#### JOEL BRAGANÇA JUNIOR

# TRIGONOMETRIA: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA POR MEIO DO USO DO TEODOLITO NO 9° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL 2

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

DEZEMBRO, 2023

#### JOEL BRAGANÇA JUNIOR

## TRIGONOMETRIA: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA POR MEIO DO USO DO TEODOLITO NO 9° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL 2

"Dissertação apresentada como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro."

Orientador: Prof. Rafael Brandão de Rezende Borges

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

DEZEMBRO, 2023

#### JOEL BRAGANÇA JUNIOR

#### TRIGONOMETRIA: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA POR MEIO DO USO DO TEODOLITO NO 9° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL 2

"Dissertação apresentada como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro."

Aprovada em 20 de Dezembro de 2023.

rof. Nelsor Mackado Barbosa

D.Sc. - UENF

**Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre** 

D.Sc. - UENF

Prof<sup>a</sup>. Monique Robalo Moura Carmona

D.Sc. - UFRJ

Prof. Rafael Brandão de Rezende

Borges

D.Sc. - UENF (ORIENTADOR)

Com grande gratidão e amor, dedico este trabalho aos meus queridos pais, Eliana e Joel, que sempre estiveram ao meu lado, oferecendo apoio incondicional, orientação e um amor inabalável ao longo desta jornada de mestrado. Seus sacrifícios e encorajamento foram a força motriz que impulsionou minha realização acadêmica. Este trabalho é dedicado a vocês, em reconhecimento da sua dedicação e amor inestimáveis.

## **Agradecimentos**

Com profunda apreciação, desejo expressar meus sinceros agradecimentos a Deus, que tem sido a rocha firme em minha jornada, provendo-me com sabedoria e coragem, especialmente durante os momentos mais desafiadores.

Aos meus pais, Eliana e Joel, dirijo meu reconhecimento pelo carinho, apoio e estímulo que me ofereceram. Estou profundamente grato por terem me ensinado a nunca abandonar os meus sonhos. Minha gratidão se estende a todos os meus entes queridos e amigos que acreditaram em mim e torceram pelo meu sucesso.

Expresso também minha apreciação a todos os professores do PROFMAT-UENF pela dedicação e generosidade ao compartilhar seu conhecimento ao longo deste curso, com um agradecimento especial ao meu orientador, o Prof. Dr. Rafael Brandão de Rezende Borges, por sua competência, dedicação, atenção e apoio incansáveis durante todas as fases da realização deste trabalho.

Aos meus colegas do PROFMAT, direciono meu reconhecimento por sua inestimável assistência durante nossos momentos de estudo, com uma menção especial às amizades de Rafael, Alexandre e Thais, cuja camaradagem e horas de estudo em grupo enriqueceram ainda mais meu conhecimento.

A colaboração da administração do Colégio CIAC "Raymundo de Andrade" na execução desta pesquisa é merecedora de reconhecimento, e meu agradecimento se estende também aos meus alunos do 9º ano do Ensino Fundamental 2, cujas contribuições foram essenciais para o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço também a SBM por proporcionar a oportunidade de melhoria do meu aprendizado.

Por último, quero expressar minha sincera gratidão a todos aqueles que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho.



### Resumo

Um aprendizado significativo em trigonometria e no uso do teodolito envolve conectar os conceitos a situações do mundo real, permitindo que os alunos vejam a utilidade prática desses conhecimentos e desenvolvam uma compreensão mais profunda. O presente estudo buscou elucidar e responder ao seguinte questionamento: Qual a importância do emprego do Teodolito para o aprendizado dos conceitos de trigonometria direcionado aos estudantes do 9o ano do Ensino Fundamental II? Para isso tem-se por objetivo geral de investigar a importância do emprego do Teodolito no aprendizado dos conceitos de trigonometria para uma aprendizagem significativa. Este trabalho se constitui enquanto uma pesquisa de abordagem qualitativa. A metodologia abordada tem sido adotada como metodologia de ensino inovadora, classificada como Metodologia da aprendizagem criativa, ela busca envolver os alunos, encorajando-os a construir um teodolito caseiro, ao mesmo tempo em que desenvolvem habilidades essenciais, a aplicação da sequência de atividades didáticas com coleta de dados foi implementada em duas turmas de 9º ano do Centro Integrado de Atividades Culturais (CIAC) Raymundo de Andrade no decorrer do 2º semestre do ano de 2023. A relevância deste trabalho vai além de fórmulas matemáticas desenhadas no quadro de forma tradicional. Portanto, avalia-se que a realização de atividades diversificadas gera e desperta o interesse dos alunos, visto ser uma grande aliada na pratica pedagógica do professor, permitindo um alcance dos objetivos pedagógicos, visando melhor desempenho do ensino aprendizagem.

**Palavras-chaves**: Teodolito. Trigonometria. Aprendizagem Significativa.

#### **Abstract**

Meaningful learning in trigonometry and theodolite use involves connecting concepts to real-world situations, allowing students to see the practical usefulness of this knowledge and develop a deeper understanding. The present study sought to elucidate and answer the following question: How important is the use of the Theodolite for learning trigonometry concepts aimed at students in the 9th year of Elementary School II? To achieve this, the general objective is to investigate the importance of using the Theodolite in learning trigonometry concepts for meaningful learning. This work constitutes a research with a qualitative approach. The methodology addressed has been adopted as an innovative teaching methodology, See how Creative learning methodology, She seeks to involve students, encouraging them to build a homemade theodolite, while at the same time developing essential skills. The relevance of this work goes beyond mathematical formulas drawn on the board in a traditional way. Therefore, it is estimated that carrying out diverse activities generates and arouses the interest of students, as it is a great ally in the teacher's pedagogical practice, allowing the achievement of pedagogical objectives, aiming for better performance in teaching and learning.

**Key-words**: Theodolite. Trigonometry. Meaningful Learning.

## Lista de ilustrações

Figura 1 – Esticadores de corda na demarcação de terras	29
Figura 2 - Groma	30
Figura 3 - Dioptra romana	31
Figura 4 – Trena de fibra de vidro	31
Figura 5 - Teodolito primitivo	32
Figura 6 - Teodolito industrial	32
Figura 7 - Papiro de Rhind atualmente no Museu Britânico, Londres	33
Figura 8 - Tábula cuneiforme Plimpton	34
Figura 9 – Espiral da Aprendizagem Criativa	41
Figura 10 – Materiais para construção do teodolito	49
Figura 11 – Colagem dos pedaços de papelão	49
Figura 12 – Colagem do transferidor de grau	50
Figura 13 – Fixação da Tampa do refrigerante no papelão	50
Figura 14 – Fixação do canudo na tampa de refrigerante	51
Figura 15 – Resultados do pré-teste	55
Figura 16 – Questão 1 - Pré-teste	55
Figura 17 – Questão 3 - Pré-teste	56
Figura 18 – Questão 4 - Pré-teste	57
Figura 19 – Formação de grupos e construção do teodolito	59
Figura 20 – Construção do teodolito pelos grupos	60
Figura 21 – Nivelamento do teodolito	61
Figura 22 – Anotação do ângulo	61
Figura 23 – Cálculo do ângulo	62
Figura 24 – Resultados do pós-teste	64
Figura 25 – Questão 1 - Resposta do aluno 3 - Correta	65
Figura 26 – Questão 1 - Resposta do aluno 24 - Errada	65
Figura 27 – Questão 2 - Resposta do aluno 9-Correta	66
Figura 28 – Questão 3 - Resposta do aluno 15 - Correta	67
Figura 29 – Questão 4 - Resposta do aluno 26 - Correta	68
Figura 30 – Questão 5 - Resposta do aluno 22	69
Figura 31 – Questão 5 - Resposta do aluno 35	69

Figura 32 – Questão 5 - Resposta do aluno 44	70
Figura 33 – Questão 5 - Resposta do aluno 27	70
Figura 34 – Questão 5 - Resposta do aluno 49	71

## Lista de quadros

Quadro 1 - Sequência de atividades na oficina com critérios e avaliação. . . . 46

## Lista de abreviaturas e siglas

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

## Sumário

1	INTRODUÇÃO	<b>1</b> 4
2	REVISÃO DE LITERATURA	17
2.1	Atividade lúdicas: uma forma de ensinar e aprender	17
2.2	Aprendizagem Significativa	22
2.3	O Teodolito: um instrumento de medidas	28
2.4	Ensino de Matemática: teodolito e seu uso na trigonometria	32
2.5	Ensino de Trigonometria no Brasil	36
2.6	Dificuldades no ensino de Matemática	37
3	PERCURSO METODOLÓGICO	39
3.1	Metodologia da aprendizagem criativa	40
3.2	Autorização para a pesquisa	43
3.3	Sujeitos da pesquisa	43
3.4	Instrumentos de pesquisa	<b>4</b> 4
3.5	Estruturação da análise de dados	45
3.6	Sequência de atividades	46
3.7	Desenvolvimento das atividades	47
3.7.1	Primeiro Encontro	47
3.7.2	Segundo Encontro	47
3.7.3	Terceiro Encontro	48
3.7.3.1	Modo de Construção do Teodolito	48
3.7.4	Quarto encontro – Uso do Teodolido Caseiro	51
3.7.5	Quinto Encontro	<b>5</b> 1
4	ANÁLISE E DISCUSSÃO	<b>5</b> 3
4.1	Análise do pré-teste	53
4.1.1	Questão 1	55
4.1.2	Questão 2	56
4.1.3	Questão 3	56
4.1.4	Questão 4	57
4.1.5	Considerações gerais	57
4.2	Análise da atividade prática	58
4.3	Análise do pós-teste	63
4.3.1	Questão 1	64
4.3.2	Questão 2	66

4.3.3	Qι	ıestão	3.																	66
4.3.4	Qu	ıestão	<b>4</b> .																	67
4.3.5	Qι	ıestão	<b>5</b> .																	68
4.3.6	Co	nside	eraçõe	es gera	is															71
5	CONCLUSÕES															 73				
REFERÊN	CL	AS .									•		•			 •	•	•	 •	 <b>7</b> 5
	APÊNDICES															82				
<b>APÊNDIC</b>	<b>E</b> .	A	_	AUT	ORIZ	AÇ.	ÃO	DA	DI	RF	ZÇÂ	ΟÃ				 •				 83
<b>APÊNDIC</b>	<b>E</b> :	В	_	AUT	ORIZ	AÇ.	ÃO	RE	SPO	ON	SÁ	VE:	IS	•		 •				 85
<b>APÊNDIC</b>	E	C	_	QUES	STIO	NÁ	RIO	PR	RÉ '	$\mathbf{TE}$	ST	<b>E</b> .	•			 •		•		 87
<b>APÊNDIC</b>	<b>E</b> :	D	_	QUES	STIO	NÁ]	RIO	PĆ	)S-'	ΓE	ST]	E.	•			 				 89

## Capítulo 1

## Introdução

Arraigados à Educação Matemática estão fortes obstáculos que são enfrentados durante o processo de ensino. Seus tópicos são trabalhadas isolados uns dos outros, isto é, sem a interação devida com os demais e, desta forma, os conhecimentos prévios dos alunos acabam sendo desperdiçados — ou se, porventura, são utilizados, o são de modo mínimo.

Muitas vezes nos deparamos com barreiras pedagógicas e com profissionais que seguem uma didática pragmática e tradicional, oriunda de sua formação e da não atualização ou qualificação profissional.

O professor tem a capacidade de transformar um aluno indisciplinado em um estudante brilhante, desde que consiga cativá-lo e conquistar sua confiança. Há inúmeros casos de professores que, por se tornarem tão populares, são reconhecidos e adorados por várias gerações de alunos. É uma recompensa e tanto poder mudar o rumo da vida de alguém por meio da educação, não? Exemplos disso não faltam.

Então, nestes novos tempos, cabe à escola proporcionar novas formas de se construir conhecimento para que se estabeleça, de fato, a relação ensino-aprendizagem. O professor deve observar e aproveitar as oportunidades durante suas aulas e estimular a independência cognitiva do discente, propondo oportunidades para uma releitura de sua realidade. Concomitantemente, a presença dos responsáveis tem um papel crucial em suas vidas acadêmicas, fortalecendo a parceria entre família e escola.

As atividades lúdicas se tornam importantes, pois elas têm o poder de romper com o ensino tradicional e pouco significativo, buscando novas alternativas que permitam a junção de ideias e até mesmo a mudança de comportamento do aluno, favorecendo a interação social. O aluno participa de forma ativa e substancial da construção de seu conhecimento, aumentando, assim, de maneira considerável a significação daquele conteúdo. Assim surgiu o meu interesse por essa temática. A justificativa de pesquisá-la está em buscar uma reflexão do processo de inserir atividades práticas

nos conteúdos de Matemática.

A Trigonometria é a área da Matemática responsável pelos estudos das relações entre os lados de um triângulo e seus ângulos. No campo de estudo da Matemática, no ensino de Trigonometria tornou-se costume a aprendizagem de forma automática, sendo superficial a aplicação das razões e relações trigonométricas, sem uma compreensão mais ampla do assunto.

Desta forma, julgamos ser importante impulsionar o estímulo proposto para o aprendizado conceitual do fenômeno e sua aplicabilidade, através de atividades lúdicas e práticas, bem como a importância deste marco histórico-científico que é o estudo da Trigonometria. Torna-se salutar, portanto, investigarmos tal temática, visto que tal conteúdo passa despercebido em nossas escolas, mesmo sendo componente curricular das séries finais. Vale ressaltar, ainda, que por muitas vezes é de forma tal ignorada em nosso cotidiano, por não entendermos a importância da ciência para nossas vidas.

A motivação principal para a realização do presente trabalho se centra em apresentar o conceito de trigonometria para os estudantes, através de experiências vivenciadas numa aula prática de montagem de teodolito e aplicação nas atividades, face a dificuldade que vivenciamos nas aulas de Matemática. Estamos em busca de uma maneira de despertar a curiosidade dos alunos.

A aula proposta auxilia o desenvolvimento e o aprendizado significativo, a fim de proporcionar aos alunos a construção desse conhecimento de maneira empírica. Por meio do uso do teodolito, o aluno pode observar e tomar suas conclusões a cada passo dado nessa construção, o que é fundamental para o processo, já que a imaginação do discente é uma ferramenta e deve ser explorado a todo instante no meio escolar — caso contrário, o material lúdico terá sua função prejudicada.

Para isso tem-se por objetivo geral de investigar a importância do emprego do Teodolito no aprendizado dos conceitos de trigonometria para uma aprendizagem significativa.

Os principais objetivos específicos são:

- Mediar e facilitar a aprendizagem de Trigonometria;
- Compreender como a utilização do Teodolito pode auxiliar no aprendizado de trigonometria;
- Observar a evolução do aprendizado dos estudantes nos conceitos trigonométricos;
- Identificar as dificuldades dos estudantes nas atividades dos conceitos de trigonometria.

O texto do trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 1, discute-se o referencial teórico que deu suporte e balizou nossa pesquisa norteada pela Aprendizagem Significativa, o teodolito e a importância das atividades lúdicas; no Capítulo 2, descreve-se o percurso metodológico utilizado nessa pesquisa; no Capítulo 3 destacamos os resultados encontrados e suas análises; e, por fim, as Conclusões.

## Capítulo 2

## **REVISÃO DE LITERATURA**

Inicialmente, fez-se uma pesquisa bibliográfica, a fim de revisar a literatura e desenvolver a investigação com base em estudos já realizados. Macêdo e Evangerlandy (2018) falam que:

Revisar a literatura é um termo técnico utilizado pela comunidade de pesquisadores que significa que o pesquisador já conhece o tema e vai buscar se atualizar sobre ele, em livros, sites de bancos de artigos, dissertações e teses, em bibliotecas, internet, dentre outros, procurar saber "em que pé" se encontra as pesquisas sobre aquele tema, ou seja, o que a ciência está discutindo no momento sobre o tema e quais seus avanços e dificuldades atuais (MACÊDO; EVANGERLANDY, 2018, p. 22).

#### 2.1 Atividade lúdicas: uma forma de ensinar e aprender

Aprender é uma atividade especialmente para crianças, mas também pode ser aplicada a pessoas de todas as idades. O termo "lúdico" está relacionado a jogos, brincadeiras e atividades que envolvem diversão, prazer e criatividade e é relativo também à conduta daquele que joga, que brinca e que se diverte. "A alta variedade de papéis concedidos às atividades lúdicas ilustra a ampla quantidade de significados associados ao termo lúdico" (LUZ; GALLON; NASCIMENTO, 2017, p. 26).

Pais et al. (2019, p. 1) indicam: "A palavra ludicidade se origina do latim *ludus*, ou *ludos*, que significa jogo ou exercício (...)", e vão além: "Na área da educação, a ludicidade não deve ficar restrita apenas a jogos e brincadeiras aleatórias utilizadas sem um objetivo ou uma intencionalidade."

Nesta perspectiva, Barreto e Freitas (2016) afirmam que:

(...) é importante que o professor busque novas formas de ensino, utilizando diversos recursos pedagógicos; priorizando não a reprodução, mas sim a construção dos conhecimentos, de forma que, sejam realizadas atividades que estejam associadas com o contexto sócio cultural do aluno, despertando assim, o interesse e a motivação dos mesmos,

permitindo uma interação entre professor, aluno e saber matemático (BARRETO; FREITAS, 2016, p. 2).

Por sua vez, a função educativa do jogo oportuniza a aprendizagem do indivíduo, seu saber, seu conhecimento e sua compreensão de mundo. Pinto e Tavares (2010, p. 233) estabelecem que

O lúdico desempenha um papel vital na aprendizagem, pois através desta prática o sujeito busca conhecimento do próprio corpo, resgatam experiências pessoais, valores, conceitos buscam soluções diante dos problemas e tem a percepção de si mesmo como parte integrante no processo de construção de sua aprendizagem, que resulta numa nova dinâmica de ação, possibilitando uma construção significativa (PINTO; TAVARES, 2010, p. 233).

Huizinga (2017, p. 33) indica: "Ao falarmos de jogo como algo que todos conhecem e ao procurarmos analisar ou definir a ideia que essa palavra exprime, precisamos ter sempre presente que essa noção é definida e talvez até limitada pela palavra que usamos para exprimi-la."

Desse modo, Mineiro e D'Ávila (2019, p. 9) suscitaram que "(...) um colaborador expôs ter passado pelo processo de ressignificação do conceito de ludicidade, precisando desconstruir o conceito que trazia desde sua graduação após leitura e discussões advindas (...)". Assim, apontam a fala do colaborador entrevistado:

(...) Conheci a ludicidade como sinônima de atividades lúdicas através de brincadeiras, jogos, e atividades educativas; sendo algo exterior ao sujeito (...) Ideia já desconstruída (...) a acepção da ludicidade como uma vivência interna do sujeito (...) (MINEIRO; D'ÁVILA, 2019, p. 9).

Sendo assim, a ludicidade estimulará "(...) a imaginação e as múltiplas linguagens do ser humano" (AGUIAR; VIEIRA; MAIA, 2018, p. 4).

Almeida (1998) apresenta que a educação lúdica está longe de ser apenas um passatempo, uma brincadeira ou diversão superficial, não sendo uma prática a ser aplicada apenas com crianças, mas também com jovens e adultos, de forma que "aparece sempre como uma forma transacional em direção a algum conhecimento, que se redefine na elaboração constante do pensamento individual em permutações com o pensamento coletivo" (ALMEIDA, 1998, p. 13), possibilitando uma aproximação com a Matemática.

Neste panorama, é indispensável, na disciplina de Matemática, considerar os processos de ensino e aprendizagem que façam com que o estudante tenha autonomia, seja protagonista, desenvolva sua criatividade, curiosidade, explore, observe, investigue, reflita, crie, imagine, dialogue, critique, compartilhe, e todo esse processo pode ser "(...) acoplado a situações lúdicas (...)" (MEGID NETO; VIVEIRO, 2020, p. 7).

Para Freitas (2020, p. 15), "para haver aprendizagem precisa-se de coisas simples e interessantes, pois basta que educadores opinem práticas pedagógicas nas quais o elemento lúdico é concebido como fio condutor". De acordo com Anastasiou e Alves (2004, p. 69), "o professor deverá ser um verdadeiro estrategista, o que justifica a adoção do termo estratégia, no sentido de estudar, selecionar, organizar e propor as melhores ferramentas facilitadoras para que os estudantes se apropriem do conhecimento".

Além disso, que se garanta uma formação com os professores que atuam no ensino de Matemática "(...) à luz de uma educação transformadora e criadora, não apenas baseado no paradigma de uma educação engessada e transmissora" (PIRES, 2017, p. 151).

Nesse passo, Santana e Silveira (2018) suscitam a importância de que, na formação do professor que atuará na disciplina de Matemática, haja articulações de questões como "(...) ludicidade, interdicisplinaridade, alfabetização científica, transposição, criatividade" (SANTANA; SILVEIRA, 2018, p. 915).

Trabalhar com atividades lúdicas auxilia muito o ensino-aprendizagem dos alunos, uma vez que se aprende melhor, criando sentido por meio delas, estimulando os alunos, fazendo com que aprendam o conteúdo através de novas experiências (PINHO; SPADA, 2007).

"Reconhecer a brincadeira como forma para pensar o ensino da matemática encoraja reflexões mais amplas sobre natureza do pensamento matemático, do ponto de vista histórico, social, pedagógico", conforme aponta D'Ambrósio (2019, p. 13).

De acordo com Lorezanto (2010), o uso de material didático é um bom mediador para o aprendizado da Matemática, principalmente a partir do que é palpável, atingindo o que é abstrato no ensino e aprendizagem da Matemática.

As atividades lúdicas, na prática, ocorrem em sala de aula, uma vez que os professores inseriram em seus planejamentos, buscando o ensino-aprendizagem dos alunos. De acordo com Matos (2013, p.39), "quanto mais o educador vivenciar a ludicidade, maior será seu conhecimento e a chance de se tornar um profissional competente, trabalhando com a criança de forma prazerosa, estimulando a construção do conhecimento".

Sobre o desenvolvimento infantil e a ludicidade, (PEDROZA, 2005) afirma que

Para entendermos o desenvolvimento da criança é preciso conhecer suas necessidades e interesses para que os incentivos sejam eficazes a fim de promover o avanço de um estágio de um desenvolvimento para outro. O brinquedo possibilita a criação de um mundo onde os desejos possam ser realizados através da imaginação (PEDROZA, 2005, p. 65).

Quando os alunos utilizam de metodologias lúdicas, eles conseguem desenvolver o cognitivo, além da imaginação e criatividade. Roloff (2016) pontua que, com o uso do lúdico, este auxiliará no desenvolvimento cognitivo do aluno, e que este aprenda a "(...) compartilhar, dividir, interagir, respeitar (...)" ((ROLOFF, 2016, p. 2) .

Feijó (1992) descreve que "O lúdico é uma necessidade básica da personalidade, do corpo e da mente, faz parte das atividades essenciais da dinâmica humana". Para Freire (1975, pp. 63–87), "o ser humano é um ser curioso por natureza e diz que é a curiosidade que impulsiona o homem a sair de si mesmo, em busca do novo, de aventuras, de descobertas". O autor ainda relata que a característica da curiosidade, transforma o indivíduo numa pessoa crítica e questionadora, assumindo seu papel de protagonista, saindo do papel de mero espectador, transformando seu mundo e participando dessa transformação.

De acordo com Cedro e Moura (2017),

O objetivo principal é a atividade coletiva: a cooperação e a colaboração são concebidas dentro de um esquema teórico, no qual ela é parte integrante da elaboração do conhecimento. A coordenação das ações articula-se com a resolução do problema científico em estudo. O confronto e as contradições entre as operações dos sujeitos da aprendizagem são concebidos como algo intrínseco à construção da atividade coletiva. As contradições são consideradas como o resultado de uma organização especial da ação do grupo e não das diferentes concepções dos participantes (CEDRO; MOURA, 2017, p. 41).

O uso do lúdico é importante de ser inserido nas atividades de ensino de Matemática, ao ser abordado em "(...) diversas situações pedagógicas planejadas pelo professor, em diferentes momentos do processo de ensino, optando pela utilização de variados recursos e metodologias" (OJA-PERSICHETO, 2017, p. 362) .

Existem várias razões pelas quais o uso de atividades lúdicas são efetivas no processo de ensino e aprendizagem, conforme apresentado no trabalho de Alencar (2020):

- Motivação: As atividades lúdicas despertam o interesse e a curiosidade dos alunos, tornando o processo de aprendizado mais envolvente. Quando algo é divertido, os alunos estão mais tolerantes a se dedicar e persistir na tarefa.
- 2. Engajamento: As atividades lúdicas geralmente são interativas, o que permite que os alunos participem ativamente do processo de aprendizagem. Eles podem trabalhar em equipe, resolver problemas e tomar decisões, o que aumenta o engajamento e a colaboração.

- 3. Aprendizagem significativa: Ao envolver os alunos em atividades práticas e divertidas, eles conseguem associar o conteúdo a situações da vida real, o que facilita a compreensão e torna o conhecimento mais relevante.
- 4. Redução do estresse: O ambiente lúdico proporciona um clima descontraído, o que reduz a ansiedade e o estresse associados ao aprendizado. Isso permite que os alunos se sintam mais à vontade para experimentar e cometer erros, o que é fundamental para o processo de aprendizagem.
- 5. Estímulo à criatividade: As atividades lúdicas frequentemente forçam que os alunos pensem "fora da caixa" e usem a criatividade para resolver problemas ou desenvolver soluções. Isso estimula a imaginação e a capacidade de inovação.
- 6. Reforço positivo: Ao concluir com sucesso uma atividade lúdica, os alunos recebem uma sensação de conquista e reforço positivo, o que aumenta sua autoestima e motivação para continuar aprendendo.

A metodologia de jogos, quando preparada de forma correta e estando de acordo com o nível de conhecimento do aluno, é um excelente material didático para o ensino de matemática.

Os jogos podem desempenhar um papel significativo no processo de aprendizagem matemática, proporcionando uma abordagem prática e envolvente para o ensino de conceitos matemáticos, ou seja, nas palavras da Base Nacional Comum Curricular - Ensino Médio:

Os estudos sobre as relações entre jogos e aprendizagem matemática têm apontado para grande potencial educativo das atividades lúdicas, quando as crianças podem agir de maneira autônoma e confrontar diferentes representações acerca do conhecimento matemático. Esses estudos apontam para complexidade entre a atividade espontânea, a aprendizagem matemática e a necessidade de um controle pelo educador que deseja garantir certas aprendizagens ao longo do desenvolvimento da atividade lúdica (BRASIL, 2018, p. 65).

Para tanto,

(...) buscamos fomentar nos alunos o desenvolvimento do seu letramento científico por meio da valorização da ciência, da cultura, dos valores éticos, da diversidade, da natureza, da arte, etc. Esses objetivos nos direcionam a construir uma coleção que trabalha a formação dos alunos de forma integral, considerando tanto uma formação intelectual como uma formação humana (ROCHA, 2017, p. 22).

O uso de jogos no ensino de matemática tem um caráter de ensino quando é considerado um promotor de aprendizagem (KISHIMOTO, 2005). O autor afirma que

ao usar jogos para a aprendizagem de matemática tem por objetivo levar os alunos a quererem aprender matemática, a gostar da disciplina, transformando o interesse do aluno em algo positivo.

"É importante que o aluno perceba a avaliação como uma oportunidade de revisão e aprofundamento do estudo" (ROCHA, 2017, p. 27).

É apontado que o jogo é um recurso lúdico e que, bem utilizado, "(...) permite socialização, motivação, revisão de posturas, aprendizado, entre muitas possibilidades" (ROCHA, 2017, p. 19).

"A ludicidade e as brincadeiras podem mobilizar o trabalho intelectual e fomentar o desenvolvimento de habilidades socioemocionais" (ROCHA, 2017, p. 19). E, para finalizar a discussão sobre o lúdico, Rocha (2017, p. 19) cita que "O brincar e o lúdico são parte da infância e devem ser fomentados no Ensino Fundamental (...)".

#### 2.2 Aprendizagem Significativa

A aprendizagem significativa é uma teoria de aprendizagem proposta pelo psicólogo educacional David Ausubel (JESUS, 2005), que enfatiza a importância de conectar novos conhecimentos com o conhecimento prévio do indivíduo para que a aprendizagem seja mais significativa e duradoura. Lacerda e Guerreiro (2022) complementam que

Essa compreensão surge, de acordo com Ausubel, quando um novo conceito interage com um conceito já existente e é capaz de gerar um terceiro conceito, ou seja, as informações novas, juntamente às preexistentes, formam uma outra realidade de entendimento, sendo assim hábil para modificar e ampliar o olhar no que se refere à aprendizagem do sujeito (LACERDA; GUERREIRO, 2022, p. 6).

Essa abordagem destaca a compreensão do conteúdo em vez de apenas a memorização de informações básicas, centrada na identificação dos fatores que efetivam e facilitam a aprendizagem, levando em consideração as características do indivíduo (DISTLER, 2015). "Estamos falando de uma teoria de aprendizagem, a qual considera que a aprendizagem depende da construção do aluno. Nesse sentido, aspectos como motivação são relevantes para o aprendiz querer aprender" (CARVALHO, 2020, p. 56).

Nas palavras de Ausubel (2003, p. 58), "A aprendizagem significativa é o mecanismo humano, por excelência, para adquirir e armazenar a vasta quantidade de ideias e informações representadas em qualquer campo do conhecimento".

De acordo com Ostermann e Cavalcanti (2010), a aprendizagem significativa é:

Um processo através do qual uma nova informação se relaciona de maneira não arbitrária e substantiva a um aspecto relevante da estru-

tura cognitiva do indivíduo. Nesse processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de "subsunçor", existente na estrutura cognitiva de quem aprende. O "subsunçor" é um conceito, uma ideia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de "ancoradouro" a uma nova informação de modo que ela adquira, assim, significado para o indivíduo: a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação "ancorase" em conceitos relevantes pré-existentes na estrutura cognitiva (OSTERMANN; CAVALCANTI, 2010, p. 22-23).

Frasson, Laburú e Zompero (2019, p. 305) diz que "Ausubel concebe que o armazenamento de informações no cérebro humano é organizado em forma de uma hierarquia conceitual, na qual elementos mais específicos de conhecimento são ligados a conceitos mais gerais, mais inclusivos". Ausubel (2003) destaca que a essência da aprendizagem significativa:

Consiste no fato de que novas ideias expressas de forma simbólica (a tarefa de aprendizagem) se relacionam àquilo que o aprendiz já sabe (a estrutura cognitiva deste numa determinada área de matérias), de forma não arbitrária e não literal, e que o produto desta interação ativa e integradora é o surgimento de um novo significado, que reflete a natureza substantiva e denotativa deste produto interativo (AUSUBEL, 2003, p. 71).

É importante ressaltar que a aprendizagem significativa contrasta com a aprendizagem mecânica, que se concentra na memorização de informações sem entender sua aplicação ou conexão com outros conhecimentos. "Não há educação fora das sociedades humanas e não há homem no vazio" (FREIRE, 2019, p.43). Nesse sentido, a abordagem de Ausubel busca promover uma aprendizagem mais profunda e contínua, permitindo ao aluno uma melhor compreensão do mundo ao seu redor e facilitando a transferência de conhecimento para novas situações.

Moreira (2016, p. 22) define que "O aprendizado significativo é a aquisição de novos conhecimentos com significado, compreensão, criticidade e possibilidades de usar esse conhecimento em explicações, argumentos e soluções de situações-problemas dentro de novas situações". Dessa forma, pode se entender que a aprendizagem significativa leva em conta tudo o que o aluno sabe sobre o tema, servindo como base para a aquisição dos novos conhecimentos, dos novos saberes, ou seja, os novos conhecimentos vão ter um novo significado, com uma maior estabilidade cognitiva (MOREIRA, 2016, p. 2).

Frasson, Laburú e Zompero (2019, p. 311) relatam que "conhecer os subsunçores do aprendiz, nesse processo, é fundamental, pois permite ao professor enfatizar, nas suas práticas de ensino, as correlações conceituais entre o conhecimento novo e o prévio".

Princípios da aprendizagem significativa:

- **Conhecimento prévio:** Ausubel enfatiza que o novo conhecimento deve ser ancorado na estrutura cognitiva do aprendiz. As informações recém-adquiridas são integradas com conceitos, ideias e experiências prévias, formando assim uma rede de significados.
- **Estruturação cognitiva:** Para que proporcione uma aprendizagem significativa, é importante que o aprendiz tenha uma estrutura cognitiva bem organizada. Esse esquema mental bem garantido atua como um ponto de ancoragem para novas informações.
- **Significado lógico:** O novo conhecimento precisa ser apresentado de forma clara e lógica, tornando mais fácil para o aluno entender a relação entre o que está sendo aprendido e o que já é conhecido.
- **Aprendizado ativo:** A aprendizagem significativa é facilitada quando o aluno está ativamente envolvido no processo de construção do conhecimento. Isso pode ser alcançado por meio de atividades práticas, discussões, resolução de problemas e outras estratégias interativas.
- **Motivação:** A motivação é um fator crucial para uma aprendizagem significativa. Quando os alunos percebem a emoção e a importância do que estão aprendendo, estão mais inclinados a se envolverem no processo de aprendizagem e relacionar novos conhecimentos com o que já sabem.

Há três tipos principais de aprendizagem significativa, de acordo com Ausubel (2003):

- Aprendizagem por representação: Ocorre quando o aluno possui conceitos e procedimentos bem claros. O novo conteúdo é adquirido e relacionado a essas representações já existentes, ampliando e enriquecendo-as.
- 2. **Aprendizagem por ancoragem:** É quando o aluno adquire uma nova ideia ou conceito que funciona como uma "âncora" para conectar outros conceitos relacionados. Essa nova âncora serve como base para a compreensão de outras informações.
- 3. Aprendizagem por reconciliação integrativa: Acontece quando o aluno enfrenta contradições entre seus conhecimentos prévios e as novas informações. Para resolver essas contradições, o aluno revisa seus conceitos e, por meio desse processo, ocorre uma aprendizagem significativa.

A aprendizagem significativa é considerada uma abordagem mais eficaz para a aquisição de conhecimento, uma vez que promove uma compreensão mais profunda e

duradoura do conteúdo. Os professores são encorajados a projetar atividades e materiais que facilitam a conexão entre o conhecimento prévio dos alunos e o novo material a ser aprendido, tornando o processo de ensino-aprendizagem mais significativo e relevante para os estudantes.

São consideradas as condições para a aprendizagem significativa: a) A estrutura cognitiva existente é a variável, podendo facilitar, limitar ou inibir a aprendizagem significativa de um conhecimento; b) O querer aprender, a intencionalidade do estudante, é outro fator fundamental; o ser humano poderá aprender de maneira significativa, quando se quer aprender ou quando se tem a intenção de aprender; c) Os materiais de aprendizagem devem ser necessariamente significativos, fazendo sentido para o estudante (MASINI; MOREIRA, 2017, p. 26).

Ausubel (2003, p. 72) estabelece que

A aprendizagem significativa exige que os aprendizes manifestem um mecanismo de aprendizagem significativa (ou seja, uma disposição para relacionarem o novo material a ser apreendido, de forma não arbitrária e não literal, à própria estrutura de conhecimentos) e que o material que apreendem seja potencialmente significativo para os mesmos, nomeadamente relacional com as estruturas de conhecimento particulares, numa base não arbitrária e não literal. Assim, independentemente da quantidade de potenciais significados que pode ser inerente a uma determinada proposição, se a intenção do aprendiz for memorizá-los de forma arbitrária e literal (como uma série de palavras relacionadas de modo arbitrário), quer o processo, quer o resultado da aprendizagem devem ser, necessariamente, memorizados ou sem sentido (AU-SUBEL, 2003, p. 72).

Para promover uma aprendizagem significativa, os professores podem utilizar estratégias como identificar o conhecimento prévio dos alunos antes de introduzir novos conceitos, relacionar o novo conteúdo a experiências pessoais dos alunos, utilizando analogias e metáforas para tornar os conceitos mais compreensíveis, proporcionar oportunidades para que os alunos apliquem o conhecimento em situações reais e encorajar a colaboração e a discussão em grupo para a troca de ideias e perspectivas.

De acordo com Santos e Kaulfuss (2015),

A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel tem papel importante no mundo atual, ao se levar em conta a formação dos estudantes perante os desafios impostos pela atual sociedade. Por isso, é pertinente que os professores conheçam essa Teoria, para que consigam organizar e desenvolver um processo de ensino coerente com as demandas da sociedade. Estabelecendo, para todo mundo, uma aprendizagem mais duradoura e de construção de significados (SANTOS; KAULFUSS, 2015, p. 1).

Consequentemente, "quando a aprendizagem significativa não se efetiva, o aluno utiliza a aprendizagem mecânica, isto é, 'decora' o conteúdo, que não sendo significativo para ele, é armazenado de maneira isolada, podendo inclusive esquecê-lo em seguida (...)" (PAULA; BIDA, 2008, p. 2). A aprendizagem significativa difere da aprendizagem mecânica, que é caracterizada pela memorização superficial e descontextualizada de informações sem uma compreensão real do significado subjacente. Ao contrário, uma aprendizagem significativa visa criar uma base sólida de conhecimento e compreensão que os alunos podem usar de maneira mais eficaz em suas vidas.

Ausubel acredita que a aprendizagem pode ocorrer por recepção ou por descoberta, onde, a primeira ocorre quando é apresentado em sua forma final o conteúdo a ser aprendido e na segunda é exigido do aluno a descoberta do conteúdo, incorporando a sua estrutura cognitiva. Nos dois tipos a aprendizagem pode ser mecânica ou significativa, sendo mecânica quando o aluno apenas internaliza o conteúdo, sem nenhum significado (JESUS, 2005).

Carvalho (2020) ressalta que

Entretanto, durante sua teoria, Ausubel salienta que não importa o quanto potencialmente significativa seja a prática de ensino conduzida pelo professor, ou o material proposto por ele, se o aluno não tiver a intenção de se apropriar do conhecimento de forma significativa propondo-se apenas a memorizar o conhecimento de forma arbitrária e literal (CAR-VALHO, 2020, p. 56).

Assim embasa Masetto (2012, p. 4), "(...) toda aprendizagem, para que realmente aconteça, precisa ser significativa para o aprendiz, isto é, precisa envolvê-lo como pessoa, como um todo: ideias, inteligência, sentimento, cultura, profissão e sociedade". Frasson, Laburú e Zompero (2019, p. 315) complementam que "quando isso ocorre o aluno é induzido a refletir sobre suas ações e valores, o que pode levá-lo a mudá-los para que se estabeleça harmonia entre seus conhecimentos, valores e condutas".

De acordo com Pommer (2013), as situações-problemas ou questões que utilizam materiais concretos, que conduzem o aluno a realizar ações sem decorá-las ou com repetições de fórmulas de forma mecânica, possibilitam ao aluno a construção do conhecimento matemático efetivo, gerando sentido para ele. Portanto, pode-se entender que a contextualização, o uso dos jogos ou de materiais manipuláveis são facilitadores recursos de aprendizagem significativa para o professor.

De acordo com Vygotsky (2007) na corrente interacionista, o processo de aprendizagem é sempre dinâmico, com o sujeito interagindo junto ao objeto de estudo, que pode ser físico (objeto) e abstrato — simbólico — (crenças, valores e costumes) . Vygotsky (2007) afirma que esses objetos são os responsáveis pela elaboração de estruturas cognitivas e fundamentais para o desenvolvimento do ser humano, haja vista que o sujeito não possui acesso direto a esses objetos, pois são dispostos pelo sis-

tema de símbolos que dispõe. Sendo assim, cabe à cultura fornecer a tais indivíduos os símbolos que representam sua realidade.

Em nosso entendimento, a construção de aprendizagens significativas que levam à estabilidade dos saberes nas mentes dos aprendizes é compatível com a abordagem simultânea dos diferentes conteúdos de aprendizagem que formam os materiais a serem ensinados e aprendidos, pois conduzem à elaboração, ao desenvolvimento e à diferenciação dos conhecimentos (FRASSON; LABURÚ; ZOMPERO, 2019, p. 316).

Assim, fica claro que a construção cognitiva parte de fora para dentro do indivíduo, a cultura parte integrante do processo. O interacionismo se torna socioconstrutivismo quando se relaciona os fatores bases do ideal de Vygotsky. Nascido no império Russo (posteriormente, União Soviética) e bastante influenciado por ideias socialistas, seus pensamentos são conceituados em Marx e Engels e, na melhor tradução desses sociólogos, segundo ele o mecanismo de mudança individual ao longo do desenvolvimento tem sua raiz na sociedade, na cultura e de forma histórica. Assim, pode-se eliminar a ideia que o desenvolvimento cognitivo parta apenas da estrutura biológica — é necessária uma interação com o meio.

Segundo Rego (2002, p. 98), sobre a teoria de Vygotsky:

Em síntese, nessa abordagem, o sujeito produtor de conhecimento não é um mero receptáculo que absorve e contempla o real nem o portador de verdades oriundas de um plano ideal; pelo contrário, é um sujeito ativo que em sua relação com o mundo, com seu objeto de estudo, reconstrói (no seu pensamento) este mundo. O conhecimento envolve sempre um fazer, um atuar do homem (REGO, 2002, p. 98).

A teoria Vygotskyana é baseada em três pilares do estudo.

- **Primeiro Pilar:** As funções psicológicas possuem um suporte biológico (atividades cerebrais). Assim, mesmo se tratando de uma teoria interacionista, não se descarta a importância das funções biológicas como, por exemplo, as atividades cerebrais.
- **Segundo Pilar:** O funcionamento psicológico se desenvolve a partir das relações entre indivíduo e o meio externo.
- **Terceiro Pilar:** A relação entre homem e mundo é mediada por símbolos; por exemplo, linguagem (fala, escrita e leitura). Isto permite uma maior e melhor apreensão da realidade pelo indivíduo.

As teorias da aprendizagem procuram sistematizar e ao mesmo tempo preconizar questões relacionadas ao aprendizado humano. Dessa forma,

elas ajudam os professores a criar estratégias para atuar na sala de aula, e acompanhar o aprendizado com os sucessos e os possíveis fracassos (LACERDA; GUERREIRO, 2022, p. 5).

O desenvolvimento do aluno dar-se-á do pensamento elementar com um nível de heteronomia (dependência do professor) muito grande para um pensamento superior o qual apresenta um comportamento intencional, ou seja, próprio do aluno. Esse desenvolvimento ou aprendizagem é denominado a princípio de zona do desenvolvimento proximal, que é a influência do professor sobre o aluno; zona de desenvolvimento real, que é a capacidade momentânea do aluno; e, por último, zona de desenvolvimento potencial, que é aonde ele pode chegar.

O uso de meios artificiais – a transição para a atividade mediada – muda, fundamentalmente, todas as operações psicológicas, assim como o uso de instrumentos amplia de forma ilimitada a gama de atividades em cujo interior as novas funções psicológicas podem operar. Nesse contexto, podemos usar o termo função psicológica superior, ou comportamento superior com referência à combinação entre o instrumento e o signo na atividade psicológica (VYGOTSKY, 2007, p. 56).

O maior problema na busca pela compreensão das atividades psicológicas é o método utilizado, influenciando diretamente na aprendizagem significativa, já que a princípio é um pré-requisito que participará do resultado final, sendo o instrumento e o resultado, a partir do desenvolvimento cognitivo do aluno (VYGOTSKY, 2007). "As teorias que se desenvolveram em torno da aprendizagem, não se esgotam em si mesmas, tampouco uma sobrepõe a outra, mas entre elas existe uma relação de continuidade e de complementaridade" (LACERDA; GUERREIRO, 2022, p. 5).

#### 2.3 O Teodolito: um instrumento de medidas

O intuito desta seção é apresentar o histórico do instrumento que inspirou a pesquisa e a inclusão de sua prática em sala de aula, com o objetivo de buscar por mais conhecimento matemático específico, na qual se configura a pesquisa.

O teodolito é um instrumento de medição utilizado em topografia e geodésia para medir ângulos horizontais e verticais com alta precisão. Sua história remonta a séculos atrás e está intimamente relacionada ao desenvolvimento da cartografia e da ciência geodésica.

Embora o teodolito não meça diretamente áreas, ele desempenha um papel fundamental na medição de ângulos, que é uma parte essencial para calcular as áreas em levantamentos topográficos e geodésicos.

"Suas evidências materiais mais antigas vêm da Mesopotâmia e do Egito Antigo, onde agrimensores trabalhavam nas planícies inundadas dos rios Tigre, Eufrates e Nilo, irrigando, medindo, registrando, e valorando terra agricultável. Tinham função também na construção de monumentos, assegurando que as estruturas fossem eretas e devidamente alinhadas" (GRANATO; MIRANDA, 2011).

Com o propósito de catalogar áreas urbanas e rurais, os primeiros instrumentos topográficos foram criados por gregos, romanos, chineses, mesmo primitivos e com pouca precisão, com a finalidade de delimitar, descrever e avaliar as propriedades.

Os antigos egípcios, chineses, gregos e romanos usavam instrumentos primitivos para medir perspectivas e possibilidades, mas esses dispositivos eram muito simples em comparação com o que conhecemos como teodolitos modernos.

Tem-se relatos que os egípcios e os babilônicos utilizavam de cordas para medir a distancia entre pontos, chamados de "esticadores de cordas", conforme a Figura 1.

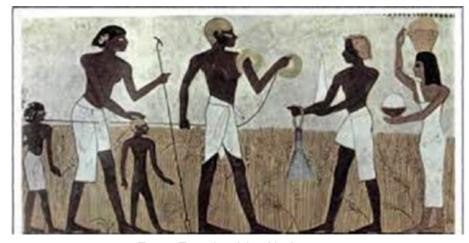


Figura 1 – Esticadores de corda na demarcação de terras

Fonte: Enciclopédia Abril, 1972.

Hoje em dia, os esticadores de cordas recebem o nome de agrimensores e seu trabalho é de mensurar as medidas das propriedades.

Os povos de Roma também tiveram sua contribuição no desenvolvimento da geometria. Uma contribuição foi a criação de um instrumento chamado "groma", que lembra uma cruz, prumada em seu extremo, fixada numa barra vertical (Figura 2). Era uma ferramenta simples, mas eficaz, usada para levantamento topográfico e construção. O groma consistia em uma moldura de madeira com braços perpendiculares. Cada braço tinha um fio de prumo pesado na extremidade. Os topógrafos usaram o groma para criar ângulos retos e linhas retas, essenciais para criar layouts ortogonais precisos para estradas, edifícios e outras estruturas nas antigas cidades romanas. O groma

desempenhou um papel crucial no desenvolvimento e expansão da infra-estrutura romana.

Figura 2 – Groma

Fonte: Museu da Topografia, 2021.

A dioptra romana (Figura 3) foi utilizada na antiga Roma para realizar medições topográficas e geodésicas. Era uma espécie de teodolito primitivo que permitia aos engenheiros e arquitetos romanos levar ao cabo medidas precisas de distâncias e ângulos. Consistia em um trípode com uma coluna vertical no centro. Na parte superior da coluna se encontrava um sistema de miras ou alidada que permitia medir ângulos horizontais e verticais. Também estava equipado com uma norma graduada que permitia medir distâncias. O instrumento é utilizado para estabelecer pontos de referência, medir distâncias e ângulos, e realizar levantamentos topográficos.

Este dispositivo foi uma ferramenta essencial na engenharia e na arquitetura romana, e contribuiu para o desenvolvimento de algumas das estruturas mais impressionantes e duradouras da época.

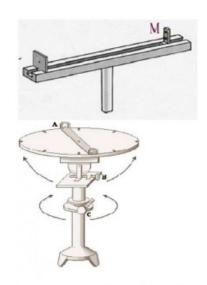


Figura 3 – Dioptra romana

Fonte:Corrêa (2021).

Outros instrumentos são necessários para medição ou levantamento topográfico, como a trena (Figura 4), que é formada por uma fita métrica de plástico, tecido, fibra de vidro ou de metal que tem por objetivo medir distâncias verticais ou horizontais, que pode também ser utilizados em atividades com estudantes, além do teodolito.



Figura 4 – Trena de fibra de vidro

Fonte: Unicamp, 2021.

Equipamentos e instrumentos novos foram surgindo na evolução da humanidade, como o teodolito, que é hoje utilizado como recurso empregado na construção civil e também como recurso de ensino, mas para que tudo isso ocorresse, foi criada a primeira versão do teodolito.

Em 1571, Leonard Digges construiu o que seria um teodolito primitivo, o qual chamou de "theodolitus". era um instrumento com um círculo dividido e um quadrado com uma bússola no centro sem o telescópio.

Por volta de 1950, iniciaram-se mudanças tecnológicas, trazendo para os instrumentos de Geodesia efeitos muito mais rápidos e amplos do que quaisquer outros anteriores. Iniciava-se, então, uma nova era nessa ciência. Embora componentes elétricos já tivessem sido incorporados



Figura 5 – Teodolito primitivo

Fonte: https://adenilsongiovanini.com.br/blog/teodolito-eletronico/

várias décadas antes, somente em 1950 o advento da eletrônica, particularmente do transistor (e, mais tarde, dos circuitos integrados), trouxe a mais recente transformação dos instrumentos dessa área. Nos últimos anos, ocorreram mais transformações do que nos 7 mil anos anteriores (GRANATO; MIRANDA, 2011)



Figura 6 - Teodolito industrial

Fonte: Machado, Cartaxo e Andrade, 2014.

#### 2.4 Ensino de Matemática: teodolito e seu uso na trigonometria

As orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirmam que "é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática" (BRASIL, 2017, p. 298) .

Ressalta-se que o ensino de matemática precisa "estar integrado a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos con-

ceitos matemáticos" (BRASIL, 2017, p. 298). A BNCC Brasil (2017, p. 267) ainda destaca em sua primeira competência específica de matemática para o ensino fundamental que os estudantes devem:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.(BRASIL, 2017)

Vislumbra-se em apresentar neste tópico, o contexto histórico da trigonometria, enfatizando seus aspectos históricos como área de conhecimento, de modo a vislumbrar seu desenvolvimento e sua aplicação pelos povos antigos.

Sua origem é incerta, mas, pode-se afirmar que seu nascimento e aprimoramento se deu em razão de dificuldades e obstáculos encontrados pela Astronomia, agrimensura e pela navegação, entre os séculos 1550 A.C., pelos povos egípcios, podendo-se demonstrar através do Papiro Rhind e da tábua de secantes cuneiforme babilônica Plimpton (EVES, 2008).

Figura 7 – Papiro de Rhind atualmente no Museu Britânico, Londres



Fonte: Matemática.br (2021)

Eves (2008) em sua obra "Introdução à História da Matemática", relata que o papiro de Rhind é uma fonte primária sobre a matemática egípcia antiga, descrevendo os métodos de multiplicação e divisão, seu uso nas frações unitárias, sua solução nos problemas para a determinação da área do círculo e outras aplicações matemáticas através de problemas práticos.

Rocha (2017) diz que é possível perceber que os registros envolvendo o papiro Rhind foram transcritos de um manuscrito ainda mais primitivo que ele.

Já a tábula cuneiforme Plimpton é uma das mais notáveis tábulas matemáticas já analisadas.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

Para que esses propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investiga-



Figura 8 – Tábula cuneiforme Plimpton

Fonte: Veja (2021)

ção, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, argumentar, comunicar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados (BRASIL, 2018, p. 519) .

Na matemática, o teodolito está relacionado ao estudo da geometria e trigonometria, pois sua medição de ângulos envolve conceitos destas áreas. Os feitos realizados com o teodolito podem ser usados para determinar distâncias, alturas, orientações e posicionamento de pontos no terreno, o que é útil em diversos contextos.

(...) agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2019, p. 32).

Nesta prática fez-se o uso do Teodolito, que segundo Carvalho (2020), é um "instrumento óptico para medir com precisão ângulos horizontais e verticais", pois de acordo com Pacheco, Barbosa e Fernandes (2017, p. 337) "se a teoria e a prática forem realizadas de formas separadas ou isoladas não produzirão resultados significativos, partindo do pressuposto de que uma não é superior à outra".

Luckesi (2005) afirma que, "(...) não tem sentido o aluno ter assimilado uma quantidade considerável de conceitos se esses não têm uma relação com a sua vida, com o dia a dia. Relacionar os conteúdos com o cotidiano dá verdadeiro sentido ao ensino-aprendizagem".

Na manipulação do material didático a ênfase não está sobre os objetos e sim sobre as operações que com eles se realizam. Discordo das propostas pedagógicas em que o material didático tem a mera função ilustrativa. O aluno permanece passivo, recebendo a ilustração proposta pelo professor respondendo sim ou não a perguntas feitas por ele (CARVALHO, 1990)

As principais características matemáticas associadas ao teodolito são:

- Angulação: O teodolito é usado para medir ângulos horizontais e verticais com base em círculos graduados. Esses ângulos podem ser representados em graus, minutos e segundos.
- Trigonometria: A geometria de distâncias inacessíveis diretamente pode ser feita usando conceitos trigonométricos, como a trigonometria aplicada em triângulos retângulos.
- Geometria do terreno: Ao realizar levantamentos com o teodolito, é possível mapear a topografia do terreno, que envolve a representação das elevações e depressões.
- 4. Coordenadas: Com base nas medições realizadas pelo teodolito, é possível calcular coordenadas geográficas de pontos no terreno, o que é essencial para a criação de mapas e cartas topográficas.

O teodolito é uma ferramenta que combina conceitos matemáticos, principalmente da geometria e trigonometria, para realizar medições precisas de ângulos e coordenadas no campo da topografia e geodésia.

É a partir do contato com situação-problema, quer sejam materiais ou não, que os estudantes podem ampliar seu domínio cognitivo. Por isso, cabe-nos propor e testar estratégias que despertam a atenção dos alunos, trabalhando com exemplos práticos e concretos, sempre aproveitando seus conhecimentos prévios e partir da sua realidade construída (MIGUEL; BRITO; LUCCHESI, 2009, p. 110).

O autor ainda diz que trabalhar com o teodolito nas aulas de Matemática "caracteriza-se como produto didático que envolve plano de ensino, criação de materiais didáticos e esquema experimental, baseado nas realizações didáticas em sala, ou seja, sobre concepção, realização, observação e avaliação" (FONSECA, 2010, p. 63-64).

A trigonometria é fundamental para entender como o teodolito funciona e como os ângulos são calculados. Ao mirar em pontos específicos do terreno ou alvos, o teodolito pode determinar os ângulos formados entre esses pontos e o observador, usando as propriedades trigonométricas de triângulos retângulos, (...) o professor necessita realizar constantemente reflexão epistemológica sobre a compreensão do que é avaliar, pois não podemos nos furtar de discutir o que é fundamental ensinar na escola, bem como de não nos furtar a discutir como regulamos aquilo que ensinamos" (BRITO, 2018, p.61).

Conforme pontua Justino (2013, p. 108), "(...) mais interesse do aluno, estimulando assim sua participação nas aulas, tornando-as mais dinâmicas". A trigonometria desempenha um papel fundamental no funcionamento do teodolito e na interpretação dos dados coletados.

A trigonometria é um ramo da matemática que estuda as relações entre os lados e ângulos dos triângulos. O termo "trigonometria", para Eves (2008), quer dizer "medida das partes de um triângulo". A trigonometria é essencial para realizar cálculos triangulares e resolver problemas de topografia, como determinar a distância entre dois pontos distantes usando ângulos e distâncias de distância mais próximas. Além disso, as funções trigonométricas, como seno, cosseno e tangente, são usadas para calcular alturas de objetos e terrenos com base em distâncias angulares e distâncias conhecidas.

No contexto do teodolito, as propriedades trigonométricas são usadas para calcular distâncias inacessíveis, determinar alturas e resolver problemas de triangulação. Quando se utiliza um teodolito, ele é posicionado em um local e orientado em uma direção específica. A partir daí, são realizadas medições dos ângulos entre os pontos de interesse e o teodolito. Esses ângulos são usados em cálculos trigonométricos para determinar distâncias, altitudes e outras informações relevantes sobre o terreno ou estrutura em análise.

# 2.5 Ensino de Trigonometria no Brasil

O ensino de trigonometria no Brasil geralmente ocorre no ensino médio, como parte do currículo de matemática. A trigonometria é uma parte importante da matemática que estuda as relações entre os ângulos e os lados dos triângulos. No Brasil, é comum que a trigonometria seja introduzida no final do ensino fundamental e desenvolvida ao longo do ensino médio.

(...) a relação da aprendizagem de matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às implicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvam medições, em especial, o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondam a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a física pode ser de grande oportunidade de aprendizagem significativa (BRASIL, 2017, p. 44).

O objetivo do ensino de trigonometria é capacitar os alunos a entender e aplicar em conceitos matemáticos complexos em diversas situações do cotidiano e em campos profissionais específicos, como engenharia, arquitetura, astronomia e física.

SILVA (2013, p. 9) apresenta em sua pesquisa:

O objetivo deste trabalho é propor uma abordagem no ensino de trigonometria desde o 9 ° ano do ensino fundamental até o final do ensino médio, respeitando o currículo básico da matemática e o nível de aprofundamento do conteúdo de acordo com a faixa etária dos estudantes. Para isso, são apresentadas atividades para serem aplicadas em sala de aula de modo que os alunos participem da formação e construção do conteúdo com ênfase nas aplicações e nos contextos históricos, contando com o auxílio de softwares matemáticos.(SILVA, 2013)

O autor conclui que "portanto, vale salientar que o estudo de trigonometria pode ser desenvolvido de maneira interessante, interativa e significante para os alunos em todos os níveis de escolaridade" (SILVA, 2013, p. 90).

No entanto, é importante ressaltar que o ensino de trigonometria pode apresentar desafios para alguns alunos, especialmente aqueles que prejudicam a visualização de conceitos espaciais ou abstratos. Por isso, é fundamental que os professores adotem estratégias pedagógicas que tornem os conceitos mais acessíveis e aplicáveis, promovendo uma compreensão sólida e significativa da trigonometria.

## 2.6 Dificuldades no ensino de Matemática

De acordo com Fonseca (2010, p. 76), "a disciplina matemática, em especial, tem sido marcada pelos altos índices de evasão e repetência, e isso compõe o cenário dos maiores entraves em Educação Matemática".

KUHN (2020), em seu artigo, teve por objetivo identificar possíveis causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática no Ensino Médio (EM), em uma escola estadual do interior do Rio Grande do Sul (RS), a partir de percepções de professores, tendo por consideração final que as dificuldades estão relacionadas a fatores intra e extraescolares, tais como: falta de interesse dos estudantes para aprender; falta de conhecimentos básicos de conteúdos desenvolvidos no Ensino Fundamental e metodologia de ensino.

O processo de ensino e aprendizagem da matemática inicia a partir da intuição e progressivamente aproxima-se da dedução. Essa forma de construir o conhecimento matemático relega, em parte, qualquer tentativa de se apropriar de modo mecânico de procedimentos e algoritmos para a resolução de problemas reais. Por outro lado, vincula tal procedimento a um planejamento de seu ensino e aprendizagem fundamentados no nível de cognição dos alunos. (HUETE; BRAVO, 2006, p. 23).

Os alunos têm dificuldade em matemática porque não dominam os conceitos básicos necessários para entender os tópicos mais avançados. Nesse caso, é importante revisar e fortalecer os conceitos fundamentais antes de avançar para novos temas. E com isso, a matemática pode ser intimidante para alguns alunos, o que pode

levar a uma ansiedade em relação à disciplina. Criar um ambiente de sala de aula acolhedor e encorajador, onde os alunos se sintam à vontade para fazer perguntas e cometer erros, pode ajudar a reduzir esse medo.

KUHN (2020, p. 1) continua apresentando em seu artigo algumas sugestões que podem auxiliar na mudança da situação: "reorganização curricular, valorizando a postura ativa do estudante e o desenvolvimento de habilidades e competências; dinamização de estratégias de ensino; inovação de recursos didáticos; ressignificação do processo avaliativo".

Os alunos podem não ver a relevância da matemática em suas vidas cotidianas, o que pode diminuir seu interesse na disciplina. Incorporar exemplos do mundo real e mostrar como a matemática é usada em diferentes áreas, como ciência, tecnologia, finanças e até mesmo nas artes, pode ajudar a tornar a matéria mais interessante e envolvente.

Para HUETE e BRAVO (2006, p. 21), "a Matemática é uma criação da mente humana, e seu ensino deve transformar-se em autênticos processos de descoberta por parte do aluno. Não se aprende Matemática, faz-se". Essa é uma abordagem interessante para o ensino de matemática, que se baseia na ideia de que a matemática é uma disciplina dinâmica e construída através da exploração e descoberta ativa por parte dos alunos.

A metodologia de ensino de mão na massa pode ajudar nestas dificuldades. Essa abordagem transforma o ensino de matemática em uma jornada de descoberta, onde os alunos são ativos participantes na construção do conhecimento matemático. Ela promove um entendimento mais profundo e duradouro dos conceitos, ao mesmo tempo em que desenvolve habilidades importantes, como pensamento crítico, resolução de problemas e colaboração.

MARTINEZ (2022) aborda em seu trabalho as dificuldades que existem no ensino de matemática, uma vez que ensinar essa disciplina, muitas vezes, representa um grande desafio para os professores e para a maioria dos alunos que a consideram complexa e de difícil aprendizagem. Chegando a conclusão após suas análises que um treinamento contínuo é essencial para que se melhore a didática do professor de matemática, buscando assim, aperfeiçoar seus métodos para ensinar essa disciplina, otimizar seu tempo de aula, desenvolver sua maneira de ensinar e avaliar com mais eficácia.

Lidar com as dificuldades no ensino de matemática requer criatividade e dedicação por parte dos professores, bem como apoio e esforço por parte dos alunos e de suas famílias.

# Capítulo 3

# Percurso Metodológico

Este trabalho se constitui enquanto uma pesquisa de abordagem qualitativa. Na concepção de Chizzotti (1998), a pesquisa qualitativa permite "uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito". Isso porque "o conhecimento não se reduz a um rol de dados isolados, conectados por uma teoria explicativa; o sujeito observador é parte integrante do processo de conhecimento e interpreta os fenômenos atribuindo-lhes um significado" (CHIZZOTTI, 1998, p. 83). Conforme afirmam Bogdan e Biklen (1994, p. 53), "os investigadores qualitativos estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitem tomar em consideração as experiências do ponto de vista do informador".

Optou-se pela abordagem qualitativa na pesquisa, devido à natureza e tema em estudo. Acreditamos que essa abordagem proporciona uma compreensão mais profunda e rica, especialmente ao lidar com questões que envolvem percepções, significados e experiências dos participantes.

Tal decisão foi influenciada pela ideia de que o conhecimento não é apenas uma reunião de dados, mas uma construção ativa que envolve a interação entre o pesquisador e o objeto de estudo. A abordagem qualitativa foi escolhida porque buscase interpretar fenômenos em vez de simplesmente coletar-se informações.

Seguindo uma abordagem mais flexível, a importância de considerar as experiências do ponto de vista dos participantes foi reconhecida. A pesquisa qualitativa permite uma exploração mais aprofundada e aberta das perspectivas dos informantes, capturando nuances e detalhes que poderiam ser perdidos em métodos mais estruturados.

Além disso, a abordagem qualitativa se mostrou adequada para lidar com questões específicas relacionadas a significados, motivações, aspirações, crenças, valores e atitudes. Isso oferece um espaço mais apropriado para explorar a complexidade e as sutilezas do meu objeto de estudo.

Em resumo, a abordagem qualitativa foi escolhida porque ela se alinha à busca por uma compreensão mais holística e interpretativa da realidade em foco, permitindo uma análise aprofundada das experiências e significados envolvidos. Nesse sentido, a escolha por essa abordagem se deve ao fato de que a "(...) pesquisa qualitativa responde a '(...) questões muito particulares (...)', pois ela trabalha com o universo dos significados, dos motivos das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes (...)" (MINAYO, 2009, p. 21).

Quanto aos objetivos, trata-se de uma pesquisa exploratória que, segundo Gil (2008b, p. 43), tem como objetivo "proporcionar uma visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato". Ainda segundo Gil (2008a, p. 48), as pesquisas exploratórias têm como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores. "(...) Pesquisas exploratórias são desenvolvidas com o objetivo de proporcionar uma visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato".

A escolha pela pesquisa exploratória em nesta investigação foi motivada pela necessidade de alcançar uma compreensão abrangente do objeto de estudo. Buscouse uma abordagem que permitisse explorar diversas perspectivas.

Essa opção visa não apenas preencher lacunas de conhecimento, mas também proporcionar uma visão inicial e ampla que servirá como base sólida para investigações mais detalhadas ao longo do estudo. A pesquisa exploratória, nesse contexto, emerge como uma ferramenta estratégica para orientar a compreensão inicial e a delimitação do escopo, proporcionando um fundamento robusto para análises e interpretações futuras.

# 3.1 Metodologia da aprendizagem criativa

Pode-se conceituar como aprendizagem criativa uma metodologia onde os estudantes se apropriam de suas principais características imaginativas buscando desenvolver habilidades cognitivas, assimilando os conteúdos propostos teoricamente com uso e introdução de atividades práticas. Sobre a aprendizagem criativa:

"Uma educação crítica reflexiva, onde o professor vai trazer o aluno a ser o protagonista e criador da sua própria história. O ato de ensinar exige respeito à autonomia do ser educado e o professor que desrespeita a curiosidade do aluno, está infringindo os princípios fundamentalmente éticos da existência, afogando a liberdade do educando e tirando seu direito de estar sendo curioso e inquieto" (FREIRE, 1996).

Resnick (2020) explica que, "(...) na maioria das vezes, as escolas enfatizam a

transmissão de instruções e informações em vez de auxiliar os estudantes no processo de aprendizagem criativa". Já Moraes (2006, p. 101), enfatiza que a criatividade deve estar presente no ambiente escolar "a partir de processos auto-organizadores, irreversíveis, nascidos do acaso, pela necessidade, e que ocorrem nas organizações vivas". O autor ainda diz que "a natureza envolve criatividade, enquanto a energia capaz de gerar algo novo", estando em constante transformação através dos "processos que podem vir a desempenhar um papel construtivo e criativo indispensável para a evolução da vida".

Já Piaget (1982) acreditava que o processo de formalização do pensamento e com isso da criatividade tem como base a maturação biológica, sendo sequenciada de processos de interação com o meio, criando assim os estágios de desenvolvimento.

Assim, "(...) para que as pessoas consigam prosperar nesse cenário de constantes mudanças, a capacidade de pensar e agir de maneira criativa é mais importante do que nunca" (RESNICK, 2020, p. 04), ao passo que, ao promover uma aprendizagem orientada ao pensamento criativo, ocorre o desenvolvimento do conhecimento, gerando assim uma aprendizagem significativa.

Portanto, a aprendizagem criativa é uma metodologia na qual os estudantes são o centro do aprendizado, sendo sempre incentivados a usar seu potencial imaginativo a favor deles, ou seja, "as melhores aulas continuarão sendo letra morta se não se apoiarem sobre a própria experiência, assim como a inteligência das leis da física é impossível sem a manipulação de um material concreto" (PIAGET, 1998).

REFLECT (MACINE)

(CHEATE)

(CHEATE)

Figura 9 – Espiral da Aprendizagem Criativa

Fonte: (RESNICK, 2017).

Segundo RESNICK (2017, p. 03) os estudantes realizam frequentemente e por vezes repetidas o processo: "cada criança imagina o que quer fazer, cria um projeto baseado nas suas próprias ideias, brinca com suas criações, compartilha suas ideias e criações com os outros, reflete sobre as próprias experiências, e isso tudo as leva a imaginar novas ideias e novos projetos". Dando origem assim ao processo de uma espiral, conforme Figura 9, não necessariamente de forma sequencial, mas podendo ocorrer de forma simultânea ou até sobreposta.

Além disso, segundo Piaget (2010a, 2010b, 2013 apud JÚNIOR; NASCIMENTO, 2018), a transmissão de informações do professor para o aluno, proposta nos métodos tradicionais de ensino, não garante a aprendizagem,uma vez que a informação, para ser assimilada e acomodada pelo indivíduo, deve ser relacionada a conhecimentos anteriores e reinventada pelo mesmo, para que esses saberes passem a fazer parte de suas estruturas cognitivas. Assim, "(...) a espiral de aprendizagem criativa é o motor do pensamento criativo" (RESNICK, 2020, p. 12).

RESNICK (2017, p. 03) ressalta que "aprender a programar resolvendo desafios de lógica é como aprender a escrever resolvendo desafios de palavras cruzadas. Não é assim que nos tornamos verdadeiramente fluentes", ou seja, trabalhar com projetos pode gerar melhores resultados porque os estudantes são estimulados a criar e desenvolver sua própria aprendizagem, por serem estimulados a responder desafios.

Uma ideia ou produto que mereça o rótulo de "criativo" surge a partir da sinergia de muitas fontes e não apenas a partir da mente de uma única pessoa. É mais fácil aumentar a criatividade pela mudança das condições no ambiente do que tentando fazer as pessoas pensarem mais criativamente (CSIKSZENTMIHALYI, 1997).

"Ambientes relativamente informais em sala de aula vai facilitar a criatividade de forma mais eficaz do que os ambientes de sala de aula tradicionais, restritivos" (AMA-BILE, 1996, p. 207). Complementando, (RESNICK, 2017) destaca que "a interação com colegas deveria ser um elemento central no processo de aprendizado".

É exatamente nesse ponto que a aprendizagem criativa entra. Nesse caso, a metodologia se desprende dos princípios da pedagogia tradicional e vê o aluno como o protagonista de seu aprendizado, além de ajudá-lo a manifestar a criatividade, curiosidade, reflexão e o senso crítico e questionador.

Neri Jr. (2019), ao discorrer sobre "Atos e Lugares de Aprendizagem Criativa em Matemática", concluiu que a ação de teoria e prática, associado a metodologia de aprendizagem criativa, possibilita a mudança de atitude, permitindo assim uma conexão do conhecimento dos saberes aprendidos nas explicações teóricas, com as possibilidades da aula prática, estimulados em ambientes colaborativos de aprendizagem dentro da mesma escola.

(...) desenvolve a aprendizagem criativa a partir da análise de Técnicas Geradoras de Novas Ideias (TGNIs) em estudantes do segundo ano do ensino técnico em Administração integrado ao ensino médio, empregando as premissas da personalização da informação, confrontação com o dado e geração e produção de novas ideias. Os resultados da proposta aplicada indicaram elevado aproveitamento e envolvimento dos discentes com a proposta; forte grau de concordância para a maioria das proposições/apresentações; e baixa variação entre satisfação

e importância. Constatou-se ainda que os discentes mantiveram a motivação em expressar sua criatividade mesmo diante de dificuldades. Logo, a aprendizagem e simulação via técnicas geradoras de novas ideias cumpre o papel de facilitador da expressão da criatividade do aluno (GOTTSCHALCK, 2023 apud FERNANDES, 2020).

A aprendizagem criativa proposta por Mitchel Resnick busca desenvolver nos estudantes o pensamento criativo. "As contribuições das propostas analisadas evidenciaram que o emprego da aprendizagem criativa junto às demais ferramentas e abordagens contribuem de forma relevante para o desenvolvimento de alunos, no nível interpessoal, intrapessoal e cognitivo" (GOTTSCHALCK, 2023, p. 46).

Sabe-se que a teoria desenvolvida por Piaget, não é um método para as práticas de sala de aula, porém segundo NOGUEIRA e LEAL (2018, p. 140), "não há como negar que as descobertas sobre o desenvolvimento humano auxiliam os professores na compreensão do processo de aprendizagem dos seus alunos".

## 3.2 Autorização para a pesquisa

Por envolver os estudantes, a pesquisa foi inicialmente submetida para apreciação da escola, conforme autorização no Apêndice A.

Com a autorização da escola, o pesquisador iniciou o contato com os responsáveis pelos sujeitos da pesquisa para apresentar a autorização de participação Apêndice B, que esclareceu os detalhes da pesquisa proposta, para que os participantes pudessem conhecê-la e, estando de acordo, assinassem esse documento.

O benefício direto do trabalho está em possibilitar, ao professor, uma reflexão sobre sua prática pedagógica e sobre sua formação continuada, e ao aluno a possibilidade de vivenciar metodologias ativas, que o motivem ao aprendizado. Como benefício indireto, destaca-se a contribuição para a formação de professores de Matemática a partir da divulgação dos resultados da pesquisa por meio de publicações científicas.

# 3.3 Sujeitos da pesquisa

A pesquisa é de caráter qualitativo, e a aplicação didática com coleta de dados foi implementada em duas turmas de 9º ano do Centro Integrado de Atividades Culturais (CIAC) Raymundo de Andrade, no município de Cachoeiro de Itapemirim/ES, no decorrer do 2º semestre do ano de 2023.

O universo da pesquisa se restringe a um público de 50 alunos que se propuseram a desenvolver uma atividade prática proposta pelo educador, os quais forneceram informações precisas para a elaboração desse trabalho.

A delimitação do universo em uma pesquisa refere-se ao processo de definir claramente quais elementos serão abordados e investigados no estudo. Essa delimitação é essencial para concentrar e direcionar a pesquisa, tornando-a mais específica e viável. Isso inclui especificar as pessoas, objetos, fenômenos ou qualquer outro elemento que será o foco do estudo. Enumerar suas características comuns é fundamental para direcionar a pesquisa e garantir que os resultados sejam relevantes e aplicáveis.

Segundo Marconi e Lakatos (2012, p. 51),

(...) a delimitação do universo consiste em explicitar que pessoas ou coisas, fenômenos e etc. serão pesquisadas, enumerando suas características comuns, como, por exemplo, sexo, faixa etária, organização a que pertencem, comunidade onde vivem e etc. (MARCONI; LAKATOS, 2012, p. 51).

Para preservar a identidade dos estudantes, mas identificá-los por suas respostas, foram atribuídos, a cada um citado no decorrer das análises, nomes fictícios.

# 3.4 Instrumentos de pesquisa

Como instrumentos de coleta de dados foram utilizadas 2 atividades. A primeira atividade tinha como objetivo realizar uma avaliação diagnóstica dos estudantes com relação ao tema.

A segunda atividade tem o objetivo de avaliar o desenvolvimento das atividades realizadas pelos alunos, tanto na construção do teodolito, como na execução das atividades propostas, buscando verificar a aprendizagem matemática ocorrida, principalmente se foi significativa, atraente e envolvente para estudantes.

De acordo com Severino (2007, p. 125), o questionário permite "levantar informações escritas por parte dos sujeitos pesquisados, com vistas a conhecer a opinião dos mesmos sobre os assuntos em estudo". O questionário é um instrumento empregado para se obter informações. É um método de fácil acesso que aborda as mesmas questões para todos e garante o anonimato dos participantes, podendo conter questões que atendam a finalidade específica da pesquisa.

Triviños (1987) vem tentando definir e caracterizar a entrevista semiestruturada. Para o autor, ela tem como característica questionamentos básicos que estejam apoiados em teorias e hipóteses que se relacionam ao tema da pesquisa. Os questionamentos feitos pelo entrevistador permitem novas possibilidades a partir das respostas dos entrevistados. O autor, afirma ainda que a entrevista semiestruturada "(...) favorece não só a descrição dos fenômenos sociais, mas também sua explicação e a compreensão de sua totalidade (...)", além de manter a presença consciente e atuante do pesquisador no processo de coleta de informações (TRIVIÑOS, 1987, p. 152).

A elaboração do questionário se justifica com base na questão norteadora desse trabalho: Qual a importância do emprego do Teodolito para o aprendizado dos conceitos de trigonometria direcionado aos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental II? E trouxe possibilidades de dialogar com os objetivos propostos, dando aos participantes possibilidades de responder sobre as questões propostas de maneira a dialogar com o tema em pauta.

A tabulação das atividades se deu em computador pessoal, protegido por senha, sem conexão com redes de dados e os entrevistados não foram identificados nominalmente.

# 3.5 Estruturação da análise de dados

A análise e interpretação dos resultados foram e serão fundamentadas teoricamente com referenciais escolhidos para a temática, dialogando com as informações obtidas por meio dos instrumentos de coleta de dados. A análise dos dados, segundo Lüdke e André (1986, p.45) consiste em "trabalhar" todo o material obtido durante a pesquisa.

Para Demo (2003, p. 23),

(...) o analista qualitativo observa tudo, o que é ou não dito: os gestos, o olhar, o balanço, o meneio do corpo, o vaivém das mãos, a cara de quem fala ou deixe de falar, porque tudo pode estar imbuído de sentido e expressar mais do que a própria fala, pois a comunicação humana é feita de sutilezas, não de grosserias. Por isso, é impossível reduzir o entrevistado a objeto (DEMO, 2003, p. 230).

Moraes (1999, p. 10) complementa o conceito quando diz que a análise de conteúdo é usada para descrever e interpretar toda a classe de documentos e textos, de forma a ajudar a "reinterpretar as mensagens e a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum". Bardin (2004), reforça que a análise dos dados está presente ao longo do processo de investigação, mostrando-se mais formal ao término da coleta de dados.

Para analisar os dados coletados, utilizou-se a análise de conteúdos, que é um método para analisar os dados de pesquisa qualitativa — dados que descrevem e ilustram a realidade, mas que não podem ser quantificados — sendo utilizado para analisar os questionários.

Os dados levantados durante as diferentes etapas da pesquisa, com a utilização de questionários, foram analisados qualitativamente através da técnica de análise de conteúdo temática, conforme Bardin (2004).

A análise de conteúdo pode ser considerada como um conjunto de técnicas de análises de comunicações, que utilizam procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens... A intenção da análise de conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos as condições de produção e recepção das mensagens, inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos ou não) (BARDIN, 2004, p.38).

A análise de conteúdo de Bardin consiste em seguir 3 etapas para uma análise científica de dados qualitativos, sendo a primeira a etapa do pré-teste; a segunda, a da exploração do material trabalhado; e a terceira etapa, a análise e interpretação dos resultados obtidos.

# 3.6 Sequência de atividades

Os momentos anteriormente descritos compuseram as etapas da sequência de atividades. O quadro 1, a seguir, apresenta a organização da sequência de atividades em termos de tais critérios, das etapas e momentos, das atividades desenvolvidas, conteúdos abordados e avaliação dos critérios.

Quadro 1 – Sequência de atividades na oficina com critérios e avaliação.

Critérios	Etapa da Oficina	Atividade de- senvolvida	Conteúdo abordado	Forma(s) de avaliação dos critérios
Intencionalidade/ reciprocidade	1° Encontro	Apresentação do teodolito e suas partes.	Introdução ao teodolito e sua função	Observação do envolvimento dos alunos, participação nas discussões
Construção	2° Encontro	Montagem do teodolito com auxílio do professor	Componentes do teodolito e sua construção	Verificação da montagem correta e precisão do instrumento
Uso Básico	3° Encontro	Demonstração de medições de ângulos simples	Utilização do teodolito para medições básicas	Observação da compreensão dos alunos durante as medições
Aplicação Trigonométrica	4° Encontro	Resolução de problemas trigonométricos com o teodolito	Aplicação de conceitos trigonométricos básicos	Avaliação da precisão das medições e da resolução de problemas
Avaliação individual	5° Encontro	Teste indivi- dual sobre os conceitos	Verificação da compreensão dos conceitos ensinados	Avaliação dos resultados do teste individual

Fonte: Acervo da pesquisa.

### 3.7 Desenvolvimento das atividades

Para iniciar houve uma apresentação do título da pesquisa, explicando como serão as atividades e a justificativa pela escolha da turma, apresentando a temática da pesquisa. Esta etapa objetivou-se em descrever como deu-se a sequência de atividades, com seu planejamento e execução.

#### 3.7.1 Primeiro Encontro

Para o primeiro contato com os estudantes participantes da atividade prática, com duração de 60 min, foi preparada uma aula explicativa com utilização de slides, na própria sala de aula, com o objetivo de apresentar alguns conceitos de trigonometria, como:

- · Conceitos de ângulos.
- Triângulo retângulo.
- Tabela trigonométrica dos ângulos notáveis.
- Razões trigonométricas do seno, cosseno e tangente.

No decorrer da explicação, o professor foi explicando e demonstrando o passo a passo de cada conceito e como poderia ser utilizado, buscando abordar o objeto de conhecimento que as turmas estavam estudando. Para esta etapa, o professor optou em utilizar recursos tecnológicos: o data show para projetar a explicação.

A aula foi seguida da resolução de algumas situações-problemas que serviram para verificar os conhecimentos necessários para o próximo encontro, conforme o Apêndice C.

### 3.7.2 Segundo Encontro

Segundo NEHRING e POZZOBON (2007), a utilização de materiais concretos deve anteceder a conceituação teórica, para que o aluno tenha tempo e liberdade para explorar e descobrir o funcionamento do material concreto, e posteriormente associá-lo à teoria.

Seguindo esse aspecto, o segundo encontro teve por objetivo apresentar aos estudantes o teodolito caseiro, além de uma pequena exposição sobre história e finalidades do uso do teodolito, em sala de aula.

Foram usados alguns minutos para breves comentários a respeito do material concreto entregue aos alunos. Logo após, foi realizada a última revisão acerca das

relações métricas no triângulo retângulo, seguida de resoluções de alguns exercícios envolvendo situações-problemas.

O segundo encontro foi realizado com duração de 60 min.

## 3.7.3 Terceiro Encontro

Nesta etapa, com o objetivo de construir um instrumento rudimentar que chamaremos de "Teodolito Caseiro", em sala de aula, sendo este instrumento semelhante ao Astrolábio, um do precursor dos teodolitos atuais, que tem por finalidade medir ângulos verticais em relação ao plano horizontal.

Buscando evitar o máximo de contratempo, em decorrência de falta de organização e planejamento, o pesquisador/professor chegou à escola com antecedência e deixou a sala pronta, com todos os materiais nas mesas dos estudantes e o data show posicionado e ligado com as imagens e passo a passo da montagem do teodolito.

#### 3.7.3.1 Modo de Construção do Teodolito

A construção deu-se no 3º encontro com os alunos, com duração de 120 minutos. Para construção do "Teodolito Caseiro" foi solicitado aos alunos que se organizassem em grupo de 4 participantes e que fosse providenciado os materiais necessários para construção do "Teodolito Caseiro", ilustrados na Figura 10.

No início do encontro,aos alunos — com os grupos já organizados e de posse do material a ser usado — foram repassados os passos de construção do instrumento, conforme o roteiro a seguir:

1º **Passo:** Cortar o papelão em um retângulo de 14 cm × 15 cm, um retângulo de 14 cm × 10 cm e um triângulo retângulo de papelão de base 3 cm e altura 4 cm usando uma tesoura;

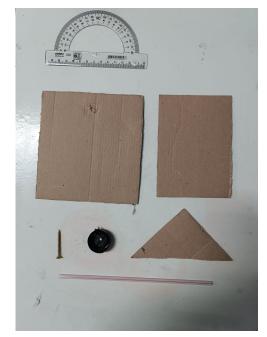


Figura 10 – Materiais para construção do teodolito

2º Passo: Com o uso da cola quente, colar os 3 pedaços de papelão, conforme a Figura 11.



Figura 11 – Colagem dos pedaços de papelão

Fonte: Acervo da pesquisa.

3º **Passo:** Com o uso da cola quente, colar o transferidor de grau no papelão, conforme a Figura 12.



Figura 12 – Colagem do transferidor de grau

**4º Passo:** Fure o centro e as laterais da tampinha. Depois,com o parafuso fixe a tampa de refrigerante no papelão acima do centro do transferidor de grau, conforme a Figura 13.



Figura 13 – Fixação da Tampa do refrigerante no papelão

Fonte: Acervo da pesquisa.

**5º Passo:** Enfie o canudo nos furos laterais da tampa de refrigerante, conforme a Figura 14.

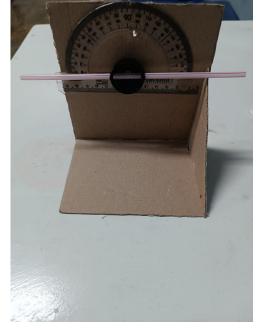


Figura 14 – Fixação do canudo na tampa de refrigerante

6° Passo: Livre para a ornamentação do "Teodolito Caseiro".

## 3.7.4 Quarto encontro – Uso do Teodolido Caseiro

Foi evidente que, durante esta etapa, os estudantes estavam motivados e demonstraram interesse e satisfação quanto à realização das atividades, interagindo com os colegas e com o professor. Foram direcionados ao pátio da escola, com o objetivo de nos locais marcados previamente pelo professor, escolhessem um local para posicionarem o teodolito de forma que a luneta esteja direcionada para ele.

Posteriormente, anotaram o ângulo vertical lido na escala do teodolito. Utilizaram a fórmula da tangente (tg) para calcular a altura do marcador de solo.

Repetiram o processo em diferentes locais marcados pelo professor no pátio da escola, registrando todas as medidas e cálculos. De volta à sala de aula, reviram seus registros e calcularam os valores de seno, cosseno e tangente para os ângulos medidos.

O quarto encontro foi realizado com duração de 120 min.

### 3.7.5 Quinto Encontro

No quinto encontro, com duração de 60 min, teve por objetivo a aplicação do Questionário Pós-Teste, conforme o Apêndice D.

Como em todo processo de construção do conhecimento, diagnosticar a apren-

dizagem não é uma tarefa fácil, principalmente quando os alunos apontam não terem conhecimento sobre o conteúdo proposto. Desse modo, analisa-se os dados buscando descobrir as fragilidades e necessidades dos alunos, que no caso da temática da oficina, vão desde da conceituação, as práticas e cálculos.

# Capítulo 4

# **ANÁLISE E DISCUSSÃO**

Neste capítulo, são apresentadas a análise e a discussão dos dados. Os dados foram coletados através de atividades e aula prática.

A construção do teodolito, caracterizada como atividade prática, teve como finalidade coletar as medidas de locais determinados pelo professor, através das razões trigonométricas.

Durante as observações das aulas expositivas, foi possível identificar alguns aspectos como:

- Alguns alunos engajados e com boa participação nas aulas;
- Alunos com afinidades com a componente curricular matemática.

No que diz respeito às observações das aulas práticas, foi possível também identificar alguns aspectos como:

- Engajamento dos estudantes;
- Motivação dos alunos na atividade prática e resolução das atividades.

Do ponto de vista da pesquisa, a finalidade foi observar o aprendizado dos estudantes e analisar as atividades realizadas por eles, uma vez que o intuito era despertar engajamento e a motivação dos estudantes nas aulas, para, assim, aguçar o interesse deles pela aprendizagem

# 4.1 Análise do pré-teste

Para realização da sondagem inicial com os estudantes acerca de conhecimentos sobre conceitos de trigonometria, ao final da primeira aula foi realizada aplicação

de questionário com 4 atividades. Nessa etapa, objetivou-se saber como estava o conhecimento dos alunos em relação aos conceitos e informações do conteúdo.

De acordo com (GIL, 2008a), construir um questionário consiste basicamente em traduzir objetivos da pesquisa em questões específicas. Além disso, o questionário é vantajoso ao possibilitar atingir muitas pessoas.

Todos os dados obtidos foram analisados quantitativamente para descrever os sentidos contidos nas explanações. A universidade, através da pesquisa e elaboração de material didático, pode colaborar para superar os obstáculos, como a falta de conhecimento. Como em todo processo de construção do conhecimento, diagnosticar a aprendizagem não é uma tarefa fácil, principalmente quando os alunos apontam não terem conhecimento sobre o conteúdo proposto. Desse modo, analisa-se os dados buscando descobrir as fragilidades e necessidades dos alunos, que no caso da temática da oficina, vão desde a conceituação, até as práticas e cálculos.

Essa estrutura proporciona uma abordagem prática e interativa, permitindo que os alunos desenvolvam habilidades na aplicação da trigonometria usando o teodolito em situações do mundo real. A aplicação prática dessa teoria, através da resolução de problemas envolvendo situações reais, é uma excelente forma de demonstrar aos alunos como a matemática é usada no mundo real. Isso pode envolver problemas de medição.

Desta maneira, inicia-se com a abordagem sobre o teodolito, para, por fim tratar da trigonometria no triângulo retângulo e posteriormente aplicamos a trigonometria numa situação prática com a participação dos alunos, a partir da resolução de dois problemas, os quais serão apresentados e discutidos mais à frente (MELO NETO, 2021, p. 25).

Na Figura 15, são apresentados os acertos e erros das 4 questões que compuseram o pré-teste, respondidos pelos estudantes.

A partir das respostas dadas pelos estudantes às quatro questões apresentadas, foi detectado que existia pouco, porém algum conhecimento sobre o assunto, conforme a Figura 15.

Os erros e acertos em questões de Matemática são parte integrante do processo de aprendizagem. Entender esses erros pode ser fundamental para o desenvolvimento das habilidades matemáticas de um estudante.

Entender e corrigir os erros, além de reforçar as práticas eficazes, são aspectos essenciais para melhorar as habilidades matemáticas e construir uma base sólida nessa disciplina.

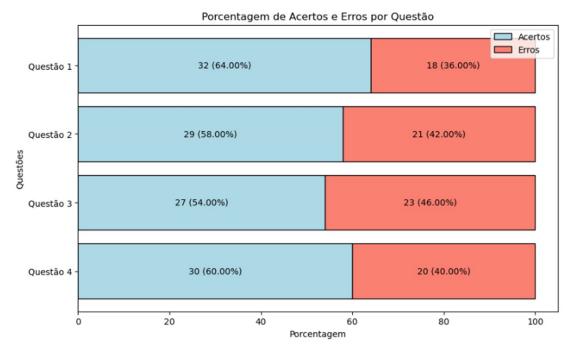


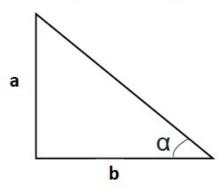
Figura 15 – Resultados do pré-teste

### 4.1.1 Questão 1

A questão 1, ilustrada na Figura 16, avaliava se o estudante entendia a definição de cateto adjacente. Dos 50 estudantes que responderam, 32 acertaram a questão e 18 alunos não conseguiram acertar.

Figura 16 – Questão 1 - Pré-teste

Determine o cateto adjacente do ângulo α:



Fonte: Acervo da pesquisa

O aprendizado da definição de cateto adjacente foi compreendido por maior parte dos estudantes que responderam a questão, demonstrando que a atividade prática colaborou no processo de desenvolvimento e aquisição do conteúdo. A experiência prática ofereceu a oportunidades de compreender a teoria e conceitos em situações

palpáveis e visuais, proporcionando que o estudante tivesse um aprendizado significativo sobre o conteúdo trabalhado.

### 4.1.2 Questão 2

Na questão 2, os alunos tinham por comando:

Questão 2. Escreva a tabela trigonométrica dos ângulos 30°, 45° e 60°.

A questão 2 procurou avaliar se o estudante tinha o conhecimento sobre a tabela trigonométrica dos ângulos. Dos 50 estudantes que responderam, 29 acertaram a questão e 21 não conseguiram acertar.

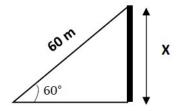
A percepção de aprendizagem dos estudantes em relação à tabela trigonométrica dos ângulos de 30°, 45° e 60° pode variar dependendo de diversos fatores, incluindo o método de ensino utilizado, o nível de familiaridade dos alunos com conceitos trigonométricos anteriores, e o estilo de aprendizagem individual de cada estudante. Como a questão foi apresentada em um questionário pré-teste, imagina-se que os estudantes ainda não tinham conhecimento aprofundado sobre a temática.

## 4.1.3 Questão 3

Na questão 3, buscou-se avaliar a percepção do estudante em resolver uma questão que solicitava que fosse determinada a altura de um poste em relação ao solo, conforme o ilustrado na Figura 17. Dos 50 estudantes que responderam, houve 27 respostas corretas e 23 respostas erradas, demonstrando o pouco entendimento do conteúdo ou falta de motivação em pensar para responder.

Figura 17 – Questão 3 - Pré-teste

3-Uma poste está preso a um fio esticado que forma um ângulo de 60° com o solo. O comprimento do fio é 60 m. determine a altura do poste em relação ao solo.



Fonte: Acervo da pesquisa

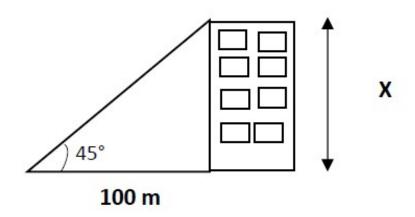
Percebe-se que entender e realizar cálculos trigonométricos relacionados à altura pode ser desafiador para alguns estudantes, por envolver conceitos abstratos e a aplicação de conceitos matemáticas específicos — e, no caso, estudados apenas de forma teórica.

### 4.1.4 Questão 4

A questão 4 teve por objetivo verificar o entendimento do estudante em relação ao cálculo da altura de um prédio, mediante informações dadas na Figura 18. Observase que dos 50 estudantes que responderam ao questionário, 30 acertaram a questão, enquanto 20 estudantes responderam errado.

Figura 18 – Questão 4 - Pré-teste

## 4-Calcule a altura do prédio da figura seguinte:



Fonte: Acervo da pesquisa

Da mesma forma que ocorreu nas questões anteriores, os estudantes, que haviam apenas tido aula sobre a temática de forma teórica, não conseguiram compreender e a relacionar o conteúdo ao desenvolver das atividades. E não foi diferente na questão 4. Os estudantes tem dificuldade em compreender bem os conceitos de trigonometria, suas fórmulas e conceitos.

## 4.1.5 Considerações gerais

Como em todo processo de construção do conhecimento, diagnosticar a aprendizagem não é uma tarefa fácil, principalmente quando os estudantes apontam não terem conhecimento sobre o conteúdo proposto. Desse modo, analisa-se os dados buscando descobrir as fragilidades e necessidades dos alunos, que no caso da temática, vão desde da conceituação, as práticas e cálculos.

Pode-se refletir que incorporar atividades lúdicas ao processo de ensino e aprendizagem pode ser de grande valor para o desenvolvimento do estudante, sendo a atividade prática um exemplo que desperta o interesse do aluno pelo assunto trabalhado.

Atividades lúdicas tornam o processo de aprendizagem mais envolvente e interessante para os alunos. Elas ajudam a capturar a atenção dos estudantes, tornando

a experiência de aprendizado mais dinâmica. Atividades práticas permitem que os alunos apliquem o conhecimento teórico em situações do mundo real. Isso ajuda na compreensão mais profunda do conteúdo, permitindo que os alunos vejam a relevância e aplicabilidade prática do que estão aprendendo. A participação ativa em atividades práticas pode levar a uma melhor memorização e retenção do material. Quando os alunos estão envolvidos em experiências práticas, eles têm uma chance maior de lembrar e aplicar o que aprenderam.

Dessa forma, acredita-se que os professores precisam considerar as atividades lúdicas em diferentes momentos em seu planejamento, lembrando que por meio atividades práticas o estudante irá ampliar e socializar seus conhecimentos.

É muito mais importante determinar o que o estudante pode aprender no futuro e que deve ser o foco da atuação do professor, com exercícios em grupo e compartilhamento de dúvidas e experiências.

Isso significa dizer que, na abordagem da aprendizagem significativa, a qualidade do trabalho pedagógico está associada à capacidade de promoção de avanços no desenvolvimento do aluno com base naquilo que potencialmente ele poderá vir a saber.

Observou-se que os alunos respondiam as questões sem refletir ou respondiam pela obrigação e com isso não se focavam em responder corretamente, mas em simplesmente cumprir a atividade.

A falta de motivação pode levar a uma abordagem superficial dos estudos, resultando em erros por falta de atenção ou compreensão. E com isso acabam fazendo a tarefa apenas por obrigação, sem compreender a importância ou relevância do conteúdo, com a possibilidade de não dedicarem tempo e esforço suficientes para entender os conceitos, gerando a aplicação das informações incorretas ao resolver problemas ou responder a perguntas.

Os erros dessas questões devem-se ao fato de os estudantes confundirem cada conceito e o modo de calcular.

Após as análises do pré-teste aplicou-se a atividade prática visando melhorar o conhecimento e promover uma melhor aprendizagem sobre o conteúdo.

# 4.2 Análise da atividade prática

Para Melo Neto (2021, p. 35) "a trigonometria é um objeto de conhecimento da matemática com diversas definições e conceitos. É uma parte da matemática que geralmente o aluno encontra dificuldades no seu aprendizado".

A montagem de um teodolito envolve a colaboração de várias pessoas para

garantir que o instrumento seja configurado corretamente para que as medidas sejam precisas. Montar um teodolito caseiro pode ser um projeto interessante e educativo. Antes de começar, é importante escolher os membros do grupo com base em suas habilidades e interesses.

A abordagem da resolução de problemas na prática da aprendizagem da matemática é uma metodologia valiosa e amplamente reconhecida. Essa abordagem vai além da simples memorização de fórmulas e procedimentos, promovendo um entendimento mais profundo dos conceitos matemáticos e desenvolvendo habilidades essenciais para a vida. De acordo com Melo Neto (2021)

A utilização da resolução de problemas na prática da aprendizagem da matemática é uma metodologia que deve merecer atenção por parte de todos docentes, pois é a partir da problematização que se pode envolver o aluno em situações da vida real, encorajando-o para o aperfeiçoamento do modo de pensar matemático (MELO NETO, 2021, p. 24-25).

Para isso iniciou-se com o comando de formar grupos de 4 alunos para montagem do teodolito e para a execução das tarefas seguintes. Todos os membros integrantes do grupo precisam seguir as instruções do professor para a construção e montagem do teodolito. Desta forma, o grupo garantirá uma montagem adequada do teodolito e medição precisa.



Figura 19 – Formação de grupos e construção do teodolito

Fonte: Acervo da pesquisa

Com o desenvolvimento da atividade, os alunos puderam montar o teodolito. Pode-se dizer que a utilização do teodolito, de forma diferenciada e planejada, pro-

move mais aprendizagem que apenas mandar os alunos fazerem cópias de textos nos quadros ou como forma de pesquisa na internet de formato pronto.

Melo Neto (2021, p. 36) diz que "o destaque é que o professor tem uma oportunidade única de impactar positivamente no aprendizado do aluno com uma dinâmica significativa e que faça sentido na cabeça daquele aluno".

Utilizar aulas diversificadas com utilização de materiais manipuláveis em sala de aula para que a teoria seja vivenciada em sua prática constitui uma ótima ferramenta para que aluno veja o conteúdo, possibilitando que uma visão ampliada do que se está estudando seja criada, tendo um contato direto com o fenômeno. Isto auxilia, assim, no grande problema enfrentado pelos professores em suas salas de aula — a relação entre a teoria explicada em sala com a realidade cotidiana dos alunos.

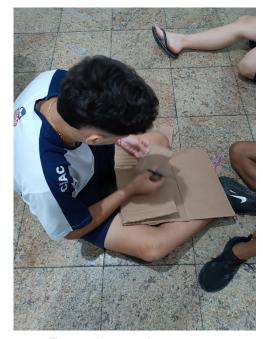


Figura 20 – Construção do teodolito pelos grupos

Fonte: Acervo da pesquisa

Depois da montagem do teodolito, os estudantes receberam o próximo comando: "Façam os ajustes necessários para nivelar o teodolito". Após o nivelamento, os alunos foram instruídos a ir para o pátio da escola e encontrar os locais marcados previamente pelo professor. Encontrado e escolhido o local, era necessário que nivelassem o teodolito de forma que a luneta estivesse direcionada para ele.

O próximo comando recebido foi "Anotem o ângulo vertical lido na escala do teodolito". Para anotar o ângulo lido na escala de um teodolito, os estudantes deviam seguir os passos adequados: certificar-se de que o teodolito estivesse nivelado e direcionado na direção do ponto ou objeto que eles desejassem medir; olhar através do teodolito; alinhar a mira com o ponto de referência; e verificar o posicionamento, para



Figura 21 – Nivelamento do teodolito

garantir que ele estivesse nivelado.



Figura 22 - Anotação do ângulo

Fonte: Acervo da pesquisa.

O próximo comando foi que os estudantes utilizassem a fórmula da tangente (tg) para calcular a altura do marcador de solo. Para calcular a altura de um marcador de solo utilizando a fórmula da tangente os alunos precisariam de algumas informações adicionais, como a distância entre o observador e o topo do marcador, bem como o ângulo de elevação entre a linha de visão do observador e a linha horizontal. Conforme

Melo Neto (2021, p. 34), "para fazer o uso da trigonometria em campo, muitas vezes é bem mais fácil medir o ângulo entre duas direções do que a distância entre dois pontos".



Figura 23 – Cálculo do ângulo

Fonte: Acervo da pesquisa

Professor e aluno acabam aprendendo com o uso de materiais manipuláveis através da interação que essa metodologia proporciona, visto que os estudantes estão ligados e elas fortemente presente em seu cotidiano. E o professor deve estar com a mente aberta ao aprender e não ser o detentor do conhecimento, não utilizando desta ferramenta como mais uma fonte de controle da disciplina e sim como uma aliada a aprendizagem.

Este tipo de aula foge da aula tradicional e, por si só, já aumenta a curiosidade do aluno a partir do início da experiência, motivando o aluno pela busca de resposta, elaborando ideias pra que, assim, chegue a uma resposta que não foi dada pelo professor, mas obtida pelo seu esforço, pelo desafio posto à própria imaginação e raciocínio, tornando, assim, o conteúdo interessante, agradável e por fim, motivador.

Por meio da prática pedagógica, os estudantes aprendem além da simples prática de copiar os conteúdos e realizar listas de exercício sobre ele, pois ela promove a socialização entre alunos e professor, assim como a cooperação, sendo um recurso importante para abordar diversas temáticas que percorrem o currículo. As atividades práticas não trazem respostas prontas, mas favorecem a investigação, a pesquisa e a reflexão envolta de situações-problemas ou simulações, como na montagem do teodolito para trabalhar o conteúdo de trigonometria.

As descobertas realizadas pelos alunos, com novos conhecimentos e lapidação dos conhecimentos já existentes dão ênfase ao papel protagonista do aluno, através de seu envolvimento direto, participativo e reflexivo nas etapas do processo da prática, experimentando, criando e desenhando o conhecimento pela mediação do professor.

## 4.3 Análise do pós-teste

Após a realização da sequência de atividades, foi aplicada uma atividade/questionário com 5 questões para turma, abordando os conceitos de trigonometria, visando obter informações sobre o aprendizado dos estudantes a respeito Apêndice D.

De acordo com Severino (2007, p. 125), o questionário permite "levantar informações escritas por parte dos sujeitos pesquisados, com vistas a conhecer a opinião dos mesmos sobre os assuntos em estudo". O questionário é um instrumento empregado para se obter informações. É um método de fácil acesso que aborda as mesmas questões para todos e garante o anonimato dos participantes, podendo conter questões que atendam a finalidade específica da pesquisa.

A atividade/questionário de pós-teste consistia em questões com grau de dificuldade maior que os do pré-teste, com o objetivo de avaliar a aprendizagem com a aplicação da sequência de atividades desenvolvida, de modo a comparar com o préteste, avaliando também se a construção do teodolito e sua utilização proporcionou um melhor entendimento de trigonometria e se esses materiais manipuláveis facilitam o ensino desse conteúdo. Nesta etapa de avaliação, houve a participação de 50 alunos que resolveram e responderam ao questionário, aplicado no dia 10 de outubro de 2023.

Foi constatado que os estudantes tiveram poucos erros nas questões propostas do pós-teste, demonstrando o entendimento, conforme consta na tabela 3. A organização adequada do conteúdo é fundamental. Os professores devem estruturar o material de forma lógica, de modo que os alunos possam entender as relações entre os conceitos matemáticos. Às vezes, a matemática pode ser abordada de várias maneiras. Os professores apresentam diferentes perspectivas ou métodos de resolução de problemas para ajudar os alunos a desenvolver uma compreensão mais completa.

Os erros podem ser valiosos, pois permitem identificar áreas que precisam de mais atenção e compreensão. Corrigir esses erros ajuda a fortalecer o entendimento do assunto. Além disso, errar é parte do processo de aprendizado, e é por meio desses equívocos que se constrói um conhecimento mais sólido.

Já os acertos são igualmente importantes, pois demonstram compreensão e aplicação correta dos conceitos matemáticos. Eles ajudam a consolidar o aprendizado

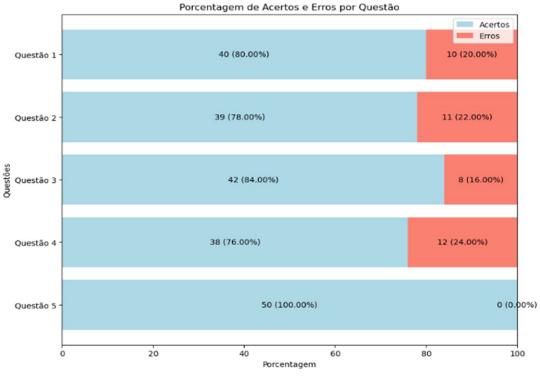


Figura 24 – Resultados do pós-teste

e a aumentar a confiança do estudante.

É importante encarar os erros como oportunidades de aprendizado, buscando entender as razões por trás deles e corrigindo-os com a ajuda de professores e auxilio de metodologias. Mostrar os acertos também é essencial para manter a motivação e o interesse pela matemática.

## 4.3.1 Questão 1

Na questão 1, o estudante deveria utilizar os conceitos estudados para calcular a distância do apartamento ao chão. Das 50 respostas, obteve-se 40 acertos e 10 erros, ficando claro que os alunos conseguiram assimilar o conteúdo e que a aplicação da aula prática com a construção do teodolito foi bastante abrangente e atingiu o resultado esperado.

Os 40 estudantes que acertaram a questão deixaram claro que a escolha da atividade diversificada, baseada em um planejamento adequado, associou bem a teoria e a prática, de modo claro e objetivo, sendo a fonte de sucesso para aula, motivando os alunos e os levando a um aprendizado.

Analisando as respostas da questão 1, pode-se perceber que houve o entendimento dos conceitos apresentados e a utilização do teodolito contribuiu para que ocorresse uma aprendizagem significativa, de acordo com Costa (2022, p. 122): "como

1-(CBM-SC, soldado-2010) Para socorrer uma pessoa num apartamento durante um incêndio, os bombeiros utilizarão uma escada de 30m. que será colocada conforme a figura a seguir formando com o solo um ángulo de 60°. Qual a distância do apartamento ao chão? (Utilize sen60°=0.87; cos60°=0,5 e tg60°=1.73)

Seno 60°= C.0

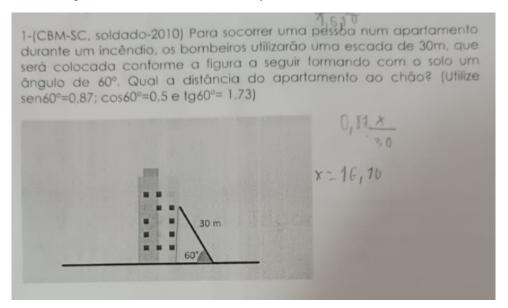
10 187

20 187

Contratamento apartamento upara e chão e de 26,1 metros

Figura 25 – Questão 1 - Resposta do aluno 3 - Correta

Figura 26 – Questão 1 - Resposta do aluno 24 - Errada



Fonte: Acervo da pesquisa

educadores, temos entre outras ambições manter os discentes motivados e curiosos a respeito da nossa disciplina".

Os professores devem apresentar conceitos matemáticos de forma que os alunos possam relacioná-los com situações reais. Isso ajuda os alunos a ver a aplicação prática da matemática e a entender por que ela é importante.

### 4.3.2 Questão 2

Na questão 2, o aluno era instigado a calcular a altura de uma montanha mediante as informações passadas. Dos alunos que responderam, 39 acertaram a questão e apenas 11 a erraram. Pode-se dizer que a utilização da atividade prática, de forma diferenciada e planejada, promove mais aprendizado do que mandar os alunos fazerem cópias do quadro ou apenas listas de exercício.

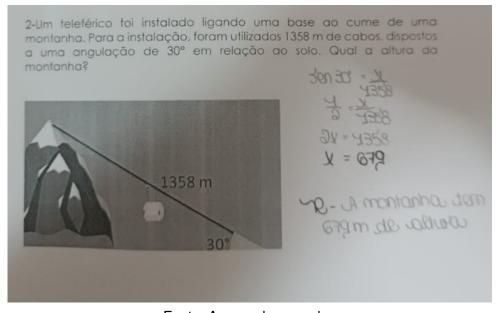


Figura 27 – Questão 2 - Resposta do aluno 9-Correta

Fonte: Acervo da pesquisa

A questão permitiu que os estudantes, com as fontes de informação dadas, calculassem e respondessem a situação-problema. Conforme Costa (2022, p. 18), "seus resultados mostram uma atribuição de significados aos conceitos construídos e apresentam através da atividade". Essas evidências indicam que a aprendizagem não é apenas memorização superficial, mas sim uma compreensão profunda e conectada dos conceitos, o que é característico da aprendizagem significativa.

A resolução de problemas desempenha um papel crucial na aprendizagem significativa da matemática. Os alunos aprendem melhor quando enfrentam problemas reais e trabalham para encontrar soluções.

### 4.3.3 Questão 3

Na questão 3, foi solicitado que o estudante calculasse a medida do cateto adjacente no triângulo da figura.

Das respostas obtidas, 42 estudantes acertaram a questão e apenas 8 alunos erraram, demonstrando que as atividades práticas, experimentos e simulações permitem que o estudante observe em pouco tempo a dinâmica do conteúdo, o que poderia

levar dias para a compreensão, além de permitir que o estudante repita a prática quantas vezes forem necessário.

3-Cosseno é a razão entre o cateto adjacente a um ângulo e a medida da hipotenusa. Sendo  $\alpha$  igual a 45°, calcule a medida do cateto adjacente ao ângulo alpha, no triângulo da figura.

Considere  $cos 45^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$   $cos 45^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 

Figura 28 – Questão 3 - Resposta do aluno 15 - Correta

Fonte: Acervo da pesquisa)

Buscando melhorar o processo de ensino-aprendizagem com abordagens que motivem os alunos, deixando-os interessados em aprender os conteúdos, deve-se entender que os anos se passaram e as tecnologias avançaram, da mesma forma que as metodologias de ensino se aperfeiçoaram, não devendo mais o professor ficar estagnado em suas práticas.

### 4.3.4 Questão 4

Na questão 4, os estudantes tinham que calcular a distância entre os postos A e B, em quilômetros. Obteve-se 38 respostas corretas e apenas 12 respostas erradas mostrando que este tipo de aula foge da aula tradicional e, por si só, já aumenta a curiosidade do aluno a partir do início da experiência, motivando o aluno pela busca de resposta, elaborando ideias pra que, assim, chegue a uma resposta que não foi dada pelo professor, mas obtida pelo seu esforço, pelo desafio posto à própria imaginação e raciocínio, tornando, assim, o conteúdo interessante, agradável e por fim, motivador.

De acordo com Libâneo (2007), o objetivo principal das escolas é a aprendizagem dos alunos e a organização desta escola é necessária, visando melhorar essa qualidade da aprendizagem, modernizando as escolas e utilizando cada dia mais as tecnologias disponíveis nos planejamentos das aulas.

A aprendizagem significativa parte do princípio de que os aprendizes têm uma estrutura cognitiva, composta por conceitos, ideias e informações prévias, que servem como base para a compreensão de novos conhecimentos. A aprendizagem requer sig-

4- As retas paralelas r e s delimitam a faixa determinada para o início da colheita em uma grande plantação de soja. Postos de abastecimento das máquinas que fazem a colheita foram estabelecidos nos pontos A e B, ligados por um caminho em linha reta, conforme mostra a figura.

Sem 30° = 1.8

A distância entre os postos A e B é, em quilômetros, igual a?

Figura 29 – Questão 4 - Resposta do aluno 26 - Correta

nificativamente que o aluno se envolva no processo de construção do conhecimento, relacionando o novo material com o que já sabe. Isso envolve a reflexão, a organização mental e a elaboração do conteúdo, levando a uma melhor retenção do conhecimento e à sua aplicação em situações práticas, uma vez que o aprendiz construiu uma compreensão sólida e integrada.

Costa (2022) diz que, porém, estar engajado, com planejamentos com inserções digitais e tecnológicas é um grande desafio das escolas, principalmente dos professores, porque a tecnologia cresce em ritmo acelerado, com interatividade online e participação colaborativa livre e plural no espaço virtual, com mediação do professor.

Para promover uma aprendizagem significativa, os educadores devem criar ambientes de ensino que incentivem os alunos a relacionar o conteúdo novo com os seus conhecimentos prévios, estimulando a discussão, a resolução de problemas e a exploração ativa. Além disso, a criação de analogias, metáforas e exemplos concretos, como a construção do teodolito, pode ser uma estratégia eficaz para facilitar a compreensão e a retenção do conhecimento. Nesse sentido, é preciso respeitar e aproveitar o conhecimento do aluno, levando em consideração as formas de interação social e o seu desenvolvimento cognitivo, conforme relata Costa (2022, p.16).

### 4.3.5 Questão 5

A questão 5 perguntava: Você acha que, depois da aula em que utilizamos o teodolito, sua compreensão do conteúdo melhorou?

Resposta do aluno 22: "Sim, porque ver de forma prática o exercício me ajudou a entender a conta que eu estava fazendo".

De acordo com Costa (2022), partindo desta motivação, o professor deve procurar estreitar a relação com o aluno, vivenciando seu papel de mediador na construção do seu conhecimento, ou seja, aplicando as vivências na forma problematizadora

5-Você acha que, depois da aula em que utilizamos o teodolito, sua compreensão do conteúdo melhorou? Compartilhe sua opinião.

Sim. Porque ver de forma prática o exercício me ajudou a entender a conta que en estado estado en estado.

Figura 30 – Questão 5 - Resposta do aluno 22

da ciência, através de uma investigação embasada, aumentando as possibilidades de aprendizagem.

5-Você acha que, depois da aula em que utilizamos o teodolito, sua compreensão do conteúdo melhorou? Compartilhe sua opinião.

Dive, que a minha somprensão hoba o tema aumenta de forma apadativa devide as uso do teodotito.

Figura 31 – Questão 5 - Resposta do aluno 35

Fonte: Acervo da pesquisa)

Resposta do aluno 35: "Sim, pois a minha compreensão sobre o tema aumentou de forma gradativa devido ao uso do teodolito".

Para tornar a educação escolar uma ação incentivadora do desenvolvimento das operações mentais no educando, é importante que haja uma Aprendizagem Significativa de acordo com Costa (2022, p. 18).

A aplicação da teoria da Aprendizagem Significativa na matemática envolve criar um ambiente de aprendizagem em que os alunos possam explorar, questionar e construir seu próprio entendimento dos conceitos matemáticos. Isso não apenas ajuda os alunos a reter o conhecimento a longo prazo, mas também os capacita a aplicar a matemática de maneira significativa em suas vidas cotidianas.

Resposta do aluno 44: "Sim, as aulas práticas não costumavam ser tão interessantes para mim, mas a confecção dos teodolitos foi bem divertido e educacional".

A aprendizagem significativa é uma teoria educacional destaca a importância de relacionar novos conhecimentos com conhecimentos prévios de forma a tornar a aprendizagem mais eficaz e rigorosa. Quando se aplica essa teoria ao ensino da trigo-

Figura 32 – Questão 5 - Resposta do aluno 44

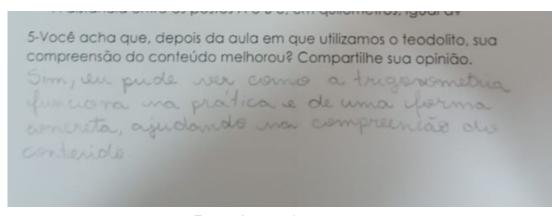
5-Você acha que, depois da aula em que utilizamos o teodolito, sua compreensão do conteúdo melhorou? Compartilhe sua opinião.

Simo, as aulas práticas não eostimarm, não ser tão interessantes para mimo, mas a confecção dos teodolitos foi beam divertido e aucacional

Fonte: Acervo da pesquisa)

nometria, o objetivo é permitir que os alunos compreendam os conceitos trigonométricos de forma mais profunda, em vez de apenas memorizar fórmulas e procedimentos.

Figura 33 – Questão 5 - Resposta do aluno 27



Fonte: Acervo da pesquisa

Resposta do aluno 27: "Sim, eu pude ver como a trigonometria funciona na prática e de uma forma concreta, ajudando na compreensão do conteúdo".

Uma chave para a aprendizagem significativa na trigonometria é criar um ambiente de ensino que promova a compreensão profunda dos conceitos, em vez de uma simples memorização de fórmulas. Isso não apenas ajuda os alunos a ter sucesso na resolução de problemas trigonométricos, mas também os prepara para aplicar esses conceitos em situações do mundo real.

A aquisição de conhecimentos é o produto de um processo ativo, integrador e interativo entre o material apresentado e o conhecimento prévio dos alunos é uma atividade que acontece ao longo de toda a vida, essencial para um bom desempenho, gestão e aprimoramento até mesmo de tarefas cotidianas. (COSTA, 2022, p. 24)

Resposta do aluno 49: "Sim, com a utilização do teodolito conseguimos ver a matéria materializada visualmente facilitando a compreensão dos conceitos de seno, cosseno e tangente aprendidos anteriormente".

A principal diferença entre a aprendizagem significativa e a aprendizagem mecânica está na profundidade da compreensão e na forma como o novo conhecimento

5-Você acha que, depois da aula em que utilizamos o teodolito, sua compreensão do conteúdo melhorou? Compartilhe sua opinião.

Sim, com a utilizações do teodolito consequimes ver a materia moteralizada vincolmente facilitando a comprensas dos conceitos de sens, como e tengente aprendidos anteriormente.

Figura 34 – Questão 5 - Resposta do aluno 49

é integrado ao conhecimento existente. Uma aprendizagem significativa é preferível, pois promove uma compreensão mais profunda e uma retenção a longo prazo do conhecimento. Na prática, muitos educadores buscam criar ambientes de aprendizagem que estimulem a aprendizagem significativamente, incentivando os alunos a relacionar o novo conhecimento com o que já sabem e aplicá-lo em situações do mundo real.

## 4.3.6 Considerações gerais

A Aprendizagem Significativa acontece quando o aluno consegue relacionar novas informações a ancoradores existentes em sua estrutura cognitiva. Sendo assim, a aprendizagem está atrelada e sujeita às experiências e aos conhecimentos prévios do indivíduo. A aprendizagem mecânica tem sido o método mais utilizado nas escolas tradicionais, dessa forma os novos conteúdos relacionam-se com as estruturas cognitivas de forma arbitrária e literal, o que pode significar aquisição ou não de novos significados, esse método vem se mostrando mais propenso ao esquecimento ao longo do tempo (COSTA, 2022, pp. 26–27).

Nesse tipo de aprendizagem, os alunos não apenas memorizam informações de forma isolada, mas também entendem como essas informações se encaixam em seu conhecimento existente. Partindo desta motivação, o professor deve procurar estreitar a relação com o aluno, vivenciando seu papel de mediador na construção do seu conhecimento, ou seja, aplicando as vivências na forma problematizadora da ciência, através de uma investigação embasada, aumentando as possibilidades de aprendizagem.

Assim, fica evidente que a aplicação de aulas práticas, que trazem a experimentação e demonstração das teorias apresentadas durante as aulas, proporcionam, ao aluno, no decorrer de seu processo de aprendizagem, uma visualização do conteúdo a ser aprendido e que ele faz parte desse aprendizado. O professor como mediador deve refletir, planejar, organizar as orientações e demonstrações, relacionando ao conteúdo

ministrado, para que o aluno sinta-se seguro em realizar as experiências.

Em relação à percepção dos alunos sobre a aula prática realizada, ficou evidente que a construção do teodolito não foi somente uma maneira de se divertir, mas estratégia pedagógica que cooperam e enriquecem o desenvolvimento intelectual do estudante e, neste caso, auxiliou os alunos a aprenderam sobre os conceitos de trigonometria.

Baseado nos resultados obtidos nesta pesquisa, constatou-se que as aulas práticas são excelentes ferramentas pedagógicas, visto que trabalham os conteúdos de maneira divertida e prazerosa, despertando a curiosidade dos alunos, auxiliando na aprendizagem. Portanto, avalia-se que a realização de atividades diversificadas gera e desperta o interesse dos alunos, visto ser uma grande aliada na prática pedagógica do professor, permitindo um alcance dos objetivos pedagógicos, visando melhor desempenho do ensino aprendizagem.

Acredita-se que os resultados desta pesquisa despertem o interesse dos professores de várias áreas do conhecimento, levando em conta a importância das ferramentas tecnológicas na formação do sujeito, especialmente sobre aulas práticas com construção de teodolito. As práticas pedagógicas, quando executadas com maior frequência na escola desenvolvem no estudante a prática de manuseio nas atividades, ficando para o professor a missão de organizar e planejar suas aulas com os recursos existentes, buscando a qualidade do ensino, fazendo sua parte, com a melhor metodologia possível.

## Capítulo 5

### Conclusões

Na etapa da verificação dos conhecimentos prévios dos alunos, evidenciou-se que os alunos não apresentaram nas respostas uma organização do conhecimento sobre o tema levantado nas questões. Dessa forma, verificou-se que os alunos tiveram muita dificuldade para em relação ao conteúdo.

Aprendemos quando alguém com mais experiência em determinado assunto fala ou nos apresenta informações. Da mesma forma, ocorre quando simulamos as informações dadas em textos ou vídeos, sendo constatado que a aprendizagem por meio de transmissão, questionamento e experimentação ou experiência é muito importante.

Baseado nos resultados obtidos nesta pesquisa, constatou-se que as atividades práticas são excelentes ferramentas pedagógicas, visto que trabalham os conteúdos de maneira divertida e prazerosa, despertando a curiosidade dos alunos, auxiliando no ensino aprendizagem.

Partindo de tais questões e pressupostos, cabe-nos ainda redarguir sobre qual a aplicabilidade deste estudo no cotidiano dos alunos e onde eles observam tais fenômenos. É importante fazê-los perceber este conteúdo está presente em nosso dia a dia.

A relevância desta oficina vai além de fórmulas matemáticas desenhadas no quadro de forma tradicional.

Em todas histórias de sucessos que ajudaram a transformar a humanidade, professores tiveram importante contribuição. Nenhum outro profissional tem, como o professor, o poder de impactar o futuro. Afinal, ele está ali todos os dias com a missão de educar dezenas de alunos e prepará-los para o futuro.

O professor tem a possibilidade de despertar sonhos e influenciar comportamentos. Tendo boas condições de trabalho, pode influenciar os alunos a serem uns mais respeitosos com os outros. A terem preocupação com aspectos sociais, ambientais e culturais. Pode despertar em muitos a capacidade de respeitar as diferenças e

conviver bem com elas.

A aprendizagem é possível também por meio da experimentação, mas não somente por meio dela. Ela contribui, mas não consegue ensinar nada por si só. É preciso que haja, hoje, a explicação teórica associada à resolução de exercícios e, principalmente, a mediação do professor.

Portanto, avalia-se que a realização de atividades diversificadas gera e desperta o interesse dos alunos, visto ser uma grande aliada na prática pedagógica do professor, permitindo um alcance dos objetivos pedagógicos, visando melhor desempenho do ensino aprendizagem. Acredita-se que os resultados desta pesquisa despertem o interesse dos professores de várias áreas do conhecimento, levando em conta a importância das metodologias ativas na formação do sujeito.

O trabalho deve ter continuidade, principalmente porque o resultado desperta o interesse de professores, buscando melhorar sua prática e progresso no planejamento de atividades diferenciadas que busquem um melhor aprendizado. Tal fato pode ocorrer através da publicação em revista de educação e possibilidades de apresentações em eventos voltados a educação. Pesquisas futuras, em outras dissertações e teses sobre a temática ajudariam a preencher mais lacunas da problemática e a possibilidades de se construir uma compreensão mais ampla do tema.

### Referências

AGUIAR, J. F. de; VIEIRA, C. N. M.; MAIA, M. V. C. M. *Lúdico, ludicidade e atividade lúdica: diferenças e similaridades*. 4ª. ed. Ponta Grossa: Atena, 2018. Citado na página 18.

ALENCAR, S. S. C. F. A. Brincar é aprender: Importância do lúdico noprocesso ensino aprendizagem dos alunos do 1.º ano do ensino fundamental. *Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação*, [S. I.], n. 9., v. 6, p. 19, 2020. Citado na página 20.

ALMEIDA, P. N. de. Educação lúdica. [S.I.]: São Paulo, 1998. Citado na página 18.

AMABILE, T. M. *Creativity In Context: Update To The Social Psychology Of Creativity*. Abingdon: Routledge, 1996. Citado na página 42.

ANASTASIOU, L. das G. C.; ALVES, L. P. Estratégias de ensinagem. processos de ensinagem na universidade. *Pressupostos para as estratégias de trabalho em aula*, v. 5, 2004. Citado na página 19.

AUSUBEL, D. P. Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. *Lisboa*, 2003. Citado 4 vezes nas páginas 22, 23, 24 e 25.

BARDIN, L. Análise de conteúdo. *Lisboa*, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.

BARRETO, G. B. B.; FREITAS, A. M. T. Jogos educativos africanos da família mancala: um caminho para ensinar e aprender matemática. *Laplage em Revista, 2016 Universidade Federal de São Carlos*, v. 2, p. 146–153, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação. *Porto, Portugal: PortoEditora*,, 1994. Citado na página 39.

BRASIL. Ministério da educação. secretaria da educação básica. base nacional comum curricular: educação é a base. *Brasília, DF: MEC. SEB*, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 32, 33 e 36.

BRASIL. Base nacional comum curricular: Educação é a base – ensino médio. *Brasília: MEC*, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 34.

BRITO, M. A. R. de B. Avaliação em matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: práticas aceitas e movimentadas no cotidiano escolar. *Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém*, 2018. Citado na página 35.

CARVALHO, D. L. Metodologia do ensino da matemática. *São Paulo: Cortez*, 1990. Citado na página 34.

- CARVALHO, F. V. L. de. A educação em quarentena: oportunidadede mudanças na direção de uma maior interdisciplinaridade. *Revista Pedagogia em Ação*, v. 13, p. 193–204, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 22, 26 e 34.
- CEDRO, W. L.; MOURA, M. O. Uma perspectiva histórico-cultural para o ensino da álgebra: o clube de matemática como espaço de aprendizagem. *ZETETIKÉ Cepem FE Unicamp:n.27, jan./jun*, v. 15, 2017. Citado na página 20.
- CHIZZOTTI, A. Pesquisa em ciências humanas e sociais. *São Paulo: Cortez*, 1998. Citado na página 39.
- COSTA, M. A. Aprendizagem significativa: Uma contribuição do diálogo por meio de uma atividade investigativa em matemática. *DISSERTAÇÃO, EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA (30004012002P7)*, 2022. Citado 6 vezes nas páginas 64, 66, 68, 69, 70 e 71.
- CSIKSZENTMIHALYI, M. *Creativity: Flow and the Psychology of Discovery and Invention.* New York: Harper Perennial, 1997. Citado na página 42.
- DEMO, P. *Pesquisa: princípio científico e educativo.* 10ª. ed. São Paulo: Cortez, 2003. Citado na página 45.
- DISTLER, R. R. Contribuições de david ausubel para a intervenção psicopedagógica. *Revista Psicopedagogia*, 2015. Citado na página 22.
- D'AMBRÓSIO, U. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade.* 6ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. Citado na página 19.
- EVES, H. *Introdução à história da matemática*. 3ª. ed. Campinas: UNICAMP, 2008. Tradução: Hygino H. Domingues. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 36.
- FEIJÓ, O. G. *Corpo e Movimento: Uma Psicologia para o Esporte*. [S.I.]: Rio de Janeiro, 1992. Citado na página 20.
- FERNANDES, S. E. K. Aprendizagem criativa de técnicas geradoras de novas ideias em estudantes do ensino médio. *Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) Centro Universitário Adventista de São Paulo, Engenheiro Coelho.*, 2020. Citado na página 43.
- FONSECA, L. S. da. Aprendizado em trigonometria: Obstáculos, sentidos e mobilização. *São Cristóvão: Editora UFS; Aracaju: Fundação Oviêdo Teixeira*, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 37.
- FRASSON, F.; LABURÚ, C. E.; ZOMPERO, A. d. F. Aprendizagem significativa conceitual, procedimental e atitudinal: Uma releitura da teoria ausubeliana. *Revista Contexto e Educação*, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 23, 26 e 27.
- FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. [S.I.]: Rio de Janeiro, 1975. Citado na página 20.
- FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. *São Paulo: Paz e Terra*, 1996. Citado na página 40.

Referências 77

FREIRE, P. Educação como prática de liberdade. *São Paulo: Paz e Terra*,, 2019. Citado na página 23.

- FREITAS, W. V. C. de. Ludicidade: processo de aprendizagem e construção da personalidade da criança. *Amazon Digital Services LLC*, 2020. Citado na página 19.
- GIL, A. C. *Como elaborar projetos depesquisa.* 4ª. ed. São Paulo: Atlas, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 54.
- GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6ª. ed. São Paulo: Atlas, 2008. Citado na página 40.
- GOTTSCHALCK, D. R. S. Aprendizagem criativa, gamificaÇÃo e trilhas de aprendizagem: Uma proposta teÓrico-metodolÓgica para o desenvolvimento de prÁticas inovadoras nos cursos tÉcnicos. *Mestrado em Diversidade Cultural e Inclusão Social Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEEVALE, Novo Hamburgo*, 2023. Citado na página 43.
- GRANATO, M.; MIRANDA, L. R. M. de. A restauração na trajetória de um teodolito do acervo do MAST. *Anais do Museu Paulista (Impresso)*, v. 19, p. 47–80, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 32.
- HUETE, J. C. S.; BRAVO, J. A. F. *O Ensino da Matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas.* 1ª. ed. Porto Alegre: Artes médicas, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.
- HUIZINGA, J. *Homo Ludens*. 8ª. ed. São Paulo: Perspectiva, 2017. Citado na página 18.
- JESUS, M. A. S. de. As atitudes e o desempenho em operações aritméticas do ponto de vista da aprendizagem significativa. *Campinas, SP*, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 26.
- JÚNIOR, J. L. N.; NASCIMENTO, P. M. P. do. Contribuições de jean piaget à educação profissional: apontamentos para a prática docente. *Cadernos da pedagogia*, v. 11, 2018. Citado na página 42.
- JUSTINO, M. N. Pesquisa e recursos didáticos na formação e prática docentes. *Curitiba: Inter Saberes*, 2013. Citado na página 35.
- KISHIMOTO, T. M. O jogo e a educação infantil. *São Paulo: Cortez*, 2005. Citado na página 21.
- KUHN, M. C. Dificuldades de aprendizagem em matemática: percepções de professores do ensino médio de uma escola estadual do rio grande do sul. perspectivas da educação matemática. *INMA/UFMS*, v. 13, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.
- LACERDA, C. R.; GUERREIRO, M. G. Aprendizagem significativa: estudo sobre a visão dos professores no ensino superior. *Revista Internacional de Educação Superior, Campinas*, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 28.
- LIBÂNEO, J. C. *Educação escolar: políticas, estrutura e organização.* 5ª. ed. São Paulo: Cortez, 2007. Citado na página 67.

LOREZANTO, S. O. O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. *Campinas*, 2010. Citado na página 19.

- LUCKESI, C. C. Avaliação da Aprendizagem Escolar. 17ª. ed. São Paulo: Cortez, 2005. Citado na página 34.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. *São Paulo: EPU, 1*, 1986. Citado na página 45.
- LUZ, B. E. S. C.; GALLON, M. da S.; NASCIMENTO, S. S. do. Contextualizando e discutindo as atividades lúdicas em ciênciasno ensino fundamental. *Revista Eletrônica Ludus Scientiae*, *Foz do Iguaçu*, *n.2*, *ago.*, v. 1, p. 14–30, 2017. Citado na página 17.
- MACÊDO, F. C. S.; EVANGERLANDY, G. M. *Pesquisa: passo a passo para elaboração de trabalhos científicos*. [S.I.]: F.C.S.M., 2018. Citado na página 17.
- MARCONI, M. d. A. de; LAKATOS, E. M. *Metodologia do trabalho científico:* procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica, projeto e relatório, publicações e trabalhos científicos. 7ª. ed. São Paulo: Atlas, 2012. Citado na página 44.
- MARTINEZ, R. N. Dificuldade do ensino de matemática: um estudo da formação docente para esta disciplina. *Dissertação (Mestrado em Educação) –Diretoria de Pós-Graduação e Pesquisa, Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Metodista de São Paulo, São Bernardo do Campo*, 2022. Citado na página 38.
- MASETTO, M. T. Competência pedagógica do professor universitário. 2ª. ed. São Paulo: Summus, 2012. Citado na página 26.
- MASINI, E. A. F. S.; MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa na escola = aprendizaje significativo en la escuela. *Curitiba: CRV.*, 2017. Citado na página 25.
- MATOS, M. M. O lúdico na formação do educador: Contribuições na educaçãoinfantil. *Cairu em Revista*, v. 2, p. 133–142, 2013. Citado na página 19.
- MEGID NETO, J.; VIVEIRO, A. A. A necessária relevância do ensino escolar de ciências desde a infância. *In: VIVEIRO, Alessandra A. (Org.). Ensino de Ciências para Crianças: fundamentos, práticas e formação de professores. Itapetininga: Hipóteses*, 2020. Citado na página 18.
- MELO NETO, F. das C. A cultura maker no ensino de matemÁtica: uma via para aprendizagem da trigonometria a partir da resolução de problemas. *DISSERTAÇÃO, UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO*, 2021. Citado 5 vezes nas páginas 54, 58, 59, 60 e 62.
- MIGUEL, A.; BRITO, A. de. J.; LUCCHESI, D. *História da Matemática em Atividades Didáticas*. 2ª. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009. Citado na página 35.
- MINAYO, M. C. S. (org.). Pesquisa social. teoria, método e criatividade. *Petrópolis, RJ:Vozes*, 2009. Citado na página 40.
- MINEIRO, M.; D'ÁVILA, C. Ludicidade: compreensões conceituais de pós-graduandos em educação. *Educação e Pesquisa, São Paulo*, v. 45, p. 1–21, 2019. Citado na página 18.

MORAES, M. C. Creatividad en la naturaleza: la creatividad como evolución. In: TORRE, Saturnino de la. & VIOLANT, Verónica.(coords.). Comprender y evaluar la creatividad: un recurso para mejorar la calidad de la enseñanza. 1ª. ed. Málaga, ESP: Ediciones Aljibe, 2006. Citado na página 41.

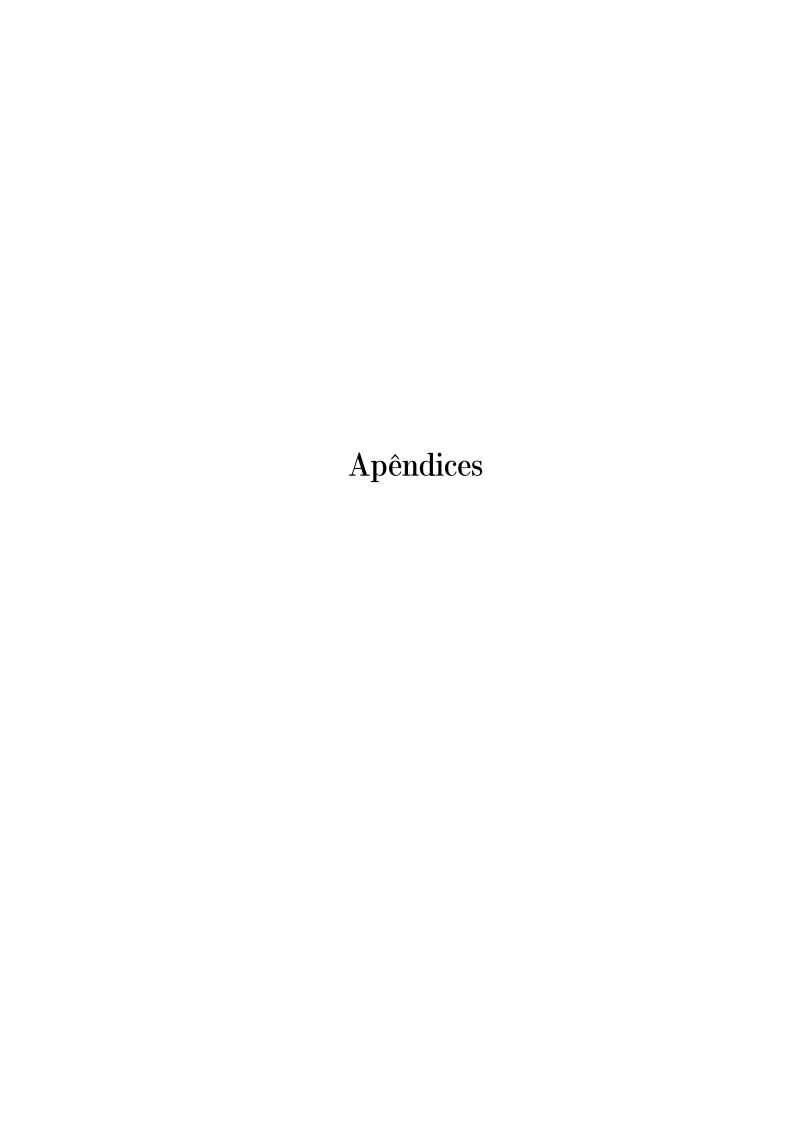
- MORAES, R. Análise de conteúdo. *Revista Educação, Porto Alegre, RS, n. 3*, v. 22, p. 7–32, 1999. Citado na página 45.
- MOREIRA, M. A. O que é afinal aprendizagem significativa? *Porto Alegre, RS*, 2016. Citado na página 23.
- NEHRING, C. M.; POZZOBON, M. C. C. Refletindo sobre o material manipulável e a ação docente. 2007. Citado na página 47.
- NERI JR., E. dos. P. Atos e lugares de aprendizagem criativa em matemática. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Programa de Pós-Graduação Criatividade e Inovação em Metodologias de Ensino Superior, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019. Citado na página 42.
- NOGUEIRA, M.; LEAL, D. *Teorias da aprendizagem:: um encontro entre os pensamentos filosófico, pedagógico e psicológico.* 3ª. ed. Curitiba: InterSaberes, 2018. Citado na página 43.
- OJA-PERSICHETO, A. J. Perspectivas lúdicas para o ensino de ciências no início da educação fundamental. *Doxa: Revista Brasileira de Psicologia e Educação, Araraquara, n. 2, jul.*, v. 19, p. 355–370, 2017. Citado na página 20.
- OSTERMANN, F.; CAVALCANTI, C. J. de H. Teorias de aprendizagem. *Porto Alegre, RS: Evangraf*, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.
- PACHECO, W. R. de S.; BARBOSA, J. P. da S.; FERNANDES, D. G. A relação teoria e prática no processo de formação docente. *Revista de Pesquisa Interdisciplinar, Cajazeiras*, v. 2, p. 332–340, 2017. Citado na página 34.
- PAIS, H. M. V. et al. A contribuição da ludicidade no ensino de ciências para o ensino fundamental. *Brazilian Journal of Development*, v. 5, n. 2, p. 1024–1035, Jan. 2019. Citado na página 17.
- PAULA, G. M. C.; BIDA, G. L. A importância da aprendizagemsignificativa. *Dia a Dia Educação*, 2008. Citado na página 26.
- PEDROZA, R. L. S. Aprendizagem e subjetividade: Uma construção a partir dobrincar. *Revista do Departamento de Psicologia UFF, jul./dez.*, v. 17, p. 61–76, 2005. Citado na página 19.
- PIAGET, J. *O nascimento da inteligência da criança*. 4ª. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1982. Citado na página 41.
- PIAGET, J. Sobre a pedagogia. São Paulo: Casa do psicólogo, 1998. Citado na página 41.
- PIAGET, J. *Psicologia e Pedagogia: a resposta do grande psicólogo aos problemas do ensino.* 10ª. ed. Rio de Janeiro: Florense-Universitária, 2010a. Citado na página 42.

PIAGET, J. Seis estudos de psicologia. 24ª. ed. Rio de Janeiro: Florense-Universitária, 2010b. Citado na página 42.

- PIAGET, J. *A psicologia da integência*. Rio de Janeiro: Vozes, 2013. Citado na página 42.
- PINHO, L. M. V.; SPADA, A. C. M. A importância das brincadeiras e jogos na educação infantil. *Revista Científica de Pedagogia*, v. 5, p. 1–5, 2007. Citado na página 19.
- PINTO, C. L.; TAVARES, H. M. O lúdico na aprendizagem: Aprender a aprender. *Revista da Católica, n. 3.*, v. 2, p. 226–235, 2010. Citado na página 18.
- PIRES, E. A. C. A formação do professor dos anos iniciais do ensino fundamental para o ensino de ciências. 2017. Citado na página 19.
- POMMER, W. M. A engenharia didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as equações diofantinas lineares. *São Paulo*, 2013. Citado na página 26.
- PONTE, J. P. da; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula.* 4ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. Citado na página 34.
- REGO, T. C. *Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da Educação.* 1ª. ed. São Paulo: Vozes, 2002. Citado na página 27.
- RESNICK, M. Lifelong Kindergarten Cultivating Creativity through Projects, Passion, Peers, and Play. Cambridge: MIT Press, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- RESNICK, M. Jardim de infância para a vida toda: por uma aprendizagem criativa, mão na massa e relevante para todos. 1ª. ed. Porto Alegre: Penso, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 40, 41 e 42.
- ROCHA, R. Aprender juntos: Ciências 1º ano. São Paulo: Edições SM, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 21, 22 e 33.
- ROLOFF, E. M. A importância do lúdico em sala de aula. 2016. Citado na página 20.
- SANTANA, I. C. H.; SILVEIRA, A. P. Ensino de ciências para a formação do pedagogo: concepções de alunos em formação. *Acta Scientiae, Farroupilha, set.*, v. 20, p. 913–929, 2018. Citado na página 19.
- SANTOS, S. S. F.; KAULFUSS, M. A. Aprendizagem significativa: conceito historico. *Revista científica eletrônica de Ciências Aplicadas da FAIT: pedagogia, [s.l.], nov.*, v. 6, 2015. Citado na página 25.
- SEVERINO, A. J. *Metodologia do trabalho científico*. 23ª. ed. São Paulo: Cortez, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 63.
- SILVA, W. d. O ensino de trigonometria: perspectivas do ensino fundamental ao médio. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- TRIVIÑOS, A. N. S. *Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa emeducação*. 1ª. ed. São Paulo: Atlas, 1987. Citado na página 44.

Referências 81

VYGOTSKY, L. A formação social da mente.  $7^{a}$ . ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.



# APÊNDICE A Autorização da direção

#### TERMO DE ANUÊNCIA CONDICIONADA

Titulo: TRIGONOMETRIA: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA ATRAVÉS DO USO

TEODOLITO NO 9° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL 2

Objetivo Geral: Analisar os aspectos metodológicos a partir da construção de uma

metodologia para a trigonometria por meio do uso do teodolito.

Turmas Participantes: Duas turmas do 9° do ensino fundamental 2

Período de Execução: De agosto a setembro de 2023

#### Dados do pesquisador:

Pesquisador: Joel Bragança Junior

**Curso a qual está vinculada a pesquisa:** Universidade Estadual Norte-Fluminense (UENF)-Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática (PROFMAT)

Orientador: Dr. Rafael Brandão de Rezende Borges

Autorizo o desenvolvimento da pesquisa acima identificada com alunos da escola Ciac Raymundo de Andrade, conforme projeto apresentado pelo pesquisador. Estou ciente das corresponsabilidades associadas ao projeto de pesquisa no compromisso do resguardo da segurança e bem-estar dos participantes da pesquisa recrutados. Declaro ainda estar ciente da autonomia de cada indivíduo em aceitar ou recusar participar da pesquisa, independente da anuência que apresento.

Cachoeiro de Itapermirim,28 de Julho de 2023

Cristiano Bazoni

Diretor do Ciac Raymundo de Andrade

## APÊNDICE B Autorização Responsáveis

#### Senhores Responsáveis:

Assinatura \_\_\_\_\_

O professor de Matemática, Joel Bragança Junior, atuante na escola Ciac Raymundo de Andrade, está desenvolvendo uma pesquisa de mestrado no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade Estadual Norte-Fluminense (UENF), intitulada de "TRIGONOMETRIA: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA ATRAVÉS DO USO TEODOLITO NO 9° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL 2", sob orientação do Prof. Dr. Rafael Brandão de Rezende Borges. Como parte da pesquisa, os alunos desenvolverão atividades em horário de aula, em consonância com os conteúdos planejados, com o objetivo de solucionar um determinado problema de várias formas possíveis.

Vale ressaltar que será um rico momento de aprendizagem para todos os envolvidos, principalmente para os discentes da escola Ciac Raymundo de Andrade.

Para indicar ciência do fato e por questões de possíveis usos de imagens (para o projeto de pesquisa), é importante que tenhamos a autorização dos senhores.

Basta preencher e enviar de volta à nossa escola (entregar à Carina ou ao Heriks).

Eu,	, responsável pelo(a) aluno
(a)	, autorizo que as fotos e atividades que incluam meu
filho e/ ou filha sejam feitas e utilizadas p	ara fins pedagógicos e de pesquisa.
	o do(a) discente supracitado(a) não representará de estudos e que a experiência a ser adquirida pretende
Estou ciente também de que esse projeto como não haverá vantagem financeira ou	o não gerará nenhum custo para o(a) aluno(a), assim u pontuação extra.
Cachoeiro de Itapemirim — ES, 31 de ag	osto de 2023.

## **APÊNDICE C Questionário pré teste**



#### Mestrado Profissional em Matemática

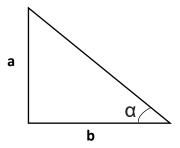


#### QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO E PRÉ-TESTE

Nome:

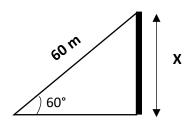
Turma:

1-Determine o cateto adjacente do ângulo  $\alpha$ :

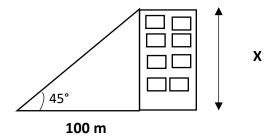


2- Escreva a tabela trigonométrica dos ângulo 30°,45° e 60°.

3-Uma poste está preso a um fio esticado que forma um ângulo de 60° com o solo. O comprimento do fio é 60 m. determine a altura do poste em relação ao solo.



4-Calcule a altura do prédio da figura seguinte:



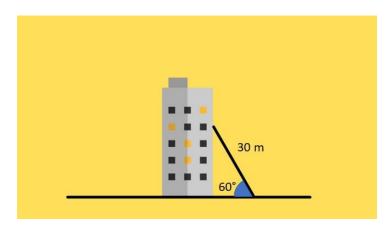
## APÊNDICE D Questionário Pós-teste

### Atividade de Trigonometria

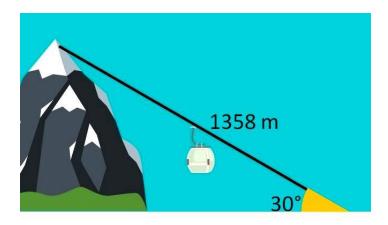
Aluno(a):

Turma:

1-(CBM-SC, soldado-2010) Para socorrer uma pessoa num apartamento durante um incêndio, os bombeiros utilizarão uma escada de 30m, que será colocada conforme a figura a seguir formando com o solo um ângulo de 60°. Qual a distância do apartamento ao chão? (Utilize sen60°=0,87; cos60°=0,5 e tg60°= 1,73)



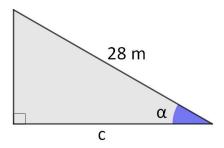
2-Um teleférico foi instalado ligando uma base ao cume de uma montanha. Para a instalação, foram utilizados 1358 m de cabos, dispostos a uma angulação de 30° em relação ao solo. Qual a altura da montanha?



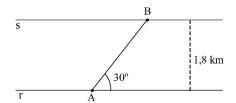
3-Cosseno é a razão entre o cateto adjacente a um ângulo e a medida da hipotenusa. Sendo  $\alpha$  igual a 45°, calcule a medida do cateto adjacente ao ângulo alpha, no triângulo da figura.

#### Considere

$$\cos 45^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



4- As retas paralelas r e s delimitam a faixa determinada para o início da colheita em uma grande plantação de soja. Postos de abastecimento das máquinas que fazem a colheita foram estabelecidos nos pontos A e B, ligados por um caminho em linha reta, conforme mostra a figura.



A distância entre os postos A e B é, em quilômetros, igual a?

5-Você acha que, depois da aula em que utilizamos o teodolito, sua compreensão do conteúdo melhorou? Compartilhe sua opinião.

\_\_\_\_\_