pergunta 2 (Quadro 2), o professor deverá detectar se o aluno sabe calcular o valor de um produto que recebeu um desconto. É muito importante que o professor faça uma intervenção, se necessário, mostrando ao aluno que não basta apenas calcular o desconto de 20% do produto, ou seja, $20\% \text{ de } 620 = 0,2 \times 620 = 124$. É preciso subtrair o valor do desconto no preço inicial, logo $620 - 124 = 496$ reais. Se o professor perceber que a turma possui tal habilidade, ele também pode explorar o assunto refletindo que calcular o valor de um produto

que sofreu um desconto de 20% é o mesmo que calcular 80% desse produto, ou seja, $0,8 \times 620 = 496$ reais. Logo, a alternativa correta é a letra B.

Na pergunta 3 (Quadro 2), é explorada a habilidade do aluno de resolver um problema cotidiano sobre desconto e aumento percentual. Espera-se que o aluno encontre que o desconto de 8% de 250 é $0,08 \times 250 = 20$, ou seja, $250 - 20 = 230$ e que o acréscimo de 5% de 250 é $0,05 \times 250 = 12,50$, ou seja, $250 + 12,50 = 262,50$. Nesse caso, a diferença entre os dois valores é de 32,50. Essa questão apresenta uma reflexão significativa sobre um aspecto frequente na sociedade: a obtenção de descontos ao pagar antecipadamente um valor e a incidência de juros em caso de atraso. Por meio dela, o professor poderá avaliar se o aluno compreende essa distinção entre desconto e acréscimo.

Assim como reflete Agostini (2022), a ferramenta de colaboração desempenha um papel fundamental no processo de ensino-aprendizagem. No estudo de porcentagem, ela permite que os alunos identifiquem conceitos e casos relacionados à sua realidade. O professor, nessa etapa, analisará as interações dos alunos, incluindo respostas e contribuições, e fará intervenções, conforme necessário. Presencialmente, o professor poderá organizar a sala de aula em pequenos grupos, nos quais os alunos conduzirão discussões orientadas pelo docente sobre as questões relacionadas à porcentagem, compartilhando suas ideias posteriormente com toda a turma. De maneira remota, o professor poderá fazer uso do *chat* do *Google Meet* (ANEXO) para motivar a discussão entre os alunos.

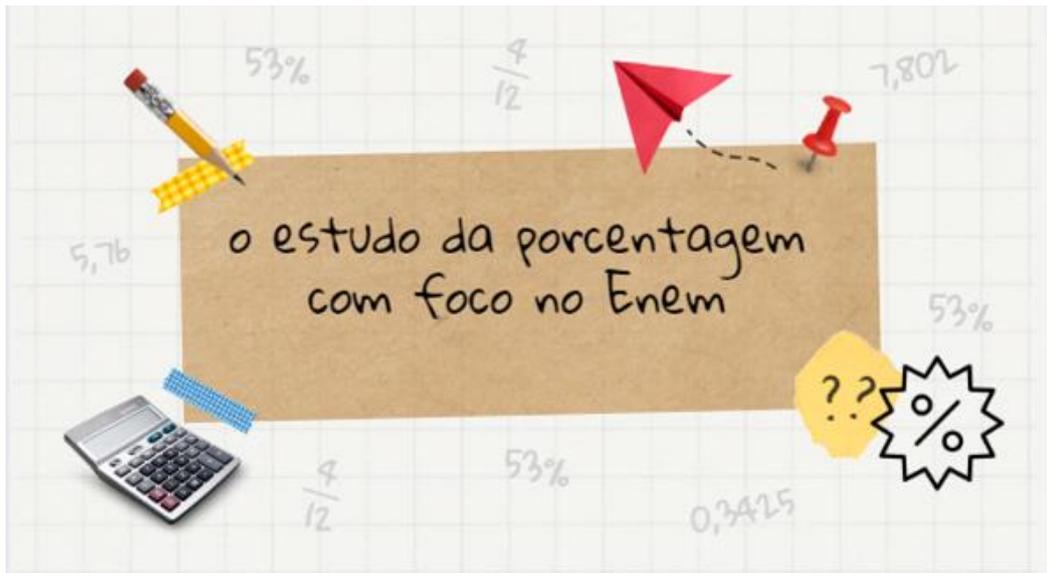
4.2 Etapa 2: Desenvolvimento do conteúdo

Nessa etapa utilizaremos *slides*³ produzidos no site *Canva*⁴ com um *layout* que se espera despertar a atenção do nosso público (Figura 8 e 9).

³ Disponível em: < https://www.canva.com/design/DAFTWXdLg/25rDsZanQgsW0SGYIpPcMw/edit?utm_content=DAFTWXdLg&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton_>.

⁴ Disponível em: < https://www.canva.com/pt_br/>. Acesso em 12 de ago. de 2023.

Figura 8: Slide com o título da apresentação



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

Em alguns momentos, utilizaremos a metodologia ativa da “gamificação”.

De acordo com Kapp (2012, p. 202), a gamificação é a aplicação de mecânicas, estéticas e conceitos de jogos para envolver pessoas, motivar ação, facilitar a aprendizagem e solucionar problemas. Conforme o autor, é um procedimento que incorpora elementos de jogos, em contextos que não são inerentemente a jogos. Nesses ambientes, os participantes se engajam em desafios definidos por regras e interatividade, os quais informam ao jogador sua posição real no jogo e, por vezes, geram respostas emocionais.

Abaixo, apresentamos o primeiro *slide* da sequência.

Figura 9: Slide usado na apresentação



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

O principal objetivo desse momento é despertar nos alunos a consciência do quanto a porcentagem está presente no nosso dia a dia. O professor poderá conduzir a discussão pelo *chat* do *Google Meet*, se a aula for remota, ou até motivar os estudantes a darem os depoimentos orais sobre o assunto, caso ela seja presencial. Ao exibir a tela da Figura 9, o professor, como mediador, poderá, por exemplo, perguntar aos alunos: O que mais lhe atrai em uma propaganda e o que te motiva a comprar um produto? Essas perguntas representam um ponto de partida muito enriquecedor, pois espera-se que alguns alunos respondam que preço, promoções, desconto podem ser fatores atrativos. O professor poderá expor nesse momento a importância de saber calcular porcentagens para, de fato, conhecer quanto um desconto de um produto representa no valor total. Outra pergunta a ser feita é: Você saberia explicar o que diz a reportagem apresentada no slide a seguir (Figura 10)?

Figura 10: Reportagem

Inflação medida pelo IGP-10 sobe 1,79% em janeiro, diz FGV

O IGP reúne os indicadores de preços ao produtor, ao consumidor e o custo da construção civil

Fonte: Economia IG⁵

Essa pergunta também traz uma série de reflexões sobre porcentagem. O professor poderá interagir com os alunos refletindo sobre o que significa esse 1,79%. Poderá, também, dialogar com os alunos o quanto a inflação afeta as nossas vidas, por exemplo, quando ela sobe, será necessário um valor maior para comprar os mesmos produtos consumidos, ou seja, o poder de compra diminui. O professor poderá ainda dar um exemplo: se a inflação em um mês foi de 1,79%, significa que, se uma compra no mercado, que há um mês era R\$ 100,00, agora é de R\$101,79. Portanto, o objetivo aqui é que os alunos reflitam que aprender porcentagem vai muito além do que resolver questões, é também uma forma de aprender a lidar com algumas situações financeiras.

Nesse ponto, é fundamental destacar uma reflexão essencial a ser compartilhada com os alunos. A matemática nos ajuda a ler e compreender o mundo que nos cerca, bem como as relações que permeiam a sociedade. Ela está fortemente ligada a tudo o que vivemos. Como na introdução de porcentagem, espera-se que os alunos reflitam a proposta das sequências propõe

⁵ Disponível em: <https://economia.ig.com.br/2022-01-17/inflacao-igp-10-fgv.html>. Acesso em: 02 nov.2023

ver a matemática sob a ótica do seu verdadeiro sentido seja para o Enem, seja para resolver situações cotidianas, e não apenas como maneira de memorizar fórmulas e aplicar técnicas de cálculo. É inegável que o aluno precisa formalizar conceitos importantes da matemática, mas propomos que, antes dessa formalização, haja, através de uma abordagem dialógica, a compreensão significativa do assunto.

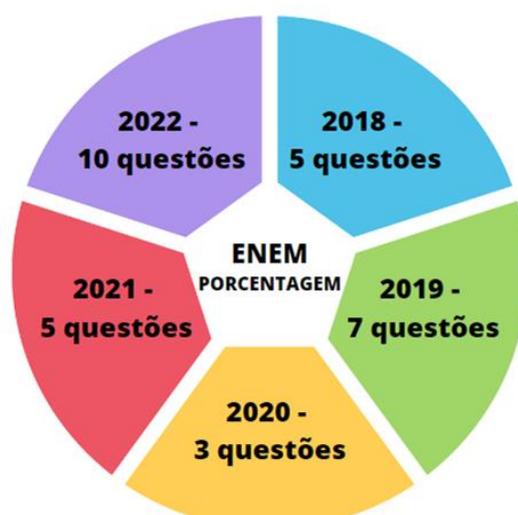
Nesse sentido, essa sequência pretende seguir os moldes da aula expositiva dialogada ou dialógica. Nina (2022) afirma que essa estratégia caracteriza-se pela exposição de conteúdos considerando o conhecimento prévio dos alunos, onde os mesmos possuem participação ativa com questionamentos e discussões e o professor exerce o papel de mediador. A autora ainda afirma que:

O ponto forte desta estratégia é o diálogo entre alunos e professor. Há espaço para questionamentos, críticas, discussões e reflexões, e o conhecimento pode ser sintetizado por todos. Nessa estratégia, a avaliação pode ser realizada pela participação dos estudantes contribuindo na exposição, questionando, respondendo, enfim, no diálogo da aula e/ou por atividades complementares tais como sínteses escritas, produção de mapas conceituais, esquemas, e resoluções de situações problema. (NINA, 2022)

Nesse momento, o professor apresentará a escolha do tema porcentagem através do *slide* abaixo (Figura 11), em que a frequência de questões do assunto no exame justificará a relevância dessa sequência didática.

Figura 11: *Slide* de porcentagem no Enem

Nos últimos cinco anos, a porcentagem foi o conteúdo mais cobrado no ENEM



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

Finalizada a apresentação da motivação do assunto, o professor iniciará o estudo de porcentagens com foco no seu significado e não apenas em procedimentos de como calculá-la. Iniciaremos com um poema (Figura 12):

Figura 12: Poema sobre porcentagem

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

O objetivo do poema é chamar a atenção do aluno para o significado da expressão *por cento* para dizer que há uma divisão por cem. É necessário que o professor mostre aos alunos que é importante entender o significado de uma porcentagem. Isso é o pontapé inicial para resolver questões dessa natureza e, conseqüentemente, fazer de forma mais rápida. Para comprovar essa reflexão sobre a importância de se compreender o significado da fração envolvida, no cálculo de porcentagens, o professor disponibilizará a seguinte atividade a ser respondida individualmente pelos alunos.

Estudo de caso sobre porcentagem – versão do aluno

A professora Ana do Colégio Potência passou para os seus alunos a seguinte situação matemática:

Beatriz gostou de um celular de R\$ 1600,00. O vendedor disse que à vista, ela teria 25% de desconto. Qual seria o preço do desconto do celular de Beatriz?

Observe você, a resolução do cálculo do desconto de 4 alunos desse Colégio e indique qual ferramenta Matemática cada um dos três primeiros alunos usaram para achar esse desconto:

Aluno 1:

$$1800 \dots\dots 100\%$$

$$x \dots\dots 25\%$$

$$100 x = 45000$$

$$x = 45000/100$$

$$x = 450$$

O aluno 1 usou qual conteúdo matemático? _____

Aluno 2:

$$25\% \text{ de } 1800 =$$

$$0,25 \times 1800 =$$

$$450$$

O aluno 2 usou qual conteúdo matemático? _____

Aluno 3:

$$25\% = \frac{25}{100} \times 1800 = 450$$

O aluno 3 usou qual conteúdo matemático? _____

Aluno 4: R\$ 450,00

O aluno 4 apenas colocou 450 reais na resposta. Quando foi questionado pela professora onde estava sua resolução, ele respondeu: Calcular 25% é calcular 25 partes em 100, o que corresponde a um quarto, então **apenas dividi por 4**. Calculei a metade da metade. A metade de 1800 é 900 e de 900 é 450. Então, resolvi a questão mentalmente.

Na sua opinião, qual (quais) resolveu (resolveram) a situação-problema com mais agilidade?

A título de conferência do professor, a seguir propomos a expectativa de respostas dos alunos.

Respostas:

Aluno 1: Regra de três

Aluno 2: Operações com números decimais

Aluno 3: Operações com frações

Na última pergunta, espera-se que o aluno reflita que o aluno 4 realizou a questão com maior agilidade.

Após todos terminarem a atividade, em uma abordagem dialógica, o professor irá convidá-los a compartilharem suas considerações. É nesse momento que deverá ocorrer uma importante mediação sobre estratégias de resolução de questões de porcentagem. O professor deverá reafirmar que o estudo da porcentagem vai muito além de procedimentos algébricos e que compreender o seu significado pode ampliar os caminhos para o encontro da solução de uma possível questão do Enem.

Somado a isso, o professor utilizará da metodologia *gamificação* para realizar uma revisão com os alunos, sobre como devemos calcular porcentagens através do seu significado.

Para isso, será utilizado o *site Wordwall*, (ANEXO) por meio de um jogo da memória. O jogo será disponibilizado aos alunos através de um *link*, seja presencial ou remotamente.

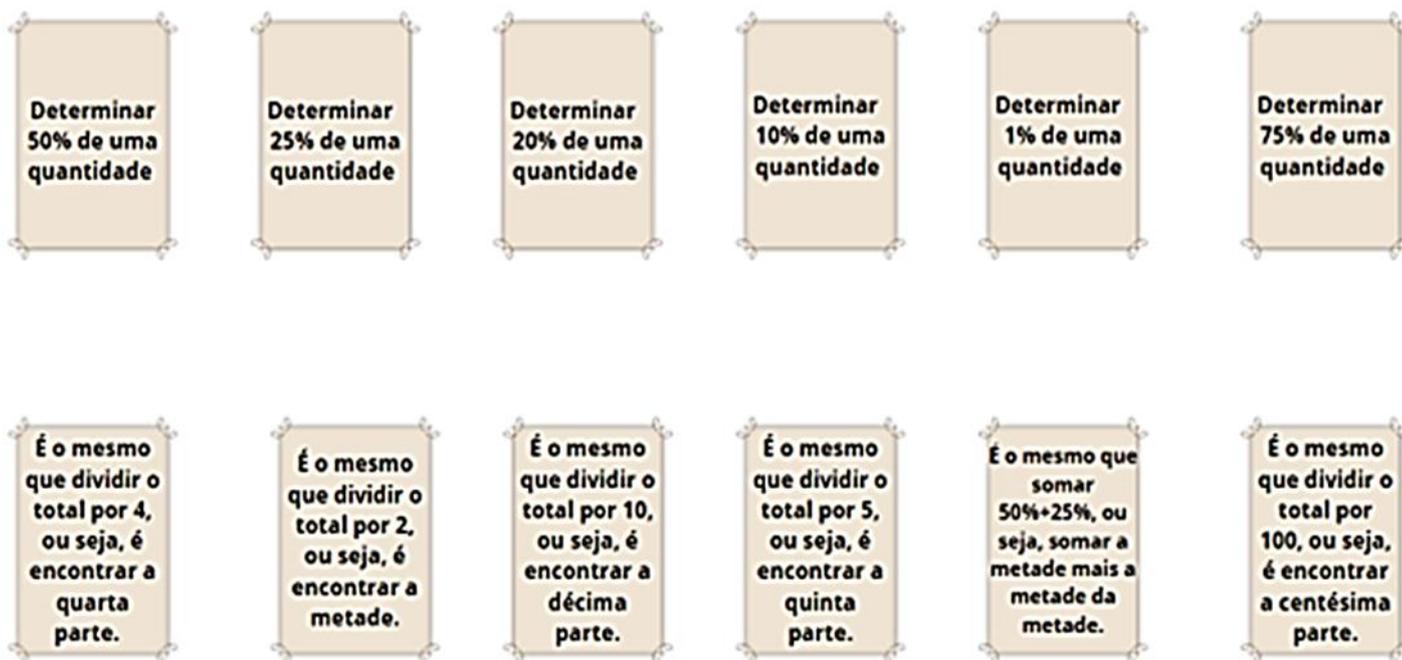
Figura 13: Jogo da memória



Fonte: Tela do *Wordwall*

A seguir, é possível visualizar a tela do *Wordwall* (Figura 14) com as cartas reveladas.

Figura 14: Tela do *WordWall*



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

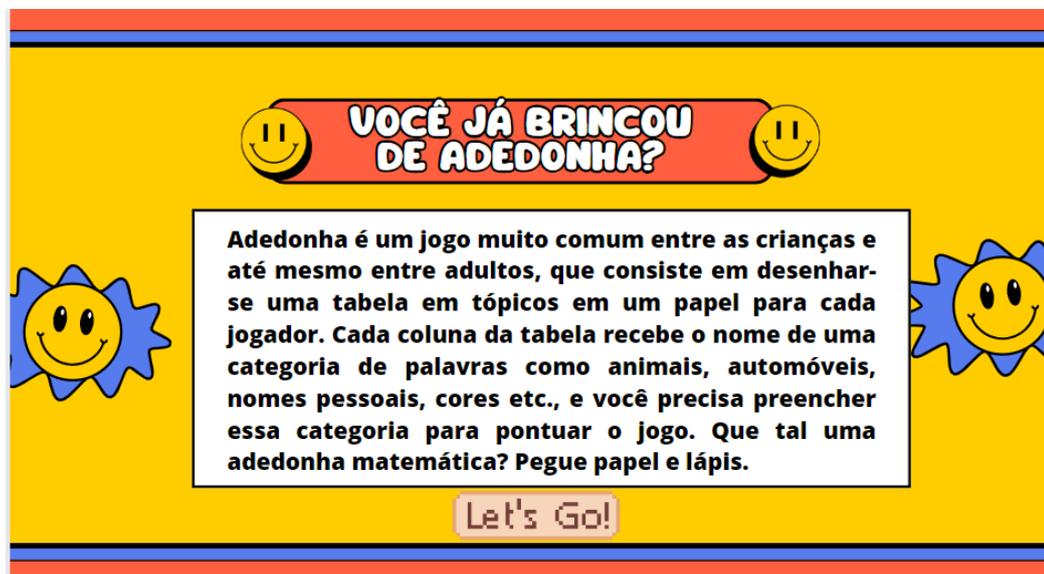
Durante o jogo da memória, o professor poderá mediar uma discussão com os alunos, à medida em que as cartas vão sendo reveladas. É importante que o professor destaque que, após a atividade, os alunos realizarão um exercício, também em forma de um segundo jogo, para reforçarem o que aprenderam. É nesse momento que os seguintes *slides* (Figuras 15 e 16) são compartilhados.

Figura 15: Adedonha



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 16: Descrição do jogo



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Nessa parte, o professor instruirá os alunos a desenharem a seguinte tabela abaixo (Tabela 5):

Tabela 5: Jogo de adedonha – Matemática


Cada acerto vale 10 pontos
Ao final de cada rodada, some seus pontos.

Rodadas	Quantidade	1%	5%	10%	25%	50%	100%
1	800				200		
2		35					
3				6			
4						2	

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

O professor inicia a primeira rodada apresentando apenas informações de duas colunas. Por exemplo, na rodada 1, o professor pode começar com a quantidade de 800 e 25% e pedir que preencham as demais colunas. De modo análogo, também é possível começar com qualquer uma das informações dadas nas demais rodadas.

Observe que a adedonha, personalizada para a porcentagem, é uma ferramenta bastante relevante para o professor conhecer o grau de aproveitamento dos estudantes e receber dos próprios estudantes esse *feedback*. No momento da conferência do jogo, o professor pode anotar quantos pontos cada aluno fez em cada rodada e, assim, verificar se é necessário intensificar mais rodadas sobre tal assunto ou se ele pode prosseguir com a sequência didática.

A seguir, disponibilizamos uma tabela de apoio para a organização desses resultados. Vale destacar que, assim como na adedonha, os próprios alunos deverão divulgar suas respectivas pontuações a cada rodada. É importante que o professor observe se o rendimento foi crescente ao longo das rodadas para que se possa analisar se é necessário retomar o conteúdo:

Tabela 6: Tabela para jogar adedonha

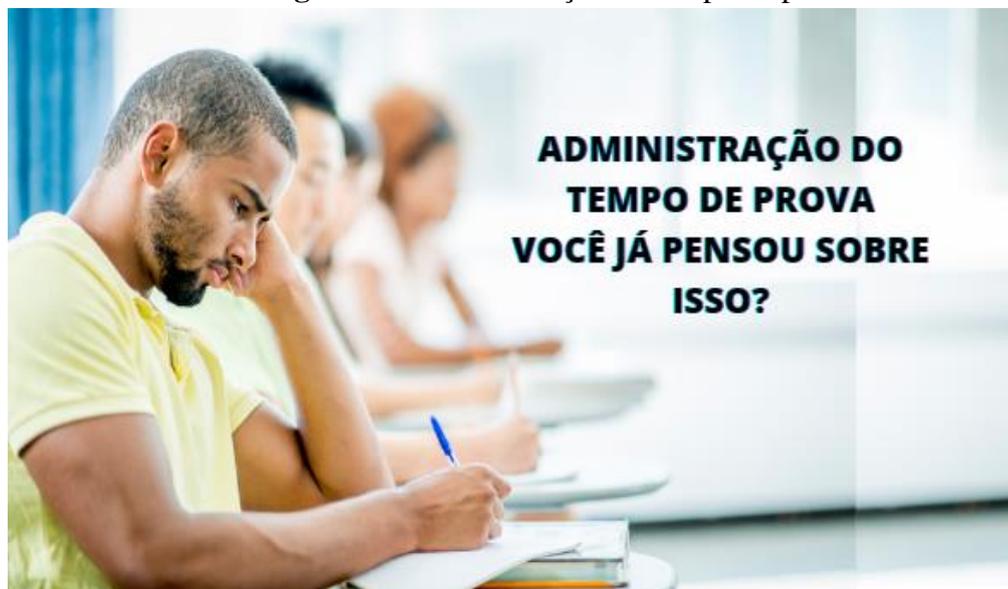
Aluno	Rodada 1 (70 pontos)	Rodada 2 (70 pontos)	Rodada 3 (70 pontos)	Rodada 4 (70 pontos)

Fonte: Elaborada pela autora.

Após a adedonha e a reflexão feita sobre o significado de porcentagem, o professor poderá formalizar conceito de porcentagem utilizando o seu livro didático de preferência para posteriormente colocar em prática a utilização desse conceito, na terceira etapa dessa sequência, a etapa de exploração das questões do Enem.

4.3 Etapa 3: Explorando questões do Enem

Após o desenvolvimento do significado de porcentagem e as maneiras simples e rápidas de calculá-la, surge uma ponte para a reflexão da administração do tempo na prova do Enem. Então, apresentam-se os próximos *slides* (Figura 17 e Figura 18).

Figura 17: Administração do tempo de prova

Fonte: Site *Canva*⁶

⁶ Disponível em: https://www.canva.com/design/DAFTWXdLg/25rDsZanQgsW0SGYIpPcMw/edit?utm_content=DAFTWXdLg&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton

Figura 18: Detalhes sobre a administração do tempo de prova



- A prova de Matemática do Enem acontece no segundo dia de prova e tem duração de cinco horas.
- Imagine que você separe trinta minutos para o preenchimento de gabarito e divida as 4h30min restantes entre matemática e ciências da natureza. Serão 2h15min. para cada prova.
- Como a prova de Matemática possui 45 questões, se você dividir 135 minutos, correspondentes a 2h15min por 45 questões, você terá apenas três minutos para fazer cada questão.

E aí? Dá tempo? É importante você procurar meios de ganhar tempo na solução de uma questão?

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Nesse momento, o professor propõe uma dinâmica aos alunos. Ele colocará uma questão de porcentagem na tela (Figura 19) que será cronometrada em três minutos:

Figura 19: Dinâmica de administração do tempo de prova.

(ENEM 2019 PPL) Deseja-se comprar determinado produto e, após uma pesquisa de preços, o produto foi encontrado em 5 lojas diferentes, a preços variados.

- Loja 1: 20% de desconto, que equivale a R\$ 720,00, mais R\$ 70,00 de frete;
- Loja 2: 20% de desconto, que equivale a R\$ 740,00, mais R\$ 50,00 de frete;
- Loja 3: 20% de desconto, que equivale a R\$ 760,00, mais R\$ 80,00 de frete;
- Loja 4: 15% de desconto, que equivale a R\$ 710,00, mais R\$ 10,00 de frete;
- Loja 5: 15% de desconto, que equivale a R\$ 690,00, sem custo de frete.

O produto foi comprado na loja que apresentou o menor preço total.

O produto foi adquirido na loja

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.



Fonte: Enem 2019 PPL

O objetivo da dinâmica não é corrigir a questão (gabarito: A) com os alunos, mas fazer com que eles percebam a necessidade de administrar o tempo de prova do Enem, para obterem um bom desempenho. Não basta apenas saber Matemática, é preciso usar estratégias que facilitem a resolução das questões. Então, o professor pedirá aos alunos que citem três

estratégias que podem ser utilizadas para melhorar o desempenho na prova do Enem em relação ao tempo (Figura 20):

Figura 20: *Checklist* de estratégias



Fonte: Elaborada pela autora.

O professor pode mediar esse momento acrescentando exemplos de estratégias:

- Realizar as questões mais fáceis primeiro;
- Detectar as alternativas que podem ser eliminadas em determinadas questões;
- Utilizar aproximações de números quando possível, entre outras.

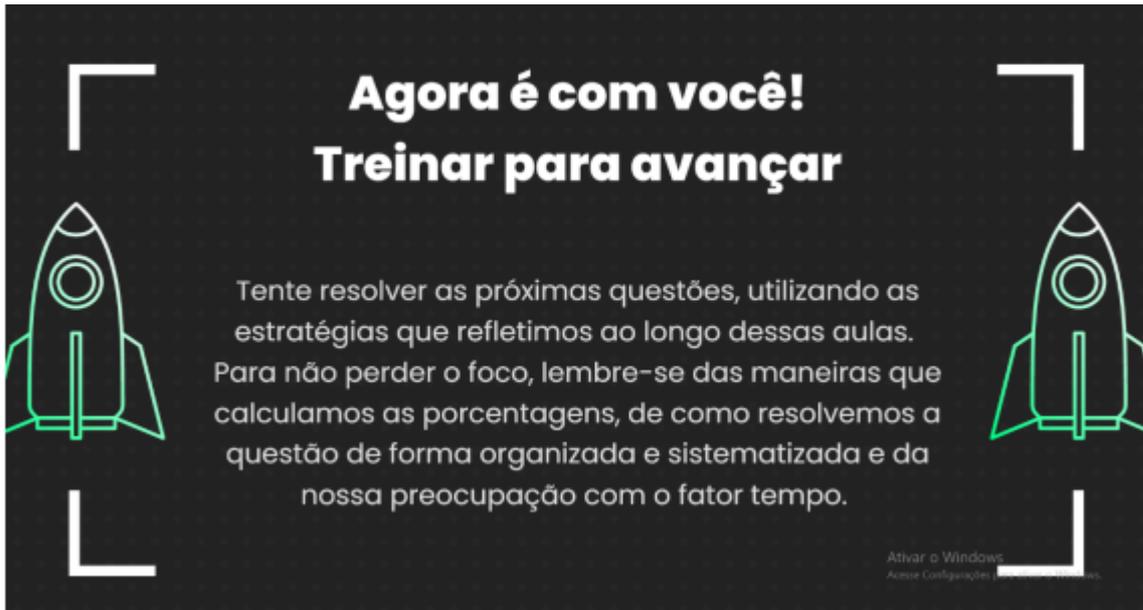
Ele deve também motivar os alunos a refletirem sobre o processo de resolução da questão de porcentagem, fazendo os seguintes questionamentos?

- Como você classificaria essa questão? Fácil, média ou difícil?
- Em relação ao tempo de resolução? Quanto tempo você gastou para resolver essa questão?
- Você acha que a questão abordou mais conteúdos do Ensino Médio ou do Ensino Fundamental?

O objetivo do questionamento é fazer com que os alunos reflitam sobre as questões de matemática do Enem e percebam que a maioria das questões não são difíceis, porém podem ser trabalhosas e exigem várias etapas de resolução.

Nesse momento, o professor disponibilizará aos alunos **três exercícios** para treino através dos *slides* a seguir (Figuras 21 e 22):

Figura 21: Slide de Introdução



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

Figura 22: Questão do Enem

tempo

Questão 180

O quadro representa os gastos mensais, em real, de uma família com internet, mensalidade escolar e mesada do filho.

Internet	Mensalidade escolar	Mesada do filho
120	700	400

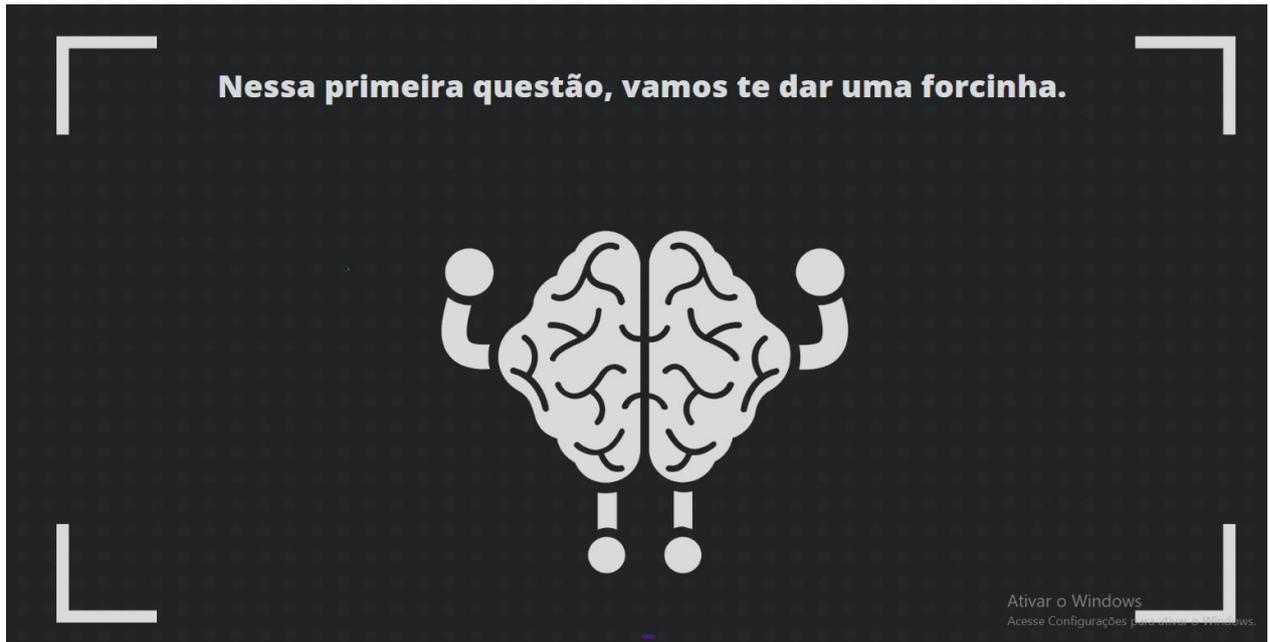
No início do ano, a internet e a mensalidade escolar tiveram acréscimos, respectivamente, de 20% e 10%. Necessitando manter o valor da despesa mensal total com os itens citados, a família reduzirá a mesada do filho. Qual será a porcentagem da redução da mesada?

A 15,0
B 23,5
C 30,0
D 70,0
E 76,5

MT - 2º dia | Caderno 6 - CINZA - Página 31

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva/Enem 2020*

Figura 23: Uma forcinha



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

Figura 24: Passo a passo 1



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

Propõe-se, aqui, que o professor incentive os alunos a resolverem a questão com organização e que utilizem a Matemática de forma estratégica. Por exemplo, se não sabemos que a raiz quadrada de 3600 é 60, qual o caminho mais estratégico para encontrar essa raiz

numa prova de Enem? Fatorar 3600 ou apenas transformá-lo em um produto de 36x100 e encontrar as raízes dos fatores de forma separada para depois multiplicá-las (Figura 25).

Figura 25: Resolução da raiz quadrada

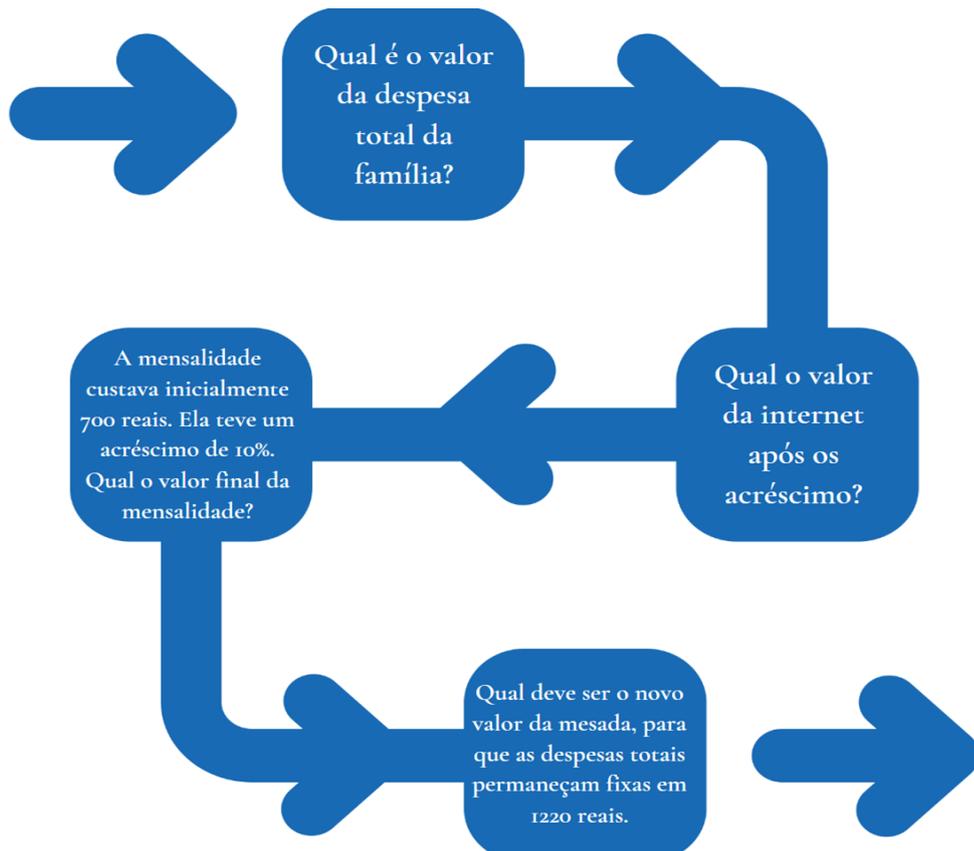
3600		2
1800		2
900		2
450		2
225		3
75		3
25		5
5		5
1		$2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

Fonte: Elaborada pela autora.

$$\text{ou } \sqrt{3600} = \sqrt{36} \times 100 = \sqrt{36} \times \sqrt{100} = 6 \times 10 = 60$$

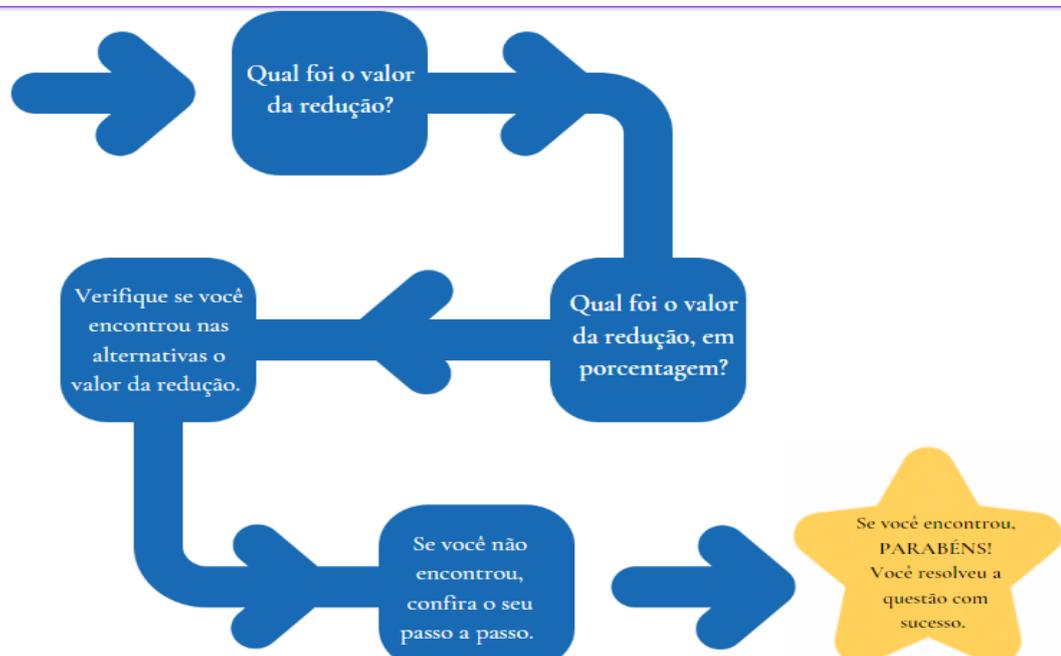
É preciso incentivar os alunos a enxergarem a Matemática como facilitadora do caminho de resolução do Enem. A motivação é muito importante nesse processo. Mostrar aos alunos que o raciocínio sistemático é nosso aliado quando procuramos usar suas propriedades, conceitos e técnicas a favor de uma resolução otimizada. Na próxima etapa, os alunos vão resolver sozinhos a questão proposta, mas poderão utilizar um passo a passo (Figuras 26 e 27):

Figura 26: Passo a passo 2



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 27: Passo a passo 3



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Uma resolução esperada seria:

Passo 1: Juntando *Internet*, mensalidade e mesada, o valor total fica:

$$120 + 700 + 400 = 1220 \text{ reais}$$

Passo 2: Primeiro, vamos calcular quanto vale 20% de 120.

$$120 \times 20/100 = 120 \times 2/10 = 12 \times 2 = 24 \text{ reais}$$

Então 20% de 120 são 24 reais.

A *Internet* teve um acréscimo de 24 reais, o valor final dela fica:

$$120 + 24 = 144 \text{ reais}$$

Passo 3: Pra começar, vamos calcular quanto vale 10% de 700:

$$700 \times 10/100 = 7 \times 10 = 70 \text{ reais.}$$

Logo, 10% de 700 são 70 reais.

A mensalidade teve um acréscimo de 70 reais. O seu valor final é:

$$700 + 70 = 770 \text{ reais.}$$

Passo 4: Do valor calculado no passo 1, subtraímos os acréscimos do passo 2 e 3:

$$1220 - 144 - 770 = 306 \text{ reais}$$

O novo valor da mesada deve ser de 306 reais.

Passo 5: 1- A redução na mesada foi de:

$$400 - 306 = 94 \text{ reais}$$

Para obtermos a redução em porcentagem, temos que calcular quanto o valor 94 reais representam quantos por cento de 400 reais.

Podemos fazer isso por uma regra de três:

$$400 \text{ reais correspondem a } 100\%$$

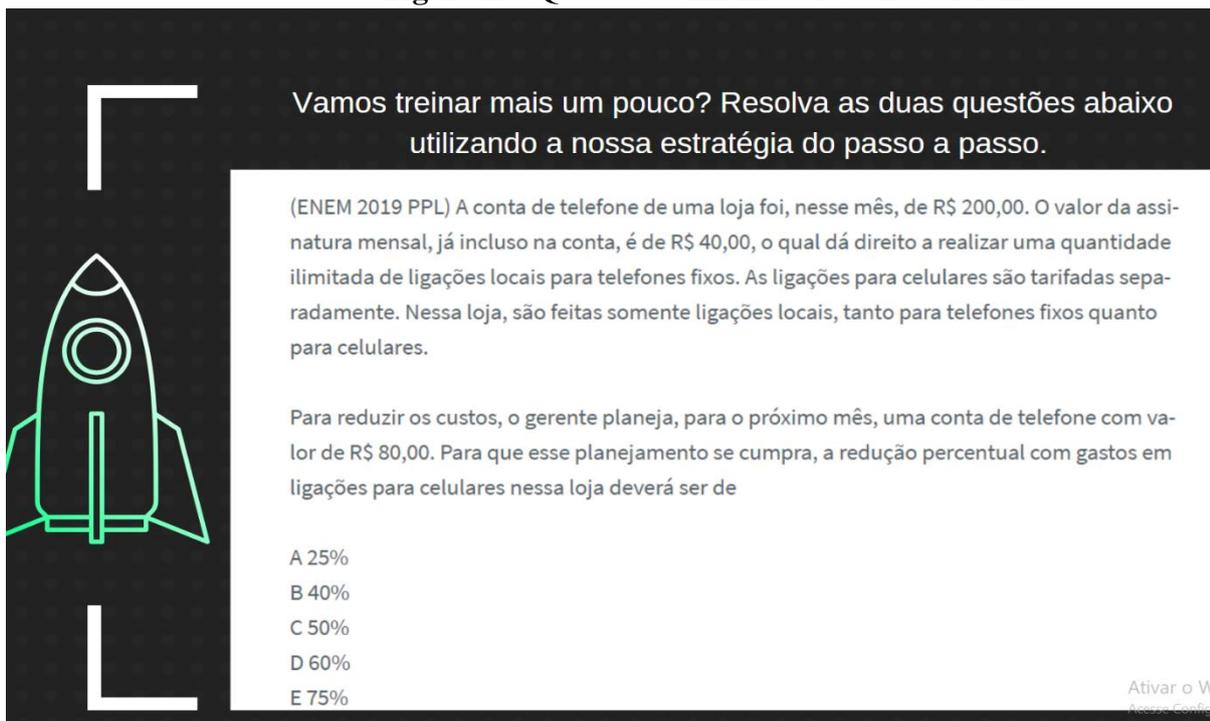
$$94 \text{ reais correspondem a } x \%$$

$$400 \times x = 94 \times 100, \text{ que é equivalente a}$$

$$4 \times x = 94, \text{ ou seja,}$$

$$x = 94/4 = 23,5$$

Então, 94 reais representam 23,5% de 400 reais. Ou seja, **a redução em porcentagem foi de 23,5%.**

Figura 28: Questão do Enem sobre conta telefônica


Vamos treinar mais um pouco? Resolva as duas questões abaixo utilizando a nossa estratégia do passo a passo.

(ENEM 2019 PPL) A conta de telefone de uma loja foi, nesse mês, de R\$ 200,00. O valor da assinatura mensal, já incluso na conta, é de R\$ 40,00, o qual dá direito a realizar uma quantidade ilimitada de ligações locais para telefones fixos. As ligações para celulares são tarifadas separadamente. Nessa loja, são feitas somente ligações locais, tanto para telefones fixos quanto para celulares.

Para reduzir os custos, o gerente planeja, para o próximo mês, uma conta de telefone com valor de R\$ 80,00. Para que esse planejamento se cumpra, a redução percentual com gastos em ligações para celulares nessa loja deverá ser de

A 25%
B 40%
C 50%
D 60%
E 75%

Ativar o Wi

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Uma resolução esperada seria:

Passo 1:

Calcular o gasto neste mês com ligações para celulares: A conta total nesse mês foi de R\$ 200,00. A assinatura mensal é de R\$ 40,00. Essa assinatura já dá direito a ligações para telefones fixos. Para obter o gasto com ligações para celulares, basta subtrairmos o valor da conta total pelo valor da assinatura mensal.

$$200 - 40 = 160.$$

Passo 2:

No próximo mês, o gerente quer reduzir a conta para apenas R\$ 80,00. Sabendo disso, qual deve ser o gasto com celulares no próximo mês?

No próximo mês, a assinatura mensal continua sendo de R\$ 40,00.

Para que a conta total seja de R\$ 80,00, o gasto com ligações para celulares deve ser de:

$$80 - 40 = 40.$$

Passo 3:

Já concluímos que a empresa deve reduzir o gasto com ligações para celulares de R\$ 160,00 para R\$ 40,00. Com essa informação, é preciso calcular a redução percentual com gastos em ligações para celulares nessa loja. Primeiro, vamos calcular quantos reais a empresa

deve reduzir os gastos com ligações para celulares. Nesse mês, o gasto é de R\$160,00. No próximo mês, o gasto tem que ser de apenas R\$40,00. Então, a empresa deve reduzir esse gasto em: $160 - 40 = 120$.

Passo 4:

O exercício pede a redução em porcentagem. Então temos que calcular o seguinte: 120 são quantos por cento de 160?

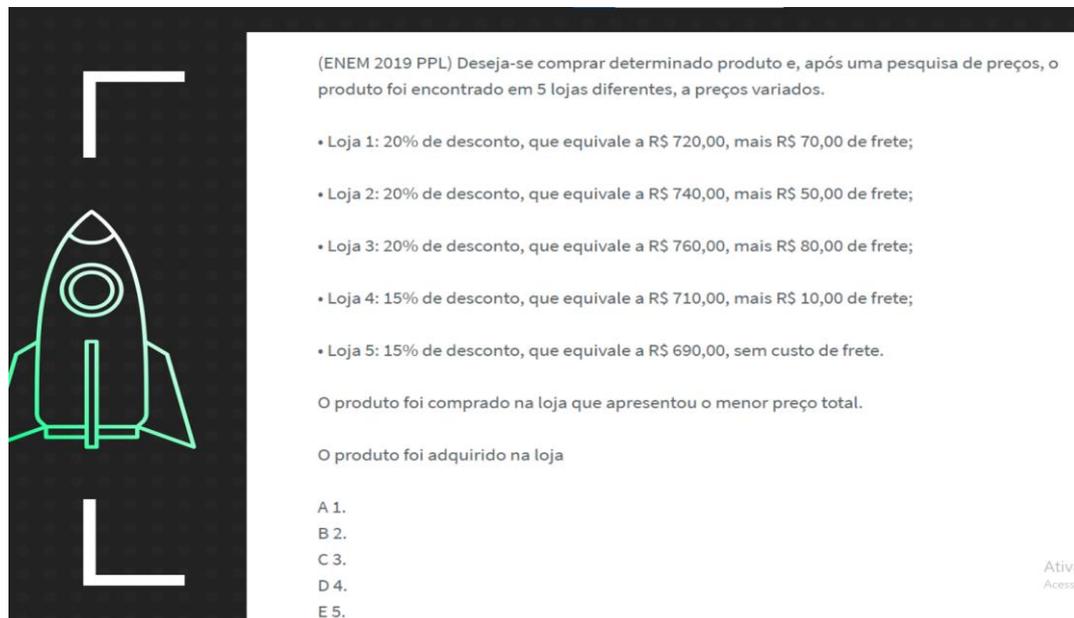
Se dividirmos 160 em 4 partes iguais veremos que 120 corresponde a 3 partes de 4. Se cada parte é 25% então, $3 \cdot 25\% = 75\%$.

Assim, chegamos na resposta: **a redução em porcentagem deve ser de 75%.**

Resposta: Alternativa E.

A seguir apresentamos nossa terceira questão do Enem

Figura 29: Questão do Enem sobre preço



(ENEM 2019 PPL) Deseja-se comprar determinado produto e, após uma pesquisa de preços, o produto foi encontrado em 5 lojas diferentes, a preços variados.

- Loja 1: 20% de desconto, que equivale a R\$ 720,00, mais R\$ 70,00 de frete;
- Loja 2: 20% de desconto, que equivale a R\$ 740,00, mais R\$ 50,00 de frete;
- Loja 3: 20% de desconto, que equivale a R\$ 760,00, mais R\$ 80,00 de frete;
- Loja 4: 15% de desconto, que equivale a R\$ 710,00, mais R\$ 10,00 de frete;
- Loja 5: 15% de desconto, que equivale a R\$ 690,00, sem custo de frete.

O produto foi comprado na loja que apresentou o menor preço total.

O produto foi adquirido na loja

- A 1.
- B 2.
- C 3.
- D 4.
- E 5.

Ativa
Acesse

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

Uma resolução esperada seria:

Passo 1: Calcular o preço total de cada uma das 5 lojas.

Loja 1:

Sabemos que R\$ 720,00 equivale a 20% do preço original.

Queremos calcular quanto vale 100% do preço original. Podemos fazer isso multiplicando o valor por 5, já que 20% representa a quinta parte de 100%.

$$720 \cdot 5 = 3600.$$

Então, o preço original do produto, sem desconto, é R\$3600,00.

Agora, qual o preço do produto, com o desconto? Basta subtrairmos 720 do preço original. $3600 - 720 = 2880$

Agora, para concluir, o enunciado afirma que a Loja 1 cobra R\$70,00 de frete. Então, vamos calcular o preço com o frete.

$$2880 + 70 = 2950$$

O preço total na Loja 1 é de R\$2950,00.

Vamos repetir o mesmo raciocínio para as outras lojas.

Loja 2: 20% de desconto, que equivale a R\$ 740,00, mais R\$ 50,00 de frete;

$$5 \cdot 740 = 3700, \text{ ou seja,}$$

o preço original, sem desconto é R\$3700,00

$$3700 - 740 = 2960, \text{ assim}$$

o preço com desconto é R\$2960,00.

O frete nessa loja é de R\$50,00

$$2960 + 50 = 3010, \text{ daí}$$

o preço total na Loja 2 é de R\$3010,00

Loja 3:

Loja 3: 20% de desconto, que equivale a R\$ 760,00, mais R\$ 80,00 de frete; $5 \cdot 760$

o preço original, sem desconto é de R\$3800,00

$$3800 - 760 = 3040$$

o preço com desconto é de R\$3040,00.

O frete na Loja 3 é de R\$80,00

$$3040 + 80 = 3120.$$

O preço total na Loja 3 é de R\$3120,00

Loja 4:

Loja 4: 15% de desconto, que equivale a R\$ 710,00, mais R\$ 10,00 de frete.

Nesse caso, podemos usar a regra de 3:

15% corresponde a 710

100% corresponde a y

$15 \times y = 100 \cdot 710$, que é equivalente a

$3 \times y = 20 \cdot 710$, ou seja,

$$3 \times y = 14200$$

$$y = 14200 / 3$$

$$y = 4733,33$$

O preço original, sem desconto, é de R\$4733,33

$$4733,33 - 710 = 4023,33$$

O preço com desconto é de R\$4023,33.

O frete na Loja 4 é de R\$10,00

$$4023,33 + 10 = 4033,33$$

O preço total na Loja 4 é de R\$4033,33.

Loja 5:

Loja 5: 15% de desconto, o que equivale a R\$ 690,00, sem custo de frete.

15% corresponde a 690.

100% corresponde a y, então

$$15 y = 100 \times 690$$

que é equivalente a $3 \times y = 20 \cdot 690$

ou seja, $y = 20 \times 230$,

logo, $y = 4600$

O preço original, sem desconto, é de R\$4600,00

$$4600 - 690 = 3910.$$

O preço com desconto é de R\$3910,00.

A loja 5 não cobra frete.

Então, **o preço total na Loja 5 é de R\$3910,00**

Passo 2:

Vamos comparar o preço total encontrado em cada uma das cinco lojas. A resposta será, como solicitado no enunciado da questão, a loja que tiver o menor preço total. A tabela abaixo nos ajudará nessa comparação.

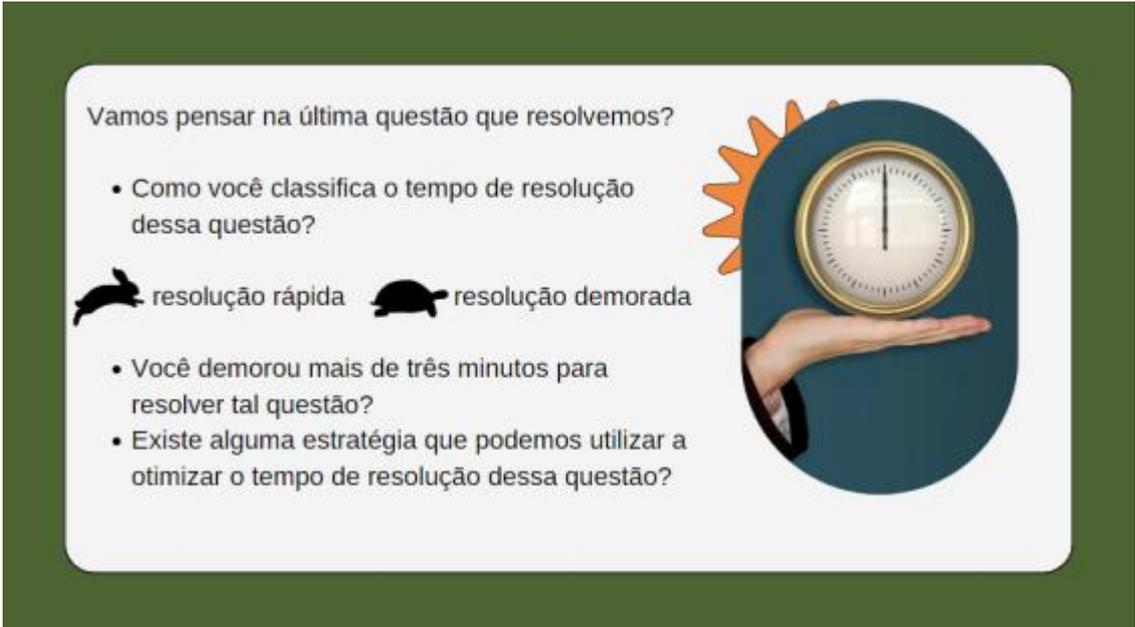
Tabela 7: Lojas e preços

LOJAS	PREÇO TOTAL (R\$)
1	2950,00
2	3010,00
3	3120,00
4	4033,00
5	3910,00

Fonte: Elaborada pela autora.

Concluimos que a Loja 1 tem o menor preço total. Alternativa correta: A

É nesse momento que o professor irá refletir com os alunos a respeito da última questão resolvida. É importante que ele estimule os alunos a pensarem sobre o tempo de resolução dessa questão através dos slides (Figuras 30, 31 e 32):

Figura 30: Tempo de resolução


Vamos pensar na última questão que resolvemos?

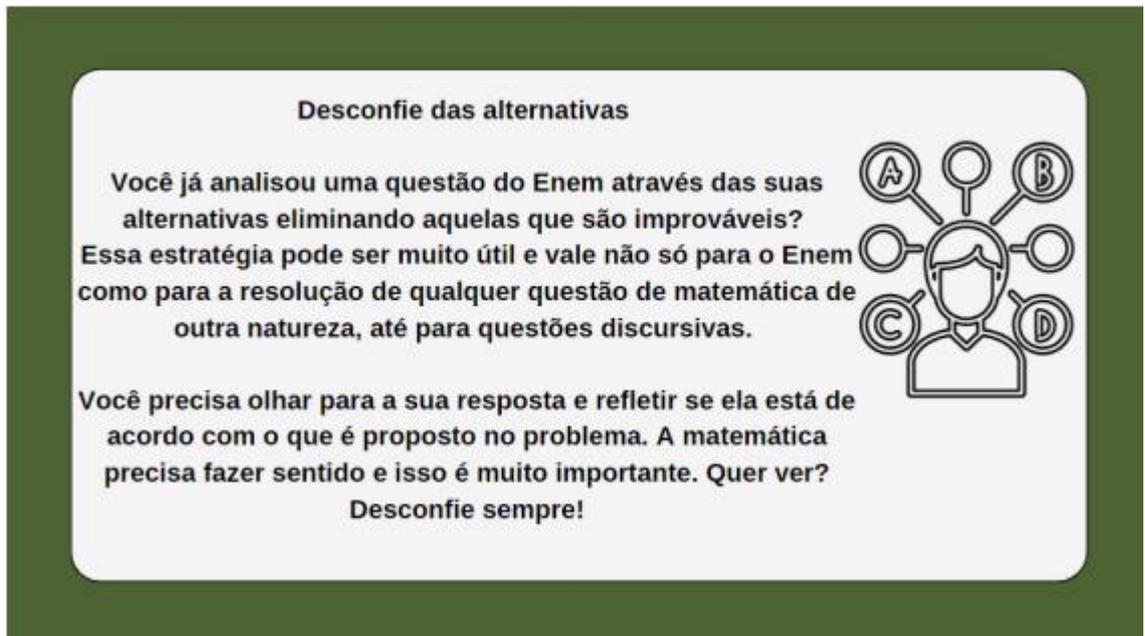
- Como você classifica o tempo de resolução dessa questão?

 resolução rápida
  resolução demorada

- Você demorou mais de três minutos para resolver tal questão?
- Existe alguma estratégia que podemos utilizar a otimizar o tempo de resolução dessa questão?

The slide features a large illustration on the right side showing a hand holding a blue clock with a white face and orange sun-like rays behind it.

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 31: Desconfie das alternativas

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 32: Postagem das redes sociais

Fonte: @estudematematica (página do *Instagram*)

O professor também pode explorar outras situações em que é preciso que o aluno tenha um olhar atento para a sua resposta. Por exemplo, o cálculo do número de pessoas em uma festa não pode ser um número decimal ou negativo.

Figura 33: Questão de porcentagem

Nem sempre conseguimos calcular uma porcentagem de maneira mais rápida e simples e também não queremos que você se torne inimigo da regra de três. Queremos refletir juntos o quanto entender a porcentagem e seu significado é muito mais importante do que apenas decorar técnicas de resolução. Vamos juntos refletir sobre a situação abaixo?

Na prova de um concurso de Ana, apareceu a seguinte questão:
Na indústria Bela Moda, em 2022 o faturamento aumentou em 42,5% em relação ao ano anterior. Se no ano anterior, o faturamento foi de 800 000 reais, quanto foi o aumento em 2022?

A)340 000
B)400 000
C)200 000
D)450 000

Se você fosse a Ana como resolveria a questão?

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

Nesse momento, o professor pode propor aos alunos que compartilhem as suas resoluções; ele, como mediador, apresentara-as para todos. Após a discussão sobre a resolução dos alunos, será apresentada no *slide* (Figura 34 e 35) a resolução com análise nas alternativas.

Figura 34: De olho nas alternativas



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

Figura 35: Questão do Enem 1

Ana observou que as alternativas poderiam ajudá-la na questão sem ter que calcular 42,5% de 800 000.

Ela pensou da seguinte maneira: 42,5% seria menor que 50%, ou seja a resposta precisa ser um pouco menor que a metade de 800 000.

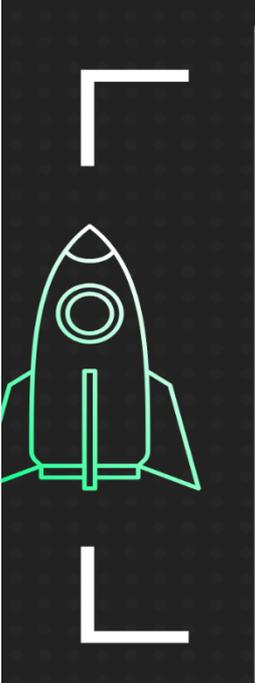
A) 340 000
B) 400 000
C) 200 000
D) 450 000



A única alternativa que se encaixa nessa situação é a alternativa de letra a. Esperta a Ana, não?

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

Nesse momento, o professor irá propor aos alunos que voltem à última questão do Enem e tentem eliminar alguma alternativa. Ele projetará novamente a questão (Figura 36) e, como mediador, levantará os seguintes pontos:

Figura 36: Questão do Enem 2


(ENEM 2019 PPL) Deseja-se comprar determinado produto e, após uma pesquisa de preços, o produto foi encontrado em 5 lojas diferentes, a preços variados.

- Loja 1: 20% de desconto, que equivale a R\$ 720,00, mais R\$ 70,00 de frete;
- Loja 2: 20% de desconto, que equivale a R\$ 740,00, mais R\$ 50,00 de frete;
- Loja 3: 20% de desconto, que equivale a R\$ 760,00, mais R\$ 80,00 de frete;
- Loja 4: 15% de desconto, que equivale a R\$ 710,00, mais R\$ 10,00 de frete;
- Loja 5: 15% de desconto, que equivale a R\$ 690,00, sem custo de frete.

O produto foi comprado na loja que apresentou o menor preço total.

O produto foi adquirido na loja

A 1.
B 2.
C 3.
D 4.
E 5.

Ativa
Acesse

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

Se 720 equivale a 20% e queremos calcular o valor do produto já com desconto, esse valor passa a ser 80%, ou seja, basta multiplicarmos por 4 e somarmos mais o frete. Observe que vamos fazer esse mesmo procedimento para as letras a, b e c, não precisamos de um raciocínio novo:

A) Loja 1 - $720 \cdot 4 + 70$

B) Loja 2 - $740 \cdot 4 + 50$

C) Loja 3 - $760 \cdot 4 + 80$

Agora, observe que, se compararmos as alternativas A e C, conseguimos eliminar uma delas sem fazer cálculos. Perceba que $760 > 720$ e $80 > 70$, logo o produto da loja 3 será maior que o da loja 1 e por isso podemos desconsiderar essa alternativa. Vamos então proceder com os cálculos para a loja 1 e 2.

Nesse momento, o professor também pode explorar a multiplicação por 4 através do cálculo mental. Ele pode levar o aluno a refletir que multiplicar por 4 é o mesmo que dobrar o número duas vezes. Por exemplo, o dobro de 720 é 1440 e o dobro de 1440 é 2880 mais 70 = 2950 (loja 1). Utilizando o mesmo procedimento, 3010 (loja 2, já podemos eliminá-la).

Continuando a resolução da questão vamos analisar as lojas 4 e 5:

D) Loja 4 - 15% corresponde a 710

85% corresponde a x

$$\text{então } x = \frac{85 \times 710}{15}$$

(antes de terminar o cálculo, vamos analisar a loja 5)

E) Loja 5- 15% corresponde a 690

85% corresponde a x

$$\text{então } x = \frac{85 \times 690}{15}$$

(agora podemos comparar as duas expressões)

Quando comparamos as expressões, antes mesmo de calculá-las, percebemos que a letra D é maior que a letra E; logo, podemos eliminá-la.

Resta-nos, dessa forma, apenas, finalizarmos o cálculo da alternativa E; e compararmos com a alternativa A.

Nessa etapa, o professor pode incentivar os alunos a simplificar ao máximo antes de realizar os cálculos:

$$x = \frac{85 \times 690}{15}$$

(simplifique 85 e 15 por 5)

$$x = \frac{17 \times 690}{3}$$

(simplifique 690 por 3)

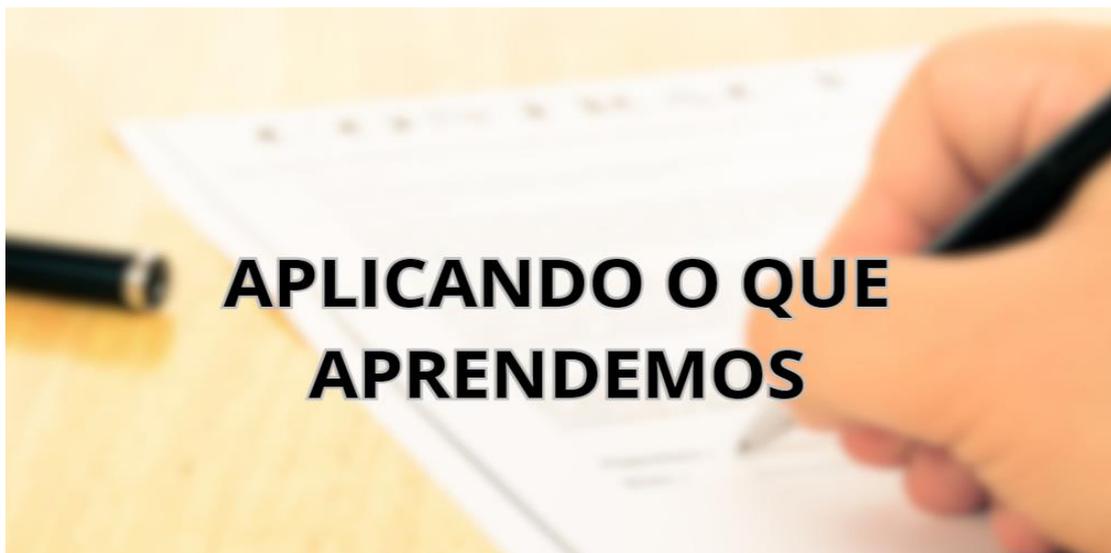
$$x = 17 \times 230 \text{ (multiplique } 17 \cdot 23 \text{ e acrescente um zero no final)} = 3910.$$

Como a questão pede o menor preço, a loja 1 é a alternativa correta.

4.4 Etapa 4: Atividade avaliativa da aprendizagem

A quarta e última etapa dessa sequência didática será um momento para avaliar todo o processo construído ao longo das aulas de porcentagem. Inicialmente, serão apresentadas quatro questões do Enem para que os alunos coloquem em prática as dicas e estratégias estudadas. Os alunos realizarão as questões de forma individual.

Figura 37: Aplicação



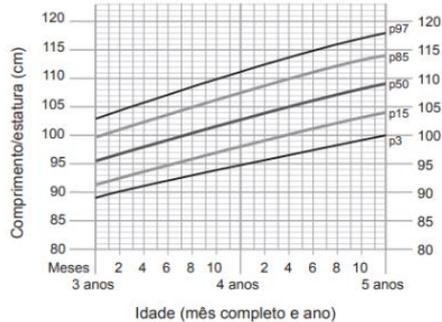
Fonte: Elaborada pelo *Canva* pela autora

Figura 38: Questão do Enem 3

QUESTÃO 180

A fim de acompanhar o crescimento de crianças, foram criadas pela Organização Mundial da Saúde (OMS) tabelas de altura, também adotadas pelo Ministério da Saúde do Brasil. Além de informar os dados referentes ao índice de crescimento, a tabela traz gráficos com curvas, apresentando padrões de crescimento estipulados pela OMS.

O gráfico apresenta o crescimento de meninas, cuja análise se dá pelo ponto de intersecção entre o comprimento, em centímetro, e a idade, em mês completo e ano, da criança.



Uma menina aos 3 anos de idade tinha altura de 85 centímetros e aos 4 anos e 4 meses sua altura chegou a um valor que corresponde a um ponto exatamente sobre a curva p50.

Qual foi o aumento percentual da altura dessa menina, descrito com uma casa decimal, no período considerado?

- A 23,5%
- B 21,2%
- C 19,0%
- D 11,8%
- E 10,0%



Fonte: Enem 2016

Figura 39: Questão do Enem 4

QUESTÃO 149

Em uma universidade, atuam professores que estão enquadrados funcionalmente pela sua maior titulação: mestre ou doutor. Nela há, atualmente, 60 mestres e 40 doutores. Os salários mensais dos professores mestres e dos doutores são, respectivamente, R\$ 8 000,00 e R\$ 12 000,00.

A diretoria da instituição pretende proporcionar um aumento salarial diferenciado para o ano seguinte, de tal forma que o salário médio mensal dos professores dessa instituição não ultrapasse R\$ 12 240,00. A universidade já estabeleceu que o aumento salarial será de 25% para os mestres e precisa ainda definir o percentual de reajuste para os doutores.

Mantido o número atual de professores com suas atuais titulações, o aumento salarial, em porcentagem, a ser concedido aos doutores deverá ser de, no máximo,

- A 14,4.
- B 20,7.
- C 22,0.
- D 30,0.
- E 37,5.



Fonte: Enem 2022

Figura 40: Questão do Enem 5

QUESTÃO 153

Em uma loja, o preço promocional de uma geladeira é de R\$ 1 000,00 para pagamento somente em dinheiro. Seu preço normal, fora da promoção, é 10% maior. Para pagamento feito com o cartão de crédito da loja, é dado um desconto de 2% sobre o preço normal.

Uma cliente decidiu comprar essa geladeira, optando pelo pagamento com o cartão de crédito da loja. Ela calculou que o valor a ser pago seria o preço promocional acrescido de 8%. Ao ser informada pela loja do valor a pagar, segundo sua opção, percebeu uma diferença entre seu cálculo e o valor que lhe foi apresentado.

O valor apresentado pela loja, comparado ao valor calculado pela cliente, foi

- A R\$ 2,00 menor.
- B R\$ 100,00 menor.
- C R\$ 200,00 menor.
- D R\$ 42,00 maior.
- E R\$ 80,00 maior.

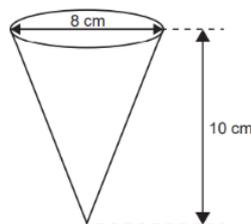
enem2022
Exame Nacional do Ensino Médio

Fonte: Enem 2022

Figura 41: Questão do Enem 6

QUESTÃO 161

Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a figura.

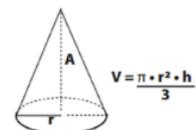


Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10 cm.

Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a

- A 1,52.
- B 3,24.
- C 3,60.
- D 6,48.
- E 7,20.

Não se esqueça!



enem2022
Exame Nacional do Ensino Médio

Fonte: Enem 2022

Após os alunos resolverem as quatro questões propostas, o professor fornecerá o gabarito:

- 1ª questão (questão 180 do Enem de 2016): alternativa A
- 2ª questão (questão 149 do Enem de 2022): alternativa D
- 3ª questão (questão 153 do Enem de 2022): alternativa A
- 4ª questão (questão 161 do Enem de 2022) alternativa C

É importante que o professor verifique quantos por cento dos alunos acertaram a questão 1, assim como as outras questões, e discuta com os alunos quais foram as maiores dificuldades deles nessa atividade.

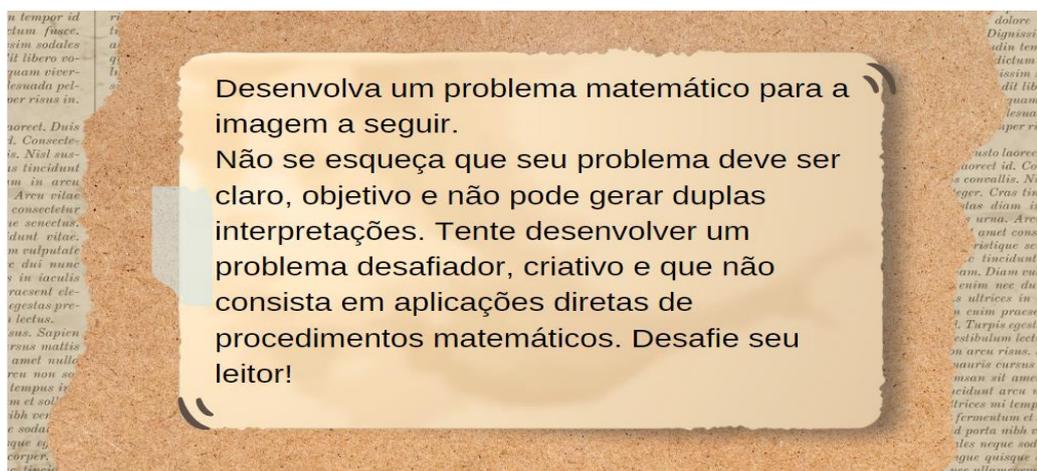
Para a segunda parte dessa etapa de avaliação da aprendizagem, o professor irá propor aos alunos construir questões sobre o assunto de porcentagem e, depois, trocá-las entre os colegas para resolverem as questões um do outro. O professor pode utilizar os seguintes *slides* para essa atividade (Figuras 42, 43 e 44):

Figura 42: Fábrica de questões 1



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*.

Figura 43: Fábrica de questões 2



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva Slides*

Figura 44: Fábrica de questões 3

ECONOMIA • DEFESA DO CONSUMIDOR

Mais da metade dos consumidores brasileiros foi vítima de fraude no último ano, indica SPC

Propaganda enganosa é o golpe mais frequente, correspondendo a 31% dos casos

o globo
28/03/2014 - 14:07 / Atualizado em 31/03/2014 - 20:43

26

0,645



De acordo com os pesquisados, propaganda enganosa é o golpe mais frequente. Foto: Marcelo Carnaval / Agência O Globo

Atina e Minda

Facebook Twitter WhatsApp | Newsletters

Fonte: O Globo ⁷

O professor acompanhará de perto a criação e as resoluções das questões dos alunos realizando intervenções, se necessárias. Os alunos serão avaliados com base na estrutura das questões construídas, na participação ativa na troca de questões e no feedback construtivo compartilhado entre os colegas.

⁷ Disponível em: <https://oglobo.globo.com/economia/defesa-do-consumidor/mais-da-metade-dos-consumidores-brasileiros-foi-vitima-de-fraude-no-ultimo-ano-indica-spc-12015535> Acesso em: 02 nov.2023

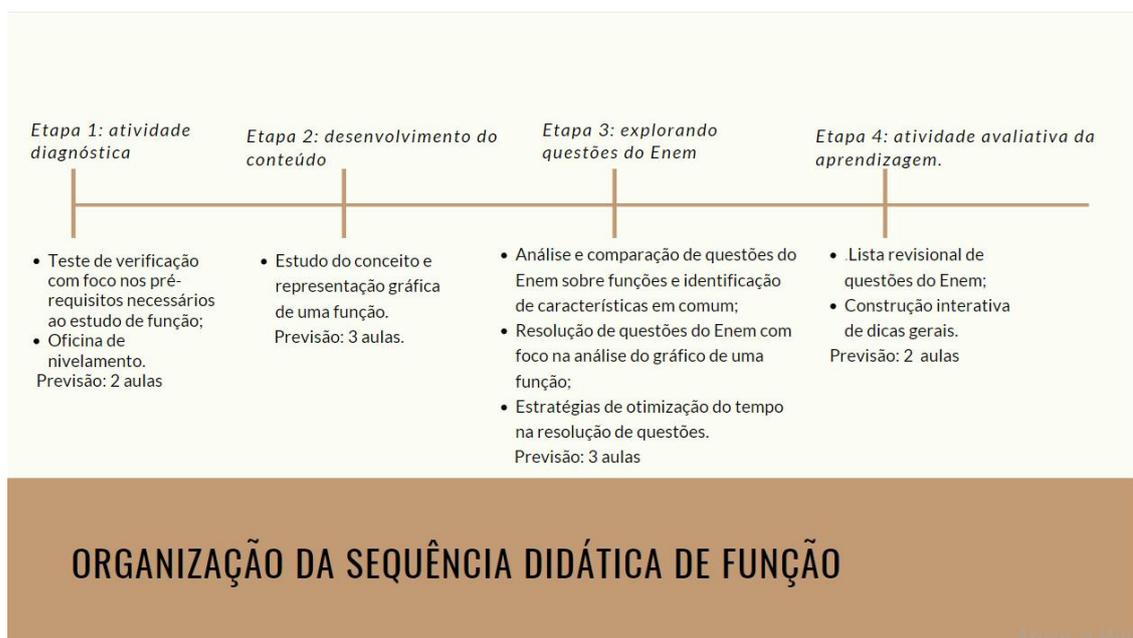
5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2: INTRODUÇÃO A FUNÇÕES

Esta seção, tem como objetivo apresentar de uma sequência didática voltada para o ensino de funções, em especial, para a resolução de problemas que envolvam a lei de formação e a representação gráfica de uma função com foco no Enem.

A escolha de abordar o tema de introdução a funções se justifica em primeiro lugar pelo fato de ser o assunto mais recorrente no grupo 3, que engloba funções e gráficos, nas últimas cinco edições da prova de matemática do Enem, conforme pesquisa realizada na seção 3 deste trabalho. Além disso, a decisão também se baseia na experiência pessoal da autora, tanto como aluna, quando enfrentou desafios na compreensão desse conteúdo, quanto como professora, ao perceber que os alunos muitas vezes memorizavam procedimentos, mas não compreendiam plenamente o conceito subjacente às funções.

Abaixo, organizamos as etapas da sequência:

Figura 45: Etapas da sequência



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

5.1 Etapa 1: atividade diagnóstica

Pagliari *et al.* (2022) afirmam que o uso de tecnologias em sala de aula, como estratégia de ensino, tem se tornado cada dia mais frequente, visto que vislumbram a busca de uma qualidade na aprendizagem dos alunos e são instrumentos utilizados na tentativa de dinamizar o que é estudado em sala de aula, tornando o processo mais atrativo. Nesse sentido,

Através das nuvens construídas por essas perguntas, espera-se que o professor faça uma análise geral e imediata de como os alunos compreendem conceito de função, e a partir dessa análise possa direcionar o conceito correto de função na etapa 2 dessa sequência. Vale ressaltar que essa atividade diagnóstica inicial será retomada ao final da sequência para a elaboração de um mapa conceitual na etapa 4, de avaliação da aprendizagem.

5.2 Etapa 2: Desenvolvimento do conteúdo

Inicialmente, assim como na sequência de porcentagem, empregaremos a metodologia da sala de aula invertida, aliada à ferramenta de colaboração, para introduzir o conceito de função aos alunos. O professor apresentará situações cotidianas para eles analisarem e refletirem. O objetivo dessa atividade é introduzir de maneira simples o conceito de função e a relação de dependência entre grandezas além de produzir um espaço de diálogo entre alunos e professor sobre tais assuntos.

Conforme mencionado na sequência 1, a ferramenta de colaboração permite que um aluno complemente a resposta do outro e o professor intervenha no campo “*feedback* do professor” (Quadro 3) com considerações importantes a respeito das respostas dos alunos.

Quadro 3: Conceitos iniciais através da ferramenta de colaboração

SITUAÇÕES BASEADAS NO SENSO COMUM	REFLEXÃO	COMPLEMENTAÇÃO	FEEDBACK DO PROFESSOR
1) Uma pessoa obesa, com maus hábitos de alimentação e sedentária pode emagrecer em seis meses?	() Sim () Não Depende() Justifique: _____ _____ _____		
2) Um aluno que tem muita dificuldade em Matemática, pode tirar 10 numa prova dessa disciplina?	() Sim () Não Depende() Justifique: _____ _____ _____		

3) É possível que um estado tenha duas capitais?	<input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não Depende() Justifique: _____ _____		
4) Todas as pessoas pagam o mesmo valor de conta de luz?	<input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não Depende() Justifique: _____ _____ _____		
5) Considere que uma pessoa percorre, de carro, 10 km por dia para ir ao trabalho, 10 km para voltar para a sua casa e que o preço do litro de gasolina é de R\$ 4,20. Qual o gasto dessa pessoa por dia, para ir ao trabalho e voltar para casa, sabendo que o carro roda 10 km por litro de gasolina? E por semana, se ela trabalha de segunda à sexta?			

Fonte: Elaborado pela autora.

Na pergunta 1 e 2 (Quadro 3), espera-se que o aluno responda marcando na opção “depende”. Nesse momento, a atividade aborda a noção inicial de uma função e sua relação de dependência. É muito importante que o professor explique aos alunos que estamos levando em consideração o senso comum. Nesse sentido, o emagrecimento **depende** da mudança de hábitos das pessoas. Assim como para um aluno tirar 10 numa avaliação de Matemática, vai **depender** do seu esforço, dedicação nos estudos e outros fatores.

Na pergunta 3 (Quadro 3), o professor explorará a ideia de relação de dependência única entre as grandezas. Espera-se que o aluno responda que um estado possui apenas uma capital.

Na pergunta 4 (Quadro 3), é explorado o exemplo da conta de luz. Nesse momento, o professor pode pedir que os alunos utilizem as contas de energia das suas casas e reflitam sobre

o cálculo dos valores dos últimos três meses. Por exemplo: “Explore o histórico de consumo da conta de luz com o objetivo de reforçar que o valor a ser pago depende da quantidade de quilowatts/hora (kWh) consumidos”.

Na pergunta 5 (Quadro 3), espera-se que o aluno responda que como a pessoa percorre 20 km, utilizará 2 litros de gasolina por dia. Assim o gasto diário é $2 \times 4,20 = 8,40$ reais e que o gasto semanal é de $8,40 \times 5 = 42,00$ reais, ou seja, o gasto depende da quantidade de quilômetros percorridos.

É fundamental ressaltar que o propósito desta atividade é oferecer aos alunos um ambiente de familiarização com a ideia de dependência entre variáveis de uma função, ao mesmo tempo que desmistificar a ideia equivocada de que uma função se limita apenas a um gráfico com pontos oriundos de pares ordenados, como frequentemente é percebido pelos estudantes.

Lima (2016) afirma que na maioria dos livros didáticos em uso no nosso país definem uma função como um subconjunto de um produto cartesiano e que essa definição apresenta o inconveniente de ser formal, estática e não transmitir a ideia intuitiva de função como correspondência, transformação, dependência (uma grandeza função de outra) como resultado de um movimento. O autor sabiamente reflete:

Quem pensaria numa rotação como um conjunto de pares ordenados? Os Matemáticos e (principalmente) os usuários da Matemática olham para a função como uma correspondência, não como um conjunto de pares ordenados. Poder-se-ia talvez abrir uma exceção para os lógicos, quando querem mostrar que todas as noções matemáticas se reduzem, em última análise a ideia de conjunto. Mas certamente este não é o caso aqui. (Lima, Elon Lages, 2016).

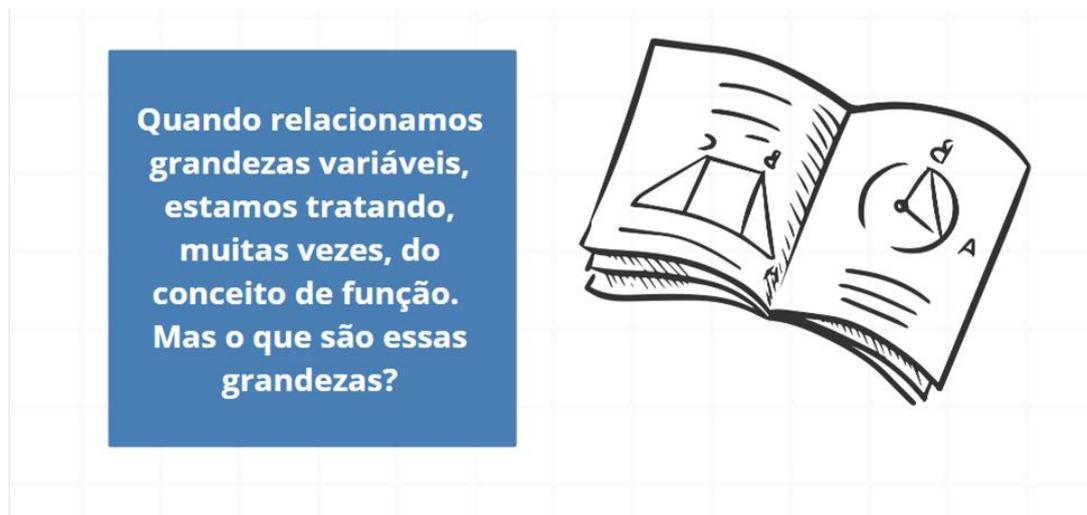
Após concluída essa atividade de prioriza a noção intuitiva de função, os alunos já estão aptos a formular o seu conceito a partir de exemplos do seu cotidiano. É nesse momento que o professor recorrerá a apresentação de *slides* (Figuras 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53 e 54):

Figura 47: Slide sobre função 1



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 48: Slide sobre função 2



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 49: Slide sobre grandezas 1



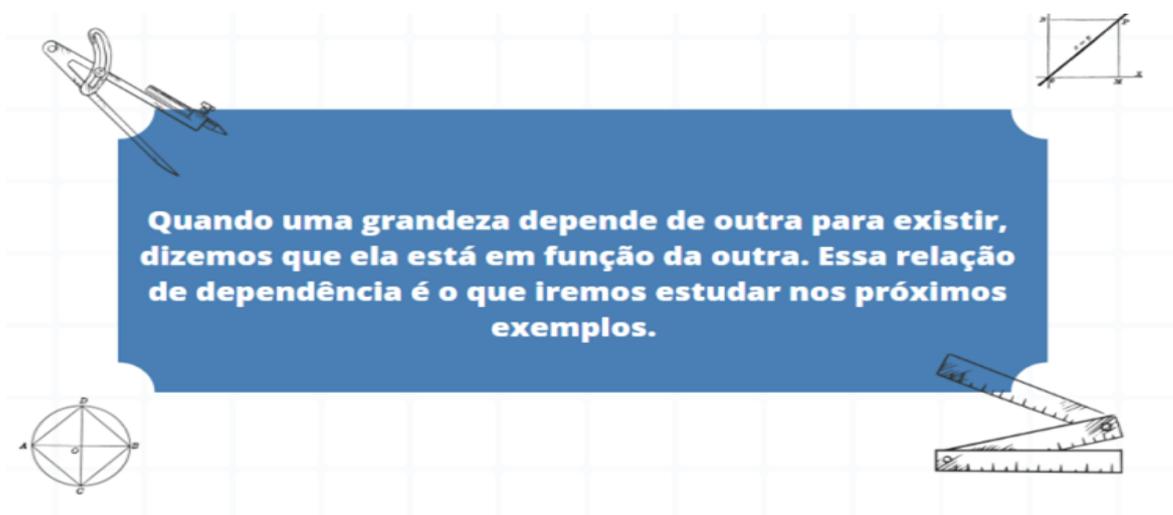
Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 50: Slide sobre grandezas 2



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 51: Slide sobre grandezas 3



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 52: Slide sobre *self-service 1*

Uma pessoa vai almoçar em um restaurante que serve comida à quilo e também self-service à vontade, conforme a propaganda abaixo.



R7

Bom apetite!
Confira o preço médio das refeições por região (em R\$)

Região	Self-service por quilo	Self-service preço fixo
Centro	R\$ 56,96	R\$ 27,64
Leste	R\$ 48,95	R\$ 27,88
Norte	R\$ 47,63	R\$ 21,16
Oeste	R\$ 55,62	R\$ 26,81
Sul	R\$ 51,37	R\$ 32,03
Capital de SP	R\$ 52,98	R\$ 28,06

Fonte da imagem: www.r7.com

Figura 53: Slide sobre *self-service 2*

Vamos juntos discutir sobre as questões a seguir?

a) Uma pessoa foi almoçar na região central da cidade e optou pelo self-service preço fixo.

a) Quanto ela vai pagar, se comer 500 gramas de comida?

b) Quanto ela vai pagar, se comer 700 gramas de comida?

c) Que relação você observou nas duas respostas anteriores?



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 54: Conclusão das questões

Você deve ter observado que não importa quantos gramas de comida a pessoa comeu, ela sempre vai pagar um preço fixo, ou seja, o preço a ser pago não depende da quantidade de comida, ele não está em função dessa quantidade consumida.

Agora vamos a próxima situação:



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 55: Continuando as questões sobre *self-service*

Imagine que essa mesma pessoa opte pelo self-service por quilo. Pegue uma folha de papel, construa e preencha a tabela a seguir baseando-se no restaurante da região Leste:

Bom apetite!
Confira o preço médio das refeições por região (em R\$)

Região	Self-service por quilo	Self-service preço fixo
Centro	R\$ 56,96	R\$ 27,64
Leste	R\$ 48,95	R\$ 27,88
Norte	R\$ 47,63	R\$ 21,16
Oeste	R\$ 55,62	R\$ 26,81
Sul	R\$ 51,37	R\$ 32,03
Capital de SP	R\$ 52,98	R\$ 28,06

Quantidade de comida	Valor a pagar
	R\$48,95
500 g	
250 g	



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Nessa etapa, o professor trabalhará a interpretação de tabelas com os alunos. Ele também poderá dar dicas de resolução que facilitem os cálculos, por exemplo, como 500 gramas

é metade de 1 quilo, então basta dividir R\$48,95 por 2. Neste caso, se dividíssemos esse valor por 2 a resposta seria R\$24,475. Tendo em vista a questão de troco, ele poderia, na prática, pagar R\$24,45 ou R\$24,50. Na tabela a seguir (Figura 56), usaremos o valor de R\$24,50.

Figura 56: Quantidade de comida e valor a pagar

Quantidade de comida	Valor a pagar
1000 g	R\$48,95
500 g	R\$24,50
250 g	R\$12,25



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

É importante que o professor disponibilize alguns minutos para os alunos realizarem a atividade e posteriormente confira com eles o preenchimento da tabela (Figura 57).

Figura 57: A função e a dependência de grandezas

Observe que o valor que a pessoa vai pagar depende da quantidade de comida consumida. Assim, se a quantidade consumida mudar, o valor a ser pago também mudará. Neste caso, dizemos que o valor que a pessoa vai pagar está em função da quantidade de comida consumida.



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Nesse momento, o professor poderá formalizar o conceito de função com o próximo *slide*.

Figura 58: Formalizando o conceito

Definição de função

Dados os conjuntos X, Y , uma função $f: X \rightarrow Y$ (lê-se “uma função de X em Y ”) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$. O conjunto X chama-se o *domínio* e o Y é o *contra-domínio* da função f . Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se imagem de x pela função f , ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$. Escreve-se $x \rightarrow f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em $f(x)$.

Lima, Elon Lages; A Matemática do Ensino Médio I

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Inicialmente, sugere-se que o professor leia a definição como um todo. Posteriormente, é importante que o professor volte na leitura e, pausadamente, relacione cada informação relevante da definição com a situação-problema do almoço no restaurante que está sendo trabalhada. Ele, a princípio, pode questionar os alunos sobre essa tal regra ou conjunto de instruções descrita no texto e é nesse momento que se faz necessária a apresentação do próximo *slide*

Figura 59: Operação + valor a pagar

Vamos continuar a análise desse problema preenchendo a tabela abaixo para o restaurante da Capital de SP. Nesse momento, você poderá arredondar os valores de R\$52,98 para R\$ 53,00.



Região	Self-service por quilo	Self-service preço fixo
Centro	R\$ 56,96	R\$ 27,64
Leste	R\$ 48,95	R\$ 27,88
Norte	R\$ 47,63	R\$ 21,16
Oeste	R\$ 55,62	R\$ 26,81
Sul	R\$ 51,37	R\$ 32,03
Capital de SP	R\$ 52,98	R\$ 28,06

Quantidade de comida	Operação + valor a pagar
1K g	
2 kg	
10 kg	
100 kg	
X kg	



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

A seguir, apresente aos alunos a tabela (Figura 60) preenchida:

Figura 60: Operação + valor a pagar preenchido

Quantidade de comida	Operação + valor a pagar
1K g	$53 \cdot 1 = 53$
2 kg	$53 \cdot 2 = 106$
10 kg	$53 \cdot 10 = 530$
100 kg	$53 \cdot 100 = 5300$
X kg	$53 \cdot x = 53x$



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 61: V em função de x

Conforme observado na tabela, podemos escrever uma fórmula (lei de formação) que fornece o valor a pagar V em função do número, x, de quilos de comida consumida.

$$V = 53x$$

Essa fórmula (lei de formação) mostra como as variáveis V e x estão relacionadas. Com ela, você pode determinar o valor a pagar de qualquer quantidade consumida.



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 62: Função como uma máquina de transformar

Podemos imaginar a lei de formação da função como uma máquina de transformar. Ao colocar uma entrada, a regra é aplicada e obtém-se um valor de saída.



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 63: $V = 53x$

Aplique a regra $V = 53x$ e encontre o valor de saída para cada valor de entrada da tabela a seguir. Dizemos que $V(x)$ é a variável dependente, enquanto x é a variável independente.

x em kg	$V(x) = 53x$
0,5 Kg	
200 g	
1500g	

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Nesse momento, espera-se que o aluno perceba que para encontrar os valores $V(x)$ precisa que o valor de x seja primeiramente transformado em kg. Depois que todos tiverem concluído a atividade, o professor disponibilizará a correção realizando intervenções acerca do tema (Figura 64).

Figura 64: $V(x)$ como variável dependente e $V(x)$ como variável independente

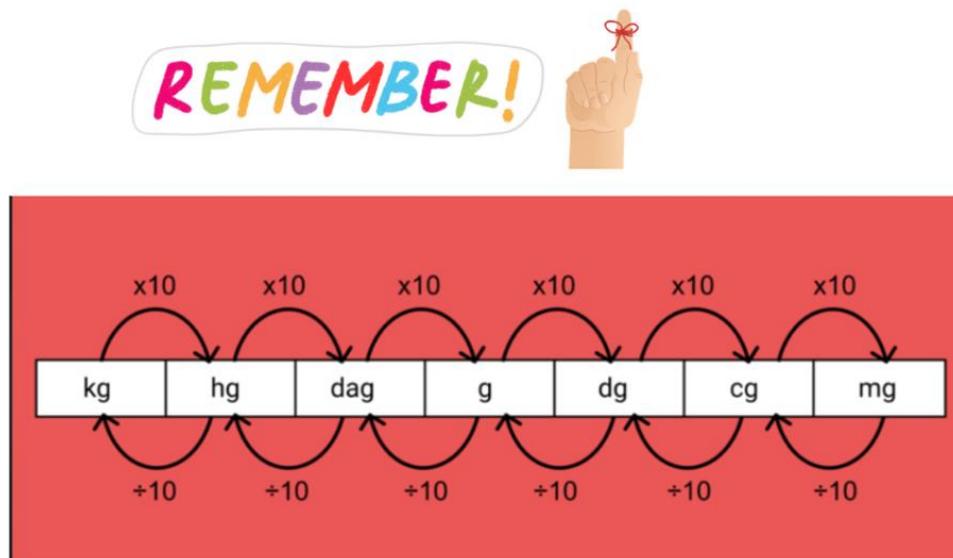
Aplique a regra $V = 59x$ e encontre o valor de saída para cada valor de entrada da tabela a seguir. Dizemos que $V(x)$ é a variável dependente, enquanto x é a variável independente.

x em kg	$V(x) = 53x$
0,5 Kg	26,5
200 g	10,6
1500g	79,5

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

O professor pode dar dicas de resolução envolvendo números decimais, como por exemplo, multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2. Ele também pode apresentar um quadro de conversão (Figura 65) de unidades com o objetivo de recordar com os alunos essas conversões:

Figura 65: Relembrar as conversões



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

A próxima etapa é apresentar aos alunos a definição do gráfico de uma função e de seus pares ordenados. Como o objetivo dessa sequência é ser dialógica e fazer com que o aluno veja sentido no que está estudando, continuaremos explorando o exemplo do almoço no restaurante, com os próximos *slides*, para posteriormente formalizarmos o conceito de gráfico de uma função.

Figura 66: $V(x) = 53x$ – Preencha a tabela

Voltando ao exemplo anterior, complete a próxima coluna dos pares ordenados da tabela:

<u>x</u> em kg	$V(x) = 53x$	(x,y)
0,5 Kg		
200 g		
1500g		

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Logo após, o professor apresentará a tabela preenchida para a conferência.

Figura 67: Complete a coluna usando o exemplo anterior

Voltando ao exemplo anterior, complete a próxima coluna dos pares ordenados da tabela:

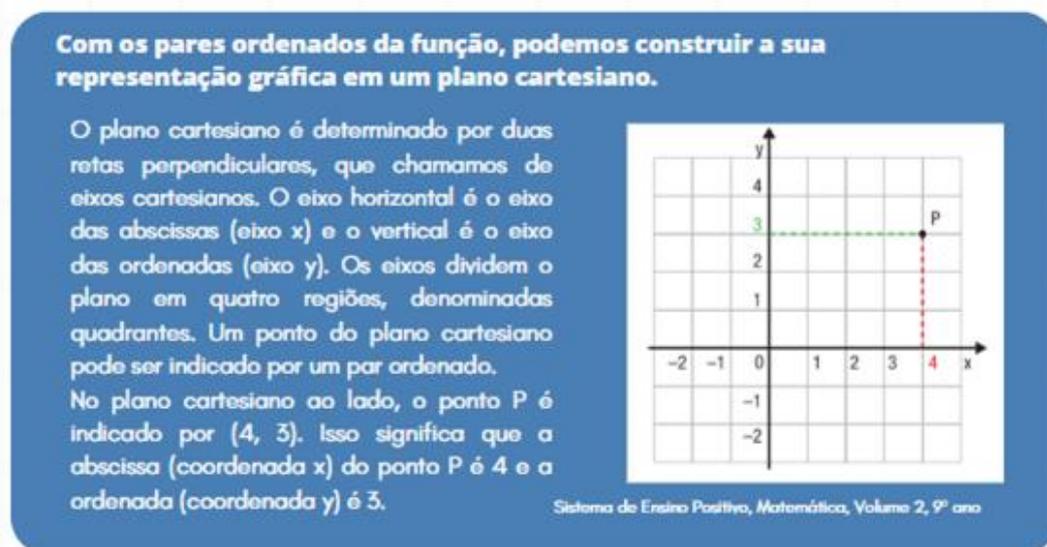
<u>x</u> em kg	$V(x) = 53x$	(x,y)
0,5 Kg	26,50	(0,5;26,50)
200 g	10,60	(0,2;10,60)
1500g	79,50	(1,5;79,50)

Você percebeu que tivemos que transformar todos os valores de x para kg?

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Nesse momento, o professor apresentará o conceito de par ordenado para os alunos.

Figura 68: Apresentação do conceito



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 69: Pares ordenados no plano cartesiano

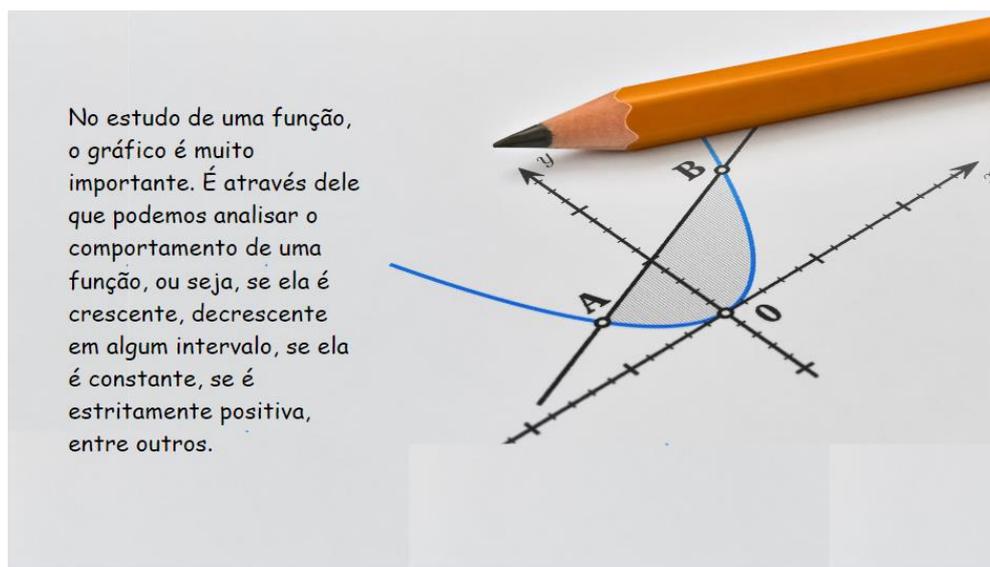
Par ordenado

Um par ordenado $p = (x, y)$ é formado por um objeto x , chamado de primeira coordenada de p (ou abscissa) e um objeto y , chamado de segunda coordenada de p (ou ordenada).

O par ordenado $p = (x, y)$ não é a mesma coisa que o conjunto $\{x, y\}$ porque $\{x, y\} = \{y, x\}$ sempre, mas $(x, y) = (y, x)$ somente quando $x = y$.

Lima, Elon Lages; A Matemática do Ensino Médio I

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 70: Atenção aos números racionais

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

É importante que o professor destaque que em par ordenado, os números são separados por vírgula. Usamos ponto e vírgula no nosso exemplo apenas para separar os números decimais. É importante também, que o professor enfatize o porquê de par ordenado, ou seja, ordenado, porque a ordem das coordenadas importa e que de acordo com a definição, $(x,y) = (y,x)$ somente quando $x = y$.

A seguir, o professor apresentará a definição de plano cartesiano de uma função.

Figura 71: O comportamento da função

O gráfico de uma função $f: X \rightarrow Y$ é o subconjunto $G(f)$ do produto cartesiano $X \times Y$ formado por todos os pares ordenados (x,y) , onde x é um ponto qualquer de X e $y = f(x)$.

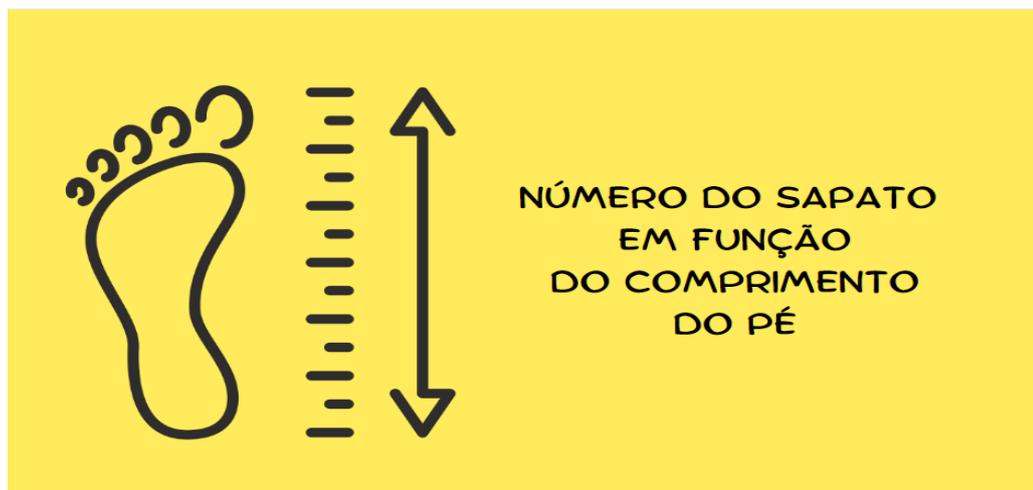
Lima, Elon Lages; *A Matemática do Ensino Médio I*

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Nesse momento, para construir o gráfico de uma função com os alunos, o professor apresentará uma segunda situação-problema e utilizará como recurso, o programa GeoGebra. O GeoGebra (ANEXO) é um *software* de matemática dinâmico, que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo em um único motor. Através do Geogebra é possível inserir valores e obter a construção de qualquer gráfico.

A seguir, os slides a serem utilizados na apresentação da segunda situação problema.

Figura 72: Número do sapato



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 73: Comprimento do pé 1

Você sabia que as fábricas de sapatos no Brasil utilizam a função

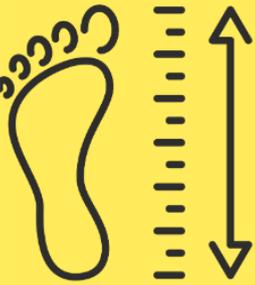
$$S = \frac{(5p+28)}{4}$$

para determinar a numeração dos calçados?

Nessa função, S é o número do sapato e p é o comprimento do pé em centímetros. Vamos construir o gráfico dessa função?

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 74: Comprimento do pé 2



Preencha a tabela abaixo substituindo os valores de p fornecidos e encontrando dos valores S de acordo com a lei de formação da função:

$$S = \frac{(5p+28)}{4}$$

p (Comprimento do pé)	S (número do sapato)	Par ordenado (p,S)
20		
24		
28		
32		



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

É importante que o professor reflita com os alunos que por conveniência a tabela foi construída apenas com números inteiros, mas ela pode ser calculada para qualquer x real.

Nesse momento, é relevante que o professor realize os cálculos e preencha a tabela junto com os alunos de maneira dialógica. Em um momento de proximidade estudantes, uma sugestão, é o professor convidar os alunos a medirem o comprimento de pé para averiguarem se a fórmula, de fato atende a numeração dos calçados dos mesmos.

Figura 75: Continuação dos valores de S



Preencha a tabela abaixo substituindo os valores de p fornecidos e encontrando dos valores S de acordo com a lei de formação:

$$S = \frac{(5p+28)}{4}$$

p (Comprimento do pé)	S (número do sapato)	Par ordenado (p,S)
20	32	(20,32)
24	37	(24,37)
28	42	(28,42)
32	47	(32,47)



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Com a tabela preenchida, o professor guiará os alunos na criação do gráfico correspondente no software GeoGebra. Em configurações presenciais, é viável levar os alunos a uma sala de informática na instituição de ensino. Em ambientes de ensino remoto, é possível instruir os alunos a abrir o programa em seus próprios computadores.

Antes de iniciar a construção do gráfico, é essencial que o professor aborde a relevância do software e forneça uma introdução aos principais comandos, conforme ilustrado nas Figuras 76 e 77:

Figura 76: Conhecendo o GeoGebra



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

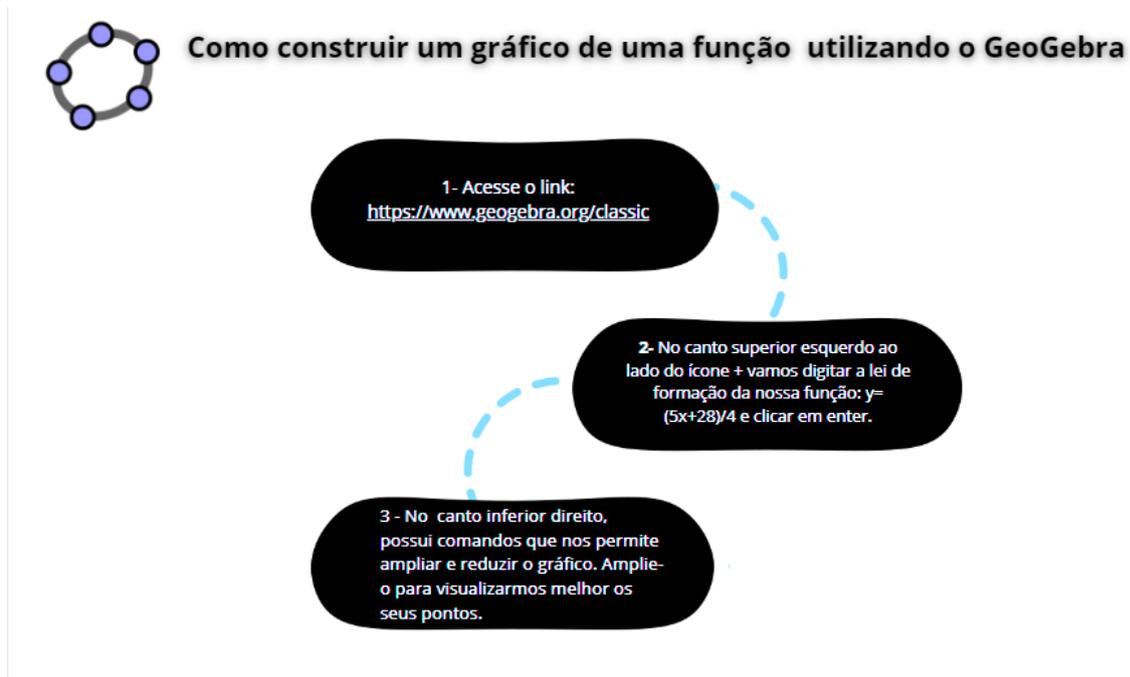
Figura 77: O que é? Para que serve? Ferramentas...



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Durante a apresentação dos comandos do GeoGebra, sugere-se que o professor abra o *software* e realize a construção junto do aluno e motive-o a identificar relações importantes do estudo da função através da análise de gráficos construídos no GeoGebra conforme o passo a passo a seguir (Figura 78).

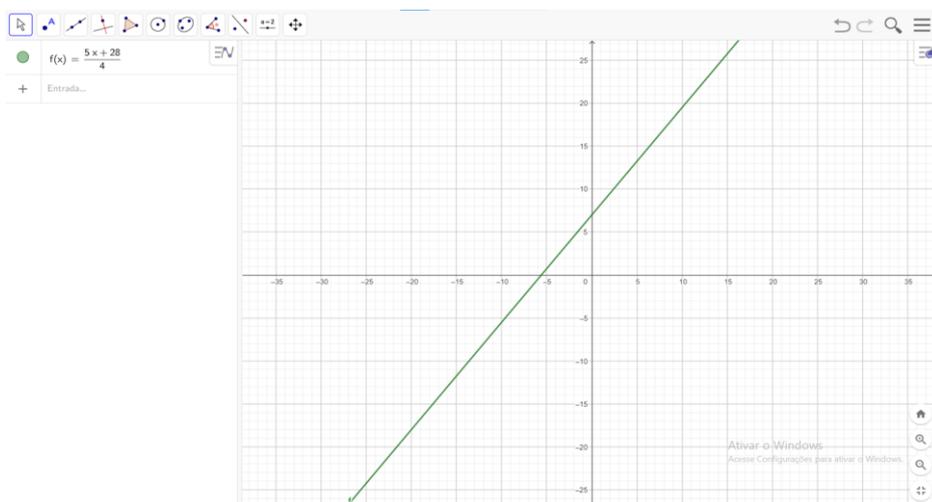
Figura 78: Construindo um gráfico utilizando o GeoGebra



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

No item 4 do passo a passo (Figura 79) é o momento em que o professor irá apresentar o gráfico da função para os alunos e os seus pontos de intersecção com os eixos x e y.

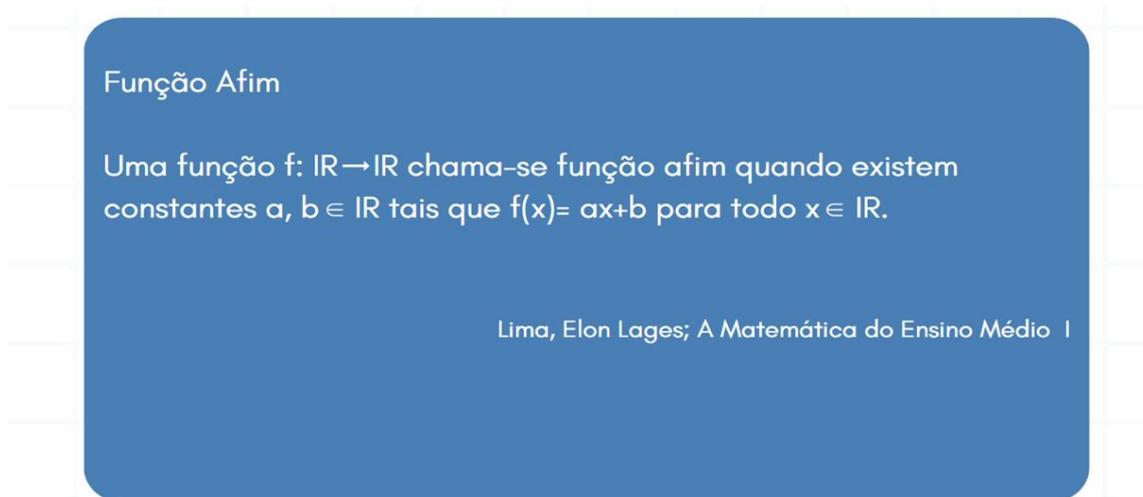
Figura 79: Eixos X e Y



Fonte: Elaborada pela autora.

Nesse momento, o professor apresentará os alunos a definição de função afim, cujo gráfico eles construíram e as reflexões acerca de tal construção.

Figura 80: Definição de função afim



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 81: Construção do gráfico GeoGebra

Reflexões sobre a construção do gráfico no GeoGebra

- A partir do nosso exemplo do número do sapato em função do comprimento do pé, construímos um gráfico. Esse tipo de gráfico trata-se de uma função polinomial de 1º grau ou função afim.

$$S = \frac{5p+28}{4} \text{ com } a=5/4 \text{ e } b=28/4$$

- Observe no GeoGebra que o gráfico percorre tanto a parte positiva (acima do eixo x) como a parte negativa (abaixo do eixo x). É importante reconhecer que a função apresentada possui como domínio e imagem o conjunto dos números reais, mesmo que para a nossa realidade, sabemos que é impossível o comprimento do pé e o número do calçado serem negativo.

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Nesse momento, o professor entregará uma atividade investigativa aos alunos (caso a aula seja presencial) ou enviará o *link* de acesso pelo *chat*, (caso a aula seja remota) para que eles possam analisar do gráfico construído no GeoGebra.

Roteiro para a atividade investigativa

Após a construção do gráfico da função $S = \frac{5p+28}{4}$ representada no GeoGebra por

$f(x) = \frac{5x+28}{4}$ vamos analisar o comportamento desse tipo de gráfico.

- 1) Sabendo que o gráfico da função é do tipo $f(x) = ax+b$, identifique o coeficiente “a” da função. Atribua valores diferentes para esse coeficiente, preferencialmente valores positivos, negativos e posteriormente atribua o valor 0. Anote o que acontece com o traçado do gráfico.

- 2) Agora identifique o coeficiente “b” da função. Atribua o valor 0 para esse coeficiente. Anote o que acontece com o traçado do gráfico.

- 3) Digite a função $f(x) = 2x+4$ e anote as intersecções com os eixos x e y.

4) Ainda sobre a função $f(x) = 2x+4$:

a) Qual o valor de $f(0)$? _____

b) Qual o valor de x quando $y = 0$, ou seja, quando $f(x) = 0$? _____

1) Qual a relação você consegue estabelecer das suas respostas dos itens 3 e 4?

Espera-se que no item 1 os alunos percebam que a inclinação da reta do gráfico muda conforme mudamos o coeficiente “ a ” e principalmente que a reta é crescente quando o “ a ” é positivo e decrescente quando o “ a ” é negativo. Além disso, quando “ a ” é igual a 0, o gráfico da função é uma reta paralela ao eixo x . (O aluno poderá formalizar o conceito de função crescente, decrescente e constante.) No item 2, espera-se que o aluno reflita que quando o coeficiente “ b ” é igual a 0, o gráfico intersecta os eixos x e y na origem. (O aluno poderá formalizar o conceito de função linear). Nos itens 3,4 e 5, espera-se que o aluno perceba que uma das maneiras de encontrar os pontos de intersecção aos eixos x e y é quando atribuímos o valor 0 para a coordenada x e de maneira análoga para a coordenada y . (O aluno poderá a formalizar o conceito de raiz ou zero de uma função afim).

Após os alunos terem concluído a atividade, o professor procederá com a formalização dos conceitos propostos, com base nas perguntas respondidas pelos estudantes. É necessário criar um espaço de diálogo e reflexão para analisar essa construção conceitual. É importante salientar que esse momento é de extrema relevância para que os alunos possam chegar às suas próprias conclusões sobre o assunto em estudo. O que esta sequência didática busca é que os alunos atribuam significado ao que estão aprendendo por meio de interações e diálogos, em vez de apenas memorizarem definições e regras matemáticas. Nesse momento a figura do professor como mediador do conhecimento é imprescindível. Ele deve estabelecer uma ponte entre os *slides* a serem apresentados e a atividade realizada pelos alunos. É muito importante que após o entendimento do assunto haja a formalização dos conceitos.

Figura 82: conceitualização

Uma função afim $f(x) = ax + b$, $f: X \rightarrow \mathbb{R}$, com $X \rightarrow \mathbb{R}$, chama-se:

crescente quando $x_1 < x_2$ $f(x_1) < f(x_2)$;

decrescente quando $x_1 < x_2$ $f(x_1) > f(x_2)$

constante quando $a = 0$

O número a chama-se a inclinação, ou coeficiente angular, dessa reta (em relação ao eixo horizontal OX). Quanto maior o valor de a mais a reta se afasta da posição horizontal. Quando $a > 0$, o gráfico de f é uma reta ascendente (quando se caminha para a direita) e quando $a < 0$, a reta é descendente.

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 83: Função linear

Um caso particular de uma função afim é a função linear $f(x) = ax$ que intersecta os eixos x e y na origem.

Do ponto de vista geométrico, b é a ordenada do ponto onde a reta, que é o gráfico da função $f: x \rightarrow ax + b$, intersecta o eixo OY .

Lima, Elon Lages; A Matemática do Ensino Médio

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 84: Zero da função afim

Zero da função afim

Zero de uma função é todo número x cuja imagem é nula, isto é,
 $f(x) = 0$.

$$x \text{ é zero de } y = f(x) \Leftrightarrow f(x) = 0$$

Assim, para determinarmos o zero da função afim, basta resolver a equação de 1º grau: $ax + b = 0$ que apresenta uma única solução $x = -b/a$.

lezzi G., Fundamentos de Matemática Elementar I

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Após a abordagem do conteúdo sobre funções, os alunos estarão preparados para participar da próxima etapa da sequência, que envolve a exploração das questões do Enem.

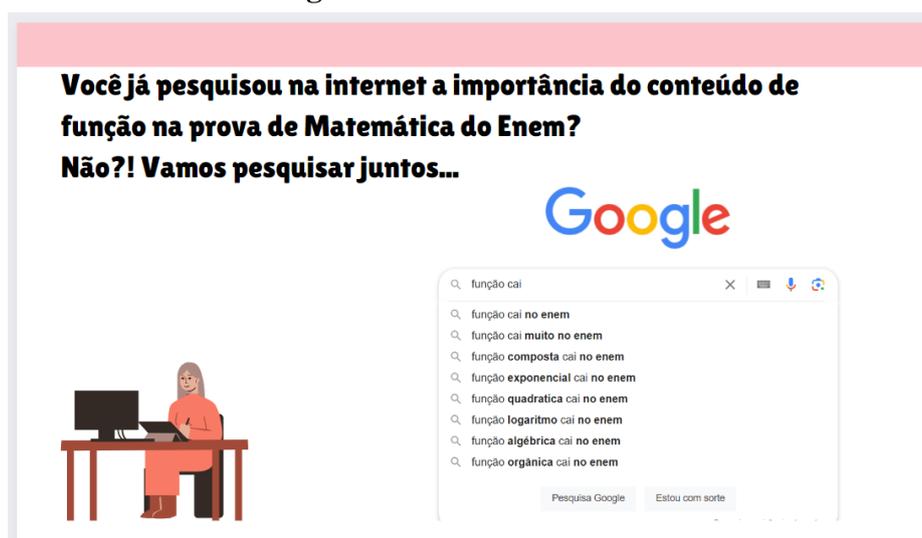
Os *slides* a seguir serão utilizados para iniciar a etapa 3.

5.3 Etapa 3: Explorando questões do Enem

Figura 85: De olho no Enem

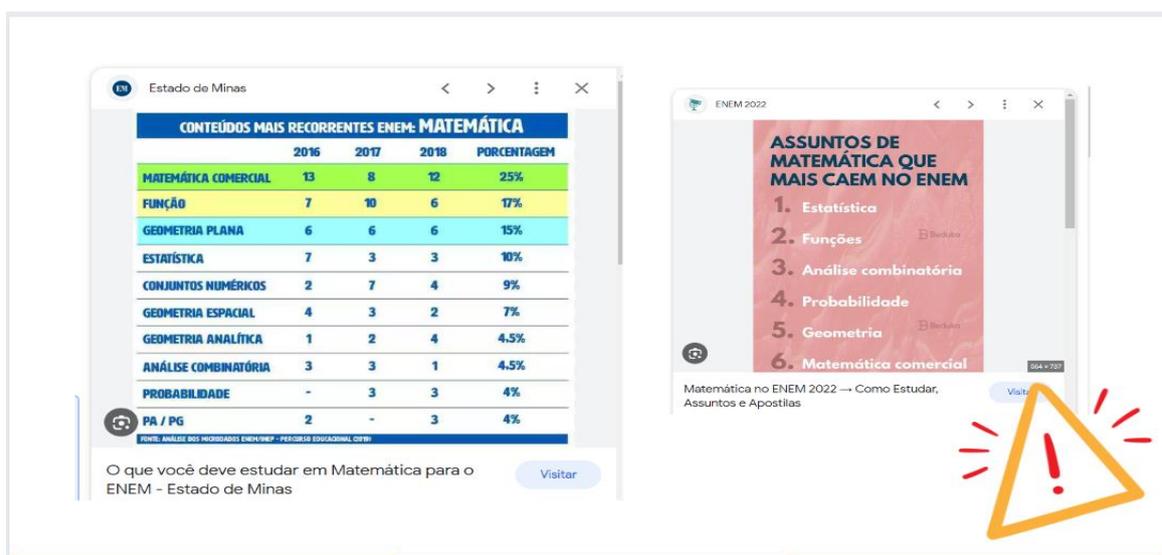
Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 86: A Matemática no Enem



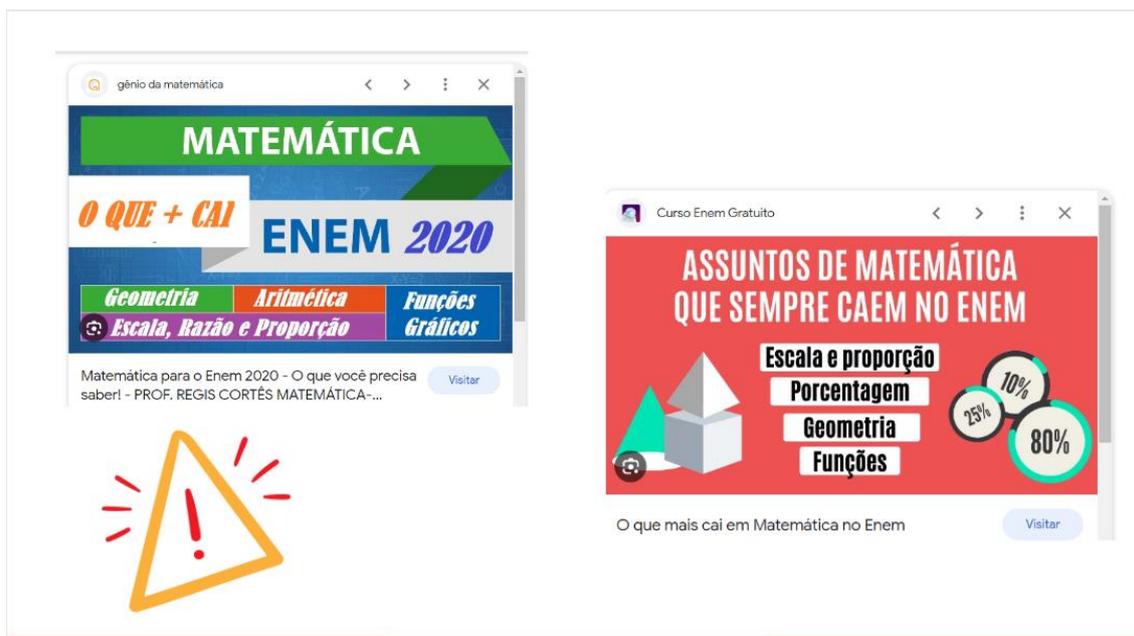
Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 87: Assuntos de matemática cobrados no Enem



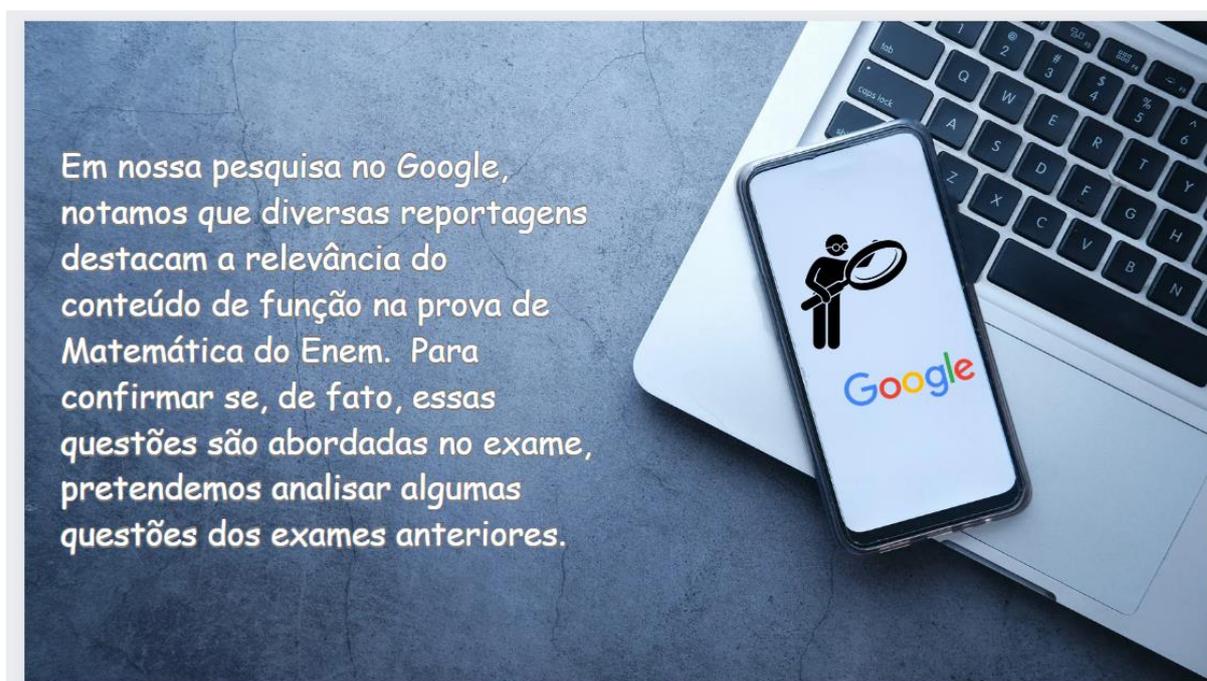
Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 88: Continuação dos assuntos que são cobrados no Enem



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*
 Fonte das imagens: geniodamatematica.com//cursoenemgratuito.com.br

Figura 89: Pesquisa no Google



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

É importante que essa etapa da sequência, o professor inicie apresentando a questão do Enem e posteriormente, discuta a resolução dela enfatizando uma sequência de passos e relacionando esses passos com os conceitos anteriormente formalizados.

Figura 90: Questão do ENEM 2021 – 1

Questão 141 enem2021

Um ciclista amador de 61 anos de idade utilizou um monitor cardíaco para medir suas frequências cardíacas em quatro diferentes tipos de trechos do percurso. Os resultados das frequências cardíacas máximas alcançadas nesses trechos foram:

Trechos do percurso	Frequências cardíacas máximas (bpm)
Leve no plano	90
Forte no plano	120
Subida moderada	130
Subida forte	140

Sabe-se que a faixa aeróbica ideal para o ganho de condicionamento físico é entre 65% e 85% da frequência cardíaca máxima (F_c máx.), que, por sua vez, é determinada pela fórmula:

$$F_c \text{ máx.} = 220 - \text{idade},$$

em que a idade é dada em ano e F_c máx. é dada em bpm (batimento por minuto).

Os trechos do percurso nos quais esse ciclista se mantém dentro de sua faixa aeróbica ideal, para o ganho de condicionamento físico, são

- leve no plano, forte no plano, subida moderada e subida forte.
- leve no plano, forte no plano e subida moderada.
- forte no plano, subida moderada e subida forte.
- forte no plano e subida moderada.
- leve no plano e subida forte.



Fonte: Enem 2021

Figura 91: Resolução da questão do ENEM 2021 - 1



- Observe que a fórmula da frequência cardíaca é uma **função afim** em que essa frequência cardíaca máxima **depende** da idade do ciclista.
- Ao substituir a idade dada no enunciado, de 61 anos temos:

$$F_c \text{ máx.} = 220 - 61 = 159 \text{ bpm}$$
- A faixa aeróbica para o ganho de condicionamento físico é entre 65% e 85% da F_c máx, como sabemos que a F_c máx é igual 159 bpm, 65% de 159 = $0,65 \cdot 159 = 103,35$ bpm e 85% de 159 = $0,85 \cdot 159 = 135,15$ bpm.
- Portanto, para estar na faixa aeróbica ideal, os batimentos devem estar entre 103,35 bpm e 135,15 bpm. Analisando a tabela, podemos observar que isso aconteceu nos trechos do **percurso forte no plano e subida moderada. (alternativa d)**



resolução adaptada de <https://descomplica.com.br/>

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 92: Questão do ENEM 2021 -2

Questão 176 enem2021

Aplicativos que gerenciam serviços de hospedagem têm ganhado espaço no Brasil e no mundo por oferecer opções diferenciadas em termos de localização e valores de hospedagem. Em um desses aplicativos, o preço P a ser pago pela hospedagem é calculado considerando um preço por diária d , acrescido de uma taxa fixa de limpeza L e de uma taxa de serviço. Essa taxa de serviço é um valor percentual s calculado sobre o valor pago pelo total das diárias.

Nessa situação, o preço a ser pago ao aplicativo para uma hospedagem de n diárias pode ser obtido pela expressão

A $P = d \cdot n + L + d \cdot n \cdot s$
 B $P = d \cdot n + L + d \cdot s$
 C $P = d + L + s$
 D $P = d \cdot n \cdot s + L$
 E $P = d \cdot n + L + s$



Fonte: Enem 2021

Figura 93: Resultado da questão do ENEM 2021 - 2



- Observe que a expressão que representa o preço a ser pago pelo aplicativo é **em função** da diária d acrescido de uma taxa de limpeza L :
 $P = n \cdot d + L$ ou seja, o preço é igual a taxa fixa de limpeza L somada com a quantidade n de dias multiplicada pelo preço d da diária.
- Além disso, também do enunciado: "(...) e de uma taxa de serviço. Essa taxa de serviço é um valor percentual s calculado sobre o valor pago pelo total das diárias. (...)". Quanto vale essa taxa de serviço? O valor pago pelo total das diárias é $n \cdot d$. Temos que calcular o percentual s desse valor. Basta multiplicarmos o valor por s . Então, a taxa de serviço fica: $d \cdot n \cdot s$.
- Então o preço fica:
 $P = d \cdot n + L + d \cdot n \cdot s$ (alternativa A)



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 94: Questão do ENEM 2021 - 3

Questão 168 

Uma loja de materiais de construção vende dois tipos de caixas-d'água: tipo A e tipo B. Ambas têm formato cilíndrico e possuem o mesmo volume, e a altura da caixa-d'água do tipo B é igual a 25% da altura da caixa-d'água do tipo A.

Se R denota o raio da caixa-d'água do tipo A, então o raio da caixa-d'água do tipo B é

- A $\frac{R}{2}$
- B $2R$
- C $4R$
- D $5R$
- E $16R$



Fonte: Enem 2020

Figura 95: Resolução da questão do Enem 2021 - 3



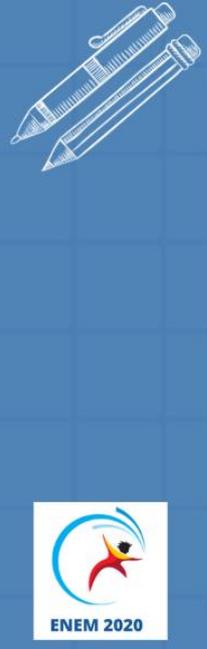
- Estamos procurando o raio da caixa-d'água do tipo B. Repare que nenhuma das alternativas é um valor inteiro e sim uma expressão que **depende** do raio da caixa-d'água A, ou seja, **está em função** da caixa-d'água A.
- Para a resolução da questão, também é necessário o conhecimento de volume de um cilindro. O volume do cilindro é a multiplicação entre a área da base e a altura, onde a área da base é dada por $\pi \cdot R^2$, ou seja, o volume de um cilindro é

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot \text{Altura}$$
- Veja a seguinte informação do enunciado: "a altura da caixa-d'água do tipo B é igual a 25% da altura da caixa-d'água do tipo A." Já estudamos que encontrar 25% de um valor é o mesmo que dividi-lo por 4, então escrevendo a altura da caixa B **em função** da caixa A, temos:

$$\text{AlturaB} = 1/4 \times \text{AlturaA}.$$



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

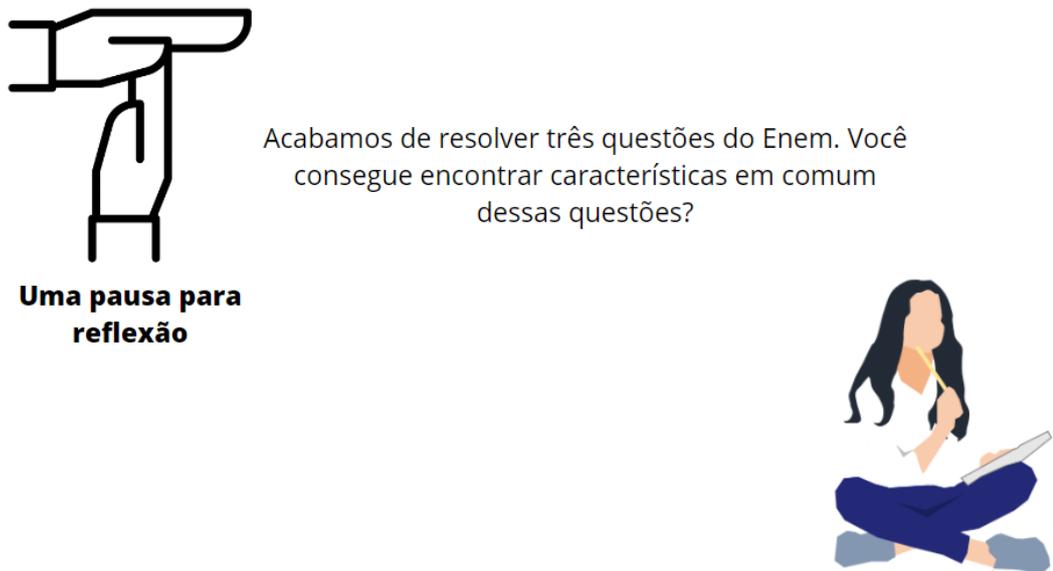
Figura 96: Continuação da resolução da questão do Enem 2021 – 3


• O enunciado diz que ambos os volumes são iguais: $V_A = V_B$,
ou seja:

$$\pi \cdot R_A^2 \cdot \text{Altura}_A = \pi \cdot R_B^2 \cdot \text{Altura}_B$$

então na equação acima, podemos substituir Altura_B por $1/4 \times \text{Altura}_A$
logo temos,
 $\pi \cdot R_A^2 \cdot \text{Altura}_A = \pi \cdot R_B^2 \cdot 1/4 \times \text{Altura}_A$,
vamos manipular algebricamente essa equação
 $R_A^2 = R_B^2 \cdot 1/4$
 $4 \cdot R_A^2 = R_B^2$
 $R_B^2 = 4 \cdot R_A^2$
 $R_B = 2 \cdot R_A$ (**alternativa B**)
ou $R_B = -2 \cdot R_A$ (o raio não pode ser negativo)

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 97: Características em comum das três questões


Acabamos de resolver três questões do Enem. Você consegue encontrar características em comum dessas questões?

Uma pausa para reflexão

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Nesse momento, é relevante que o professor incentive os alunos a expor a opinião deles. Vale sempre lembrar, que o principal objetivo dessa sequência é ser dialógica e proporcionar aos alunos um espaço de pertencimento, onde eles se sintam à vontade para expor suas

considerações e dúvidas. Espera-se que os estudantes identifiquem que todas as questões relacionam duas ou mais variáveis através da lei de formação de uma função. (Figuras 95).

Figura 98: Dicas de ouro



Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Sugere-se que o professor abra um espaço para que os próprios alunos compartilhem suas estratégias entre si. Se necessário, o professor pode voltar nas três questões para que fique mais claro para o aluno os seus pontos em comum. O professor também pode perguntar aos alunos, se eles identificaram algo em destaque na resolução de cada questão. Espera-se que os alunos percebam as expressões “em função” ou “depende” que apareceram em negrito nessas resoluções.

Figura 99: Dicas de ouro 2

Guarde as dicas de ouro para resolver questões que envolvam a lei de formação de uma função no Enem

- Transcreva as proposições do enunciado para a linguagem algébrica. Exemplo: o dobro de um número é igual a oito: $2x=8$.
- Identifique as variáveis dependentes das variáveis independentes.
- Reforce o estudo de fatoração de polinômios, operações com frações, resolução de equações e sistemas, pois na maioria das vezes é necessário a manipulação de uma equação.

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

É importante que os alunos possam treinar as estratégias apresentadas nessa sequência (Figura 99). Para tanto, seguem duas questões do ENEM para que eles as resolvam individualmente (Figuras 100, 101, 102 e 103). A seguir, as resoluções serão apresentadas e discutidas:

Figura 100: Questão 165

VAMOS TREINAR?

Questão 165

Muitos modelos atuais de veículos possuem computador de bordo. Os computadores informam em uma tela diversas variações de grandezas associadas ao desempenho do carro, dentre elas o consumo médio de combustível. Um veículo, de um determinado modelo, pode vir munido de um dos dois tipos de computadores de bordo:

- Tipo A: informa a quantidade X de litro de combustível gasto para percorrer 100 quilômetros;
- Tipo B: informa a quantidade de quilômetro que o veículo é capaz de percorrer com um litro de combustível.

Um veículo utiliza o computador do Tipo A, e ao final de uma viagem o condutor viu apresentada na tela a informação " $X/100$ ".

Caso o seu veículo utilizasse o computador do Tipo B, o valor informado na tela seria obtido pela operação

A $X \cdot 100$
B $\frac{X}{100}$
C $\frac{100}{X}$
D $\frac{1}{X}$
E $1 \cdot X$

Dica  Você pode utilizar o que aprendeu com uma regra de três.



Fonte: Enem 2020

Figura 101: Conferindo a resolução**CONFERINDO A RESOLUÇÃO**

O veículo consome X litros de combustível para percorrer 100 km. O que queremos é encontrar a quantidade y de km percorrida com 1 litro de combustível em função.

$$X \text{ litros} \sim 100 \text{ km}$$

$$1 \text{ litro} \sim y \text{ km}$$

$$X, y = 1.100$$

$$\Leftrightarrow X, y = 100$$

$$\Leftrightarrow y = 100/X$$

Então, com 1 litro de combustível, o veículo irá percorrer $100/X$ km. (alternativa C)

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 102: Questão sobre a luminosidade de uma estrela

**VAMOS
TREINAR?**

A luminosidade L de uma estrela está relacionada com o raio R e com a temperatura T dessa estrela segundo a Lei de Stefan-Boltzmann: $L = c \cdot R^2 \cdot T^4$, em que c é uma constante igual para todas as estrelas.

Disponível em: <http://ciencia.hsw.uol.com.br>. Acesso em: 22 nov. 2013 (adaptado).

Considere duas estrelas E e F , sendo que a estrela E tem metade do raio da estrela F e o dobro da temperatura de F .

Indique por L_E e L_F suas respectivas luminosidades.

A relação entre as luminosidades dessas duas estrelas é dada por

A $L_E = \frac{L_F}{2}$

B $L_E = \frac{L_F}{4}$

C $L_E = L_F$

D $L_E = 4L_F$

E $L_E = 8L_F$



Dica

Transcreva as afirmações apresentadas no enunciado para a linguagem algébrica.

enem2022
Exame Nacional do Ensino Médio

Fonte: Enem 2022

Figura 103: Conferindo a resolução


CONFERINDO A RESOLUÇÃO

$$L_E = c \cdot R_E^2 \cdot T_E^4$$

$$L_E = c \cdot \left(\frac{R_F}{2}\right)^2 \cdot (2 \cdot T_F)^4$$

$$L_E = c \cdot \frac{R_F^2}{4} \cdot 16 \cdot T_F^4$$

$$L_E = 4 \cdot c \cdot R_F^2 \cdot T_F^4$$

$$L_E = 4 \cdot L_F$$

Resolução de <http://angloresolve.plurall.net/press/question/10369708>

Fonte: Anglo resolve ⁸

Posteriormente, propõe-se apresentar aos alunos uma questão do Enem que envolva a análise do gráfico de uma função afim (Figura 104). O principal objetivo dessa parte da sequência é fazer com que o aluno reflita sobre como reconhecer os pontos importantes de um gráfico pode contribuir para uma resolução mais rápida e objetiva de uma questão; além disso, as características importantes do estudo de funções que estudamos no GeoGebra nos ajudam a eliminar alternativas no Enem. Propõe-se que essa questão seja feita junto com aluno. Que o professor forneça um tempo para que ele resolva a questão de maneira individual e posteriormente faça a conferência da resolução da questão de maneira conjunta.

⁸ Disponível em: angloresolve.plurall.net
Acesso em: 05 nov.2023

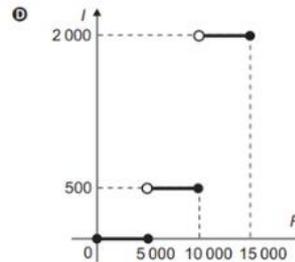
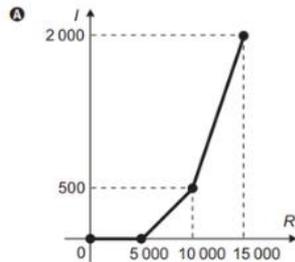
Figura 104: Analisando questões com gráficos 1

Questão 154 enem2021

O quadro representa a relação entre o preço de um produto (R) e seu respectivo imposto devido (I).

Preço do produto (R)	Imposto devido (I)
$R \leq 5\,000$	isento
$5\,000 < R \leq 10\,000$	10% de $(R - 5\,000)$
$10\,000 < R \leq 15\,000$	$500 + 30\%$ de $(R - 10\,000)$

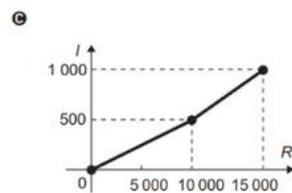
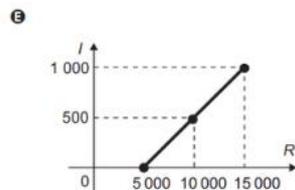
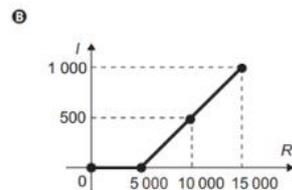
O gráfico que melhor representa essa relação é



enem2021
Exame Nacional do Ensino Médio

Fonte: Enem 2021

Figura 105: Analisando questões com gráficos 2



enem2021
Exame Nacional do Ensino Médio

Fonte: Enem 2021

Figura 106: Resolução da questão

Conferindo a resolução

- Observe que o imposto a ser pago não é definido por uma única função afim. Ele é dividido em três sentenças. Nesse caso, conforme estudamos no Geogebra, podemos eliminar as alternativas B e E que se tratam de uma reta de uma função afim.
- A questão fala que quando o preço do produto for inferior ou igual a 5000, o imposto é isento, ou seja é igual a zero. Nesse caso, já podemos eliminar também a alternativa C.
- Também podemos eliminar a alternativa D que não isenta o preço de 5000 quando no gráfico apresenta o intervalo aberto.
- Logo, a única alternativa que não eliminamos foi a alternativa A.

enem2021
Exame Nacional do Ensino Médio

Fonte: Enem 2021

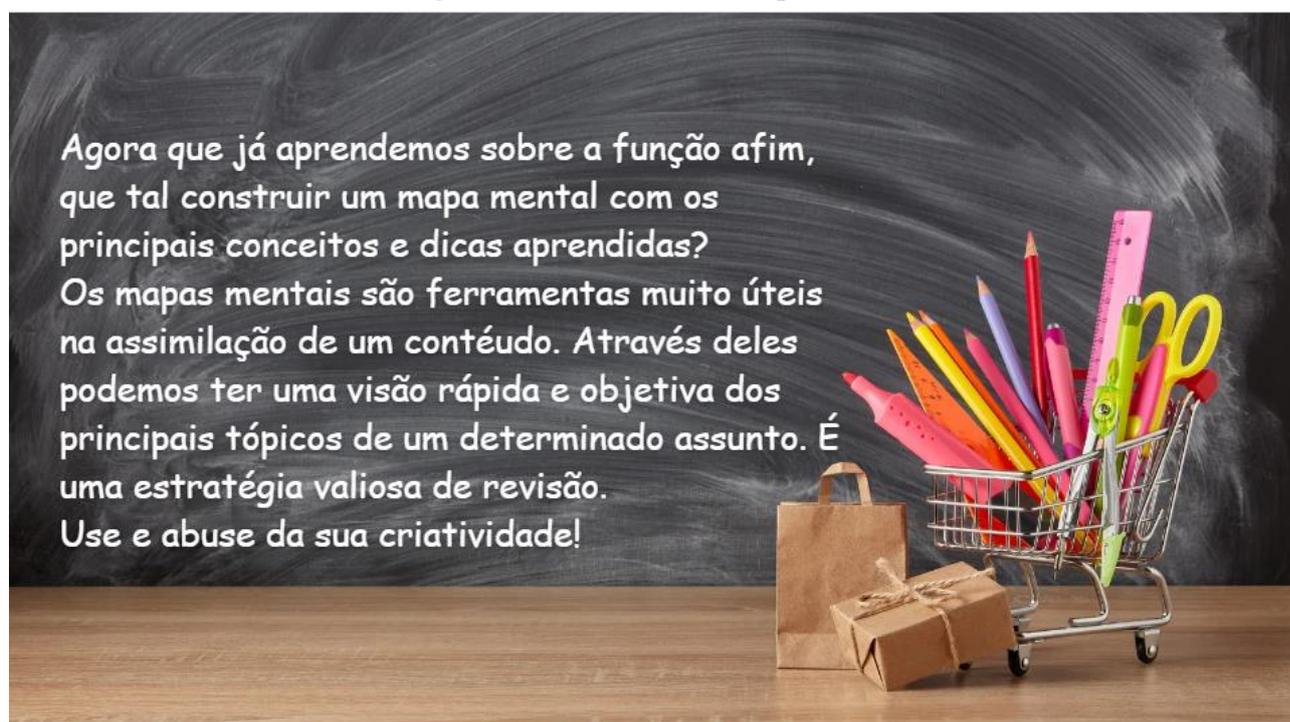
5.4 Atividade Avaliativa da Aprendizagem

Na quarta e última etapa dessa sequência didática, utilizaremos a metodologia ativa do mapa conceitual. Santos (2019) afirma que o mapa conceitual corresponde a uma estratégia de ensino que faz uso de um diagrama, o qual mostra as relações hierárquicas entre os conceitos pertinentes de um determinado conteúdo. A autora ainda reflete que a construção individual dos mapas e, posteriormente, o compartilhamento dos mesmos entre os alunos, traz muitos efeitos positivos, visto que as construções podem se diferenciar, ampliando a percepção dos estudantes sobre o conteúdo.

Propõe-se nesse momento, a apresentação dos próximos *slides*:

Figura 107: Organize seus pensamentos

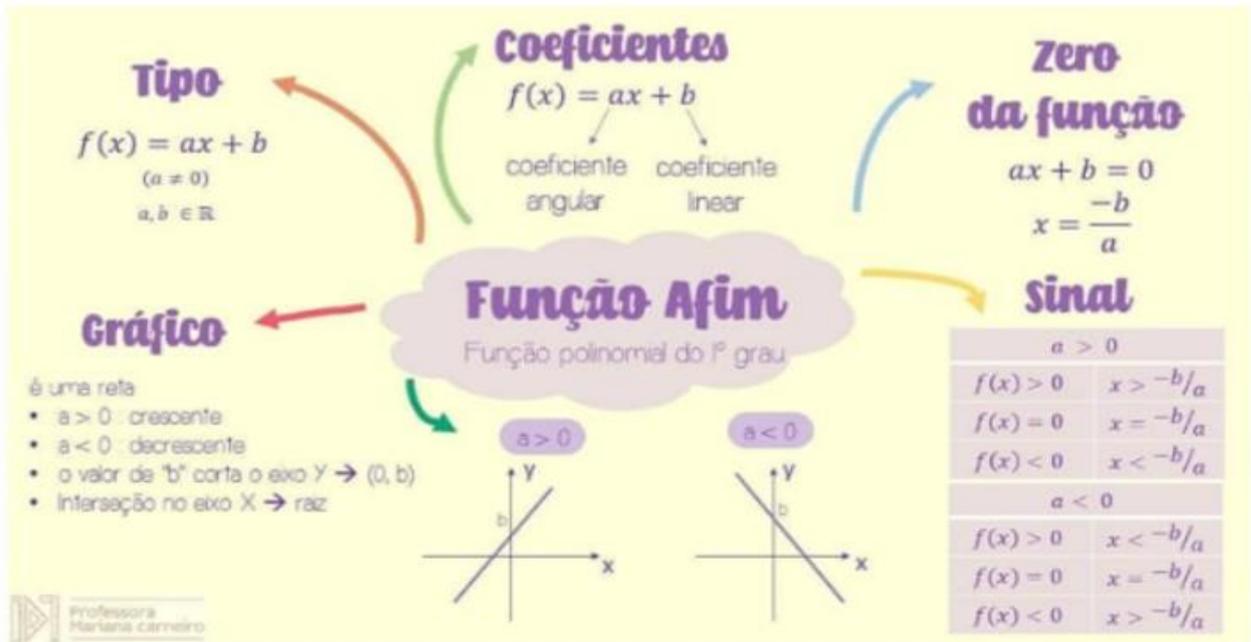
Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

Figura 108: Elaborar um mapa mental

Fonte: Elaborada pela autora, por meio do site *Canva*

A seguir, apresentamos alguns mapas mentais para que os alunos possam se inspirar.

Figura 109: Inspiração 1



Fonte: @profmarianacarneiro – Instagram

Figura 110: Inspiração 2



@tudosobre_enem_ Instagram

Após a construção dos mapas mentais, por parte dos alunos, propõe-se o encerramento da sequência didática com uma roda de conversa, em que os alunos possam explorar, entre si, os mapas mentais construídos por eles. O professor, como mediador desse momento de interação, pode também sugerir a construção de um mapa mental único com a contribuição de cada aluno. Tal construção permitirá que o professor avalie se o conceito de função, em especial a relação de dependência, foi compreendido pelos alunos. Cabe, ainda nesta etapa, que o professor apresente novamente a nuvem de palavras feita no início da sequência e realize um paralelo do entendimento dos alunos, antes e depois dessa proposta. Esse paralelo poderá trazer importantes contribuições a respeito da evolução dos alunos sobre o entendimento do conteúdo sobre funções.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sobre o desenvolvimento desse trabalho, podemos destacar que, ao realizá-lo, foi possível compreender melhor o funcionamento de uma universidade, através de seus pilares de sustentação e compreender como o pilar extensão foi se destacando no decorrer dos anos até sua curricularização obrigatória nos cursos de graduação no primeiro semestre de 2023. Além disso, foi possível perceber a relevância das ações extensionistas tanto para a universidade quanto para a comunidade atendida.

De certa forma, me senti parte do projeto de extensão *Conexão: PROFMAT-UFSJ e Ensino Básico* como uma colaboradora, refletindo sobre seus objetivos e sua proposta de tutoria em Matemática para o Enem com os coordenadores e membros (bolsista e voluntários) do projeto. É notável que todos nós aprendemos muito através da troca experiências e conhecimentos.

Considero também que estudar a prova de Matemática do Enem, dos últimos cinco anos, foi algo importante para minha formação como professora do ensino básico, uma vez que foi possível perceber mais claramente como os conteúdos são abordados nesse exame e suas frequências, conhecimento que posso levar aos meus alunos, com mais segurança e propriedade.

Quanto às metodologias ativas, o trabalho aprofundou minha compreensão sobre o tema, estabelecendo conexões com os recursos tecnológicos já utilizados em minhas aulas nas escolas onde leciono atualmente. Para facilitar o entendimento desses recursos, apresento um anexo final neste trabalho uma compilação de todos os recursos utilizados e suas respectivas finalidades.

É relevante notar que nas duas sequências didáticas desenvolvidas optamos por trabalhar com conceitos elementares sobre os conteúdos abordados. Essa escolha foi motivada pelos relatos dos professores dos alunos participantes da tutoria, que apontaram dificuldades acentuadas em conceitos básicos agravadas pelo período de pandemia de COVID-19. Assim, dividimos as sequências didáticas em quatro etapas: Atividade diagnóstica; Desenvolvendo o conteúdo; Explorando questões do Enem; Avaliação da aprendizagem. E buscamos uma abordagem dialógica para elaborar um material que atendesse às necessidades específicas dos alunos. Tal estrutura foi montada para servir de referência para construções futuras de demais sequências didáticas para a tutoria de matemática para o Enem.

Quanto à perspectiva futura, pretendo apresentar, no início de 2024, um minicurso sobre os recursos tecnológicos mencionados neste trabalho aos coordenadores e membros do projeto

supracitado. O objetivo dessa iniciativa é contribuir para que a equipe continue elaborando novas sequências didáticas dos conteúdos do Enem para as aulas de tutoria. Além disso, planejo relatar a experiência proposta neste trabalho no final de 2024, após a aplicação das sequências didáticas no projeto, com a intenção de publicar esse relato em uma revista de trabalhos de extensão.

Gostaria de expressar o quanto o PROFMAT transformou a minha vida, tanto profissional quanto pessoal. Profissionalmente aprendi muito com meus orientadores e me apaixonei pela criação de materiais didáticos. Nas reuniões com eles, que as vezes duravam o dobro do tempo previsto, de tão ricas e envolventes, percebi a paixão deles pelo poder transformador da educação. Me emociono ao lembrar o quanto meus orientadores enxergam como missão esse projeto de preparar alunos de escolas públicas para o Enem e torná-los capazes de concorrer em igualdade com alunos que são privilegiados em relação a outros sistemas de ensino, principalmente nesse período pós-pandemia, que deixou marcas profundas na realidade das escolas públicas.

REFERÊNCIAS

ABMES. **Diretrizes para a extensão na educação superior brasileira**. Associação Brasileira de Mantenedoras de Ensino Superior, 2019. Disponível em: <https://abmes.org.br/noticias/detalhe/3337/diretrizes-para-a-extensao-na-educacao-superior-brasileira>. Acesso em: 28 nov. 2023.

BENETTI, P. C.; SOUSA, A. I.; SOUZA, M. H. N. Creditação da extensão universitária nos cursos de graduação: relato de experiência. **Revista Brasileira de Extensão Universitária**. v. 6, n. 1, p. 25-32, 2015.

BRASIL. **Decreto no. 19.851, de 11 de abril de 1931**. Dispõe sobre o ensino superior no Brasil. Brasília, DF, 1931.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil** de 1988. Brasília: Senado Federal, 1988.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei no 9.394 de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL. **Lei nº 5.540, de 28 de novembro de 1968**. Fixa normas de organização e funcionamento do ensino superior e sua articulação com a escola média, e dá outras providências. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L5540.htm#:~:text=LEI. Acesso em: 30 jan. 2023.

BRASIL. **Plano Nacional de Extensão Universitária**. Fórum de Pró-Reitores de Extensão das Universidades Públicas Brasileiras e SESu. Ministério da Educação: Edição Atualizada Brasil 2000/2001. Disponível em: http://www.prae.ufrpe.br/sites/prae.ufrpe.br/files/pnextensao_1.pdf. Acesso em: 31 jan. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. **Resolução CNE/CES No 7, de 18 de dezembro de 2018** - Estabelece as Diretrizes para a Extensão na Educação Superior Brasileira e regimenta o disposto na Meta 12.7 da Lei no 13.005/2014, que aprova o Plano Nacional de Educação - PNE 2014-2024 e dá outras providências. Brasília – DF: MEC, 2018.

BRASIL. **Matriz de Referência Enem**. Ministério da Educação, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2022.

BRINATI, F.; CARDOSO, S.; SILVA, R. MOREIRA, M. **Guia da Formação em Extensão na UFSJ (Inserção da Extensão nos Currículos)**. Pró-Reitoria de Extensão e Assuntos Comunitários – Proex. Universidade Federal de São João del-Rei, mai. 2021.

CARBONARI, M. E. E.; PEREIRA, A. C. A extensão universitária no Brasil, do assistencialismo à sustentabilidade. **Revista de Educação**, Itatiba, v. 10, n. 10, p. 23-28, 2007

CENTRO EDUCACIONAL JESOMIRO DOS SANTOS PEREIRA. **Atividade de Matemática**, s/d.

CUNHA, Alana Michael. **A extensão universitária: o projeto de extensão, o serviço social e o atendimento sociojurídico no escritório modelo de direito da Unijuí/Ijuí**. 2011. 96f. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2011. Disponível em:

<[https://bibliodigital.unijui.edu.br:8443/xmlui/bitstream/handle/123456789/633/TCC%20alan a.pdf?sequence=1](https://bibliodigital.unijui.edu.br:8443/xmlui/bitstream/handle/123456789/633/TCC%20alan%20a.pdf?sequence=1)>. Acesso em 14/08/2023

DUARTE, Jacildo da Silva. **As contribuições da extensão universitária para o processo de aprendizagem, prática da cidadania e exercício profissional**. 2014. 105 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2014.

FILHO, V. **Metodologias ativas e uma possibilidade de uso no ensino médio**. Dissertação de Mestrado, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de São João del-Rei, 2021.

GIFTED, Álaze Gabriel. **Os três pilares da docência no Ensino Superior: o ensino, a pesquisa e a extensão**. Curso de Pós Graduação em Docência e Pesquisa no Ensino Superior, Universidade Metropolitana de Santos, 2016.

GURGEL, Roberto Mauro. **Extensão universitária: comunicação ou domesticação**. 18ª ed. São Paulo: Cortez/Autores Associados; Fortaleza: UFC, 2016.

JANNUZZI, Paulo de Martino. **Monitoramento e avaliação de programas sociais: uma introdução aos conceitos e técnicas**. 3ª ed. Campinas: Alínea, 2016;

MACEDO, M.; CABRAL, N. **Uma sequência didática para o ensino de função afim**. Dissertação de Mestrado, Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará, Centro de Ciências Sociais e Educação, Belém, 2020.

MANCHUR, J.; SURIANI, A. L. A; CUNHA, M. C. A contribuição de projetos de extensão na formação profissional de graduandos de licenciaturas. **Revista Conexão - UEPG**, v. 9, n. 2, p. 334-341, jul/dez 2013.

MIRRA, Evandro. **A Ciência que sonha e o verso que investiga**. São Paulo: Editora Papagaio, 2009 *apud* PAULA, João Antônio de. **A extensão universitária: história, conceito e propostas**. Interfaces – Revista de Extensão da UFMG; v. 1, n. 1, p. 05-23, jul./nov. 2013. Disponível em: <https://www.ufmg.br/proex/revistainterfaces/index.php/IREXT/article/view/5>. Acesso em: 31 jan. 2021.

NINA, Bianca Della. **As metodologias ativas e a aula expositiva-dialogada**. Tese de doutorado, Adam Smith University, 2022.

NOGUEIRA, Maria das Dores Pimentel (Org.). **Extensão Universitária: diretrizes conceituais e políticas** – Documentos básicos do Fórum Nacional de Pró-Reitores de Extensão das Universidades Públicas Brasileiras 1987-2000. Belo Horizonte: PROEX/UFMG, 2000;

NUNES, A. L. P. F.; SILVA, M. B. C. (2011). A extensão universitária no ensino superior e a sociedade. **Mal-Estar e Sociedade**, ano 4, n. 7, p. 119-133, 2011.

PAULA, João Antônio de. **A extensão universitária: história, conceito e propostas**. Interfaces – Revista de Extensão da UFMG; v. 1, n. 1, p. 05-23, jul./nov. 2013. Disponível em: <https://www.ufmg.br/proex/revistainterfaces/index.php/IREXT/article/view/5>. Acesso em: 31 jan. 2023.

PIRES, Valdemir. **Campo de públicas: campo de formação, pesquisa e atuação profissional que congrega os cursos de graduação em administração pública, gestão pública, políticas públicas, gestão de políticas públicas e gestão social**. 2012. Disponível em: <<https://www.campodepublicas.wordpress.com/about/>>. Acesso em: 31 jan 2023;

PRAIS, J.; ROSA, V. Nuvem de palavras e mapa conceitual: estratégia e recursos tecnológicos na prática pedagógica. *In: Nuances: estudos sobre Educação, Presidente Prudente-SP, v.28, n.1, p. 201-219, jan./abr. 2017. ISSN: 2236-0441*

RANGEL, F.; MARCELINO, V.; AZEVEDO, B. **Metodologia de ensino: estudo de caso associada ao uso de dispositivos móveis**. Mestrado Profissional Ensino e suas Tecnologias, Instituto Federal Fluminense, *Campus Campos Centro*, s/d.

ROMANELLI, Otaíza de Oliveira. **História da educação no Brasil**. 32ª ed. Petrópolis: Vozes, 2016;

SÁ, M. A. M. de; MONICI, S. C. B; CONCEIÇÃO, M. M. A importância do projeto de extensão e o impacto que ele tem no processo formativo dos estudantes universitários. *In: Revista Científica ACERTTE*, mar. 2022, ISSN 2763-8928 2(3):e2365

SANTOS, Anaídes de Jesus dos. **Uma possível relação entre a formação de professores de espanhol e projetos de extensão**. 2015. 118f. Dissertação (Mestrado em Letras) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015.

SANTOS, T. **Metodologias ativas de ensino e aprendizagem**. Olinda, PE, 2019.

SCHWARTZMAN, Simon. Pesquisa universitária e inovação no Brasil. *In: BRASIL*. Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação. Centro de Gestão de Estudos Estratégicos. Avaliação de políticas de ciência, tecnologia e inovação: diálogo entre experiências internacionais e brasileiras: seminário internacional. Brasília: CGEE, 2008, p. 19-44

SILVA, Enio Waldir da. **Extensão Universitária no Rio Grande do Sul: concepções e práticas**. 2003. 282f. Tese (Doutorado em Sociologia), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

SILVA, Elba Marília Amaral da. **Ensino e aprendizagem de porcentagem e juros na Educação de jovens e adultos**. 2021. 99f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

SOUSA, Ana Luiza Lima. **A história da extensão universitária**. São Paulo: Alínea, 2010.

SOUZA, Roberto Eduardo Santos. **Caminhos para a construção de uma sistemática de avaliação dos projetos de extensão da Escola de Governo da Fundação João Pinheiro:**

registros da trajetória e reflexões sobre o monitoramento a avaliação dos projetos 2017. 62f. Monografia (Especialização em Administração Pública), Fundação João Pinheiro, Belo Horizonte, 2017

TOALDO, Olindo Antonio. **Extensão universitária:** a dimensão humana da universidade. Santa Maria: UFSM, 1977.

ZALUSKI, F. C.; OLIVEIRA, T. D. **A utilização de jogos como proposta de metodologia ativa:** reflexões do processo de ensino e aprendizagem no ensino superior. In: Seminário Internacional de Educação no Mercosul, 18, 2018. Cidade. Anais... Cidade: Publicadora, 2018,

ANEXO

Programas utilizados

Aplicativo	Como acessar?	Para que serve?	Versão Grátis	Versão paga
Google Meet	Acesse pelo navegador no link https://meet.google.com/ ou aplicativo dedicado, entre em uma reunião usando o código fornecido ou convites.	É um aplicativo que permite a realização de videoconferências. Logo, através dele é possível realizar reuniões a distância.	Disponível gratuitamente com recursos básicos como chat em tempo real, acesso a uma lousa digital, limite de 100 participantes, compartilhamento de tela, entre outros.	Disponível através do Google Workspace. Permite a realização de reuniões com até 500 participantes, oferece suporte ao cliente 24 horas por dia, possibilita a duração de até 24 horas de uma reunião, oferece o recurso de gravação de reunião, entre outros.
Google Classroom	Utilize o navegador acessando o link https://classroom.google.com/ ou o app, faça login com sua conta Google, entre em uma turma com o código fornecido.	É uma sala de aula online em que alunos e professores podem realizar encontros virtuais para a realização de aulas à distância.	Totalmente gratuito como parte do conjunto de ferramentas educacionais do Google.	
Canva	Acesse o site https://www.canva.com/ ou o aplicativo Canva, faça login na sua conta ou crie uma nova, e comece a criar designs personalizados.	É uma plataforma online de design e comunicação visual que permite que qualquer pessoa crie designs e publique onde quiser.	Oferece <i>templates</i> gratuitos, permite criar apresentações, posts para redes sociais, confeccionar ebooks, currículos, entre outros recursos.	Canva Pro é uma opção paga com recursos avançados como uma extensa biblioteca de elementos gráficos, modelos personalizáveis em diversas categorias, suporte

				prioritário, entre outros recursos.
Mentimeter	Vá para o site https://www.mentimeter.com/ ou use o aplicativo Mentimeter, faça login, crie ou participe de uma apresentação usando o código fornecido.	Plataforma permite criar e compartilhar online apresentações interativas com direito a questionário e nuvem de palavras.	Número ilimitado de apresentações, limite de 50 participantes, acesso à central de ajuda, entre outros recursos.	Número ilimitado de participantes, criação de apresentações compartilhada, importação de apresentações de outras ferramentas, entre outros recursos.
Worwall	Acesse o site https://wordwall.net/pt ou o aplicativo Worwall, faça login, crie ou participe de sessões interativas usando códigos ou links compartilhados.	Uma plataforma que permite criar questionários e realizar jogos interativos.	Permite criar apenas cinco atividades a partir dos 18 modelos de jogos, 13 dos quais permite a versão imprimível.	Permite criar atividades e jogo ilimitados com extenso número de recursos e modelos interativos e imprimíveis.
GeoGebra	Use o navegador https://www.geogebra.org/?lang=pt ou o aplicativo GeoGebra, faça login ou use como convidado, explore recursos matemáticos e científicos interativos.	Aplicativo matemático que possui recursos que combinam tabelas, gráficos, geometria, álgebra, estatística, cálculos e outros conceitos matemáticos.	Gratuito para uso básico; GeoGebra Classic e GeoGebra Math Apps. Oferece calculadora gráfica e científica, entre outros recursos.	
Quizizz	Vá para o site https://quizizz.com/?lng=pt-BR ou use o aplicativo Quizizz, faça login ou junte-se a uma sessão usando o código do quiz fornecido pelo professor.	Um software de <i>gamificação</i> que permite criar questionários que podem ser utilizados em sala de aula, trabalhos em grupo, entre outros.	A versão básica oferece um número limitado de modelos de jogos, além da opção explorar com acesso a biblioteca do quizizz, entre outros recursos.	Quizizz Super é uma opção paga com benefícios extras como quizzes e lições ilimitadas, vídeos interativos e clipes de áudio, entre outros recursos.

Fonte: Elaborado pela autora, por meio do site *Canva*