



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**

Centro de Educação e Humanidades

Faculdade de Formação de Professores

Elenise Zaccur Araujo

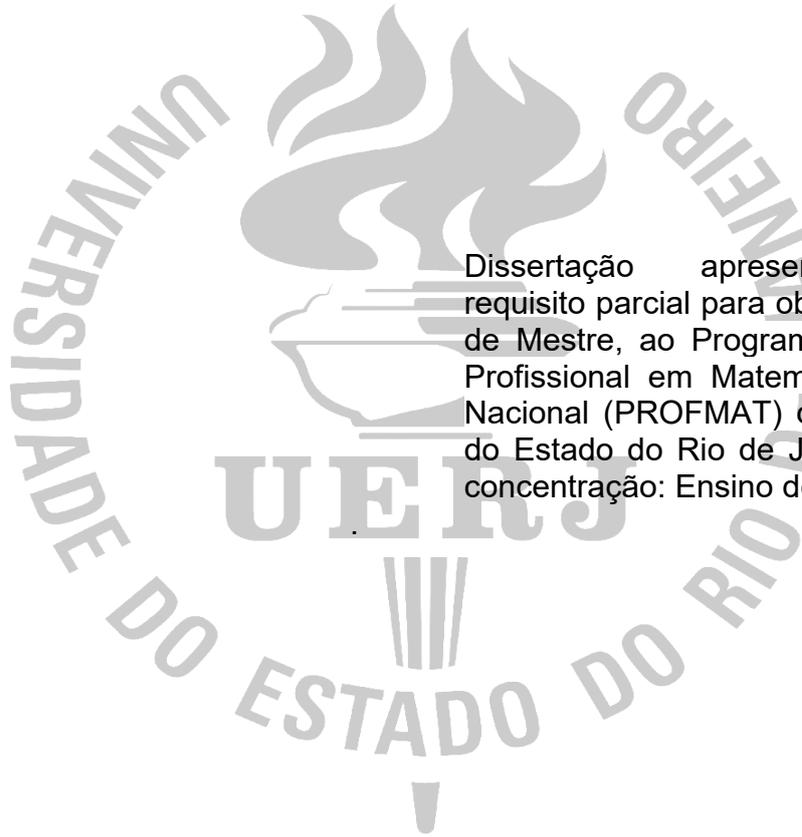
**Sobre a construção de estratégias para o ENEM com base na  
Teoria de Resposta ao Item**

São Gonçalo

2023

Elenise Zaccur Araujo

**Sobre a construção de estratégias para o ENEM com base na Teoria de  
Resposta ao Item**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Marcele Câmara de Souza

Coorientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Priscila Cardoso Petito

São Gonçalo

2023

## CATALOGAÇÃO NA FONTE

UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CEH/D

A663 TESE	Araujo, Elenise Zaccur. Sobre a construção de estratégias para o ENEM com base na Teoria de Resposta ao Item / Elenise Zaccur Araujo. – 2023. 104f.  Orientadora: Prof. <sup>a</sup> Dra. Marcele Câmara de Souza. Coorientadora: Prof. <sup>a</sup> Dra. Priscila Cardoso Petito. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Formação de Professores.  1. Exame Nacional do Ensino Médio (Brasil) – Teses. 2. Matemática (Ensino médio) – Teses. 3. Psicometria – Teses. I. Souza, Marcele Câmara de. II. Petito, Priscila Cardoso. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Formação de Professores. IV. Título.  CRB7 – 6150 CDU 371.26(81)
--------------	---

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese, desde que citada a fonte.

---

Assinatura

---

Data

Elenise Zaccur Araujo

**Sobre a construção de estratégias para o ENEM com base na Teoria de  
Resposta ao Item**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em 26 de setembro de 2023.

Banca Examinadora:

---

Prof.<sup>a</sup> Dra. Marcele Câmara de Souza (Orientadora)  
Faculdade de Formação de Professores – UERJ

---

Prof.<sup>a</sup> Dra. Priscila Cardoso Petito (Coorientadora)  
Faculdade de Formação de Professores – UERJ

---

Prof. Dr. Marcello Montillo Provenza  
Faculdade de Formação de Professores – UERJ

---

Prof. Dr. Carlos Eduardo Mathias Motta  
Universidade Federal Fluminense

São Gonçalo

2023

## DEDICATÓRIA

Aos meus pais, pela minha formação;

Aos meus filhos e marido, pelo apoio e incentivo;

Aos meus alunos, pelas inquietudes que me levaram até aqui.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por permitir a conclusão de mais uma formação.

Às professoras Marcele Câmara de Souza e Priscila Cardoso Petito, pelas orientações necessárias para a elaboração desta pesquisa.

Ao corpo docente desta universidade, pelo conhecimento adquirido ao longo do curso.

Aos colegas de curso, pelos momentos de colaboração.

Aos meus queridos alunos, pelos questionamentos que me levaram a concretizar este trabalho.

## RESUMO

ARAÚJO, Elenise Zaccur. *Sobre a construção de estratégias para o ENEM com base na Teoria de Resposta ao Item*. 2023. 104f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Faculdade de Formação de Professores, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2023.

Esta pesquisa visa oportunizar reflexões sobre a Teoria de Resposta ao Item (TRI) como uma ferramenta para desenvolver estratégias que facilitem a transição de estudantes do ensino médio para o ensino superior, concentrando-se no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Utilizando uma abordagem que combina métodos quantitativos e análises qualitativas, respaldada por uma pesquisa bibliográfica sólida, a pesquisa buscou compreender a percepção dos estudantes em relação à TRI e ao método de avaliação empregado no ENEM. A complexidade da TRI e a escassez de explicações acessíveis tendem a contribuir para a dificuldade dos estudantes em compreender o método de avaliação. Como proposta de ação diante disso, foi desenvolvido um conjunto de perguntas e respostas destinadas a abordar as dúvidas mais comuns relacionadas à TRI e ao cálculo das notas no ENEM. Esses recursos práticos visam apoiar estratégias pedagógicas que auxiliem os estudantes na preparação para o exame. Além disso, este estudo incluiu a análise de algumas questões do ENEM de acordo com a TRI, demonstrando como a teoria é aplicada na prática. Esta pesquisa destaca a importância de capacitar os estudantes do ensino médio com conhecimento sobre a TRI e seus efeitos no ENEM, permitindo que enfrentem o exame com maior confiança e compreensão. A tradução de conceitos complexos em linguagem acessível é essencial para que os alunos possam se preparar de forma fundamentada teoricamente e eficaz, além de possibilitar ao docente ter acesso às orientações específicas para abordar variados tipos de questões e melhorar as chances de seus alunos obterem notas mais altas.

Palavras-chave: ENEM; ensino médio; preparação para avaliação em larga escala; Teoria de Resposta ao Item.

## ABSTRACT

ARAÚJO, Elenise Zaccur. *Building strategies for the ENEM based on the Item Response Theory*. 2023. 104f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Faculdade de Formação de Professores, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2023.

This research aims to provide opportunities for reflections on Item Response Theory (IRT) as a tool to develop strategies that ease the transition of high school students to higher education, with a particular focus on the National High School Examination (ENEM). Utilizing an approach that combines quantitative methods and qualitative analyses, supported by a robust literature review, the research sought to understand students' perceptions regarding IRT and the evaluation method employed in the ENEM. The complexity of IRT and the scarcity of accessible explanations tend to contribute to students' difficulties in comprehending the evaluation method. As a proposed course of action, a set of questions and answers was developed to address common doubts related to IRT and score calculation in the ENEM. These practical resources aim to support pedagogical strategies that assist students in preparing for the exam. Additionally, this study included the analysis of some ENEM questions according to IRT, demonstrating how the theory is applied in practice. This research underscores the importance of equipping high school students with knowledge about IRT and its effects on the ENEM, enabling them to approach the exam with greater confidence and understanding. Translating complex concepts into accessible language is essential for students to prepare in a theoretically sound and effective manner, in addition to enabling the teacher to have access to specific guidelines to address various types of issues and improve the chances of their students obtaining higher grades.

Keywords: ENEM; high school; preparation for large-scale assessment; Item Response Theory.

## SUMÁRIO

	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	9
1	<b>PSICOMETRIA: CONCEITOS E TEORIAS</b> .....	13
1.1	<b>Teoria Clássica do Teste e Teoria de Resposta ao Item</b> .....	14
2	<b>ENEM E O MODELO TRI</b> .....	24
2.1	<b>Cálculo da nota no ENEM por meio da TRI</b> .....	25
2.1.1	<u>Características psicométricas dos itens</u> .....	27
2.1.1.1	Discriminação (parâmetro de discriminação) .....	27
2.1.1.2	Grau de dificuldade (parâmetro de dificuldade) .....	28
2.1.1.3	Resposta correta dada ao acaso (parâmetro de acerto casual) ....	29
2.1.2	<u>Estimação dos parâmetros</u> .....	30
2.1.3	<u>Curva Característica do Item (CCI)</u> .....	32
2.1.4	<u>Escala de proficiência</u> .....	35
2.1.5	<u>Cálculo das proficiências dos participantes</u> .....	39
2.2	<b>Comportamento dos parâmetros no modelo TRI</b> .....	39
2.2.1	<u>Análise da questão 175 da prova de matemática do ENEM 2022</u> .	42
2.2.2	<u>Análise da questão 165 da prova de matemática do ENEM 2022</u> .	44
2.2.3	<u>Análise da questão 164 da prova de matemática do ENEM 2022</u> .	46
2.2.4	<u>Análise da questão 179 da prova de matemática do ENEM 2022</u> .	48
2.2.5	<u>Análise da questão 160 da prova de matemática do ENEM 2022</u> .	50
2.2.6	<u>Análise da questão 152 da prova de matemática do ENEM 2022</u> .	52
2.2.7	<u>Análise da questão 137 da prova de matemática do ENEM 2022</u> .	54
3	<b>DESVENDANDO O ENEM</b> .....	58
3.1	<b>A nota do ENEM é chamada de proficiência?</b> .....	60
3.2	<b>A nota do ENEM é calculada pela quantidade de acertos? .....</b>	61
3.3	<b>Acertando a mesma quantidade de questões, dois participantes poderão ter notas diferentes?</b> .....	61
3.4	<b>É possível identificar no ENEM os itens que são fáceis, medianos ou difíceis?</b> .....	66

3.5	<b>As questões do ENEM estão dispostas no caderno de prova por ordem de dificuldade, ou seja, da mais fácil para a mais difícil?</b> .....	66
3.6	<b>Se um respondente errar todas as 45 questões de uma área, então sua nota nesta área será zero?</b> .....	67
3.7	<b>Se não souber responder à questão, é melhor chutar do que deixá-la em branco?</b> .....	68
3.8	<b>É melhor resolver as questões difíceis primeiro?</b> .....	69
3.9	<b>É possível identificar itens respondidos no chute?</b> .....	69
3.10	<b>Há uma quantidade exata de questões fáceis, medianas e difíceis?</b> .....	70
3.11	<b>Acertando a mesma quantidade de questões em uma determinada área em anos distintos de aplicação, as notas serão distintas?</b> .....	71
3.12	<b>As questões do ENEM são testadas previamente?</b> .....	71
3.13	<b>Dois itens com a mesma habilidade, podem ter graus de dificuldade diferentes?</b> .....	72
	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	73
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	75
	<b>APÊNDICE A</b> – Questionário aplicado aos 80 estudantes concluintes do ensino médio .....	77
	<b>APÊNDICE B</b> – Respostas do questionário disponibilizado no Apêndice A .....	79
	<b>APÊNDICE C</b> – Menores e maiores proficiências dos examinandos do ENEM 2022 em Matemática e suas Tecnologias .....	82
	<b>ANEXO A</b> – Matriz de referência de matemática e suas tecnologias .....	83
	<b>ANEXO B</b> – Objetos de conhecimento associados às matrizes de referência de matemática e suas tecnologias .....	86
	<b>ANEXO C</b> – Parâmetros da prova de matemática e suas tecnologias, caderno azul, aplicação regular, ENEM 2022 .....	87
	<b>ANEXO D</b> – Prova de matemática e suas tecnologias, caderno azul, aplicação regular, ENEM 2022 .....	88
	<b>ANEXO E</b> – Mapa de Itens divulgado pelo INEP .....	101

## INTRODUÇÃO

Compreender os princípios da Teoria de Resposta ao Item (TRI) permite ao professor identificar as habilidades e conhecimentos específicos que são avaliados e valorizados nas provas em larga escala, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Ao alinhar as estratégias de abordagem de avaliações em larga escala, como o ENEM, aos padrões e características da TRI, os alunos são preparados para enfrentar os desafios dessas avaliações de maneira mais segura e confiante. Em um cenário de escola pública, essa pode ser a diferença entre conseguir ingressar no ensino superior em uma universidade gratuita e de qualidade ou não conseguir acessá-las. Neste sentido, a compreensão da TRI permite ao professor oferecer aos alunos orientações específicas sobre como abordar os diferentes tipos de questões e maximizar suas chances de obterem pontuações mais altas. Essa preparação focada na TRI não apenas contribui para o sucesso dos alunos nessas avaliações, mas também desenvolve habilidades de pensamento crítico, análise e resolução de problemas, que são valiosas para sua trajetória educacional e profissional. Ter estratégia de ação é uma conduta desejável na vida, não somente na trajetória acadêmica.

Com base na minha experiência como professora de matemática desde 1992, principalmente com alunos do terceiro ano do ensino médio, foi se engendrando uma preocupação crescente em orientar os alunos sobre questões relacionadas aos vestibulares e ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Além de focar no conteúdo matemático, havia a necessidade de orientá-los sobre os métodos que podem influenciar positivamente o desempenho nessas avaliações. É possível que a inquietação no recorte do cenário descrito possa ser fator comum com diversos outros docentes que vivem situações parecidas.

Até então, os principais vestibulares do país utilizavam métodos de avaliação relativamente simples para determinar as notas dos candidatos, e não havia uma preocupação explícita em explicar aos estudantes como essas médias eram calculadas. No entanto, em 2009, o ENEM, um dos principais vestibulares do país, adotou uma nova abordagem ao introduzir a Teoria de Resposta ao Item (TRI) como método matemático para o cálculo das notas dos participantes.

Particularmente, foi possível constatar que, diante da falta de informações detalhadas sobre a metodologia de cálculo das notas no ENEM no contexto observado ao longo dos anos de docência, houve uma dificuldade significativa para os estudantes compreenderem o modelo de avaliação adotado por esse exame nacional, evidenciada pelas inúmeras questões surgidas e debatidas na sala de aula desta autora. A situação é agravada pela escassez de explicações claras e pela complexidade das orientações relacionadas à Teoria de Resposta ao Item (TRI) disponíveis no site oficial do ENEM, que empregam termos técnicos e envolvem cálculos matemáticos e estatísticos de nível avançado.

Desde então, compreender os efeitos de uma avaliação baseada na TRI passou a ser um desafio a ser enfrentado. Ao descortinar o método, esperar-se-ia, então, que fosse possível que os próprios estudantes inferissem respostas para questões comuns nas salas de aula que serviriam como referência para esta pesquisa:

- Se as questões não possuem o mesmo peso, como identificar as questões fáceis e as questões difíceis?
- Como dois participantes que acertaram a mesma quantidade de questões podem obter notas diferentes?
- Caso os participantes errem e acertem todas as questões, receberão notas zero e mil, respectivamente?
- Como o sistema consegue identificar os participantes que acertaram ao acaso?
- Por que o estudante que acertou questões mais difíceis e errou as mais fáceis recebeu nota mais baixa do que aquele que somente acertou as mais fáceis?
- É melhor deixar uma questão em branco quando não se sabe resolvê-la?

Essas e outras perguntas pertinentes ao cálculo das notas finais do ENEM revelam a necessidade de informações mais detalhadas sobre o método. Essa lacuna de conhecimento torna a compreensão do processo difícil para os participantes, uma vez que os procedimentos para esses cálculos são fundamentados na Teoria de Resposta ao Item (TRI), um modelo estatístico raramente abordado nas escolas tradicionais. Ademais, pela sua complexidade, é necessário/desejável conhecimento avançado tanto em matemática quanto no uso de softwares específicos. Desta forma, é imperativo ampliar os conhecimentos relativos à psicometria para quem está

interessado em entender o emprego dos principais conceitos e fórmulas utilizados em larga escala em grandes exames e vestibulares.

Continuando com a pesquisa sobre a Teoria de Resposta ao Item (TRI) e sua influência nos candidatos do ENEM, com o objetivo de avaliar o conhecimento dos estudantes do terceiro ano do ensino médio sobre o cálculo das notas deste exame, foi elaborado e distribuído um questionário destinado a esse público-alvo. Com isso, desejava-se aferir se as impressões da autora/pesquisadora sobre a extensão da falta de informações poderiam ser comprovadas.

Com base na justificativa apresentada, este trabalho tem como objetivo investigar o uso do conhecimento na TRI como instrumento de elaboração de estratégias para a inserção no ensino superior. Sendo assim, cabe compreender a percepção dos estudantes concluintes do ensino médio que se preparam para o ENEM em relação ao método de avaliação utilizado no exame. Para atingir esse objetivo, a pesquisa adota uma abordagem quantitativa, mas também considera a inclusão de análises qualitativas para investigações mais detalhadas. Além disso, para apropriar-se adequadamente da Teoria de Resposta ao Item (TRI), é essencial incorporar a pesquisa bibliográfica, incluindo a revisão e análise de fontes bibliográficas, documentos e regulamentos pertinentes. Isso permitirá a tradução do cerne da questão da avaliação para uma linguagem mais acessível, com o propósito de orientar os estudantes de forma mais embasada teoricamente e eficazmente preparada. Com base nos dados e pesquisas e na perspectiva do desenvolvimento de material que fosse um recurso prático a ser incorporado às ações docentes na escola referentes ao ENEM, este trabalho apresenta ainda, mais especificamente, o objetivo de propor um conjunto de perguntas e respostas com dúvidas relevantes sobre estratégias diante do exame.

No viés de consolidar e elucidar informações sobre a proficiência medida por meio do ENEM de um candidato, o presente trabalho traz reflexões relacionadas os tópicos encontrados no guia "Entenda a Sua Nota no ENEM: Guia do Participante"<sup>1</sup>, disponível no *site* oficial do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais

---

<sup>1</sup> Informação disponível no portal do INEP em: <[https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes\\_e\\_exames\\_da\\_educacao\\_basica/entenda\\_a\\_sua\\_nota\\_no\\_enem\\_guiado\\_participante.pdf](https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/entenda_a_sua_nota_no_enem_guiado_participante.pdf)>. Acesso em: 05 jan. 2023.

Anísio Teixeira (INEP)<sup>2</sup>. Usaremos o guia como base de referência. Além disso, apoiados neste guia e em outros materiais bibliográficos relacionados à Teoria de Resposta ao Item (TRI), apresentaremos exemplos práticos da aplicação dessa teoria no contexto do ENEM.

Quanto à organização do texto, no Capítulo 1, serão abordados os conceitos fundamentais da psicometria, que servirão como base para as análises subsequentes. O Capítulo 2 se concentra na Teoria de Resposta ao Item (TRI) e explora sua relação com o ENEM, usando exemplos de análise de algumas questões de Matemática e suas Tecnologias do ENEM de 2022. Por último, o Capítulo 3 versa sobre uma pesquisa no modelo de questionário respondido por estudantes concluintes do ensino médio a respeito do que eles afirmam conhecer sobre a relação entre a TRI e o cálculo da nota do ENEM de um candidato, além de conter um conjunto de perguntas e respostas relacionadas a dúvidas na construção de estratégias de ação de um respondente do ENEM. As Considerações Finais encerram o texto e reúne as ideias tratadas, resumindo os principais pontos e sugerindo caminhos.

---

<sup>2</sup>O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), criado em 1937 sob a denominação de “Instituto Nacional de Pedagogia”, e transformado em autarquia federal vinculada ao Ministério da Educação (MEC) em 1997, é o órgão federal responsável pelas evidências educacionais e atua em três esferas: avaliações e exames educacionais; pesquisas estatísticas e indicadores educacionais; e gestão do conhecimento e estudos.

## 1 PSICOMETRIA: CONCEITOS E TEORIAS

Conforme Pasquali (2009), a Psicometria é uma área da Psicologia aplicada à Estatística que, segundo a etimologia da palavra, representa a teoria e a técnica de medida dos processos mentais, buscando instrumentos para mensurar e analisar variáveis de ordem psicológica. Desta forma, para um atributo psíquico de um indivíduo avaliado, como, por exemplo, a inteligência, é atribuído um valor e comparado com o de outros indivíduos colocados na mesma situação.

Atributos mentais que não são diretamente observáveis são difíceis de serem mensurados, como inteligência, motivação, personalidade, stress, ansiedade, entre outros. Como medir algo não palpável como a inteligência de um indivíduo?

Estes atributos dependem de manifestações externas, como comportamentos e respostas a perguntas para que possam ser mensurados. Na psicometria, esses estados psíquicos são chamados de variáveis latentes ou construtos ou traços latentes. São manifestados por meio de estados físicos (comportamentos) e para serem estimados precisam de um modelo matemático, utilizando outras variáveis observáveis.

De um modo geral, para Pasquali (2009, p.993), “a psicometria procura explicar o sentido que têm as respostas dadas pelos sujeitos a uma série de tarefas, tipicamente chamadas de itens”.

Segundo Pasquali (2016), historicamente, o estatístico Francis Galton, foi o criador da psicometria, iniciando, em 1880, a aplicação da estatística em testes que mediam as faculdades mentais. Sob sua influência, em 1890, James Cattell criou o termo “teste mental”, aplicado em estudantes universitários americanos para averiguar níveis intelectuais. Em 1900, o psicólogo estatístico Charles Spearman, pioneiro na análise fatorial, cria a Teoria da Inteligência e fundamenta a Psicometria Clássica.

De 1940 a 1980, tentando sistematizar os avanços da psicometria, entre trabalhos de síntese e de crítica, surgem entre estatísticos e psicólogos, Louis Leon Thurstone, Harry H. Harman, Frederic M. Lord e Melvin R. Novick, que inicia a teoria do traço latente desembocando na atual Teoria de Resposta ao Item (Pasquali, 2016).

Conforme Muniz (1994), a psicometria é um conjunto de técnicas e métodos que utilizam parâmetros métricos fundamentais para medição das variáveis

psicológicas independentes do campo de aplicação e dos instrumentos utilizados. Para o autor, a psicometria é bastante ampla e abrange pelo menos cinco áreas: teoria da medição, teoria dos testes, escalas psicológicas, escalas psicofísicas e técnicas multivariadas.

### **1.1 Teoria Clássica do Teste e Teoria de Resposta ao Item**

Para Pasquali (2009), a partir da teoria dos testes, a psicometria moderna possui duas linhas: a Teoria Clássica do Teste (TCT) e a Teoria de Resposta ao Item (TRI). Para o entendimento destas teorias, é preciso a compreensão de alguns termos que poderão ser citados mais adiante:

- Escore: total de pontos obtidos em um teste ou prova;
- Norma ou padrão de referência: resultado de um grupo de indivíduos em um certo teste ou prova;
- Percentil: porcentagem de indivíduos que estão abaixo de um escore obtido;
- Escore-z ou escore padronizado: razão entre a diferença do escore do indivíduo e a média aritmética dos escores do grupo pelo desvio-padrão dos escores;
- Variável latente ou fator: característica psicológica que pode ser cognitiva, emotiva ou comportamental que não pode ser medida diretamente por meio de um instrumento de medida.

A Teoria Clássica do Teste surgiu com as pesquisas realizadas na área da psicologia pelos psicólogos Charles Spearman e Louis Thurstone, na tentativa de mensurar características psicológicas. Na TCT, o objetivo está nos escores, ou seja, nos resultados produzidos por meio de provas ou testes a partir dos escores brutos ou padronizados.

A TCT é um modelo amplamente aplicado em processos de avaliação de indivíduos que apenas se atribuem escores (notas) com a finalidade de aprovar ou reprovar, e classificar cada indivíduo em relação aos demais participantes da prova.

Conforme Andrade; Tavares; Valle (2000, p. 3),

Resultados obtidos em provas, expressos apenas por seus escores brutos ou padronizados, têm sido tradicionalmente utilizados nos processos de avaliação e seleção de indivíduos. No entanto, os resultados encontrados dependem do particular conjunto de itens (questões) que compõem o instrumento de medida; ou seja, as análises e interpretações estão sempre associadas à prova como um todo, o que é a característica principal da Teoria Clássica das Medidas. Assim, torna-se inviável a comparação entre indivíduos que não foram submetidos às mesmas provas, ou pelo menos, ao que se denomina de forma paralela de testes.

De uma maneira bem ampla, pode-se dizer que a TCT interpreta o resultado final de uma prova em decorrência da soma dos itens acertados ou errados, obtendo-se, assim, a nota do respondente.

Na Tabela 1, para exemplificar, foi considerado um teste com valores de 0 a 100, aplicado a um grupo de 10 estudantes, tendo seus escores ordenados de forma decrescente.

Tabela 1 - Escores brutos em uma escala de percentil

Escores brutos	Percentil (% de pessoas abaixo do escore obtido)
91	90
89	80
88	70
86	60
81	50
80	40
79	30
60	20
31	1
25	0

Fonte: A autora, 2023.

Na Tabela 1, observa-se que o resultado de um estudante, numa escala de percentil, corresponde à proporção de escores (notas) existentes abaixo do escore por ele obtido. Por exemplo, o percentil 90, é o escore abaixo do qual há 90% dos estudantes do grupo com nota inferior a 91.

A informação de resultados de testes por meio de percentis é uma forma de interpretar escores brutos comparados com os outros, uma vez que um escore obtido em uma prova não apresenta em si qualquer significado.

Observando ainda a Tabela 1, se compararmos o escore individual com a média do grupo, que é 71, o estudante que obteve o escore igual a 60 está abaixo da média do grupo, o que não representa um resultado razoável.

Conforme Hutz, Bandeira e Trentini (2015, p.45),

Interpretar os escores decorrentes do uso de um teste é tão importante quanto desenvolver ou adaptar instrumentos e aplicá-los de maneira correta. Para interpretar os escores, é necessário que sejam desenvolvidas normas. É por meio delas que será possível atribuir significado aos escores obtidos pelo sujeito.

Para interpretação dos escores brutos, são utilizados normas ou padrões de referência de escores, baseados em uma determinada amostra. As normas referem-se ao resultado de um grupo de indivíduos obtidos em um certo teste, que se comparado ao escore de um indivíduo com as normas ou padrão de referência do grupo a que ele pertence, pode-se avaliar melhor a situação deste indivíduo.

Ainda segundo Hutz, Bandeira e Trentini (2015, p.45),

O grupo cujo desempenho é utilizado como referencial é chamado de amostra normativa [...]. Assim, pode-se dizer que a amostra normativa é representativa da população. Ao administrar o teste para a amostra normativa, será possível obter a distribuição de escores. Esses dados serão utilizados para contextualizar os escores individuais no teste; com eles, os dados individuais serão comparados e receberão sentido - esses dados são as normas. Dessa maneira, as normas fornecem um padrão de comparação para a interpretação dos escores individuais, utilizando como base os escores de uma amostra representativa da população (amostra normativa). Todos os escores individuais, de diferentes sujeitos, serão comparados com o mesmo referencial, com o mesmo padrão.

Muitas provas aplicadas em larga escala pelo país utilizam padrões de referência. O ENEM, por exemplo, adotou como padrão de referência o escore 500 que foi adotado a partir da média dos estudantes que realizaram o exame no ano de 2009 (Entenda sua nota no ENEM: Guia do Participante. INEP, 2021).

As respostas dadas pelos indivíduos submetidos a um teste ou uma prova são estudadas e analisadas na psicometria. Mas, como interpretar os resultados destes testes?

Os resultados dos testes ou provas aplicados nas escolas, que seguem geralmente a TCT são expressos em escores (notas) e são calculados pelo total de pontos obtidos, chamados de escores brutos. Segundo Pasquali, (2011), esse escore bruto não é o escore real, e sim, o escore observado, dado por:

$$T = V + E,$$

onde:

T é o escore bruto ou escore observado ou escore empírico, gerado pela soma dos pontos obtidos no teste pelo indivíduo;

V é o escore real, aquilo que o teste quer medir no indivíduo (que seria de fato o T se não houvesse o erro de medida);

E é o erro cometido na medida.

Para Pasquali (2011),

Em outras palavras, estamos aqui assumindo que, diante do fato de que o escore bruto do sujeito difere do seu escore verdadeiro, esta diferença é devida ao erro ou, melhor, esta diferença é o próprio conceito de erro. [...] Os erros são devidos a toda uma gama de fatores estranhos, detalhados por Campbell e Stanley (1963), tais como defeitos do próprio teste, estereótipos e vieses do sujeito, fatores históricos e ambientes aleatórios (cf, cap2). Não há, contudo, maneira de se saber o escore verdadeiro do sujeito no teste, isto é, a pontuação que ele obteria se não houvesse o erro na medida. Assim a única maneira de se obter o escore verdadeiro no teste (que é a medida não enviesada daquilo que o teste quer medir) é aplicar este teste ao sujeito, o que irá produzir um escore empírico, o qual está contaminado aos erros de medida.

Conforme Hutz, Bandeira e Trentini (2015, p.25),

[...] erro é aquilo que acontece quando, independentemente do porquê, João obtém um escore em um instrumento (p.ex. de inteligência) que se distancia do escore verdadeiro do rapaz ou do que seria esperado por ele. Assim, vamos supor que João respondesse a um teste de inteligência e obtivesse um escore de 100 pontos. A primeira pergunta da TCT seria: esse escore é isento de erro, ou seja, ele é equivalente ao verdadeiro escore de João? Talvez sim, mas, muito provavelmente, não. Seguindo o argumento da TCT, escores produzidos pelos testes geralmente contêm erro. Algumas vezes, eles subestimam e, outras vezes, inflacionam o verdadeiro escore de um indivíduo.

Ainda Hutz, Bandeira e Trentini (2015), afirmam que erros podem influenciar os escores de um teste, como instruções e itens inadequados, erros de digitação, cálculo errado dos escores dos participantes e ainda, fatores como fadiga, sonolência, fome, ruídos perturbadores, entre outros, podem reduzir o desempenho do participante no teste. Por exemplo, em um teste de múltipla escolha com 10 itens, um candidato pode ter acertado por sorte 3 itens que não dominava, enquanto outro candidato pode ter errado 3 itens que dominava, por desatenção. Em ambos os casos, os escores produzidos possuem grandes erros e podem trazer consequências para os candidatos. Usando um teste com mais itens, menos erros deste tipo aconteceriam, ou seja, maior a quantidade de itens em um teste, maior sua fidedignidade.

Contudo, um escore obtido por um indivíduo não tem em si grande relevância, isso acontece somente quando é comparado com outros escores chamados de normas ou padrões de referência, criados a partir de muitas pesquisas e baseados em determinadas amostras. Para Pasquali (2009), tais normas possibilitam a interpretação do escore obtido por um indivíduo em relação a um grupo ou comparando-o com outros elementos do mesmo grupo.

Ao observar o resultado (escore) de um indivíduo em um teste, nada pode-se afirmar sem que sejam definidas algumas normas, ou seja, é preciso que se tenha um referencial estabelecido pelas normas.

Na Teoria Clássica do Teste (TCT), cada item de um teste equivale a uma pontuação, independente do outro. Nessa teoria, as avaliações utilizam escores brutos e os participantes são classificados pela análise direta dos seus escores, ou seja, quanto maior o número de acertos, maior será sua nota. Desta forma, os participantes são analisados em relação à prova e não pelas características de cada item.

Por exemplo, considere uma prova com 50 itens (questões) onde muitos participantes acertaram 25 itens, mas estes itens corretos não foram os mesmos para todos. Pode-se afirmar que esses participantes que acertaram 25 itens possuem o mesmo conhecimento sobre os assuntos? É pouco provável, pois na TCT o que importa é a quantidade de acertos e não diferenciar participantes. Neste caso, a Teoria Clássica do Teste não apresenta uma análise do desempenho de um estudante em um item.

Para Pasquali (2003), a TCT apresenta algumas limitações, dentre elas, podemos destacar:

- A teoria baseia-se apenas no total de acertos dos participantes;
- Itens fáceis e itens difíceis recebem os mesmos escores, neste caso, estudantes que acertaram a mesma quantidade de itens obterão os mesmos escores, independentemente do nível de dificuldade dos itens que acertaram;
- Os resultados observados são dependentes da amostra dos participantes;
- A comparação entre os respondentes é realizada por meio da proporção de acertos;
- Provas mais curtas são menos confiáveis do que as mais longas.

Na Teoria de Resposta ao Item (TRI), os itens do teste são avaliados de forma conjunta e apresentam características psicométricas que servem para distinguir entre

os participantes. Algumas dessas características não podem ser diretamente observadas, como, por exemplo, a inteligência, ao contrário de outras características, como o peso, que pode ser medida diretamente. Estas características não observáveis são chamadas na psicometria de variáveis não observáveis ou traços latentes ou habilidades. Pasquali (2001, p.83) ressalta que:

Talvez traço latente não seja a expressão mais feliz neste contexto, dado que ele está por demais contaminado com o conceito de traços de personalidade, abusivamente empregados na história das teorias da personalidade. Entretanto, é a expressão utilizada, inclusive pela teoria moderna de resposta ao item (TRI), no campo da Psicometria.

Buscando ainda comparações entre TCT e TRI, conforme Pasquali (2018), Couto e Primi (2011) e Andrade, Tavares e Valle (2000), na TCT, os escores dos indivíduos é somente possível de serem comparados quando eles são submetidos às mesmas provas. A Teoria de Resposta ao Item (TRI) surge como uma solução para superar essa limitação, permitindo a comparação entre populações que tenham realizado provas com itens em comum, bem como a comparação entre indivíduos da mesma população que tenham sido submetidos a provas completamente diferentes. Assim, nas palavras de Andrade, Tavares e Valle (2000, p. 3),

Uma das grandes vantagens da TRI sobre a Teoria Clássica é que ela permite a comparação entre populações, desde que submetidas a provas que tenham alguns itens comuns, ou ainda, a comparação entre indivíduos da mesma população que tenham sido submetidos a provas totalmente diferentes. Isto porque uma das principais características da TRI é que ela tem como elementos centrais os itens, e não a prova como um todo.

A TRI pressupõe que, quando testes de habilidade ou de desempenho são aplicados, cada resposta dada pelo indivíduo dependerá do nível que ele possui do traço latente.

Algumas definições para a TRI apontam para dois fatores nelas contidos: a proficiência do respondente (traço latente) e os parâmetros do item. Segundo Valle (2000, p.8),

A TRI é um conjunto de modelos matemáticos que procuram representar a probabilidade de um indivíduo dar uma certa resposta a um item como função dos parâmetros do item e da habilidade (ou habilidades) do respondente. Essa relação é sempre expressa de tal forma que quanto maior a habilidade, maior a probabilidade de acerto ao item. Os vários modelos propostos na literatura dependem fundamentalmente de três fatores:

- (i) da natureza do item – dicotômicos ou não dicotômicos;
- (ii) do número de populações envolvidas – apenas uma ou mais de uma;
- (iii) e da quantidade de traços latentes que está sendo medida – apenas um ou mais de um.

Desta forma, a TRI busca medir traços latentes que interferem nas respostas dadas aos itens, ou seja, essa teoria estabelece uma relação entre os parâmetros do item e a habilidade (proficiência) do respondente com a probabilidade de acertar o item.

Considerando a TRI como um conjunto de modelos estatísticos para medição de traços latentes, é importante identificar o modelo mais adequado, atentando-se para o número de traços latentes que serão medidos e as características do item, ou seja, os parâmetros do item. Na prática, a maioria dos modelos de TRI é unidimensional, pois os itens analisados são indicadores de um único traço latente, ou construto ou dimensão psicológica. Contudo, quando houver itens complexos que medem mais de um construto, vai requerer modelos de TRI multidimensionais.

Voltando a TCT, para elucidar o conceito de unidimensionalidade, vamos considerar as respostas de 12 (doze) estudantes dadas em um teste composto de cinco itens do tipo dicotômico, ou seja, são corrigidos como certo ou errado. Na Tabela 2, os estudantes estão dispostos em linhas e as colunas se referem aos itens que foram ordenados do mais fácil ao mais difícil, da esquerda para direita. As células são preenchidas com 0, caso o estudante erre o item, e 1, caso acerte o item. A última coluna refere-se à soma dos pontos obtidos pelo total de acertos.

Tabela 2 - Padrão de resposta observado considerando-se estudante, item e resposta

	<b>Item 1</b>	<b>Item 2</b>	<b>Item 3</b>	<b>Item 4</b>	<b>Item 5</b>	<b>Soma dos pontos</b>
<b>Estudante 1</b>	1	1	1	1	1	5
<b>Estudante 2</b>	1	1	1	0	0	3
<b>Estudante 3</b>	1	1	1	1	1	5
<b>Estudante 4</b>	1	1	0	0	0	2
<b>Estudante 5</b>	1	0	0	0	0	1
<b>Estudante 6</b>	1	1	0	0	0	2
<b>Estudante 7</b>	0	0	0	0	0	0
<b>Estudante 8</b>	1	1	1	1	0	4
<b>Estudante 9</b>	1	1	0	0	0	2
<b>Estudante 10</b>	1	1	1	0	0	3
<b>Estudante 11</b>	1	0	0	0	0	1
<b>Estudante 12</b>	1	1	1	1	0	4

Fonte: Adaptado de HUTZ; BANDEIRA; TRENTINI, 2015, p. 100.

Na Tabela 3, os mesmos dados serão ordenados de acordo com os escores dos estudantes, em ordem decrescente, ou seja, aqueles que obtiveram mais pontos estarão no topo da tabela. A última linha da tabela representa o índice de dificuldade, calculado pela razão entre o número de estudantes que acertaram o item e o total de estudantes que realizaram o teste. O índice está apresentado pela porcentagem de acertos que, no caso sendo itens dicotômicos, gera informações acerca da capacidade de diferenciação do item. Sendo assim, um item com índice de dificuldade igual a 1 não permite diferenciar estudantes de acordo com o nível de habilidade, uma vez que 100% dos estudantes o acertaram. Da mesma forma, um item com índice de dificuldade igual a 0 representa um item difícil, já que 0% acertaram.

Tabela 3 - Padrão de resposta ordenado por escore

	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Soma dos pontos
<b>Estudante 1</b>	1	1	1	1	1	5
<b>Estudante 3</b>	1	1	1	1	1	5
<b>Estudante 8</b>	1	1	1	1	0	4
<b>Estudante 12</b>	1	1	1	1	0	4
<b>Estudante 2</b>	1	1	1	0	0	3
<b>Estudante 10</b>	1	1	1	0	0	3
<b>Estudante 6</b>	1	1	0	0	0	2
<b>Estudante 4</b>	1	1	0	0	0	2
<b>Estudante 9</b>	1	1	0	0	0	2
<b>Estudante 11</b>	1	0	0	0	0	1
<b>Estudante 5</b>	1	0	0	0	0	1
<b>Estudante 7</b>	0	0	0	0	0	0
<b>Índice de dificuldade</b>	0,91	0,75	0,50	0,33	0,16	

Fonte: Adaptado de HUTZ; BANDEIRA; TRENTINI, 2015, p. 101.

Na Tabela 3, o padrão triangular formado pelos escores em destaque é característico de quando há unidimensionalidade, uma vez que a habilidade aumenta de baixo para cima, implicando o acerto dos itens mais difíceis, além dos itens fáceis.

No Brasil, o modelo TRI unidimensional de três parâmetros tem sido aplicado na área de Avaliação Educacional, presente em avaliações externas em larga escala,

como o Sistema de Avaliação de Educação Básica (SAEB), que começou em 1995, e no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), em 2009.

No ENEM, a prova é elaborada com itens de múltipla escolha, onde cada item possui cinco alternativas de resposta, sendo somente uma a alternativa correta chamada de gabarito e as demais são denominadas distratores. Neste caso, os itens são corrigidos como certo ou errado e, por essa natureza, são classificados como itens dicotômicos.

Segundo Andrade, Tavares e Valle (2000), há vários modelos de TRI que dependem do tipo da função matemática adotada (as funções logísticas e as de curva normal) e dos parâmetros dos itens que se deseja investigar. Os primeiros modelos surgiram na década de 50 e consideravam que um único traço latente, de um único grupo, estava sendo medido por um teste formado com itens dicotômicos. Estes primeiros modelos foram desenvolvidos na forma de função ogiva normal e depois, foram descritos para a forma função logística, que vem sendo mais utilizada.

Ainda conforme Andrade, Tavares e Valle (2000, p. 9),

Na prática, os modelos logísticos para itens dicotômicos são os modelos de resposta ao item mais utilizados, sendo que há basicamente três tipos, que se diferenciam pelo número de parâmetros que utilizam para descrever o item. Eles são conhecidos como os modelos logísticos de 1, 2 e 3 parâmetros, que consideram, respectivamente:

- (i) somente a dificuldade do item;
- (ii) a dificuldade e a discriminação;
- (iii) a dificuldade, a discriminação e a probabilidade de resposta correta dada por indivíduos de baixa habilidade.

O presente trabalho abordará o modelo TRI utilizado no ENEM, em que a natureza do item é dicotômica, que mede apenas um traço latente (modelo unidimensional) e retrata 3 parâmetros do item. São eles:

- Parâmetro de discriminação: capacidade do item de diferenciar indivíduos com proficiências diferentes;
- Parâmetro de dificuldade: trata da proficiência mínima que um indivíduo precisa para ter grandes chances de acertar um item;
- Parâmetro de acerto ao acaso: probabilidade de um indivíduo com baixa proficiência acertar um item.

O modelo logístico de três parâmetros mantém todas as características dos modelos de um e dois parâmetros, entretanto acrescenta a possibilidade de se avaliar

a probabilidade do indivíduo acertar o item ao acaso, ou seja, sem que tenha habilidade suficiente.

## 2 ENEM E O MODELO TRI

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) é uma avaliação aplicada em larga escala anualmente. A participação no ENEM é voluntária, e não é obrigatória. Ele desempenha um papel fundamental como porta de entrada para as instituições públicas de ensino superior, sobretudo as federais, sendo direcionado principalmente para estudantes que estão concluindo o ensino médio ou estão matriculados regularmente na 3ª série deste nível de ensino.

Ao contrário de outras avaliações externas realizadas no país, o ENEM se destaca por seu foco direcionado aos estudantes, com o objetivo primordial de classificá-los. A partir de 2009, o ENEM passou a ser um importante mecanismo de acesso à educação superior, marcando uma mudança significativa em seu propósito original.

Com o objetivo de esclarecer dúvidas, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP) disponibiliza, em seu site oficial, um manual denominado “Entenda sua nota no ENEM: Guia do Participante”. Nesse guia, alguns dos termos mencionados podem gerar ambiguidades para o leitor e, dirimir dúvidas, vamos elucidar alguns:

- Item: representa uma questão e é considerado a unidade do teste;
- Prova: instrumento de medida;
- Gabarito: a única opção correta de resposta;
- Distrator: a opção que não contempla a resposta correta;
- Proficiência: nota atribuída ao estudante em cada área do conhecimento;
- Métrica (régua): escala criada para o ENEM.

O ENEM é uma prova dividida por quatro áreas de conhecimento: Matemática e suas Tecnologias; Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias; e Ciências Humanas e suas Tecnologias, contendo 45 itens (questões) por área. Cada item possui cinco categorias de respostas nominais (itens de múltipla escolha), não possuindo ordenação entre si, onde somente uma categoria é considerada correta.

Como cada item é analisado de forma dicotomizada, ou seja, é corrigido como certo ou errado, há apenas uma opção de resposta correta que é chamada de

gabarito, e as quatro demais opções que não contemplam a resposta correta são chamadas de distratores.

No ENEM, para medir o conhecimento (proficiência) do participante, o instrumento de medida é uma prova elaborada com 45 itens (questões) em cada área do conhecimento, segundo a Matriz de Referência do Exame, que toma como base os documentos oficiais que subsidiam o ensino médio. A proficiência é verificada com apoio na análise do perfil das respostas do participante ao conjunto de itens da prova (Entenda a sua nota no Enem: Guia do Participante. INEP, 2021).

Naturalmente, de acordo com o exposto, nesse Exame as notas dos estudantes não são calculadas da mesma forma em que são comumente calculadas nas escolas, pois o ENEM objetiva medir a proficiência de cada estudante em cada área do conhecimento. Daí a necessidade de buscar descortinar o processo para os atores da escola em geral, a fim de levar o debate para o campo das estratégias de ação.

De acordo com a psicometria, a proficiência medida no ENEM é um traço latente (variável latente ou variável não observável), ou seja, é uma característica cognitiva, não observável e que para ser medida é necessária uma análise complexa do perfil das respostas do estudante ao conjunto de itens da prova.

Geralmente, a TRI é aplicada em provas que buscam medir apenas um traço latente dos participantes, normalmente representado pela sua proficiência em uma determinada área do conhecimento. Neste caso, o modelo de TRI adotado é o unidimensional (Andrade; Tavares; Valle, 2000).

Desta forma, o ENEM, com objetivo de apurar resultados precisos da medida do desenvolvimento de um estudante, passa a adotar, desde 2009, o modelo TRI unidimensional de 3 parâmetros para os procedimentos de cálculos das notas dos participantes e de análise dos itens (Entenda sua nota no ENEM: Guia do Participante. INEP, 2021).

## **2.1 Cálculo da proficiência medida no ENEM por meio da TRI**

O cálculo da proficiência medida no ENEM de acordo com a Teoria de Resposta ao Item (TRI) requer um conhecimento avançado em estatística e o uso de recursos computacionais. Portanto, os cálculos são executados de forma

independente por diferentes grupos de especialistas. Todos esses profissionais possuem uma vasta experiência nas áreas de estatística, matemática e/ou psicometria. Esse processo de revisão múltipla assegura a alta qualidade dos resultados obtidos no ENEM. (Entenda a sua nota no Enem: Guia do Participante. INEP, 2021).

No ENEM, o modelo estatístico Teoria de Resposta ao Item (TRI) adotado para o cálculo da nota final dos estudantes não define a pontuação pela quantidade de acertos, mas pela coerência das respostas dadas pelo estudante. Assim, tem-se como elemento central os itens e não a prova como um todo.

A TRI é um modelo estatístico que permite modelar a relação que há entre os três fatores:

- A probabilidade de o participante responder corretamente a uma questão;
- O conhecimento do participante na área em que está sendo avaliado;
- As características dos itens.

Além disso, permite modelar a comparação entre populações distintas submetidas a exames diferentes, mas com alguns itens comuns, ou ainda, comparação entre indivíduos da mesma população submetidos a diferentes provas, com ou sem itens comuns. Sendo assim, no ENEM, por meio da TRI, é possível fazer comparações entre diferentes edições do exame, desde que haja itens comuns entre elas ou um mesmo conjunto de participantes que foram submetidos a diferentes edições.

Segundo o INEP, as provas do ENEM são desenvolvidas a partir de um Banco Nacional de Itens (BNI)<sup>3</sup>, que é um banco de itens calibrados por meio dos parâmetros da TRI e criados por especialistas na área. Os itens das provas desse exame são elaborados segundo uma Matriz de Referência<sup>4</sup>, que é composta por habilidades e

---

<sup>3</sup> O Banco Nacional de Itens (BNI) fornece insumos para as diversas avaliações e exames desenvolvidos pelo Inep, assegurando acesso a itens de qualidade, elaborados e revisados para cada instrumento de medição, seja prova, seja questionário. O BNI é essencial para a elaboração e a aplicação das avaliações nacionais em larga escala da educação, que se distinguem das avaliações internas por não serem feitas pelo professor ou pela própria instituição de ensino para avaliar e propor alternativas no âmbito da sala de aula ou da instituição. Informação disponível no portal do INEP, disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/bni>>. Acesso em: 26 abr. 2023.

<sup>4</sup> Disponível no portal do INEP em: <[https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz\\_referencia.pdf](https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf)>. Acesso em: 26 abr. 2023.

competências para cada área do conhecimento a ser avaliada. Essa Matriz de Referência norteará a elaboração de todos os itens que comporão as provas.

Para medir o conhecimento dessas habilidades descritas nas matrizes do ENEM, que é algo abstrato, o instrumento de medida é a prova, e o padrão dessa medida é a escala, construída por meio do modelo de TRI e da interpretação do construto pedagógico (Entenda sua nota no ENEM: guia do Participante. INEP, 2021).

Segundo o INEP (2021), o ENEM adota o modelo logístico de três parâmetros da TRI para o cálculo da nota final dos seus participantes. Esta nota final do participante é calculada em relação ao valor de posição (ou referência), para o qual foi adotado o valor 500, que representa o desempenho médio dos estudantes concluintes do ensino médio da rede pública que realizaram o exame em 2009.

Na TRI, a probabilidade de um respondente acertar ao item é modelada como função da proficiência (habilidade do estudante) e de parâmetros que expressam certas propriedades dos itens, ou seja, quanto maior é a proficiência do estudante, maior é a probabilidade dele acertar o item.

Antes de apresentarmos o cálculo da nota tecnicamente, é necessária a compreensão das características dos itens e da relação entre a habilidade do aluno e a probabilidade de acerto ao item.

### 2.1.1 Características psicométricas dos itens

No ENEM, adota-se o modelo de TRI com 3 parâmetros, ou seja, cada item é descrito por três características: a discriminação, o grau de dificuldade e a probabilidade de acerto do examinando com baixa proficiência.

#### 2.1.1.1 Discriminação (parâmetro de discriminação)

Esta característica se refere à capacidade que um item possui de discriminar os indivíduos, ou seja, quanto menor é o valor desse parâmetro de discriminação, menor é o poder que esse item tem de discriminar.

No ENEM, quando esse parâmetro apresenta baixos valores, indica que o item tem pouco poder de discriminação, ou seja, participantes com habilidades diferentes possuem a mesma probabilidade de responder corretamente ao item.

Este parâmetro de discriminação é representado pela letra *a* e seus valores, segundo Baker (2001, p.35) são classificados de acordo com a Tabela 4.

Tabela 4 - Classificação do parâmetro discriminação do item

<b>Poder de discriminação do item</b>	<b>Intervalo</b>
Nenhum	0
Muito baixo	0,01 – 0,34
Baixo	0,35 – 0,64
Moderado	0,65 – 1,34
Alto	1,35 – 1,69
Muito alto	> 1,7
Perfeito	+ ∞

Fonte: BAKER, 2011, p. 35.

Observando a Tabela 4, por exemplo, um índice de discriminação muito baixo, inferior a 0,35, indica que o item não distingue adequadamente os participantes de melhor e pior desempenho.

O parâmetro de discriminação *a* pode também ser interpretado como sendo proporcional à inclinação da curva característica do item no ponto *b*, afirmação que será abordada na Seção 2.1.3.

#### 2.1.1.2 Grau de dificuldade (parâmetro de dificuldade)

Em item dicotômico (questão corrigida como certa ou errada), o parâmetro que avalia seu grau de dificuldade é denominado índice de dificuldade, e é calculado pela proporção de indivíduos que responderam corretamente ao item.

Para ilustrar o grau de dificuldade de um item, será utilizado um teste com um total de 300 respondentes, segundo a TCT. Veja tabela 5.

Tabela 5 - Cálculo do grau de dificuldade de um item

Itens	Nº de respondentes que acertaram o item	Total de respondentes	Parâmetro de dificuldade $b$	% de acertos
Questão 41	192	300	$\frac{192}{300} = 0,64$	64%
Questão 42	36	300	$\frac{36}{300} = 0,12$	12%
Questão 43	240	300	$\frac{240}{300} = 0,80$	80%

Fonte: A autora, 2023.

Na Tabela 5, o parâmetro de dificuldade  $b$  é calculado pela razão entre a quantidade de respondentes que acertaram o item e o total de respondentes. Neste caso, os itens Questão 41, Questão 42 e Questão 43 tiveram parâmetros iguais a 0,64; 0,12 e 0,80, respectivamente. Sendo assim, o item com 64% de acertos pelos respondentes durante o pré-teste, demonstrou ser um item relativamente fácil, o item com 12% de acertos, demonstrou ser um item com grau de dificuldade alto e o item com 80% de acertos demonstrou ser muito fácil.

Entretanto, no ENEM, o parâmetro  $b$  da TRI é o parâmetro de ancoragem na escala, ou seja, o ponto a partir do qual há verificação empírica de que a probabilidade de acerto é igual ou superior a 65%. Esse parâmetro de dificuldade é denotado por  $b$ , e está associado à dificuldade da habilidade avaliada no item.

Segundo Rabelo (2013), a dificuldade do item na TRI, é o valor mínimo de proficiência que um indivíduo precisa obter para ter alta chance de acertar o item.

Apesar de os valores dos parâmetros de dificuldade do item, conforme Tabela 5, terem apresentados valores entre 0 e 1, na TRI, esse parâmetro pode, teoricamente, assumir qualquer valor real entre  $+\infty$  e  $-\infty$  (ANDRADE E VALLE, 2000).

### 2.1.1.3 Resposta correta dada ao acaso (parâmetro de acerto casual)

Esta característica se refere à probabilidade de um indivíduo com baixa proficiência responder corretamente a uma questão, ou seja, acertar por acaso. Essa

probabilidade, na TCT, é igual a 0,2, devido a equiprobabilidade das alternativas, o que corresponde a um percentual de 20% de chance de acerto ao acaso, considerando um item com 5 alternativas. Contudo, na TRI, esse parâmetro denominado  $c$  pode assumir outros valores, pois é obtido a partir de um processo de calibração/ajuste. Segundo Rabelo (2013), quando o valor desse parâmetro é inferior a 0,2, isso indica que o item foi bem formulado, reduzindo a probabilidade de que participantes com baixo nível de habilidade acertem o item por mero acaso. Por outro lado, valores acima de 40% são considerados críticos, sugerindo que o item deve ser excluído, pois isso significa que os indivíduos com baixa habilidade, estejam sendo atraídos pela alternativa correta de alguma forma.

Conforme Hutz, Bandeira e Trentini (2015), o parâmetro  $c$  indica a probabilidade de um item ter sido respondido corretamente ao acaso, ou seja, por meio do “chute”. Essa probabilidade indicada por  $c$ , é esperada com um valor próximo ou igual a 0, para um bom item. Quando há valores para  $c$  acima de zero, indica que houve acertos ao acaso.

No ENEM, as questões são elaboradas com diferentes níveis de dificuldade, a fim de avaliar de maneira adequada os participantes em todos os níveis de conhecimento.

A partir do entendimento desses parâmetros (discriminação, dificuldade e acerto casual), é preciso compreender como eles são calculados para cada item. O processo para identificar esses valores é chamado de estimação, uma das etapas mais importantes da TRI.

O processo de estimação por meio da TRI envolve cálculos probabilísticos de acerto e de erro ao item por um grupo de indivíduos que realizam a etapa do pré-teste.

### 2.1.2 Estimação dos parâmetros

Após a criação dos itens, esses são testados previamente, ou seja, são respondidos por uma amostra de estudantes que possuem características semelhantes ao público-alvo da avaliação. Essa etapa é chamada de calibração dos itens e consiste em estimar os parâmetros utilizando os critérios da TRI.

Nos processos de calibração dos itens e estimação das proficiências, utiliza-se modelos matemáticos envolvendo cálculos probabilísticos pelo método de Máxima Verossimilhança, onde os parâmetros dos itens e as habilidades dos estudantes são estimados simultaneamente. Estes parâmetros são valores que maximizam a probabilidade do respondente de acertar o item.

Ainda conforme Hutz, Bandeira e Trentini (2015, p. 97),

Na TRI, os parâmetros de dificuldade serão praticamente os mesmos, independentemente da amostra utilizada, variando somente se a estimação for realizada com muito erro, devido, principalmente, à seleção não adequada da amostra (p. ex., amostra composta por sujeitos sem variação nos níveis de habilidade). Assim, quando uma mostra com habilidade suficientemente variada e suficientemente numerosa é utilizada para calibração de itens na TRI, o modelo probabilístico gerado e que busca explicar os padrões de respostas dos indivíduos é relativamente estável, independentemente dos sujeitos que compõem a amostra.

No contexto analisado, cada item é acompanhado por seus próprios parâmetros, que são estimados em aplicações preliminares, como pré-testes, para cada área do conhecimento. Esse processo de estimação, conhecido como calibração, envolve a utilização de modelos matemáticos, como o Método da Máxima Verossimilhança. Para executar essa tarefa de forma eficiente, são necessários softwares avançados, uma vez que o cálculo manual seria extremamente exaustivo e demorado. É importante destacar que todos esses procedimentos matemáticos são aplicados com base nas respostas dos candidatos, não sendo realizados pelos elaboradores das questões. Além do Método da Máxima Verossimilhança, outros métodos matemáticos, como a Máxima Verossimilhança Marginal, o método Bayesiano, o método de Máximo a Posteriori e o A Posteriori Esperado, também são utilizados na estimação dos parâmetros<sup>5</sup>. No entanto, os detalhes específicos sobre esses métodos não serão abordados neste estudo.

---

<sup>5</sup>Para aprofundamento destes métodos, sugere-se: Baker, F. and Kim, Seock-Ho (2004). Item response theory : Parameter Estimation Techniques, Marcel Dekker, Inc.

Azevedo, C. L. N. and Andrade, D. F. (2010). An estimation method for latent trait and population parameters in Nominal Response Model. Brazilian Journal of Probability and Statistics, 24, 3.

### 2.1.3 Curva Característica do Item (CCI)

Pelo modelo TRI de três parâmetros, cria-se a possibilidade de verificar a probabilidade de acerto do item por meio da proficiência do respondente. Essa relação entre a probabilidade de acertos e a proficiência dos participantes pode ser representada por meio de uma função que expressa uma curva denominada Curva Característica do Item (CCI). De acordo com Baker (2001), essa curva é representada pela função matemática dada por (2.1).

$$P(\theta) = c_i + \frac{(1 - c_i)}{1 + e^{-a_i(\theta - b_i)}} , \quad (2.1)$$

onde,

$\theta$  é a habilidade do respondente;

$i$  é o item;

$c$  é a chance do respondente de acertar ao acaso o item  $i$ ;

$a$  é o parâmetro de discriminação do item  $i$ ;

$b$  é o parâmetro de dificuldade do item  $i$ ;

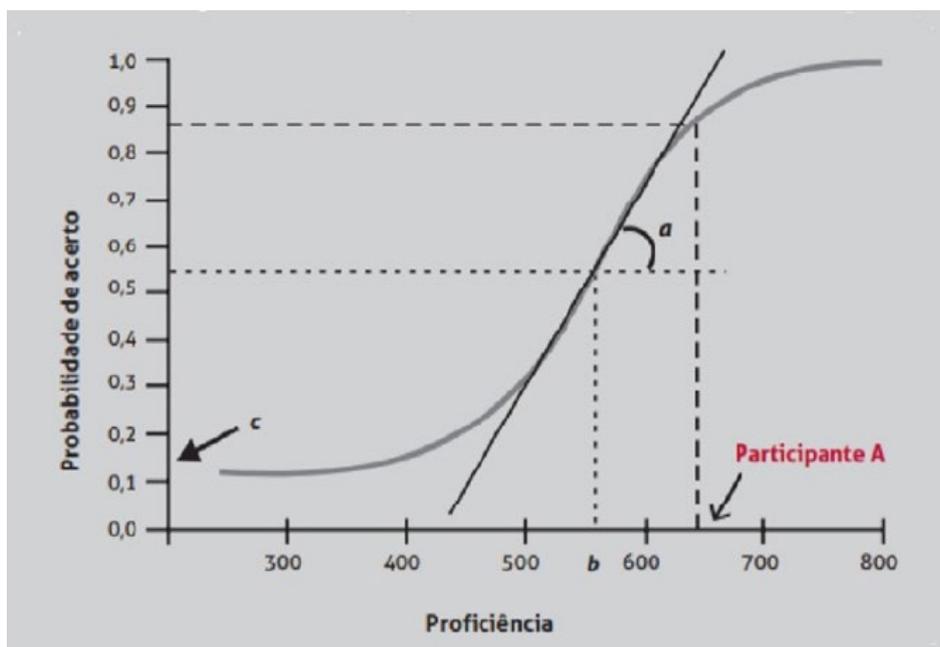
$P$  é a probabilidade do respondente com habilidade  $\theta$  de acertar o item  $i$ .

A Curva Característica do Item (CCI), representada na Figura 1, é uma curva sigmoide<sup>6</sup>, em que o eixo horizontal representa a escala de proficiência ( $\theta$ ) e o eixo vertical mostra as diferentes probabilidades que diversos indivíduos com valores diferentes de proficiência ( $\theta$ ) apresentam. De fato, essa função matemática é uma função probabilidade, portanto sua imagem estará sempre em um intervalo  $[0, 1]$ .

---

<sup>6</sup> A curva sigmoide é uma representação gráfica que lembra a forma da letra sigma grega ( $\Sigma$ ) ou da letra S. Essa curva é descrita por uma função sigmoide que exibe três características distintas: é monotônica, o que significa que sempre aumenta ou sempre diminui; é diferenciável, o que significa que é suave e tem uma derivada em todos os pontos; e possui um único ponto de inflexão, onde muda de direção.

Figura 1 - Curva Característica do Item



Fonte: INEP (Brasil), 2021.

No eixo vertical da CCI, a função  $P(\theta)$  assume valores no intervalo  $[0,1]$ , ou seja, a chance de o respondente acertar o item varia de 0% a 100%. No eixo horizontal, a proficiência ( $\theta$ ) assume valores que estão em uma escala de média 500 e desvio-padrão 100.

No ENEM, cada item desse exame pode ser representado por essa curva, onde o eixo horizontal (eixo x) representa a escala de proficiência ( $\theta$ ) dos participantes e o eixo vertical (eixo y) representa a probabilidade do participante com uma proficiência ( $\theta$ ) acertar o item. Para essa escala de proficiência ( $\theta$ ), atribui-se o valor 500 que representa o desempenho médio dos respondentes que realizaram o exame em 2009, com valor de desvio-padrão 100.

Na Figura 1, tem-se uma CCI que permite observar as principais informações sobre um item de forma mais clara. O participante A, com proficiência igual a 650, possui 85% de chance de acertar o item. Observa-se que a curva inicia com uma probabilidade baixa de acerto para um participante com nível de proficiência baixo e, à medida que esse nível de proficiência aumenta, a probabilidade de acertar o item também aumenta.

O parâmetro de discriminação  $a$  representa a tangente do ângulo de inclinação da curva em relação ao eixo das abscissas, medido no ponto de inflexão, como é mostrado na Figura 1. Quanto mais esse ângulo se aproxima de  $90^\circ$ , maior é o poder

de discriminação do item, ou seja, o item possui a capacidade de diferenciar respondentes com proficiências distintas. Na mesma figura, podemos observar que o parâmetro de discriminação  $a$  é um valor positivo e não próximo de 0, o que se espera para um bom item. Caso isso não ocorra, ou seja, se o parâmetro de discriminação  $a$  for um valor negativo, respondentes com altas proficiências teriam baixas probabilidades de responder corretamente o item.

Na CCI, o parâmetro de dificuldade  $b$  do item é exatamente o ponto de inflexão, ou seja, onde a curva muda de concavidade. O grau de dificuldade do item é dado pelo parâmetro  $b$  e está na mesma escala de proficiência. Esse parâmetro de dificuldade  $b$  representa a proficiência necessária para uma probabilidade de acerto igual a  $\frac{1+c}{2}$ , onde  $c$  é o parâmetro de acerto casual do item.

Os valores assumidos pelo parâmetro de discriminação  $b$  interferem na posição da curva. Assim, quanto maior é esse valor, maior é o grau de dificuldade do item, e vice-versa. Cada item apresenta seu grau de dificuldade que, segundo Pasquali (2001), é definido em termos da porcentagem de respondentes que dão respostas corretas ao item, sendo considerado um item fácil se respondido de forma correta por 70% dos respondentes.

Ainda sobre a dificuldade ideal dos itens de um teste, Pasquali (2001, p. 92), destaca que:

Os itens que trazem maior informação são aqueles cujo índice de dificuldade se situa em torno de 50%, pois neste caso 50% dos sujeitos acertam e 50% erram, resultando  $50 \times 50 = 2500$  comparações possíveis, ao passo que um item com dificuldade 30% teria 70% de erros e 30% de acertos, resultando num nível de  $30 \times 70 = 2100$  bits de informação. Obviamente, um item com dificuldade 100% ou 0% produzirá zero informação. Conclui-se daí que todos os itens de um teste devam ter dificuldade 50%? Embora grande parte dos itens deva apresentar tal índice de dificuldade, nem todos o deverão, pois que assim poder-se-ia discriminar apenas dois níveis da magnitude do traço medido, já que itens com o mesmo nível de dificuldade terão altas intercorrelações, determinadas pela circunstância de que serão os mesmos sujeitos que sempre acertam ou sempre erram os itens todos.

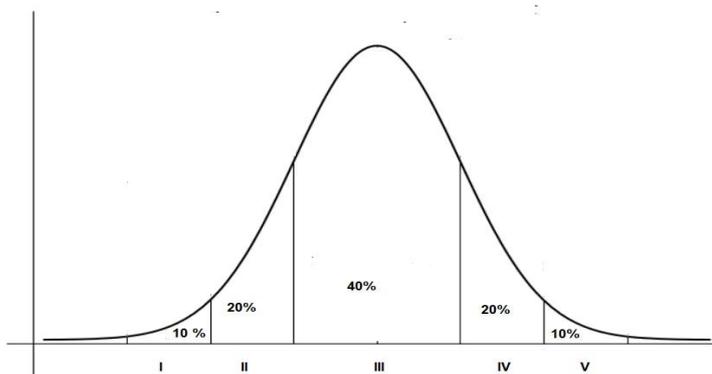
De acordo com Pasquali (2001), se todos os itens tivessem o mesmo grau de dificuldade, fixado em 50%, isso resultaria em um cenário em que os mesmos respondentes sempre acertariam ou sempre errariam todos os itens. Sendo assim,

Considerando que eles devem cobrir toda a extensão de magnitude do traço e que os itens de dificuldade 50% são os que produzem maior informação, pode-

se sugerir que uma distribuição destes mais ou menos dentro de uma curva normal seria o ideal (PASQUALI, 2001, p.92).

De acordo com Pasquali (2001), a distribuição dos itens segue uma distribuição normal em uma escala de proficiência que varia de 0 a 1000 pontos, dividida em cinco níveis de dificuldade: 0 a 200, 200 a 400, 400 a 600, 600 a 800 e 800 a 1000. Essa distribuição se caracteriza da seguinte maneira: 10% dos itens estão nas faixas extremas, 20% em cada uma das duas faixas subsequentes e 40% estão na faixa média. Contudo, no ENEM, não há limite superior, estipulou-se a média no 500 e o desvio-padrão como 100. A Figura 2 ilustra essa distribuição dos itens.

Figura 2 - Distribuição percentual dos itens em 5 faixas de dificuldade



Fonte: Adaptado de PASQUALI, 2001, p. 93.

#### 2.1.4 Escala de proficiência

Na TRI, para fazer a medição da proficiência de um indivíduo em uma determinada área do conhecimento, é necessário ter uma escala de proficiência que é representada por um conjunto de números dispostos ordenadamente.

De acordo com a Teoria de Resposta ao Item (TRI), a proficiência pode teoricamente assumir valores entre  $-\infty$  e  $+\infty$ . No entanto, em uma escala de medida prática, é fundamental estabelecer uma origem que represente o valor médio e uma unidade de medida que represente o desvio padrão das habilidades dos participantes, como explicado por Rabelo (2013).

Segundo o “Entenda sua nota no ENEM: Guia do Participante” (INEP, 2021), o ENEM adota uma escala de proficiência para cada área do conhecimento, onde cada escala depende de dois valores:

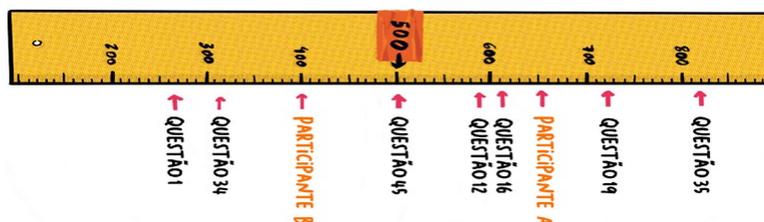
- Valor de posição ou referência, estabelecido como 500, representa o desempenho médio dos estudantes concluintes regulares do ensino médio no ano de 2009 que realizaram o exame nesse mesmo ano;

- Valor de dispersão, fixado em 100, representa uma medida média da variabilidade das notas dos participantes em relação ao desempenho médio de 500. Esse valor é comumente conhecido como desvio padrão.

Sendo assim, no ENEM, a escala de proficiência apresenta média igual a 500 e desvio-padrão 100, e é representada pela escala (500,100).

A proficiência do participante é calculada com base em seu padrão de respostas e é representada por um número real na escala de 0 a 1000+, dado que o valor médio de desempenho no ENEM foi estabelecido como 500. Nessa mesma escala, tanto os participantes quanto os itens são posicionados. Exemplificamos, na Figura 3, a alocação de itens (questões) e participantes em uma mesma escala.

Figura 3 - Exemplo de alocação de questões e participantes na mesma escala



Fonte: ENTENDA SUA NOTA NO ENEM: GUIA DO PARTICIPANTE (INEP, 2021).

Na Figura 3, a escala de proficiência funciona como uma régua, onde os itens (questões) e os participantes são posicionados. É coerente dizer que o Participante A domina as habilidades nas questões 1, 34, 45, 12 e 16, e não domina aquelas contempladas nas questões 19 e 35. Por sua vez, o Participante B deve dominar somente as habilidades exigidas nas questões 1 e 34. Portanto, podemos concluir que o Participante A deve demonstrar habilidades não apenas nas questões 1 e 34, que são compartilhadas com o Participante B, mas também nas questões 12, 16 e 45. De acordo com o INEP (2021), isso resultará em uma nota mais elevada para o Participante A.

Desde sua edição de 2009, o ENEM utiliza um Mapa de Itens, que permite posicionar os itens de teste com suas respectivas descrições em uma escala de proficiência. Do ponto de vista pedagógico, a posição de um item nessa escala sugere uma divisão potencial: os participantes com proficiência acima desse ponto têm uma probabilidade maior de responder corretamente ao item, enquanto aqueles com proficiência abaixo desse ponto têm uma probabilidade menor de fazê-lo.

Conforme Hutz, Bandeira e Trentini (2015), na TRI, após o cálculo da proficiência ( $\theta$ ), seus valores geralmente se situam na faixa de -4 a 4. No entanto, no ENEM, como indicado pelo INEP (Procedimentos de Análise, 2021), a escala de proficiência adotada é (500,100). Portanto, é necessário realizar uma transformação linear, ou seja, converter os valores originais para essa nova escala. A equação matemática para a conversão dos valores do parâmetro habilidade usada no ENEM é

$$F(\theta) = 500 + 100 \theta, \text{ onde } 500 \text{ é a média e } 100 \text{ o desvio padrão.}$$

Suponhamos três participantes com parâmetros  $\theta$  iguais a 3,6; -0,5 e 4,1. Podemos calcular suas proficiências na escala do ENEM por meio de uma transformação linear, como ilustrado na Tabela 6.

Tabela 6 - Exemplos de proficiência na escala ENEM

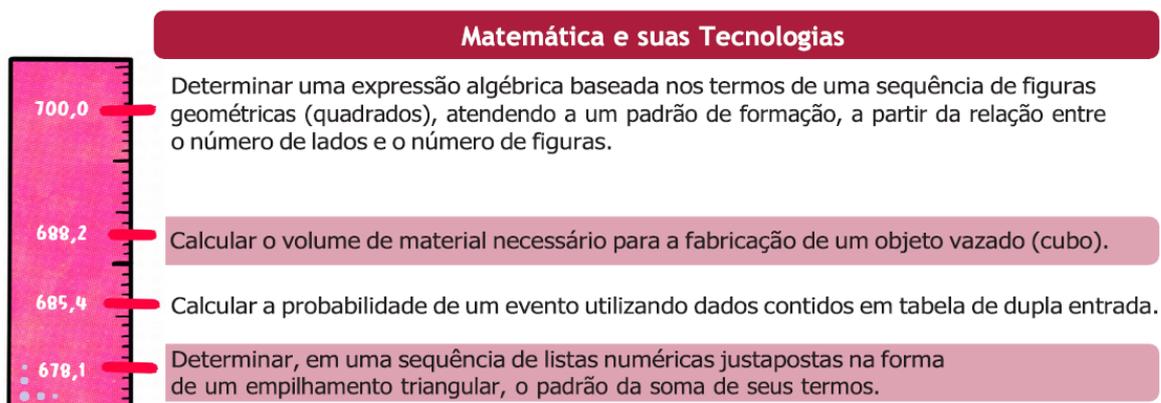
Participantes	Habilidade ( $\theta$ )	Proficiência na escala ENEM ( $F(\theta)$ )
A	3,611	861,1
B	-0,591	559,1
C	4,117	911,7

Fonte: INEP, 2021.

Como mencionado anteriormente, no ENEM, cada área do conhecimento possui um mapa de itens. Nele, são descritas as habilidades avaliadas nos itens da prova. Foram descritos e posicionados na escala de proficiência de Matemática e suas Tecnologias um total de 99 itens, cujos valores representam os respectivos parâmetros de dificuldade  $b$  variando de 403,6 a 888,1. Este mapa de itens divulgado pelo INEP (INEP, 2021) encontra-se no Anexo E deste trabalho.

Para ilustrar, a Figura 4 apresenta um exemplo de mapa de itens, ou seja, de interpretação da escala da área de Matemática e suas Tecnologias.

Figura 4 – Exemplo de Mapa de Itens de Matemática e suas Tecnologias



Fonte: ENTENDA SUA NOTA NO ENEM: GUIA DO PARTICIPANTE (INEP, 2021).

Uma vez que os itens e as proficiências dos examinandos estão representados na mesma escala de medida, podemos observar na Figura 4 que um examinando com proficiência de 690, por exemplo, tem a capacidade de responder corretamente aos itens que se encontram abaixo desse valor, tais como os itens de níveis 688,2; 685,4 e 678,1.

O posicionamento de cada item na escala é determinado por critérios probabilísticos. Esses critérios garantem que apenas os participantes com proficiência igual ou superior à do nível correspondente têm uma alta probabilidade de responder corretamente às questões desse nível e dos níveis inferiores. Normalmente, o item é posicionado um pouco acima do parâmetro de dificuldade. Isso ocorre porque a questão é colocada na posição em que a probabilidade de acerto se aproxima de 65%, o que representa uma alta probabilidade de que os participantes desse nível dominem o conteúdo da questão (INEP, 2022).

Segundo o INEP (2014),

Por ser um modelo probabilístico, a proficiência estimada não determina que um participante do teste acertará ou errará um item. Por maior que seja a proficiência estimada, sempre haverá chance de o participante errar o item, por menor que seja sua dificuldade. E, ao contrário, por menor que seja a proficiência estimada, sempre haverá chance de esse participante acertar o item, por maior que seja sua dificuldade. Com isso, é possível que o participante tenha acertado itens com a dificuldade maior que sua proficiência e errado itens com a dificuldade menor que sua proficiência [...]. Por conta da metodologia adotada, no mapa de itens apresentado a dificuldade de cada item é maior que sua dificuldade teórica, utilizada para o cálculo das proficiências dos participantes. Desse modo, é possível que muitos itens com dificuldade maior do que a proficiência estimada de um participante tenham sido acertados por ele. Por mais que pareça uma contradição, isso traz uma confiança maior, uma vez que cerca de dois terços dos participantes acertam

os itens com dificuldade equivalente à sua proficiência. (Interpretação pedagógica das escalas de proficiência, 2014, p. 15)

Para cada área do conhecimento, os limites dessa escala de proficiência variam conforme o grau de dificuldade dos itens da prova e o comportamento dos participantes em cada item. Logo, os valores mínimos e máximos de cada área não são fixados previamente.

### 2.1.5 Cálculo das proficiências dos participantes

Em avaliações em larga escala, como o ENEM, os parâmetros dos itens - discriminação (*a*), grau de dificuldade (*b*) e probabilidade de acerto ao acaso (*c*) - já devem ser conhecidos, com o foco da estimação voltado exclusivamente para as proficiências dos respondentes por meio de uma equação matemática, dado que o banco de dados do exame foi construído ao longo do tempo, esses parâmetros já devem ter sido previamente calibrados (estimados)<sup>7</sup>.

Contudo, se forem usados itens na prova que não foram calibrados em um pré-teste, ou seja, se for usada a própria prova para calibrar os itens, certamente inadequações de itens eventualmente não percebidas pela comissão pedagógica poderão fazer com que itens problemáticos aumentem o erro-padrão da estimação das proficiências.

Após a calibração dos itens, torna-se possível obter as proficiências dos participantes. Uma vez calculadas as proficiências dos participantes, é viável determinar as probabilidades de acerto e erro para cada item do exame.

## 2.2 **Comportamento dos parâmetros no modelo TRI**

De acordo com o manual "Entenda a sua nota no ENEM" do INEP (2021), o cálculo da proficiência, que depende dos parâmetros *a*, *b* e *c*, foi baseado em dados

---

<sup>7</sup> Para maiores detalhes sobre o cálculo das proficiências dos respondentes, sugere-se o trabalho de Andrade, Tavares e Vale (2000).

obtidos a partir de pré-testagens nacionais e das primeiras aplicações do ENEM. Esses dados resultaram na obtenção dos valores desses parâmetros para milhares de questões, resultando na criação de um banco de itens para cada uma das quatro áreas.

Para exemplificar o comportamento dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , apresentaremos as Curvas Características dos Itens baseadas na Função (2.1) da Seção 2.1.3. Esses exemplos serão retirados de algumas questões da prova de matemática do ENEM 2022, caderno azul, cujos parâmetros foram disponibilizados pelo INEP (INEP, 2022).

Para assegurar a precisão deste trabalho, todos os valores dos parâmetros de cada uma das 45 questões da prova de matemática do ENEM 2022, caderno azul, estão disponíveis no Anexo C. Esses valores foram obtidos a partir do portal do INEP.

Será realizada a análise de sete itens da prova de Matemática e suas Tecnologias, pertencentes ao caderno nº 7, de cor azul, do ENEM 2022. Os itens serão apresentados em ordem crescente de dificuldade e serão submetidos a análises pedagógicas e à aplicação da TRI. As informações sobre a habilidade do item e os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  foram obtidas a partir da planilha de parâmetros de 2022, divulgada pelo INEP (INEP, 2022).

Para a análise de cada item, utilizaremos o modelo de quadro, conforme mostrado na Figura 5, no qual:

- Item: número do item (número da questão);
- Gabarito: a única alternativa correta;
- Posição: posição do item na prova;
- Parâmetro  $a$ : parâmetro de discriminação no modo logístico;
- Parâmetro  $b$ : parâmetro de dificuldade que está associado a dificuldade do item;
- Parâmetro  $c$ : parâmetro de acerto ao acaso, sendo a probabilidade de um participante acertar o item não dominando a habilidade exigida;
- Habilidade N°: descrição e número da habilidade do item.

Figura 5 - Quadro modelo referente a cada item da prova

ITEM Nº	Parâmetros			Gabarito:	Posição:
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	Habilidade nº	

Fonte: A autora, 2023.

Para cada item analisado, serão apresentados: o enunciado da questão na referida prova, o quadro no modelo estabelecido na Figura 5 e a curva característica do item (CCI) (Função 2.1). Os parâmetros *a*, *b* e *c* foram retirados da planilha de microdados do ENEM 2022 (INEP, 2022). Nesta planilha divulgada pelo INEP, alguns valores do parâmetro *b* não estão na escala (0,1), ou seja, média 0 e desvio-padrão 1. Desta forma, para os valores que estão na escala (0,1) usaremos a fórmula de transformação para a escala (500,100) dada em (2.2):

$$b_{(500,100)} = 100 \cdot b_{(0,1)} + 500 \quad (2.2)$$

As análises dos itens 175, 165, 164, 179, 160, 152 e 137 serão apresentadas nas Figuras 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12, respectivamente. Essas análises focarão na dificuldade do item, examinada tanto sob uma perspectiva pedagógica quanto por meio da TRI, com o objetivo de verificar a concordância entre a avaliação pedagógica e a posição do item na escala de proficiência. Na análise pedagógica, itens considerados fáceis geralmente não exigem grande complexidade mental e abordam conceitos típicos das séries finais do ensino fundamental ou iniciais do ensino médio, como sistema de numeração decimal, notação científica, relação entre grandezas, regra de três simples, razão, proporção e sequências.

O posicionamento do item na escala utilizada no ENEM, com base na Teoria de Resposta ao Item (TRI), será determinado em relação ao seu nível de dificuldade. Essa classificação seguirá o critério estabelecido por Rabelo (2013), que apresenta a distribuição dos itens utilizando a escala (500,100), como indicado na Tabela 7.

Tabela 7 - Classificação do item conforme seu parâmetro de dificuldade  $b$ 

Classificação	Distribuição esperada	Dificuldade do item
Muito fáceis	10%	Até 372
Fáceis	20%	De 373 a 448
Medianos	40%	De 449 a 551
Difíceis	20%	De 552 a 627
Muito difíceis	10%	628 em diante

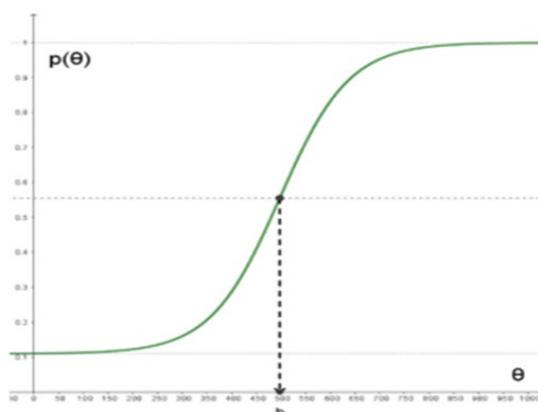
Fonte: RABELO, 2013, p. 134.

### 2.2.1 Análise da questão 175 da prova de matemática do ENEM 2022

Figura 6 - Item 175 da prova de matemática e seus parâmetros

QUESTÃO 175					
<p>Ao escutar a notícia de que um filme recém-lançado arrecadou, no primeiro mês de lançamento, R\$ 1,35 bilhão em bilheteria, um estudante escreveu corretamente o número que representa essa quantia, com todos os seus algarismos.</p> <p>O número escrito pelo estudante foi</p> <p><b>A</b> 135 000,00.  <b>B</b> 1 350 000,00.  <b>C</b> 13 500 000,00.  <b>D</b> 135 000 000,00.  <b>E</b> 1 350 000 000,00.</p>					
ITEM 175	Parâmetros			Gabarito: E	Posição: 40 <sup>ª</sup>
	a	b	c	Habilidade n° 1 Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.	
	0,0142701	497,602	0,11013		

Curva Característica do Item 175



Fonte: A autora, 2023.

A competência exigida na questão 175 (Figura 6) é da área 1 que trata da construção de significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais, e com a habilidade de reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais. O item aborda um contexto social que faz uso do sistema de numeração. Para representar tal situação, foram utilizadas diferentes representações de um número. Neste caso, o respondente precisava fazer a leitura de um número grande escrito usando duas representações: uma representação na forma racional (1,35) e outra representação escrita por extenso (bilhão). Após feita a leitura do número, o respondente precisava representá-lo na forma de número natural, com todas as suas classes, a fim de que pudesse escrevê-lo utilizando todos os seus algarismos, resultando no gabarito E. Questão considerada muito fácil.

A dificuldade deste item é confirmada pela análise da sua CCI. O parâmetro  $b$  é igual a 497,6 que indica um nível de dificuldade abaixo da média da escala, cujo valor é de 500. O parâmetro  $b$  corresponde a proficiência  $\theta$  necessária para obter a probabilidade de acerto igual a  $\frac{1+c}{2}$ , ou seja, como a curva do item é representada pela função probabilidade  $P(\theta)$ , quando  $\theta$  é igual ao parâmetro  $b$ , tem-se  $P(b) = \frac{1+c}{2}$ . Pela TRI, é possível verificar a probabilidade de acerto ao item mediante a habilidade do respondente. Logo, respondentes com proficiências iguais ou inferiores a 497,6 terão entre 11% e 55% de chance de responder incorretamente o item e, para proficiências superiores a 497,6, terão acima de 55% de chance de acertar o item.

## 2.2.2 Análise da questão 165 da prova de matemática do ENEM 2022

Figura 7 - Item 165 da prova de matemática e seus parâmetros

**QUESTÃO 165**

Definem-se o dia e o ano de um planeta de um sistema solar como sendo, respectivamente, o tempo que o planeta leva para dar 1 volta completa em torno de seu próprio eixo de rotação e o tempo para dar 1 volta completa em torno de seu Sol.

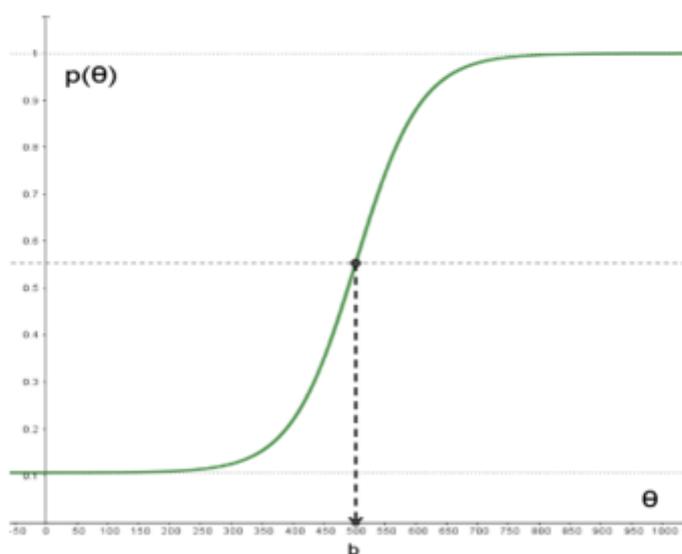
Suponha que exista um planeta Z, em algum sistema solar, onde um dia corresponda a 73 dias terrestres e que 2 de seus anos correspondam a 1 ano terrestre. Considere que 1 ano terrestre tem 365 de seus dias.

No planeta Z, seu ano corresponderia a quantos de seus dias?

- A** 2,5
- B** 10,0
- C** 730,0
- D** 13 322,5
- E** 53 290,0

ITEM 165	Parâmetros			Gabarito: A	Posição: 30ª
	a	b	c		
	0,0190672	502,301	0,10655	Habilidade nº 10 Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.	

## Curva Característica do Item 165



Fonte: A autora, 2023.

A competência requerida na questão 165 na Figura 7 pertence à área 3, na qual é fundamental desenvolver noções de grandezas e medidas para compreender a realidade e solucionar problemas do dia a dia. Essa competência também envolve a habilidade de identificar as relações entre diferentes grandezas e suas respectivas unidades de medida. Sendo assim, o respondente precisava analisar as informações dadas no enunciado sobre a grandeza *tempo* para cada planeta. Para o tempo de dar 1 volta em torno do próprio eixo foi usada a medida de tempo *dia* e para o tempo de dar 1 volta em torno do sol foi usada a medida de tempo *ano*. O enunciado do item informava que cada planeta apresenta valores diferentes para estas medidas. Neste caso, o respondente precisava relacionar essas medidas entre os planetas, utilizando regra de três simples. No caso do planeta Terra, considera-se que 1 ano é composto por 365 dias, enquanto a cada 1 dia no planeta Z correspondem a 73 dias terrestres. Portanto, o participante deveria estabelecer uma relação entre os dias e anos desses dois planetas utilizando uma regra de três simples. Em outras palavras, se 1 ano no planeta Terra equivale a 365 dias, e esses 365 dias correspondem a 5 dias no planeta Z, que, por sua vez, correspondem a 2 anos, podemos concluir que 1 ano no planeta Z equivale a 2,5 dias na Terra. Esta questão é considerada de dificuldade mediana.

A dificuldade deste item é confirmada pela análise da sua CCI. O parâmetro  $b$  é igual a 502,3, o que indica um nível de dificuldade próximo da média da escala, cujo valor é de 500. Desta forma, respondentes com proficiências iguais ou inferiores a 502,3 terão entre 10% e 55% de chance de responder incorretamente o item e para proficiências superiores a 502,3 terão acima de 55% de chance para acertar o item.

## 2.2.3 Análise da questão 164 da prova de matemática do ENEM 2022

Figura 8 - Item 164 da prova de matemática e seus parâmetros

**QUESTÃO 164**

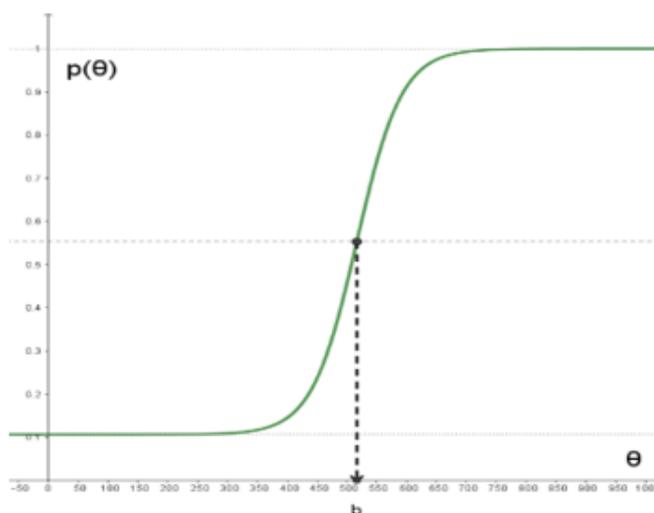
Um borrifador de atuação automática libera, a cada acionamento, uma mesma quantidade de inseticida. O recipiente desse produto, quando cheio, contém 360 mL de inseticida, que duram 60 dias se o borrifador permanecer ligado ininterruptamente e for acionado a cada 48 minutos.

A quantidade de inseticida que é liberada a cada acionamento do borrifador, em mililitro, é

- A** 0,125.
- B** 0,200.
- C** 4,800.
- D** 6,000.
- E** 12,000.

ITEM 164	Parâmetros			Gabarito: B	Posição: 29 <sup>a</sup>
	a	b	c		
	0,0265709	516,446	0,20086	Habilidade nº 12 Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.	

Curva Característica do Item 164



Fonte: A autora, 2023.

A questão apresentada na Figura 8 é do tipo a ser completada. A competência exigida para esta questão pertence à área 3, similar à Questão 165, que requer a habilidade de desenvolver conceitos de grandezas e medidas para compreender

situações do cotidiano e resolver problemas. Isso envolve a capacidade de identificar relações entre diferentes grandezas e unidades de medida.

No caso desta questão, o participante precisava relacionar unidades de medida de tempo e calcular usando uma regra de três simples. Primeiramente, era necessário estabelecer a relação entre as unidades de medida de tempo: um dia corresponde a 24 horas e uma hora corresponde a 60 minutos, o que resulta em 60 dias equivalentes a 86400 minutos. Com base no enunciado da questão, o borrifador era acionado a cada 48 minutos. Portanto, por meio da proporção entre a quantidade de inseticida e o tempo em minutos, chegava-se à conclusão de que o borrifador seria acionado 1800 vezes em 86400 minutos. Em seguida, ao relacionar o número de borrifadas com a quantidade total de inseticida, ou seja, se 1800 borrifadas correspondem a um frasco inteiro de inseticida de 3,6 ml, o participante deduziria que 1 borrifada representaria 0,2 ml de inseticida. Esta questão é de dificuldade mediana.

A dificuldade deste item é confirmada pela análise da sua CCI. O parâmetro  $b$  é igual a 516,44 que indica um nível de dificuldade um pouco acima da média da escala, cujo valor é de 500. Respondentes com proficiências iguais ou inferiores a 516,44 terão entre 20% e 60% de chance de responder incorretamente o item e para proficiências superiores a 516,44 terão chances superiores a 60% de acertar o item.

## 2.2.4 Análise da questão 179 da prova de matemática do ENEM 2022

Figura 9 - Item 179 da prova de matemática e seus parâmetros

### QUESTÃO 179

A esperança de vida ao nascer é o número médio de anos que um indivíduo tende a viver a partir de seu nascimento, considerando dados da população. No Brasil, esse número vem aumentando consideravelmente, como mostra o gráfico.



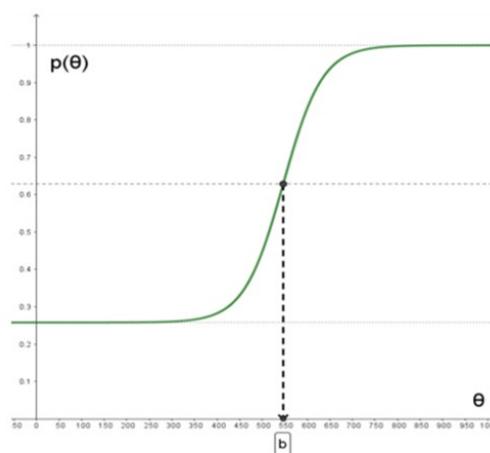
Disponível em: <http://cod.ibge.gov.br>. Acesso em: 6 mar. 2014 (adaptado).

Pode-se observar que a esperança de vida ao nascer em 2012 foi exatamente a média das registradas nos anos de 2011 e 2013. Suponha que esse fato também ocorreu com a esperança de vida ao nascer em 2013, em relação às esperanças de vida de 2012 e de 2014.

Caso a suposição feita tenha sido confirmada, a esperança de vida ao nascer no Brasil no ano de 2014 terá sido, em ano, igual a

- A** 74,23.
- B** 74,51.
- C** 75,07.
- D** 75,23.
- E** 78,49.

Curva Característica do Item 179



ITEM 179	Parâmetros			Gabarito: B	Posição: 44 <sup>a</sup>
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>		
	0,0230031	546,698	0,25799	Habilidade nº 24	Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

Fonte: A autora, 2023.

A questão na Figura 9 é do tipo a ser completada. Ela requer a competência da área 6, que envolve a interpretação de informações científicas obtidas a partir da leitura de gráficos e tabelas, bem como a habilidade de usar informações apresentadas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

Para resolver essa questão, o participante precisava analisar as informações fornecidas na tabela. Após essa análise, ele deveria inferir que a expectativa de vida para os anos de 2011, 2012, 2013 e 2014, nessa ordem, formava uma progressão aritmética. Isso se deve ao fato de o enunciado informar que o ano de 2012 correspondia à média entre o ano anterior e o ano posterior, assim como o ano de 2013. Portanto, a expectativa de vida aumentaria de maneira constante a cada ano. Com base na leitura dos valores apresentados na tabela, o participante poderia determinar a expectativa de vida para o ano de 2014. Essa questão pode ser classificada como de dificuldade média.

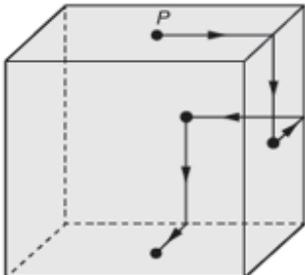
A dificuldade deste item é confirmada pela análise da sua CCI. O parâmetro  $b$  é igual a 546,69 que indica um nível de dificuldade acima da média da escala, cujo valor é de 500. Os respondentes com proficiências iguais ou inferiores a 546,69 terão entre 25% e 63% de chance de responder incorretamente o item e para proficiências superiores a 546,69 terão chances superiores a 63% de acertar o item.

## 2.2.5 Análise da questão 160 da prova de matemática do ENEM 2022

Figura 10 - Item 160 da prova de matemática e seus parâmetros

**QUESTÃO 160**

Um robô, que tem um ímã em sua base, se desloca sobre a superfície externa de um cubo metálico, ao longo de segmentos de reta cujas extremidades são pontos médios de arestas e centros de faces. Ele inicia seu deslocamento no ponto  $P$ , centro da face superior do cubo, segue para o centro da próxima face, converge à esquerda e segue para o centro da face seguinte, converge à direita e continua sua movimentação, sempre alternando entre conversões à esquerda e à direita quando alcança o centro de uma face. O robô só termina sua movimentação quando retorna ao ponto  $P$ . A figura apresenta os deslocamentos iniciais desse robô.



A projeção ortogonal do trajeto descrito por esse robô sobre o plano da base, após terminada sua movimentação, visualizada da posição em que se está enxergando esse cubo, é

**A** 

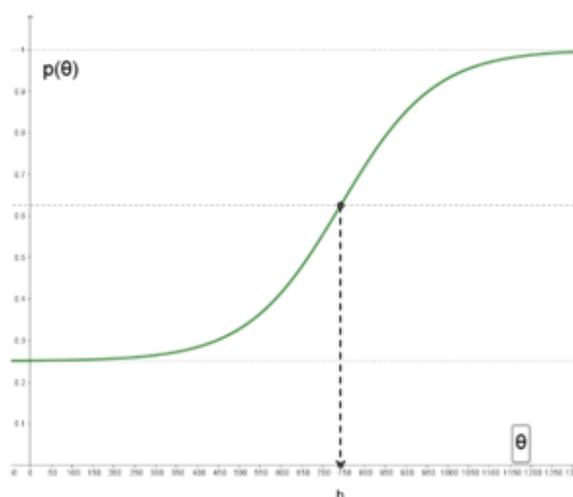
**B** 

**C** 

**D** 

**E** 

Curva Característica do Item 160



ITEM 160	Parâmetros			Gabarito: A	Posição: 25 <sup>a</sup>
	$a$	$b$	$c$		
	0,0089111	743,206	0,25086	Habilidade nº 06 Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.	

Fonte: A autora, 2023.

A competência necessária para a questão 160 da Figura 10 pertence à área 2, que envolve o uso do conhecimento geométrico para entender e representar situações do mundo real e agir com base nesse entendimento. Também requer a habilidade de interpretar a localização e o movimento de objetos ou pessoas em um espaço tridimensional e representá-los em um espaço bidimensional. Esta questão pode ser dividida em duas etapas:

Primeira etapa: O participante precisava visualizar a movimentação de um robô no espaço tridimensional, seguindo as instruções dadas no enunciado, que envolviam movimentos alternados para a direita e esquerda. Nesta etapa, a principal dificuldade estava em imaginar a trajetória do robô, que começava em uma face de um cubo, percorria suas arestas, passava pelo ponto médio de uma aresta e chegava ao centro da face vizinha. O robô repetia esse padrão, alternando o sentido, até retornar ao ponto de partida P.

Segunda etapa: Após entender e visualizar toda a trajetória do robô no cubo, o participante precisava projetar ortogonalmente essa trajetória, ou seja, representá-la como se fosse vista de cima. Essa projeção equivalia à visão da trajetória quando observada de um plano bidimensional.

Essa questão pode ser considerada difícil devido à complexidade envolvida na visualização da trajetória tridimensional do robô e na projeção ortogonal dessa trajetória.

A dificuldade deste item é confirmada pela análise da sua CCI. O parâmetro  $b$  é igual a 743,206 que indica um nível de dificuldade acima da média da escala, cujo valor é de 500. Como, pela TRI, é possível verificar a probabilidade de acerto ao item mediante a habilidade do respondente, respondentes com proficiências iguais ou inferiores a 743,206 terão de 25% a 62% de chance de responder incorretamente o item e para proficiências superiores a 743,206 terão chances superiores a 62% de acertar o item.

## 2.2.6 Análise da questão 152 da prova de matemática do ENEM 2022

Figura 11 - Item 152 da prova de matemática e seus parâmetros

### QUESTÃO 152

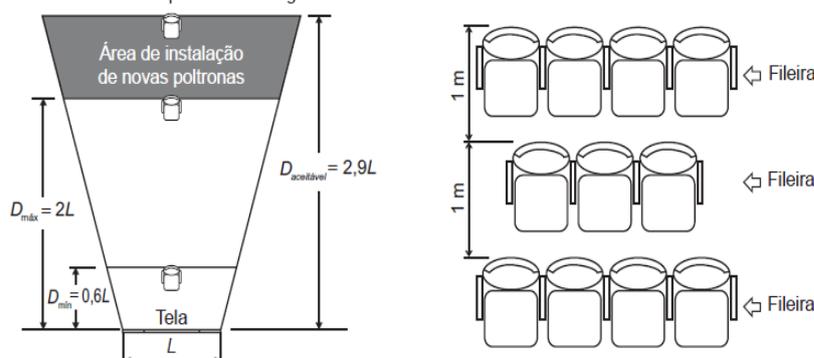
Em uma sala de cinema, para garantir que os espectadores vejam toda a imagem projetada na tela, a disposição das poltronas deve obedecer à norma técnica da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), que faz as seguintes indicações:

- Distância mínima ( $D_{\min}$ ) entre a tela de projeção e o encosto da poltrona da primeira fileira deve ser de, pelo menos, 60% da largura ( $L$ ) da tela.
- Distância máxima ( $D_{\max}$ ) entre a tela de projeção e o encosto da poltrona da última fileira deve ser o dobro da largura ( $L$ ) da tela, sendo aceitável uma distância de até 2,9 vezes a largura ( $L$ ) da tela.

Para o espaçamento entre as fileiras de poltronas, é considerada a distância de 1 metro entre os encostos de poltronas em duas fileiras consecutivas.

Disponível em: [www.ctav.gov.br](http://www.ctav.gov.br). Acesso em: 14 nov. 2013.

Uma sala de cinema, cuja largura da tela mede 12 m, está montada em conformidade com as normas da ABNT e tem suas dimensões especificadas na figura.



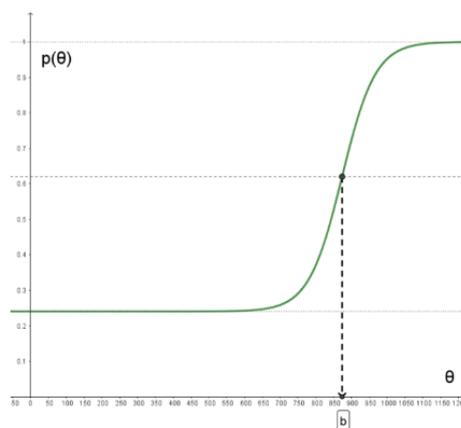
Pretende-se ampliar essa sala, mantendo-se na mesma posição a tela e todas as poltronas já instaladas, ampliando-se ao máximo a sala para os fundos (área de instalação de novas poltronas), respeitando-se o limite aceitável da norma da ABNT. A intenção é aumentar, ao máximo, a quantidade de poltronas da sala, instalando-se novas unidades, iguais às já instaladas.

Quantas fileiras de poltronas a sala comportará após essa ampliação?

- A 26  
 B 27  
 C 28  
 D 29  
 E 35

ITEM 152	Parâmetros			Gabarito: C	Posição: 17 <sup>a</sup>
	a	b	c		
	0,021343	873,781	0,24053	Habilidade nº 18	Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Curva Característica do Item 152



Fonte: A autora, 2023.

A competência necessária para a questão da Figura 11 pertence à área 4, que envolve a capacidade de compreender como as grandezas variam na realidade e de resolver problemas do dia a dia relacionados a essas variações. Também requer a habilidade de avaliar propostas de intervenção na realidade que envolvam variações de grandezas.

Neste item, o problema estava relacionado a uma situação cotidiana em uma sala de cinema, onde o objetivo era dispor as fileiras de poltronas de acordo com as normas técnicas da ABNT. O participante precisava entender que o tamanho da tela de projeção e as distâncias entre o encosto das primeiras e últimas poltronas eram grandezas diretamente proporcionais, o que significa que quando uma aumenta, a outra também aumenta proporcionalmente.

Usando os valores fornecidos no enunciado para as distâncias da primeira poltrona à tela (0,6 L) e da última poltrona à tela (2,9 L), o participante deveria subtrair esses valores para encontrar a distância total utilizada para dispor as fileiras de poltronas, que era de 2,3 L. Como a tela de projeção tinha 12 metros de comprimento, isso correspondia a uma distância de 27,6 metros para dispor as fileiras de poltronas. No enunciado, o espaçamento entre as fileiras de poltronas era de 1 metro, o que significava que era possível dispor até 27 fileiras de poltronas em uma distância de 27,6 metros. No entanto, o participante deveria lembrar de adicionar a primeira fila a essas 27 fileiras, resultando em um total de 28 fileiras de poltronas (gabarito C). Esta questão pode ser considerada como muito difícil devido à complexidade envolvida na relação entre as grandezas e na resolução do problema prático relacionado à disposição das poltronas em uma sala de cinema.

A dificuldade deste item é confirmada pela análise da sua CCI, já que o parâmetro  $b$  igual a 873,781 indica um nível de dificuldade muito acima da média da escala, cujo valor é de 500. Neste caso, respondentes com proficiências iguais ou inferiores a 873,781 terão entre 24% e 62% de chance de responder incorretamente o item e para proficiências superiores a 873,781 terão chances superiores a 62% de acertar o item.

## 2.2.7 Análise da questão 137 da prova de matemática do ENEM 2022

Figura 12 - Item 137 da prova de matemática e seus parâmetros

**QUESTÃO 137**

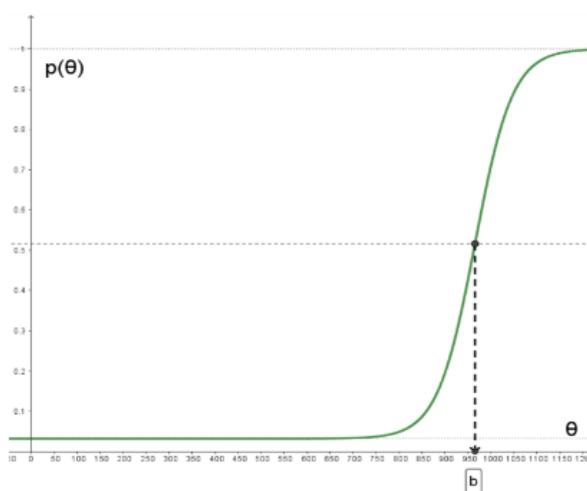
A *World Series* é a decisão do campeonato norte-americano de beisebol. Os dois times que chegam a essa fase jogam, entre si, até sete partidas. O primeiro desses times que completar quatro vitórias é declarado campeão.

Considere que, em todas as partidas, a probabilidade de qualquer um dos dois times vencer é sempre  $\frac{1}{2}$ . Qual é a probabilidade de o time campeão ser aquele que venceu a primeira partida da *World Series*?

- A**  $\frac{35}{64}$
- B**  $\frac{40}{64}$
- C**  $\frac{42}{64}$
- D**  $\frac{44}{64}$
- E**  $\frac{52}{64}$

ITEM 137	Parâmetros			Gabarito: C	Posição: 28 <sup>a</sup>
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	Habilidade nº 28 Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.	
	0,024441	965,334	0,03228		

Curva Característica do Item 137



Fonte: A autora, 2023.

A competência necessária para resolver o item da Figura 12 pertence à área 7, que envolve a compreensão de que muitos fenômenos naturais e sociais são

aleatórios e não-determinísticos. Também requer o uso de ferramentas apropriadas para medir, selecionar amostras e calcular probabilidades, a fim de interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística. A habilidade exigida neste item é a capacidade de resolver situações-problema que envolvam conhecimentos de estatística e probabilidade.

Este item descreve uma situação na qual é necessário aplicar cálculos de probabilidade e análise combinatória. Primeiramente, o participante deve prestar atenção aos dados fornecidos no enunciado, como o número máximo de partidas, que é 7, e a condição para se tornar campeão. Com base nesses dados, o participante precisa determinar as possíveis quantidades de partidas jogadas pelo time campeão, que podem ser 4, 5, 6 ou 7 partidas. Uma vez identificadas essas possibilidades de partidas para o time campeão, o próximo passo é calcular a probabilidade de o time que venceu a 1ª partida se tornar campeão com 4, 5, 6 ou até 7 partidas.

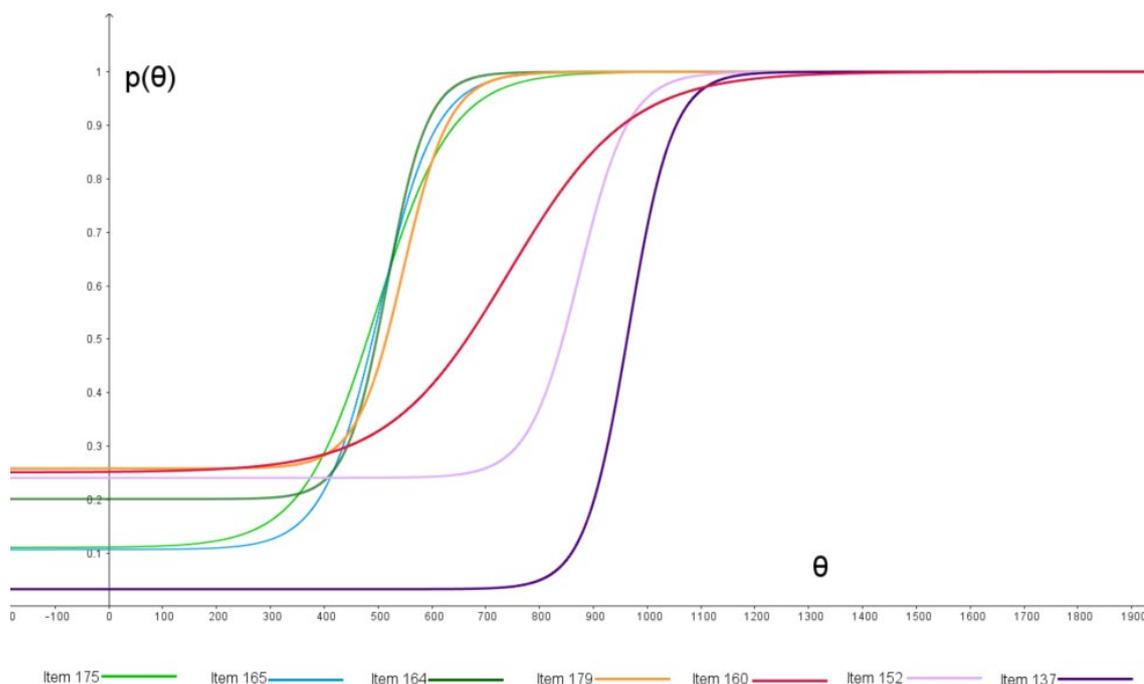
Como a probabilidade de vencer é sempre  $\frac{1}{2}$ , para ser campeão com 4 partidas, dado que o campeão venceu a primeira, a probabilidade seria  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ . Para 5 partidas, dado que o campeão venceu a primeira, seria necessário que também vencesse a quinta partida, então a probabilidade seria  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ . Contudo, o respondente deveria se atentar para o fato de que para vencer 4 partidas, dado que já venceu a primeira e última partidas, as duas restantes partidas a vencer serão calculadas fazendo combinações de 4 partidas tomando-se 2 partidas(vencidas). Desta forma, a probabilidade para o campeão vencer jogando 5 partidas seria  $\frac{1}{16} \cdot C_{3,2} = \frac{1}{16} \cdot 3 = \frac{3}{16}$ . Para 6 partidas, dado que o campeão venceu a primeira, seria necessário que também vencesse a sexta partida, então a probabilidade seria  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$ , e, de forma similar à situação das 5 partidas, a probabilidade seria  $\frac{1}{32} \cdot C_{4,2} = \frac{1}{32} \cdot 6 = \frac{6}{32}$ . Para 7 partidas, dado que o campeão venceu a primeira, seria necessário que também vencesse a sétima partida, então a probabilidade seria  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{64}$  multiplicado por  $C_{5,2}$ , resultando em  $\frac{1}{64} \cdot C_{5,2} = \frac{1}{64} \cdot 10 = \frac{10}{64}$ . Sendo assim, somando-se todas as probabilidades para ser campeão com 4 partidas, com 5 partidas, com 6 partidas e com 7 partidas, tem-se que a probabilidade de o time campeão ser aquele que venceu a primeira partida é de  $\frac{42}{64}$ .

Este item é considerado muito difícil, pois aborda conceitos típicos dos anos finais do ensino médio, como análise combinatória e probabilidade. Além disso, requer um alto nível de habilidades mentais para resolver a situação-problema apresentada.

A dificuldade deste item é confirmada pela análise da sua CCI, onde o parâmetro  $b$  é igual a 965,334, indicando um nível de dificuldade muito acima da média da escala, cujo valor é de 500. Neste contexto, respondentes com proficiências iguais ou inferiores a 965,334 terão entre 3% e 51% de chance de responder incorretamente o item e para proficiências superiores a 965,334 terão chances superiores a 51% de acertar o item.

Uma análise das dificuldades dos itens 175, 165, 164, 179, 160, 152 e 137, representados nas Figuras 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12, respectivamente, pode ser feita com base em suas curvas, conforme ilustrado na Figura 13. Essas curvas se deslocam para a direita à medida que a dificuldade do item aumenta, ou seja, itens mais difíceis exigem um maior nível de habilidade do respondente para serem respondidos corretamente. Por outro lado, um comportamento oposto das curvas ocorre quando elas se deslocam para a esquerda, o que indica que a dificuldade do item está diminuindo. Itens com essa característica exigem menor habilidade por parte do respondente para serem respondidos corretamente.

Figura 13 - Variação do parâmetro  $b$  na CCI



Fonte: A autora, 2023.

Outro ponto importante a ser observado é que os respondentes que possuem a habilidade  $\theta$  não apenas dominam a habilidade relacionada ao item com essa habilidade, mas também as habilidades dos itens que estão posicionados antes na escala. Isso significa que, se um respondente acertou o item 152, que possui um parâmetro de dificuldade  $b$  igual a 873,78 (medido na mesma escala de habilidade  $\theta$ ), espera-se que ele domine não apenas a habilidade desse item, mas também as habilidades dos itens 175, 165, 164, 179 e 160, que estão localizados antes do item 152 na escala.

Além disso, é importante notar que quanto maior for o valor do parâmetro de dificuldade  $b$ , maior será o nível de habilidade exigido para que o respondente acerte o item. Na Figura 12, que representa um item muito difícil do teste, podemos observar que os respondentes com habilidades acima de 965,33 terão pelo menos uma chance de 51% de acertar esse item. Esse valor corresponde à probabilidade de sucesso no ponto  $b$  (parâmetro de dificuldade).

### 3 DESVENDANDO O ENEM

De acordo com dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), o número de inscritos no ENEM 2023 ultrapassa a marca de 3,9 milhões. Esse total representa um aumento significativo em relação aos anos anteriores, com um crescimento de 13,1% em comparação a 2022, quando houve 3.476.226 inscritos, e um aumento de 14,2% em relação a 2021, que registrou 3.444.171 inscrições.

Em relação ao ano de 2023, que é o ano desta pesquisa, mais de 1,8 milhão de participantes já concluíram o ensino médio, correspondendo a 48,2% do total de inscritos. Os estudantes concluintes deste ano somam 1,4 milhão, o que representa 35,6% do total. O restante dos inscritos são os chamados "treineiros", que correspondem a 15,8% do total<sup>8</sup>.

À medida que o ENEM se consolidou como o principal meio de ingresso no ensino superior, observamos um aumento contínuo no número de inscritos para a realização do exame. É provável que esse fenômeno esteja intrinsecamente relacionado ao fato de que um número crescente de instituições adotou o ENEM como critério de seleção de estudantes.

Essa tendência de crescimento no interesse dos estudantes pela participação no ENEM não se limita apenas à preparação para a maior prova nacional. Ela também tende a se refletir no desejo dos candidatos de compreenderem o funcionamento do cálculo das suas notas neste exame, uma vez que o resultado do ENEM tem um impacto significativo em suas perspectivas de ingresso no ensino superior.

Nesse sentido, compreender o que os alunos afirmam conhecer sobre a metodologia de pontuação do ENEM por meio de uma pesquisa é de extrema importância. Esses dados podem ajudar a identificar conceitos e procedimentos que os estudantes acreditam dominar em relação ao cálculo das notas do ENEM. Isso é valioso porque revela suas percepções e potenciais equívocos sobre o processo de avaliação. Assim, nasceu o desejo de integrar um grupo de docentes de matemática, a partir da provocação desta autora, com a finalidade de ampliar as ações já desenvolvidas em suas salas de aula e estabelecer um formato de investigação único

---

<sup>8</sup> Informação disponível no portal do INEP em <<https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/enem/3-9-milhoes-estao-inscritos-no-enem-2023>>. Acesso em 10 ago. 2023.

a fim de conhecer o que os seus alunos concluintes do ensino médio sabem sobre o processo para calcular a nota do ENEM.

Ao obter informações sobre o que os alunos pensam saber, podem ser adaptados e aprimorados os materiais de preparação, direcionando-os para esclarecer os pontos de confusão ou desinformação. Portanto, em conjunto com a percepção do professor sobre o espaço/saber escolar diante do tema, é possível propor estratégias mais eficazes, garantindo que os alunos estejam bem preparados e confiantes em relação ao exame. Isso, por sua vez, contribui para uma avaliação mais justa e precisa de suas habilidades e conhecimentos.

No desenvolvimento deste trabalho, foi proposto um formulário que traria reflexões direcionadas a provocar o debate sobre o que o estudante entende sobre a TRI na elaboração das notas do ENEM e, a partir do cenário da sala da aula, propor estratégias efetivas para sanar dúvidas, preparando de forma mais adequada o estudante para o processo. A articulação com colegas de outras instituições garantiria que a análise pudesse reunir informações e ampliar a perspectiva sobre os respondentes do ENEM, fazendo com o que a proposta desta pesquisa contemplasse cenários diversos também.

O formulário em questão encontra-se descrito em detalhes no Apêndice A, e a organização das respostas coletadas pode ser encontrada no Apêndice B. Este instrumento foi preenchido igualmente entre estudantes de escolas públicas e escolas privadas da região metropolitana do estado do Rio de Janeiro. Quatro professores, incluindo esta pesquisadora, fizeram a divulgação para preenchimento junto aos seus alunos<sup>9</sup>.

Os resultados revelaram que 73,7% dos participantes afirmam entender um pouco ou muito sobre o procedimento de cálculo das notas, enquanto 57,5% reconhecem que a Teoria de Resposta ao Item (TRI) é a metodologia empregada nesse processo. Surpreendentemente, 58,8% dos alunos não estão familiarizados com o material do INEP "Entenda sua nota no ENEM: Guia do Participante". No

---

<sup>9</sup> A pesquisa conduzida por meio do formulário tinha como objetivo aprofundar a compreensão teórica de situações que surgem de forma espontânea e contingencial na prática profissional dos docentes. Sendo assim, ela não se enquadrava nas condições de submissão ao Comitê de Ética e Pesquisa institucional. Vale ressaltar ainda que essa pesquisa não coletou dados que pudessem identificar os participantes, o que enfatiza o compromisso ético do pesquisador com a confidencialidade e a proteção da privacidade dos envolvidos.

entanto, quando se trata da TRI, 55% dos respondentes já ouviram falar sobre essa abordagem e entendem um pouco ou muito do que ela envolve.

Uma descoberta importante é que apenas 27,5% dos alunos nunca receberam informações sobre o cálculo da nota do ENEM por parte de seus professores. Sem estranheza, esses professores se revelaram a fonte mais procurada para obter informações sobre o assunto, demonstrando o papel crucial que desempenham na educação dos estudantes sobre o ENEM e seu processo de avaliação.

De forma alinhada ao levantamento realizado e com o objetivo de proporcionar uma compreensão ainda mais clara e concisa em relação ao método de cálculo da proficiência no ENEM, bem como para esclarecer dúvidas que frequentemente surgem entre estudantes e professores, este estudo apresenta uma série de perguntas e respostas. Essas questões foram cuidadosamente elaboradas a fim de contribuir para sanar dúvidas inerentes às estratégias de atuação do respondente do ENEM e embasadas nos conceitos matematicamente fundamentados na teoria do modelo TRI, os quais foram discutidos nos capítulos e seções anteriores desta pesquisa. Cada pergunta corresponde a uma seção deste capítulo, tornando a abordagem mais organizada e acessível ao leitor.

### **3.1 A nota do ENEM é chamada de proficiência?**

Sim. No ENEM, cada examinando é avaliado pelo conhecimento que ele possui em cada área, ou seja, pela sua proficiência em cada uma das quatro áreas do conhecimento (Ciências Humanas e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Linguagens, Códigos e suas Tecnologias e Matemática e suas Tecnologias). Para avaliar o conhecimento do examinando em cada área, calcula-se sua proficiência por área. Diferente das avaliações escolares usuais, o examinando não é avaliado pela quantidade de questões certas, mas pela coerência pedagógica das suas respostas. Neste exame, o que se pretende é medir a proficiência dos seus examinandos em cada área do conhecimento. Desde 2009, o ENEM passou a ter como base a Teoria de Resposta ao Item (TRI) para o cálculo da proficiência dos seus participantes.

Conforme INEP (Procedimentos de análise, 2021, p.6),

No Enem, o cálculo da proficiência com o uso da TRI permite acrescentar outros aspectos além do quantitativo de acertos (utilizado na TCT), tais como os parâmetros dos itens e o padrão de resposta do participante. Assim, duas pessoas com a mesma quantidade de acertos na prova são avaliadas de formas distintas a depender de quais itens estão certos e podem, assim, ter habilidades diferentes. Portanto, a estimação da proficiência está relacionada ao número de acertos, aos parâmetros dos itens e ao padrão de respostas.

A estimação da proficiência é o processo de mensuração da consistência/coerência do padrão de respostas, que, naturalmente, faz uso dos itens que compõem a prova, mas que poderiam ser outros. A medida da proficiência não depende da prova, esse é o ponto central que difere a TRI da TCT.

### **3.2 A nota do ENEM é calculada pela quantidade de acertos?**

Não. Até o ano de 2009, o ENEM baseava seu cálculo da nota final dos participantes na Teoria Clássica dos Testes (TCT). Nessa abordagem, os escores (notas) individuais eram calculados simplesmente somando-se os pontos obtidos em cada item da prova, atribuindo-se 0 para itens errados e 1 para itens corretos. Entretanto, a partir de 2009, o ENEM passou por uma transformação significativa. A prova agora consiste em 180 questões de múltipla escolha, divididas em quatro áreas de conhecimento, e adotou a Teoria de Resposta ao Item (TRI) como método de avaliação. Essa mudança refletiu o novo objetivo do exame, que passou a ser a avaliação da proficiência dos participantes em relação a um traço latente, ou seja, uma característica individual que não pode ser medida diretamente e requer a utilização de um instrumento, neste caso, o próprio exame, composto por um conjunto de itens criteriosamente elaborados.

### **3.3 Acertando a mesma quantidade de questões, dois participantes poderão ter notas diferentes?**

Sim. De acordo com o modelo da Teoria de Resposta ao Item (TRI) utilizado no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), é esperado que os participantes

acertem as questões de nível fácil e moderado antes de enfrentar desafios mais difíceis. No ENEM, o cálculo da proficiência do respondente é estimado com base na consistência de suas respostas.

Desta forma, é esperado que aquele que acertou as questões difíceis também tenha acertado as questões fáceis e a maioria das questões de nível moderado. Isso se deve à compreensão de que a aquisição de conhecimento ocorre de maneira gradual e cumulativa.

Para ilustrar essa afirmação, tomamos como exemplo dois participantes da planilha de microdados<sup>10</sup> do ENEM 2022. Vamos chamá-los de Respondente A e Respondente B. Suas sequências de respostas<sup>11</sup> na prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM 2022, na edição do caderno azul, estão apresentadas na Tabela 8. Na referida tabela, os valores para os parâmetros de dificuldade foram retirados da planilha de microdados divulgada pelo INEP. Estes valores foram listados utilizando a escala métrica (500,100) pois, na planilha divulgada pelo INEP, os parâmetros dos itens estão apresentados em duas escalas, (0,1) e (500,100).

---

<sup>10</sup> Os microdados do Enem são o menor nível de desagregação de dados recolhidos por meio do exame. Eles atendem à demanda por informações específicas ao disponibilizar as provas, os gabaritos, as informações sobre os itens, as notas e o questionário respondido pelos inscritos no Enem. A planilha dos microdados do ENEM 2022 está disponível no portal do INEP. Disponível em <<https://www.gov.br/inep/pt-br/acesso-a-informacao/dados-abertos/microdados/enem>>. Acesso em: 01 maio 2023.

<sup>11</sup> Os dados dos participantes denominados A e B, como os padrões de respostas dadas na prova de Matemática e suas tecnologias e as suas proficiências nesta área foram retirados da planilha de microdados do ENEM 2022, precisamente nas células AI38, AI39, AM38 E AM39. Disponível em <<https://www.gov.br/inep/pt-br/acesso-a-informacao/dados-abertos/microdados/enem>>. Acesso em: 01 maio 2023.

Tabela 8 – Padrão de respostas de dois respondentes A e B a 43 questões ordenadas conforme disposição no caderno de prova do ENEM

Itens	Gabarito	Parâmetro <i>b</i>	Respondente A	Respondente B
136	E	740,899	B	E
137	C	965,3	C	B
138	D	727,5	D	B
139	A	786,02	B	C
140	B	830,1	A	A
141	E	convergência	D	B
142	B	833,5	A	B
143	D	745,1	C	B
144	C	692,1	B	A
145	E	758,4	D	D
146	E	741,5	C	C
147	C	948,6	E	B
148	D	522,5	B	B
149	B	522,1	D	D
150	D	822,1	C	C
151	C	702,1	D	A
152	C	873,7	C	C
153	C	744,7	A	B
154	C	656,6	C	A
155	B	716,9	E	E
156	C	740,6	B	C
157	anulado		A	A
158	C	523,7	E	E
159	B	525,4	A	E
160	A	743,2	E	B
161	A	733,3	C	B
162	C	638,1	C	E
163	D	740,38	D	A
164	B	516,44	C	A
165	A	502,3	C	C
166	A	677,6	D	A
167	A	658,6	E	E
168	C	594,7	A	A
169	E	688,9	C	C
170	B	632,9	E	E
171	A	587,45	A	B
172	B	758,86	E	A
173	D	563,977	A	C
174	D	757,76	A	C
175	E	498	D	E
176	D	1027,505	C	B
177	A	564,802	E	A
178	E	756,69	C	C
179	B	546,69	B	B
180	E	703,62	E	D

Fonte: A autora, 2023.

As sequências de respostas dos participantes A e B foram comparadas com o gabarito e transformadas em sequências de 0 e 1, em que 0 representa respostas incorretas e 1 representa respostas corretas. Consulte a Tabela 9 para detalhes.

Tabela 9 – Padrão de respostas de dois participantes a 43 questões ordenadas de forma crescente pelo parâmetro de dificuldade  $b$

<b>Itens</b>	<b>Parâmetro <math>b</math></b>	<b>Respondente A</b>	<b>Respondente B</b>
175	498	0	1
165	502,3	0	0
164	516,44	0	0
149	522,1	0	0
148	522,5	0	0
158	523,7	0	0
159	525,4	0	0
179	546,69	0	1
173	563,977	0	0
177	564,802	0	1
171	587,45	1	0
168	594,7	0	0
170	632,9	0	0
162	638,1	1	0
154	656,6	1	0
167	658,6	0	0
166	677,6	0	1
169	688,9	0	0
144	692,1	0	0
151	702,1	0	0
180	703,62	1	0
155	716,9	0	0
138	727,5	1	0
161	733,3	0	0
163	740,38	1	0
156	740,6	0	1
136	740,899	0	1
146	741,5	0	0
160	743,2	0	0
153	744,7	0	0
143	745,1	0	0
178	756,69	0	0
174	757,76	0	0
145	758,4	0	0
172	758,86	0	0
139	786,02	0	0
150	822,1	0	0

140	830,1	0	0
142	833,5	0	1
152	873,7	1	1
147	948,6	0	0
137	965,3	1	0
176	1027,505	0	0
141	convergência		
157	anulada		

Fonte: A autora, 2023.

A Tabela 9 apresenta as 43 questões da área de Matemática e suas Tecnologias do caderno azul do ENEM 2022 regular. Essas questões estão organizadas em ordem crescente de dificuldade, de acordo com o seu parâmetro de dificuldade (parâmetro  $b$ ).

As sequências de respostas dos participantes A e B são exibidas, usando os valores 0 e 1. Ou seja, 0 indica uma resposta incorreta e 1 indica uma resposta correta. Observa-se que o participante B começou acertando as questões mais fáceis (itens 175, 179 e 177), enquanto o participante A não acertou as questões mais fáceis, apenas algumas de nível médio e outras mais difíceis. É importante notar que quando um participante acerta uma questão de maior dificuldade que exige conhecimentos de níveis anteriores, isso pode indicar uma falta de coerência em suas respostas. Nesse caso, os acertos nas questões contribuirão menos para a sua nota.

Os exemplos de dados do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) de 2022 mostram que os participantes A e B têm proficiências diferentes em Matemática, embora tenham acertado a mesma quantidade de questões. O participante A, que não acertou as questões consideradas mais fáceis, obteve uma proficiência de 446,4, um valor inferior ao do participante B, que obteve uma proficiência de 474,7. Portanto, para participantes com o mesmo número de acertos na prova, aquele que responder de forma mais coerente pedagogicamente terá uma proficiência mais elevada.

### **3.4 É possível identificar no ENEM os itens que são fáceis, medianos ou difíceis?**

Não. Embora as questões (itens) não sejam rotuladas com um grau de dificuldade específico, é possível para o respondente fazer uma avaliação pedagógica ao ler o enunciado de cada questão. Durante essa leitura, o respondente pode identificar os conteúdos que estão sendo abordados. Geralmente, os conteúdos relacionados aos anos finais do ensino fundamental tendem a ser mais acessíveis do que os tópicos ensinados nos anos finais do ensino médio, não exigindo muito tempo do respondente para tentar resolver a questão corretamente.

Além disso, a dificuldade percebida pode estar relacionada a uma sobreposição de conceitos e procedimentos que, muitas vezes, são ensinados de forma separada na escola. Em questões mais complexas, pode haver a necessidade de aplicar vários processos distintos para chegar à solução desejada, tornando a tarefa mais desafiadora para o respondente.

### **3.5 As questões do ENEM estão dispostas no caderno de prova por ordem de dificuldade, ou seja, dá mais fácil para a mais difícil?**

Não. Os 45 itens aplicados em cada área do conhecimento são distribuídos de forma aleatória dentro do caderno de prova. Mesmo quando há diferentes cadernos de provas para a mesma aplicação (como observado no INEP, 2022), as variações ocorrem principalmente na cor do caderno e na ordem de distribuição das questões.

A Tabela 8 evidencia claramente essa distribuição aleatória dos itens dentro do caderno. Por exemplo, os itens 137, 140 e 142, que são considerados de alta dificuldade, ocupam posições iniciais no caderno azul. Em contrapartida, o item 175, considerado o mais fácil da prova, está posicionado entre as últimas questões do caderno.

Alguns pesquisadores chegaram à conclusão de que a existência de cadernos de provas com diferentes ordens de itens pode impactar o grau de dificuldade percebido pelos participantes. Isso ocorre porque fatores como a fadiga, por exemplo,

podem tornar uma questão que está no final do teste (considerada fácil) em uma questão mais desafiadora, afetando a proficiência do respondente.

Conforme Franklin *et al.* (2018, p.6),

A variação da dificuldade dos itens para cada cor de prova pode atribuir um valor de proficiência diferente para dois candidatos que possuem a mesma proficiência devido ao fato dos candidatos receberem cadernos de prova de cores diferentes.

### **3.6 Se um respondente errar todas as 45 questões de uma área, então sua nota nesta área será zero?**

Não. O ENEM utiliza a Teoria de Resposta ao Item (TRI) para calcular as notas dos candidatos, e esse sistema não impõe um valor mínimo ou máximo padrão. Apesar de as proficiências dos participantes serem representadas em uma escala de zero a mil, isso não significa que alguém possa atingir uma proficiência exatamente de 0 ou 1000. Os valores mínimos e máximos dependem das características das questões e das respostas dos candidatos.

Para esclarecer, na edição do ENEM de 2022, nenhum candidato alcançou a pontuação máxima de 1000 na prova. Entretanto, isso não significa que, se alguém responder corretamente a todas as questões, sua proficiência será necessariamente menor, igual ou maior do que 1000.

Como exemplo, na prova de Matemática e suas Tecnologias, os valores mais baixos e mais altos de proficiência registrados, com base nos dados fornecidos pelo INEP em 2022, foram 337 e 983,9, respectivamente. Notavelmente, apenas três candidatos obtiveram a proficiência máxima, cada um deles em cadernos de cores diferentes. Ao analisar as sequências de respostas desses três candidatos, foi observado que todos erraram a mesma questão: o item 137 do caderno azul (correspondente ao item 152 do caderno amarelo e ao item 158 do caderno rosa). Esse item, analisado nesta pesquisa no Capítulo 2, seção 2.2.7, em particular, foi considerado altamente difícil, com base em seu parâmetro de dificuldade, que foi calculado em 965,33.

Por outro lado, a menor proficiência registrada nesta edição da prova foi de 337, e 44 candidatos obtiveram esse resultado. Ao examinar as sequências de respostas desses candidatos nos dados do ENEM, observou-se que eles acertaram apenas de 2 a 3 questões, sem uma coerência pedagógica aparente em seus desempenhos.

Assim, a TRI permite que a avaliação seja mais precisa, levando em consideração a dificuldade das questões e o desempenho relativo dos candidatos, em vez de simplesmente atribuir uma nota zero a quem não acerta nenhuma questão.

### **3.7 Se não souber responder à questão, é melhor chutar do que deixá-la em branco?**

Sim. Deixar uma questão (item) em branco, ou seja, não selecionar nenhuma alternativa como resposta, resultará na correção da questão como errada. Portanto, em termos de pontuação, é mais vantajoso responder a uma questão, mesmo que não se tenha certeza da resposta, do que deixá-la em branco. Isso ocorre porque, ao responder, há pelo menos uma chance de acertar, enquanto deixar em branco garante um erro. No entanto, é importante notar que se um participante acertou uma questão por meio de um "chute", ou seja, acertou aleatoriamente, isso não significa necessariamente que sua nota geral diminuirá. No entanto, a pontuação obtida dessa maneira pode não ter tanto valor, especialmente se o participante não conseguiu acertar outras questões de forma consistente e coerente do ponto de vista pedagógico. Em resumo, é recomendável responder a todas as questões, mesmo que seja necessário adivinhar em algumas, já que deixar questões em branco resulta em erro para essas questões. No entanto, para obter uma pontuação significativa, é essencial focar em um desempenho consistente e coerente em toda a prova, em vez de depender apenas de "chutes" esporádicos para ganhar pontos.

### **3.8 É melhor resolver as questões difíceis primeiro?**

Não. O candidato deve acertar não apenas as questões mais difíceis, mas também uma porção significativa das questões de dificuldade mediana e fácil no exame. O ENEM utiliza a Teoria de Resposta ao Item (TRI), que se baseia na ideia de coerência pedagógica, ou seja, essa teoria avalia a consistência das respostas corretas do candidato.

Espera-se que um candidato que tenha acertado questões difíceis também tenha um bom desempenho em questões de dificuldade menor, ou seja, as questões fáceis e as de dificuldade mediana. Isso se deve ao fato de que o conhecimento é construído de maneira cumulativa na aprendizagem, onde as habilidades mais complexas pressupõem a compreensão e domínio das habilidades mais simples.

Ao observar o Mapa de Itens, como apresentado na Figura 4 (Capítulo 2, Seção 2.1.4), é esperado que um candidato que acertou um item posicionado em um nível mais alto da escala, por exemplo, 600, tenha uma alta probabilidade de acertar os itens posicionados abaixo desse nível. Se o candidato errou itens posicionados abaixo desse nível, isso indicaria uma falta de coerência pedagógica nas respostas, e, conseqüentemente, os acertos contribuiriam menos para a sua nota.

Portanto, para obter uma pontuação sólida e coerente, é aconselhável acertar as questões fáceis e também responder corretamente a uma quantidade significativa de questões de dificuldade mediana. Isso reflete uma compreensão sólida e consistente dos conceitos, o que é fundamental para o sucesso no ENEM.

### **3.9 É possível identificar itens respondidos no chute?**

Não. O que se consegue afirmar é que a probabilidade de o candidato ter chutado é elevadíssima, mas efetivamente identificar (de forma definitiva) que o estudante chutou o item, isso não é possível. No contexto do ENEM, o modelo de Teoria de Resposta ao Item (TRI) é empregado para analisar o padrão de respostas fornecido pelo candidato. Caso esse padrão de respostas não demonstre coerência pedagógica, ou seja, se o candidato acertar questões mais difíceis e errar questões

mais fáceis, para aquelas questões difíceis respondidas corretamente, considera-se que o candidato as acertou por "chute".

Cada questão é atribuída a um valor para o parâmetro  $c$ , que controla a probabilidade de os candidatos com baixa proficiência responderem corretamente à questão. Para obter mais detalhes sobre esse conceito, você pode consultar o Capítulo 2, Seção 2.1.1.3.

Essa abordagem é fundamental para avaliar o desempenho dos candidatos e identificar padrões de resposta que indiquem uma compreensão sólida dos conceitos, em vez de respostas aleatórias ou baseadas em "chutes".

### **3.10 Há uma quantidade exata de questões fáceis, medianas e difíceis?**

Não. Em qualquer avaliação educacional, é comum que as questões se distribuam em diferentes níveis de dificuldade, abrangendo o fácil, o intermediário e o difícil. Alguns estudiosos, como Pasquali (2001), sugerem uma distribuição ideal para uma escala de proficiência de 0 a 1000, que corresponde à mesma escala de dificuldade das questões. Segundo essa sugestão, 10% do total de questões estaria na faixa de proficiência de 0 a 200, 20% na faixa de 200 a 400, 40% na faixa de 400 a 600, 20% na faixa de 600 a 800 e 10% na faixa de 800 a 1000 (para mais detalhes, consulte o Capítulo 2, Seção 2.1.3).

Ao analisar a prova de matemática do ENEM 2022, composta por 43 questões avaliadas, conforme apresentado na Tabela 3 (Capítulo 3, Seção 3.4), observamos que 12 questões estão na faixa de 400 a 600, 24 questões na faixa de 600 a 800 e 7 questões na faixa de 800 a 1000. Isso resulta em uma distribuição de 28% das questões de matemática na faixa de 400 a 600, 56% na faixa de 600 a 800 e 16% na faixa de 800 a 1000.

Em uma análise superficial, podemos concluir que aproximadamente 28% das questões são de nível fácil, 56% são de nível intermediário e 16% são de nível difícil. Essa distribuição reflete a diversidade de questões que os candidatos encontram na prova, abrangendo diferentes graus de complexidade para avaliar suas habilidades e conhecimentos.

### **3.11 Acertando a mesma quantidade de questões em uma determinada área em anos distintos de aplicação, as notas serão distintas?**

Sim. O cálculo da proficiência no ENEM é estimado por meio da Teoria de Resposta ao Item (TRI), o que significa que não é diretamente influenciado pela quantidade absoluta de acertos. Em vez disso, ele leva em consideração os parâmetros das questões e o padrão de respostas fornecido pelo candidato.

Portanto, mesmo que um candidato acerte a mesma quantidade de questões em anos distintos de aplicação do exame, não necessariamente resultará em notas idênticas. Isso ocorre porque a proficiência depende não apenas do número de acertos, mas também da natureza das questões que foram acertadas. As questões são categorizadas em níveis de dificuldade, abrangendo itens fáceis, medianos e difíceis.

Além disso, o padrão de respostas dado pelo candidato também desempenha um papel crucial na determinação da proficiência. Assim, mesmo que a quantidade de acertos seja a mesma, se o candidato tiver um padrão de respostas diferente em anos distintos, isso pode levar a proficiências diferentes.

### **3.12 As questões do ENEM são testadas previamente?**

Sim. O ENEM dispõe de um Banco Nacional de Itens (BNI) que abriga uma extensa coleção de questões concebidas por especialistas, com base em uma matriz de competências e habilidades (veja Anexo A). Todas as questões do BNI passaram por testes realizados por um grupo de estudantes e foram submetidas a um processo de calibração minucioso.

Isso significa que cada item do BNI é caracterizado por parâmetros específicos cujos valores foram calculados com precisão por meio de procedimentos matemáticos. Esses cálculos permitem determinar a porcentagem de respostas corretas e incorretas para cada item. Os parâmetros de dificuldade, discriminação e probabilidade de acerto ao acaso são estimados até que se alcance a convergência desejada. Uma vez alcançada essa estabilidade, os valores dos parâmetros dos itens

são fixados, tornando-se constantes e aptos a integrar o conjunto de questões do exame.

É importante ressaltar que os nomes dos estudantes que participaram desses testes não são divulgados, e esse grupo de participantes não tem conhecimento de que estão contribuindo para a avaliação de itens do ENEM. Esse rigoroso processo assegura a confiabilidade e a validade das questões que compõem o exame, garantindo que ele seja um instrumento justo e preciso de avaliação do conhecimento dos candidatos.

No entanto, caso haja situações em que itens que compõem a prova não foram pré-testados, estes serão calibrados a posteriori.

### **3.13 Dois itens com a mesma habilidade, podem ter graus de dificuldade diferentes?**

Sim. Todas as perguntas do ENEM são criadas de acordo com um conjunto de diretrizes chamado Matriz de referência<sup>12</sup> e são cuidadosamente avaliadas para garantir que se encaixem nessa matriz. Para ilustrar isso, considere a prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM 2022, edição regular, caderno azul.

Nesta prova, encontramos duas perguntas, a saber, a pergunta 136 e a pergunta 173, que abordam a mesma habilidade listada na matriz de referência, que é a habilidade número 25. Essa habilidade requer que o candidato seja capaz de resolver problemas que envolvem informações apresentadas em tabelas ou gráficos.

No entanto, mesmo exigindo a mesma habilidade dos candidatos, essas duas perguntas têm níveis de dificuldade diferentes. A pergunta 136 tem um nível de dificuldade de 740,8, enquanto a pergunta 173 tem um nível de dificuldade de 563,9. Isso significa que a pergunta 173 foi considerada mais fácil em comparação com a pergunta 136, apesar de ambas abordarem a mesma habilidade.

---

<sup>12</sup> Matriz de Referência é um documento oficial que apresenta as habilidades e competências que serão exigidas em um exame. No ENEM, a Matriz Referência toma como base os documentos oficiais que subsidiam o ensino médio e apresenta as competências e habilidades para cada uma das quatro áreas do conhecimento. A matriz está disponível no portal do INEP. Disponível em <[https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz\\_referencia.pdf](https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf)>. Acesso em: 01 maio 2023.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como objetivo central explorar o uso do conhecimento na Teoria de Resposta ao Item (TRI) como uma ferramenta para a elaboração de estratégias que favoreçam a inserção de estudantes do ensino médio no ensino superior, em particular, por meio do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Combinando métodos quantitativos e análises qualitativas, nossa abordagem permitiu uma investigação detalhada e abrangente. A pesquisa foi fundamentada em uma pesquisa bibliográfica consistente, que incluiu a revisão e análise de fontes bibliográficas, documentos e regulamentos relacionados ao ENEM e à TRI, essenciais para a construção de respostas teoricamente embasadas para perguntas de interesse dos respondentes do ENEM.

Durante o processo de pesquisa, foi possível perceber a carência de informações detalhadas sobre o cálculo das notas no ENEM, especialmente direcionadas para os estudantes do ensino médio. A complexidade da TRI e a falta de explicações acessíveis tendem a contribuir para a dificuldade dos estudantes em compreender o método de avaliação. Como resposta a essa lacuna, desenvolvemos um conjunto de perguntas e respostas destinadas a abordar as dúvidas mais comuns relacionadas à TRI e ao cálculo das notas no ENEM. Nosso objetivo é fornecer recursos práticos que podem ser incorporados às estratégias pedagógicas para auxiliar os estudantes na preparação para o exame.

Este estudo enfatiza a importância de capacitar os estudantes do ensino médio com conhecimento sobre a TRI e seus efeitos no ENEM, permitindo que enfrentem o exame com maior confiança e compreensão. A tradução de conceitos complexos em linguagem acessível é essencial para que os alunos possam se preparar de forma teoricamente embasada e eficaz.

Como sugestão para futuras pesquisas, recomendamos que a disseminação de informações claras sobre a TRI para estudantes e professores seja uma iniciativa valiosa para promover a igualdade de oportunidades educacionais e o sucesso dos estudantes do ensino médio no acesso ao ensino superior. Além disso, é importante dar retorno aos docentes da educação básica envolvidos na pesquisa e promover reflexões sobre as impressões dos estudantes em relação ao conhecimento sobre a

relação entre TRI e ENEM, apresentando o material com perguntas e respostas, além deste texto, como referência para discussões no espaço da escola.

Dada a importância do ENEM para os estudantes que o utilizam como forma de ingresso em cursos superiores, é fundamental que eles entendam o funcionamento do modelo logístico da TRI aplicado na estimativa de suas notas. Para esta metodologia, tão importante quanto acertar uma questão é garantir que o comportamento das respostas dadas pelos examinandos seja coerente pedagogicamente. Esperamos que este estudo tenha contribuído para uma melhor compreensão da aplicação da TRI no cálculo da proficiência do ENEM e para desmistificar algumas questões que, embora amplamente aceitas, muitas vezes são equivocadas.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, D. F.; TAVARES, H. R.; VALLE, R. C. **Teoria da Resposta ao Item: conceitos e aplicações**. São Paulo: Associação Brasileira de Estatística, 2000.

ANDRADE, D. F. de; VALLE, R. da C. Introdução à Teoria da Resposta ao Item. **Estudos em Avaliação Educacional**. São Paulo, n. 18, p. 13–32, 1998. DOI: 10.18222/eae01819982250. Disponível em: <<https://publicacoes.fcc.org.br/eae/article/view/2250>>. Acesso em: 29 mar. 2023.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Página principal. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br>>. Acesso em: 08 set. 2023.

\_\_\_\_\_. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **ENEM: interpretação pedagógica das escalas de proficiência**. Brasília, DF: INEP, 2014. Disponível em: <[https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes\\_e\\_exames\\_da\\_educacao\\_basica/interpretacao\\_pedagogica\\_das\\_escalas\\_de\\_proficiencia.pdf](https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/interpretacao_pedagogica_das_escalas_de_proficiencia.pdf)>. Acesso em: 10 jun. 2023.

\_\_\_\_\_. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **ENEM: procedimentos de análise**. Brasília, DF: INEP, 2021. Disponível em: <[https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes\\_e\\_exames\\_da\\_educacao\\_basica/enem\\_procedimentos\\_de\\_analise.pdf](https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/enem_procedimentos_de_analise.pdf)>. Acesso em: 01 jun. 2023.

\_\_\_\_\_. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **ENEM: Relatório pedagógico: Enem 2011 - 2012**. Brasília, DF: INEP, 2015. Disponível em: <[https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes\\_e\\_exames\\_da\\_educacao\\_basica/relatorio\\_pedagogico\\_enem\\_2011\\_2012.pdf](https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_pedagogico_enem_2011_2012.pdf)>. Acesso em: 02 jun. 2023.

\_\_\_\_\_. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Entenda a sua nota no Enem: guia do participante**. Brasília, DF: INEP, 2021. Disponível em: <[https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes\\_e\\_exames\\_da\\_educacao\\_basica/entenda\\_a\\_sua\\_nota\\_no\\_enem\\_guia\\_do\\_participante.pdf](https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/entenda_a_sua_nota_no_enem_guia_do_participante.pdf)>. Acesso em: 05 jan. 2023.

\_\_\_\_\_. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Matriz de referência para o Enem**. Brasília, DF: INEP, 2020. Disponível em: <[https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz\\_referencia.pdf](https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf)>. Acesso em: 01 maio 2023.

\_\_\_\_\_. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Microdados do Enem 2022**. Brasília, DF: INEP, 2022. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/microdados/enem>>. Acesso em: 01 maio 2023.

\_\_\_\_\_. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Provas e gabaritos 2022. 2º Dia – Caderno 7 – Azul – Aplicação Regular**. Brasília, DF: INEP, 2022. Disponível em: <[https://download.inep.gov.br/enem/provas\\_e\\_gabaritos/2022\\_PV\\_impreso\\_D2\\_CD7.pdf](https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2022_PV_impreso_D2_CD7.pdf)>. Acesso em: 01 maio 2023.

FRANKLIN, Levi Mendes et al. Efeito de posição na dificuldade dos itens do Enem. In: **Anais do VI CONBRATRI: Métodos para detecção de fraudes em testes**. Anais...Juiz de Fora (MG) Hotel Victory Business, 2018. Disponível em: <<https://www.even3.com.br/anais/conbratri/93979-EFEITO-DE-POSICAO-NA-DIFICULDADE-DOS-ITENS-DO-ENEM>>. Acesso em: 18 ago. 2023.

HUTZ, Claudio Simon; BANDEIRA, Denise Ruschel; TRENTINI, Clarissa Marcelli. **Psicometria**. Artmed Editora, 2015.

KLEIN, R. Alguns aspectos da teoria de resposta ao item relativos à estimação das proficiências. **Revista Ensaio: Avaliação Política Pública em Educação**. 2013, v. 21, n. 78, p. 35-56. 2013.

MUÑIZ, José. **Teoria clássica de los testes**. Madrid: Pirámide, 1994.

PASQUALI, L. **Psicometria: teoria dos testes na psicologia e na educação**. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

PASQUALI, L. Psychometrics. **Revista da Escola de Enfermagem da USP**, [S. l.], v. 43, n. spe, p. 992-999, 2009. Disponível em: <<https://www.revistas.usp.br/reeusp/article/view/40416>>. Acesso em: 17 jan. 2023.

PASQUALI, L. **Técnicas de Exame Psicológico: fundamentos**. 2. ed. São Paulo: Vetor, 2016.

PASQUALI, L. **Técnicas de Exame Psicológico – TEP: manual**. Vol. I: Fundamentos das Técnicas Psicológicas. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2001.

PASQUALI, L. **TRI – Teoria de Resposta ao Item: Teoria, Procedimentos e Aplicações**. v. 1. Brasília: Editora Appris, 2018.

RABELO, M. L. **Avaliação Educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

VALLE, Raquel da Cunha. Teoria de resposta ao item. **Estudos em Avaliação Educacional**. São Paulo, n. 21, p. 07 – 92, jun. 2000. Disponível em <[http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-68312000000100002&lng=pt&nrm=iso](http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-68312000000100002&lng=pt&nrm=iso)>. Acesso em 30 mar. 2023.

## APÊNDICE A - Questionário aplicado aos 80 estudantes concluintes do ensino médio

### ENEM

Caro estudante concluinte do ensino médio,  
Este formulário é uma pesquisa acerca sobre o seu entendimento e interesse no cálculo da nota no ENEM ( Exame Nacional do Ensino Médio).

1) Você é estudante da rede: \*

- pública
- privada

2) O que você sabe sobre o cálculo da nota do ENEM? \*

- não entendo
- entendo pouco
- entendo bem

3) O que você sabe sobre a TRI ( Teoria de Resposta ao Item)? \*

- nunca ouvi falar
- já ouvi falar, mas não entendi
- já ouvi falar e entendi um pouco
- já ouvi falar e entendi bem

⋮

4) Sobre o cálculo da nota do ENEM? \*

- não tenho interesse em compreender
- é difícil de compreender
- é razoável de compreender
- é fácil de compreender

5) Você sabia que o cálculo da nota do ENEM utiliza a metodologia da TRI? \*

- sim
- não

6) Algum professor do ensino médio falou sobre o cálculo da nota do ENEM em sala de aula? \*

- nunca
- alguma vez
- às vezes
- sempre

7) Por qual(is) fonte(s) você já buscou informações sobre o cálculo da nota do ENEM? \*

- nunca pesquisei
- palestra
- professores na escola
- Guia do Participante - Entenda sua nota no ENEM
- vídeos na internet
- amigos

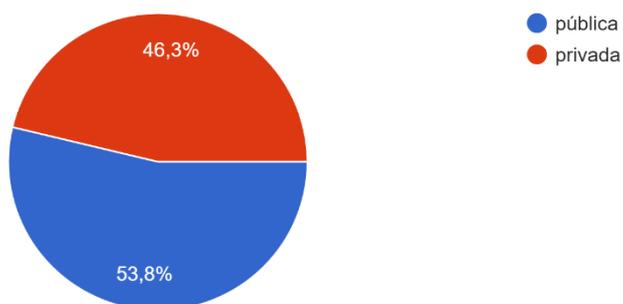
8) Sobre o Guia do Participante – Entenda sua nota no ENEM: \*

- desconheço
- já ouvi falar
- já li e não entendi
- já li e entendi pouco
- já li e entendi bem

## APÊNDICE B - Respostas do questionário disponibilizado no Apêndice A

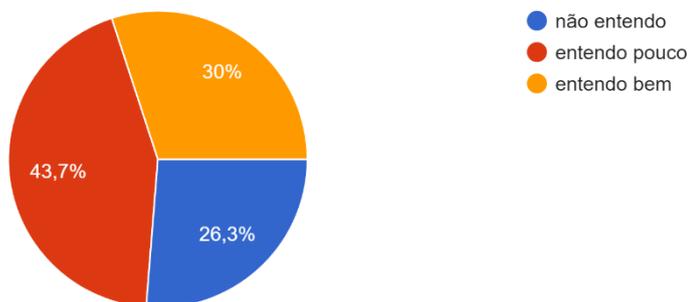
1) Você é estudante da rede:

80 respostas



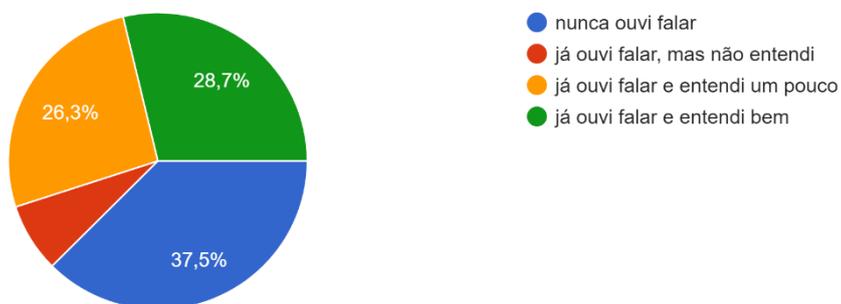
2) O que você sabe sobre o cálculo da nota do ENEM?

80 respostas



3) O que você sabe sobre a TRI ( Teoria de Resposta ao Item)?

80 respostas



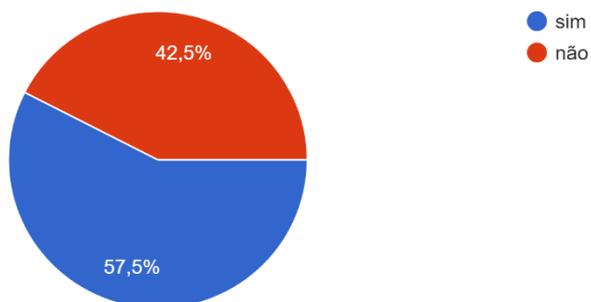
## 4) Sobre o cálculo da nota do ENEM?

80 respostas



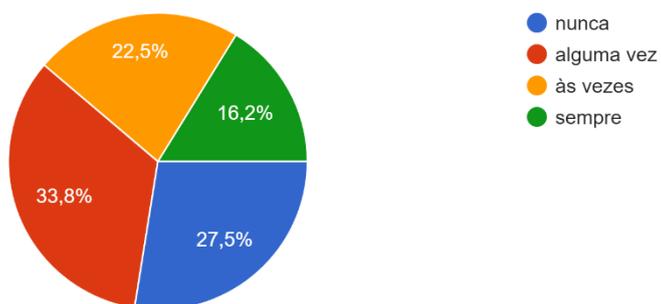
## 5) Você sabia que o cálculo da nota do ENEM utiliza a metodologia da TRI?

80 respostas



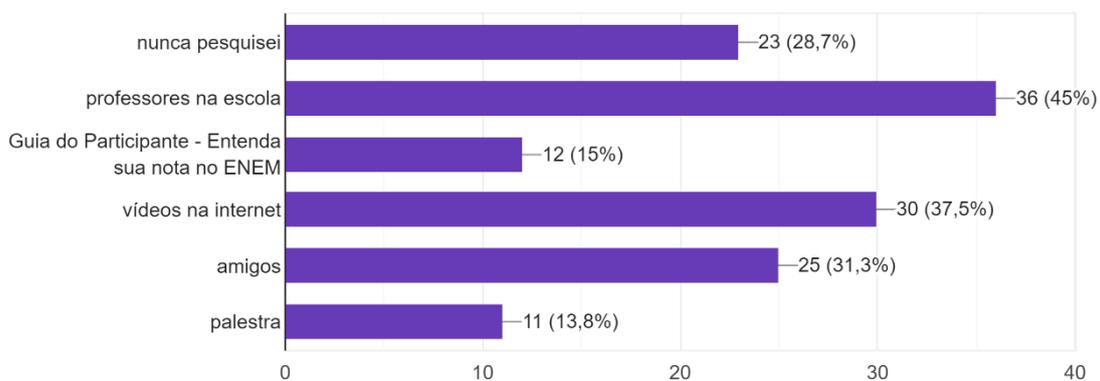
## 6) Algum professor do ensino médio falou sobre o cálculo da nota do ENEM em sala de aula?

80 respostas



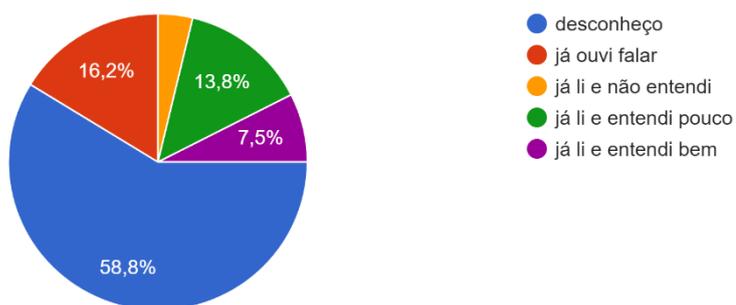
## 7) Por qual(is) fonte(s) você já buscou informações sobre o cálculo da nota do ENEM?

80 respostas



## 8) Sobre o manual Entenda sua nota no ENEM: guia do Participante:

80 respostas



## APÊNDICE C - Menores e maiores proficiências dos examinandos do ENEM 2022 em matemática e suas tecnologias

	T	U	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	
1	CO_N	NO_MU	CO_PRI	CO	CO_PROV	CO_PROVA_N	NU_N	NU_NC	NU_NOTA	NU_NOTA_N	T	T	T	TX_RESPOSTAS_MT	
11262	3E+06	Gravatá	1087	1056	1066		1078	472	492.1	547.9				337	EDC EAEA ECE EDDBBCEAAEBCEBAEBCEDEEDBBAEAEEDCCAAEBBADCBBDE
15994	4E+06	Soleidade	1088	1058	1067		1077	405.3	523.3	445.6				337	DCC AAC EDC DCB8EAEDDDDB8DDCCDDADAAEBDBCEBAEAEFCADCEBCE
35554	2E+06	Ananindeu	1086	1055	1065		1076	392	508.3	493.1				337	CDE BCAE EBE CEDEBBBEBCEB*AEEDCEC*BAAEAEABABDEABBDABEDCEAA
37688	3E+06	Feira de S	1088	1058	1067		1077	414.9	474.2		428			337	CDE CED E BCA DDCDCDCCEDDCDBEAEAEABDDBCDEBDCBDAEEDCBCEBCCD
42804	2E+06	Moju	1088	1058	1067		1077	485.3	514.3	411.8				337	DDC BEAC BDE DCAAEABDDCBABEAECEAAABDBCEBCCADABABEDDDCAEDDBBD
46150	2E+06	Belém	1088	1058	1067		1077	444.6	553.4	495.1				337	EAC DBC EDB BEEBCEABDABADDEAAECDCBCEBACDDBACEDBCEBCECD
90678	2E+06	Santa Luzi	1088	1058	1067		1077	399.8		385	419.7			337	BDE BBBE AAA EADBEAECEEAABAEDBCEBAAEACAEAEAEAEEDDCAED
107635	2E+06	Cametá	1085	1057	1068		1075	443.4	540.8	508.6				337	AED BAB E BDE BAADCBEBAACDCEADDEAEAEAEEDDEEBEEDDECEDECCDA
109052	3E+06	Nova Igua	1088	1058	1067		1077	510.4	534.7	343.9				337	CCD BDC CDC BADBCBCCBBADBDACDCBBADBDDEABBBEBCAEDDECECE
161658	2E+06	Independê	1085	1057	1068		1075	428.5	406.8	389.9				337	EAB DEAC ACA BAABCAACECADBEBCBCEBCCBACADADDEEECECAEBCDE
162053	3E+06	Nova Fribo	1088	1058	1067		1077	416.6	521.2	526.5				337	CAD CDA BDC BDEBEBAEAEADBEAECEBCEBCEADDEADDEBEBEBCDDCAEC
179054	2E+06	Fortaleza	1085	1057	1068		1075	420.4	382.5	388.8				337	ACD BDA ACA CAECADCBADBBACDBAECBACBCECDCCBACDEBCADBEDBAB
191103	2E+06	Sobral	1085	1057	1068		1075	452.3	406.2	577.9				337	ACD EEBAAAD CDCCBBBABCADDDACBACBCECAADDCBBBADAABBACCAA
224503	5E+06	São Luís d	1085	1057	1068		1075	425.1		380	324.5			337	BCA ABB AAE BABBABABBAABAEEDCAACEDCBAEBCEBDBDDEAAAAACDEAB
225715	1E+06	Rio Preto	1087	1056	1066		1078	487.6		329	291.9			337	CBDAACDCBCEADBEBCBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEB
227180	2E+06	Belém	1088	1058	1067		1077	372.2	439.9	320.2				337	DCC DECC CAC BEABCAAAACBADAABABBBACAECEEBEAEAEEDCBBCEAE
306934	2E+06	Augustinó	1088	1058	1067		1077	458.4	481.2	478.6				337	ABB AECE ECD BDCAEAEADABEDDABAEADBECECECDBAEBADBDCCDBCEE
314927	3E+06	Salvador	1086	1055	1065		1076	452.1	405.2	430.3				337	DEE AAEE DDE BEDEDDCEBECAAAADCAEBADDEADECDDCDBBDEBCEBDE
319892	3E+06	Itapetinga	1088	1058	1067		1077	564.7	435.8	401.7				337	AAC DAD AEC ADEADCBDBCEBABDEBEBEBAEBDBEABDBCCBDCACDDBDAED
353503	3E+06	Coração d	1086	1055	1065		1076	415.5	476.8	508.6				337	DEB AEAC EAD ADCCEBDEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCE
382358	1E+06	Boa Vista	1088	1058	1067		1077	475.3	512.6	454.1				337	BAA ABD ACC AACAECEBACBBDACBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCE
417171	3E+06	Poções	1087	1056	1066		1078	428.5	399.8	372.2				337	BBD EABC DCC ABBCCBCEB.BD.EEED.DBCCAEBCBCEBCEBCEBCEBCEBCEB
459608	3E+06	Rio de Jan	1086	1055	1065		1076	433.1	385.8	447.3				337	BCD ACA EAE DCCDEBAEBEEDCBABAACEBBDDBEDDCEAEBEBCADCEDEE
468276	2E+06	Ananindeu	1087	1056	1066		1078	437.6	448.9	496.6				337	CDCCCEA DAE EDBEEDCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCE
477512	2E+06	Ocara	1087	1056	1066		1078	474.7	318.6	388.8				337	CAC BCAA ABC ADCEBCCCAABCEBDDCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCE
500579	3E+06	Nilópolis	1086	1055	1065		1076	449.5	447.3	503.2				337	AAB BAA CAC AABBCBDDCABACBABAABABABABABABABABABABABABABAB
508646	3E+06	Salvador	1085	1057	1068		1075	418.4	459.7	477.6				337	BEC EAD DBE DCEADCBADDBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEB
558196	3E+06	São Gabri	1086	1055	1065		1076	465.5	425.2	445.1				337	CDC DCA BEB AEBEBBCEBDBBEBBDAACABEBCEAEADBEEDCBEDDADBE
579594	3E+06	Casimiro	1085	1057	1068		1075	423.3	500.3	420.3				337	ABC ABD CBC CDABADCCBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEB
603088	3E+06	Maricá	1087	1056	1066		1078	432.7	526.6	448.4				337	DBC ECB EAE . C.....CD . A . B . B . ABB . CA . D . B .
632682	4E+06	Taubaté	1088	1058	1067		1077	431.4	490.1	451.9				337	CED BBD BCA DEBBEAEEDBBBABCBAEBCEBEBBBDDBDDECECCDDBBCE
691072	2E+06	Belém	1088	1058	1067		1077	519.1	363.3	392.4				337	CCC ABC ACE DBAAEABADCAEADCEADCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEB
715351	3E+06	Nazaré da	1086	1055	1065		1076	494.6	523.6	435.6				337	EAE DCA BAC ACCDBACBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEB
726777	3E+06	Salvador	1087	1056	1066		1078	447.5	357.4	349.2				337	DDC CBBE DEC ABABBAECCBEBDB*BCCBCEBDBDDD*CBACDCECCDDDBAB
785887	2E+06	Teresina	1088	1058	1067		1077	507.1		504	545.9			337	AAC BBA ACE BAEEAEBAEACBDBAABCD8CAADBAEBCBEBBCEBCEBCEBCE
791232	4E+06	Guarapua	1085	1057	1068		1075	419.7	465.7	396.2				337	DCE CEAC CAC A*CCDEACBDEADCBDAEBCADADACECAADDAACBEBADC
809960	3E+06	Campina	1085	1057	1068		1075	433.8	500.8	501.8				337	BDC ADDI ADE DACDCDEABABBDADACABAEBCBDEBCEBCEBCEBCEBCEBCE
864718	4E+06	Rio Grand	1088	1058	1067		1077	483.7		486	439.8			337	BAB CAC EAA BCBAEACBDDCDBBDBABDBCAEABBBEAEDEBCEAECEBCEC
909016	4E+06	Mauá	1085	1057	1068		1075	421.3	475.7	420.7				337	BAA AED EBD CAEDADBCAADAABAEBAEACCCADCEBEBEDECACAAAEFAB
931676	2E+06	Caucaia	1088	1058	1067		1077	431.6	401.1	363.8				337	CB8 AD8 CBA DACACEBACBDDDBBDDCDBEABEBCEBAEADABDCCBDAEC
976883	2E+06	Barbalha	1086	1055	1065		1076	481.6	406.6		365			337	EBC BAA BCB CCBDCBEBDADCAEABCEBABBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCEBCE
996173	2E+06	São Gonç	1087	1056	1066		1078	525.4	382.8	424.1				337	CDE DBE CBE CCBEBDDCAEEDAEDEBCECEADCEBAACDCBDCDEAECADBE
1014273	1E+06	Manaus	1086	1055	1065		1076	418.3		385	332			337	BDC BCC BBC BDCDEEAEBCDEBCEADCCBDCBDCBDCBCCDBCEEDCABB
1014599	3E+06	São Gonç	1088	1058	1067		1077	451.2	452.2	493.9				337	DAC AEAC CBB EBDACBCEADABCDACBEBDBACEBACADABCE*****A

	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM
1	NU_NC	NU_NC	NU_NOTA_N	TX_RES	TX_RES	TX_RES	TX_RESPOSTAS_MT
13710	669.5	664.2	983.9	CDEBBACI	CBCAAEE	CDBEDCA	CCCCBDCBABBCEBEBDDDBDCEBDAACEECCBDBAAAEADAE
732669	702.6	672.8	983.9	ADBBBAB	ABEEABB	BDECDCC	EADABBBDCBCECCBCEBACBDAACEBABBDEDAEBE
770575	689.3	727.6	983.9	EADDDEBI	DEABEED	DCBDEAA	DBAAACEBEDAECCBEADECBCDABBCEBEBDDCCBDBCEBAAAC

**ANEXO A - Matriz de referência de matemática e suas tecnologias**

Competência de área 1 - Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

H1 - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.

H2 - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

H3 - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

H4 - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

H5 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3 - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H10 - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

H11 - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

H12 - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

H13 - Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

H14 - Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4 - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 - Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7 - Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

## **ANEXO B** – Objetos de conhecimento associados às matrizes de referência de matemática e suas tecnologias

- Conhecimentos numéricos: operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem.

- Conhecimentos geométricos: características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.

- Conhecimentos de estatística e probabilidade: representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade.

- Conhecimentos algébricos: gráficos e funções; funções algébricas do 1.º e do 2.º grau, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.

- Conhecimentos algébricos/geométricos: plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.

**ANEXO C – Parâmetros da prova de matemática e suas tecnologias, caderno azul, aplicação regular, ENEM 2022**

CO_POSI	SG_AREA	CO_ITEM	TX_GA	CO_HI	IN_ITEM	TX_MOT	NU_PARA1	NU_PARA2	NU_PARA3	TX_COR	CO_PROV	TP_LING	IN_ITEM_ADAPTADO
136	MT	97590	E	25	0		233.252	240.899	0.14217	AZUL	1075		0
180	MT	10409	E	6	0		166.982	203.629	0.24595	AZUL	1075		0
179	MT	85588	B	24	0		230.031	0.46698	0.25799	AZUL	1075		0
178	MT	19807	E	12	0		41.583	256.697	0.06542	AZUL	1075		0
177	MT	95676	A	26	0		132.325	0.64802	0.18728	AZUL	1075		0
176	MT	117886	D	9	0		0.4443	627.505	0.1251	AZUL	1075		0
175	MT	60441	E	1	0		142.701	-0.02398	0.11013	AZUL	1075		0
174	MT	14797	D	8	0		293.886	257.768	0.12028	AZUL	1075		0
173	MT	30327	D	25	0		281.078	0.63977	0.16335	AZUL	1075		0
172	MT	117742	B	13	0		0.65574	258.862	0.1651	AZUL	1075		0
171	MT	96315	A	29	0		169.166	0.87454	0.20606	AZUL	1075		0
170	MT	68123	B	26	0		218.973	132.978	0.04601	AZUL	1075		0
169	MT	63204	E	9	0		378.296	188.956	0.14444	AZUL	1075		0
168	MT	10322	C	6	0		153.551	0.94716	0.1917	AZUL	1075		0
167	MT	68369	A	4	0		257.245	158.603	0.10176	AZUL	1075		0
166	MT	31516	A	20	0		150.662	177.699	0.15235	AZUL	1075		0
165	MT	82581	A	10	0		190.672	2.301	0.10655	AZUL	1075		0
164	MT	117877	B	12	0		265.709	16.446	0.20086	AZUL	1075		0
163	MT	32369	D	30	0		312.341	240.384	0.16659	AZUL	1075		0
162	MT	111516	C	24	0		182.335	138.103	0.13879	AZUL	1075		0
161	MT	28683	A	11	0		313.149	233.341	0.21903	AZUL	1075		0
160	MT	8364	A	6	0		0.89111	243.206	0.25086	AZUL	1075		0
159	MT	85013	B	2	0		217.147	25.423	0.1841	AZUL	1075		0
158	MT	53461	C	23	0		267.778	23.731	0.20523	AZUL	1075		0
157	MT	39443	X	19	1	anulado pedagogicamente				AZUL	1075		0
156	MT	63646	C	7	0		0.79395	240.685	0.1129	AZUL	1075		0
155	MT	47309	B	2	0		0.92146	216.924	0.15718	AZUL	1075		0
154	MT	43182	C	3	0		219.381	156.693	0.1302	AZUL	1075		0
153	MT	86466	C	14	0		296.283	244.795	0.21497	AZUL	1075		0
152	MT	85228	C	18	0		21.343	373.781	0.24053	AZUL	1075		0
151	MT	30053	C	17	0		173.381	202.109	0.14967	AZUL	1075		0
150	MT	85343	D	22	0		213.479	322.198	0.12748	AZUL	1075		0
149	MT	111738	B	27	0		264.614	22.135	0.24887	AZUL	1075		0
148	MT	61248	D	15	0		261.757	22.515	0.1851	AZUL	1075		0
147	MT	117820	C	17	0		0.48694	448.651	0.14739	AZUL	1075		0
146	MT	95509	E	21	0		227.997	241.531	0.11329	AZUL	1075		0
145	MT	117651	E	18	0		0.51115	258.401	0.0088	AZUL	1075		0
144	MT	75829	C	1	0		118.017	192.189	0.16856	AZUL	1075		0
143	MT	5961	D	7	0		0.9032	245.135	0.1617	AZUL	1075		0
142	MT	86499	B	5	0		293.676	333.565	0.21207	AZUL	1075		0
141	MT	89637	E	28	1	Convergência				AZUL	1075		0
140	MT	10500	B	3	0		157.712	330.111	0.16855	AZUL	1075		0
139	MT	117973	A	11	0		187.291	286.025	0.18347	AZUL	1075		0
138	MT	30493	D	27	0		0.80375	227.556	0.12859	AZUL	1075		0
137	MT	86840	C	28	0		0.24441	465.334	0.03228	AZUL	1075		0

Fonte: INEP, 2022.

**ANEXO D – Prova de matemática e suas tecnologias, caderno azul, aplicação regular, ENEM 2022**

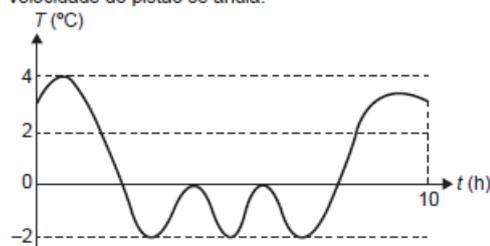


**MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS**

Questões de 136 a 180

**QUESTÃO 136**

Uma máquina em operação tem sua temperatura  $T$  monitorada por meio de um registro gráfico, ao longo do tempo  $t$ . Essa máquina possui um pistão cuja velocidade  $V$  varia com a temperatura  $T$  da máquina, de acordo com a expressão  $V = T^2 - 4$ . Após a máquina funcionar durante o intervalo de tempo de 10 horas, o seu operador analisa o registro gráfico, apresentado na figura, para avaliar a necessidade de eventuais ajustes, sabendo que a máquina apresenta falhas de funcionamento quando a velocidade do pistão se anula.



Quantas vezes a velocidade do pistão se anulou durante as 10 horas de funcionamento?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E 5

**QUESTÃO 137**

A *World Series* é a decisão do campeonato norte-americano de beisebol. Os dois times que chegam a essa fase jogam, entre si, até sete partidas. O primeiro desses times que completar quatro vitórias é declarado campeão.

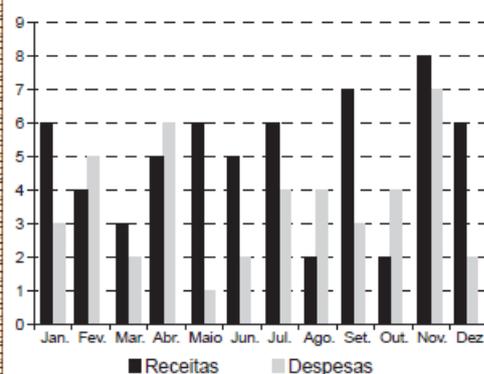
Considere que, em todas as partidas, a probabilidade de qualquer um dos dois times vencer é sempre  $\frac{1}{2}$ .

Qual é a probabilidade de o time campeão ser aquele que venceu a primeira partida da *World Series*?

- A  $\frac{35}{64}$
- B  $\frac{40}{64}$
- C  $\frac{42}{64}$
- D  $\frac{44}{64}$
- E  $\frac{52}{64}$

**QUESTÃO 138**

O gráfico apresenta os totais de receitas e despesas de uma empresa, expressos em milhão de reais, no decorrer dos meses de um determinado ano. A empresa obtém lucro quando a diferença entre receita e despesa é positiva e tem prejuízo quando essa diferença é negativa.



Qual é a mediana, em milhão de reais, dos valores dos lucros apurados pela empresa nesse ano?

- A 1,5
- B 2,0
- C 2,9
- D 3,0
- E 5,5



### QUESTÃO 142

Uma montadora de automóveis divulgou que oferta a seus clientes mais de 1 000 configurações diferentes de carro, variando o modelo, a motorização, os opcionais e a cor do veículo. Atualmente, ela oferece 7 modelos de carros com 2 tipos de motores: 1.0 e 1.6. Já em relação aos opcionais, existem 3 escolhas possíveis: central multimídia, rodas de liga leve e bancos de couro, podendo o cliente optar por incluir um, dois, três ou nenhum dos opcionais disponíveis.

Para ser fiel à divulgação feita, a quantidade mínima de cores que a montadora deverá disponibilizar a seus clientes é

- A 8.
- B 9.
- C 11.
- D 18.
- E 24.

### QUESTÃO 143

Dentre as diversas planificações possíveis para o cubo, uma delas é a que se encontra apresentada na Figura 1.

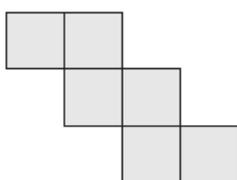


Figura 1

Em um cubo, foram pintados, em três de suas faces, quadrados de cor cinza escura, que ocupam um quarto dessas faces, tendo esses três quadrados um vértice em comum, conforme ilustrado na Figura 2.

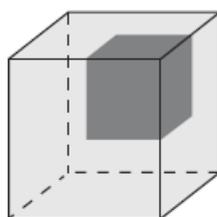
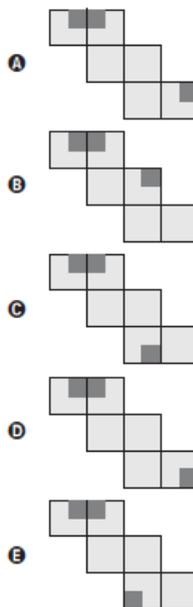


Figura 2

A planificação do cubo da Figura 2, conforme o tipo de planificação apresentada na Figura 1, é



### QUESTÃO 144

Cada número que identifica uma agência bancária tem quatro dígitos:  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$ ,  $N_4$  mais um dígito verificador  $N_5$ .

$$\boxed{N_1} \boxed{N_2} \boxed{N_3} \boxed{N_4} = \boxed{N_5}$$

Todos esses dígitos são números naturais pertencentes ao conjunto  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Para a determinação de  $N_5$ , primeiramente multiplica-se ordenadamente os quatro primeiros dígitos do número da agência por 5, 4, 3 e 2, respectivamente, somam-se os resultados e obtém-se  $S = 5 N_1 + 4 N_2 + 3 N_3 + 2 N_4$ .

Posteriormente, encontra-se o resto da divisão de  $S$  por 11, denotando por  $R$  esse resto. Dessa forma,  $N_5$  é a diferença  $11 - R$ .

Considere o número de uma agência bancária cujos quatro primeiros dígitos são 0100.

Qual é o dígito verificador  $N_5$  dessa agência bancária?

- A 0
- B 6
- C 7
- D 8
- E 9



**QUESTÃO 145**

O pacote básico de um jogo para smartphone, que é vendido a R\$ 50,00, contém 2 000 gemas e 100 000 moedas de ouro, que são itens utilizáveis nesse jogo.

A empresa que comercializa esse jogo decidiu criar um pacote especial que será vendido a R\$ 100,00 e que se diferenciará do pacote básico por apresentar maiores quantidades de gemas e moedas de ouro. Para estimular as vendas desse novo pacote, a empresa decidiu inserir nele 6 000 gemas a mais, em relação ao que o cliente teria caso optasse por comprar, com a mesma quantidade de gemas e moedas de ouro.

A quantidade de moedas de ouro que a empresa deverá inserir ao pacote especial, para que seja mantida a mesma proporção existente entre as quantidades de gemas e de moedas de ouro contidas no pacote básico, é

- A** 50 000.
- B** 100 000.
- C** 200 000.
- D** 300 000.
- E** 400 000.

**QUESTÃO 146**

Um parque tem dois circuitos de tamanhos diferentes para corridas. Um corredor treina nesse parque e, no primeiro dia, inicia seu treino percorrendo 3 voltas em torno do circuito maior e 2 voltas em torno do menor, perfazendo um total de 1 800 m. Em seguida, dando continuidade a seu treino, corre mais 2 voltas em torno do circuito maior e 1 volta em torno do menor, percorrendo mais 1 100 m.

No segundo dia, ele pretende percorrer 5 000 m nos circuitos do parque, fazendo um número inteiro de voltas em torno deles e de modo que o número de voltas seja o maior possível.

A soma do número de voltas em torno dos dois circuitos, no segundo dia, será

- A** 10.
- B** 13.
- C** 14.
- D** 15.
- E** 16.

**QUESTÃO 147**

Uma equipe de marketing digital foi contratada para aumentar as vendas de um produto ofertado em um site de comércio eletrônico. Para isso, elaborou um anúncio que, quando o cliente clica sobre ele, é direcionado para a página de vendas do produto. Esse anúncio foi divulgado em duas redes sociais, A e B, e foram obtidos os seguintes resultados:

- rede social A: o anúncio foi visualizado por 3 000 pessoas; 10% delas clicaram sobre o anúncio e foram redirecionadas para o site; 3% das que clicaram sobre o anúncio compraram o produto. O investimento feito para a publicação do anúncio nessa rede foi de R\$ 100,00;
- rede social B: o anúncio foi visualizado por 1 000 pessoas; 30% delas clicaram sobre o anúncio e foram redirecionadas para o site; 2% das que clicaram sobre o anúncio compraram o produto. O investimento feito para a publicação do anúncio nessa rede foi de R\$ 200,00.

Por experiência, o pessoal da equipe de marketing considera que a quantidade de novas pessoas que verão o anúncio é diretamente proporcional ao investimento realizado, e que a quantidade de pessoas que comprarão o produto também se manterá proporcional à quantidade de pessoas que clicarão sobre o anúncio.

O responsável pelo produto decidiu, então, investir mais R\$ 300,00 em cada uma das duas redes sociais para a divulgação desse anúncio e obteve, de fato, o aumento proporcional esperado na quantidade de clientes que compraram esse produto. Para classificar o aumento obtido na quantidade ( $Q$ ) de compradores desse produto, em consequência dessa segunda divulgação, em relação aos resultados observados na primeira divulgação, o responsável pelo produto adotou o seguinte critério:

- $Q \leq 60\%$ : não satisfatório;
- $60\% < Q \leq 100\%$ : regular;
- $100\% < Q \leq 150\%$ : bom;
- $150\% < Q \leq 190\%$ : muito bom;
- $190\% < Q \leq 200\%$ : excelente.

O aumento na quantidade de compradores, em consequência dessa segunda divulgação, em relação ao que foi registrado com a primeira divulgação, foi classificado como

- A** não satisfatório.
- B** regular.
- C** bom.
- D** muito bom.
- E** excelente.



### QUESTÃO 148

A luminosidade  $L$  de uma estrela está relacionada com o raio  $R$  e com a temperatura  $T$  dessa estrela segundo a Lei de Stefan-Boltzmann:  $L = c \cdot R^2 \cdot T^4$ , em que  $c$  é uma constante igual para todas as estrelas.

Disponível em: <http://ciencia.hsw.uol.com.br>. Acesso em: 22 nov. 2013 (adaptado).

Considere duas estrelas  $E$  e  $F$ , sendo que a estrela  $E$  tem metade do raio da estrela  $F$  e o dobro da temperatura de  $F$ .

Indique por  $L_E$  e  $L_F$  suas respectivas luminosidades.

A relação entre as luminosidades dessas duas estrelas é dada por

- A  $L_E = \frac{L_F}{2}$   
 B  $L_E = \frac{L_F}{4}$   
 C  $L_E = L_F$   
 D  $L_E = 4L_F$   
 E  $L_E = 8L_F$

### QUESTÃO 149

Uma das informações que pode auxiliar no dimensionamento do número de pediatras que devem atender em uma Unidade Básica de Saúde (UBS) é o número que representa a mediana da quantidade de crianças por família existente na região sob sua responsabilidade. O quadro mostra a distribuição das frequências do número de crianças por família na região de responsabilidade de uma UBS.

Número de crianças por família	Frequência
0	100
1	400
2	200
3	150
4	100
5	50

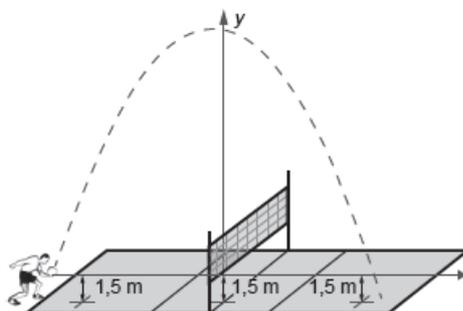
O número que representa a mediana da quantidade de crianças por família nessa região é

- A 1,0.  
 B 1,5.  
 C 1,9.  
 D 2,1.  
 E 2,5.

### QUESTÃO 150

Em jogos de voleibol, um saque é invalidado se a bola atingir o teto do ginásio onde ocorre o jogo. Um jogador de uma equipe tem um saque que atinge uma grande altura. Seu recorde foi quando a batida do saque se iniciou a uma altura de 1,5 m do piso da quadra, e a trajetória da

bola foi descrita pela parábola  $y = -\frac{x^2}{6} - \frac{7x}{3} + 12$ , em que  $y$  representa a altura da bola em relação ao eixo  $x$  (das abscissas) que está localizado a 1,5 m do piso da quadra, como representado na figura. Suponha que em todas as partidas algum saque desse jogador atinja a mesma altura do seu recorde.



A equipe desse jogador participou de um torneio de voleibol no qual jogou cinco partidas, cada uma delas em um ginásio diferente. As alturas dos tetos desses ginásios, em relação aos pisos das quadras, são:

- ginásio I: 17 m;
- ginásio II: 18 m;
- ginásio III: 19 m;
- ginásio IV: 21 m;
- ginásio V: 40 m.

O saque desse atleta foi invalidado

- A apenas no ginásio I.  
 B apenas nos ginásios I e II.  
 C apenas nos ginásios I, II e III.  
 D apenas nos ginásios I, II, III e IV.  
 E em todos os ginásios.



### QUESTÃO 151

Um médico faz o acompanhamento clínico de um grupo de pessoas que realizam atividades físicas diariamente. Ele observou que a perda média de massa dessas pessoas para cada hora de atividade física era de 1,5 kg. Sabendo que a massa de 1 L de água é de 1 kg, ele recomendou que ingerissem, ao longo das 3 horas seguintes ao final da atividade, uma quantidade total de água correspondente a 40% a mais do que a massa perdida na atividade física, para evitar desidratação.

Seguindo a recomendação médica, uma dessas pessoas ingeriu, certo dia, um total de 1,7 L de água após terminar seus exercícios físicos.

Para que a recomendação médica tenha efetivamente sido respeitada, a atividade física dessa pessoa, nesse dia, durou

- A 30 minutos ou menos.
- B mais de 35 e menos de 45 minutos.
- C mais de 45 e menos de 55 minutos.
- D mais de 60 e menos de 70 minutos.
- E 70 minutos ou mais.

### QUESTÃO 152

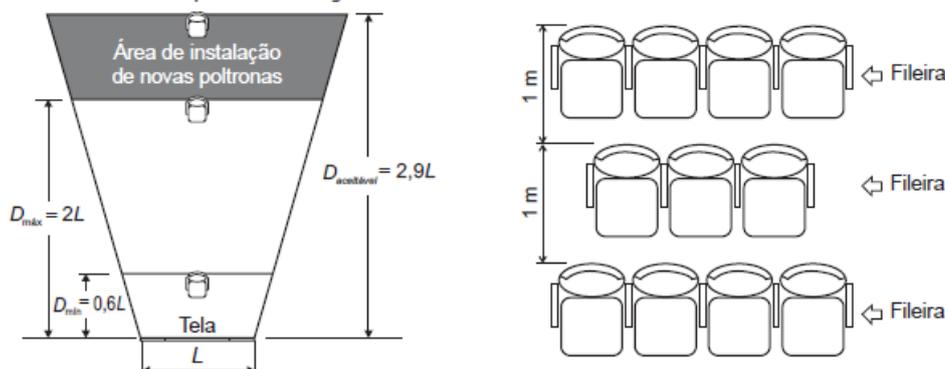
Em uma sala de cinema, para garantir que os espectadores vejam toda a imagem projetada na tela, a disposição das poltronas deve obedecer à norma técnica da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), que faz as seguintes indicações:

- Distância mínima ( $D_{\min}$ ) entre a tela de projeção e o encosto da poltrona da primeira fileira deve ser de, pelo menos, 60% da largura ( $L$ ) da tela.
- Distância máxima ( $D_{\max}$ ) entre a tela de projeção e o encosto da poltrona da última fileira deve ser o dobro da largura ( $L$ ) da tela, sendo aceitável uma distância de até 2,9 vezes a largura ( $L$ ) da tela.

Para o espaçamento entre as fileiras de poltronas, é considerada a distância de 1 metro entre os encostos de poltronas em duas fileiras consecutivas.

Disponível em: [www.ctav.gov.br](http://www.ctav.gov.br). Acesso em: 14 nov. 2013.

Uma sala de cinema, cuja largura da tela mede 12 m, está montada em conformidade com as normas da ABNT e tem suas dimensões especificadas na figura.



Pretende-se ampliar essa sala, mantendo-se na mesma posição a tela e todas as poltronas já instaladas, ampliando-se ao máximo a sala para os fundos (área de instalação de novas poltronas), respeitando-se o limite aceitável da norma da ABNT. A intenção é aumentar, ao máximo, a quantidade de poltronas da sala, instalando-se novas unidades, iguais às já instaladas.

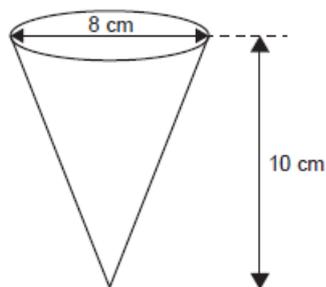
Quantas fileiras de poltronas a sala comportará após essa ampliação?

- A 26
- B 27
- C 28
- D 29
- E 35



**QUESTÃO 153**

Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a figura.



Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10 cm.

Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a

- A 1,52.
- B 3,24.
- C 3,60.
- D 6,48.
- E 7,20.

**QUESTÃO 154**

Em janeiro de 2013, foram declaradas 1 794 272 admissões e 1 765 372 desligamentos no Brasil, ou seja, foram criadas 28 900 vagas de emprego, segundo dados do Cadastro Geral de Empregados e Desempregados (Caged), divulgados pelo Ministério do Trabalho e Emprego (MTE). Segundo o Caged, o número de vagas criadas em janeiro de 2013 sofreu uma queda de 75%, quando comparado com o mesmo período de 2012.

Disponível em: <http://portal.mte.gov.br>. Acesso em: 23 fev. 2013 (adaptado).

De acordo com as informações dadas, o número de vagas criadas em janeiro de 2012 foi

- A 16 514.
- B 86 700.
- C 115 600.
- D 441 343.
- E 448 568.

**QUESTÃO 155**

Um prédio, com 9 andares e 8 apartamentos de 2 quartos por andar, está com todos os seus apartamentos à venda. Os apartamentos são identificados por números formados por dois algarismos, sendo que a dezena indica o andar onde se encontra o apartamento, e a unidade, um algarismo de 1 a 8, que diferencia os apartamentos de um mesmo andar. Quanto à incidência de sol nos quartos desses apartamentos, constatam-se as seguintes características, em função de seus números de identificação:

- naqueles que finalizam em 1 ou 2, ambos os quartos recebem sol apenas na parte da manhã;
- naqueles que finalizam em 3, 4, 5 ou 6, apenas um dos quartos recebe sol na parte da manhã;
- naqueles que finalizam em 7 ou 8, ambos os quartos recebem sol apenas na parte da tarde.

Uma pessoa pretende comprar 2 desses apartamentos em um mesmo andar, mas quer que, em ambos, pelo menos um dos quartos receba sol na parte da manhã.

De quantas maneiras diferentes essa pessoa poderá escolher 2 desses apartamentos para compra nas condições desejadas?

- A  $9 \times \frac{6!}{(6-2)!}$
- B  $9 \times \frac{6!}{(6-2)! \times 2!}$
- C  $9 \times \frac{4!}{(4-2)! \times 2!}$
- D  $9 \times \frac{2!}{(2-2)! \times 2!}$
- E  $9 \times \left( \frac{8!}{(8-2)! \times 2!} - 1 \right)$



QUESTÃO 156

O professor de artes orientou seus estudantes a realizarem a seguinte sequência de atividades:

- Dobrar uma folha de papel em formato quadrado duas vezes, em sequência, ao longo das linhas tracejadas, conforme ilustrado nas figuras 1 e 2, para obter o papel dobrado, conforme Figura 3.

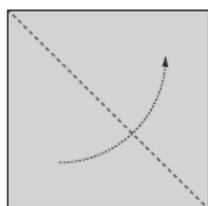


Figura 1

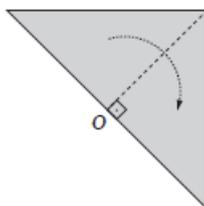


Figura 2

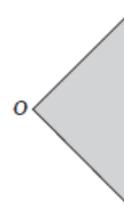


Figura 3

- Em seguida, no papel dobrado da Figura 3, considerar o ponto  $R$ , sobre o segmento  $OM$ , sendo  $M$  o ponto médio do lado do quadrado original, de modo que  $OR = \frac{1}{4} OM$ , traçar um arco de circunferência de raio medindo  $\frac{1}{2} OM$  com centro no ponto  $R$ , obtendo a Figura 4. Por último, recortar o papel ao longo do arco de circunferência e excluir a parte que contém o setor circular, obtendo o papel dobrado, conforme Figura 5.

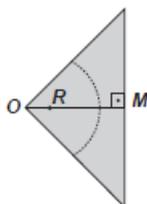
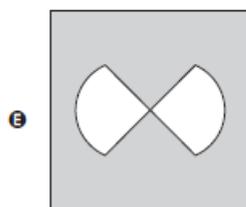
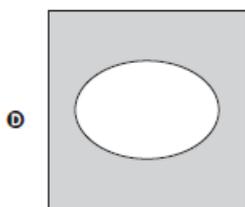
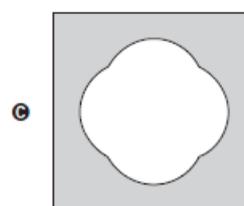
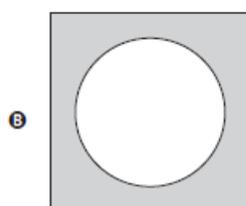
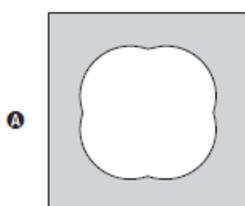


Figura 4



Figura 5

Após desdobrado o papel que restou na Figura 5, a figura plana que os estudantes obterão será





### QUESTÃO 157

O funcionário de uma loja tem seu salário mensal formado por uma parcela fixa de 675 reais mais uma comissão que depende da quantidade de peças vendidas por ele no mês. O cálculo do valor dessa comissão é feito de acordo com estes critérios:

- até a quinquagésima peça vendida, paga-se 5 reais por peça;
- a partir da quinquagésima primeira peça vendida, o valor pago é de 7 reais por peça.

Represente por  $q$  a quantidade de peças vendidas no mês por esse funcionário, e por  $S(q)$  o seu salário mensal, em real, nesse mês.

A expressão algébrica que descreve  $S(q)$  em função de  $q$  é

- A**  $S(q) = 675 + 12q$   
**B**  $S(q) = 325 + 12q$   
**C**  $S(q) = 675 + 7q$   
**D**  $S(q) = \begin{cases} 625 + 5q, & \text{se } q \leq 50 \\ 925 + 7q, & \text{se } q > 50 \end{cases}$   
**E**  $S(q) = \begin{cases} 625 + 5q, & \text{se } q \leq 50 \\ 575 + 7q, & \text{se } q > 50 \end{cases}$

### QUESTÃO 158

Ao analisar os dados de uma epidemia em uma cidade, peritos obtiveram um modelo que avalia a quantidade de pessoas infectadas a cada mês, ao longo de um ano. O modelo é dado por  $p(t) = -t^2 + 10t + 24$ , sendo  $t$  um número natural, variando de 1 a 12, que representa os meses do ano, e  $p(t)$  a quantidade de pessoas infectadas no mês  $t$  do ano. Para tentar diminuir o número de infectados no próximo ano, a Secretaria Municipal de Saúde decidiu intensificar a propaganda oficial sobre os cuidados com a epidemia. Foram apresentadas cinco propostas (I, II, III, IV e V), com diferentes períodos de intensificação das propagandas:

- I:  $1 \leq t \leq 2$ ;
- II:  $3 \leq t \leq 4$ ;
- III:  $5 \leq t \leq 6$ ;
- IV:  $7 \leq t \leq 9$ ;
- V:  $10 \leq t \leq 12$ .

A sugestão dos peritos é que seja escolhida a proposta cujo período de intensificação da propaganda englobe o mês em que, segundo o modelo, há a maior quantidade de infectados. A sugestão foi aceita.

A proposta escolhida foi a

- A** I.  
**B** II.  
**C** III.  
**D** IV.  
**E** V.

### QUESTÃO 159

Um atleta iniciou seu treinamento visando as competições de fim de ano. Seu treinamento consiste em cinco tipos diferentes de treinos: treino  $T_1$ , treino  $T_2$ , treino  $T_3$ , treino  $T_4$  e treino  $T_5$ . A sequência dos treinamentos deve seguir esta ordem:

Dia	1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>	4 <sup>a</sup>	5 <sup>a</sup>	6 <sup>a</sup>	7 <sup>a</sup>	8 <sup>a</sup>	9 <sup>a</sup>	10 <sup>a</sup>	11 <sup>a</sup>	12 <sup>a</sup>	13 <sup>a</sup>
Treino	$T_1$	R	R	$T_2$	R	R	$T_3$	R	$T_4$	R	R	$T_5$	R

A letra R significa repouso. Após completar a sequência de treinamentos, o atleta começa novamente a sequência a partir do treino  $T_1$  e segue a ordem descrita. Após 24 semanas completas de treinamento, se dará o início das competições. A sequência de treinamentos que o atleta realizará na 24<sup>a</sup> semana de treinos é

- A**  $T_3$  R  $T_4$  R R  $T_5$  R.  
**B** R  $T_3$  R  $T_4$  R R  $T_5$ .  
**C** R  $T_4$  R R  $T_5$  R  $T_1$ .  
**D** R R  $T_5$  R  $T_1$  R R.  
**E** R  $T_5$  R  $T_1$  R R  $T_2$ .



### QUESTÃO 163

Em uma universidade, atuam professores que estão enquadrados funcionalmente pela sua maior titulação: mestre ou doutor. Nela há, atualmente, 60 mestres e 40 doutores. Os salários mensais dos professores mestres e dos doutores são, respectivamente, R\$ 8 000,00 e R\$ 12 000,00.

A diretoria da instituição pretende proporcionar um aumento salarial diferenciado para o ano seguinte, de tal forma que o salário médio mensal dos professores dessa instituição não ultrapasse R\$ 12 240,00. A universidade já estabeleceu que o aumento salarial será de 25% para os mestres e precisa ainda definir o percentual de reajuste para os doutores.

Mantido o número atual de professores com suas atuais titulações, o aumento salarial, em porcentagem, a ser concedido aos doutores deverá ser de, no máximo,

- A 14,4.
- B 20,7.
- C 22,0.
- D 30,0.
- E 37,5.

### QUESTÃO 164

Um borrifador de atuação automática libera, a cada acionamento, uma mesma quantidade de inseticida. O recipiente desse produto, quando cheio, contém 360 mL de inseticida, que duram 60 dias se o borrifador permanecer ligado ininterruptamente e for acionado a cada 48 minutos.

A quantidade de inseticida que é liberada a cada acionamento do borrifador, em mililitro, é

- A 0,125.
- B 0,200.
- C 4,800.
- D 6,000.
- E 12,000.

### QUESTÃO 165

Definem-se o dia e o ano de um planeta de um sistema solar como sendo, respectivamente, o tempo que o planeta leva para dar 1 volta completa em torno de seu próprio eixo de rotação e o tempo para dar 1 volta completa em torno de seu Sol.

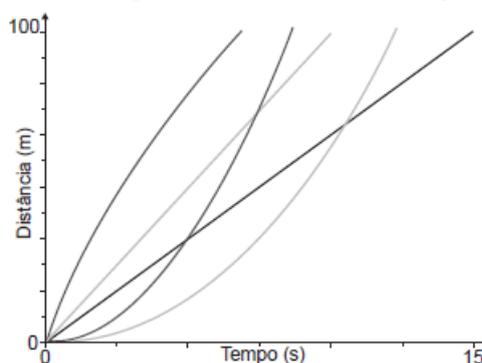
Suponha que exista um planeta Z, em algum sistema solar, onde um dia corresponda a 73 dias terrestres e que 2 de seus anos correspondam a 1 ano terrestre. Considere que 1 ano terrestre tem 365 de seus dias.

No planeta Z, seu ano corresponderia a quantos de seus dias?

- A 2,5
- B 10,0
- C 730,0
- D 13 322,5
- E 53 290,0

### QUESTÃO 166

Em uma competição de velocidade, diz-se que há uma ultrapassagem quando um veículo que está atrás de outro passa à sua frente, com ambos se deslocando no mesmo sentido. Considere uma competição automobilística entre cinco carros em uma pista com 100 m de comprimento, onde todos largam no mesmo instante e da mesma linha. O gráfico mostra a variação da distância percorrida por cada veículo, em função do tempo, durante toda a competição.



Qual o número de ultrapassagens, após o início da competição, efetuadas pelo veículo que chegou em último lugar?

- A 0
- B 1
- C 2
- D 3
- E 4

### QUESTÃO 167

Em uma loja, o preço promocional de uma geladeira é de R\$ 1 000,00 para pagamento somente em dinheiro. Seu preço normal, fora da promoção, é 10% maior. Para pagamento feito com o cartão de crédito da loja, é dado um desconto de 2% sobre o preço normal.

Uma cliente decidiu comprar essa geladeira, optando pelo pagamento com o cartão de crédito da loja. Ela calculou que o valor a ser pago seria o preço promocional acrescido de 8%. Ao ser informada pela loja do valor a pagar, segundo sua opção, percebeu uma diferença entre seu cálculo e o valor que lhe foi apresentado.

O valor apresentado pela loja, comparado ao valor calculado pela cliente, foi

- A R\$ 2,00 menor.
- B R\$ 100,00 menor.
- C R\$ 200,00 menor.
- D R\$ 42,00 maior.
- E R\$ 80,00 maior.





### QUESTÃO 171

Nos cinco jogos finais da última temporada, com uma média de 18 pontos por jogo, um jogador foi eleito o melhor do campeonato de basquete. Na atual temporada, cinco jogadores têm a chance de igualar ou melhorar essa média. No quadro estão registradas as pontuações desses cinco jogadores nos quatro primeiros jogos das finais deste ano.

Jogadores	Jogo 1	Jogo 2	Jogo 3	Jogo 4
I	12	25	20	20
II	12	12	27	20
III	14	14	17	26
IV	15	18	21	21
V	22	15	23	15

O quinto e último jogo será realizado para decidir a equipe campeã e qual o melhor jogador da temporada. O jogador que precisa fazer a menor quantidade de pontos no quinto jogo, para igualar a média de pontos do melhor jogador da temporada passada, é o

- A I.
- B II.
- C III.
- D IV.
- E V.

### QUESTÃO 172

Um casal planeja construir em sua chácara uma piscina com o formato de um paralelepípedo reto retângulo com capacidade para 90 000 L de água. O casal contratou uma empresa de construções que apresentou cinco projetos com diferentes combinações nas dimensões internas de profundidade, largura e comprimento. A piscina a ser construída terá revestimento interno em suas paredes e fundo com uma mesma cerâmica, e o casal irá escolher o projeto que exija a menor área de revestimento.

As dimensões internas de profundidade, largura e comprimento, respectivamente, para cada um dos projetos, são:

- projeto I: 1,8 m, 2,0 m e 25,0 m;
- projeto II: 2,0 m, 5,0 m e 9,0 m;
- projeto III: 1,0 m, 6,0 m e 15,0 m;
- projeto IV: 1,5 m, 15,0 m e 4,0 m;
- projeto V: 2,5 m, 3,0 m e 12,0 m.

O projeto que o casal deverá escolher será o

- A I.
- B II.
- C III.
- D IV.
- E V.

### QUESTÃO 173

Uma instituição de ensino superior ofereceu vagas em um processo seletivo de acesso a seus cursos. Finalizadas as inscrições, foi divulgada a relação do número de candidatos por vaga em cada um dos cursos oferecidos. Esses dados são apresentados no quadro.

Curso	Número de vagas oferecidas	Número de candidatos por vaga
Administração	30	6
Ciências Contábeis	40	6
Engenharia Elétrica	50	7
História	30	8
Letras	25	4
Pedagogia	25	5

Qual foi o número total de candidatos inscritos nesse processo seletivo?

- A 200
- B 400
- C 1 200
- D 1 235
- E 7 200

### QUESTÃO 174

Peças metálicas de aeronaves abandonadas em aeroportos serão recicladas. Uma dessas peças é maciça e tem o formato cilíndrico, com a medida do raio da base igual a 4 cm e a da altura igual a 50 cm. Ela será derretida, e o volume de metal resultante será utilizado para a fabricação de esferas maciças com diâmetro de 1 cm, a serem usadas para confeccionar rolamentos. Para estimar a quantidade de esferas que poderão ser produzidas a partir de cada uma das peças cilíndricas, admite-se que não ocorre perda de material durante o processo de derretimento.

Quantas dessas esferas poderão ser obtidas a partir de cada peça cilíndrica?

- A 800
- B 1 200
- C 2 400
- D 4 800
- E 6 400


**QUESTÃO 175**

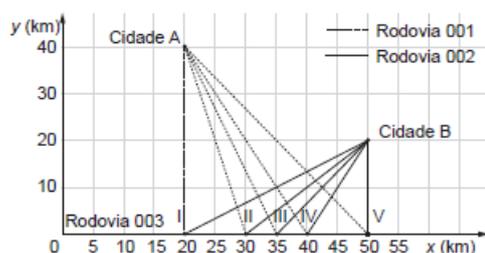
Ao escutar a notícia de que um filme recém-lançado arrecadou, no primeiro mês de lançamento, R\$ 1,35 bilhão em bilheteria, um estudante escreveu corretamente o número que representa essa quantia, com todos os seus algarismos.

O número escrito pelo estudante foi

- A 135 000,00.
- B 1 350 000,00.
- C 13 500 000,00.
- D 135 000 000,00.
- E 1 350 000 000,00.

**QUESTÃO 176**

O governo de um estado pretende realizar uma obra de infraestrutura para auxiliar na integração e no processo de escoamento da produção agrícola de duas cidades. O projeto consiste na interligação direta das cidades A e B com a Rodovia 003, pela construção das Rodovias 001 e 002. As duas rodovias serão construídas em linha reta e deverão se conectar à Rodovia 003 em um mesmo ponto, conforme esboço apresentado na figura, na qual estão também indicadas as posições das cidades A e B, considerando o eixo  $x$  posicionado sobre a Rodovia 003, e cinco localizações sugeridas para o ponto de conexão entre as três rodovias.



Pretende-se que a distância percorrida entre as duas cidades, pelas Rodovias 001 e 002, passando pelo ponto de conexão, seja a menor possível.

Dadas as exigências do projeto, qual das localizações sugeridas deve ser a escolhida para o ponto de conexão?

- A I
- B II
- C III
- D IV
- E V

**QUESTÃO 177**

Uma pessoa precisa contratar um operário para fazer um serviço em sua casa. Para isso, ela postou um anúncio em uma rede social.

Cinco pessoas responderam informando preços por hora trabalhada, gasto diário com transporte e tempo necessário para conclusão do serviço, conforme valores apresentados no quadro.

Operário	Preço por hora (real)	Preço do transporte (real)	Tempo até conclusão (hora)
I	120	0,00	8
II	180	0,00	6
III	170	20,00	6
IV	110	10,00	9
V	110	0,00	10

Se a pessoa pretende gastar o mínimo possível com essa contratação, irá contratar o operário

- A I.
- B II.
- C III.
- D IV.
- E V.

**QUESTÃO 178**

Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda.

Quantas porções da receita-base de massa ela deve preparar para atender esse cliente?

- A 2
- B 3
- C 6
- D 12
- E 24



### QUESTÃO 179

A esperança de vida ao nascer é o número médio de anos que um indivíduo tende a viver a partir de seu nascimento, considerando dados da população. No Brasil, esse número vem aumentando consideravelmente, como mostra o gráfico.



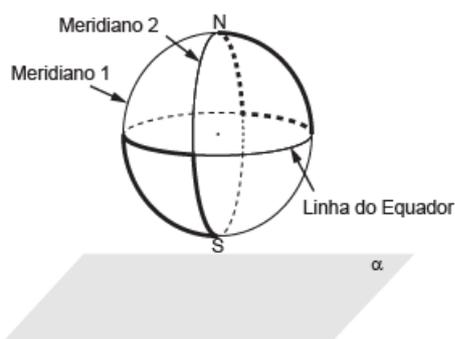
Pode-se observar que a esperança de vida ao nascer em 2012 foi exatamente a média das registradas nos anos de 2011 e 2013. Suponha que esse fato também ocorreu com a esperança de vida ao nascer em 2013, em relação às esperanças de vida de 2012 e de 2014.

Caso a suposição feita tenha sido confirmada, a esperança de vida ao nascer no Brasil no ano de 2014 terá sido, em ano, igual a

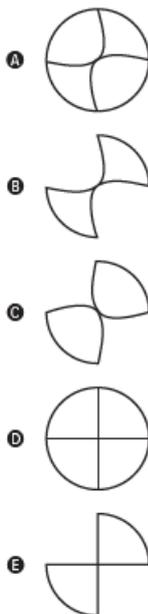
- A 74,23.
- B 74,51.
- C 75,07.
- D 75,23.
- E 78,49.

### QUESTÃO 180

Na figura estão destacadas duas trajetórias sobre a superfície do globo terrestre, descritas ao se percorrer parte dos meridianos 1, 2 e da Linha do Equador, sendo que os meridianos 1 e 2 estão contidos em planos perpendiculares entre si. O plano  $\alpha$  é paralelo ao que contém a Linha do Equador.



A vista superior da projeção ortogonal sobre o plano  $\alpha$  dessas duas trajetórias é



## ANEXO E – Mapa de Itens divulgado pelo INEP

888,1	Descrever por meio de uma expressão algébrica uma relação de crescimento.
882,5	<u>Calcular a mediana de um conjunto de dados, obtidos a partir da interpretação de um gráfico.</u>
878,6	Calcular, utilizando técnicas de contagem, o tempo mínimo gasto para um indivíduo analisar os custos de todos os possíveis trajetos que incluem visitas a seis cidades, cujos pontos inicial e final são iguais.
872,6	<u>Determinar, a partir do conhecimento do raio das esferas e do volume de uma caixa cúbica, a quantidade máxima de esferas idênticas que podem ser nela armazenadas.</u>
859,4	<u>Analisar formatos de sólidos resultantes de cortes em um cubo para obter uma pirâmide, dadas algumas condições.</u>
857,4	Determinar a relação entre os volumes inicial e final de um cubo a partir da variação percentual da medida das arestas na produção de um objeto.
850,0	Calcular o volume de um tronco de pirâmide regular de base quadrada para dimensionar a quantidade de material necessário à sua fabricação.
831,2	<u>Determinar a probabilidade de escolha a partir de determinados critérios utilizando dados fornecidos em um gráfico linear.</u>
828,1	Calcular o raio do círculo inscrito em um triângulo retângulo que representa o topo de uma peça vazada.
827,3	<u>Calcular a probabilidade binomial de ocorrência de um evento relacionado ao controle de qualidade de produtos produzidos.</u>
827,3	Calcular operações com números racionais retirados de uma tabela de valores sobre consumo de energia elétrica.
821,9	<u>Calcular o percentual equivalente de uma amostra, definida a partir de dois grupos quantificados por porcentagens, em uma população cujo tamanho é desconhecido.</u>
819,1	<u>Calcular a mediana de um conjunto de dados não ordenados, dispostos em uma tabela simples.</u>
805,8	Avaliar resultados obtidos utilizando juros compostos para escolher investimento de maior rentabilidade.
802,5	<u>Calcular operações aritméticas usando porcentagem na determinação de capital inicial de uma aplicação financeira.</u>
800,0	Avaliar, por meio da razão entre área lateral e volume, qual forma cilíndrica apresenta o menor custo de armazenamento por metro cúbico.
798,7	Resolver problemas envolvendo divisões de grandezas diretamente proporcionais à distribuição de um produto.
797,8	Determinar a relação entre o raio de um círculo e o lado de um quadrado inscrito ou interno a ele para cumprimento de uma condição limite de construção.
795,5	Calcular a razão entre as áreas de dois terrenos cujas dimensões foram dadas em diferentes unidades.
791,7	<u>Calcular, por meio da regra de três composta, para grandezas diretamente proporcionais, determinada quantidade de objetos.</u>
789,1	Representar, no plano, a projeção de uma trajetória circular realizada na superfície de uma esfera.
787,5	Determinar o ponto final da movimentação de um móvel, que utiliza como referencial os pontos cardeais e coordenadas cartográficas, por meio da interpretação de um gráfico de curvas de nível.

Fonte: INEP, 2021.

783,3	Aplicar fórmulas dadas, que exigem operações entre números decimais e conversão de unidades, de metro para centímetro, para obter o valor de um índice.
775,0	Calcular a média aritmética de um conjunto de valores, apresentados em um gráfico de barras, que variam segundo uma taxa percentual dada.
773,3	<u>Determinar a expressão algébrica que relaciona o desconto dado a um combustível com o total arrecadado em sua venda.</u>
769,4	<u>Calcular, por meio de operações com números decimais e diante de restrições, determinada quantidade de objetos.</u>
766,7	Determinar a variação percentual de perímetro de figura plana cujos vértices são centros de círculos tangentes quando se varia o raio de alguns desses círculos.
763,2	Resolver problema envolvendo cálculo de áreas de figuras planas, para determinação de custo de material.
757,1	Calcular operações com números racionais para enquadramento de Índice de Massa Corporal (IMC).
756,2	Determinar, usando operações com números naturais, a frequência anual de um evento excluindo um período do ano.
747,7	Avaliar as probabilidades de ocorrência de eventos realizados em duas etapas em um jogo.
745,8	Calcular a diferença entre as médias aritméticas de dois conjuntos de valores apresentados por meio de uma tabela.
742,9	<u>Calcular medidas de tendência central a partir de dados contidos em um quadro simples.</u>
742,0	Resolver problema a partir de uma função exponencial de expoente fracionário para determinação de variação de uma grandeza.
737,5	<u>Avaliar a área máxima de um objeto quadrado, contido em outro retangular, de modo a atender uma determinada relação percentual entre suas áreas.</u>
720,5	Resolver problema envolvendo desigualdade linear para obter produção mínima sem prejuízo.
720,0	Determinar um dos fatores de um produto de matrizes para obtenção de valores médios.
719,2	Representar, por meio de expressão algébrica, a relação entre grandezas diretamente proporcionais para determinar um fenômeno.
708,3	<u>Representar por meio de equação algébrica a obtenção de igualdade de propostas financeiras.</u>
706,2	<u>Utilizar uma equação de 1º grau na modelagem e resolução de um problema simples.</u>
706,2	Utilizar escala para determinar medidas para construção de maquete.
705,6	Converter unidade de medida angular clássica para forma decimal em posicionamento geográfico.
700,0	Determinar uma expressão algébrica baseada nos termos de uma sequência de figuras geométricas (quadrados) atendendo a um padrão de formação, a partir da relação entre o número de lados e o número de figuras.
700,0	Resolver problema usando o cálculo de área de figuras planas para a escolha da melhor opção de compra.
697,9	Calcular operações com números racionais para determinar o aumento aproximado de consumo de um bem.
697,8	Determinar escala com conversão de unidade de comprimento para representação de uma pista.
693,8	Interpretar a relação de duas grandezas descritas num texto como uma representação gráfica equivalente a grandezas físicas.
689,4	Analisar a variação do nível de líquido em um recipiente na forma de paralelepípedo ao se colocar dentro dele um objeto de volume dado.

Fonte: INEP, 2021.

688,2	Calcular o volume de material necessário para a fabricação de um objeto vazado (cubo).
685,4	<u>Calcular a probabilidade de um evento utilizando dados contidos em tabela de dupla entrada.</u>
679,5	Converter os valores indicados em um mostrador que combina representações analógicas e digitais para um número racional apresentados num hidrômetro.
678,1	<u>Determinar em uma sequência de listas numéricas justapostas na forma de um empilhamento triangular o padrão da soma de seus termos.</u>
669,4	Avaliar propostas utilizando noções básicas de matemática financeira para compra de um produto.
659,4	Analisar, usando o conceito de escalas de medidas, a representação de diferentes figuras apresentadas em escalas diversas, para determinação de dimensões reais.
656,2	Determinar, envolvendo proporcionalidade em área de figura plana, uma especificação técnica de um produto.
655,0	Calcular grandezas proporcionais para estimar o número de internações por doença.
653,6	Determinar expressão algébrica correspondente à área de uma região resultante do recorte de um material de formato retangular.
647,2	Aplicar relação entre grandezas expressas em unidades distintas na dosagem de produto culinário.
638,5	Calcular, utilizando relações entre diferentes unidades, o tempo de percurso gasto por um móvel a partir da interpretação de dados fornecidos em um mapa.
625,0	Determinar, utilizando o princípio multiplicativo, a quantidade de pessoas que excede um total de possibilidades.
624,0	<u>Determinar expressão algébrica do custo de utilização de um bem.</u>
610,7	Representar por meio de expressão algébrica a relação de proporcionalidade direta e inversa entre grandezas representativas de características de um material.
607,7	Representar em notação científica um número representativo de uma distância.
603,3	Determinar o valor numérico por meio da resolução da equação de 1º grau, obtida da igualdade de duas funções representativas de situações de mercado.
600,0	<u>Determinar, a partir de um critério de posicionamento em uma tabela, a classificação de um país.</u>
600,0	Calcular a representação decimal de fração de uma área.
596,9	Resolver situação problema envolvendo proporcionalidade no consumo de calorias.
594,6	<u>Resolver problema envolvendo padrão numérico na prática esportiva</u>
586,1	<u>Reconhecer representações de números naturais e informações de orientação em medidores de energia elétrica.</u>
585,7	Determinar, utilizando operações fundamentais com números naturais, o valor de um produto.
585,0	<u>Interpretar medidas de posição e dispersão em uma tabela na classificação de corrida de regularidade.</u>
578,6	Calcular porcentagens a partir de dados em gráfico de coluna para saber número de respostas a uma enquete.
573,5	Determinar, por meio de proporcionalidade direta, a redução de consumo de um produto.
572,5	Resolver situação problema envolvendo proporcionalidade da quantidade de dois bens.
568,8	<u>Calcular, a partir do conhecimento da razão entre os volumes de Netuno e da Terra, e da razão entre os volumes de Júpiter e de Netuno, quantas vezes a Terra cabe dentro de Júpiter.</u>

Fonte: INEP, 2021.

568,0	Reconhecer a ordem de um algarismo em um número natural com mais de seis algarismos correspondentes a um protocolo de atendimento.
565,0	Relacionar representação gráfica e algébrica numa situação de desperdício de água.
555,6	Calcular adição de números racionais expressos na forma decimal para a confecção de cédulas de dinheiro.
555,0	Representar no plano a projeção de um a trajetória tridimensional realizada sobre um sólido geométrico.
552,8	Utilizar a regra de três para determinar o valor de uma das grandezas associadas a elementos presentes na composição de um produto.
550,0	Calcular conversão de unidades de medida de comprimento das dimensões de um bem.
545,0	Calcular o valor correspondente à porcentagem expressa por números decimais, a partir da interpretação dos dados de um gráfico de barras com uma categoria.
544,7	Avaliar usando cálculos de médias, a partir de dados em tabela, o desempenho de empresas.
534,4	Analisar um resultado obtido por variações percentuais em relação a categorias de valores apresentados em quadro.
531,2	Calcular o valor correspondente à porcentagem expressa por números inteiros, determinado a partir da interpretação dos dados de um gráfico de barras com duas categorias, indicadas por legenda.
528,3	Interpretar informações de dois gráficos de linhas representadas em um mesmo sistema, relativos a registros de reclamações.
522,3	Avaliar para intervalos determinados as variações de uma função relativa a investimentos financeiros.
517,9	Interpretar informações contidas em gráficos de linhas representativos de situação ambiental.
515,2	Determinar gráfico composto por duas funções afins estabelecidas por informações textuais relacionando o salário e o número de produtos vendidos.
510,3	<u>Calcular operações entre grandezas proporcionais na fabricação de um produto.</u>
510,0	Calcular operações com números racionais no sistema métrico.
501,9	Determinar o resultado de operações fundamentais dos números naturais em tabela de dupla entrada resultante de uma pesquisa.
495,8	Interpretar dados fornecidos por gráfico linear obtendo informações sobre um evento.
490,7	Associar número decimal ao intervalo que o contém para adequação de necessidades de um consumidor.
461,7	Calcular utilizando operações fundamentais com números naturais na determinação de uma quantidade de objetos.
448,6	Reconhecer a planificação de sólidos geométricos que representam embalagens.
429,8	Determinar a utilização de proporcionalidade direta para obter a quantidade de uma substância.
418,1	<u>Identificar o diagrama parte-todo associado à porcentagem relativa à parte preenchida de um objeto retangular.</u>
403,6	Identificar máximos e mínimos em um gráfico de linhas representativo da evolução de uma grandeza.

Fonte: INEP, 2021.