



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**CONTRIBUIÇÕES DE UMA INVESTIGAÇÃO HISTÓRICA SOBRE O  
PANTÓGRAFO DE SCHEINER (1603) PARA O ENSINO DE  
GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

**FRANCISCA RODRIGUES BORGES**

**Orientador: Prof. Dr. Benjamin Cardoso da Silva Neto  
Coorientador: Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto**

**FLORIANO  
2024**

**FRANCISCA RODRIGUES BORGES**

**CONTRIBUIÇÕES DE UMA INVESTIGAÇÃO HISTÓRICA SOBRE O  
PANTÓGRAFO DE SCHEINER (1603) PARA O ENSINO DE  
GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/ *Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Benjamin Cardoso da Silva Neto

Coorientador(a): Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto

**FLORIANO  
2024**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**

---

Borges, Francisca Rodrigues

B732c Contribuições de uma investigação histórica sobre o Pantógrafo de Scheiner (1603) para o ensino de Geometria na educação básica / Francisca Rodrigues Borges. - 2024.  
90 f.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano, 2024.

Orientador : Prof Dr. Benjamin Cardoso da Silva Neto.

Coorientador : Prof Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto.

1. História da Matemática. 2. Pantógrafo de Scheiner. 3. Investigação histórica e didática. 4. Ensino de geometria. I. Título.

CDD - 510

---

**Elaborado por Aurilene Araujo da Costa CRB 3/1272**

# TERMO DE APROVAÇÃO

FRANCISCA RODRIGUES BORGES

## CONTRIBUIÇÕES DE UMA INVESTIGAÇÃO HISTÓRICA SOBRE O PANTÓGRAFO DE SCHEINER (1603) PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/ Campus Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 19/02/2024

### BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente  
 BENJAMIM CARDOSO DA SILVA NETO  
Data: 20/02/2024 11:17:13-0300  
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

---

**Prof. Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – IFMA  
Orientador

**Guilherme Luiz de Oliveira Neto** Assinado de forma digital por Guilherme Luiz de Oliveira Neto  
Dados: 2024.02.20 11:25:51 -03'00'

---

**Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI  
Coorientador

Documento assinado digitalmente  
 RONALDO CAMPELO DA COSTA  
Data: 20/02/2024 08:50:20-0300  
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

---

**Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI  
Avaliador Interno

Documento assinado digitalmente  
 RAIMUNDO SANTOS DE CASTRO  
Data: 19/02/2024 19:44:18-0300  
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

---

**Prof. Dr. Raimundo Santos de Castro**  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – IFMA  
Avaliador Externo

Floriano, 19 de fevereiro de 2024.

Quero dedicar este trabalho aos meus pais, Francisco da Cruz e  
Gonçala, aos meus dois filhos, Guilherme e Gabriel, ao meu esposo,  
Moisés, e ao meu irmão, Daniel.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, expresso minha gratidão a Deus, o autor e consumidor de todas as coisas, por estar presente em minha vida. Sem Ele, este sonho que se concretiza não seria possível. Esta jornada foi desafiadora, mas com a ajuda divina, consegui superar todos os obstáculos. Permaneci firme na convicção do versículo bíblico que afirma: "Bem sei que tudo podes e nenhum dos teus propósitos pode ser impedido" (Jó 42.2).

Desejo expressar minha profunda gratidão a meu pai Francisco da Cruz e minha mãe Gonçala, são duas pessoas oriundas do campo que não tiveram a oportunidade de frequentar a escola, mas que sempre se esforçaram incansavelmente para proporcionar-me acesso à educação. Desde o início, eles alimentaram o sonho de me ver formada e progredindo significativamente na vida. Quando surgiu a oportunidade de realizar o exame para o Mestrado, minha mãe foi uma fonte inestimável de incentivo. Realizei o teste e, graças a Deus e ao empenho diário dela em me auxiliar nos estudos, obtive êxito. Não foi uma jornada fácil, especialmente considerando que eu tinha dado à luz ao pequeno Guilherme poucos meses antes. Contudo, minha mãe não hesitou em dedicar esforços adicionais e incentivou-me ainda mais a perseguir essa oportunidade. Ao sair o resultado, ver meu nome entre os aprovados encheu-os de alegria, celebrando mais essa conquista juntos.

Expresso minha gratidão ao meu esposo, Moisés, que esteve ao meu lado durante esta jornada. Ele cuidava do nosso bebê para que eu pudesse comparecer às aulas presenciais e oferecia auxílio nos momentos de estudo. Meu companheiro, como costume chamá-lo, desempenhou um papel fundamental nesse percurso, apoiando-me constantemente nos estudos e encorajando-me a não desistir dos meus sonhos. Em diversas ocasiões, senti-me desanimada, ponderando a possibilidade de desistir das aulas do Mestrado, mas ele sempre me incentivou a prosseguir, suas palavras de apoio foram de grande importância e estímulo.

Quero expressar minha gratidão ao meu irmão, Daniel, que sempre esteve ao meu lado ao longo desta jornada. Também quero agradecer ao meu filho primogênito, Guilherme, que, mesmo sendo tão pequeno, foi uma fonte de força para que eu não desistisse. Ele foi meu apoio durante todo esse percurso, mesmo bagunçando meus materiais de estudo e rabiscando meus cadernos, sua inocência não tinha preço. Agradeço também ao meu filho, Gabriel, que ainda se encontra em meu ventre, pois ele me fez perceber minha força, mesmo nos momentos em que me sentia frágil. Um dia, meus filhos conhecerão a história de sua mãe e acredito que se orgulharão de mim, pois sempre tive pensamentos neles e jamais desisti.

Quero expressar minha gratidão aos meus vizinhos da cidade de Arraial-Piauí, que sempre estiveram dispostos a me ajudar. Agradecer também às irmãs do círculo de oração da minha igreja, que constantemente intercediam por mim, assim como aos meus irmãos em Cristo Jesus e aos meus pastores. Além disso, quero estender meu agradecimento à Equipe Pedagógica da Escola Municipal Maria Barbosa, aos alunos do 7º ano e aos seus pais e responsáveis por participarem ativamente deste trabalho.

Gostaria também de expressar minha profunda gratidão à turma 2022.1 do PROFMAT/IFPI Campus Floriano. Este grupo permanecerá eternamente em minha memória devido à amizade e a união que fortalecemos ao longo do tempo em que compartilhamos nossos estudos. Quero estender meus agradecimentos ao coordenador do PROFMAT e ao corpo docente, que incessantemente nos incentivaram a perseverar nos estudos e a nunca desistir.

Finalmente, desejo expressar minha gratidão ao Prof. Dr. Benjamin Cardoso da Silva Neto, meu orientador. Ao longo deste período de orientação, ele compartilhou conhecimentos que enriqueceram minha compreensão da pesquisa e da História da Matemática. Sob sua orientação, percebi a relevância crucial da História da Matemática e como ela deve ser integrada ao ambiente escolar. Tenho profunda admiração por seu trabalho e ele continuará a ser uma fonte constante de inspiração, tanto como educador quanto como pessoa.

Tente uma, duas, três vezes e se possível tente a quarta, a quinta e quantas vezes for necessário. Só não desista nas primeiras tentativas, a persistência é amiga da conquista. Se você quer chegar aonde a maioria não chega, faça o que a maioria não faz.  
**(BILL GATES)**

## RESUMO

BORGES, Francisca Rodrigues. **Contribuições de uma investigação histórica sobre o pantógrafo de Scheiner (1603) para o ensino de geometria na Educação Básica.** 2024. 90 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – *Campus* Floriano, Floriano, 2024.

Este trabalho de pesquisa pretende analisar contribuições de uma investigação histórica sobre como o Pantógrafo de Scheiner pode proporcionar ao processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria para alunos da Educação Básica. O ensino de Geometria precisa ser dinamizado para que haja uma aprendizagem mais promissora e significativa por parte dos alunos de turmas do ensino básico. A História da Matemática possibilita discussões para inserção de informações históricas no ensino e esse projeto se utiliza de uma fonte histórica intitulada “*Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum*” cuja tradução é *Pantógrafo e a arte de desenhar por paralelogramos*. A pesquisa apresenta um caráter qualitativo, bibliográfico e de campo e tem como sujeitos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de Arraial, no Piauí. Consiste na elaboração e aplicação de uma investigação histórica sobre o processo de construção e uso do Pantógrafo de Scheiner para o ensino e aprendizagem de conceitos geométricos, tais como, ângulos, retas, noções de figuras geométricas, homotetia e semelhança de figuras por meio de uma proposta didática. A partir do desenvolvimento das etapas de execução da proposta e da análise do conteúdo, metodologia de análise de dados empregada, foi possível elencar algumas contribuições acerca da exploração da fonte histórica e suas potencialidades para o ensino de conceitos geométricos.

**Palavras-chave:** História da Matemática. Pantógrafo de Scheiner. Investigação histórica e didática. Ensino de geometria. Educação básica.

## ABSTRACT

BORGES, Francisca Rodrigues. **Contribuições de uma investigação histórica sobre o pantógrafo de Scheiner (1603) para o ensino de geometria na Educação Básica.** 2024. 90 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – *Campus* Floriano, Floriano, 2024.

This research work aims to analyze contributions from a historical investigation into how Scheiner's Pantograph can provide the process of teaching and learning Geometry concepts for Basic Education students. Geometry teaching needs to be streamlined so that there is more promising and meaningful learning for students in basic education classes. The History of Mathematics enables discussions to insert historical information into teaching and this project uses a historical source entitled “*Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramum lineare sev cavum*” whose translation is Pantograph and the art of drawing by parallelograms. The research has a qualitative, bibliographic and field nature and its subjects are students in the 7th year of Elementary School at a municipal school in the city of Arraial, Piauí. It consists of the elaboration and application of a historical investigation into the process of construction and use of Scheiner's Pantograph for teaching and learning geometric concepts, such as angles, straight lines, notions of geometric figures, homothety and similarity of figures through a didactic proposal. From the development of the proposal execution stages and the content analysis, data analysis methodology used, it was possible to list some contributions regarding the exploration of the historical source and its potential for teaching geometric concepts.

**Keywords:** History of Mathematics. Scheiner pantograph. Historical and didactic research. Teaching geometry. Basic education.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Capa do livro "Rosa Ursina sive Sol" .....	29
<b>Figura 2</b> – Pintura de Christoph Scheiner .....	30
<b>Figura 3</b> – Capa do livro <i>Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramunlineare sev cavum</i> .....	32
<b>Figura 4</b> – Personagem angelical com o pantógrafo .....	33
<b>Figura 5</b> – Pantógrafo de Scheiner (1603).....	34
<b>Figura 6</b> – Esquema do Pantógrafo .....	36
<b>Figura 7</b> - Pantógrafo virtual de madeira.....	37
<b>Figura 8</b> – Museo Galileo .....	42
<b>Figura 9</b> – Apresentação do projeto.....	44
<b>Figura 10</b> – Recorte do Plano de Aula .....	45
<b>Figura 11</b> – Atividade proposta .....	46
<b>Figura 12</b> – Exposição das imagens da obra .....	47
<b>Figura 13</b> – Alunos reunidos em grupos .....	49
<b>Figura 14</b> – Manual para construção do pantógrafo.....	52
<b>Figura 15</b> – Materiais para construção do pantógrafo .....	52
<b>Figura 16</b> – Construção do pantógrafo .....	53
<b>Figura 17 A e B</b> – Pantógrafo de Madeira e de Papelão .....	54
<b>Figura 18</b> – Pantógrafo dos Alunos .....	55
<b>Figura 19</b> – Resolução da quarta questão .....	57
<b>Figura 20</b> – Desenhos do Barco da quarta questão .....	57
<b>Figura 21</b> – Ampliação e redução de figuras geométricas .....	58
<b>Figura 22</b> – Desenhos da Quinta Questão .....	59
<b>Figura 23</b> – ângulos no pantógrafo.....	61
<b>Figura 24</b> – Resposta da primeira questão do questionário de avaliação .....	62
<b>Figura 25</b> – Resposta da terceira questão do questionário de avaliação.....	66
<b>Figura 26</b> – Resposta da aluna M.V a terceira questão do questionário de avaliação.....	67

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> – Exposição dos Momentos .....	44
<b>Quadro 2</b> – Respostas da primeira questão item A .....	49
<b>Quadro 3</b> – Respostas da primeira questão item B.....	50
<b>Quadro 4</b> – Respostas da primeira questão item C.....	50
<b>Quadro 5</b> – Respostas da terceira questão item individual.....	56
<b>Quadro 6</b> – Plano de Aula Completo da atividade proposta .....	59

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	14
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	19
2.1 INSERÇÃO DA HISTÓRIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA .....	19
2.2 USO DE FONTES HISTÓRICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA .....	25
2.3 TEXTO HISTÓRICO SOBRE O PANTÓGRAFO DE SCHEINER .....	28
<b>2.3.1 A obra “<i>pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum</i>” de Cristoph Scheiner de 1631</b> .....	30
<b>2.3.2 O pantógrafo e suas funcionalidades atuais</b> .....	35
<b>3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b> .....	39
3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA .....	39
3.2 O ACESSO À OBRA E ESTUDO .....	41
3.3 A CRIAÇÃO DA PROPOSTA DIDÁTICA .....	43
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	47
4.1 ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DE UMA INVESTIGAÇÃO HISTÓRICA SOBRE O PANTÓGRAFO DE SCHEINER (1603) EM SALA DE AULA .....	69
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	71
5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	72
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	74
<b>APÊNDICE 1 – ATIVIDADE PROPOSTA</b> .....	78
<b>APÊNDICE 2 – EXPOSIÇÃO DE ARTE</b> .....	84
<b>APÊNDICE 3 – QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE DIDÁTICA PROPOSTA</b> .....	86
<b>ANEXO A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO</b> .....	87
<b>ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO</b> .....	88

## 1 INTRODUÇÃO

O processo de ensino de Geometria na Educação Básica é um desafio diário para muitos professores e alunos no ambiente escolar. Este fato pode ser verificado pela necessidade de compreensão e visualização dos conceitos relacionados a espaços e formas na área da Geometria, exigindo um nível de visualização e compreensão por parte dos alunos e até dos professores, para que esses conceitos se tornem, de alguma forma, mais concretos, permitindo uma aprendizagem mais autônoma e significativa.

O professor enfrenta, portanto, algumas dificuldades na busca de metodologias e estratégias que permitam a assimilação de conteúdos matemáticos que se alinhem a conhecimentos geométricos e que contribuam para a visualização de figuras e cálculos que envolvam essas figuras, como, por exemplo, proporcionalidade, áreas e perímetros. Para Flores (2010), a visualização em Matemática vai além do observar e se relaciona com a manipulação e construção de imagens mentais. O ensino de Geometria, por sua vez, perpassa pelo nível da visualização, da abstração e da compreensão por meio de representações significativas, principalmente a respeito dos aspectos construtivos das formas geométricas. A busca por alternativas didáticas que permitam engajamentos dos alunos e professores tem sido objeto de discussão em diversas frentes de pesquisas e esse trabalho vem nessa perspectiva de estudar e possibilitar discussões acerca do uso da História da Matemática como alternativa didática no ensino de conceitos matemáticos.

Para D'Ambrosio (2002), muitos estudantes têm dificuldades em relacionar os conceitos geométricos com situações cotidianas, pois são apresentados em muitos momentos de forma abstrata e distantes da realidade cotidiana, porém fortemente presentes em conteúdos escolares, inclusive de outras disciplinas, o que dificulta entender sua aplicação prática.

Outra dificuldade vivenciada pelos alunos com relação à Geometria é a necessidade de visualização mental e da representação gráfica das figuras (D'Ambrosio, 2002). Conceitos geométricos, tais como rotação, translação e reflexão, exigem que os alunos visualizem mudanças espaciais, o que pode ser visto como difícil para alguns estudantes. Representar graficamente figuras geométricas ainda é uma barreira para os alunos, especialmente quando se trata de figuras complexas ou de medidas irregulares.

O enfrentamento desses desafios no processo de ensino e de aprendizagem tem levado, no entanto, segundo Fiorentini e Lorenzato (2009), a uma ampliação de

discussões no âmbito da Educação Matemática que tem possibilitado surgimentos de tendências de pesquisas, tal como a História da Matemática. Para Lopes e Borba (1994), as tendências em Educação Matemática são percebidas como práticas metodológicas inseridas dentro do meio didático, em sala de aula ou na formação de professores. Esses mesmos autores ainda destacam que essas tendências apontam para novos direcionamentos de pesquisas e para o desenvolvimento de práticas de ensino, proporcionando discussões acerca de metodologias e estratégias didáticas em sala de aula.

É nesse contexto que a História da Matemática enquanto tendência da Educação Matemática desperta o desenvolvimento de pesquisas que, conforme Mendes (2015) e Saito (2015), possibilitam a criação e desenvolvimento de novos estudos sobre as possibilidades de inserção da História para o ensino de Matemática. Dessa forma, se faz necessário a busca por novas estratégias e metodologias de ensino que preencham lacunas existentes no processo de ensino e aprendizagem de Geometria por parte dos alunos e dos professores.

Pensamos, assim, que a inserção de recursos e estratégias no ambiente didático em que seja apresentada a História dos conteúdos ou de seus usos contribuirá, ou influenciará, em sala de aula, para a compreensão de conteúdos matemáticos de alunos da Educação Básica. Com esse propósito em mente, introduzimos a construção e manipulação do pantógrafo de Scheiner na aula de Matemática, visando superar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes em relação aos conceitos de semelhança, proporcionalidade e congruência, conseqüentemente gerando aspectos promissores para o processo de ensino e de aprendizagem de Geometria em uma turma do Ensino Fundamental.

Essa pesquisa se hospeda em Mendes (2009), Mendes e Chaquiam (2016), Miguel e Miorim (2011) e Silva e Pereira (2021) como pressupostos teóricos. Para Mendes e Chaquiam (2016), conhecer a História da Matemática ajuda os estudantes a entender melhor o desenvolvimento das ideias matemáticas ao longo do tempo e como essas ideias foram influenciadas pelos contextos culturais, sociais e científicos em que surgiram. Além disso, os alunos compreendem melhor os conceitos matemáticos, mostrando-lhes como esses conceitos foram desenvolvidos e como foram aplicados em diferentes espaços geográficos e épocas.

Miguel e Miorim (2011) apontam que a utilização da História da Matemática em processos de ensino e de aprendizagem de Matemática provoca a humanização da

Matemática, torna a Matemática mais interessante e proporciona um conhecimento sobre problemas, métodos e resoluções distintos daqueles que são apresentados nos livros didáticos, por exemplo. Porém, um fato negativo que inviabiliza o uso de informações históricas da Matemática em sala de aula é a falta de acesso aos materiais sobre esse assunto e principalmente o desconhecimento da História do conhecimento matemático por parte de muitos professores.

Silva e Pereira (2021) apresentam uma discussão sobre a inserção de textos históricos elaborados no decorrer do tempo e guardam informações sobre o conhecimento matemático praticado em diferentes épocas, no ensino de Matemática. Essas autoras afirmam que essa discussão tem ganhado representatividade nos últimos cinco anos, possibilitando articulações entre o ensino de Matemática e a História da Matemática. Para elas, embora ocorram entraves com relação à língua, descrição, localização e alguns materiais, as informações contidas em fontes históricas mobilizam conhecimentos matemáticos a partir de informações pontuais presentes nesses materiais.

O uso de obras e fontes históricas no ensino de Matemática tem sido discutido e apresentado aspectos positivos acerca de seus usos em sala de aula e na formação de professores, tais como os trabalhos de Pereira *et al.* (2015), Pereira (2017), Silva e Pereira (2021) que nos informam que o uso de fontes originais na forma de textos, documentos, imagens, artefatos e outros objetos representam aspectos culturais, econômicos, sociais e culturais que revelam usos e desenvolvimento de conhecimentos matemáticos no decorrer do tempo em diferentes regiões do planeta são utilizados para a elaboração de atividades e propostas didáticas por meio de problematizações a partir de sua exploração histórica.

Essa pesquisa, no entanto, se estrutura em torno de uma investigação histórica nos pressupostos de Mendes (2009) sobre a obra “*Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum*” traduzida para o português *Pantógrafo e a arte de desenhar por paralelogramos*, obra escrita em 1631 por Christoph Scheiner que dentre outras coisas apresenta a construção e manipulação de um instrumento que permitia duplicar regiões planares se ajustando a diferentes escalas, o pantógrafo. A partir de uma investigação histórica acerca dessa obra, desenvolvemos uma proposta didática com uma atividade sobre a obra em si e sobre o uso e emprego do conhecimento matemático envolvido na construção e invenção do pantógrafo.

Assim, envolvidos em uma pesquisa qualitativa, descritiva e de campo, buscamos responder ao seguinte problema: Como uma investigação histórica sobre o

Pantógrafo de Scheiner (1603) pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos na Educação Básica? E para conseguir encontrar uma solução para o problema apresentado, elencamos os seguintes objetivos: compreender o uso de fontes históricas como possibilidades didáticas para o ensino de Matemática; identificar conceitos geométricos que emergem da construção, uso e manipulação do pantógrafo de Scheiner por alunos da Educação Básica e elaborar uma proposta didática que parta de informações para o ensino de geometria em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental.

Dessa maneira, a elaboração de uma proposta didática com atividades que partam de informações históricas sobre a construção e invenção do pantógrafo por meio de uma investigação histórica para a mobilização de conhecimentos matemáticos que emergem da construção, uso e manipulação de um pantógrafo em uma turma do Ensino Fundamental pode de alguma forma contribuir para o ensino dos conceitos matemáticos semelhança, proporcionalidade e congruência.

Consideramos que a História da Matemática possibilita, quando, trabalhada por meio de propostas didáticas, que os professores criem problematizações para a sala de aula que agucem a curiosidade, ressignifiquem a Matemática que muitas vezes é tida como uma Ciência pronta, repleta de regras, construídas por gênios e inacessível para muitas pessoas, essas problematizações proporcionam maiores incentivos a compreensões e engajamentos dos alunos acerca da construção do pensamento matemático. Assim, na proposta didática que apresentamos evidenciamos as ideias de conteúdos correlatos à Geometria, mais especificamente, semelhança e congruência de figuras, ângulos e homotetia e tivemos como sujeitos do estudo os alunos de uma turma do 7º Ano do Ensino Fundamental de uma escola Municipal da cidade de Arraias no Piauí.

Dessa maneira, a pesquisa destaca diversas contribuições que se evidenciaram durante a elaboração e implementação da atividade didática centrada no pantógrafo de Scheiner (1603) para o ensino de conceitos geométricos. Uma contribuição significativa é a fuga da aula tradicional, temos também a promoção da interação grupal e a manipulação de materiais concretos na construção do artefato histórico, tornando a aula mais atrativa e facilitando a aprendizagem de nossos alunos.

Através desse estudo, os educadores podem formalizar e mobilizar conceitos matemáticos desde a construção até a sua utilização como, por exemplo Ângulos, Retas, Homotetia e Congruência, proporcionando incentivos a novos professores que

obtenham a nossa proposta didática de investigação e amplie discussões na área de pesquisa da História para o ensino de Matemática.

Encerrando o texto introdutório que compõe o Capítulo 1 da dissertação, apresentamos de forma concisa as seções subsequentes. No Capítulo 2, abordamos o referencial teórico, destacando a integração da História no ensino de Matemática. Nesse capítulo, focamos também os principais defensores dessa abordagem e discutimos o uso de fontes históricas, com ênfase na investigação da obra "*Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum*" de Cristoph Scheiner, datada de 1631, que trata da invenção do Pantógrafo.

No Capítulo 3, descrevemos a metodologia adotada para a pesquisa, descrevendo o acesso à obra de Scheiner, seu estudo e a elaboração da proposta didática. No Capítulo 4, são apresentados os momentos que moldaram os resultados da pesquisa, explorando a produção e análise de dados, validação e considerações sobre o desenvolvimento das atividades. Utilizamos a análise de conteúdo (BARDIN, 2016) para interpretar as significações identificadas por meio de verbalizações e respostas de questionários.

No Capítulo 5, expomos as considerações finais, delineando as contribuições da investigação histórica sobre a obra que trata da invenção do pantógrafo de Scheiner para o ensino e aprendizagem de conceitos geométricos na Educação Básica e indicamos perspectivas de novos trabalhos e usos da História da Matemática em sala de aula.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 INSERÇÃO DA HISTÓRIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A inserção da História da Matemática no ensino é ponto de interesse e discussão que, nos últimos trinta anos, tem ampliado a quantidade de produções acadêmicas no campo de pesquisa Educação Matemática e tem sido promissor e ativo para o desenvolvimento de estratégias didáticas no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática (Mendes, 2012). No Brasil, desde o ano de 1979 se discute sobre a implantação de uma disciplina de História da Matemática nos Cursos de Licenciatura em Matemática, e foi nesse sentido, que cada vez mais professores preocupados com esse conhecimento passaram a investigar como essa disciplina poderia contribuir na formação de professores, e assim, estudos em sala de aula acerca da inserção da História da Matemática no âmbito do ensino de Matemática na Educação Básica passaram a se tornar mais comuns em periódicos e em eventos científicos (Nobre, 1997; Fauvel; Maanem, 2000).

Os estudos sobre métodos ou processos que evidenciam formas de se abordar e trabalhar com informações históricas no ensino de Matemática tem sinalizado importantes estratégias que situam a História da Matemática como uma sólida componente de investigação por parte de professores e evidenciado estratégias que engajam fundamentações para criações de propostas didáticas para o ensino de conceitos matemáticos em diferentes níveis escolares.

O uso da História da Matemática no ensino se dá como uma espécie de transposição de informações históricas que passam por um tratamento didático que pode favorecer a construção de ideias pelos alunos, mas esse tratamento só ocorre com ação do professor no que concerne à criação de propostas didáticas e atividades (Saito, 2015) que permitam que os alunos mobilizem conhecimentos matemáticos sozinhos, com os outros alunos e com o professor. Esse movimento lógico e, ao mesmo tempo histórico fornece clareza de que na tentativa de uma aproximação entre a História da Matemática e prática de ensino existe uma História da Matemática que pode ser compreendida como ciência através de um olhar pedagógico e consequentemente didático (Saito, 2015).

Chaquiam (2017) afirma que a utilização da História da Matemática juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos contribui para a aprendizagem da disciplina, uma vez que, os alunos conseguirão entender a contextualização do conteúdo dado, e podem perceber que a Matemática é uma criação

humana que surgiu devido à necessidade de resolução de problemas do cotidiano. As diferentes formas de se abordar a História da Matemática propõem e aguçam a criatividade do professor na construção de estratégias que aliam informações históricas a outros recursos e pressupostos metodológicos, tais como, uso de tecnologias, materiais concretos, resolução de problemas e modelagem matemática, por exemplo.

A história, vista como criação humana cuja inserção é favorável em sala de aula, refere-se “às histórias no plural, pois estão conectadas, integradas ou mesmo tecidas em meio a outras histórias das mais diversas qualidades” (Mendes; Chaquiam, 2016, p.17). Esses autores ainda reforçam que a História da Matemática está relacionada a um conjunto de histórias sistematizadas onde focalizam conteúdos matemáticos, personagens e sistemas políticos e filosóficos que contribuíram para a transposição dos mesmos na Educação Básica.

A introdução da História da Matemática na Educação Básica somente por meio de livros didáticos e currículos não apresentou inicialmente resultados positivos na aprendizagem dos alunos, devido a uma incorporação inadequada, embora baseada em intenções ditas corretas (Viana, 1995). Conforme o autor, é recomendado priorizar os usos que combinem o conhecimento histórico com o conteúdo matemático, e a utilização da História da Matemática deve ser preferencialmente adotada como estratégia didática, em oposição àquela empregada somente como informação.

A implantação da História nas aulas de matemática precisa ser planejada e ajustada pelo professor ao conteúdo matemático que se tem o desejo de trabalhar. Faz-se necessário que “[...] se tenha clareza sobre quais histórias tratamos e de que modo nos referimos direta e indiretamente à matemática a ser ensinada e até que ponto essas histórias podem ser utilizadas pedagogicamente” (Mendes; Chaquiam, 2016, p. 19). Esses autores ainda argumentam sobre as dificuldades dos professores em decidirem quais histórias são adequadas ou não para serem discutidas no ensino de matemática de tal forma que o uso dessas informações históricas instigue o desenvolvimento da aprendizagem de matemática pelo alunado, além disso, não se trata de saber apenas qual história pode ser trabalhada, mas também saber como extrair essa informação históricas e como trabalhar em sala de aula, também é assunto que pode ser competência do professor.

Saito (2014) assegura que não se pode verificar que a História da Matemática é um repositório “[...] que faz o historiador “pinçar” convenientemente no passado somente o que lhe é familiar” (Saito, 2015, p.23), é mais que isso, além de mostrar os

conceitos matemáticos em si, deve-se mostrar o processo de construção desses conceitos que se dá pela necessidade de uso de conhecimentos matemáticos imbricados em diversas áreas.

Dessa maneira, surge uma dificuldade para os professores em explorar recursos e informações históricas que sejam aplicáveis em sala de aula. As complicações que os educadores enfrentam ao selecionar quais informações históricas incorporar ao ensino de conteúdos matemáticos específicos derivam da ausência de uma formação inicial mais sólida em História da Matemática. A formação inicial proporciona ao professor os aportes teóricos e metodológicos que darão suporte e segurança ao docente ao trabalhar com informações históricas em sala de aula, ou mesmo contextualizar o ensino da Matemática no decorrer do tempo (Araman; Batista, 2013).

Valente (2013) defende a inserção da História da Matemática na grade curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática, visto que os licenciandos não precisam somente ter conhecimento dos conteúdos de Matemática, como também, dar significação aos conteúdos ensinados. Uma ferramenta metodológica para dar esta significação é a História da Matemática, por isso, a importância de o professor conhecer as histórias relacionadas aos conteúdos matemáticos, ou até mesmo reconhecer a importância de sua investigação, que não ocorre apenas no inteiro teor da própria Matemática.

Baroni, Teixeira e Nobre (2004) reforçam a importância da inserção da História da Matemática na sala de aula, afirmam que a História da Matemática no meio didático estaria integrada como um fator motivacional, uma vez que, os alunos se sentiriam mais motivados a estudar e conhecer os conceitos matemáticos, e também como um fator de compreensão, pois a História mostraria a eles que a Matemática não surgiu do acaso, houve um processo histórico de surgimento dos conceitos matemáticos, fazendo com que eles tivessem a necessidade de conhecer alguns conceitos matemáticos e buscassem compreendê-los.

A História da Matemática como fator de compreensão também é afirmada por Fauvel e Maanen (2000) em uma de suas obras, na qual asseguram que:

As duas razões comumente apresentadas para a inclusão da dimensão histórica são que a HM fornece uma oportunidade de desenvolver nossa visão do que é a Matemática; e que isso nos permite ter melhor compreensão dos conceitos e teorias. Em cada uma delas há uma sequência de desenvolvimento do conhecimento: a HM pode, primeiramente, mudar a percepção e o entendimento do próprio professor sobre a Matemática, então influenciará o modo como a Matemática é ensinada, e finalmente afeta a forma como o aluno percebe e entende a Matemática (Fauvel; Maanem, 2000, p. 63).

Baroni, Teixeira e Nobre (2004) ainda escrevem sobre a História da Matemática com fator de interdisciplinaridade, onde é possível fazer uma relação da Matemática com outras disciplinas, mostrando assim, a matemática como essencial para o alunado. Essa ideia é também defendida por Fauvel e Maanen (2000), que destacam:

quando a Matemática é relacionada com outras disciplinas, a conexão deve ser vista não somente em uma direção. Os alunos encontrarão seus entendimentos tanto na Matemática quanto nas outras disciplinas enriquecendo, através da abordagem histórica, simpatia e o auxílio mútuo entre as disciplinas (Fauvel; Maanem, 2000, p.61).

Assim, a História da Matemática desempenha um papel fundamental como um elemento de interdisciplinaridade, constituindo-se como um campo de estudo que investiga as conexões entre a Matemática e outras áreas do saber. Este campo de estudo não se limita apenas a investigar o desenvolvimento cronológico de teoremas e fórmulas, mas busca compreender como a Matemática está intrinsecamente ligada a aspectos culturais, históricos, filosóficos, científicos e artísticos. Ao examinar as contribuições matemáticas ao longo do tempo, a História da Matemática permite contextualizar o pensamento matemático em diferentes épocas e sociedades.

Autores tais como Mendes (2009, 2012), Saito (2015) e Chaquiam (2017) promovem discussões que encorajam e favorecem o professor a reconhecer formas de abordagem da História da Matemática no ambiente escolar. Mendes (2009), por exemplo, enfatiza que a investigação didática em torno da História da Matemática é considerada uma abordagem didática que guiará o professor e os alunos em direção a um processo de aprendizado mais criativo, desafiador e produtivo na sala de aula, utilizando a história como um objeto de exploração. Mendes (2012) ainda defende que:

O uso de abordagem histórica e investigatória nas aulas de Matemática como uma alternativa pedagógica para a concretização de um ensino de Matemática com significado, que resgate situações problematizadoras que conduzam os estudantes à construção de sua aprendizagem matemática por meio das informações históricas que revestem essas situações. (Mendes, 2012, s.p)

Da mesma forma, Saito (2015) afirma que novas abordagens na História da matemática têm enfatizado a importância de compreender o processo de construção do conhecimento matemático por meio de investigações não apenas dos conteúdos matemáticos em si, mas também das circunstâncias em que esses conteúdos foram desenvolvidos. Em outras palavras, a investigação histórica no ensino de Matemática não se limita apenas ao estudo dos teoremas e fórmulas, mas também procura entender o contexto cultural, social, econômico e científico que influenciou a criação e a evolução desses conhecimentos ao longo do tempo. Entende-se que ao investigar as circunstâncias e contextos históricos em que as ideias matemáticas foram concebidas, a construção do conhecimento dos estudantes ganhará significado, eles não apenas compreenderão o passado, como também perceberão as implicações relevantes para o ensino e a aprendizagem da matemática no presente.

Compreender a implementação da investigação histórica no ensino de Matemática em sala de aula é fundamental para avaliarmos os benefícios alcançados no processo de ensino e aprendizagem. Conforme Mendes (2010) sugere, as atividades propostas dentro desse modelo didático devem fomentar um diálogo entre as ideias matemáticas desenvolvidas e organizadas historicamente, juntamente com a abordagem investigativa que caracteriza a construção do conhecimento.

Em sala de aula, o professor atuará como orientador, facilitando a interação dos estudantes e permitindo que eles construam seus conhecimentos por meio da investigação dos procedimentos matemáticos presentes na história dessa disciplina. Os alunos serão encorajados a relacionar esses procedimentos com situações atuais, compartilhar hipóteses, resultados e conclusões obtidos através de suas experiências. Esse processo de socialização de conhecimento estimulará uma aprendizagem mais significativa e envolvente, proporcionando aos estudantes uma compreensão e conexão dos conteúdos matemáticos.

Mendes e Chaquiam (2016) defendem o uso didático e pedagógico das informações históricas nas atividades de ensino de Matemática e afirmam ainda que, esse recurso enriquece o processo de aprendizagem ao proporcionar aos alunos uma perspectiva mais abrangente e contextualizada do conhecimento matemático. Uma das contribuições citadas por eles é:

a ampliação da compreensão dos estudantes acerca das dimensões conceituais da matemática, bem como das contribuições didáticas para o trabalho do professor e para fortalecer suas competências formativas para o exercício de ensino (Mendes; Chaquiam,2016, p.18)

Após se apropriarem dessa atividade de investigação, Mendes (2010) descreve que os alunos serão estimulados a buscar informações históricas relevantes, relacionadas a essa atividade. Em sala de aula, eles compartilharão as informações apreendidas por meio de discussões com os colegas, enriquecendo o aprendizado coletivo. No entanto, esse processo não se dará de maneira aleatória. O professor, com sua criatividade, desempenhará um papel fundamental ao propor indagações pertinentes ao conteúdo explorado que guiarão a condução da pesquisa. Essas questões instigantes e bem elaboradas fornecerão uma estrutura sólida para a exploração do tema e ajudarão os alunos a focar em aspectos relevantes da história da matemática relacionados à atividade em questão.

Durante a aplicação de uma atividade de investigação histórica, Mendes (2010) enfatiza a importância de conduzir esse processo por meio de etapas bem definidas, para estimular a criatividade e o engajamento dos estudantes em relação ao conteúdo analisado historicamente. Para alcançar esse objetivo, é essencial que os desafios propostos sejam nítidos e cativantes, atraindo a participação de todos os alunos na sala de aula. Esses desafios podem ser encontrados tanto em textos originais quanto em fontes secundárias, servindo como estímulos para aprofundar o estudo e a compreensão dos eventos históricos. Saito (2015) afirma que estes textos históricos são documentos

de diferentes campos de conhecimento (portanto, não só matemáticos) [...]. Fazem parte desse conjunto de documentos não só livros e tratados, mas também cartas, manuscritos, minutas e outros documentos não escritos, mas também aqueles do cultural material, tais como instrumentos, monumentos, máquinas etc (Saito, 2015, p.27).

De acordo com Mendes (2012), a introdução da investigação histórica nas aulas de Matemática traz benefícios significativos ao ensino e à aprendizagem dos alunos, primeiro lugar, ela permite que os alunos se familiarizem com o uso adequado de referências bibliográficas, incentivando-os a consultar fontes confiáveis durante suas pesquisas e em segundo lugar, a abordagem investigativa desperta o interesse dos estudantes em buscar e construir seu próprio conhecimento histórico através do espírito investigatório, são encorajados a questionar, explorar e compreender os contextos

históricos relacionados aos conceitos matemáticos estudados. Entendemos assim que a investigação histórica no ensino de Matemática não apenas enriquece o aprendizado na disciplina, mas também promove habilidades de pesquisa, pensamento crítico e autonomia na construção do conhecimento pelo próprio aluno.

## 2.2 USO DE FONTES HISTÓRICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

O uso de obras e fontes históricas no ensino de Matemática trata-se de uma abordagem didática sobre a História da Matemática que visa contextualizar e enriquecer o aprendizado do conhecimento da disciplina, podendo fornecer aos estudantes uma perspectiva histórica e cultural da Matemática. Pereira *et al.* (2015) afirmam que o professor ao incorporar elementos históricos, como obras de estudiosos, pesquisadores, professores, cientistas, dentre outros, na forma de textos históricos ou antigos e expor exemplos de problemas, métodos, aplicações matemáticas do passado, contribuirá para uma aproximação do aluno com o que foi construído no decorrer dos anos, levando-o a desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e apreciar a evolução da disciplina ao longo do tempo.

Porém, ao inserir fontes históricas como ferramenta didática em sala de aula de Matemática, segundo Pereira (2017), o professor precisa ter uma preocupação de submeter a obra a uma transposição didática, para adequar à realidade dos alunos ao ambiente escolar com os objetivos estabelecidos por eles. Outra preocupação é o acesso aos materiais sobre obras e fontes históricas e a falta de conhecimento do docente sobre História da Matemática, visto que ele precisará apresentar aos alunos as fontes e os conteúdos associados a essa área. Pereira (2017) pontua essa ideia em seu texto, em que afirma:

Apresentamos as fontes, pontuando o conteúdo matemático identificado, tecendo observações sobre o contexto sociocultural da época em que as obras foram escritas, assinalando aspectos considerados relevantes para o exercício da docência em matemática na educação básica. Indicando possibilidades concretas do uso desse material em aulas de matemática atualmente, sejam da Educação Básica ou até mesmo em cursos de professores em formação (Pereira, 2017, p.97).

Dessa forma, a partir dos estudos efetuados por Pereira (2017) que, por meio da exploração de registros e fontes históricas, os estudantes têm a oportunidade de adquirir uma compreensão do contexto sociocultural no qual os fundamentos matemáticos foram forjados. Além disso, podem compreender as motivações e

obstáculos enfrentados pelos matemáticos do passado. Essa abordagem contribui para conferir um caráter humanizado à Matemática, permitindo que os educadores empreguem exemplos concretos para lecionar a disciplina e evidenciar que ela representa um campo de estudo dinâmico e relevante.

O uso de obras e fontes históricas traz uma discussão promissora com relação ao uso de textos históricos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Silva e Pereira (2021) discorrem sobre a elaboração destes textos no decorrer do tempo e afirmam que eles guardam informações sobre o conhecimento matemático praticado em diferentes épocas. Para essas autoras, essa prática metodológica de uso de textos históricos vem ganhando representatividade e possibilitando articulações do ensino de Matemática com a História da Matemática.

Morey (2013) também aborda a relevância do emprego de textos históricos como instrumento pedagógico no ensino de conteúdos de Matemática. No entanto, ela ressalta como desafio a tradução e compreensão da língua em que estes textos são escritos,

via de regra, o texto histórico original está escrito numa língua que não é a mesma do estudante. No entanto, os educadores matemáticos têm encontrado meios de contornar esta dificuldade muito paulatinamente, seja por meio de traduções, muitas vezes feitas pelo próprio educador matemático, ou ainda, criando, aos poucos, um acervo de obras em sua língua materna, na língua falada pelos seus alunos (Morey, 2013, p.82).

A autora nota esta dificuldade como uma maneira de acentuar o espírito investigativo primeiramente dos professores, e em seguida, dos alunos, pois, o contato com estes textos históricos desenvolverão habilidades de análise crítica e interpretação, uma vez que precisarão lidar com textos e notações matemáticas antigas, que diferem das abordagens modernas, melhorando assim, suas habilidades de leitura, escrita e comunicação, além de fortalecer seu raciocínio lógico e habilidades de resolução de problemas. Ressaltamos que a dificuldade da língua não se encontra apenas na tradução em si, mas também na compreensão de que a tradução do presente e do passado são completamente diferentes e às vezes em línguas já extintas.

Xavier (2010) também trata do uso de fontes históricas em sala de aula como uma ferramenta interdisciplinar para o ensino de Matemática, afirmando que “[...] o professor, ao se utilizar da fonte histórica, não a utiliza como os historiadores na academia, mas com o objetivo de levar o aluno a perceber como se constitui a história,

como os conteúdos históricos se contextualizam com essa fonte” (Xavier, 2010, p. 1098). Diferentemente dos historiadores acadêmicos que utilizam procedimentos minuciosos para analisar as fontes históricas, o professor de Matemática ao usar uma fonte histórica em sala de aula busca meios claros e precisos para que seus alunos entendam como a história foi construída e como os conteúdos históricos se relacionam com a fonte em questão.

Assim, ao inserir as fontes ou textos históricos em sala de aula, o professor deve possuir domínio e conhecimento sobre o que está sendo abordado. Isso permitirá uma abordagem mais completa e uma melhor compreensão dos elementos que contribuem para a construção do conhecimento histórico durante as atividades educacionais. Xavier (2010) define fontes históricas como sendo:

Todos os tipos de vestígios inscritos no passado, como livros de receita, fotografias, cinema, música, enfim, uma série de elementos que auxiliariam o historiador na busca de compreender os homens do passado e como estes se estabeleceram (Xavier, 2010, p.1100).

Barros (2019) também destaca que as fontes históricas permitem acessar informações significativas para compreender o passado humano e como elas influenciam o presente. Ele define que

Fonte Histórica é tudo aquilo que, por ter sido produzido pelos seres humanos ou por trazer vestígios de suas ações e interferência, pode nos proporcionar um acesso significativo à compreensão do passado humano e de seus desdobramentos no presente (Barros, 2019, p. 1).

Pereira *et al.* (2015) ressaltam que as fontes históricas podem ser classificadas em primárias ou secundárias, onde as fontes primárias, também conhecidas como fontes originais, são aquelas que não passaram por nenhuma alteração desde o momento em que foram criadas, já as fontes secundárias são aquelas que utilizam as fontes primárias, mas por meio de uma mediação feita pelo pesquisador e são empregadas quando não é possível acessar diretamente as fontes primárias.

Silva Neto (2021) destaca algumas abordagens pelas quais a História da Matemática tem sido apresentada em propostas didáticas oriundas de pesquisas de pós-graduação, as fontes e obras históricas, se situam dentre essas abordagens, e ainda coloca que o uso de textos históricos visto como uma fonte ou obra históricas, é um campo de discussão relativamente novo em termos de discussões aqui no Brasil.

Silva Neto e Mendes (2020) afirmam que textos históricos e obras históricas ao serem incorporadas ao contexto da sala de aula e utilizadas para abordar diversos conteúdos e métodos matemáticos, desafiam os alunos e os incentivam a pesquisar e explorar o contexto histórico das fontes em si e do próprio conceito a ser estudado. Isso, por sua vez, contribui significativamente para o desenvolvimento do conhecimento matemático dos estudantes. Por fim, os autores ainda argumentam sobre a utilização das obras históricas em sala de aula que

Informações presentes na obra podem conduzir a construção de materiais, construção de instrumentos de medição, reprodução de técnicas e maneiras de se perceber conteúdos de matemática, apresentar conhecimento matemático sob perspectivas históricas diferentes de como eram trabalhadas em outras épocas. Os textos, as atividades as imagens presentes nessas obras podem ser utilizadas como contextualização em atividades atuais (Silva Neto, Mendes, 2020, p.10).

Nesse contexto, é compreendido com base em apontamentos de Silva Neto e Mendes (2020) o potencial pedagógico de uma obra histórica, graças à presença de informações que ela pode conter, e que a exploração de uma obra histórica não vai remeter sempre a própria História da Matemática, pois é possível explorar o seu emprego e uso em outras áreas e a partir daí estabelecer problematizações para o ensino.

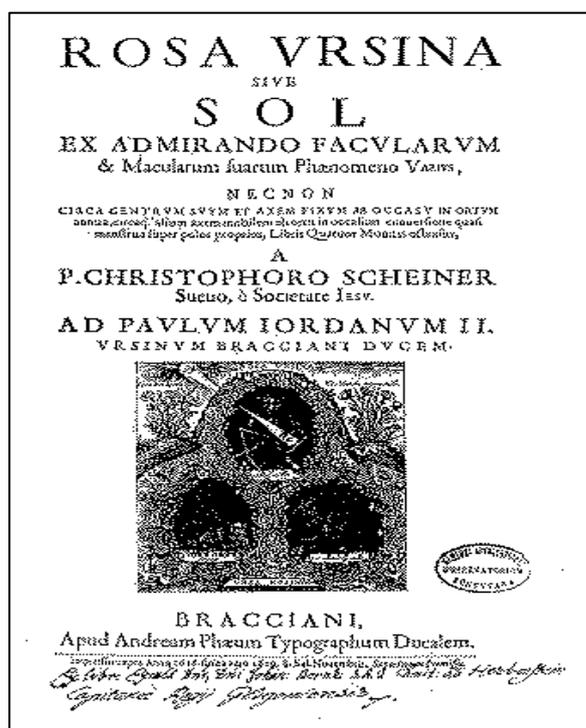
### 2.3 TEXTO HISTÓRICO SOBRE O PANTÓGRAFO DE SCHEINER

O pantógrafo de Scheiner é um instrumento de desenho desenvolvido em 1603 pelo matemático e físico alemão Christoph Scheiner. Esse instrumento surgiu da idealização de outro instrumento chamado perspectógrafo, utilizado na área de desenho técnico e arquitetura para traçar perspectivas de objetos ou espaços em escala. O pantógrafo de Scheiner é composto por quatro barras articuladas que permitem a ampliação ou redução proporcional de uma figura, mantendo a sua forma e propriedades geométricas (Bittercourt, 2014).

A criação do pantógrafo se deu ao mesmo tempo que a construção do perspectógrafo e causou intrigas a muitos estudiosos e principalmente artistas daquela época. O pantógrafo tinha a capacidade de ampliar ou reduzir uma dada figura geométrica em uma escala que era ajustada, permanecendo os mesmos ângulos da figura original, e conforme Santos (2020) apontou, toda a funcionalidade do pantógrafo era justificada por meio de propriedades matemáticas euclidianas.

Christoph Scheiner, segundo Bittencourt (2014), foi um padre jesuíta, físico e astrônomo alemão que se tornou conhecido por suas contribuições no campo da óptica e estudos sobre o Sol. O trabalho de Scheiner sobre as características da estrela solar e suas observações de manchas solares desempenharam um importante papel no desenvolvimento do entendimento do sistema solar que o levou a publicar em 1611 um livro intitulado "*Rosa Ursina sive Sol*" (A Rosa dos Ursos ou O Sol), no qual documentou suas observações de manchas solares e sua rotação na superfície do sol.

**Figura 1** – Capa do livro "*Rosa Ursina sive Sol*"



FONTE: <https://www.sciencephoto.com/media/364398/view> (2023)

Santos (2020) afirma que as observações de Scheiner desafiaram a crença predominante na época de que o Sol era um corpo celeste perfeito e imutável e, a partir dessas observações, acabou gerando controvérsia em torno das observações de Galileu Galilei (1564-1642) e do modelo heliocêntrico do sistema solar, inicialmente apoiando Galileu, mas depois se distanciando dele sob pressão da Igreja Católica, visto que estaria contrariando a ideia do Teocentrismo onde Deus era o centro de tudo. Scheiner também desenvolveu um helioscópio, uma espécie de instrumento que permitia observações solares seguras naquela época. Também teve trabalhos no campo da óptica em que conduziu experimentos com lentes e prismas, estudando o comportamento da

luz, e escreveu extensivamente sobre a natureza da luz e o fenômeno da refração, tendo um elevado reconhecimento nessa área.

**Figura 2** – Pintura de Christoph Scheiner



FONTE: <https://www.astromia.com/biografias/scheiner.html> (2023)

Santos (2020) em sua dissertação, também escreve sobre a biografia de Scheiner, afirmando que ele nasceu em 25 de julho de 1575, na localidade de Wald, região da Suábia na Alemanha, destaca que ele ingressou na Companhia de Jesus, em 1595, e anos mais tarde buscou aprofundar seus estudos em Matemática, assumindo posteriormente o cargo de professor de Matemática em Dillingen na Alemanha.

### **2.3.1 A obra “*pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum*” de Cristoph Scheiner de 1631**

A obra intitulada “*Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum*” que traduzida para o português é *Pantógrafo e a arte de desenhar por paralelogramo*, ressaltamos que essa tradução foi a mesma destacada em Santos (2020) e Bittencourt (2014) é um livro escrito por Christoph Scheiner, redigido em latim<sup>1</sup>, idioma que, embora extinto como meio de comunicação no dia a dia, serviu como veículo para essa obra. Este manuscrito retrata a invenção do pantógrafo por Scheiner em 1603, mesmo que a publicação do livro só tenha ocorrido em 1631.

---

<sup>1</sup> O latim é considerado hoje uma língua morta, pois não é mais a língua materna de nenhuma comunidade de falantes nativos. Ele teve predominância durante o período conhecido como Roma Antiga, que começou no século VIII a.C. e perdurou até o século V d.C., com a queda do Império Romano do Ocidente.

No contexto brasileiro, observamos a presença de dois estudos que exploraram a relação entre o pantógrafo desenvolvido por Scheiner e seu uso no ensino da Matemática, trata-se da dissertação de Santos (2020) que aborda o pantógrafo no ensino de conceitos geométricos à luz da Educação Matemática Realística e a dissertação de Bittencourt (2014) que realiza a construção do pantógrafo utilizando o aplicativo GeoGebra.

A compreensão do conteúdo da obra de Scheiner, abordada neste trabalho, foi obtida por meio da análise dos trabalhos de Santos (2020) e Bittencourt (2014) que fazem referência e exploram o tema, além da nossa tradução (não da obra por completa) com o auxílio de recursos online, dentre eles, Conversor de Imagem para Texto<sup>2</sup>, Latim português tradutor<sup>3</sup> e Tradução Latim Português online<sup>4</sup>. Essas ferramentas nos permitiram formar uma percepção que serviu de base para contextualizar o conteúdo no âmbito deste referencial teórico e também para a elaboração da investigação histórica na atividade, pois pensamos que o professor deve se debruçar sobre o contexto histórico que se deseja trazer à tona na dinâmica de sala de aula.

Nesse tópico em alguns parágrafos trazemos então nossa percepção e leitura possibilitada pela tradução que realizamos.

Na introdução de *Pantographicæ sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum*, Scheiner relata a história que o conduziu à concepção do perspectógrafo e, por conseguinte, do pantógrafo. O autor narra que em 1603, na Academia da Nação Sueca localizada em Dillingen na Alemanha, houve um incidente envolvendo o pintor Pierre Gregoire (1540-1597). Esse episódio ocorreu após Gregoire ter desenvolvido um instrumento que notavelmente melhorou suas capacidades de desenho e culminou em uma discussão com Scheiner. Esse fato atraiu a atenção de Scheiner, que intrigado expressou entusiasmado "Movido pela paixão ardente por essa arte incrível, implorei ao homem que me permitisse participar dela."(Scheiner,1631, p.19).

---

Disponível em:

<sup>2</sup> <https://www.imagetotext.io/pt>

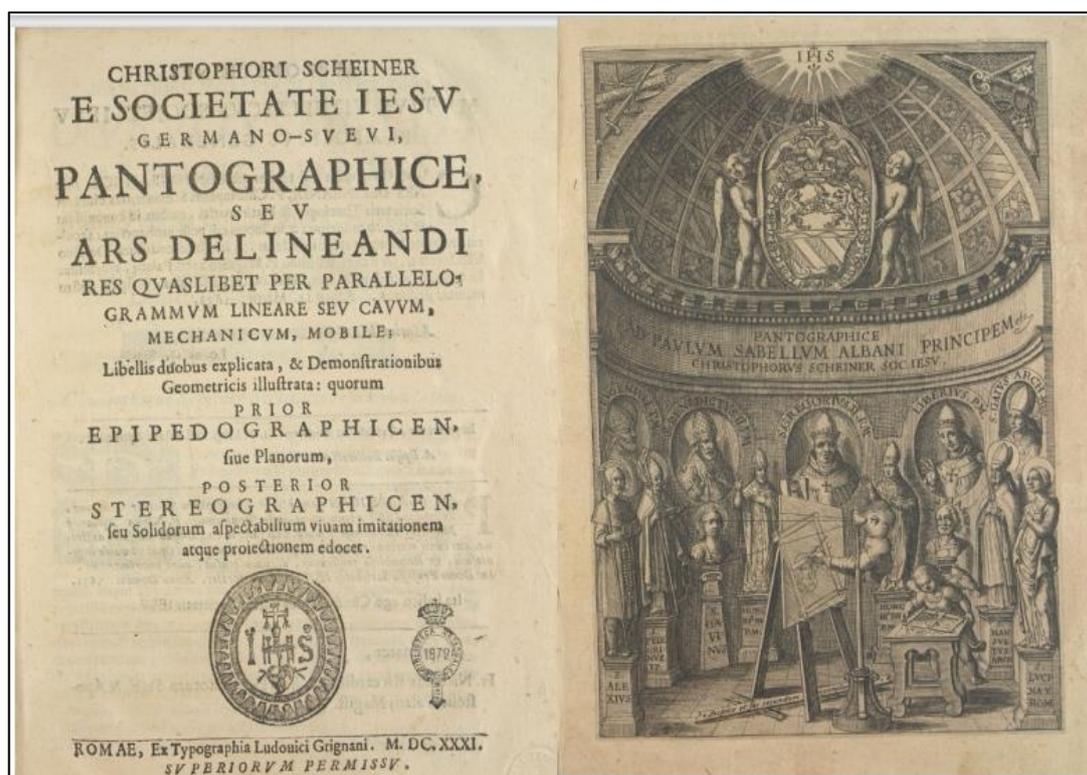
<sup>3</sup> <https://po.eprevodilac.com/prevodilac-latinski-portugalski>

<sup>4</sup> <https://www.webtran.pt/latin/para-portugues/>

No entanto, Gregoire recusou-se a compartilhar seu conhecimento, argumentando que considerava essa arte tão sublime que não podia permitir que fosse igualada ou tratada superficialmente. Ele enfatizou que essa arte não deveria ser considerada de origem humana; ao contrário, ele acreditava que era uma revelação divina aos mortais, algo a ser preservado em sua essência sagrada. Portanto, Gregoire se absteve de compartilhar sua descoberta, pois ela emanava de uma fonte divina e não deveria ser tratada de maneira trivial (Scheiner, 1631).

A Figura 3 apresenta a capa da obra, em que é possível observar um salão no centro do qual uma mão está desenhando imagens de personagens religiosos da época, e essa representação sugere que a mão possa ser interpretada como a do próprio Gregoire, possivelmente recebendo inspiração divina para sua arte.

**Figura 3** – Capa do livro *Pantographice seu ars delineando res qualibet per parallelogramum lineare seu cavum*

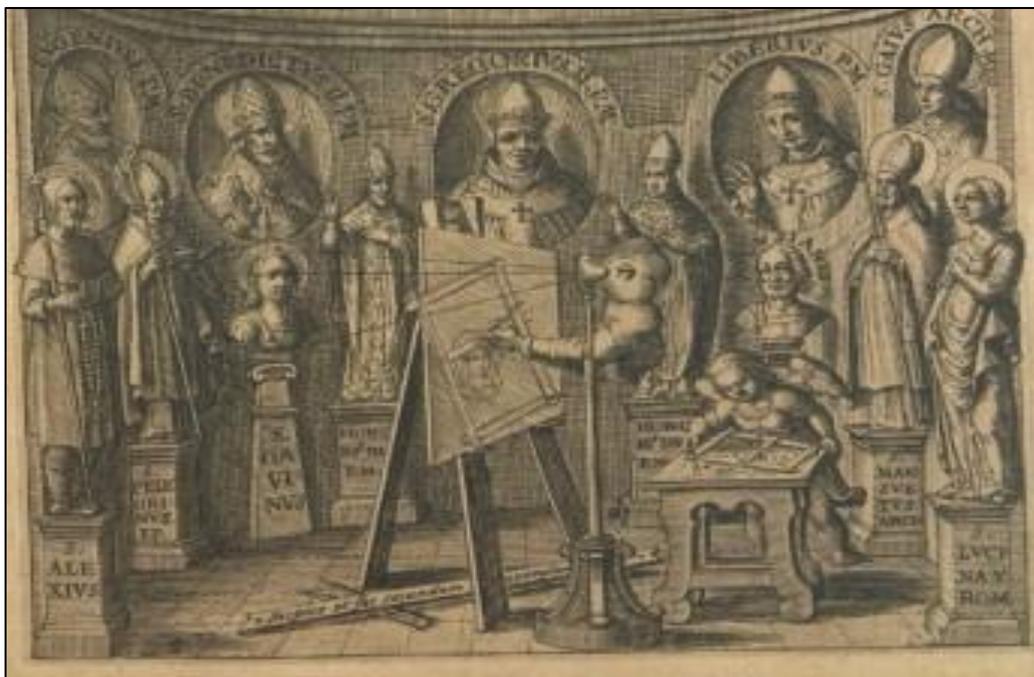


Fonte: Scheiner (1631).

Após a recusa de Gregoire em compartilhar seus segredos sobre a técnica de desenho com Scheiner, este se sente desafiado e embarcou em um período de estudos, que como resultado desenvolveu um instrumento capaz de copiar, ampliar e reduzir desenhos, seria o surgimento do pantógrafo. Para muitos, o que Scheiner havia

descoberto também havia sido resultado de inspiração divina, como mostra a Figura 4, em que é ilustrado o pantógrafo sendo operado por uma figura angelical.

**Figura 4** – Personagem angelical com o pantógrafo



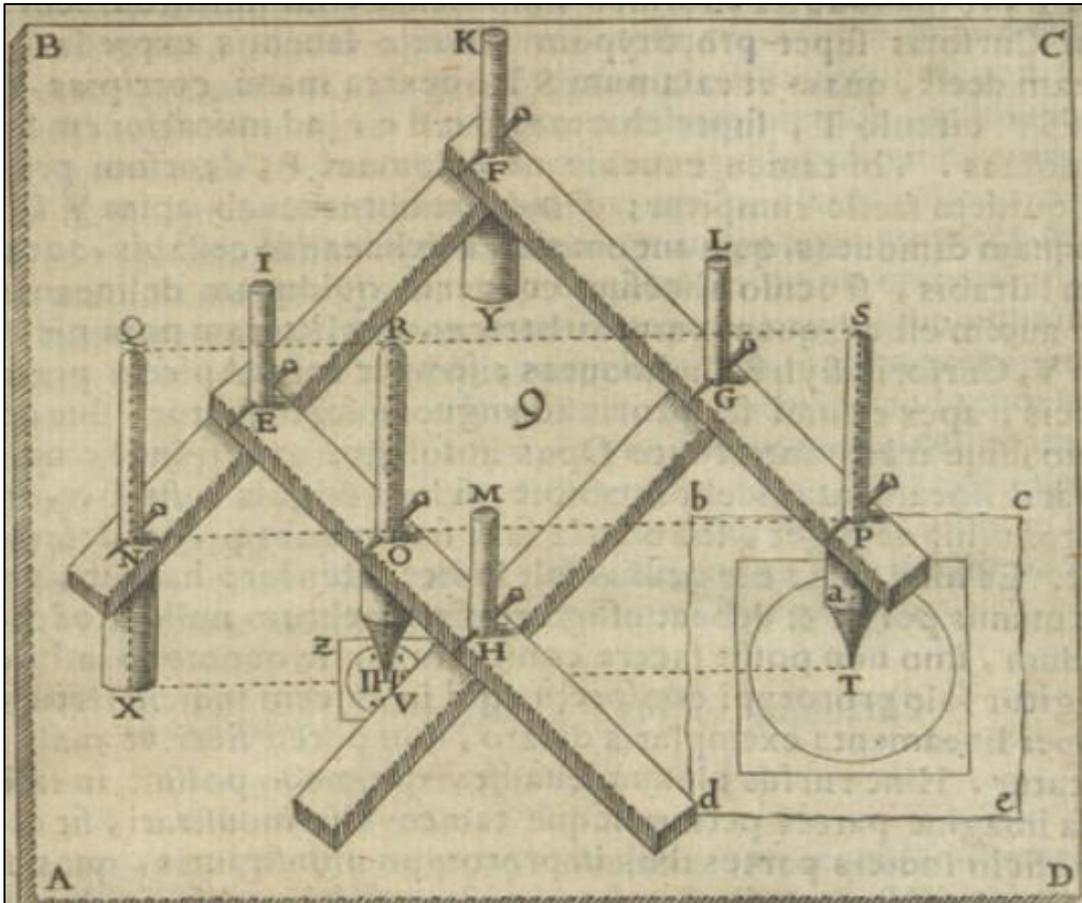
Fonte: Scheiner (1631).

No decorrer da obra de Scheiner, ocorre a definição e a descrição do conceito de paralelogramo linear, em que é explicado que a palavra "paralelogramo", de origem grega, em termos gerais, denota a forma de uma superfície com linhas equidistantes (Scheiner, 1631). Porém, geômetras atuais como, por exemplo, Barbosa (2006) em seu livro Geometria Euclidiana Plana, também apresenta a definição do paralelogramo de maneira mais específica onde afirma que “paralelogramo é um quadrilátero cujos lados opostos são paralelos” (Barbosa, 2006, p. 91). Scheiner apresenta essa descrição para estabelecer que o instrumento de desenho que ele desenvolveu continha três pontos móveis proporcionais no diâmetro do paralelogramo.

O autor faz também na obra a exploração de diversos aspectos da construção do instrumento pantógrafo e a prática de seu uso, no entanto, é discorrida como um método concreto de desenho, em que são destacadas as complexidades e a significância inerente à arte do delineamento através do paralelogramo (Scheiner, 1631). Ainda ressalta que a abordagem prática de desenhar com o pantógrafo envolve dificuldades particulares, destacando a importância da técnica do paralelogramo gráfico, como ilustrado na Figura 5. Ele enfatiza que a natureza desse paralelogramo gráfico é tal que,

o artista é mantido fiel ao protótipo, mesmo que tenha o desejo de se desviar (Scheiner, 1631).

**Figura 5** – Pantógrafo de Scheiner (1603)



Fonte: Scheiner (1631).

Scheiner (1631) apresenta a Figura 5 e descreve o método para obter o protótipo de uma figura. Ele explica:

Nenhuma alteração substancial é necessária, exceto para fazer a correção da caneta ST para a mão direita e notar o nome IESV dentro do círculo Z no lado esquerdo do papel, a fim de imitar o Protótipo. No entanto, é essencial ter cautela ao manusear a caneta P, já que ela é delicada e pode quebrar facilmente. Portanto, em nenhum momento se deve afastar cegamente da ponta do índice VR. (Scheiner, 1631, p. 29-30)

Isso é crucial, pois qualquer desvio poderá resultar em uma representação imprecisa ou na perda do ponto, caso algo seja desenhado usando o outro olho (Scheiner, 1631). Ele continua afirmando:

O mesmo princípio se aplica à escolha da parte da letra ou da letra do nome IESV para a qual você direciona o movimento do RV. Para atingir a máxima precisão, é importante que as pontas das duas canetas sejam inclinadas até certo ponto. Assim, é possível manter uma consistência enquanto se executa o trabalho, uma vez que o índice cobre fielmente todas as características do modelo (Scheiner, 1631, p. 30).

Esse resumo oferece uma visão geral do conteúdo abordado na obra. Caso deseje aprofundar-se em mais detalhes, é possível acessar tanto a versão digital quanto a impressa. A versão digital dessa obra de Scheiner está disponível no site das *European Libraries*<sup>5</sup>. Essa disponibilidade visa atender aos interesses dos professores e alunos que desejam explorar e ter acesso a essa obra. Para aqueles que preferem a versão impressa, ela pode ser encontrada na biblioteca da Universidade de Stanford.

### 2.3.2 O pantógrafo e suas funcionalidades

O pantógrafo é um dispositivo utilizado, segundo Brandão (2015), para ampliar ou reduzir desenhos ou imagens de acordo com a escala desejada, essa escala é moldada e definida a priori na construção do pantógrafo. Para Bittencourt (2014), a palavra pantógrafo vem de origem grega em que *pantos* significa “tudo” e *graphein* significa “escreve”, portanto, pantógrafo significa “tudo que escreve”. Muitos acreditam que antes mesmo do Christoph Scheiner criar este instrumento, já existia um outro com utilidade semelhante, chamado perspectógrafo e também outros instrumentos que também foram nomeados como pantógrafos em outras obras. Brandão (2015) descreve o perspectógrafo da seguinte forma:

possui um poste móvel, com um furo, através do qual o artista deverá olhar e seguir com a ponta seca. O objetivo desse furo é que o autor olhe sempre o mesmo quadro, sob o mesmo ângulo, na mesma distância, garantindo a qualidade da reprodução. Esse furo representa, na verdade, o centro das linhas da relação de homotetia construída a partir do olho do autor, dos pontos seguidos pela ponta seca do instrumento e da paisagem (Brandão, 2015, p.2).

A criação do pantógrafo no início do século XVII causou muitas intrigas, uma vez que, transferir imagens em escalas desejáveis de um plano para outro, para algumas pessoas, dentre elas, artistas, era algo imaginável, contudo, a explicação

---

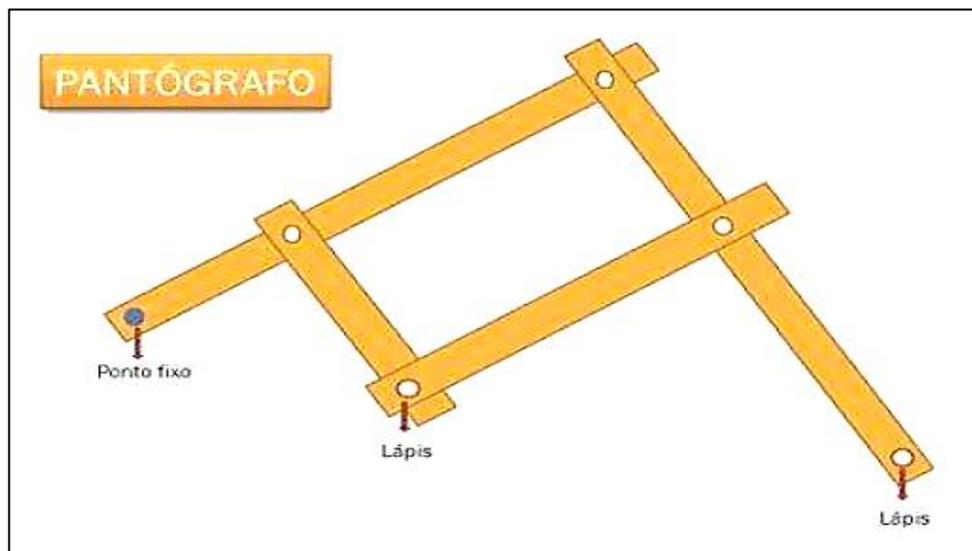
<sup>5</sup> Disponível em:

<https://archive.org/details/europeanlibraries?query=Pantographice+ad+Paulum+Sabellum+Albani>

justificou-se através das propriedades matemáticas como conceitos de semelhança, proporcionalidade e congruência, conforme é esclarecido em Bittencourt (2014).

Essa mesma autora ainda explica que o pantógrafo consiste em um conjunto de barras articuladas conectadas por juntas ou pinos, geralmente é composto por quatro barras, mas podem ser utilizadas mais barras dependendo do grau de precisão desejado, e da instrumentalidade que se almeja. Como se nota na Figura 6, as barras são dispostas formando um paralelogramo, como mostrado na ilustração abaixo, com uma ponta fixa e outra móvel onde fica o lápis.

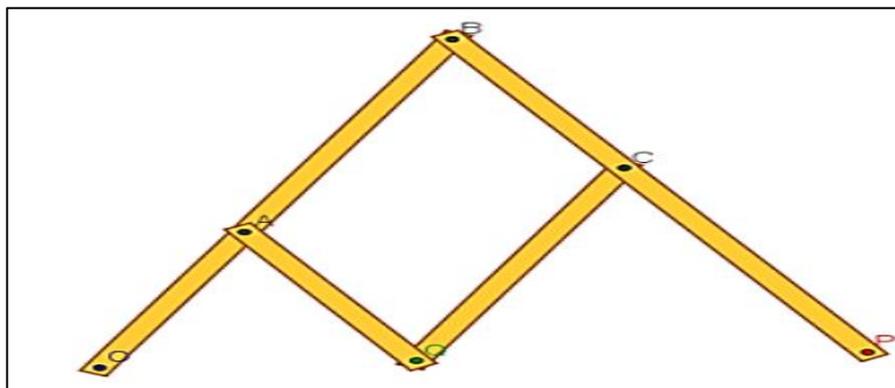
**Figura 6** – Esquema do Pantógrafo



FONTE: <http://clubes.obmep.org.br/blog/wp-content/uploads/2019/08/Pantografo.pdf> (2023)

O funcionamento básico do pantógrafo consiste no seguinte: uma ponta do pantógrafo é fixada em um ponto de referência no desenho original, enquanto a outra ponta é movida ao longo de uma superfície, reproduzindo o desenho em uma escala diferente. A proporção entre a posição da ponta fixa e a móvel determina o fator de ampliação ou redução, é justamente nessa ideia de proporção que muitas habilidades matemáticas podem ser exploradas no estudo de conceitos geométricos.

**Figura 7** - Pantógrafo virtual de madeira



Fonte: <http://www.macchinematematiche.org/images/macchine/trasformazioni/simulazioni/omotetia.html> (2023)

Com base na Figura 7, é possível observar que o pantógrafo apresenta quatro hastes designadas como OB, BP, AQ e CQ estas hastes se organizam em pares paralelos entre si, ou seja, OB é paralelo a CQ, assim como AQ é paralelo a BP o pantógrafo incorpora um ponto central denominado de ponto pivô, localizado em O, desempenhando a função de fixar o dispositivo à sua base de suporte.

É relevante destacar que o pantógrafo pode assumir a forma de um mecanismo de ampliação, nesse contexto, o ponto Q atua como o ponto de guia ou referência, enquanto o ponto P representa o local de escrita, em contrapartida, no caso de um pantógrafo de redução, ocorre uma inversão das funções de Q e P, de modo que o ponto P passa a ser o ponto de guia, e o ponto Q se converte no ponto de escrita. A magnitude da ampliação ou redução está intrinsecamente relacionada às dimensões das hastes e é determinada pela relação entre os comprimentos dos segmentos AQ e BP.

Para Bittencourt (2014), mesmo o pantógrafo, ter sido originado em 1603 com Scheiner e suas observações e curiosidades, com o passar do tempo, novas adaptações, modificações, usos e aplicações foram realizadas, como por exemplo, com o avanço da tecnologia que permitiu a criação de objetos e instrumentos ainda mais inovadores, inclusive a criação e aplicativos de celulares que apresentam suportes semelhantes ao pantógrafo físico.

As modificações ocorridas permitiram que, conforme observado por Brandão (2015), o pantógrafo mantivesse sua relevância nos tempos contemporâneos, desempenhando um papel crucial em diversas esferas: “na geografia, possibilita elaborar mapas; na engenharia, facilita a elaboração de plantas de construções; na

serralharia, serve para cortar chapas metálicas; e em ourivesaria, para fazer gravações em alianças, medalhas entre outros objetos” (Brandão, 2015, p.3).

No âmbito educacional, é essencial empregar o pantógrafo como uma ferramenta didática sob a orientação do professor, com o propósito de fomentar a criatividade, promover a construção do conhecimento e capacitar os alunos com autonomia. A integração do pantógrafo nesse contexto encontra respaldo na História da Matemática, que não apenas viabiliza a construção de conhecimento matemático, mas também do seu uso, como ocorre com instrumentos de medição, de desenho, de navegação, por exemplo, que se valem de conhecimentos matemáticos na construção e no uso. Silva Neto (2021) complementa esta opinião quando afirma que

[...] a liberdade de produzir novidade eleva a dinâmica de estratégias para a invenção de algo novo, inovação e aperfeiçoamento de algo que já existe e não para a reprodução de estratégias e produções existentes, e é assim que notamos uma forte evidência de empatia dos professores e pesquisadores quanto ao uso criativo de informações históricas e conceitos matemáticos, que são manifestadas na forma e no tratamento didático fornecido à História da Matemática, na união de teorias de ensino de aprendizagem, no uso de atividades práticas ou teóricas e também no uso de recursos didáticos (Silva Neto, 2021, p.53).

Nesse sentido, encontramos no pantógrafo de Scheiner, mais especificamente, na obra em que sustenta a criação desse instrumento, um relevante leque de conceitos matemáticos que podem emergir tanto do uso do pantógrafo por alunos da Educação Básica ao estudarem conteúdos de Geometria, quanto na construção do instrumento tendo como ponto de partida a História.

A prática do professor de Matemática, no entanto, se molda a partir daquilo que ele conhece, pode parecer árduo a tarefa de buscar, pesquisar, conhecer para transpor em sala de aula com uma linguagem amplamente didática que alcance o nível dos alunos no segmento escolar, contudo, é nesse tipo de atividade que são desenvolvidas proposituras didáticas e encaminhamento metodológicos que podem favorecer e contribuir com a prática de sala de aula de professores no ensino de Matemática.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Este estudo caracteriza-se, conforme Marconi e Lakatos (2003), como uma pesquisa qualitativa devido ao procedimento de pesquisa está sustentado, principalmente, em observações qualitativas, neste caso, sobre as contribuições de uma investigação histórica sobre o Pantógrafo de Scheiner no processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, caracterizando-se, em princípio, pela não utilização de instrumental estatístico na análise dos dados.

Quanto ao propósito, podemos dizer que a pesquisa é exploratória, que, segundo Gil (2008), esse tipo de pesquisa é caracterizado por um processo flexível e aberto, que utiliza métodos qualitativos, como a observação, entrevistas e análise documental, para coletar informações sobre o tema em questão. É exploratória a partir do momento em que fará a observação dos alunos na construção do pantógrafo, também ocorrerá quando estiver sendo aplicado questionário elaborado para a coleta de informações pertinentes ao tema trabalhado.

Um dos métodos de pesquisa para compreensão do objeto de estudo utilizado foi a pesquisa bibliográfica. “A pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (Gil, 2008, p. 50). Para esse autor, a principal vantagem da pesquisa bibliográfica está no fato de ampliar a cobertura de uma variedade de fenômenos para o pesquisador por meio do uso de fontes secundárias, permitindo-o abranger uma gama muito maior do que seria possível por meio da pesquisa direta.

Nessa pesquisa utilizamos a pesquisa bibliográfica para identificar os principais estudos já realizados, que dão suporte teórico ao uso da História da Matemática em sala de aula e ao uso de fontes históricas como ponto de partida para investigações e problematizações para o ensino de Matemática, que estudamos e apresentamos essa discussão no referencial teórico.

O ambiente em que os dados foram coletados tem como base a sala de aula e assim, apresentando uma característica da pesquisa de campo, caracterizada pela observação direta dos fenômenos, pela aplicação de questionários, entrevistas, testes, entre outros instrumentos de coleta de dados, e pela utilização de técnicas de amostragem adequadas para selecionar a amostra de participantes (Gil, 2008).

Desenvolvemos essa pesquisa de dissertação tendo como *locus* uma sala de aula de uma escola municipal na cidade de Arraial, no Piauí, cidade localizada a uma distância de 218 quilômetros da capital do Estado, Teresina. A escola atende alunos do Ensino Fundamental e Educação de Jovens e Adultos. Está localizada no centro da cidade, sendo a única escola da zona urbana que oferta aos munícipes o Ensino Fundamental. Atualmente, possui 480 alunos efetivamente matriculados e conta com oito salas de aula equipadas com carteiras, lousas e materiais didáticos.

Os sujeitos da presente pesquisa consistem em alunos regularmente matriculados em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, no turno da manhã dessa escola, sendo 21 alunos do sexo masculino e 15 alunas do sexo feminino com idades entre 12 e 14 anos.

A seleção dos participantes para a pesquisa realizada na sala de aula baseou-se em critérios específicos, os quais incluíram assiduidade nas aulas e participação ativa na construção e manipulação do pantógrafo por meio de uma atividade em grupo. Para viabilizar esse processo, a pesquisa foi previamente apresentada aos pais e responsáveis, os quais consentiram formalmente na participação de seus filhos por meio da assinatura de um termo de consentimento. Os alunos que não cumpriram esses critérios ou estiveram ausentes durante as atividades foram excluídos do grupo de participantes da pesquisa.

A coleta de dados ocorreu mediante observação dos principais argumentos, comentários dos alunos e registros escritos dos alunos que ocorrem na aplicação de uma proposta didática que desenvolvemos e foram classificados e comentados segundo a análise de conteúdo de Bardin (2016) que fundamentou a apresentação de contribuições possíveis de identificar com a investigação histórica da obra de Scheiner (1603) para o ensino de Geometria aos alunos do 7º ano.

Também realizamos a aplicação de um questionário que buscou identificar a percepção dos alunos acerca da atividade e que sinalizasse contribuições acerca do uso da atividade que explora e investiga historicamente a construção e manuseio do pantógrafo de Scheiner. De acordo com Gil (2008), a utilização de um questionário envolve principalmente a tarefa de transformar os propósitos específicos da pesquisa em itens cuidadosamente formulados. Além disso, o autor aborda a flexibilidade na elaboração dos questionários e destaca várias diretrizes cruciais que devem ser observadas.

Gil (2008) ainda esclarece algumas orientações pertinentes na elaboração do questionário, entre elas estão: elaborar perguntas direcionadas ao problema em questão, sendo necessário que essas perguntas sejam precisas e de fácil compreensão. A limitação da quantidade de perguntas pode garantir a variação em complexidade, indo desde as mais simples até as mais complexas.

Dessa forma, como aplicamos uma proposta didática, essa pesquisa também recebe uma conotação interventiva, o que segundo Damiani *et al.* (2013) é um método utilizado para identificar problemas educacionais específicos e desenvolver estratégias para melhorar a qualidade da educação em sala de aula e envolve a implementação de intervenções pedagógicas específicas a um grupo de estudantes e a avaliação dos resultados dessas intervenções. Foi nesse aspecto que inserimos a ideia da investigação histórica nos moldes de Mendes (2009) para constituir uma proposta didática que problematize a obra "*Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum*" em torno da construção e manipulação do Pantógrafo partindo de situações históricas, neste caso, a própria obra do inventor do pantógrafo como instrumento de desenho antigo, mais especificamente do ano 1631.

### 3.2 O ACESSO À OBRA E ESTUDO

O acesso à obra "*Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum*" de Scheiner foi inicialmente obtido mediante pesquisas em *sites* de busca, enquanto estudávamos os trabalhos científicos de Santos (2020) e Bittencourt (2014), que abordavam esta e outras obras de Christoph Scheiner. Essas pesquisas localizam a obra no *Museo Galileo* - Instituto e Museu de História da Ciência, localizado na Piazza dei Giudici, em Florença, na Itália. O *Museo Galileo*<sup>6</sup> foi inaugurado em 2010 com o objetivo de valorizar suas coleções, preservando e exibindo os itens pertencentes ao Instituto e Museu de História da Ciência, que está em funcionamento desde 1930.

Localizamos a obra no site do *Museo Galileo* como apresentado na Figura 8, após acessar o *site*, navegamos pelo catálogo da sua biblioteca virtual e realizamos uma pesquisa pelo nome do autor Christoph Scheiner, onde encontramos a obra e salvamos o conteúdo em formato PDF, posteriormente fez necessário buscar por mecanismos de

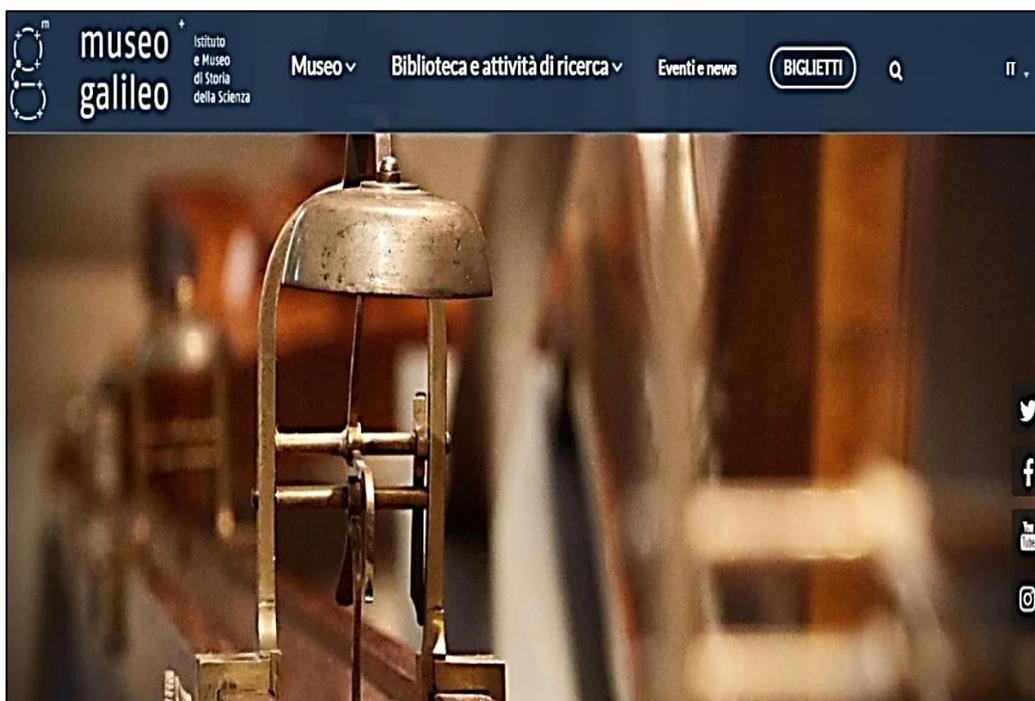
---

<sup>6</sup> Disponível em:  
<https://bibdig.museogalileo.it/tecanew/opera?bid=920801&seq=9>

tradução para compreender algumas passagens escritas por Scheiner, uma vez que o texto original estava em Latim. Consideramos buscar na tradução uma compreensão sobre o que estava escrito especificamente em locais em que tratava sobre o uso do pantógrafo como técnica de desenho, projeção e ampliação de figuras geométricas.

Além desse recurso, ao conduzirmos investigações em diversas outras fontes, descobrimos que a obra também estava acessível no *Google Books*<sup>7</sup> e no *Internet Archive*<sup>8</sup>, ambos reconhecidos como respeitáveis repositórios virtuais. Essa disponibilidade nos permitiu explorar diferentes versões e formatos da obra, enriquecendo nossa pesquisa, nosso estudo e análise.

**Figura 8** – Museo Galileo



FONTE: <https://www.museogalileo.it/> (2023)

Inicialmente, enfrentamos dificuldades na tradução da obra, uma vez que o *Museo Galileu* tinha apenas uma cópia digitalizada, o que exigiu a utilização de um aplicativo, no nosso caso, utilizamos o *Conversor de Imagem para Texto*<sup>9</sup>, para extrair o

---

<sup>7</sup>[https://books.google.com.br/books/about/Christophori\\_Scheiner\\_Pantographice\\_seu.html?id=Bw5BAA\\_AAcAAJ&redir\\_esc=y](https://books.google.com.br/books/about/Christophori_Scheiner_Pantographice_seu.html?id=Bw5BAA_AAcAAJ&redir_esc=y)

<sup>8</sup>[https://archive.org/details/gri\\_33125008065183/page/n1/mode/2up](https://archive.org/details/gri_33125008065183/page/n1/mode/2up)

<sup>9</sup><https://www.imagetotext.io/pt>

texto da imagem. Como estávamos interessados principalmente em entender a criação do pantógrafo e o seu funcionamento, não realizamos a extração de todo o texto da obra, focamos apenas em algumas passagens que nosso olhar e observação julgou relevantes a partir de produções acadêmicas que estudamos.

Posteriormente, utilizamos tanto um tradutor Latim-Português<sup>10</sup> quanto uma ferramenta de tradução *on-line* Latim-Português<sup>11</sup> para traduzir os trechos extraídos. A decisão de usar esses dois aplicativos foi tomada visando uma compreensão mais precisa da escrita de Scheiner, já que ambos os aplicativos apresentam traduções com limitações em termos de sentido textual. Ao utilizar ambos os aplicativos, conseguimos estabelecer uma conexão entre as traduções e compreender melhor as passagens selecionadas.

Sobre a tradução, Morey (2013) coloca que a tradução é uma das principais dificuldades para o pesquisador nessa área que busca uma compreensão interior do material que se pretende estudar. Do mesmo modo, Saito (2013) aponta que a tradução não precisa ser integral, pode ser apenas das partes que o pesquisador/professor acha interessante após uma vista superficial no material, e partir de determinados pontos pode extrair informações e iniciar um tratamento didático que seja útil ao contexto de sala de aula.

Após o estudo e averiguação sobre a obra, centrada na exploração da construção e utilização do pantógrafo, com base na tradução dos trechos selecionados, chegamos ao momento de buscar uma problematização da obra para criação de uma proposta didática. Ressaltamos que conforme Silva Neto (2021) a proposta didática deve ser útil, não familiar, apresentar usabilidade em outras realidades, provocativa tanto para o aluno quanto para o professor, partir de informações históricas sobre o desenvolvimento da matemática ou de seu uso e principalmente, criativa.

### 3.3 A CRIAÇÃO DA PROPOSTA DIDÁTICA

Imersos na nossa investigação de campo, que se inicia pelo contato direto com a fonte histórica acerca do pantógrafo de Scheiner. Nosso objetivo principal na criação

---

<sup>10</sup> <https://po.eprevodilac.com/prevodilac-latinski-portugalski>

<sup>11</sup> <https://www.webtran.pt/latin/para-portugues/>

de uma proposta que apresentasse a obra e atividades acerca da construção e manuseio do pantógrafo foi de buscar problematizar a obra.

Nossa problematização segue os preceitos de Mendes (2009) que nos diz que a investigação histórica possibilita um enriquecimento dos fatos que deram origem à Matemática ou ao uso de conhecimentos matemáticos. Nesse ponto, entendemos que nossa problematização parte de um contexto da obra em si, sendo a obra histórica o ponto de partida para uma problematização em sala de aula, realizando a construção e o uso de pantógrafos com os alunos em sala de aula. Nesse sentido, dividimos essa etapa em cinco momentos que especificamos no Quadro 1 exposto abaixo.

**Quadro 1** – Exposição dos Momentos

<b>Momento</b>	<b>Especificação</b>	<b>Duração</b>
1º	Reunião com pais e responsáveis	uma aula de 50 minutos
2º	Exposição da obra de Scheiner	duas aulas de 50 minutos cada
3º	Aplicação da proposta didática	duas aulas de 50 minutos cada
4º	Exposição teórica dos conteúdos trabalhados no uso e construção do pantógrafo	duas aulas de 50 minutos cada.
5º	Questionário de percepção dos alunos sobre a atividade proposta	duas aulas de 50 minutos cada

Fonte: Elaborado pela autora

A pesquisa de campo começa com uma reunião envolvendo os pais ou responsáveis, a equipe pedagógica e o diretor da escola, conduzida pela professora-pesquisadora, como pode ser confirmada na Figura 9.

**Figura 9** – Apresentação do projeto



Fonte: Acervo da autora

Durante esse momento, foram apresentadas as principais características do projeto, como o tema, a justificativa, os objetivos gerais e específicos, bem como a metodologia que será empregada em todas as etapas da atividade e o plano de aula, exposto na Figura 10, utilizado como suporte metodológico.

**Figura 10** – Recorte do Plano de Aula

<b>TÍTULO</b>	Investigação histórica da obra <i>Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum</i>	
<b>SÉRIE ESCOLAR</b>	7ºANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
<b>FONTE HISTÓRICA</b>	Obra de Scheiner sobre a construção e uso do pantógrafo publicada em 1631	
<b>COMPETÊNCIAS/HABILIDADES</b>	<p>1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (<i>competência geral 1</i>). (BRASIL, 2018 p. 09)</p> <p>2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. (Competência específica 2) (BRASIL, 2018 P. 267)</p>	
<b>OBJETIVO(S)</b>	<b>PROFESSOR</b>	<p>1. Discutir potencialidades didáticas acerca da inserção da História da Matemática no ensino;</p> <p>2. Compreender o uso de fontes históricas como possibilidades didáticas para o ensino de Matemática;</p> <p>3. Identificar conceitos geométricos que emergem da construção, uso e manipulação do pantógrafo de Scheiner.</p>
	<b>ALUNO</b>	<p>1. Entender os principais pontos da obra de Scheiner, desde o surgimento até a construção;</p> <p>2. Compreender os princípios geométricos que surgem da criação, aplicação e controle do dispositivo pantógrafo de Scheiner.</p>
<b>MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS</b>	Computador (notebook), datashow, celulares, internet, régua, papelão, tesoura, palitos dentais, cola Tec bonde.	

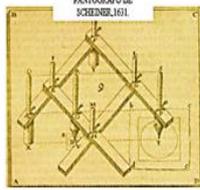
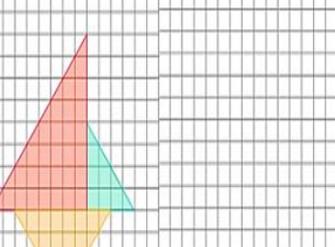
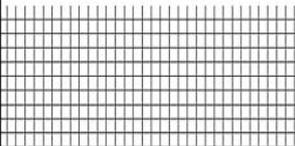
Fonte: Acervo da autora

Além disso, foi discutido um breve relato com os participantes da reunião sobre a relevância da História da Matemática no contexto do ensino e suas possibilidades para melhorar o processo de ensino e aprendizagem. Como resultado, todos os presentes demonstraram entusiasmo em participar do projeto.

No entanto, a pesquisadora também ressaltou a necessidade de obter a autorização do diretor da escola, conforme indicado no Anexo A, para que a instituição pudesse participar. Além disso, foi mencionada a importância de obter o consentimento dos pais ou responsáveis dos alunos, conforme detalhado no Anexo B, para que os estudantes pudessem participar do projeto. Como também foi exigido que os alunos, após a assinatura do termo pelos pais ou responsáveis, deveriam participar de todos os

encontros e etapas da atividade proposta apresentada na Figura 11, caso não participassem, estariam fora da execução do projeto.

**Figura 11 – Atividade proposta**

<p>1. Leia o texto sobre a obra <i>"Pantographice sex axes delineando res quolibet per parallelogramum linearem sex axium"</i> e responda os itens abaixo:</p> <p>A obra <i>Pantographice sex axes delineando res quolibet per parallelogramum linearem sex axium</i> tem como tradução <b>Pantógrafo e a arte de desenhar por paralelogramo</b>, é um livro escrito por Christoph Scheiner, redigido em latim, idioma que, embora existisse como meio de comunicação no dia a dia, serviu como veículo para esta obra. Este manuscrito retrata a invenção do pantógrafo por Scheiner em 1603, mesmo que a publicação do livro só tenha ocorrido em 1631. Scheiner relata a história que o conduziu à concepção do <b>perspectógrafo</b>, por conseguinte, do pantógrafo.</p> <p style="text-align: center;">Pintura de Christoph Scheiner</p>  <p style="text-align: center;">FONTE: <a href="https://www.astronomia.com/biografias/scheiner.htm">https://www.astronomia.com/biografias/scheiner.htm</a>. Acessado em 28/08/2023.</p> <p>O autor narra em seu livro que em 1603, na Academia da Nação Sueca localizada em <b>Dillingen</b> na Alemanha, houve um incidente envolvendo o pintor <b>Pierre Gessner</b> (1540-1597). Este episódio ocorreu após <b>Gessner</b> ter desenvolvido um instrumento que notavelmente melhorou suas capacidades de desenho e culminou em uma discussão com Scheiner. Esse fato atraiu a atenção de Scheiner em querer conhecer este instrumento, no entanto, <b>Gessner</b> recusou-se a compartilhar seu conhecimento, foi quando Scheiner decidiu fazer vários estudos até inventar o pantógrafo.</p> <p>A. Com base no texto estudado, o que incentivou Christoph Scheiner a inventar o instrumento de desenhar chamado pantógrafo?</p> <p>B. Porque na época que <b>Gessner</b> descobriu o <b>perspectógrafo</b>, segundo a sua percepção, todos consideraram aquela descoberta como sendo algo divino?</p> <p>C. Você acredita que nos dias atuais, o pantógrafo já possui versões mais aprimoradas? Justifique sua resposta.</p>	<p>2. Agora que já fizemos uma breve apresentação sobre a obra que trata da invenção do pantógrafo por Christoph Scheiner, vamos produzir nosso próprio pantógrafo a partir dos passos descritos no manual do estudante abaixo, mas primeiramente estaremos apresentando uma ilustração do pantógrafo em 1603.</p>  <p style="text-align: center;">PANTOGRAFO DE SCHEINER, 1631</p> <p>Vamos lá, mãos à obra, ou melhor, ao pantógrafo</p> <p>PASSO A PASSO PARA CONSTRUÇÃO</p> <p>MATERIAIS NECESSARIOS</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 faixas de papelão 15x2cm com 3 furos sendo um em cada extremidade;</li> <li>• 9 círculos de papelão com 2 cm de diâmetro;</li> <li>• 4 palitos dentais;</li> <li>• 1 prendedor de madeira ou plástico;</li> <li>• Um cubo vazio de papelão 4x4cm para servir de ponto fixo.</li> <li>• Lápis, estilete, régua e tesoura;</li> <li>• Cola de Contato.</li> </ul> <p>MODO DE MONTAGEM</p> <p>1º Passo: Vamos conectar as peças de 30x2cm nas extremidades, utilizando palitos dentais e dois pequenos círculos de papelão.</p> <p>2º Passo: Em seguida, iremos unir as peças de 15x2cm ao eixo central da peça de 30x2cm, criando assim um paralelogramo, empregando novamente os palitos e os círculos restantes. Importante notar que é necessário reservar um palito de 4cm de altura para desenhar a figura que pretendemos desenhar.</p> <p>3º Passo: Em uma das extremidades, posicionaremos o cubo, que servirá como ponto de fixação do pantógrafo.</p> <p>4º Passo: Na outra extremidade, usaremos o prendedor para segurar o lápis e executar o desenho desejado.</p>	
<p>3. Responda algumas curiosidades apresentadas após a construção do pantógrafo de Scheiner (1603), usando em consideração os conhecimentos geométricos já obtidos.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Quais as figuras geométricas você consegue observar na construção do pantógrafo?</li> <li>Quantas hastes compõe o pantógrafo?</li> <li>Quais são as partes do pantógrafo?</li> <li>Agora que você construiu o pantógrafo e está usando, por que você acredita que o Livro de Scheiner (1631) recebeu o nome após tradução de pantógrafo e a arte de desenhar com paralelogramos?</li> <li>Qual a relação que podemos encontrar entre os dois triângulos menores e o triângulo maior no pantógrafo?</li> </ol>	<p>4. O pantógráfo é um mecanismo que permite ampliar ou reduzir figuras, mantendo a proporção original. Com base nesse conceito, amplie o triângulo da figura a seguir em mesma escala que o triângulo maior e o triângulo central.</p> 	<p>5. O pantógrafo de Scheiner (1631) representou um avanço significativo em sua época, permitindo a ampliação e redução de figuras geométricas. Para ilustrar esse processo, crie uma figura geométrica simples, pode ser um triângulo, e demonstre os passos para sua ampliação e redução usando o seu pantógrafo construído. Depois comente como foi esta experiência.</p> 

Fonte: Acervo da autora

Essa atividade, presente em toda a proposta pensada e elaborada, foi impressa e entregue aos alunos. Também está apresentada no Apêndice como forma de facilitar sua impressão ou utilização por outro professor, ou pesquisador. A atividade que elaboramos tem sustentação em Mendes (2009) quando assegura a investigação histórica no ensino de Matemática como metodologia de pesquisa possível sobre o uso da História da Matemática, para esse autor, o professor deve condicionar as atividades ou o que é perguntado ou solicitado aos alunos na forma de atividades à realidade dos alunos. Nesse caso, ressaltamos que a proposta desenvolvida permitia a conexão entre informações históricas, nesse caso, uso de uma obra histórica e o conhecimento matemático, geometria.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, expomos os resultados provenientes da investigação histórica sobre o Pantógrafo de Scheiner (1631) em sala de aula e seu potencial contribuição para o aprimoramento do ensino e aprendizagem de conceitos geométricos na Educação Básica, destacando suas possibilidades didáticas no contexto do Ensino de Matemática. Os resultados são detalhados mediante a descrição de cada momento, conforme já apresentado no Quadro 1.

Passamos agora à descrição, mais detalhada, do 2º ao 5º momento. O primeiro momento foi a reunião com os pais e responsáveis, já exposta no capítulo da metodologia.

### 2º momento – Exposição da obra de Scheiner

Neste momento ocorreu a exposição mostrada na Figura 12, realizada na sala do 7º ano da obra de Scheiner através de gravuras impressas coloridas do livro e a apresentação como descrita no Apêndice 2 utilizando o *software Power Point* da síntese histórica da criação do pantógrafo de Scheiner. Esta síntese foi feita com o uso de *datashow* e *notebook*, contou com os principais pontos da obra histórica “*Pantographicæ sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum*”, informamos que a linguagem utilizada foi adequada para a realidade e contextos dos alunos, pois, conforme é pontuado por Mendes (2009), é essencial considerarmos não apenas o nível de estudo dos alunos, mas também a realidade local e o contexto cultural em que estão inseridos.

**Figura 12** – Exposição das imagens da obra



Fonte: Acervo da autora

Após a exposição, promovemos uma discussão em grupo com os alunos sujeitos em busca das impressões iniciais sobre a obra e a história do pantógrafo e conseqüentemente conexões com a História da Matemática. Os estudantes expressaram o fascínio pela descoberta do pantógrafo e ressaltaram que foi a primeira vez que tiveram a oportunidade de visualizar imagens de obras históricas, especialmente durante uma aula de Matemática. Nesse momento, consideramos como sendo de grande importância para quem desenvolve trabalhos que envolvem fontes históricas no ensino de Matemática, pois dependendo do nível dos alunos, as imagens e informações gerais que sintetizam a obra em si podem enriquecer a tomada de atitudes tanto dos alunos em processo de aprendizagem quanto do professor para decisão sobre que passos seguir durante o desenvolvimento da aula.

É nesse sentido que Pereira *et al.* (2015) assegura que professor levando em conta a aprendizagem discente pode transformar fontes em ferramentas pedagógicas, levando o aluno a compreender, mesmo que em partes, a evolução da História e o surgimento de métodos do passado para a resolução de problemas matemáticos ou que envolvem a Matemática. Esses autores ainda afirmam que a História pode ser inserida de forma prática no ambiente de ensino de Matemática e que permitam que os alunos discutam, decifrem, tentem resolver problemas, construam e reconstruam objetos retratados a partir de trechos de obras escritas, fragmentos e vestígios deixados pelos antepassados.

Notamos que na realização desse momento, como sendo uma exposição, foi possível estabelecer conexões dos alunos com o contexto da época, com o contexto matemático da época e com atividades a serem desenvolvidas em sala de aula acerca do uso de conceitos matemáticos. A natureza de uma exposição pode promover o autoconhecimento e a sensibilidade para o que está sendo posto, a conexão com a Matemática não precisa acontecer de imediato, mas estava implícito que os alunos estariam envolvidos com atividades acerca de uma obra histórica para estudar Matemática.

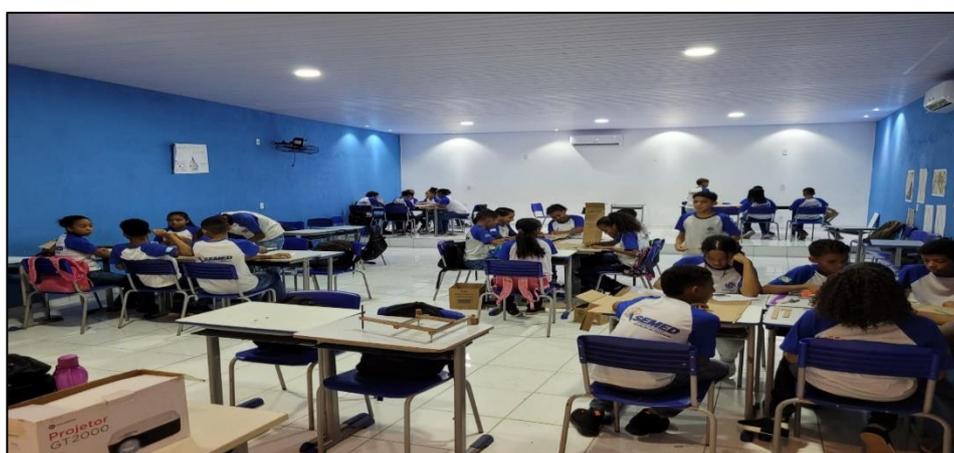
### **3º momento - Aplicação da Atividade**

Neste terceiro momento, em sala de aula, após a apresentação histórica da obra de Scheiner (1631), que abordou a criação do instrumento histórico Pantógrafo, a professora conduziu a entrega da atividade proposta disponível no Apêndice 1, explorando o contexto histórico previamente discutido e enfatizado na Questão 1 nos

itens A, B e C da atividade por meio de uma contextualização simplificada do que já havia sido exposto.

Nesta questão, houve primeiramente a apresentação de um trecho sobre a obra, acompanhado de uma figura do autor. Após o trecho, perguntas como: O que incentivou Christoph Scheiner a inventar o instrumento de desenhar chamado pantógrafo? Porque na época que Gregorie descobriu o perpectógrafo, segundo a sua percepção, todos consideraram aquela descoberta como sendo algo divino? Você acredita que nos dias atuais, o pantógrafo já possui versões mais aprimoradas? Justifique sua resposta. Foram direcionadas à turma que estava dividida em seis grupos de sete alunos, como mostra a Figura 13.

**Figura 13** – Alunos reunidos em grupos



Fonte: Acervo da Autora

O Quadro 2 ilustra as conclusões do grupo em relação ao item A, evidenciando uma concordância entre as equipes no que diz respeito à percepção de que a revelação do instrumento de desenho de Gregoire despertou o interesse de Scheiner pelo referido objeto. Diante da recusa de Gregorie em compartilhar seu conhecimento, Scheiner optou por realizar extensas pesquisas, resultando na descoberta do pantógrafo.

**Quadro 2** – Respostas da primeira questão item A

1. A. Com base no texto estudado, o que incentivou Christoph Scheiner a inventar o instrumento de desenhar chamado pantógrafo?	
G1	<i>O que incentivou ele foi que após Gregoire ter desenvolvido um instrumento interessante e que melhorou suas capacidades de desenhos, Christoph Scheiner se atraiu pelo instrumento, e já que Gregoire não deixou ele participar desta descoberta, o mesmo fez vários estudos até inventar seu próprio instrumento.</i>
G2	<i>Gregoire descobriu um objeto, esse fato atraiu a atenção de Scheiner em querer conhecer este instrumento, no entanto Gregoire recusou-se a compartilhar esse conhecimento, foi quando Scheiner decidiu fazer vários estudos.</i>
G3	<i>Tudo começou porque Gregoire fez a descoberta de um instrumento para desenhar, isso</i>

	<i>atraiu a atenção de Scheiner em querer conhecer este instrumento, no entanto Gregoire recusou-se a compartilhar esse conhecimento, fazendo com que Scheiner fizesse vários estudos até descobrir o pantógrafo.</i>
G4	<i>Após Gregorie ter recusado a compartilhar seu conhecimento sobre o novo instrumento que havia inventado, foi quando Scheiner decidiu fazer vários estudos até inventar o pantógrafo.</i>
G5	<i>Esse episódio ocorreu após Gregorie ter desenvolvido um instrumento que notavelmente melhorou sua capacidade de desenho.</i>
G6	<i>A curiosidade em querer conhecer o instrumento de desenho inventado por Gregorie.</i>

Fonte: Elaborado a partir das respostas da atividade proposta

O Quadro 3, apresentado abaixo, expõe a postura de cada equipe em relação à avaliação da descoberta do perspectógrafo de Gregorie como algo divino. Notou-se que os alunos chegaram a conclusões sintéticas, sendo importante ressaltar que o G4 não emitiu algum posicionamento e o G5 elaborou uma explicação sucinta, porém bastante clara.

**Quadro 3** – Respostas da primeira questão item B

<b>1. B.</b> <i>Porque na época que Gregorie descobriu o perspectógrafo, segundo a sua percepção, todos consideraram aquela descoberta como sendo algo divino?</i>	
G1	<i>Porque era uma ferramenta que melhorou a arte de fazer desenhos.</i>
G2	<i>Porque melhorou as capacidades de desenho.</i>
G3	<i>Porque naquele tempo, ter uma descoberta dessa era algo vindo de Deus.</i>
G4	-
G5	<i>Porque Gregorie achava que a ideia de fazer um instrumento de desenho como o dele era um presente de Deus e que não devia compartilhar essa ideia com ninguém.</i>
G6	<i>Porque ele considerava que aquilo tinha sido uma ideia que Deus havia dado a ele e por isso a consideram divina.</i>

Fonte: Elaborado a partir das respostas da atividade proposta

No que diz respeito ao item C sobre as novas versões do pantógrafo, o Quadro 4 aponta as respostas de todos os grupos, confirmando a crença generalizada de que versões mais aprimoradas já existem. Eles fundamentam essa perspectiva, destacando as inovações tecnológicas como justificativa.

**Quadro 4** – Respostas da primeira questão item C

<b>1. C.</b> <i>Você acredita que nos dias atuais, o pantógrafo já possui versões mais aprimoradas? Justifique sua resposta.</i>	
G1	<i>Sim. Porque com o passar do tempo novas tecnologias surgiram.</i>
G2	<i>Sim, pois nos dias atuais tudo está se desenvolvendo muito mais rápido.</i>
G3	<i>Sim, mais o aprimoramento dele foi que ele ficou menos perigoso de se utilizar e mais fácil.</i>
G4	<i>Sim, pois com o passar do tempo as coisas sempre se aprimora não importa o que seja.</i>

G5	<i>Sim, pois com o passar dos anos o pantógrafo foi sendo atualizado.</i>
G6	<i>Sim, pois as tecnologias avançaram muito.</i>

Fonte: Elaborado a partir das respostas da atividade proposta

A atividade foi desenvolvida com base nas ideias e preceitos de Mendes e Chaquiam (2016) e Mendes (2009), pois se tratou de uma investigação histórica em que o professor, neste caso a pesquisadora, e os alunos fazem uma imersão, a professora, em sua preparação e os alunos na exposição teórica e na própria atividade, naquilo que lhes são solicitados.

A primeira questão teve como objetivo explorar as impressões iniciais dos alunos após a exposição de arte da obra de Scheiner (1603). E, em equipe, eles deveriam discutir suas primeiras impressões por meio da comunicação oral e compartilhar uma ideia unificada para abordar cada ponto. Mendes (2012) destaca essa abordagem como parte integrante do princípio da investigação histórica em sala de aula, pois ela destaca a partir da verbalização efetuada por cada aluno o nível de abstração construído no decorrer da atividade proposta, buscando o enriquecimento cognitivo do mesmo.

Em seguida, todas as equipes foram efetuar a leitura da segunda questão. A professora considerou importante a resolução da atividade proposta de forma sequenciada para a obtenção de melhores resultados de aprendizagem. Esta questão tratava da construção do pantógrafo na qual dizia o seguinte: *Agora que já fizemos uma breve apresentação sobre a obra que trata da invenção do pantógrafo por Christoph Scheiner, vamos produzir nosso próprio pantógrafo a partir dos passos descritos no manual do estudante abaixo, mas primeiramente estaremos apresentando uma ilustração do pantógrafo em 1603.* Nela estavam descritos os materiais necessários e o manual conforme é visto na Figura 14 para a produção do artefato histórico de desenho.

**Figura 14** – Manual para construção do pantógrafo

**MONTAGEM**

1º Passo: Vamos conectar as peças de 30x2cm nas extremidades, utilizando palitos dentais e dois pequenos círculos de papelão.

2º Passo: Em seguida, iremos unir as peças de 15x2cm ao orifício central da peça de 30x2cm, criando assim um paralelogramo, empregando novamente os palitos e os círculos restantes. Importante notar que é necessário reservar um palito de 4cm de altura para delinear a figura que pretendemos desenhar.

3º Passo: Em uma das extremidades, posicionaremos o cubo, que servirá como ponto de fixação do pantógrafo.

4º Passo: Na outra extremidade, usaremos o prendedor para segurar o lápis e executar o desenho desejado.

Fonte: Acervo da autora

Lembrando que estes materiais já haviam sido solicitados para cada equipe trazer em aula anterior. Cada equipe composta por seis integrantes ficou responsável por trazer uma caixa de papelão, uma cola contato, tesoura, régua, 4 palitos dentais, prendedor de madeira ou plástico e estilete conforme vemos na Figura 15.

**Figura 15** – Materiais para construção do pantógrafo



Fonte: Acervo da autora

Estes materiais foram repassados para eles através da apresentação usando como recurso didático o *Datashow* e o notebook onde todos escreveram o que precisariam trazer na aula seguinte. Um aspecto crucial a salientar é que a professora enfatizou claramente que qualquer comportamento inadequado envolvendo objetos

cortantes ou cola de contato durante a realização da atividade resultaria em uma penalização para o aluno.

Ressaltamos que o pantógrafo foi construído como mostrado na Figura 16 pelos próprios alunos e após a construção foi utilizado por eles mesmos em equipe. Desse modo, os conhecimentos matemáticos, conforme apontam Saito (2013), são mobilizados na construção e uso do instrumento, em um caminho de mão dupla, em que os conceitos que emergem da construção podem ser os mesmos do uso ou não, por isso, pretendemos observar o conhecimento matemático utilizado pelos alunos tanto na construção quanto na manipulação do pantógrafo.

**Figura 16** – Construção do pantógrafo



Fonte: Acervo da autora

Desta maneira, no desenvolvimento do pantógrafo, foram introduzidos os princípios e características de figuras geométricas planas, dentre elas o quadrado, círculo, retângulo e triângulo. Além disso, foram abordados conceitos fundamentais como pontos, retas paralelas e concorrentes. Vale ressaltar que esses fundamentos não eram previamente familiares aos alunos, uma vez que os professores de matemática em séries anteriores não abordavam Geometria em suas aulas.

Ao utilizar o pantógrafo, a professora enfatizou especialmente a compreensão dos conceitos de redução e ampliação de figuras, assim como a semelhança entre elas. É importante observar que a semelhança de triângulos não foi abordada durante esse período.

Como exemplo para os alunos, a professora exibiu um pantógrafo confeccionado em madeira e outro em papelão. A opção pelo pantógrafo feito de papelão foi motivada pela relação custo-benefício e pela facilidade de construção. Na

Figura 17 A e B, encontram-se os dois modelos de pantógrafo utilizados pela professora durante a execução da atividade.

**Figura 17 A e B** – Pantógrafo de Madeira e de Papelão



Fonte: Acervo da autora

Esses modelos foram utilizados pelos alunos para esclarecer dúvidas que não foram totalmente esclarecidas durante a atividade. Além disso, proporcionaram aos estudantes uma visão clara do processo preciso de colagem dos materiais. Durante a etapa de construção, os alunos tiveram a oportunidade de utilizar os modelos previamente criados pela professora, inspirando-os a desenvolver seu próprio pantógrafo.

Após a conclusão da construção do pantógrafo, que demandou duas aulas de 50 minutos para ser finalizada, prosseguimos com a resolução da atividade. Na terceira questão, após as aulas de construção do pantógrafo, exploramos algumas curiosidades relacionadas aos conceitos fundamentais da Geometria presentes na elaboração desse artefato histórico. Indagamos sobre as figuras geométricas identificadas durante a construção, com relação a esta pergunta os grupos G1, G2, G3, G4, G5 e G6 tiveram como respostas “Quadrado, triângulos e círculos”.

Quanto ao número de hastes envolvidas, as respostas de todos os grupos foram “4 hastes”. Já a relação que existia entre os dois triângulos menores e o triângulo maior no pantógrafo, os grupos com o auxílio da régua conseguiram identificar que a base do triângulo maior era o dobro das bases dos dois triângulos menores. Esta relação eles conseguiram observar visualmente, mas quando a professora os questionou sobre como poderiam comprovar a veracidade dessa afirmação, um aluno do G1 sugeriu: "Podemos

realizar a medição utilizando uma régua." Em consequência, todos seguiram essa sugestão e confirmaram a relação. A Figura 18 apresenta os pantógrafos produzidos pelos alunos em sala de aula.

**Figura 18** – Pantógrafo dos Alunos



Fonte: Acervo da autora

Além dessas indagações, ousamos ainda mais e foi lançada a seguinte pergunta: Agora que você construiu o pantógrafo e está utilizando por que você acredita que o Livro de Scheiner (1631) recebeu o nome após tradução de Pantógrafo e a arte de desenhar com paralelogramos. Este foi o item da terceira questão que gerou mais dúvidas na hora da resolução, porém perguntas como essas são importantes serem trabalhadas em sala de aula pois gera discussões entre eles, já que cada aluno apresentou uma resposta diferente, por isso a professora sugeriu imprimir esta questão e entregar aos alunos individualmente para colher o máximo de respostas possíveis com relação ao item. Essa última pergunta trata da competência específica 2 encontrada na BNCC na qual busca “desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo (Brasil, 2018 p. 267)”.

Abaixo está o Quadro 5 com algumas das respostas listadas pelos alunos ao item onde cada sigla em negrito representa o nome do aluno abreviado. Eles mencionaram a existência do paralelogramo no pantógrafo somente após a professora introduzir essa figura a eles. Inicialmente, eles estavam familiarizados apenas com o quadrado e o retângulo, enquanto a educadora explorava a ideia fundamental de retas paralelas e concorrentes, ela explicou que as figuras já conhecidas por todos eram, na verdade, tipos de paralelogramos.

**Quadro 5** – Respostas da terceira questão item individual

"Porque eu acredito que o pantógrafo foi feito para traçar figuras, ampliando e reduzindo elas."(M.E)

"Porque com o paralelogramo a partir de um desenho original, eu posso fazer o mesmo desenho só que maior ou menor, seguindo uma proporção."(L.R)

"Porque cobrindo o desenho em tamanho normal do outro lado ele aparece em tamanho maior."(A.U)

"Porque o pantógrafo tinha um paralelogramo em sua estrutura, que permitia ampliar e reduzir o desenho."(E.S)

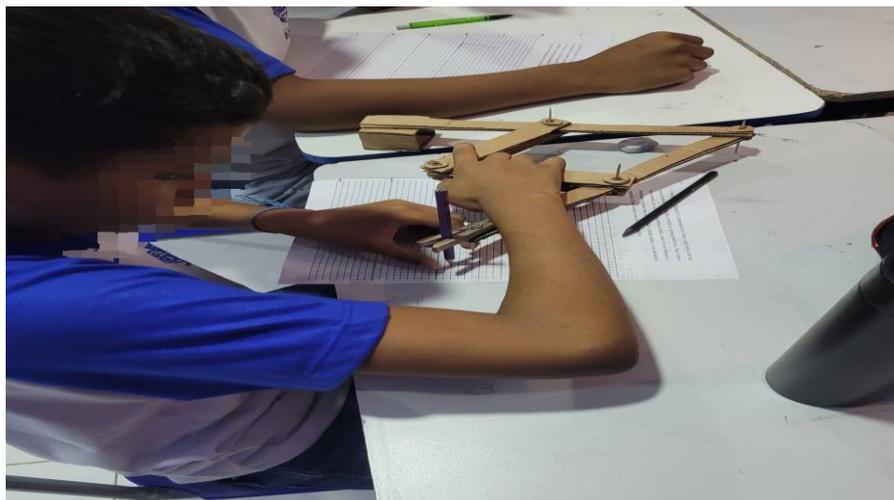
"Porque com o pantógrafo conseguimos aumentar e reduzir desenhos da forma que a pessoa está utilizando a partir do paralelogramo no pantógrafo."(N.R)

Fonte: Elaborado a partir das respostas da atividade proposta

A quarta questão gerava grande expectativa entre os alunos, uma vez que envolvia a aplicação prática do pantógrafo. Observamos uma sequência de passos até que o grupo chegasse à utilização efetiva do pantógrafo. Nessa etapa, foi proposto o desafio de ampliar um barco em papel quadriculado em um fator de 2, ou seja, duplicando as dimensões da figura original por meio do uso do pantógrafo. Na Figura 19, é possível notar os alunos diante dessa questão, uma vez que estavam utilizando uma ferramenta por eles mesmos produzidas.

Saito (2015) apresenta que a construção de instrumentos pode promover habilidades nos alunos que eles nem mesmos não reconheciam, uma vez que a construção e manipulação pelo próprio aluno aguça a ideia de confiança no trabalho que ele mesmo desenvolveu.

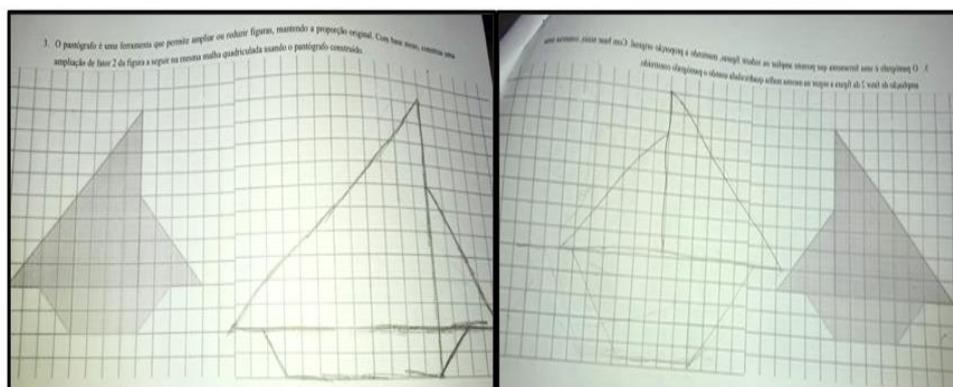
**Figura 19** – Resolução da quarta questão



Fonte: Acervo da autora

Na Figura 20, encontramos as ilustrações requisitadas na quarta questão. Os alunos enfrentaram certa dificuldade ao empregar o pantógrafo para reproduzir o barco em tamanho ampliado, devido à falta de prática. No entanto, estavam tão entusiasmados com a tarefa que persistiram, apagando e refazendo os desenhos até alcançarem um resultado satisfatório.

**Figura 20** – Desenhos do Barco da quarta questão



Fonte: Acervo da autora

A quinta e última questão exigiu novamente o uso do pantógrafo em sua resolução. Nessa etapa, os alunos como mostrado na Figura 21 foram desafiados a criar uma figura geométrica simples, como um triângulo, quadrado ou círculo, e a demonstrar os passos para sua ampliação e redução utilizando o pantógrafo que eles haviam construído. Após essa atividade prática, foi solicitado que compartilhassem suas experiências e comentassem sobre o processo vivenciado, porém não fizeram estes

comentários escritos somente através de verbalizações onde afirmaram o quanto era interessante ter uma imagem e duplicá-las, outros tiveram dificuldades em manusear o instrumento e não atingiram o resultado esperado, entretanto estavam animados em serem os protagonistas da aprendizagem.

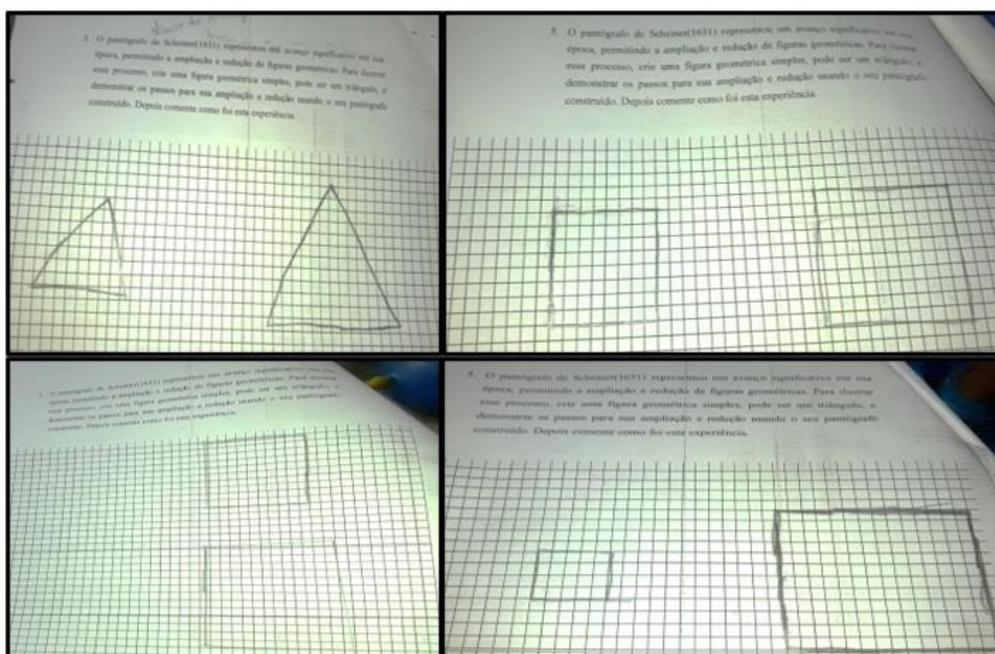
**Figura 21** – Ampliação e redução de figuras geométricas



Fonte: Acervo da autora

Ao concluírem a quinta questão, observou-se que a maioria dos alunos optou por desenhar o triângulo ou o quadrado. Possivelmente, essa escolha foi influenciada pela facilidade em criar essas formas geométricas. Na Figura 22, é possível visualizar os desenhos de alguns alunos. No que diz respeito à explicação da construção do desenho, notou-se que muitos deles não registraram qualquer descrição.

**Figura 22** – Desenhos da Quinta Questão



Fonte: Acervo da autora

A elaboração da atividade, conforme documentado no Apêndice 1, foi integralmente desenvolvida com base no plano de aula apresentado no Quadro 6. Este plano foi concebido com o intuito de servir como um recurso de apoio para outros professores de Matemática que buscam incorporar artefatos históricos, fontes e obras históricas em suas práticas pedagógicas. Ele não apenas oferece orientação na seleção de elementos históricos que apresentem informações matemáticas, mas também pode guiar os educadores durante a elaboração de atividades investigativas fundamentadas na História da Matemática. O Quadro 6 aponta o título da atividade, a fonte histórica, as competências/habilidades trabalhadas, os materiais e recursos utilizados, os conhecimentos prévios, as referências e a duração da atividade.

**Quadro 6** – Plano de Aula completo da atividade proposta

<b>TÍTULO</b>	Investigação histórica da obra <i>Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum</i>
<b>SÉRIE ESCOLAR</b>	7ºANO DO ENSINO FUNDAMENTAL
<b>FONTES HISTÓRICAS</b>	Obra de Scheiner sobre a construção e uso do pantógrafo publicada em 1631
<b>COMPETÊNCIAS/HABILIDADES</b>	<p>1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (<i>competência geral 1</i>). (BRASIL, 2018 p. 09)</p> <p>2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.</p>

	(Competência específica 2) (BRASIL, 2018 P. 267)	
<b>OBJETIVO(S)</b>	<b>PROFESSOR</b>	4. Discutir potencialidades didáticas acerca da inserção da História da Matemática no ensino; 5. Compreender o uso de fontes históricas como possibilidades didáticas para o ensino de Matemática; 6. Identificar conceitos geométricos que emergem da construção, uso e manipulação do pantógrafo de Scheiner.
	<b>ALUNO</b>	3. Entender os principais pontos da obra de Scheiner, desde o surgimento até a construção; 4. Compreender os princípios geométricos que surgem da criação, aplicação e controle do dispositivo pantógrafo de Scheiner.
<b>MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS</b>	Computador (notebook), datashow, celulares, internet, régua, papelão, tesoura, palitos dentais, cola Tec bonde.	
<b>REFERÊNCIAS</b>	MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM Miguel. <b>História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores</b> . Belém: SBHMat. 2016. MENDES, Iran Abreu. <b>História da matemática no ensino</b> : entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Coleção História da Matemática para Professores). SILVA NETO, Benjamim Cardoso da. <b>Criatividade didática em dissertações e teses sobre história para o ensino de matemática (1990-2018)</b> . Belém-PA. 2021. SCHEINER, Christopher. <b>Pantografice sev ars delineandi res qualibet per parallelogramum lineare sev cavum</b> . Romae: Ex. Typographia Ludouici Grignanin, 1631. Disponível em: < <a href="https://archive.org/details/bub_gb_JS0ua5R80MYC">https://archive.org/details/bub_gb_JS0ua5R80MYC</a> > Acesso em 30 de março de 2023. GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. <b>A conquista da matemática, 7º ano</b> / José Ruy Giovanni Júnior, Benedicto Castrucci. - Ed. renovada. São Paulo: FTD, 2020. - - (Coleção a conquista da matemática).	
<b>DURAÇÃO DA ATIVIDADE</b>	5 aulas de 50 minutos.	
<b>CONHECIMENTOS PRÉVIOS</b>	Noções de reta e objetos geométricos planos. Homotetia: Ampliação e Redução.	

Fonte: Acervo da autora

#### **4º momento – Exposição teórica dos conteúdos trabalhados no uso e construção do pantógrafo;**

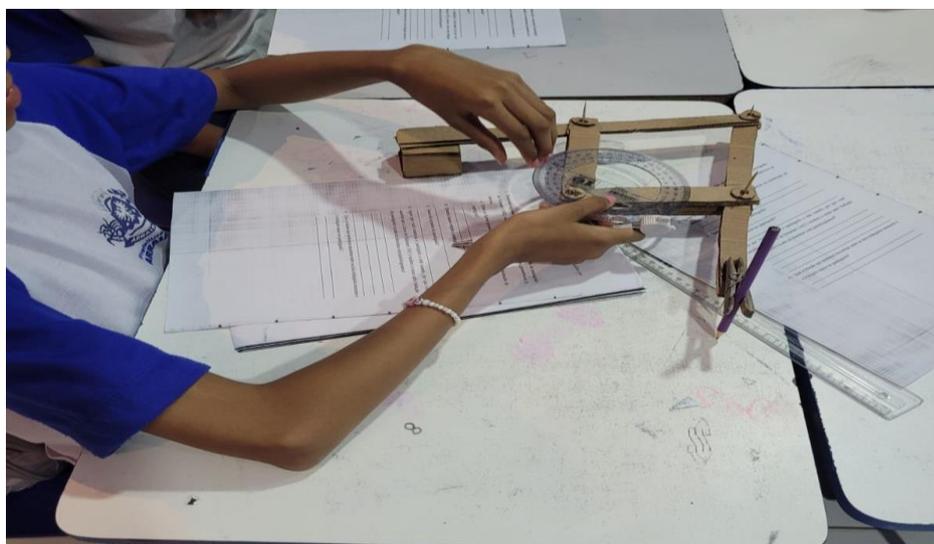
Neste momento ocorreu uma exposição teórica dos conteúdos de Geometria, primeiramente trabalhamos na construção do pantógrafo o conceito de retas paralelas e concorrentes representado pelas quatro hastes do instrumento onde os círculos de papelão também utilizados para fixar as hastes eram as representações de pontos, foi esclarecido que “Quando duas retas não se cruzam, ou seja, não possuem pontos em comum, são chamadas retas paralelas.” (Giovanni Junior, Castrucci, p. 173), caso contrário, teríamos a definição de retas concorrentes, definição presente no livro didático utilizado na sala de aula dos sujeitos da pesquisa.

Após a fabricação das hastes, procedemos à exploração dos conceitos de quadrado e retângulo. Durante essa etapa, foi destacada a distinção entre essas duas figuras geométricas, enfatizando também as propriedades cruciais relacionadas aos ângulos. Esse enfoque tornou-se especialmente relevante, uma vez que os alunos estavam imersos no estudo de ângulos naquela semana, e ambas as figuras, quadrado e retângulo, apresentam quatro ângulos retos com medida de 90 graus.

Os alunos também criaram alguns círculos que desempenharam o papel de parafusos para conectar as hastes. Nesse momento, a professora abordou os conceitos de diâmetro e raio, aproveitando a oportunidade para enfatizar esses termos junto à turma. Durante a produção e a montagem do pantógrafo, a régua foi empregada como um instrumento de medição simples. No entanto, alguns alunos ainda não estavam familiarizados com o seu manuseio.

Após a conclusão da construção do instrumento, procedemos à análise dos ângulos no pantógrafo utilizando um transferidor, conforme ilustrado na Figura 23. Dado que a professora já havia abordado o funcionamento do transferidor em aulas anteriores, os alunos estavam bastante familiarizados e puderam realizar medições precisas dos ângulos presentes no artefato histórico.

**Figura 23** – ângulos no pantógrafo



Fonte: Acervo da autora

Além disso, foi dado ênfase, também nas figuras geométricas presentes no pantógrafo ressaltando a presença de dois triângulos, um maior e outro menor onde a

base do menor era a metade da medida da base do maior. A partir desta observação feita por eles, apenas usando a régua, a professora introduziu a ideia de figuras semelhantes.

Por fim, quanto ao funcionamento do pantógrafo, foi feita a explanação sobre as transformações no plano onde tratou da ampliação e redução de figuras. Todos os conteúdos trabalhados foram pontuados no plano de aula apresentado no Quadro 2 produzido pela professora e como referência o livro didático de Giovanni Junior e Castrucci (2018).

#### **5º momento – Questionário de percepção dos alunos sobre a atividade proposta;**

Este último momento, aplicamos o questionário de percepção dos alunos para verificar o que os alunos perceberam da atividade, se haviam achado motivador construir um objeto geométrico, quais conteúdos eles conseguiram perceber na construção do pantógrafo, entre outras perguntas foram discutidas no questionário escrito aplicado aos alunos e dessa forma, conseguimos validar o uso de fontes históricas no ensino de Matemática e contribuir para outras pesquisas e ampliar a discussão na área de pesquisa em História da Matemática.

O instrumento de avaliação para a atividade proposta está disponível no Apêndice 3 e consiste em um questionário que serviu como ferramenta para coleta de dados e elucidação de contribuições sobre a proposta didática elaborada com base no uso de um texto histórico. Composto por cinco perguntas, o questionário foi administrado aos 34 alunos do 7º ano e foi utilizado para avaliar o desempenho na atividade proposta e as contribuições que a investigação histórica sobre o pantógrafo de Scheiner (1603) trouxe para o ensino de Geometria. A categorização dos dados, derivados dos relatos fornecidos pelos alunos por meio dos questionários, foi submetida a uma análise de conteúdo, seguindo a metodologia proposta por Bardin (2016).

A primeira questão tem como texto: O que você achou de participar da atividade proposta que envolve a História da matemática na construção e uso do pantógrafo e os conteúdos correlatos? Apresentamos as respostas de alguns alunos na Figura 24.

**Figura 24** – Resposta da primeira questão do questionário de avaliação

<b>01. O que você achou de participar da atividade proposta que envolve a História da matemática na construção e uso do pantógrafo e os conteúdos correlatos? (COMENTE NO MÍNIMO 2 LINHAS)</b>
Aluno 1: Achei muito bom, pois foi uma experiência muito legal e divertida com meus colegas.

Aluno 2: Gostei foi muito bom e também peguei uma experiência com o pantógrafo e também queria saber mais da História da Matemática.

Aluno 3: A atividade foi ótima, pois aprendi mais sobre a História da matemática e também como construir e usar o pantógrafo.

Aluno 4: Achei muito interessante pois nos deu a chance para sabermos sobre a História da Matemática e do pantógrafo e seu criador como também aprender a construir o pantógrafo.

Fonte: Elaborado a partir das respostas do questionário de avaliação

Nessas respostas, algumas palavras-chave se destacaram, como "experiência legal", "divertida", "incrível" e "interessante". Os alunos demonstraram que abordar a História da Matemática no ambiente escolar foi uma experiência inovadora e curiosa para eles. Receber o feedback dos alunos foi relevante para a professora-pesquisadora, uma vez que, como docente, persiste uma sensação de insegurança ao adotar uma abordagem didática que envolve a investigação histórica de uma obra aparentemente complexa e de difícil compreensão. Nesse modelo, a exploração dessa obra serve como ponto de partida para o estudo de conceitos matemáticos, por meio da construção e manipulação de um objeto histórico. Esta ideia é defendida por Mendes (2010) quando ele afirma que

a construção do conhecimento cotidiano, escolar e científico ocorre nas relações interativas entre as partes integrantes do processo, tal como entre o professor e os estudantes e entre os estudantes, que podem ser integradas nas investigações históricas de sala de aula. As informações históricas da Matemática, portanto, devem ser utilizadas sob a performance de atividades investigatórias, voltadas à aprendizagem da Matemática escolar (Mendes, 2010, p.39)

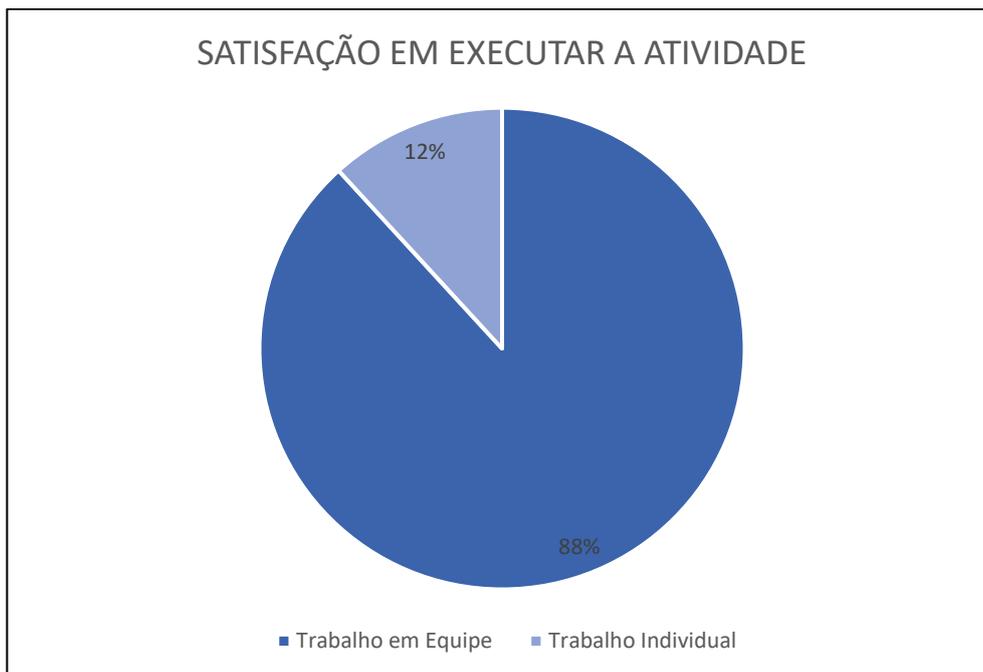
Durante o preenchimento do questionário, eles mencionaram que nunca haviam participado de atividades relacionadas à História da Matemática, exceto pelos textos na introdução do livro didático, que muitas vezes são omitidos por muitos professores, como já foi destacado em Silva Neto (2021). Esse primeiro contato despertou a curiosidade deles, pois foi uma abordagem diferente e considerada essencial no processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos. As demais respostas a esta primeira questão presente no questionário de avaliação foram todas com respostas similares às descritas acima. Vale ressaltar que esta pergunta requeria uma resposta mínima de duas linhas, permitindo que todos se expressassem da maneira mais abrangente possível.

O texto da segunda pergunta no questionário é o seguinte: A experiência de trabalhar esta atividade em grupo foi satisfatória ou você preferiria ter desenvolvido a atividade individual? Por quê? O Gráfico 1 resume a análise das respostas para esta questão, mesmo sendo uma pesquisa de natureza qualitativa, foi viável criar gráficos a partir das informações fornecidas nas respostas do questionário. Dos 34 alunos participantes da pesquisa, 30 que correspondem a 88% optaram por realizar a atividade de construção e uso do pantógrafo em grupo.

A escolha por essa abordagem se fundamentou na divisão eficiente de tarefas, no compartilhamento de conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades, na rapidez em concluir o pantógrafo e na experiência coletiva. Importante mencionar que a formação dos grupos ocorreu por meio de um sorteio conduzido pela professora em sala de aula, promovendo uma composição diversificada que favoreceu o estabelecimento de novas relações entre os alunos.

Ainda conforme indicado pelo Gráfico 1, entre o total de participantes da pesquisa, apenas 4 que corresponde a 12% do total de alunos apresentaram discordância em relação à preferência pela realização da atividade de forma individual. Dois desses participantes alegaram que "desenvolvem melhor de forma independente do que em grupo", enquanto outra participante justificou sua escolha de realizar a atividade sozinha devido a que "uma das pessoas estava apenas brincando". O último participante expressou sua preferência pelo trabalho individual, argumentando que "aprende muito pouco em grupo". Percebe-se que houve uma discordância de opiniões entre os alunos, porém isto sempre acontecerá no desenvolvimento de atividades em sala de aula.

**GRÁFICO 1** – Satisfação em executar a atividade



Fonte: Elaborado a partir das respostas do questionário de avaliação

A terceira questão buscou dos alunos o ponto de vista acerca da atividade onde apresentou a seguinte indagação: Você acredita que trazer atividades como está para o ambiente escolar contribui para o seu aprendizado em Matemática? Na Figura 25, os alunos expressaram em seu manifesto a influência positiva da atividade no aprimoramento de seu aprendizado em Matemática. Os resultados foram favoráveis, com cada aluno destacando a importância de introduzir inovações no ambiente escolar. Eles relataram uma maior compreensão dos conteúdos abordados, descrevendo a experiência como agradável ao trabalhar com algo novo. Todos expressaram satisfação em relação à aula que adotou uma metodologia diferente e apreciaram a oportunidade de explorar a História da Matemática. Lembrando que as respostas abaixo são de alguns alunos selecionados, na qual não foi usado nenhum critério específico somente as respostas mais elaboradas.

Figura 25 – Resposta da terceira questão do questionário de avaliação

<p>03. Você acredita que trazer atividades como esta para o ambiente escolar contribui para o seu aprendizado em Matemática? (COMENTE NO MÍNIMO 3 LINHAS)</p> <p><i>Sim. Pois além de aprendermos mais sobre a matemática, conseguimos aprender e gostar de experiências novas.</i></p>
<p>03. Você acredita que trazer atividades como esta para o ambiente escolar contribui para o seu aprendizado em Matemática? (COMENTE NO MÍNIMO 3 LINHAS)</p> <p><i>Sim, e muito porque não só aprendi como também descobri uma história que nunca tinha visto falar.</i></p>
<p>03. Você acredita que trazer atividades como esta para o ambiente escolar contribui para o seu aprendizado em Matemática? (COMENTE NO MÍNIMO 3 LINHAS)</p> <p><i>Sim, pois elas auxiliam melhor no aprendizado dos alunos com atividades diferentes de outras realizadas em sala.</i></p>
<p>03. Você acredita que trazer atividades como esta para o ambiente escolar contribui para o seu aprendizado em Matemática? (COMENTE NO MÍNIMO 3 LINHAS)</p> <p><i>Sim. Pois com elas os alunos vão aprenderem construindo, e eles estarão felizes e mais interessados em aprender, já que vai ser uma aula diferente das outras.</i></p>

Fonte: Elaborado a partir das respostas do questionário de avaliação

Entre os 34 alunos, apenas uma aluna manifestou aversão à atividade proposta. É crucial destacar esse resultado para informar outros professores de que tal reação pode ocorrer quando se sai da zona de conforto da abordagem tradicional de ensino e se adota metodologias diferentes. É compreensível que alguns alunos possam expressar repulção a determinadas atividades. A Figura 26 apresenta o relato dela em relação à atividade.

**Figura 26** – Resposta da aluna M.V a terceira questão do questionário de avaliação

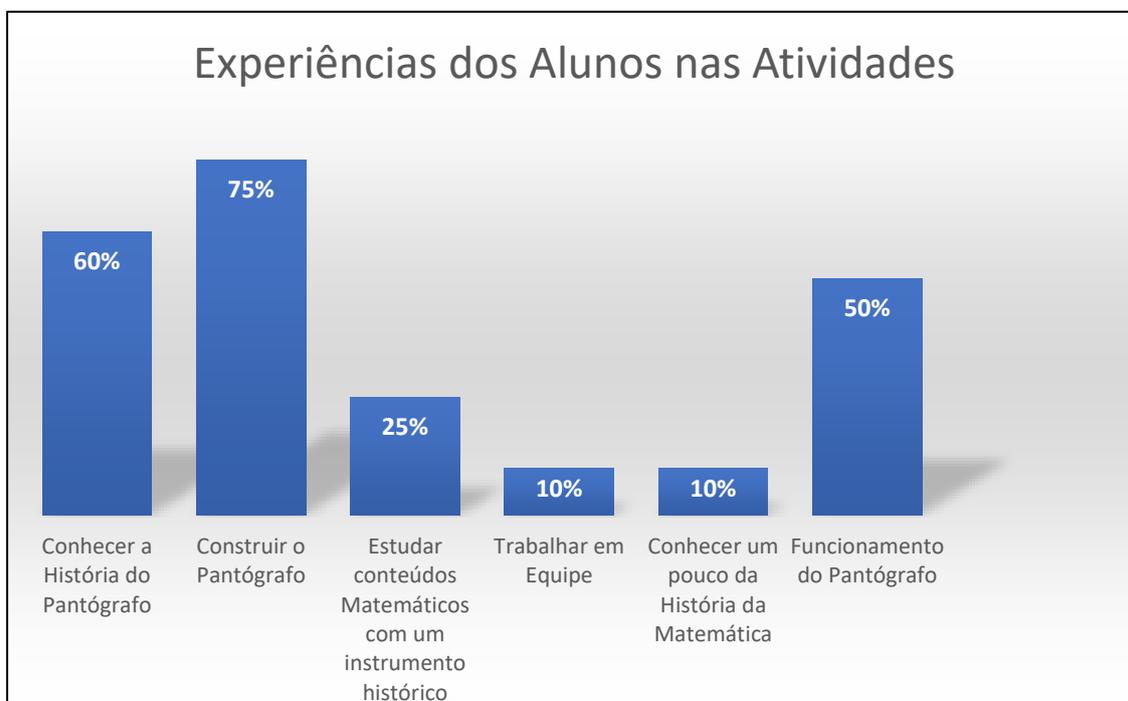
03. Você acredita que trazer atividades como esta para o ambiente escolar contribui para o seu aprendizado em Matemática? (COMENTE NO MÍNIMO 3 LINHAS)

*eu acho que atividades de imprimir acho que não aprende nada por que atividade que agente tira do livro agente aprende mais.*

Fonte: Elaborado a partir das respostas do questionário de avaliação

Diga uma experiência que você vivenciou na aplicação da atividade que impactou em seu aprendizado de matemática? Principalmente com relação a conhecer uma obra histórica e construir um objeto histórico como o pantógrafo. Esta foi a quarta pergunta feita no questionário de avaliação. Buscamos com esta indagação entender quais foram as experiências vivenciadas por nossos alunos na execução da atividade, como resposta apresentaremos este Gráfico 2 onde está listado as respostas feitas por eles. O percentual dos alunos não fecha os 100% pois alguns listaram mais de uma experiência que impactou seu aprendizado em Matemática.

**GRÁFICO 2** – Experiência dos alunos nas atividades

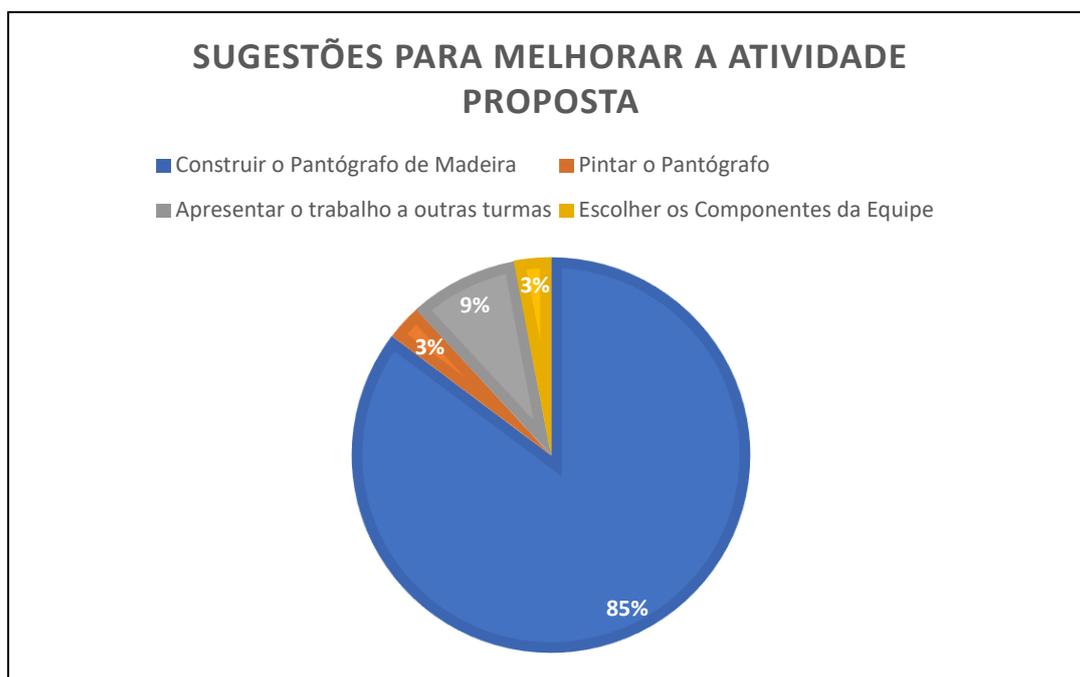


Fonte: Elaborado a partir das respostas do questionário de avaliação

Encerrando o questionário, formulou-se a seguinte pergunta: "Apresente uma sugestão para aprimorar a atividade proposta." Esperava-se uma variedade de sugestões

considerando o número de 34 alunos. No entanto, os resultados foram distintos das expectativas. A sugestão mais frequente foi a produção de um pantógrafo não em papelão, mas em madeira. Observou-se que essa preferência surgiu devido ao fato de que o modelo de madeira utilizado em sala de aula demonstrou resistência e desempenho eficiente nas atividades de desenho, ao contrário do modelo de papelão, que, mesmo com reforços, apresentou certa fragilidade. Outras sugestões foram listadas e inseridas no Gráfico 3 indicado abaixo.

**GRÁFICO 3** – Sugestões para melhorar a atividade proposta



Fonte: Elaborado a partir das respostas do questionário de avaliação

Este diagrama representou as recomendações dos estudantes para a melhoria na aplicação e execução da atividade proposta. A maioria da turma expressou a preferência por construir o gráfico utilizando madeira, devido à sua maior resistência. Além disso, a professora trouxe um modelo de madeira que eles apreciaram pela forma como realizavam os desenhos, levando a maioria da turma a concordar que seria mais vantajoso utilizar o material de madeira em vez do papelão.

A partir do que descrevemos, estruturamos um novo tópico que culmina com as apreensões da experiência de estabelecer uma investigação histórica a partir de uma obra histórica e desse ponto construir um instrumento refletindo sobre informações históricas da época e sobre o conhecimento matemático possível de ser estudado e explorado por meio da metodologia da investigação histórica. Dessa forma, no tópico

seguinte apresentamos nossa compreensão sobre uma possível resposta à nossa pergunta de pesquisa.

#### 4.1 ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DE UMA INVESTIGAÇÃO HISTÓRICA SOBRE O PANTÓGRAFO DE SCHEINER (1603) EM SALA DE AULA

Dedicados a abordar a problemática central de nossa pesquisa, que orientou todo o trabalho, visamos entender como uma investigação histórica sobre o Pantógrafo de Scheiner (1631) poderia enriquecer o processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos na Educação Básica. Para atingir nossos objetivos estabelecidos, seguimos todo o percurso da pesquisa até a realização das metas almejadas.

Introduzir a História da Matemática na sala de aula representou um desafio para a professora pesquisadora, uma vez que essa experiência ainda não havia sido vivenciada, refletindo uma situação comum a muitos educadores. Romper com a rotina e o familiar torna-se um desafio para muitos professores. Assim, a docente não apenas optou por incorporar a História da Matemática, mas também introduziu um artefato histórico, o Pantógrafo de Scheiner, no ambiente escolar, como uma forma já apontada em outras pesquisas como abordagem didática acerca do uso de informações históricas da matemática. Ao conduzir uma investigação histórica sobre esse objeto, ela adotou uma metodologia diferenciada, afastando-se da abordagem tradicional de aula que é tão comum atualmente.

Além disso, ao abandonar a abordagem tradicional de ensino e introduzir um artefato histórico em seu ambiente de trabalho, a professora e pesquisadora proporcionou aos alunos uma experiência única nas aulas de Matemática. O entusiasmo dos estudantes era evidente, manifestando-se pelo fato de aguardarem ansiosamente na entrada da sala de aula para descobrir os próximos passos da pesquisa. Cada fase do processo era uma novidade para eles, despertando maior interesse na assimilação dos conceitos geométricos. A etapa mais aguardada surgiu com a exposição de arte da história do Pantógrafo, tornando-os particularmente ansiosos para a construção de seu próprio artefato. Essa relíquia, até então desconhecida para eles, representava uma oportunidade única de aprendizado.

Outra participação significativa no avanço da pesquisa ocorreu durante a elaboração do pantógrafo. Os estudantes da turma foram organizados em grupos por meio de sorteio, o que promoveu uma integração entre os membros, considerando que alguns alunos não tinham tanta familiaridade com os outros. Durante a execução da

atividade, os alunos tiveram a oportunidade de vivenciar essa interação, sendo que, no questionário de percepção, destacaram esse aspecto como algo positivo para o grupo.

Ainda na construção do pantógrafo, os alunos tiveram a oportunidade de identificar conceitos previamente abordados em aulas anteriores, aplicando-os na construção do instrumento. Entre esses conceitos, destaca-se a compreensão de retas concorrentes e paralelas, a noção de ângulos e o aprendizado sobre as principais figuras geométricas, tais como quadrado, retângulo, triângulo e círculo. No uso do artefato, os alunos exploraram um tema ainda não abordado nas aulas, o qual foi a Homotetia. Nesse contexto, foram introduzidos os conceitos de ampliação e redução de figuras, assim como as propriedades de semelhança entre as figuras.

É também fundamental ressaltar a relevância da utilização de materiais manipuláveis de diversas formas em sala de aula. Esta abordagem possui grande importância no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, fato evidenciado ao longo de toda a pesquisa. No contexto específico da construção do pantógrafo, empregamos papelão, contudo, ao analisar as respostas do questionário, muitos alunos expressaram a preferência por materiais como madeira ou outros que conferissem maior resistência ao pantógrafo.

Essas foram algumas das contribuições que surgiram ao longo da execução deste trabalho de pesquisa na turma do 7º ano. Este projeto pode ser aplicado também nas séries do 6º ao 9º ano, especialmente aquelas que abordam temas relacionados à Geometria. Além disso, destaca-se a possibilidade de colaboração entre os professores de Matemática e História. Há uma conexão evidente entre essas disciplinas ao longo de toda a atividade, permitindo que o professor de História explore o contexto histórico vivenciado por Christopher Scheiner em suas aulas. Em conjunto com o professor de Matemática, pode-se lançar o desafio aos alunos de realizarem uma exposição de arte da obra de Scheiner para toda a escola, uma sugestão que pode fomentar resultados positivos no uso de metodologias que abordem informações históricas para o ensino e aprendizagem de Matemática.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entendemos que nossa pesquisa responde ao problema central deste estudo, que indaga: "Como uma investigação histórica sobre o Pantógrafo de Scheiner (1603) pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos na Educação Básica?" Para responder a essa pergunta, seguimos uma sequência de atividades propostas em uma abordagem didática. Inicialmente, realizamos uma exposição da obra histórica "*Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum*" de Scheiner (1631), tendo como base teórica que propõe a investigação histórica como metodologia didática para uso da História da Matemática em sala de aula os estudos de Mendes (2009). Posteriormente, dividimos a turma em equipes para abordar as questões da atividade proposta.

Durante a construção e utilização do instrumento sugerida pela atividade, foi possível explorar conteúdos geométricos muitas vezes negligenciados e não abordados, pois os coordenadores escolares na instituição participante da pesquisa frequentemente consideravam tais tópicos como desnecessários e pouco proveitosos para o aprendizado dos alunos. No entanto, nosso trabalho com a turma do 7º ano demonstrou o quão enriquecedor foi esse processo.

Dessa maneira, observamos que a investigação histórica sobre o Pantógrafo de Scheiner (1603) que desenvolvemos trouxe contribuições significativas para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos na Educação Básica. Isso se reflete na evasão da abordagem tradicional em sala de aula, frequentemente adotada por nossos professores. Consequentemente, houve um aumento do interesse dos alunos, facilitando o processo de ensino e aprendizagem, além de que, a divisão da turma em grupos promoveu uma maior interação entre os colegas, possibilitando a troca de experiências e conhecimentos, enriquecendo ainda mais a aquisição de aprendizado.

A utilização de materiais manipuláveis e a construção do artefato histórico, por sua vez, proporcionaram uma melhor assimilação dos conteúdos de Geometria propostos na grade curricular. Essa abordagem prática e contextualizada contribuiu para uma aprendizagem mais significativa e envolvente.

No que diz respeito aos objetivos estabelecidos, avaliamos que foram alcançados de maneira satisfatória. Realizamos uma discussão sobre as potencialidades didáticas relacionadas à incorporação da História da Matemática no ensino, fundamentada em uma revisão bibliográfica que abrangeu autores que exploram esse

tema. Além disso, buscamos compreender as oportunidades didáticas proporcionadas pelo uso de fontes históricas no ensino de Matemática.

Posteriormente, dedicamos esforços para identificar juntamente com os alunos os conceitos geométricos que emergiam a partir da construção, utilização e manipulação do pantógrafo de Scheiner. Desenvolvemos, assim, uma proposta didática destinada ao ensino de geometria em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental.

Por fim, no questionário de avaliação para enfim conhecer e estudar as contribuições da investigação histórica sobre a obra de Scheiner (1603) para o ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos obtivemos resultados positivos, pois os alunos responderam de maneira bastante favorável à atividade, indicando que a curiosidade, a criatividade, processos de autonomia e construção e conhecimento foi possível a partir do que foi proposto. Eles expressaram satisfação ao participar do desenvolvimento da atividade, conseguiram compreender de forma mais aprofundada o conteúdo de Geometria apresentado em sala de aula e demonstraram entusiasmo diante dessa nova metodologia de ensino.

## 5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Ao dar início a uma pesquisa, é fundamental entender os parâmetros do que será investigado, determinar a abordagem a ser adotada e responder a diversas perguntas decorrentes desse estágio inicial. Quando essas indagações estão centradas no tema "Ensino e Aprendizagem", surge uma responsabilidade significativa de buscar contribuições para a melhoria do processo educacional dos alunos. No nosso contexto, essa responsabilidade recai sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Nessa pesquisa, buscamos introduzir uma tendência educacional no ambiente escolar, a incorporação da História da Matemática. Nosso objetivo foi explorar as contribuições que essa abordagem poderia oferecer ao processo de ensino e aprendizagem dos conceitos geométricos para os alunos da Educação Básica, utilizando uma Investigação Histórica da obra de Scheiner (1603), que aborda a invenção do Pantógrafo.

Consideramos que existem diversas ferramentas disponíveis para aprimorar as aulas com adoção de metodologias e estratégias, sendo a História da Matemática uma delas. No entanto, sair da zona de conforto não é uma tarefa fácil, exige dedicação

intensa por parte do docente, mas os resultados obtidos podem compensar o esforço empregado.

Futuramente, temos a intenção de buscar e estudar textos históricos que possam abordar temas correlacionados aos dos livros didáticos, explorar outros artefatos históricos e continuar aprofundando leituras em materiais que discutam a História da Matemática como uma possibilidade didática. Nosso próximo passo será dedicar-se ao estudo do Papiro de Rhind, visto que nos livros de Ensino Fundamental esse artefato egípcio é apresentado e muitas vezes ignorado pelos professores e alunos, mas pode ser um grande instrumento que possibilite investigação e exploração em sala de aula.

Como pesquisadora, foi feito a submissão de um artigo, que foi um recorte desta dissertação, para a Revista Paranaense de Educação Matemática e pretendo desenvolver outros trabalhos com base nos resultados obtidos em minha pesquisa e redigir materiais que possam ser úteis a outros professores que estejam realizando leituras e pesquisando dentro dessa mesma linha de estudo.

## REFERÊNCIAS

- ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira; BATISTA, Irinéa de Lourdes. **Contribuições da história da matemática para a construção dos saberes do professor de matemática**. Bolema, Rio Claro, v.27, n.45, p.1-30, abr. 2013. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-636X2013000100002&lng=pt&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2013000100002&lng=pt&nrm=iso)>. Acesso em: 20/01/2023
- BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana**. Coleção do Professor de Matemática – Sociedade Brasileira de Matemática, 10. ed., 2006.
- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Trad. Luís Antero Reto; Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BARONI Rosa Lúcia Sverzut, TEIXEIRA, Marcos Vieira, NOBRE, Sérgio Roberto. **A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Orga.) Pesquisa em Movimento: Educação Matemática. São Paulo: Editora ABDR, pp. 164-185, 2004.
- BARROS, José D' Assunção. **Fontes Históricas** – uma introdução aos seus usos historiográficos. Petrópolis: Editora Vozes, 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.
- BITTENCOURT, Patrícia Mello. **Utilização do GeoGebra na construção de instrumentos: Pantógrafo**. 2020. 65 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional) – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2014.
- BRANDÃO, Ida. **Pantógrafo**. Ficha de Atividade. 2015. Disponível em: <[https://freewarenesite.files.wordpress.com/2016/03/pantografo\\_ficha\\_atividade.pdf](https://freewarenesite.files.wordpress.com/2016/03/pantografo_ficha_atividade.pdf)>. Acesso em : 29/05/2023.
- CHAQUIAM, Miguel. **Ensaio Temáticos: história e matemática em sala de aula**. SBEM-PA, Belém, 2017.
- D'AMBRÓSIO. U. **Etnomatemática: elo entre tradição e modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).
- DAMIANI, Magda Floriana; ROCHEFORT, Renato Siqueira; CASTRO, Rafael Fonseca; DARIZ, Marion Rodrigues; PINHEIRO, Silvia Siqueira. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, v. 45, p. 57-67, 2013. Disponível em: <http://www.repositorio.ufpel.edu.br/handle/prefix/5816>. Acesso em 24 mai. 2023.
- FAUVEL, John; MAANEN, John Van. **History in mathematics education: the ICMI study**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2009.

FLORES, Cláudia Regina. Cultura visual, visualidade, visualização matemática: balanços provisórios, propostas cautelares. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, p. 271-293, Número Temático 2010. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646665/13567>. Acesso em 25 mar. 2023.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática, 7º ano**/ Ed. renovada. São Paulo: FTD, 2018. Coleção a conquista da matemática.

LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Tendências em educação matemática**. Roteiro, Joaçaba, SC, n. 32, p. 49-61, jul. /dez. 1994. Disponível em [http://www1.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/lopes\\_borba\\_tendencias\\_em\\_94.pdf](http://www1.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/lopes_borba_tendencias_em_94.pdf). Acesso em 25 mar. 2023.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos da Metodologia Científica**. São Paulo: Editora Atlas, 2003.

MENDES, Iran Abreu. A investigação histórica na formação de professores de Matemática. **Revista Cocar (UEPA)**. Repositório institucional da UFSC, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160867>. Acesso em 03 jun. 2023.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica em sala de aula: um exercício De criatividade para a Matemática escolar**. Fortaleza/Ceará: 3º SIPEMAT(Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática). 2012. Disponível em: <https://www.proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/mesas/5/2.pdf>. Acesso em 10 mai. 2023

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM Miguel. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Belém: SBHMat. 2016.

MENDES, Iran Abreu. **História da matemática no ensino: entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas**. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Coleção História da Matemática para Professores).

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática: propostas e desafios**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Tendências em Educação Matemática).

MOREY, Bernadete. **Fontes Históricas nas salas de aula de Matemática: O que dizem os estudos internacionais**. Universidade Federal de Rio Grande do Norte-UFRN.

**Revista Brasileira de História da Matemática**.v. 13, p. 73-83, 2013. Disponível em: <https://rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/125>. Acesso em: 4 nov. 2023.

NOBRE, Sergio Roberto. A investigação científica em história da matemática em Portugal e no Brasil: a caminho para sua consolidação como área acadêmica. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2., ENCONTRO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2., Águas de São Pedro (SP), **Actas ...**, 1997. p. 1-7.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SILVA, Isabelle Coelho da . Definições e critérios para o uso de textos originais na articulação entre História e ensino de Matemática: Problema 56 do Papiro de Rhind. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.10, n. 2, p. 243-257, 2015.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SILVA, Isabelle Coelho da Silva; NOGUEIRA, Raniele Sampaio. ALVES, Francisco Régis Vieira. O uso de fontes na disciplina de História da Matemática: Problema 56 do Papiro de Rhind. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.10, n. 2, p. 243-257, 2015.

PEREIRA, Daniele Esteves. É possível utilizar fontes históricas nas aulas de matemática da educação básica?. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza (CE) 4, v. 4, n. 11, p. 93 – 104, 2017. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/42/59>. Acesso em 25 mar.2023.

REIS, Alcenir Soares dos; FROTA, Maria Guiomar da Cunha. **Guia básico para a elaboração do projeto de pesquisa**. Belo Horizonte, MG: UFMG, [200-]. Disponível em: <https://www.ufmg.br/proex/cpinfo/educacao/docs/06a.pdf>. Acesso em: 22 fev. 2023.

SANTOS, Dayene Ferreira dos. **O pantógrafo no ensino de conceitos geométricos à luz da educação matemática realística**. 2020. 133 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade de São Paulo Campus Butantã, São Paulo, 2020.

SAITO, Fumikazu. **História da Matemática na formação dos professores**. In: ENCONTRO DO CURSO DE MATEMÁTICA da FMU, 2., 2014. São Paulo, 2014.

SAITO, Fumikazu. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SCHEINER, Christopher. **Pantografice sev ars delineandi res qualibet per parallelogramum lineare sev cavum**. Romae: Ex. Typographia Ludouici Grignanin, 1631. Disponível em: < [https://archive.org/details/bub\\_gb\\_JS0ua5R80MYC](https://archive.org/details/bub_gb_JS0ua5R80MYC)> Acesso em 30 de março de 2023.

SANTOS, Dayene Ferreira dos. **O pantógrafo no ensino de conceitos geométricos à luz da educação matemática realística**. 2020. 133 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade de São Paulo Campus Butantã, São Paulo, 2020.

SILVA, Isabelle Coelho; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Definições e Critérios para o Uso de Textos Originais na Articulação entre História e Ensino de Matemática. **Bolema**, Campinas-SP, v. 35, n. 69, abr. 2021. Disponível em:< >. Acesso em 28 jul. 2023.

SILVA NETO, Benjamim Cardoso da. **Criatividade didática em dissertações e teses sobre História para o Ensino de Matemática** (1990-2018). 2021. 169f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2021.

SILVA NETO, Benjamim Cardoso da; MENDES, Iran Abreu. Algumas Abordagens sobre o Uso da História para o Ensino de Matemática em Pesquisas de Teses e Dissertações (1990-2018). In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA CIÊNCIA E DA TECNOLOGIA, 17., **Anais....**, Campina Grande (PB), 2020.

VALENTE, W. R. Oito temas sobre História da educação Matemática. **REMATEC**, Natal, v. 8, n.12, p. 22-50, jan-jun. 2013. Disponível em:  
<<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160384>> Acesso em: 24/05/2023.

VIANNA, Carlos Roberto. **Matemática e História**: algumas relações e implicações pedagógicas. 228 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

XAVIER, Erica da Silva. O uso das fontes históricas como ferramentas na produção de conhecimento histórico: a canção como mediador. **Antíteses**, v. 3, n. 6, jul.-dez. de 2010, p. 1097-1112. Disponível em:  
< <http://www.uel.br/revistas/uel/index.php/antiteses>> Acesso em: 14/06/2023.

## APÊNDICE 1 – ATIVIDADE PROPOSTA

1. Leia o texto sobre a obra "*Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum*" e responda os itens abaixo:

A obra *Pantograpice sev ars delineando res qualibet per parallelogramun lineare sev cavum* tem como tradução Pantógrafo e a arte de desenhar por paralelogramo, é um livro escrito por Christoph Scheiner, redigido em latim, idioma que, embora extinto como meio de comunicação no dia a dia, serviu como veículo para essa obra. Este manuscrito retrata a invenção do pantógrafo por Scheiner em 1603, mesmo que a publicação do livro só tenha ocorrido em 1631. Scheiner relata a história que o conduziu à concepção do perspectógrafo e, por conseguinte, do pantógrafo.

Pintura de Christoph Scheiner



FONTE: <https://www.astromia.com/biografias/scheiner.htm>. Acessado em 28/08/2023.

O autor narra em seu livro que em 1603, na Academia da Nação Sueca localizada em Dillingen na Alemanha, houve um incidente envolvendo o pintor Pierre Gregoire (1540-1597). Esse episódio ocorreu após Gregoire ter desenvolvido um instrumento que notavelmente melhorou suas capacidades de desenho e culminou em uma discussão com Scheiner. Esse fato atraiu a atenção de Scheiner em querer conhecer este instrumento,

no entanto, Gregoire recusou-se a compartilhar seu conhecimento, foi quando Scheiner decidiu fazer vários estudos até inventar o pantógrafo.

A. Com base no texto estudado, o que incentivou Christoph Scheiner a inventar o instrumento de desenhar chamado pantógrafo?

---

---

---

B. Porque na época que Gregorie descobriu o perpectógrafo, segundo a sua percepção, todos consideraram aquela descoberta como sendo algo divino?

---

---

---

---

C. Você acredita que nos dias atuais, o pantógrafo já possui versões mais aprimoradas? Justifique sua resposta.

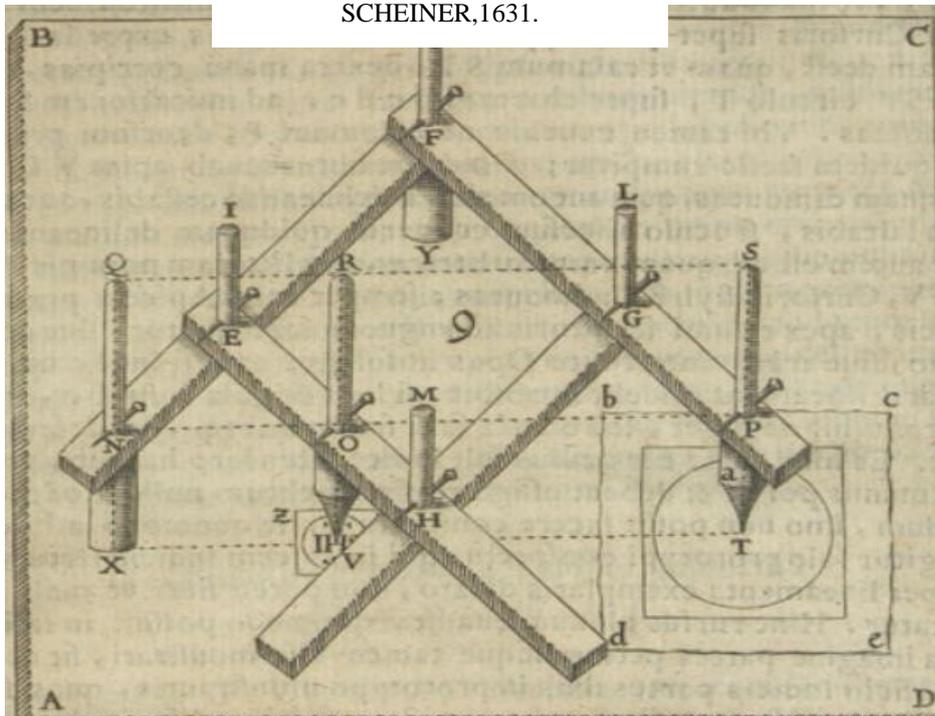
---

---

---

2. Agora que já fizemos uma breve apresentação sobre a obra que trata da invenção do pantógrafo por Christoph Scheiner, vamos produzir nosso próprio pantógrafo a partir dos passos descritos no manual do estudante abaixo, mas primeiramente estaremos apresentando uma ilustração do pantógrafo em 1603.

PANTÓGRAFO DE  
SCHEINER, 1631.



Vamos lá, mãos à obra, ou melhor, no pantógrafo

## PASSO A PASSO PARA CONSTRUÇÃO

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

- 2 faixas de papelão 30cm x 2cm com 3 furos sendo dois, um em cada extremidade e outro no eixo central da peça;
- 2 faixas de papelão 15x2cm com 2 furos sendo um em cada extremidade;
- 9 círculos de papelão com 2 cm de diâmetro;
- 4 palitos dentais;
- 1 prendedor de madeira ou plástico;
- Um cubo vasado de papelão 4x4cm para servir de ponto fixo.
- Lápis, estilete, régua e tesoura;
- Cola de Contato.

### MODO DE MONTAGEM

1º Passo: Vamos conectar as peças de 30x2cm nas extremidades, utilizando palitos dentais e dois pequenos círculos de papelão.

2º Passo: Em seguida, iremos unir as peças de 15x2cm ao orifício central da peça de 30x2cm, criando assim um paralelogramo, empregando novamente os palitos e os círculos restantes. Importante notar que é necessário reservar um palito de 4cm de altura para delinear a figura que pretendemos desenhar.

3º Passo: Em uma das extremidades, posicionaremos o cubo, que servirá como ponto de fixação do pantógrafo.

4º Passo: Na outra extremidade, usaremos o prendedor para segurar o lápis e executar o desenho desejado.

3. Responda algumas curiosidades apresentadas após a construção do pantógrafo de Scheiner (1603), usando em consideração os conhecimentos geométricos já obtidos.

a) Quais as figuras geométricas você consegue observar na construção do pantógrafo?

---

---

b) Quantas hastes compõe o pantógrafo?

---

c) Quais são as partes do pantógrafo?

---

d) Agora que você construiu o pantógrafo e está usando, por que você acredita que o Livro de Scheiner (1631) recebeu o nome após tradução de pantógrafo e a arte de desenhar com paralelogramos?

---

---

---

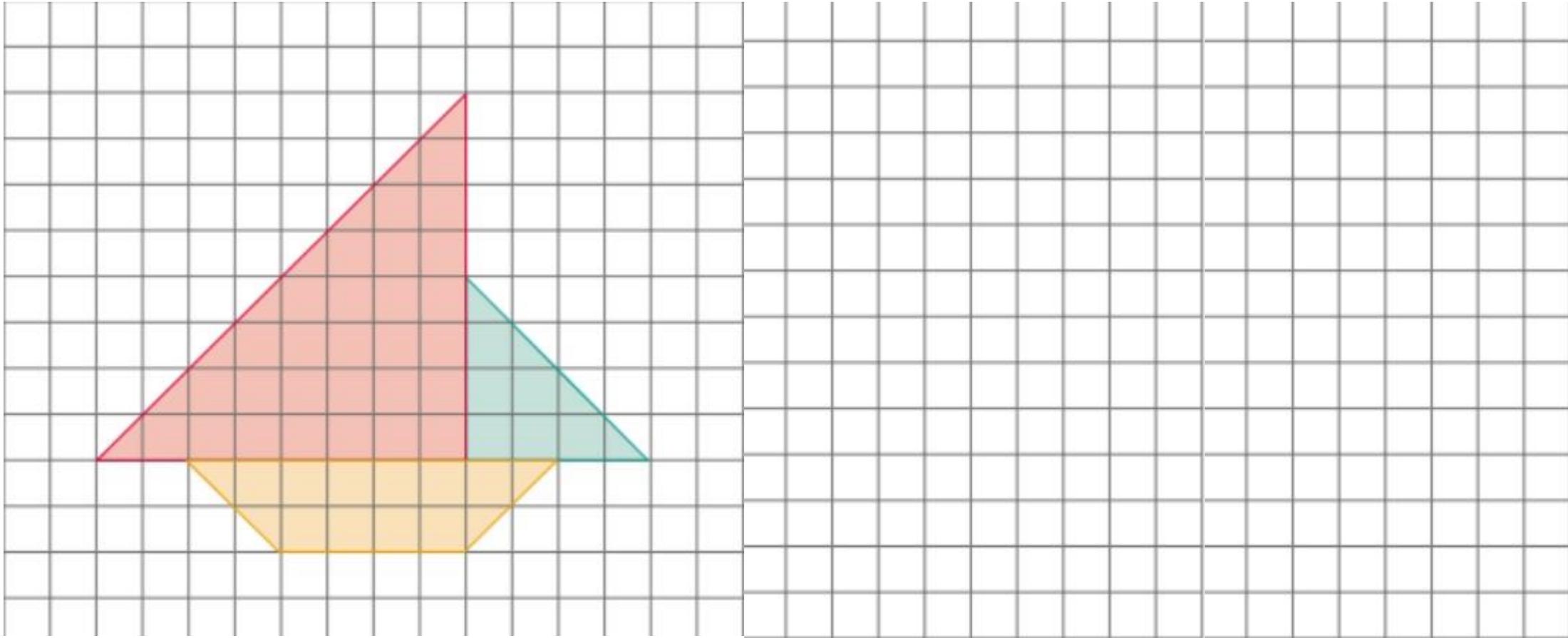
---

e) Qual a relação que podemos encontrar entre os dois triângulos menores e o triângulo maior no pantógrafo?

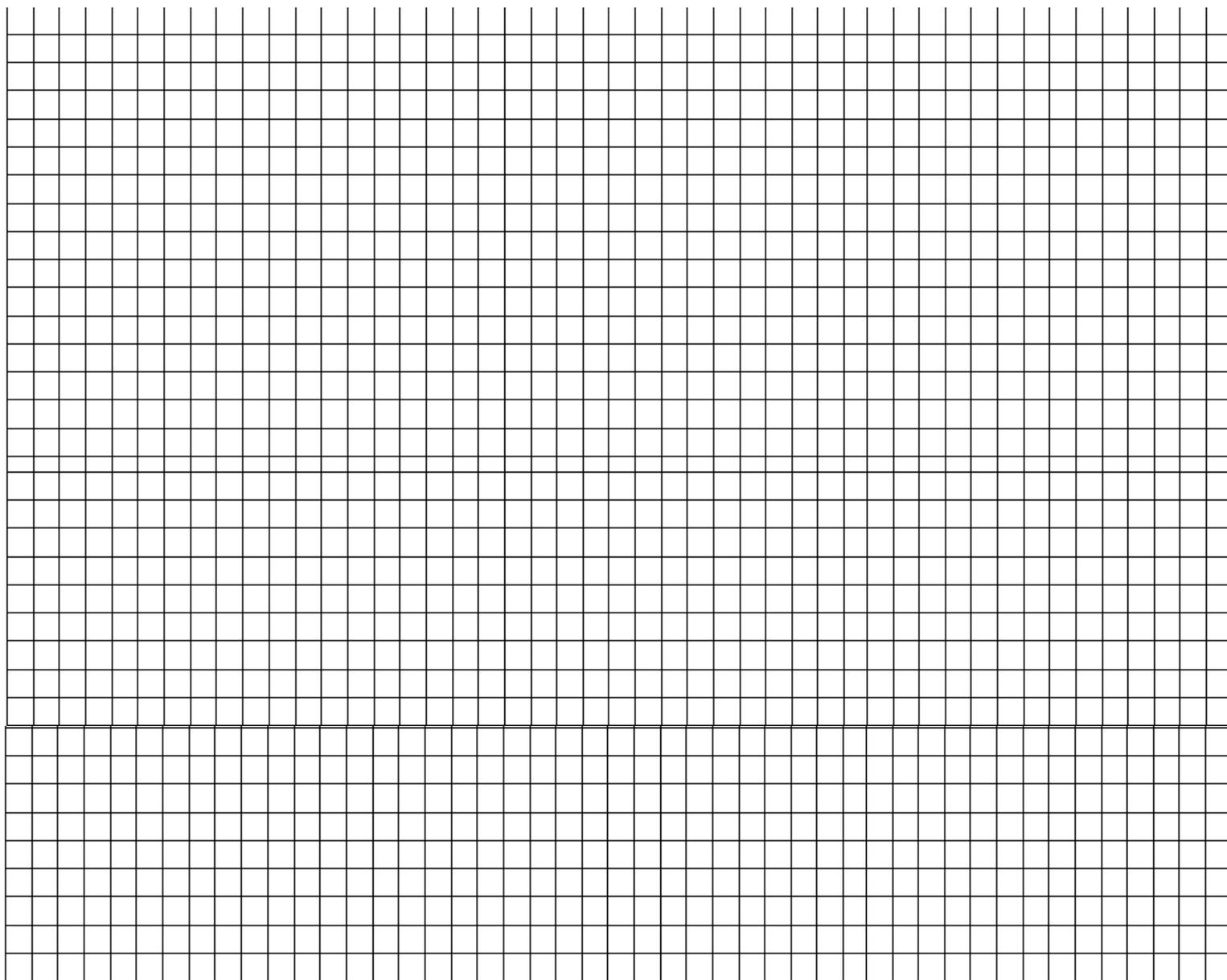
---

---

4. O pantógrafo é uma ferramenta que permite ampliar ou reduzir figuras, mantendo a proporção original. Com base nisso, construa uma ampliação de fator 2 da figura a seguir na mesma malha quadriculada usando o pantógrafo construído.

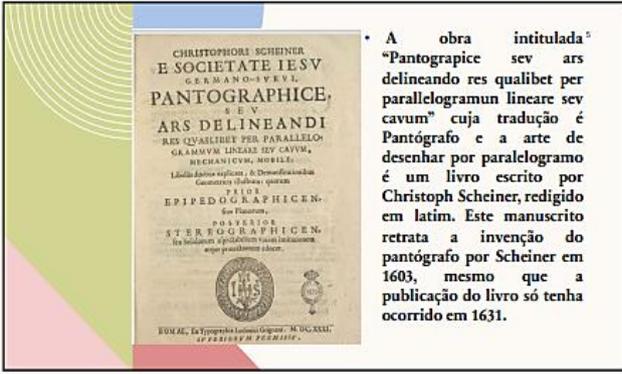


5. O pantógrafo de Scheiner(1631) representou um avanço significativo em sua época, permitindo a ampliação e redução de figuras geométricas. Para ilustrar esse processo, crie uma figura geométrica simples, pode ser um triângulo, e demonstrar os passos para sua ampliação e redução usando o seu pantógrafo construído. Depois comente como foi esta experiência.

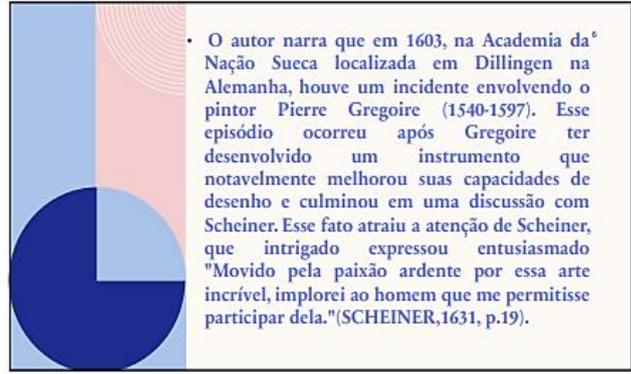


## APÊNDICE 2 – EXPOSIÇÃO DE ARTE





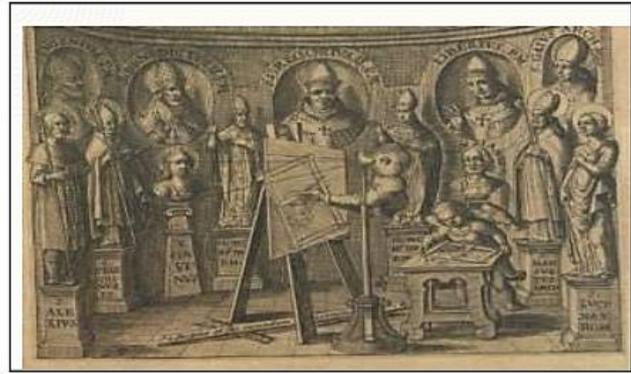
- A obra intitulada "Pantographic seu ars delineando res qualibet per parallelogramum lineare seu cavum" cuja tradução é Pantógrafo e a arte de desenhar por paralelogramo é um livro escrito por Christoph Scheiner, redigido em latim. Este manuscrito retrata a invenção do pantógrafo por Scheiner em 1603, mesmo que a publicação do livro só tenha ocorrido em 1631.



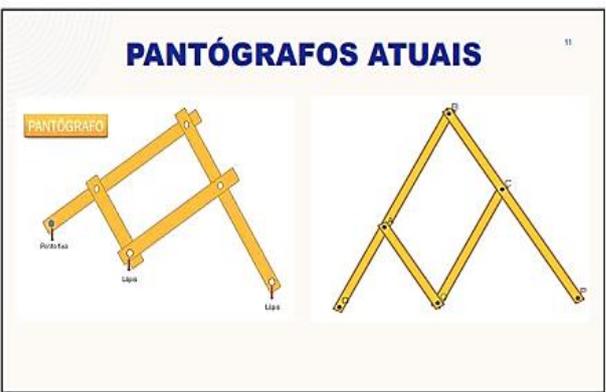
- O autor narra que em 1603, na Academia da Nação Sueca localizada em Dillingen na Alemanha, houve um incidente envolvendo o pintor Pierre Gregoire (1540-1597). Esse episódio ocorreu após Gregoire ter desenvolvido um instrumento que notavelmente melhorou suas capacidades de desenho e culminou em uma discussão com Scheiner. Esse fato atraiu a atenção de Scheiner, que intrigado expressou entusiasmo "Movido pela paixão ardente por essa arte incrível, implorei ao homem que me permitisse participar dela."(SCHEINER,1631, p.19).



- No entanto, Gregoire recusou-se a compartilhar seu conhecimento, argumentando que considerava essa arte tão sublime que não podia permitir que fosse igualada ou tratada superficialmente. Ele enfatizou que essa arte não deveria ser considerada de origem humana; ao contrário, ele acreditava que era uma revelação divina aos mortais, algo a ser preservado em sua essência sagrada. Portanto, Gregoire se absteve de compartilhar sua descoberta, pois ela emanava de uma fonte divina e não deveria ser tratada de maneira trivial (SCHEINER, 1631).



Após a recusa de Gregoire em compartilhar seus segredos sobre a técnica de desenho com Scheiner, este se sente desafiado e embarcou em um período de estudos, que como resultado desenvolveu um instrumento capaz de copiar, ampliar e reduzir desenhos, o pantógrafo. Para muitos, o que Scheiner havia descoberto também havia sido resultado de inspiração divina em que é ilustrado o pantógrafo sendo operado por uma figura angelical.



**Fim**

Obrigado pela atenção!!

**APÊNDICE 3 – QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE DIDÁTICA PROPOSTA**

**01. O que você achou de participar da atividade proposta que envolve a História da matemática na construção e uso do pantógrafo e os conteúdos correlatos? (COMENTE NO MÍNIMO 2 LINHAS)**

---

---

---

---

**02. A experiência de trabalhar esta atividade em grupo foi satisfatória ou você preferiria ter desenvolvido a atividade individual? Por quê?**

---

---

---

**03. Você acredita que trazer atividades como esta para o ambiente escolar contribui para o seu aprendizado em Matemática? (COMENTE NO MÍNIMO 3 LINHAS)**

---

---

---

---

**04. Diga uma experiência que você vivenciou na aplicação da atividade que impactou em seu aprendizado de matemática? Principalmente com relação a conhecer uma obra histórica e construir um objeto histórico como o pantógrafo.**

---

---

---

**05. Cite uma sugestão do que poderia ser feito para melhorar a atividade proposta.**

## ANEXO A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



### Termo de Autorização da Instituição

Eu, **Francisco das Chagas dos Santos Martins**, gestor escolar da **Escola Municipal Maria Barbosa**, localizada na Avenida Cândido Muniz, nº 76, centro, Arraial – PI, autorizo a realização do estudo, **Contribuições de uma investigação histórica sobre o Pantógrafo de Scheiner (1603) para o ensino de Geometria na Educação Básica**, a ser conduzido pelos pesquisadores relacionados abaixo. Fui informado pela responsável do estudo, a mestrandia Francisca Rodrigues Borges, sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas na instituição a qual representamos. O objetivo principal da pesquisa é apresentar as contribuições que uma investigação sobre o pantógrafo de Scheiner trará no contexto escolar para o ensino de Geometria na Educação Básica.

O estudo será desenvolvido da seguinte forma: **8 aulas de 50 minutos nas quais serão divididos em quatro momentos**: O primeiro momento envolverá a apresentação da obra de Scheiner e terá uma extensão de duas aulas, cada uma com uma duração de 50 minutos. No segundo momento, prosseguiremos com a implementação da proposta, o que requererá um total de duas aulas, cada uma com a mesma duração de 50 minutos. No terceiro momento, dedicaremos tempo a uma exposição teórica dos conceitos relacionados à utilização e construção do pantógrafo, abrangendo um total de duas aulas, novamente com 50 minutos cada. Posteriormente, no quarto momento, procederemos à aplicação de um questionário, o qual igualmente ocupará um período de duas aulas, com duração de 50 minutos cada.

Declaro ainda que, os pesquisadores devem estar cientes e sujeitos ao regulamento da instituição para acesso a ambientes, profissionais, pacientes e bancos de dados (considerando o que apregoa a Lei Geral de Proteção de Dados no tocante a dados pessoais e dados pessoais sensíveis), além da observância das regras de biossegurança, até o término da pesquisa, sob pena da retirada da autorização, sem aviso prévio. Declaro ainda ter lido, conhecer e cumprir as Resoluções Éticas Brasileiras, em especial a Resolução CNS 466/12 e a CNS 510/16. Esta instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos participantes de pesquisa nela recrutados, possibilitando condições mínimas necessárias para a garantia de tal segurança e bem-estar.

Arraial - PI, 24 de outubro de 2023.

Francisco das Chagas dos Santos Martins

Portaria 006/2022

Francisco das C. dos S. Martins

DIRETOR

PORTARIA 094/2022

#### Lista Nominal de Pesquisadores:

Mestranda: Prof. Francisca Rodrigues Borges

Orientador: Prof. Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto.

Coorientador: Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto

## ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

Prezado(a)!

Este termo de consentimento se direciona aos senhores pais ou senhores responsáveis pelo(a) aluno(a) \_\_\_\_\_ no sentido de consentir a participação do(a) aluno(a) na pesquisa intitulada **Contribuições de uma investigação histórica sobre o Pantógrafo de Scheiner (1603) para o ensino de Geometria na Educação Básica** desenvolvida no **Programa De Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)** do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI) – Campus Floriano. A pesquisa é desenvolvida pela mestranda **Francisca Rodrigues Borges** tendo por orientador o Prof. Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto e coorientador o Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto para fins de desenvolvimento de dissertação de mestrado.

A pesquisa ocorrerá na Escola Municipal Maria Barbosa, localizada na Avenida Cândido Muniz, nº 76, centro, Arraial – PI, com os(as) alunos(as) de uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental. Ressaltamos que, todos os custos envolvidos na pesquisa serão arcados pelo pesquisador. Os nomes dos pais e dos(as) alunos(as), assim como identificações pessoais e/ou profissionais não serão utilizadas ou identificadas nos textos iniciais e nem finais da pesquisa. Serão coletadas imagens dos(as) alunos(as) (as imagens que proporcionarem identificação serão borradas), registros escritos dos(as) alunos(as), anotações, respostas de questionários, áudios de gravações, não permitindo reconhecimento dos sujeitos envolvidos. A pesquisa é livre de quaisquer compensações financeiras e não gerará algum ganho ou gasto para os envolvidos.

É assegurado o direito de se manter informado(a) sobre os resultados parciais e finais, os quais poderão ser publicados em eventos ou periódicos científicos, mantendo-se o anonimato dos(as) participantes. Assegura-se também a liberdade de retirada do consentimento e do assentimento em qualquer etapa da pesquisa, sem prejuízo à continuidade do atendimento pela instituição em que a pesquisa ocorre e que o(a) aluno(a) estuda. Para tanto, poderá solicitar a retirada da participação de seu (sua) pessoa menor de idade, entrando em contato com a equipe de pesquisa através dos dados informados abaixo.

Você aceita a participação de \_\_\_\_\_ nesta pesquisa?

SIM ( ) NÃO ( )

### Dados da pesquisa

**Título:** Contribuições de uma investigação histórica sobre o Pantógrafo de Scheiner (1603) para o ensino de Geometria na Educação Básica.

**Objetivo:** Introduzir a construção e manipulação do pantógrafo de Scheiner no contexto escolar, visando superar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes em relação aos conceitos de semelhança, proporcionalidade e congruência.

### Duração de participação dos alunos sujeito da pesquisa:

O primeiro momento envolverá a apresentação da obra de Scheiner e terá uma extensão de duas aulas, cada uma com uma duração de 50 minutos. No segundo momento, prosseguiremos com a implementação da proposta, o que requererá um total de duas aulas, cada uma com a mesma duração de 50 minutos. No terceiro momento, dedicaremos tempo a uma exposição teórica dos conceitos relacionados à utilização e construção do pantógrafo, abrangendo um total de duas aulas, novamente com 50 minutos cada. Posteriormente, no quarto momento, procederemos à aplicação de um questionário, o qual igualmente ocupará um período de duas aulas, com duração de 50 minutos cada.

### Equipe de pesquisa:

Prof. Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto (IFMA) – Orientador

Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto - Coorientador

Prof. Mestranda: Francisca Rodrigues Borges – (IFPI)

### Declarações

Eu \_\_\_\_\_  
declaro que obtive de forma apropriada e voluntária o Termo de Consentimento Livre e  
Esclarecido desta pesquisa para participação de  
\_\_\_\_\_ na pesquisa.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do Responsável

Eu \_\_\_\_\_  
tendo a participação consentida por responsável, declaro que obtive de forma apropriada e

voluntária o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assino o presente documento sobre minha participação nesta pesquisa.

---

Assinatura do aluno participante

Eu **Francisca Rodrigues Borges** declaro que todas as informações acerca da pesquisa poderão ser repassadas aos responsáveis e aos alunos envolvidos no desenvolvimento da pesquisa.

---

Assinatura do responsável pela pesquisa

Francisca Rodrigues, e-mail: [franciskinhaborges@gmail.com](mailto:franciskinhaborges@gmail.com) e  
caflo.2022114pmat17@aluno.ifpi.edu.br, Rua Raimundo Bembem, 295, Bairro Torres, Arraial – PI, CEP  
64.480-000.

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí, Rua Francisco Urquiza Machado, 462,  
Bairro Meladão, Floriano/PI, CEP 64.800-000.

Arraial - PI, 17 de outubro de 2023.