

Roseana Pereira de Souza

**OS IMPACTOS DO PROGRAMA DE
MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA - PROFMAT/UFES NA
PRÁTICA PROFISSIONAL DE SEUS
EGRESSOS**

Vitória

2024

Roseana Pereira de Souza

**OS IMPACTOS DO PROGRAMA DE MESTRADO
PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT/UFES
NA PRÁTICA PROFISSIONAL DE SEUS EGRESSOS**

Dissertação de mestrado apresentada ao
PROFMAT como parte dos requisitos exi-
gidos para a obtenção do título de Mestre em
Matemática

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



PROFMAT

Orientador: Prof. Dr. Fábio Júlio da Silva Valentim

Vitória

2024

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

S719i Souza, Roseana Pereira de, 1988-
Os impactos do Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT/UFES na prática profissional de seus egressos. / Roseana Pereira de Souza. - 2024.
136 f. : il.

Orientador: Fábio Júlio da Silva Valentim.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas.

1. Educação Básica. 2. PROFMAT. 3. Impactos. 4. Egressos. 5. Estatística. 6. Inferência. I. Valentim, Fábio Júlio da Silva. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências Exatas. III. Título.

CDU: 51



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro de Ciências Exatas

Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

**“OS IMPACTOS DO PROGRAMA DE MESTRADO
PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT/UFES NA
PRÁTICA PROFISSIONAL DE SEUS EGRESSOS”**

Roseana Pereira de Souza

Defesa de Dissertação de Mestrado Profissional submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em 29/01/2024 por:

Prof.(a) Dr.(a) Fábio Júlio da Silva Valentim
Orientador(a) – UFES

Prof.(a) Dr.(a) Florêncio Ferreira Guimarães Filho
Membro interno – UFES

Prof. Dr.(a) Paulo Roberto Prezotti Filho
Membro Externo – IFES





Folha de Assinaturas Roseana Pereira de Souza

Data e Hora de Criação: 17/01/2024 às 08:38:33

Documentos que originaram esse envelope:

- Folha de Assinaturas Roseana Pereira de Souza.docx (Documento Microsoft Word) - 1 página(s)



Hashs únicas referente à esse envelope de documentos

[SHA256]: ed10c768aecdb6babde79c93e3ce5c572a703fc73be4b216e595a2d7ade58a3

[SHA512]: ddfdf57ddd4b579743bedc773c52cb8c09c94e93695e994ebfabe48d715550d690d17bbdf1b8c3ef287c03efb1dc25fba789e54764206c32fa5af65cda58190

Lista de assinaturas solicitadas e associadas à esse envelope



ASSINADO - Fabio Julio da Silva Valentim (fabio.valentim@ufes.br)

Data/Hora: 29/01/2024 - 15:53:09, IP: 201.17.80.184, Geolocalização: [-22.963968, -43.177784]

[SHA256]: e44d867b5a01951ab41aa79c5c84e3f95e8c9d89d9b8ab37b9a8e3ce6661bc9e



ASSINADO - Florêncio Ferreira Guimarães Filho (florencio.guimaraes@ufes.br)

Data/Hora: 30/01/2024 - 13:45:13, IP: 187.36.169.214

[SHA256]: 82fe45d99efbda48dd0b94a1159811b8ce10d91d5f5711cf52bae7d6fc12ad15



ASSINADO - Paulo Roberto Prezotti Filho (pprezotti@ifes.edu.br)

Data/Hora: 30/01/2024 - 11:05:20, IP: 179.102.132.97, Geolocalização: [-20.375986, -40.305726]

[SHA256]: f5025629a22b00e978bcc724365d20c42f6ba2de1a1a6c02497e5c4eff5ddd32

Histórico de eventos registrados neste envelope

30/01/2024 13:45:13 - Envelope finalizado por florencio.guimaraes@ufes.br, IP 187.36.169.214

30/01/2024 13:45:13 - Assinatura realizada por florencio.guimaraes@ufes.br, IP 187.36.169.214

30/01/2024 13:45:09 - Envelope visualizado por florencio.guimaraes@ufes.br, IP 187.36.169.214

30/01/2024 11:05:20 - Assinatura realizada por pprezotti@ifes.edu.br, IP 179.102.132.97

30/01/2024 11:05:11 - Envelope visualizado por pprezotti@ifes.edu.br, IP 179.102.132.97

29/01/2024 15:53:09 - Assinatura realizada por fabio.valentim@ufes.br, IP 201.17.80.184

29/01/2024 08:00:50 - Envelope registrado na Blockchain por notificacao@astenassinatura.com.br

29/01/2024 08:00:50 - Envelope encaminhado para assinaturas por notificacao@astenassinatura.com.br

17/01/2024 08:38:37 - Envelope criado por ivan.barbosa@ufes.br, IP 200.137.65.102

Este trabalho é dedicado a todos os professores que, mesmo diante das inúmeras dificuldades e desafios de lecionar, ainda continuam a empenhar as suas forças em oferecer aos seus alunos um ensino de qualidade.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por Sua orientação constante, por Sua graça que me sustentou nos momentos difíceis e por ser a fonte de todo entendimento e inspiração que tornaram possível a realização deste trabalho.

À minha família, meus pais, minhas irmãs, meu irmão e cunhados e ao Luis Cláudio, expresso meu amor e gratidão pela paciência, incentivo e compreensão durante os momentos desafiadores deste percurso acadêmico. A presença constante e o apoio emocional foram essenciais para minha perseverança.

Agradeço a todos os professores do PROFMAT/UFES, em especial ao meu orientador, Prof. Dr. Fábio Júlio Valentim, pela orientação incansável, apoio e ensinamentos valiosos ao longo de todo o processo de pesquisa. Sua dedicação e comprometimento foram fundamentais para a qualidade deste trabalho.

Àqueles que tornaram esta jornada acadêmica ainda mais significativa — Gilcélia, Alex e Moacir — a amizade de vocês foi uma fonte constante de inspiração e apoio, e é com alegria que expresso minha gratidão. Dedico meus mais sinceros agradecimentos ao Wellington por todo o apoio e incentivo. Juntos, superamos desafios, celebramos conquistas e construímos memórias que levaremos conosco para sempre.

Aos meus colegas de turma que compartilharam ideias, experiências e encorajamento, meu mais profundo agradecimento.

Agradeço a todos os meus amigos que estiveram ao meu lado nos momentos de desafio, em especial ao Renan que foi meu abrigo por inúmeras vezes, oferecendo suporte, palavras de incentivo e ombros para apoiar, saibam que cada gesto me sustentou para chegar até aqui.

Agradeço a todos os meus amigos e colegas da EMEIEF “BOA VISTA DO SUL” pelas palavras de encorajamento, pela torcida, pelos conselhos e por não medirem esforços para que eu pudesse alcançar meus objetivos. Vocês são muito especiais e fazem parte dessa vitória.

Por fim, a todos que, de alguma forma, contribuíram para este projeto, meu reconhecimento sincero. Este trabalho é o resultado de uma colaboração ampla e diversificada, e sou profundamente grata por cada contribuição.

“A educação ainda resiste, porque há muito professor teimoso que não desiste.”
(Lídia Vasconcelos)

Resumo

A qualificação do professor é um fator importante para o sucesso educacional e desenvolvimento dos estudantes. A importância da qualificação do professor abrange diversos aspectos e desempenha um papel fundamental em vários níveis do sistema educacional. Tomamos como objeto para este trabalho a investigação dos possíveis impactos na vida profissional potencialmente experimentados por parte dos egressos do PROFMAT/UFES após a conclusão de seu curso de mestrado. Os objetivos da pesquisa foram evidenciar os impactos que o PROFMAT/UFES pôde proporcionar na carreira e na vida pessoal dos seus egressos, assim como compreender as contribuições dos egressos para a melhoria da educação básica do estado do Espírito Santo.

Com a intenção de cumprir com os objetivos desta pesquisa, nos aprofundamos sobre o assunto teórico que embasa este estudo: a Estatística. Apresentamos uma fundamentação teórica sobre a estatística descritiva, a teoria da probabilidade e a estatística de inferência. Elaboramos e aplicamos junto aos egressos (período de 2013 a 2022) do PROFMAT/UFES um questionário *on-line* através do *Google Forms*¹ e ainda fizemos um levantamento dos resultados dos estudantes capixabas no site da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP.

Com os dados coletados e a base teórica firmada, conseguimos analisar e discutir os resultados da pesquisa que apontaram para uma avaliação positiva dos possíveis impactos causados pela formação no PROFMAT/UFES na qualificação profissional dos egressos e no desempenho de seus alunos. Através do estudo da estatística de inferência, foi possível aplicar um teste de hipóteses para média com variância populacional desconhecida à amostra de egressos selecionada e assim inferir o resultado a toda população de egressos. Por fim, destacamos a influência do egresso nos resultados alcançados pelos estudantes na OBMEP dos municípios onde eles atuam.

Nas considerações finais, deixamos algumas reflexões sobre o que a pesquisa nos revelou, sugestões, críticas e elogios à coordenação e colegiado do PROFMAT/UFES, instruções aos futuros discentes e um alerta aos governos sobre dar condições dignas para o professor buscar qualificação profissional e conseguir se dedicar aos estudos do curso.

Palavras-chave: Educação Básica; PROFMAT/UFES; Egressos; Estatística.

¹ Google Forms é um aplicativo de gerenciamento de pesquisas lançado pelo Google. Os usuários podem usar o Google Forms para pesquisar e coletar informações sobre outras pessoas e também podem ser usados para questionários e formulários de registro.

Abstract

The qualification of the teacher is an important factor for the educational success and development of students. The importance of teacher qualification encompasses various aspects and plays a fundamental role at various levels of the educational system. We took as the subject for this work the investigation of the possible impacts on the professional life potentially experienced by graduates of PROFMAT/UFES after completing their master's degree. The objectives of the research were to highlight the impacts that PROFMAT/UFES can provide on the career and personal life of its graduates, as well as to understand the contributions of graduates to the improvement of basic education in the state of Espírito Santo.

With the intention of fulfilling the objectives of this research, we delved into the theoretical subject that underpins this study: Statistics. We present a theoretical foundation on descriptive statistics, probability theory, and inferential statistics. We developed and administered an online questionnaire through Google Forms² to the graduates (from 2013 to 2022) of PROFMAT/UFES and also conducted a survey of the results of students from Espírito Santo on the website of the Brazilian Mathematical Olympiad of Public Schools - OBMEP.

With the collected data and the established theoretical foundation, we were able to analyze and discuss the research results, which pointed to a positive evaluation of the possible impacts caused by the training in PROFMAT/UFES on the professional qualification of the graduates and the performance of their students. Through the study of inferential statistics, it was possible to apply a hypothesis test for the mean with unknown population variance to the selected sample of graduates and thus infer the result to the entire population of graduates. Finally, we highlighted the influence of the graduate on the results achieved by students in OBMEP in the municipalities where they work.

In the final considerations, we offer some reflections on what the research revealed to us, suggestions, criticisms, and praise for the coordination and board of PROFMAT/UFES, instructions for future students, and a warning to governments about providing dignified conditions for teachers to pursue professional qualification and be able to dedicate themselves to the course studies.

Keywords: Basic Education; PROFMAT/UFES; Graduates; Statistic.

² Google Forms is a survey management application launched by Google. Users can use Google Forms to conduct surveys and collect information about other people, and it can also be used for quizzes and registration forms.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Classificação das variáveis.	24
Figura 2 – Exemplo de um gráfico de colunas.	27
Figura 3 – Exemplo de um Histograma.	29
Figura 4 – Interseção de dois eventos.	38
Figura 5 – Eventos mutuamente exclusivos.	38
Figura 6 – União de dois eventos.	39
Figura 7 – Complementar de um evento.	39
Figura 8 – Diferença de eventos: $A - B$	40
Figura 9 – Diferença de eventos: $B - A$	40
Figura 10 – Partições de um espaço amostral Ω	41
Figura 11 – Diagrama de árvore com a solução do exemplo 2.3.6.	47
Figura 12 – Partição do espaço amostral.	48
Figura 13 – Gráfico da distribuição de probabilidade.	51
Figura 14 – Gráfico da função densidade de probabilidade.	55
Figura 15 – Exemplo de aplicação do Teorema do Limite Central.	56
Figura 16 – Gráfico de uma distribuição Normal.	57
Figura 17 – Gráfico de uma distribuição Exponencial.	58
Figura 18 – Gráfico de uma distribuição Uniforme.	58
Figura 19 – Gráfico de uma distribuição qui-quadrado.	59
Figura 20 – Esquema estatístico.	60
Figura 21 – Parâmetros e Estatísticas.	61
Figura 22 – Teste de hipótese bilateral.	64
Figura 23 – Teste de hipótese unilateral a direita.	65
Figura 24 – Teste de hipótese unilateral a esquerda.	65
Figura 25 – Fórmula para o cálculo do tamanho da amostra.	69
Figura 26 – Gráfico da distribuição dos egressos de acordo com o sexo.	73
Figura 27 – Gráfico sobre o tipo de instituição que o egresso cursou a graduação.	74
Figura 28 – Gráfico do tempo transcorrido entre a graduação e o início do PROF- MAT/UFES.	74
Figura 29 – Gráfico da principal motivação para qualificação do egresso.	75
Figura 30 – Gráfico do ano de ingresso no PROFMAT/UFES.	76
Figura 31 – Gráfico do ano de conclusão do PROFMAT/UFES.	76
Figura 32 – Gráfico sobre o Estado Federativo de atuação dos egressos do PROF- MAT/UFES.	77
Figura 33 – Mapa com a distribuição dos egressos do PROFMAT/UFES dentre os municípios do ES.	78

Figura 34 – Gráfico sobre a função que o egresso do PROFMAT/UFES exerce atualmente.	79
Figura 35 – Gráfico sobre a atuação dos egressos do PROFMAT/UFES pelos níveis de ensino.	79
Figura 36 – Gráfico sobre as redes de ensino que os egressos lecionavam antes do PROFMAT/UFES.	80
Figura 37 – Gráfico sobre as redes de ensino que os egressos lecionam após o PROFMAT/UFES.	81
Figura 38 – Gráfico sobre a carga horária de trabalho semanal dos egressos durante o PROFMAT/UFES.	82
Figura 39 – Gráfico sobre a liberação dos egressos durante o curso do PROFMAT/UFES das suas atividades profissionais.	82
Figura 40 – Gráfico sobre a satisfação dos egressos com relação a liberação das suas atividades profissionais durante o PROFMAT/UFES.	83
Figura 41 – Gráfico sobre a dedicação semanal dos egressos com estudos pertinente ao PROFMAT/UFES.	84
Figura 42 – Gráfico sobre as maiores dificuldades encontradas pelos egressos durante o PROFMAT/UFES.	85
Figura 43 – Gráfico sobre a visão dos egressos sobre o curso do PROFMAT/UFES.	85
Figura 44 – Gráfico sobre a visão dos egressos sobre o curso do PROFMAT/UFES....	86
Figura 45 – Gráfico sobre a contribuição do PROFMAT/UFES para a qualificação profissional dos egressos.	87
Figura 46 – Gráfico sobre a avaliação da postura profissional do egresso após a conclusão do PROFMAT/UFES.	87
Figura 47 – Gráfico sobre a participação dos egressos em projetos.	90
Figura 48 – Medalhas dos estudantes capixabas em todas as edições da OBMEP (2005 a 2023).	91
Figura 49 – Gráfico sobre o interesse em cursar o doutorado.	92
Figura 50 – Gráfico sobre a opinião do egresso do PROFMAT/UFES em indicar ou não o curso a alguém.	93
Figura 51 – Possíveis impactos do PROFMAT/UFES na prática profissional do egresso.	94
Figura 52 – Teste Unilateral à Esquerda.	98
Figura 53 – Professores e alunos do PicMat/23 de Iúna.	100
Figura 54 – Medalhas conquistadas pelos estudantes do município de Iúna.	101
Figura 55 – Medalhas conquistadas pelos estudantes do município de Iúna (ouro, prata e bronze).	102
Figura 56 – Medalhas conquistadas pelos estudantes do município de Pedro Canário.	103

Figura 57 – Medalhas obtidas pelos estudantes do município de Pedro Canário (ouro, prata e bronze).	104
Figura 58 – Medalhas conquistadas pelos estudantes do município de Vila Pavão. .	105
Figura 59 – Medalhas conquistadas pelos estudantes do município de Vila Pavão. .	106

Lista de tabelas

Tabela 1 – Tabela de distribuição de frequência do ano de ingresso no PROFMAT/UFES dos 49 egressos pesquisados.	26
Tabela 2 – Tabela de distribuição de frequência com intervalos de classe do tempo transcorrido entre o término da graduação e o início do PROFMAT/UFES.	28
Tabela 3 – Tabela com a notas atribuídas pelos egressos ao possível indicador de impacto: Maior participação dos alunos em competições Matemáticas.	30
Tabela 4 – Quantitativo de medalhas - ouro, prata e bronze - obtidas pelos estudantes capixabas no período de 2011 a 2015.	30
Tabela 5 – Quantitativo de medalhas - ouro, prata e bronze- obtidas pelos estudantes capixabas no período de 2005 a 2010.	31
Tabela 6 – Tabela com a notas finais dos alunos do curso do PROFMAT/UFES na disciplina de Geometria Analítica 2022/2.	34
Tabela 7 – Medalhas do Espírito Santo nas edições (2005 a 2022) da OBMEP.	44
Tabela 8 – Notas personalizadas.	88
Tabela 9 – Avaliações atribuídas pelos egressos aos indicadores de impacto do PROFMAT/UFES.	89
Tabela 10 – Notas personalizadas.	89
Tabela 11 – Avaliações atribuídas pelos egressos aos indicadores de impacto da sua formação no PROFMAT/UFES no desempenho dos seus alunos/escola.	90
Tabela 12 – Notas atribuídas pelos egressos ao indicador de impacto: “Maior segurança com o conteúdo a ser ensinado”.	95
Tabela 13 – Ranking dos municípios capixabas na OBMEP, usando o <i>IMH</i>	107
Tabela 14 – Ranking dos municípios capixabas na OBMEP, usando o <i>IMH</i>	108

Sumário

1	INTRODUÇÃO	17
2	REFERENCIAL TEÓRICO	21
2.1	ESTATÍSTICA	21
2.2	ESTATÍSTICA DESCRITIVA	22
2.2.1	População e Amostra	22
2.2.2	Variáveis	23
2.2.3	Organização de Dados	24
2.2.3.1	Distribuição de frequências	24
2.2.4	Medidas de Posição ou Medidas de Tendência Central	29
2.2.4.1	Moda	29
2.2.4.2	Mediana	30
2.2.4.3	Média Aritmética Simples	32
2.2.5	Medidas de Dispersão	33
2.2.5.1	Desvio Médio (\bar{d}_m)	34
2.2.5.2	Variância Populacional (σ^2) e Variância Amostral (s^2)	34
2.2.5.3	Desvio Padrão Populacional (σ) e Desvio Padrão Amostral (s)	35
2.3	TEORIA DA PROBABILIDADE	36
2.3.1	Conceitos Básicos	36
2.3.1.1	Experimento aleatório	36
2.3.1.2	Espaço amostral	37
2.3.1.3	Evento aleatório	37
2.3.2	Operações com eventos aleatórios	37
2.3.2.1	Interseção	37
2.3.2.2	Eventos mutuamente exclusivos	37
2.3.2.3	União	38
2.3.2.4	Complementar	38
2.3.2.5	Diferença	39
2.3.3	Partição de um espaço amostral	40
2.3.4	As diferentes definições de probabilidade	41
2.3.4.1	Definição Frequentista de Probabilidade	41
2.3.4.2	Definição Clássica de Probabilidade	42
2.3.4.3	Definição Axiomática de Probabilidade	42
2.3.5	Probabilidade Condicional e Independência	43
2.3.5.1	Probabilidade condicional	43

2.3.5.2	Independência de eventos	44
2.3.6	Teorema do Produto das Probabilidades	45
2.3.6.1	Teorema do produto para eventos condicionados	46
2.3.6.2	Teorema do produto para eventos independentes	46
2.3.7	Teorema da Probabilidade Total e Teorema de Bayes	47
2.3.7.1	Teorema da Probabilidade Total	48
2.3.7.2	Teorema de Bayes	49
2.4	VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	50
2.4.1	Variáveis Aleatórias Discretas	50
2.4.1.1	Principais distribuições de probabilidades de variáveis aleatórias discretas	52
2.4.2	Variáveis Aleatórias Contínuas	54
2.4.2.1	Principais distribuições de probabilidades de variáveis aleatórias contínuas	55
2.5	ESTATÍSTICA INFERENCIAL	59
2.5.1	Estimação de parâmetros	61
2.5.2	Teste de hipóteses	62
2.5.2.1	Procedimentos para o teste de hipóteses	62
2.5.2.2	Tipos de testes de hipóteses	63
2.5.2.3	Teste de Hipótese para média (μ)	65
2.5.2.4	Teste de Hipótese para outros parâmetros	66
3	METODOLOGIA	68
3.1	COLETA DE DADOS	68
4	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS	71
4.1	O PROFMAT - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional	71
4.1.1	PROFMAT/UFES	72
4.2	Resultados	72
4.3	INFERINDO RESULTADOS	93
4.4	Inferência estatística aplicada à pesquisa com os egressos do PROFMAT/UFES	94
5	TRAGETÓRIA EXITOSA DE ALGUNS EGRESSOS	99
5.1	Iúna	99
5.2	Pedro Canário	102
5.3	Vila Pavão	104
5.4	O desempenho dos municípios de Iúna, Pedro Canário e Vila Pavão na OBMEP	106
6	CONCLUSÃO	109

REFERÊNCIAS	112
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DA PESQUISA	115
APÊNDICE B – TABELA DE DISTRIBUIÇÃO NORMAL	135

1 Introdução

Os educadores enfrentam constantemente uma série de desafios únicos e complexos devido às rápidas mudanças sociais, tecnológicas e culturais. Lidar com esses obstáculos requer uma abordagem flexível, colaborativa e inovadora por parte dos educadores, além do apoio contínuo de políticas educacionais eficazes. O desenvolvimento profissional contínuo também é crucial para enfrentar os desafios em constante evolução da educação no século XXI. A busca pela qualificação refere-se ao esforço contínuo de adquirir conhecimentos, habilidades e competências para melhorar as capacidades profissionais e pessoais e a lidar melhor com os frequentes embates da educação. Nesse sentido, segundo (BASTOS, 2006) a “qualificação é algo adquirido (conhecimentos, habilidades, destrezas) pelo indivíduo ao longo de sua trajetória escolar e de experiência no trabalho”.

O tema escolhido para esta dissertação é a análise dos possíveis impactos do PROFMAT/UFES (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) na vida profissional daqueles que buscam esse nível de qualificação. O PROFMAT é um programa de pós-graduação *stricto sensu* semipresencial na área de Matemática oferecido no Brasil, coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), apoiado pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) reconhecido, avaliado e fomentado pela Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES). Desde o seu início, em 2011, até novembro de 2023 o PROFMAT contava com 81 instituições associadas, 106 unidades de atendimento, 27 unidades federativas, 2.797 discentes regularmente matriculados, 1.599 docentes, 7.109 titulados e para o ano de 2024 foram ofertadas 1.800 vagas no Exame Nacional de Acesso (ENA¹).

O PROFMAT/UFES refere-se ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional oferecido pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), uma das instituições de ensino superior que participa da rede que oferece o programa PROFMAT no Brasil. No estado, o programa que tem sede em Vitória, oferece o curso desde 2011 e já formou 130 mestres, tendo um total de 15 defesas de dissertações no ano de 2023. O programa conta com um corpo docente de 10 professores e 84 alunos regularmente matriculados e para o ano de 2024 foram ofertadas 25 vagas tendo um total de 170 inscritos no Exame Nacional de Acesso (ENA). Ainda que atenda professores da educação básica do sul baiano e leste mineiro, o público principal do PROFMAT/UFES são os professores da educação básica do Espírito Santo, tendo abrangência de norte a sul do estado, ou seja, professores que atuam no ensino fundamental e médio de todo o estado.

¹ O Profmat realiza seleções anuais, o Exame Nacional de Acesso (ENA), publicadas por meio de edital, que contém as orientações e informações necessárias, e seu conteúdo, previamente definidos e divulgados no site do Profmat <<http://www.profmatsbm.org.br>>

Atualmente, a educação capixaba, segundo (QEDU, 2024), conta com 35.960 professores atuando na educação básica e pública do estado, dos quais 21.813 estão trabalhando nos anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º) e no ensino médio. Ainda segundo (QEDU, 2024), o estado tem um total de 2.657 escolas públicas estaduais e municipais e 304.476 alunos matriculados em escolas públicas estaduais e municipais nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio. Este é o cenário de atuação da maioria dos egressos do PROFMAT/UFES.

Os programas de mestrado, em geral, não são apenas uma continuação dos estudos, mas uma oportunidade para uma imersão mais profunda em uma área específica do conhecimento. Através de cursos avançados, pesquisas e interação com professores e colegas, os alunos de mestrado adquirem conhecimentos especializados e desenvolvem habilidades críticas em suas respectivas áreas. Alguns pontos importantes sobre os benefícios do curso serão discutidos neste trabalho como a aquisição de conhecimento avançado, o desenvolvimento de habilidades de pesquisa e a resolução de problemas. Podemos citar também a melhoria da empregabilidade e o potencial para ensino e pesquisa, os egressos de mestrado estarão bem preparados para contribuir com o avanço do conhecimento. Em particular, podemos destacar os desafios e investimento pessoal, pois concluir um mestrado requer dedicação, tempo e recursos. No entanto, o investimento geralmente é recompensado com avanços profissionais e pessoais.

Este trabalho de pesquisa tem como objetivo explorar e evidenciar os impactos substanciais que o curso do PROFMAT/UFES pode ter na carreira e na vida pessoal daqueles que buscam esse nível de qualificação. Portanto, definiu-se como objetivo geral: identificar o impacto do PROFMAT/UFES na formação do egresso, assim como compreender as contribuições dos egressos para a melhoria da educação nas esferas em que eles atuam. Para atender esse propósito, definiu-se os seguintes objetivos específicos: mapear as contribuições existentes no âmbito educacional dos egressos, em particular as dissertações do Mestrado Profissional do PROFMAT/UFES e os produtos por eles propostos; evidenciar práticas exitosas dos egressos através de relatos e entrevistas; analisar os resultados dos estudantes capixabas na OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) sob a influência de seus professores (egressos do PROFMAT/UFES); recolher dados e opiniões dos egressos através de uma pesquisa realizada pelo *Google Forms*; aprofundar o estudo de estatística tanto descritiva como de inferência para uma melhor análise dos dados e consolidação dos resultados.

Os resultados serão primordiais na compreensão da realidade dos docentes que atuam no estado do Espírito Santo ou fora dele que cursaram a pós-graduação na modalidade de Mestrado Profissional e suas implicações e impactos na prática profissional. Com isso, esperamos, em particular, prover subsídios para melhoria das condições de aproveitamento e desempenho no curso dos futuros discentes do PROFMAT/UFES, incentivos e

políticas de estado que visem ampliar a qualificação de seus professores.

Para (TEIXEIRA; OLIVEIRA, 2004) é de muita valia ouvir os egressos.

A pesquisa de egressos é apontada pela literatura como de extrema relevância para que se possa incorporar dimensões qualitativas nas avaliações de experiências educativas. Considera-se a opinião dos ex-alunos sobre os cursos, bem como sobre os efeitos destes nas suas trajetórias profissionais, informações essenciais para a gestão dos programas e cursos.

Justifica-se a relevância do presente estudo pela necessidade de discussão sobre como a qualificação profissional, em especial sobre como o PROFMAT/UFES contribui para o aprimoramento profissional dos egressos, assim como o impacto gerado no ambiente educacional. A pesquisa traz como indagação: Qual o impacto do Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT/UFES na prática profissional, bem como as contribuições dos egressos do PROFMAT nas instituições em que atuam?

Em relação a pesquisa, segundo (KOPPE et al., 2020)

O trajeto de uma pesquisa perpassa pela sua metodologia, nela são traçados os caminhos, delineamentos e proposições que construirão a base de investigação e análise almejada. Entende-se que o percurso metodológico é ponto crucial para o desenrolar dos processos investigativos e possibilitam a articulação dos dados construídos, elucidando os resultados e reflexões.

A fim de obter dados, opiniões e sugestões para a pesquisa foi escolhido aleatoriamente uma amostra representativa dos egressos para responderem ao questionário elaborado pela autora para este fim e enviado via *e-mail* aos egressos selecionados. Os dados obtidos foram tratados usando-se a estatística descritiva. Para inferir os resultados obtidos da amostra a toda população usou-se a estatística de inferência que sob métodos estatísticos, irão confirmar ou não a hipótese suposta. A consolidação do resultado será feita através de um teste de hipóteses para média com variância populacional desconhecida.

Os resultados alcançados confirmam a importância do PROFMAT/UFES para a melhoria da educação básica do Espírito Santo. Os egressos, em sua maioria, avaliam positivamente o curso e reconhecem o impacto causado por ele em suas vidas profissional e até mesmo pessoal. A avaliação também foi positiva em relação aos possíveis impactos causados pela formação do egresso no PROFMAT/UFES no desempenho dos seus alunos/escola. Algumas dificuldades para concluir o curso foram mencionadas pelos egressos e para solucionar tais dificuldades foram descritas algumas sugestões e críticas a fim de se obter solução para essas questões.

O presente estudo está dividido em seis capítulos. No primeiro capítulo, realizamos a introdução do estudo, apresentando uma visão geral da pesquisa. O segundo capítulo aborda os referenciais teóricos, apresentando conceitos importantes que serão fundamentais para a interpretação dos resultados. Este capítulo está subdividido em quatro seções: a

primeira trata da estatística descritiva, a segunda da teoria da probabilidade, a terceira de variáveis aleatórias e a quarta e última de estatística inferencial.

No terceiro capítulo, abordamos a metodologia utilizada no estudo. Nesse capítulo, são apresentados detalhadamente os procedimentos adotados na pesquisa, desde a abordagem até o processamento dos dados. Além disso, são discutidos os métodos escolhidos e as razões que fundamentaram essas escolhas tanto na abordagem geral quanto na específica.

No capítulo quatro, procedemos à análise e discussão dos dados coletados. Este capítulo é dividido em quatro seções distintas:

- 1^a seção:** *Perfil e Atuação Profissional* - Nesta seção, exploramos a parte do questionário destinada a traçar o perfil dos egressos do curso do PROFMAT/UFES e a examinar sua atuação profissional.
- 2^a seção:** *Informações Durante o Curso* - Na segunda seção, realizamos uma análise da parte do questionário que captou informações dos egressos durante o período em que estavam cursando o PROFMAT/UFES.
- 3^a seção:** *Informações Após o Curso* - A terceira seção aborda a análise da parte do questionário destinada a obter informações dos egressos após a conclusão do PROFMAT/UFES.
- 4^a seção:** *Inferindo Resultados* - Na quarta e última seção, efetuamos inferências estatísticas para validar ou refutar a hipótese formulada, consolidando assim os resultados obtidos.

Cada seção contribui para uma compreensão mais abrangente dos dados e resultados da pesquisa, proporcionando compreensões valiosas sobre o perfil dos egressos, suas experiências durante e após o curso, além de avaliações estatísticas fundamentais.

No capítulo cinco, serão apresentadas as práticas exitosas de alguns egressos do curso do PROFMAT/UFES. Já no capítulo seis, serão elaboradas as conclusões e considerações finais, consolidando os principais resultados, percepções e reflexões obtidos ao longo da pesquisa. Este último capítulo encerra a análise, oferece interpretações sobre os dados coletados e destaca possíveis contribuições do PROFMAT/UFES para a formação e atuação dos profissionais no campo da Matemática.

2 Referencial Teórico

Neste capítulo, exploraremos o embasamento teórico, também denominado revisão da literatura, que fornecerá o contexto conceitual e teórico para a pesquisa. A primeira seção abordará os conceitos fundamentais da estatística e suas técnicas. A segunda seção apresentará a estatística descritiva, enquanto a terceira seção discutirá a teoria da probabilidade. A quarta seção refere-se ao estudo das variáveis aleatórias, e a quinta e última seção abordará a estatística inferencial. Para ilustrar os conceitos discutidos neste capítulo, utilizaremos os dados obtidos por meio da pesquisa com os egressos, os quais serão mais detalhadamente explorados no capítulo quatro.

2.1 ESTATÍSTICA

Estatística é uma disciplina que envolve coleta, organização, análise, interpretação e apresentação de dados. Ela se concentra em métodos e técnicas para lidar com informações numéricas ou quantitativas, a fim de compreender padrões, relações e variações em conjuntos de dados. A Estatística desempenha um papel fundamental em várias áreas, incluindo pesquisa científica, tomada de decisões, planejamento, previsão e análise de fenômenos diversos. Segundo Toledo, a Estatística é uma atividade humana especializada ou um corpo de técnicas para a coleta, a classificação, a apresentação, a análise a interpretação de dados quantitativos e a utilização de dados para tomada de decisões (TOLEDO; OVALLE, 2008).

Para (MAGALHÃES; LIMA, 2010), a Estatística é um conjunto de técnicas que permite, de forma sistemática, coletar, organizar, descrever, analisar e interpretar dados oriundos de estudos ou experimentos, realizados em qualquer área do conhecimento. A Estatística desempenha um papel crucial para os pesquisadores, permitindo que eles extraiam informações significativas de dados, façam inferências confiáveis e comuniquem suas descobertas de forma eficaz. Ela é uma ferramenta essencial para a pesquisa científica e a tomada de decisões informadas em uma variedade de contextos.

Em resumo, a Estatística pode ser compreendida em duas diferentes áreas:

Descrição de Dados ou Estatística Descritiva: Essa parte da Estatística permite resumir e descrever características importantes dos dados, como média, mediana, moda, variância e desvio padrão. Isso ajuda a simplificar informações complexas e torná-las mais compreensíveis.

Inferência Estatística: Por meio de métodos estatísticos, é possível fazer inferências sobre uma população com base em uma amostra representativa dela. Isso envolve

estimativas de parâmetros populacionais, intervalos de confiança e testes de hipóteses.

2.2 ESTATÍSTICA DESCRITIVA

Estatística descritiva é um ramo da estatística que se concentra na coleta, organização, resumo e apresentação de dados de forma apropriada para facilitar a compreensão e a interpretação. Seu objetivo principal é descrever e sintetizar informações sobre variáveis e conjuntos de dados, destacando padrões, tendências, distribuições e outras características importantes. A apresentação desses dados pode ser feita através de tabelas de distribuição de frequência, que fornece uma visão geral sobre os dados ou de gráficos que informa de maneira rápida e eficaz sobre a variável em estudo.

A Estatística Descritiva não se preocupa em fazer inferências ou generalizações sobre uma população maior a partir de uma amostra, como é o caso da Estatística Inferencial. Em vez disso, ela se concentra em fornecer uma visão clara e concisa dos dados disponíveis. Ela se refere ao modo de representar dados em tabelas e gráficos e e resumi-los por meio das medidas de tendência central, no entanto, sem tirar qualquer informação sobre um grupo maior. Portanto, informações e conclusões a respeito do fenômeno estudado são restritas àquele particular conjunto de valores.

2.2.1 População e Amostra

O conhecimento de alguns conceitos básicos são importantes para o estudo da estatística. (ANDERSON; SWEENEY; WILLIAMS, 2007) fazem a seguinte definição acerca de população e amostra.

Definição 2.2.1. *População: uma população é o conjunto de todos os elementos de interesse em determinado estudo.*

Definição 2.2.2. *Amostra: uma amostra é um subconjunto da população.*

A amostra tem a finalidade de representar a população, por isso deve-se ter o cuidado no método de obtenção das amostras (amostragem) para que estas apresentem as mesmas características da população. Diversas pesquisas usam a técnica da amostragem: as pesquisas eleitorais, os levantamentos periódicos sobre emprego, desemprego, inflação e etc. feitos pelo IBGE, as redes de rádio e TV para medir sua popularidade e assim fixar valores de propaganda ou então mudar ou excluir programas com baixa audiência. As vantagens de usar essa técnica é a minimização de gastos e muitas vezes pela inviabilidade de se consultar a população inteira.

A definição do tamanho da amostra depende de algumas fatores como variabilidade dos dados (quanto maior a variabilidade maior deverá ser a amostra), a precisão requisitada

na estimação (quanto maior a precisão maior a amostra), o tempo disponível (menor tempo menor amostra) e por fim o custo da amostragem (quanto maior o custo menor deve ser a amostragem).

As técnicas de amostragem se dividem em dois grupos:

- Probabilística: em que todos os elementos da população tem probabilidade conhecida e diferente de zero de participar da amostra.
- Não probabilística: a presença de elementos na amostra deve-se a outros critérios.

A amostragem probabilística é a mais recomendável porque garante a imparcialidade da amostra.

O processo de amostragem envolve riscos, pois as decisões sobre toda a população são tomadas com base em apenas uma parte delas, por isso a importância do estudo sobre a teoria da probabilidade que pode ser utilizada para mensurar o erro que se comete ao utilizar uma amostra ao invés de toda população.

2.2.2 Variáveis

Quando realizamos amostragens, muitas vezes coletamos informações sobre várias características da população amostrada. Cada uma dessas características é uma variável que pode ser categorizada de acordo com sua natureza em:

- Quantitativas ou numéricas;
- Qualitativas ou categóricas.

Classificação das Variáveis

As variáveis quantitativas ou numéricas são valores numéricos obtidos através de mensuração ou contagem. Se dividem em:

- Discretas: assumem apenas valores inteiros. Ex.: número de irmãos, número de passageiros.
- Contínuas: assume qualquer valor no intervalo dos números reais. Ex.: peso, altura.

As variáveis qualitativas ou categóricas descrevem qualidades e podem ser:

- Nominais: quando as categorias não possuem uma ordem natural. Ex.: nomes, cores, sexo.

- Ordinais: quando as categorias podem ser ordenadas. Ex.: tamanho (pequeno, médio, grande), classe social (baixa, média, alta), grau de instrução (básico, médio, graduação, pós-graduação).

Veja na Figura 1 abaixo a classificação das variáveis.

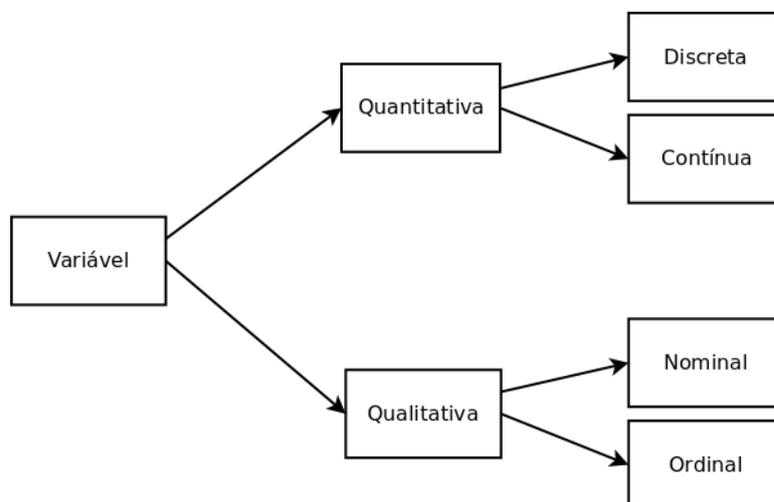


Figura 1 – Classificação das variáveis.

Fonte: <<https://www.inf.ufsc.br/~andre.zibetti/probabilidade/aed.html>>

Classificar as variáveis é importante para indicar corretamente a possibilidade e a forma de utilizar os métodos estatísticos disponíveis. Os resultados de uma pesquisa só serão confiáveis se a coleta de dados assim como a análise forem feitas de maneira criteriosa e objetiva.

2.2.3 Organização de Dados

Nessa seção, definiremos o processo de estruturar, resumir e apresentar informações de forma sistemática e lógica como *organização de dados*. Esse processo é essencial para entender e analisar conjuntos de dados, tornando-os mais acessíveis e informativos.

2.2.3.1 Distribuição de frequências

Segundo (MORETTIN; BUSSAB, 2017), quando se estuda uma variável, o maior interesse do pesquisador é conhecer o comportamento dessa variável, analisando a ocorrência de suas possíveis realizações. A representação dessas possíveis realizações pode ser feita por meio de tabelas de distribuição de frequência, que fornece uma visão geral sobre um conjunto de dados.

- **Dados qualitativos**

Uma distribuição de frequência agrupa dados em classes ou intervalos de ocorrência para resumir e simplificar a análise de conjuntos de dados grandes. Segundo (VIEIRA, 2008) a apresentação de dados qualitativos pode ser feita da seguinte maneira.

Quando observamos dados qualitativos, classificamos cada unidade da amostra em uma dada categoria. Nosso conhecimento sobre os dados aumenta se contarmos quantas unidades caem em cada categoria. A ideia seguinte é resumir as informações na forma de uma tabela que mostre as contagens (frequências) em cada categoria. Temos então uma tabela de distribuição de frequências.

Vejamos o exemplo a seguir.

Exemplo 2.2.3. *Adotemos o conjunto de dados do quadro abaixo que apresenta o ano de início no PROFMAT dos 49 egressos pesquisados.*

2012	2013	2013	2011	2013	2015	2015
2019	2011	2015	2017	2013	2016	2016
2018	2012	2019	2014	2012	2013	2012
2017	2012	2018	2012	2018	2013	2014
2011	2011	2017	2011	2014	2012	2014
2017	2012	2011	2015	2015	2017	2017
2017	2013	2017	2014	2015	2011	2016

Para construirmos a tabela de frequências, organizamos os dados em 3 colunas: coluna das categorias ou classes – onde se indicam todas as categorias da variável em estudo; coluna das frequências absolutas – onde se registra o total de elementos da amostra que pertencem a cada categoria – e coluna das frequências relativas (ou percentagens) – onde se coloca, para cada categoria, o valor que se obtém dividindo a respectiva frequência absoluta pela dimensão da amostra.

Essas informações foram organizadas na Tabela de Distribuição de Frequência 1 apresentada a seguir:

Ano de ingresso	Frequência absoluta (f_i)	Frequência relativa ($fr_i\%$)
2011	7	14,3 %
2012	8	16,3 %
2013	7	14,3 %
2014	5	10,2 %
2015	6	12,2 %
2016	3	6,1 %
2017	8	16,3 %
2018	3	6,1 %
2019	2	4,1 %
Total	49	100%

Tabela 1 – Tabela de distribuição de frequência do ano de ingresso no PROFMAT/UFES dos 49 egressos pesquisados.

Fonte: Produção da própria autora.

- **Representação gráfica para dados qualitativos**

Em Estatística, existem várias representações gráficas que são usadas para visualizar e comunicar informações sobre conjuntos de dados. Cada tipo de gráfico é adequado para diferentes tipos de dados e para atender a objetivos específicos na análise estatística. Os gráficos mais utilizados para representar variáveis qualitativas são os gráficos de barras, gráfico de colunas e os gráficos de setores.

Vejamos o exemplo de gráfico em colunas usando como base a tabela 1 de distribuição de frequência do ano de ingresso no PROFMAT/UFES.

Exemplo 2.2.4. A Figura 2 mostra um gráfico de colunas com o ano de ingresso dos egressos no PROFMAT/UFES.

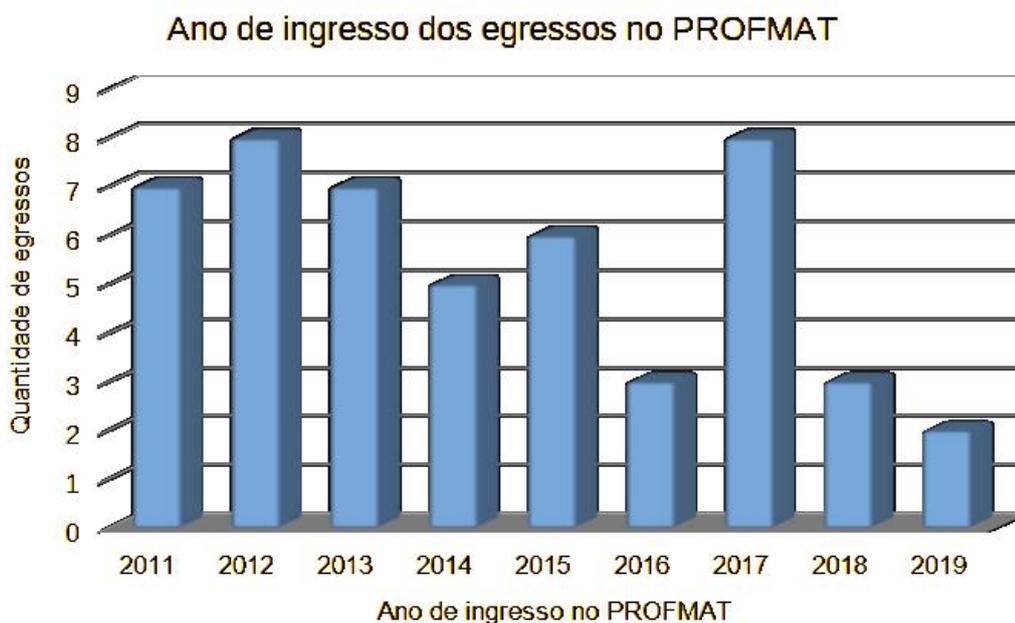


Figura 2 – Exemplo de um gráfico de colunas.

Fonte: Produção da própria autora

- **Dados quantitativos**

Quando lidamos com dados quantitativos, estamos tratando de variáveis que podem ser medidas numericamente. Diferentemente dos dados qualitativos, que representam atributos ou categorias, os dados quantitativos são expressos em termos de números. Dados quantitativos também podem ser apresentados em tabelas de distribuição de frequências. Quando os dados são discretos a organização da tabela segue da mesma forma que para dados qualitativos.

Nas situações em que os dados quantitativos são numerosos ou variam em uma ampla gama tornando impraticável ou difícil listar cada valor individual a tabela de distribuição de frequência com intervalos de classe é indicada. Em vez de apresentarmos todos os valores, agrupamos os dados em intervalos ou classes e contamos a frequência de observações em cada intervalo. Isso é especialmente útil para tornar a apresentação e interpretação dos dados mais claras e concisas.

Vejamos o exemplo a seguir.

Exemplo 2.2.5. *Consideremos o conjunto de dados do quadro abaixo que apresenta o tempo transcorrido entre o término da graduação e o início dos estudos no PROFMAT pelos 49 egressos consultados.*

14	18	13	14	4	5	20
16	12	2	12	5	3	7
20	12	20	1	8	5	3
19	6	1	6	11	20	3
3	20	16	8	12	3	2
8	6	9	2	0	6	10
0	3	13	5	10	6	3

O quadro acima não apresenta nenhum tipo de ordenação numérica dos dados tornando difícil qualquer tipo de análise que possa ser feita a respeito dos resultados. Portanto, se faz necessário organizar esses dados e a melhor maneira de se fazer essa organização é através de uma ordenação crescente ou decrescente da qual chamamos essa ordenação de disposição em rol.

0	0	1	2	2	2	3
3	3	3	3	3	3	4
5	5	5	5	6	6	6
6	6	7	8	8	8	9
10	10	11	11	12	12	12
12	13	13	14	14	16	16
18	19	20	20	20	20	20

Depois de feita esta ordenação, ficou fácil visualizar que o menor tempo transcorrido entre o término da graduação e o início do PROFMAT/UFES é 0 anos e que a amplitude de variação foi de $20 - 0 = 20$ anos. Para construirmos a tabela de distribuição de frequência é importante fazermos o agrupamento dos valores em vários intervalos que, em Estatística, chamamos de classes.

A tabela 2 apresenta a distribuição de frequência com intervalos de classe dos dados apresentados no quadro acima.

Tempo em anos	Frequência absoluta (f_i)	Frequência relativa ($fr_i\%$)
0 † 5	14	28,5 %
5 † 8	14	28,5 %
10 † 15	12	24,5 %
15 † 20	4	8,2 %
≥ 20	5	10,3 %
Total	49	100%

Tabela 2 – Tabela de distribuição de frequência com intervalos de classe do tempo transcorrido entre o término da graduação e o início do PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

- **Representação gráfica para dados quantitativos**

A representação gráfica para dados quantitativos pode ser feita através de histogramas, polígono de frequências ou diagrama de pontos.

Exemplo 2.2.6. A Figura 3 apresenta o tempo transcorrido entre o término da graduação e o início do PROFMAT através de um histograma.

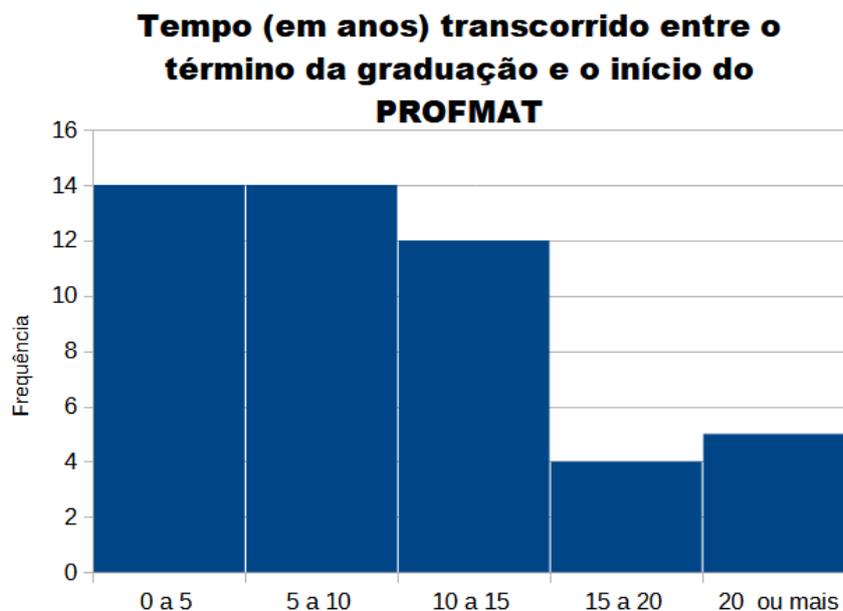


Figura 3 – Exemplo de um Histograma.

Fonte: Produção da própria autora

2.2.4 Medidas de Posição ou Medidas de Tendência Central

O resumo de dados por meio de tabelas de frequência e gráficos proporciona mais informações sobre o comportamento de uma variável do que a própria tabela de dados original. Contudo, muitas vezes precisamos resumir ainda mais estes dados apresentando um ou alguns valores que resumem a série toda. Para uma redução radical dos dados utiliza-se as *medidas de posição*. Essas medidas são usadas para resumir e descrever a distribuição dos dados, fornecendo informações sobre onde a maioria dos valores está concentrada.

As três *medidas de posição* ou as *medidas de tendência central* mais comuns são a *média*, a *mediana* e a *moda*.

2.2.4.1 Moda

Para (BUSSAB; MORETTIN, 2002), a *moda* é definida como a realização mais frequente do conjunto de valores observados. Isto significa que a *moda* é útil quando se deseja identificar o valor mais comum ou frequente em um conjunto de dados.

Exemplo 2.2.7. Consideremos a tabela 3 com as notas (escala de 1 a 5) atribuída pelos egressos ao possível indicador de impacto do PROFMAT no desempenho dos alunos/escola: **Maior participação dos alunos em competições Matemáticas.**

Frequência	Nota
8	1
4	2
12	3
6	4
19	5

Tabela 3 – Tabela com a notas atribuídas pelos egressos ao possível indicador de impacto: **Maior participação dos alunos em competições Matemáticas.**

Fonte: Produção da própria autora

Logo, temos que a nota modal é 5, ou seja, $Mo=5$, pois é o valor que tem a maior frequência.

Em algumas distribuições pode haver mais de uma moda, nesse caso dizemos que ela é bimodal, ou até mesmo pode não existir sendo assim uma distribuição amodal.

2.2.4.2 Mediana

Segundo Morettin e Bussab “A mediana é a realização que ocupa a posição central da série de observações, quando estão ordenadas em ordem crescentes.” (BUSSAB; MORETTIN, 2002)

Existem dois casos para o cálculo da mediana, mas em ambos o primeiro passo é dispor os dados em rol, ou seja, ordenar os dados.

- Quando o número de observações (n) é ímpar

Exemplo 2.2.8. Consideremos a tabela 4 com o quantitativo de medalhas - ouro, prata e bronze - obtidas pelos estudantes capixabas na OBMEP no período de 2011 a 2015:

Edição da OBMEP	Número de Medalhas
2011	72
2012	110
2013	127
2014	143
2015	167

Tabela 4 – Quantitativo de medalhas - ouro, prata e bronze - obtidas pelos estudantes capixabas no período de 2011 a 2015.

Fonte: Produção da própria autora com dados obtidos do site da OBMEP.

Observe que os dados 72, 110, 127, 143 e 167 já estão ordenados de maneira crescente, logo devemos determinar a posição central (p) do conjunto de dados.

$$p = \frac{n + 1}{2} \quad (2.1)$$

$$p = \frac{5 + 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

A mediana do conjunto de dados será o valor que ocupa a posição $p = 3$. Logo, $Md = 127$

- Quando o número de observações (n) é par

Neste caso ao utilizarmos a expressão

$$p = \frac{n + 1}{2}$$

obteremos um valor não inteiro. As posições p_1 e p_2 são os inteiros mais próximos de p . A mediana será a média aritmética simples dos valores do conjunto de dados que ocupam as posições p_1 e p_2 .

$$Md = \frac{x_{p_1} + x_{p_2}}{2} \quad (2.2)$$

Exemplo 2.2.9. Consideremos a tabela 5 com o quantitativo de medalhas - ouro, prata e bronze - obtidas pelos estudantes capixabas na OBMEP no período de 2005 a 2010:

Edição da OBMEP	Número de Medalhas
2005	37
2006	35
2007	36
2008	42
2009	50
2010	56

Tabela 5 – Quantitativo de medalhas - ouro, prata e bronze- obtidas pelos estudantes capixabas no período de 2005 a 2010.

Fonte: Produção da própria autora com dados obtidos do site da OBMEP.

Primeiramente, ordenaremos os dados de forma crescente:

$$35, 36, 37, 42, 50 \text{ e } 56.$$

Em seguida vamos calcular a posição do dado que se encontra na posição central:

$$p = \frac{6 + 1}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$$

Logo, $p_1 = 3$ e $p_2 = 4$, portanto os dados que serão utilizados são os valores $x_{p_1} = 37$ e $x_{p_2} = 42$.

$$Md = \frac{37 + 42}{2} = \frac{79}{2} = 39,5$$

E assim temos que a quantidade mediana de medalhas obtidas pelos estudantes capixabas de 2005 a 2010 é $Md = 39,5$.

2.2.4.3 Média Aritmética Simples

Ainda segundo Morettin e Bussab (2021, p.39) média “é a soma das observações dividida pelo número delas”

Exemplo 2.2.10. Consideremos as notas (escala de 0 a 5) atribuídas pelos egressos ao possível indicador de impacto do PROFMAT na prática profissional: **Mudança na prática dentro do contexto escolar:**

3	4	3	4	5	5	5
2	5	3	3	5	4	5
4	5	5	5	5	4	5
4	3	3	4	2	4	3
3	3	4	2	4	5	4
3	5	3	4	2	4	4
5	3	4	5	0	5	4

A média aritmética desta distribuição se dará pela seguinte fórmula:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (2.3)$$

Onde:

\bar{x} = valor médio da distribuição.

x_i = valor de cada observação da distribuição.

n = número de observações da distribuição.

$$\bar{x} = \frac{3 + 4 + 3 + 4 + 5 + 5 + 5 + 2 + 5 + 3 + 3 + 5 + 4 + 5 + 4 + 5 + 5 + 5 + 5 + 4 + 5 + 4 +$$

$$+ 3 + 3 + 4 + 2 + 4 + 3 + 3 + 3 + 4 + 2 + 4 + 5 + 4 + 3 + 5 + 3 + 4 + 2 + 4 + 4 + 5 + 3 + 4 +$$

$$\frac{+5 + 0 + 5 + 4}{49} = \frac{188}{49} = 3,84$$

Portanto, a média aritmética simples das notas atribuídas pelos egressos ao possível indicador de impacto do PROFMAT é $\bar{x} = 3,84$.

2.2.5 Medidas de Dispersão

As *Medidas de Dispersão* são estatísticas que indicam o quanto os valores em um conjunto de dados se desviam, variam ou se dispersam em relação à medida de tendência central, como a média, a mediana ou a moda.

Segundo (MAGALHÃES; LIMA, 2010), apesar das medidas de tendência central fornecerem uma ideia do comportamento das variáveis, elas podem esconder valiosas informações e nem sempre será suficiente para obtermos informações sobre o conjunto de dados.

As medidas de dispersão permitem entender a amplitude dos dados, a consistência ou a dispersão dos valores em relação à medida central. Em resumo, elas fornecem informações sobre a dispersão dos dados e a variabilidade da distribuição.

Nem sempre utilizar uma medida de posição central será suficiente para obtermos informações contundentes sobre o conjunto de dados.

Exemplo 2.2.11. *Suponha que o número de premiações obtidas pelos estudantes de dois municípios capixabas nas edições da OBMEP sejam:*

- *Município A: 19, 20, 20 e 21*
- *Município B: 1, 20, 20 e 39*

Veja que média (\bar{x}) das premiações obtidas pelos municípios são iguais.

$$\bar{x} = \frac{19 + 20 + 20 + 21}{4} = \frac{80}{4} = 20$$
$$\bar{x} = \frac{1 + 20 + 20 + 39}{4} = \frac{80}{4} = 20$$

Isso pode nos levar a pensar que as distribuições das premiações também são parecidas. Mas, verifica-se que os conjuntos apresentam distribuições distintas, com valores bem próximos da média (município A), enquanto o outro com valores bem distantes da média (município B).

Para (SILVA; FERNANDES; ALMEIDA, 2015), as medidas de dispersão ou de variabilidade têm como objetivo avaliar o quanto estão dispersos os valores de uma distribuição de frequência, ou seja, o grau de afastamento ou de concentração entre os valores.

As principais medidas de dispersão são: **desvio médio, variância e desvio padrão.**

Para exemplificar as medidas de dispersão citadas acima tomaremos como dados as notas finais dos alunos do curso do PROFMAT/UFES na disciplina de Geometria Analítica 2022/2.

2.2.5.1 Desvio Médio (dm)

Desvio médio é a média aritmética dos desvios absolutos dos elementos da distribuição, tomados em relação à sua média aritmética e pode ser calculado pela seguinte fórmula:

$$dm = \frac{1}{n} \sum_1^n |x_i - \bar{x}| \quad (2.4)$$

Exemplo 2.2.12. Consideremos as notas finais dos alunos do curso do PROFMAT/UFES na disciplina de Geometria Analítica 2022/2.

Frequência	2	1	1	1	1	4
Nota	8,4	8,6	8,9	9,1	9,7	9,9

Tabela 6 – Tabela com a notas finais dos alunos do curso do PROFMAT/UFES na disciplina de Geometria Analítica 2022/2.

Fonte: Produção da própria autora.

Inicialmente calculamos a média (\bar{x}).

$$\bar{x} = \frac{8,4 + 8,4 + 8,6 + 8,9 + 9,1 + 9,7 + 9,9 + 9,9 + 9,9 + 9,9}{10} = \frac{92,7}{10} = 9,27$$

Em seguida vamos calcular o desvio médio (dm)

$$\begin{aligned} dm &= \frac{1}{n} \sum_1^n |x_i - \bar{x}| = \frac{0,87 + 0,87 + 0,67 + 0,37 + 0,17 + 0,43 + 0,63 + 0,63 +}{10} = \\ &= \frac{+0,63 + 0,63}{10} = 5,910 = 0,59 \end{aligned}$$

Portanto, o desvio médio da distribuição é 0,59.

2.2.5.2 Variância Populacional (σ^2) e Variância Amostral (s^2)

Segundo Silva, Fernandes e Almeida, variância mede a dispersão dos dados em torno da média.

"a variância mede a dispersão dos dados em torno de sua média, levando em consideração a totalidade dos valores da variável em estudo, o que a torna um índice de variabilidade bastante estável. A variância é representada por s^2 e definida como sendo a média dos quadrados dos desvios em relação à média aritmética." (SILVA; FERNANDES; ALMEIDA, 2015)

Quando comparamos duas distribuições a variância nos permite determinar qual distribuição é mais regular, sendo assim uma medida de dispersão bastante utilizada. A equação 2.5 faz referência ao cálculo da variância populacional, enquanto a equação 2.6 é usada no cálculo da variância amostral.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2 \quad (2.5)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.6)$$

Exemplo 2.2.13. Utilizando os dados e o resultado da média do exemplo 2.2.12 vamos calcular a variância (s^2) segundo a equação 2.5

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(8,4 - 9,27)^2 + (8,4 - 9,27)^2 + (8,6 - 9,27)^2 + (8,9 - 9,27)^2 + (9,1 - 9,27)^2 +}{10} \\ &\quad + \frac{(9,7 - 9,27)^2 + (9,9 - 9,27)^2 + (9,9 - 9,27)^2 + (9,9 - 9,27)^2 + (9,9 - 9,27)^2}{10} = \\ &= \frac{(0,87)^2 + (0,87)^2 + (0,67)^2 + (0,37)^2 + (0,17)^2 + (0,43)^2 + (0,63)^2 +}{10} \\ &\quad + \frac{(0,63)^2 + (0,63)^2 + (0,63)^2}{10} = \frac{3,901}{10} = 0,39 \end{aligned}$$

Portanto, a variância da distribuição é 0,39.

2.2.5.3 Desvio Padrão Populacional (σ) e Desvio Padrão Amostral (s)

Embora a variância seja muito utilizada por vezes sua medida se distância muito dos dados observados, uma vez que ela é definida como sendo a média dos quadrados dos desvios em relação à média aritmética. Nesse sentido o desvio padrão retorna com esses valores para mais próximos dos dados uma vez que ele é a raiz quadrada da variância. Geralmente, o desvio padrão é a medida de dispersão mais utilizada.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2} \quad (2.7)$$

Utilizando o resultado do exemplo 2.2.13 e a equação 2.7 temos:

$$\sigma = \sqrt{0,39} = 0,62$$

Logo, o desvio padrão da distribuição é 0,62.

A equação 2.7 faz referência ao cálculo do desvio padrão populacional. Para se calcular o desvio padrão amostral a equação é a seguinte:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.8)$$

2.3 TEORIA DA PROBABILIDADE

A probabilidade é uma importante ferramenta para o estudo da estatística de inferência, logo, nesta seção, serão tratados os principais conceitos que servirão de base para tal investigação. O estudo da Probabilidade é extremamente importante para quantificar incertezas e riscos associados a diferentes opções, além de avaliar as consequências prováveis de cada escolha. Para (MAGALHÃES; LIMA, 2010), probabilidade pode ser pensado como a teoria matemática utilizada para se estudar a incerteza oriunda de fenômenos de caráter aleatório.

A teoria da probabilidade é amplamente usada em previsões e estimativas, seja no clima, mercado financeiro, resultados de eleições ou em qualquer outra situação em que seja necessário fazer uma projeção baseada em dados passados e padrões observados. Ela ajuda a analisar dados experimentais, fazer inferências sobre populações e testar hipóteses. Ela ainda é um componente crucial em algoritmos de aprendizado de máquina, onde é usada para fazer previsões e tomar decisões com base em padrões encontrados em grandes conjuntos de dados

Para (ANDERSON; SWEENEY; WILLIAMS, 2010) "a probabilidade é uma medida numérica da possibilidade de um evento acontecer". Ela é usada na teoria da probabilidade para quantificar a incerteza associada a diferentes resultados possíveis.

2.3.1 Conceitos Básicos

A seguir serão apresentados alguns dos conceitos fundamentais na teoria da probabilidade. Eles fornecem a base para compreender e calcular probabilidades em uma variedade de contextos.

2.3.1.1 Experimento aleatório

Um *experimento aleatório* é um processo ou procedimento no qual se obtém diferentes resultados em repetições sob as mesmas condições. Isso significa que, quando você executa o mesmo experimento várias vezes, não obterá necessariamente o mesmo resultado todas as vezes. Em contraste, para (MORETTIN, 1999) "Os experimentos determinísticos são aqueles em que os resultados são sempre os mesmos, qualquer que

seja o número de ocorrências verificadas.” Não há variabilidade nos resultados, pois eles são completamente previsíveis. Em algumas situações, devido ser grande o número de resultados possíveis considera-se que este é aleatório de modo a facilitar (ou tornar possível) o estudo.

2.3.1.2 Espaço amostral

O *espaço amostral* representa o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Vamos denotar tal conjunto pela letra grega maiúscula ômega, Ω . Consideraremos apenas o caso de um espaço amostral finito (ou enumerável).

2.3.1.3 Evento aleatório

Os subconjuntos de Ω são denominados *eventos aleatórios* e serão representados pelas letras latinas maiúscula A, B, C, \dots , isso é possível pelo fato de Ω ser finito (ou enumerável). Em outras palavras, evento aleatório é o resultado oriundo do experimento aleatório.

2.3.2 Operações com eventos aleatórios

Operações com eventos são fundamentais na teoria da probabilidade e proporcionam uma maneira estruturada de lidar com conjuntos de resultados em experimentos aleatórios. A seguir apresentamos algumas das operações mais fundamentais. A compreensão delas é de extrema importância para operar probabilidades em contextos práticos.

2.3.2.1 Interseção

A interseção de dois eventos A e B é o evento que equivale à ocorrência simultânea de A e B denotada por $A \cap B$.

2.3.2.2 Eventos mutuamente exclusivos

Dois eventos, digamos A e B , são disjuntos ou mutuamente exclusivos quando eles não podem ocorrer simultaneamente, isto é, quando a ocorrência de um impossibilita a ocorrência do outro. Isto significa dizer que os eventos A e B não têm elementos em comum, ou seja, sua interseção é vazia $A \cap B = \emptyset$.

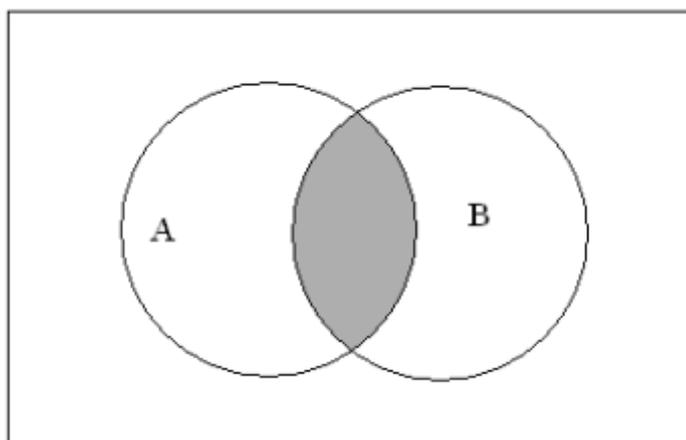


Figura 4 – Interseção de dois eventos.

Fonte: <<https://www.professores.uff.br/malbi/wp-content/uploads/sites/50/2017/08/Probabilidade.pdf>>

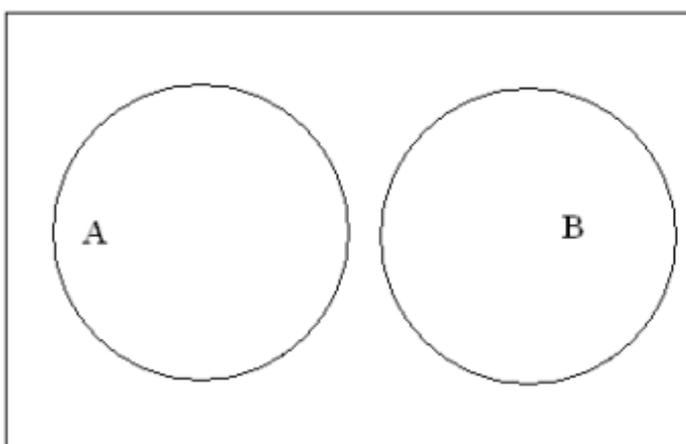


Figura 5 – Eventos mutuamente exclusivos.

Fonte: <<https://www.professores.uff.br/malbi/wp-content/uploads/sites/50/2017/08/Probabilidade.pdf>>

2.3.2.3 União

Segundo (MAGALHÃES; LIMA, 2010) “A união de dois eventos A e B , denotada por $A \cup B$, representa a ocorrência de, pelo menos, um dos eventos A ou B .”

Isso significa que pode ocorrer apenas A , ou apenas B ou A e B simultaneamente.

2.3.2.4 Complementar

Para (MAGALHÃES; LIMA, 2010) “Dizemos que A e B , são complementares se sua união é o espaço amostral e sua interseção é vazia. O complementar de A será representado por A^c e temos $A \cup A^c = \Omega$ e $A \cap A^c = \emptyset$.”

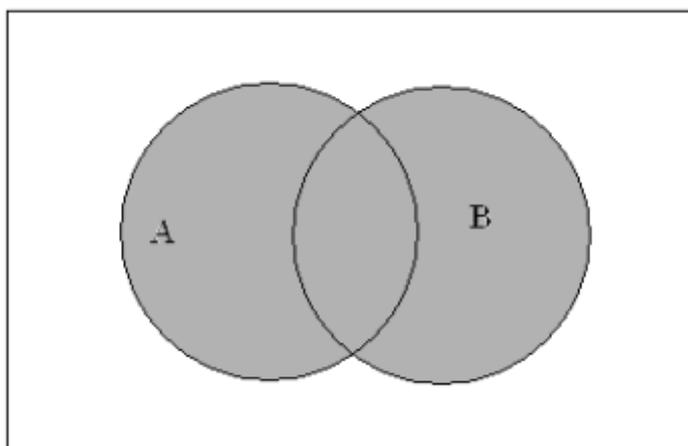


Figura 6 – União de dois eventos.

Fonte: <<https://www.professores.uff.br/malbi/wp-content/uploads/sites/50/2017/08/Probabilidade.pdf>>

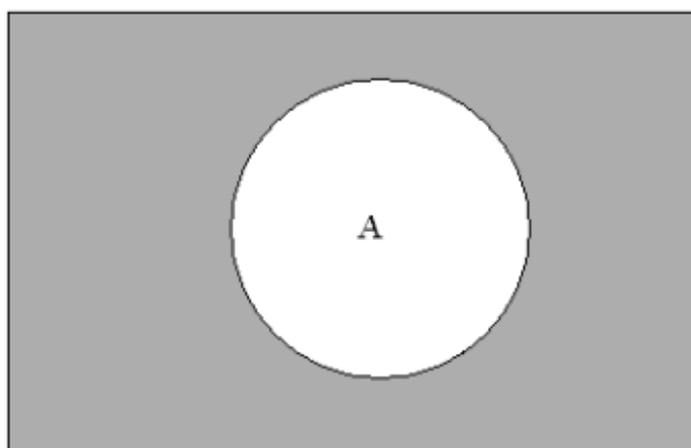


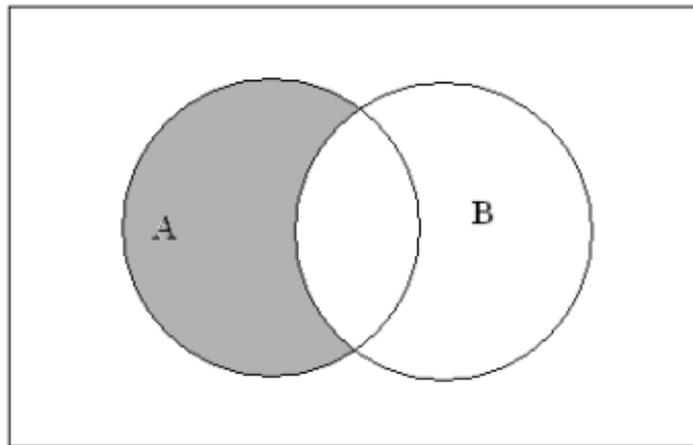
Figura 7 – Complementar de um evento.

Fonte: <<https://www.professores.uff.br/malbi/wp-content/uploads/sites/50/2017/08/Probabilidade.pdf>>

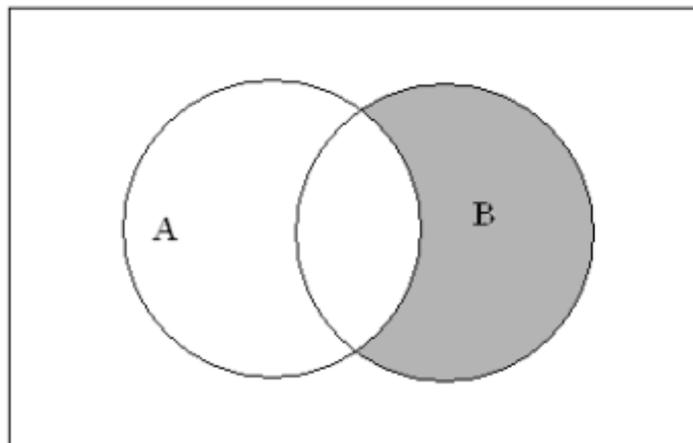
2.3.2.5 Diferença

A diferença de dois eventos é uma operação que envolve subtrair os elementos de um evento de outro evento. Para representar a diferença de dois eventos A e B , denotamos como $A - B$, que é o conjunto de elementos que pertencem a A , mas não pertencem a B , ou seja, $A - B = \{x \in A; x \notin B\}$.

Observamos pela Figuras 8 e 9 que $A - B \neq B - A$

Figura 8 – Diferença de eventos: $A - B$.

Fonte: <<https://www.professores.uff.br/malbi/wp-content/uploads/sites/50/2017/08/Probabilidade.pdf>>

Figura 9 – Diferença de eventos: $B - A$.

Fonte: <<https://www.professores.uff.br/malbi/wp-content/uploads/sites/50/2017/08/Probabilidade.pdf>>

2.3.3 Partição de um espaço amostral

Consideremos uma sequência de eventos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n \subset \Omega$. Esses eventos formam uma partição do espaço amostral Ω , se eles não tem interseção entre si e se sua união é igual ao espaço amostral. Ou seja,

- os eventos A_i são disjuntos dois a dois, isto é, $A_i \cap A_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$.
- a união dos eventos A_i é o espaço amostral Ω , isto é, $\bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega$.

A Figura 10 apresenta as seis partições de um espaço amostral Ω .

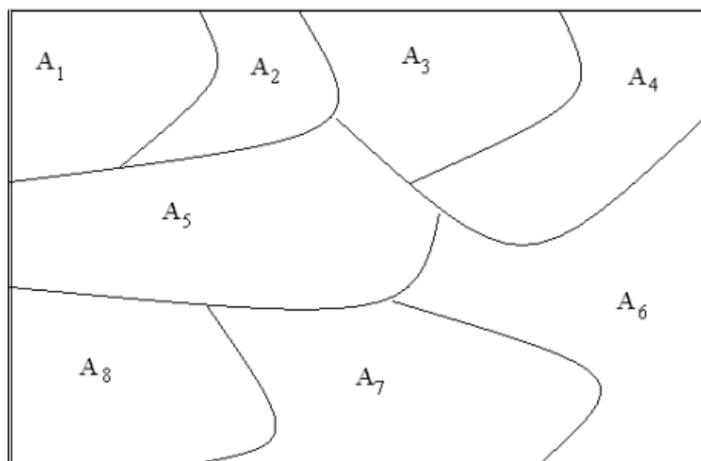


Figura 10 – Partições de um espaço amostral Ω .

Fonte: <<https://www.professores.uff.br/malbi/wp-content/uploads/sites/50/2017/08/Probabilidade.pdf>>

2.3.4 As diferentes definições de probabilidade

É importante observar que a definição precisa de probabilidade pode variar de acordo com o contexto e a interpretação escolhida. No entanto, a ideia geral é que a probabilidade é uma medida que nos ajuda a entender e lidar com a incerteza em eventos futuros. Apresentamos a seguir a definição frequentista, clássica e axiomática de probabilidade.

2.3.4.1 Definição Frequentista de Probabilidade

Considere que um experimento aleatório seja realizado n vezes e seja n_A o número de vezes que o evento A ocorre. A frequência relativa de A , nesse caso, é dada por:

$$f_n(A) = \frac{n_A}{n} = \frac{\text{frequência do evento } A}{\text{Total de realizações}}, \text{ com } 0 \leq f_n(A) \leq 1$$

Dessa forma, pode ser mostrado que a probabilidade do evento A ocorrer é dada por:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n A$$

Ou seja, se n for grande, f_n se aproxima da probabilidade do evento A ocorrer.

Exemplo 2.3.1. *Suponha que estamos interessados em determinar a probabilidade de obter um “6” ao lançar um dado padrão de seis lados. Na abordagem frequentista, podemos realizar um grande número de lançamentos do dado e contar quantas vezes o evento desejado ocorre. Suponha que lançamos o dado 600 vezes e após os 600 lançamentos, o “6” foi observado 100 vezes.*

$$f_n(A) = \frac{100}{600} = \frac{1}{6}.$$

Neste exemplo, a probabilidade frequentista de obter um “6” é aproximadamente $\frac{1}{6}$.

A abordagem frequentista é fundamentada na ideia de que, à medida que realizamos mais experimentos, a frequência relativa dos eventos se aproxima da probabilidade verdadeira. Esta definição está amparada por um dos principais teoremas da probabilidade, a *Lei dos Grandes Números*, que justifica rigorosamente que esta definição é uma boa escolha.

2.3.4.2 Definição Clássica de Probabilidade

Considere um espaço amostral Ω finito em que todos os seus eventos são igualmente prováveis. Nessas condições, a probabilidade de um evento $A \subset \Omega$ é calculada como a razão entre o número de casos favoráveis ao evento A e o número de casos possíveis (Ω). Ou seja:

$$P(A) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favoráveis de } A}{\text{n}^\circ \text{ de casos possíveis}}$$

A definição clássica de probabilidade satisfaz as seguintes propriedades básicas:

P_1 : $P(A) \geq 0$ para todo evento $A \subset \Omega$.

P_2 : $P(\Omega) = 1$.

P_3 : Se A e B são eventos mutuamente exclusivos, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

P_4 : $P(\emptyset) = 0$.

P_5 : $P(A^c) = 1 - P(A)$.

P_6 : $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$.

P_7 : Para dois eventos A e B quaisquer, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

P_8 : Se $A \subset B$ então $P(A) \leq P(B)$.

P_9 : $P(A) \leq 1$ para qualquer evento $A \subset W$

Todas essas propriedades podem ser demonstradas a partir das três primeiras.

2.3.4.3 Definição Axiomática de Probabilidade

A definição clássica de probabilidade se restringe a espaços amostrais finitos, onde os eventos elementares são equiprováveis e embora seja limitada, ela é útil para entender os princípios básicos da teoria da probabilidade e suas aplicações em experimentos

simples. Para lidar com uma gama mais ampla de cenários, a teoria da probabilidade foi estendida e formalizada por meio da abordagem axiomática¹ de probabilidade. Isso envolveu a formulação de axiomas matemáticos, chamados de axiomas da probabilidade, que fornecem uma base sólida para calcular probabilidades em qualquer espaço amostral, independentemente de ser finito, infinito ou de ter resultados equiprováveis.

Existem três axiomas de probabilidade na abordagem axiomática:

- (i) Para qualquer evento A no espaço amostral Ω , temos $P(A) \geq 0$. Ou seja, a probabilidade de qualquer evento é sempre um número real não negativo.
- (ii) A probabilidade do espaço amostral completo Ω é igual a 1, ou seja, $P(\Omega) = 1$. Mais especificamente, não há eventos fora do espaço amostral.
- (iii) Sejam A_1, A_2, A_3, \dots uma sequência de eventos mutuamente exclusivos, ou seja, eventos nos quais a ocorrência de um impede a ocorrência dos outros. Então, a probabilidade da união (combinação) desses eventos é igual à soma das probabilidades individuais. Ou seja, $A_i \cap A_j = \emptyset$ para todo $i \neq j$, então

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

Esses axiomas garantem que a probabilidade seja uma função bem definida que atribui números reais não negativos a eventos em um espaço amostral.

2.3.5 Probabilidade Condicional e Independência

Consideremos dois eventos A e B contidos em um mesmo espaço amostral Ω . Então A e B poderão ser eventos independentes ou condicionados.

2.3.5.1 Probabilidade condicional

A probabilidade condicional se refere à probabilidade de que um evento ocorra, dado que sabemos que outro evento já ocorreu. Ela lida com situações em que as probabilidades são afetadas por informações adicionais, ou seja, dois eventos quaisquer, A e B , são condicionados quando a ocorrência de um altera a probabilidade de ocorrência do outro.

A probabilidade condicional é denotada como $P(A|B)$, lida como “a probabilidade de A dado B ”.

Definição 2.3.2. *A probabilidade condicional do evento A dada a ocorrência do evento B é:*

¹ Segundo o dicionário Aurélio: Axioma Proposição que se admite como verdadeira porque dela se podem deduzir as proposições de uma teoria ou de um sistema lógico ou matemático.

$$P(A|B) = \begin{cases} P(A), & \text{se } P(B) = 0, \\ \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, & \text{se } P(B) \neq 0. \end{cases}$$

Exemplo 2.3.3. Considere as 2.152 medalhas² conquistadas pelos estudantes capixabas em todas as edições da OBMEP (2005 - 2022). Destes estudantes 1.538 são meninos e 614 são meninas, 166 são medalhistas de ouro, 564 de prata e 1.422 de bronze. A distribuição dos medalhistas por tipo de medalhas e por sexo está descrita na tabela abaixo:

Medalhas/Sexo	Ouro	Prata	Bronze	Totais
Meninas	33	139	442	614
Meninos	133	425	980	1538
Totais	166	564	1422	2152

Tabela 7 – Medalhas do Espírito Santo nas edições (2005 a 2022) da OBMEP.

Fonte: Produção da própria autora com dados obtidos do site da OBMEP.

Um estudante medalhista é sorteado ao acaso. Qual a probabilidade de que a premiação seja de ouro, dado que é uma menina?

Pela definição de probabilidade condicional temos que:

$$P(\text{ouro}|\text{menina}) = \frac{P(\text{ouro} \cap \text{menina})}{P(\text{menina})} = \frac{\frac{33}{2152}}{\frac{614}{2152}} = \frac{33}{614} = 0,053.$$

Logo, a probabilidade da premiação ser uma medalha de ouro dado que uma menina foi sorteada é de 5,3 %.

2.3.5.2 Independência de eventos

Dois eventos são considerados independentes quando a ocorrência (ou não ocorrência) de um evento não afeta a probabilidade do outro evento ocorrer.

Definição 2.3.4. *Sejam A e B eventos de um espaço amostral Ω . A e B são independentes quando*

$$P(A|B) = P(A)$$

² Dados obtidos do site da OBMEP.

Essa definição tem algumas implicações importantes.

A primeira delas é a seguinte:

$$P(A|B) = P(A) \Rightarrow P(B|A) = P(B)$$

De fato:

$$\begin{aligned} P(A|B) = P(A) &\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A) \\ &\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow \\ \Rightarrow P(B|A) &= \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(A)} = P(B) \end{aligned}$$

A conclusão disso é a seguinte: se A e B são independentes, então B e A também o são (comutatividade).

A segunda implicação, bastante importante, é a seguinte:

Se A e B são independentes, então:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. Mas a recíproca dessa afirmativa também é verdadeira, ou seja, se $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ então A e B são independentes.

De fato:

$$\begin{aligned} P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) &\Rightarrow \\ \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} &= \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) \Rightarrow A \text{ e } B \text{ são independentes.} \end{aligned}$$

Esse resultado nos permite estabelecer uma outra definição equivalente para a independência de dois eventos.

Definição 2.3.5. *Sejam A e B eventos de um espaço amostral Ω . Então, A e B são independentes se*

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

2.3.6 Teorema do Produto das Probabilidades

Sobre o Teorema do Produto ([VIEIRA, 2008](#)) diz:

Muitas vezes queremos saber a probabilidade de dois eventos ocorrerem juntos, ou um em seguida do outro. Queremos, então, a probabilidade do conjunto interseção. Para resolver esse tipo de problema, existe a regra do e ou o teorema do produto.

O teorema do produto é calculado de maneira diferente dado os eventos serem condicionados ou independentes.

2.3.6.1 Teorema do produto para eventos condicionados

A definição de probabilidade condicional leva a um resultado importante, conhecido como Regra da Multiplicação ou Teorema do Produto das Probabilidades. Vejamos:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

Assim, sejam A e B dois eventos quaisquer. A probabilidade de ambos os eventos A e B ocorrerem simultaneamente é dada da seguinte forma:

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

$$P(B \cap A) = P(B|A) \cdot P(A)$$

Que é conhecida como a regra da multiplicação, ou o teorema do produto das probabilidades.

2.3.6.2 Teorema do produto para eventos independentes

A regra da multiplicação estabelece que a probabilidade da ocorrência conjunta de dois eventos independentes A e B é o produto das probabilidades de cada evento individualmente, e pode ser expressa da seguinte maneira:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

A regra da multiplicação é especialmente útil para modelar experimentos que ocorrem em etapas sequenciais, onde a ocorrência de um evento afeta a probabilidade do próximo evento. Para (MORGADO; CARVALHO, 2015) “Uma maneira eficiente de lidar com experiências que possuem vários estágios é o uso das árvores de probabilidade.”

A árvore de probabilidade ou diagrama de árvore é uma representação gráfica que ajuda a organizar e visualizar os diferentes caminhos ou etapas possíveis em um experimento sequencial. Cada ramo da árvore representa um evento, e os ramos se dividem para mostrar as opções disponíveis em cada etapa do experimento.

Exemplo 2.3.6. *De um baralho de 52 cartas (13 cartas de cada um dos quatro naipes) foram retiradas duas cartas sem reposição, uma depois da outra. Qual é a probabilidade de nenhuma das duas ser de copas?*

Sabemos que as cartas no baralho são igualmente prováveis, antes e depois da primeira retirada.

Consideremos:

C_1 = copas na primeira retirada

C_2 = copas na segunda retirada

\overline{C}_1 = não sair copas na primeira retirada

\overline{C}_2 = não sair copas na segunda retirada.

A Figura 11 apresenta a solução deste problema em um diagrama de árvore. Cada ponto na árvore corresponde a ocorrência de um evento condicionado a ocorrência de todos os eventos representados pelos pontos anteriores no caminho correspondente. Assim, a parte superior da árvore corresponde a ocorrência de copas na primeira retirada – evento C_1 – e a parte inferior a não ocorrência de copas na primeira retirada - evento \overline{C}_1 .

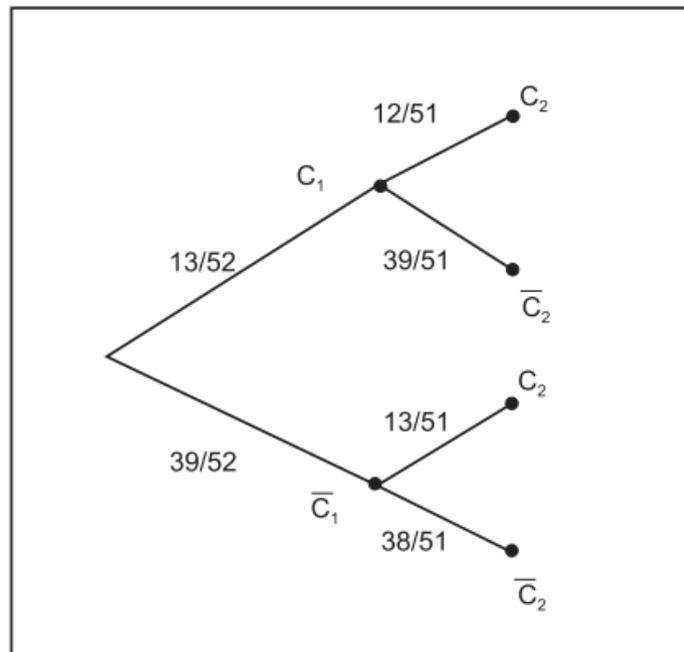


Figura 11 – Diagrama de árvore com a solução do exemplo 2.3.6.

Fonte: <https://cesad.ufs.br/ORBI/public/uploadCatalogo/10161010102012Probabilidade_e_Estatistica_aula_8.pdf>

$$P(\overline{C}_1 \cap \overline{C}_2) = \frac{39}{52} \times \frac{38}{51} = \frac{1482}{2652} = 0,558$$

Logo, a probabilidade de nenhuma das duas cartas ser de copas é de 0,588.

2.3.7 Teorema da Probabilidade Total e Teorema de Bayes

Os Teoremas da Probabilidade Total e de Bayes são ferramentas essenciais na teoria da probabilidade. A seguir vamos abordar cada um deles.

2.3.7.1 Teorema da Probabilidade Total

Consideremos a Figura 12, onde $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ é uma partição do espaço amostral Ω e B um evento qualquer tal que $B \subset \Omega$.

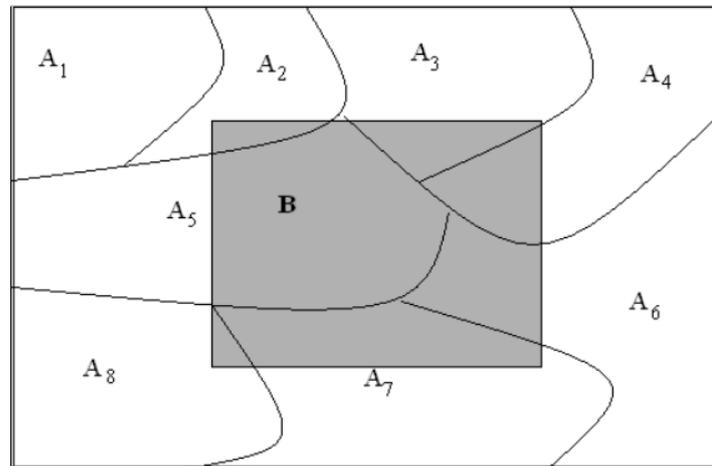


Figura 12 – Partição do espaço amostral.

Fonte: <<https://www.professores.uff.br/malbi/wp-content/uploads/sites/50/2017/08/Probabilidade.pdf>>

Como a união de todos os A_i 's formam o espaço amostral, então B pode ser escrito como:

$$B = (A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B) \cup \dots \cup (A_n \cap B)$$

Deste modo, a probabilidade total de B pode ser obtida pelo axioma III da probabilidade, como segue.

$$\begin{aligned} P(B) &= [(A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B) \cup \dots \cup (A_n \cap B)] = \\ &= P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B) \end{aligned}$$

E a regra da multiplicação nos dá que

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B/A_n).$$

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B \cap A_i)$$

Esse resultado é conhecido como teorema da probabilidade total.

Teorema 2.3.7 (Teorema da Probabilidade Total). *Seja A_1, A_2, \dots, A_n uma partição do espaço amostral Ω e seja B um evento qualquer em Ω .*

Então:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i) \quad (2.9)$$

Essa expressão é conhecida como Teorema da Probabilidade Total e é um resultado fundamental na teoria da probabilidade pois nos permite calcular a probabilidade de um evento, levando em consideração diferentes cenários ou condições que podem afetar sua ocorrência.

2.3.7.2 Teorema de Bayes

O Teorema de Bayes nos permite atualizar a probabilidade a priori³ com base em novas evidências, a fim de calcular a probabilidade a posteriori⁴ $P(A_i|B)$, que é a probabilidade do evento após levar em consideração as evidências. A probabilidade $P(A_i)$ é denominada probabilidade a *priori* do evento A_i .

Continuando no contexto da Figura 12, suponhamos que B tenha ocorrido. Vamos usar essa informação para calcular a probabilidade a *posteriori* do evento A_i , ou seja, vamos calcular $P(A_i|B)$.

Por definição temos que

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$$

Usando a regra da multiplicação e o teorema da probabilidade total, resulta que

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i) \cdot P(A_i|B)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i)}$$

Teorema 2.3.8 (Teorema de Bayes). *Seja A_1, A_2, \dots, A_n uma partição do espaço amostral Ω e seja B um evento qualquer em Ω .*

Então

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i) \cdot P(A_i|B)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i)}$$

³ É a probabilidade de um evento antes de considerar qualquer evidência ou informação adicional.

⁴ É a probabilidade de um evento após a consideração de evidências ou informações adicionais. É a probabilidade atualizada com base em dados, evidências ou informações recém-obtidas.

2.4 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Uma variável aleatória é uma função que associa um valor numérico a cada resultado possível de um experimento aleatório. Em outras palavras, é uma maneira de atribuir números aos resultados de eventos aleatórios para que possamos quantificá-los e analisá-los estatisticamente.

Existem dois tipos principais de variáveis aleatórias:

Variáveis Aleatórias Discretas: São aquelas que podem assumir um conjunto contável de valores isolados. Exemplos incluem o número de caras em 3 lançamentos de moedas, o número de pessoas em uma fila, ou o resultado de lançar um dado justo. A probabilidade de cada valor é geralmente expressa por uma função de probabilidade.

Variáveis Aleatórias Contínuas: São aquelas que podem assumir qualquer valor dentro de um intervalo contínuo. Exemplos incluem altura, peso, tempo de espera em uma fila, etc. A probabilidade é geralmente expressa por uma função de densidade de probabilidade.

Uma variável aleatória é caracterizada por sua distribuição de probabilidade, que descreve como os valores da variável estão distribuídos em relação à probabilidade de ocorrência. Para variáveis aleatórias discretas, usamos uma função de probabilidade ou tabela de probabilidades. Para variáveis aleatórias contínuas, usamos uma função de densidade de probabilidade, como a função normal (ou gaussiana).

Variáveis aleatórias são usadas para descrever e analisar uma ampla variedade de fenômenos e experimentos que envolvem incerteza. Elas são essenciais para calcular médias, variâncias, desvios padrão e outros parâmetros estatísticos, bem como para realizar inferências sobre populações com base em amostras.

2.4.1 Variáveis Aleatórias Discretas

As variáveis aleatórias discretas são aquelas que podem assumir um número finito ou infinito contável de valores, geralmente inteiros, com probabilidades associadas a cada valor.

Exemplo 2.4.1. *Lançam-se três moedas. Seja X : número de ocorrências da face cara. Determinar a distribuição de probabilidade de X .*

O espaço amostral do experimento é:

$$\Omega = \{(c, c, c), (c, c, r), (c, r, c), (c, r, r), (r, c, c), (r, c, r), (r, r, c), ((r, r, r))\}$$

Sendo X o número de ocorrência da face cara, os valores possíveis de X são 0, 1, 2 e 3. Podemos associar a esses números eventos que correspondem à ocorrência de

nehuma, uma, duas ou três caras respectivamente, como segue:

X	Evento correspondente
0	$A_1 = \{(r, r, r)\}$
1	$A_2 = \{(c, r, r), (r, c, r), (r, r, c)\}$
2	$A_3 = \{(c, c, r), (c, r, c), (r, c, c)\}$
3	$A_4 = \{(c, c, c)\}$

Fonte: Produção da própria autora.

Podemos também associar às probabilidades de X assumir um dos valores, as probabilidades dos eventos correspondentes:

$$P(X = 0) = P(A_1) = \frac{1}{8} = 0,125$$

$$P(X = 1) = P(A_2) = \frac{3}{8} = 0,325$$

$$P(X = 2) = P(A_3) = \frac{3}{8} = 0,325$$

$$P(X = 3) = P(A_4) = \frac{1}{8} = 0,125$$

A Figura 13 mostra o gráfico da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta.

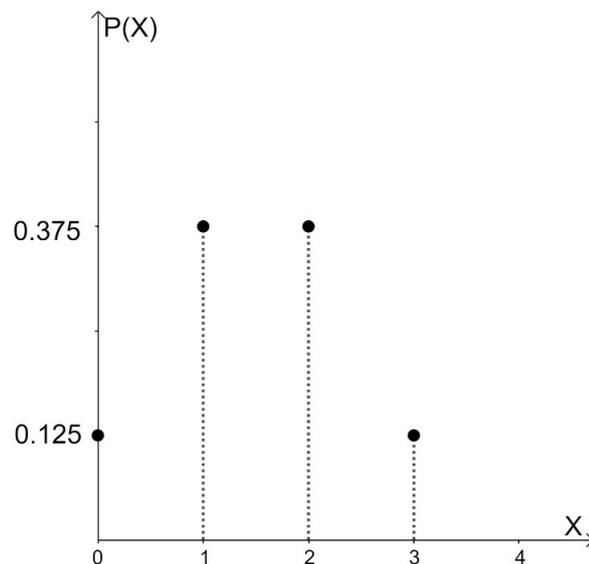


Figura 13 – Gráfico da distribuição de probabilidade.

Fonte: Produção da própria autora.

Definição 2.4.2. Função de Probabilidade é a função que associa a cada valor assumido pela variável aleatória a probabilidade do evento correspondente, isto é:

$$P(X = x_i) = P(A_i), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Ao conjunto $\{x_i, p(x_i)\}, i = 1, 2, \dots, n$, damos o nome de *Distribuição de Probabilidades da variável aleatória X*.

É importante averiguar que para que exista uma distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X é preciso que:

$$\sum_{i=1}^n p(x_i) = 1$$

2.4.1.1 Principais distribuições de probabilidades de variáveis aleatórias discretas

As distribuições de probabilidade de variáveis aleatórias discretas descrevem como as probabilidades estão distribuídas entre os diferentes valores possíveis da variável. Abaixo estão alguns exemplos de distribuições de probabilidade para variáveis aleatórias discretas:

Distribuição de Bernoulli: É usada para modelar um experimento com dois resultados possíveis, geralmente rotulados como sucesso (1) e fracasso (0). A probabilidade de sucesso é representada por p , ou seja, $P(X = 1) = p$ e a probabilidade de fracasso por $(1 - p)$, ou seja $P(X = 0) = (1 - p)$.

Quando a variável aleatória X tem *distribuição de BERNOULLI* sua função de probabilidade é dada por:

$$P(X = x) = p^x \cdot (1 - p)^{1-x}$$

Distribuição Binomial: Modela o número de sucessos em n tentativas independentes de um experimento de Bernoulli. A função de probabilidade é dada por:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

Onde:

- n é o número de tentativas.
- k é o número de sucessos.
- p é a probabilidade de sucesso em uma tentativa.
- $(1 - p)$ é a probabilidade de fracasso em uma tentativa.

Distribuição de Poisson: É usada para modelar o número de eventos que ocorrem em um intervalo fixo de tempo ou espaço dado uma taxa média de ocorrência desses eventos. É particularmente útil em situações onde os eventos ocorrem de forma rara, mas aleatória, e de forma independente. A função de probabilidade da Distribuição de Poisson é dada por:

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$$

Onde:

- X é a variável aleatória que representa o número de eventos.
- k é o valor específico que você está interessado em calcular (número de eventos desejado).
- λ é a taxa média de ocorrência de eventos no intervalo considerado.
- e é a base do logaritmo natural, aproximadamente igual a 2,71828.

A Distribuição de Poisson é frequentemente usada para modelar eventos em diversas áreas, como:

- Contagem de acidentes de trânsito em uma rodovia em um determinado período de tempo.
- Contagem de chamadas telefônicas recebidas em um call center em um minuto.
- Número de e-mails de spam recebidos por hora.
- Contagem de partículas radioativas emitidas por uma fonte em um intervalo de tempo.

Distribuição Geométrica: Modela o número de tentativas independentes até o primeiro sucesso em um experimento de Bernoulli. A função de probabilidade é dada por:

$$P(X = k) = (1 - p)^{k-1} \cdot p$$

Onde:

- k é o número de tentativas até o primeiro sucesso.
- p é a probabilidade de sucesso em uma tentativa.

Distribuição Hipergeométrica: É usada para modelar experimentos de amostragem sem reposição em populações finitas. Ela descreve a probabilidade de obter um certo número de “sucessos” em uma amostra de tamanho fixo retirada de uma população finita que contém um número específico de sucessos e fracassos.

A função de probabilidade da Distribuição Hipergeométrica é dada por:

$$P(X = k) = \frac{\binom{K}{k} \cdot \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Onde:

- N é o tamanho da população.
- K é o número de sucessos na população.
- n é o tamanho da amostra.
- k é o número de sucessos na amostra.

Essas são algumas das distribuições de probabilidade mais comuns para variáveis aleatórias discretas. Cada distribuição é apropriada para modelar diferentes tipos de experimentos ou eventos discretos e é escolhida com base na natureza do problema e nos dados disponíveis.

2.4.2 Variáveis Aleatórias Contínuas

Variáveis aleatórias contínuas são variáveis que podem assumir qualquer valor dentro de um intervalo de \mathbb{R} , ou seja, os valores possíveis de uma variável aleatória contínua formam um conjunto infinito e não enumerável.

Definição 2.4.3. *Uma variável aleatória X é contínua em \mathbb{R} se existir uma função $f(x)$, tal que:*

$$\begin{cases} f(x) \geq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \end{cases}$$

O comportamento de uma variável aleatória contínua é representado pela função $f(x)$, chamada de função densidade de probabilidade (*f.d.p.*) e as probabilidades associadas a variável X são calculadas a partir de áreas entre a curva $y = f(x)$ e o eixo x , veja Figura 14.

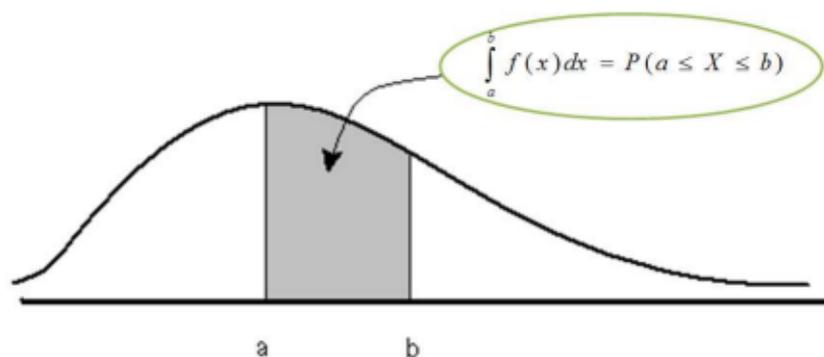


Figura 14 – Gráfico da função densidade de probabilidade.

Fonte: <https://www.est.ufmg.br/~marcosop/est031/aulas/Capitulo_4_1.pdf>

Observamos que:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

corresponde à área delimitada pela função $f(x)$, eixo do X e pelas retas $X = a$ e $X = b$.

2.4.2.1 Principais distribuições de probabilidades de variáveis aleatórias contínuas

Existem diversas distribuições de probabilidade, cada uma com sua própria função densidade de probabilidade (f.d.p.), usadas para modelar diferentes tipos de variáveis aleatórias contínuas. Vejamos a seguir quatro distribuições de probabilidade que existem e tem grande aplicabilidade em diversas áreas.

Distribuição Normal (Gaussiana): A função densidade de probabilidade (f.d.p.) da Distribuição Normal também conhecida como distribuição gaussiana ou curva de sino, descreve muitos fenômenos naturais e é fundamental em estatística e probabilidade. Uma de suas propriedades notáveis é o Teorema Limite Central (TLC), que tem aplicações significativas em várias áreas.

(BUSSAB; MORETTIN, 2005) asseguram que:

O TLC afirma que \bar{X} aproxima-se de uma normal quando n tende para o infinito, e a rapidez dessa convergência depende da distribuição da população da qual a amostra é retirada. Se a população original tem distribuição próxima da normal a convergência é rápida; se a população original se afasta muito de uma normal, a convergência é mais lenta, ou seja, necessitamos de uma amostra maior para que \bar{X} tenha uma distribuição aproximadamente normal.

Teorema 2.4.4. (TLC) Para amostras aleatórias simples (X_1, \dots, X_n) , retiradas de uma

população com média μ e variância σ^2 finita, a distribuição amostral da média \bar{X} aproxima-se, para n grande, de uma distribuição normal, com média μ e variância $\frac{\sigma^2}{n}$.

A Figura 15 apresenta uma sequência de imagens onde há uma aplicação do Teorema Central do Limite.

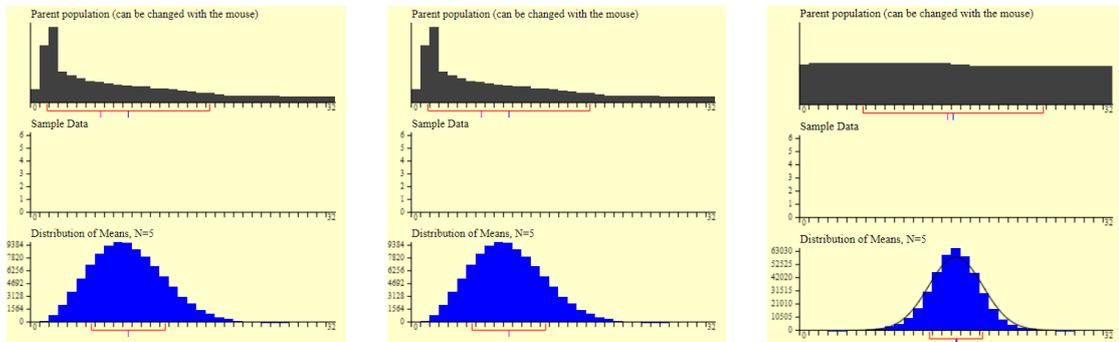


Figura 15 – Exemplo de aplicação do Teorema do Limite Central.

Fonte: <<https://www.zup.com.br/blog/teste-t-de-student>>

Notamos que a parte de cima da imagem, na cor cinza, há diferentes tipos de curvas de distribuição. E ao aplicar o Teorema do Limite Central chegamos às curvas que estão na parte de baixo da imagem, em azul. Percebemos que independente da forma inicial da curva, as distribuições convergem para uma mesma forma.

Utilizando-se do Teorema do Limite Central certificamos que a média das médias amostrais será igual à média da população original. Isso significa que, independentemente da forma da distribuição original, à medida que coletamos mais amostras e calculamos suas médias, a distribuição dessas médias se aproximará de uma distribuição normal com a mesma média que a população original.

Essa propriedade é fundamental porque permite que usemos a distribuição normal padrão para fazer inferências sobre a média populacional, mesmo quando não conhecemos a forma exata da distribuição da população original. Essa é uma das razões pelas quais a distribuição normal é frequentemente usada em estatística inferencial.

Uma variável aleatória contínua X tem Distribuição Normal de probabilidade se a sua f.d.p. é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2}, \text{ para } -\infty < x < +\infty$$

A f.d.p. Normal é definida por dois parâmetros: média populacional (μ) e desvio padrão populacional (σ) e a Figura 16 mostra o gráfico da função densidade de uma distribuição normal.

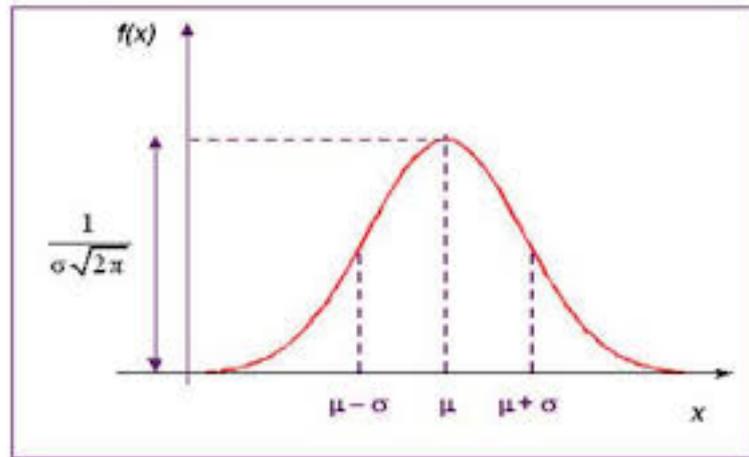


Figura 16 – Gráfico de uma distribuição Normal.

Fonte: <<https://encurtador.com.br/bfrG7>>

As principais características dessa função são:

- o ponto de máximo de $f(x)$ é o ponto $X = \mu$
- os pontos de inflexão da função são: $X = \mu + \sigma$ e $X = \mu - \sigma$
- a curva é simétrica em relação a μ
- $E(X) = \mu$ e $VAR(X) = \sigma^2$

Distribuição Exponencial: A função densidade de probabilidade da Distribuição Exponencial é frequentemente usada para modelar o tempo entre eventos em um processo de Poisson. Uma variável aleatória X tem distribuição exponencial de probabilidade se a sua f.d.p. é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda \cdot x}, & \text{se } x \geq 0, \\ 0, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

A Figura 17 mostra o gráfico da função densidade de uma distribuição exponencial.

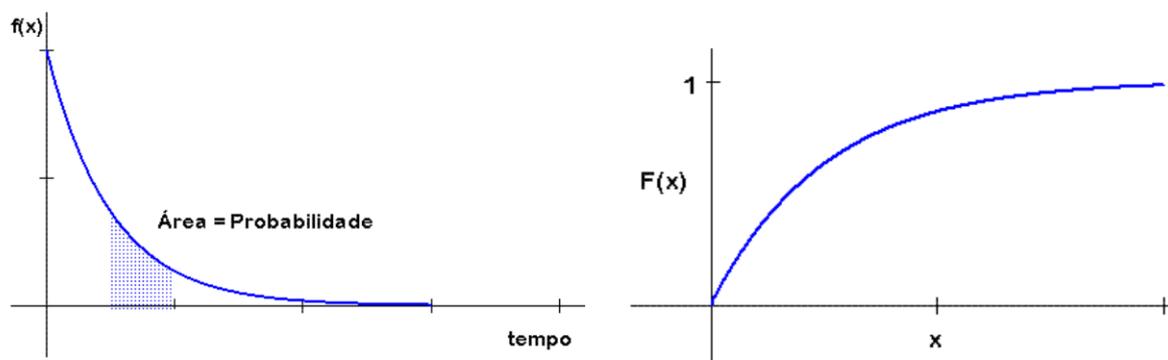


Figura 17 – Gráfico de uma distribuição Exponencial.

Fonte: <https://www.eecis.udel.edu/~portnoi/classroom/prob_estatistica/2006_2/lecture_slides/aula12.pdf>

Distribuição Uniforme: A função densidade de probabilidade da Distribuição Uniforme descreve uma variável aleatória que tem igual probabilidade de ocorrer em qualquer intervalo definido. A f.d.p. é constante dentro do intervalo e zero fora dele:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } a \leq x \leq b, \\ 0, & \text{se } x < a \text{ ou } x > b. \end{cases}$$

Onde:

- a é o limite inferior do intervalo.
- b é o limite superior do intervalo.

A Figura 18 mostra o gráfico da função densidade de uma distribuição uniforme.

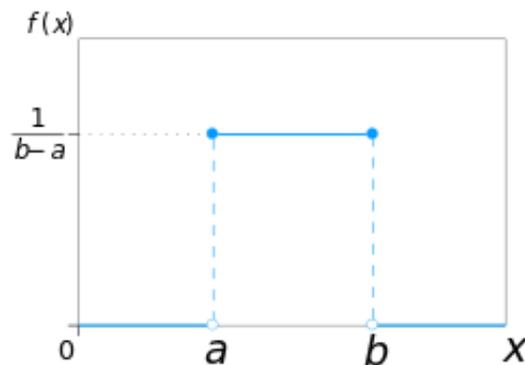


Figura 18 – Gráfico de uma distribuição Uniforme.

Fonte: <<https://encurtador.com.br/pvDM3>>

Distribuição Qui-Quadrado: Um uso comum da distribuição qui-quadrado é em testes qui-quadrado, que são utilizados para avaliar a relação entre variáveis categóricas em uma tabela de contingência. O teste compara as frequências observadas com as frequências esperadas e gera uma estatística qui-quadrado. Se essa estatística for significativa, pode-se rejeitar a hipótese nula de que não há relação entre as variáveis.

Definição 2.4.5. Uma variável aleatória X , com valores positivos, tem uma distribuição qui-quadrado com n graus de liberdade (gl) (denotada por $\chi^2(n)$), se sua densidade for dada por

$$f(X) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, & \text{quando } x > 0, \\ 0, & \text{quando } x \leq 0. \end{cases}$$

A Figura 19 mostra o gráfico da função densidade de uma distribuição qui-quadrado.

Distribuições Qui-quadrado:

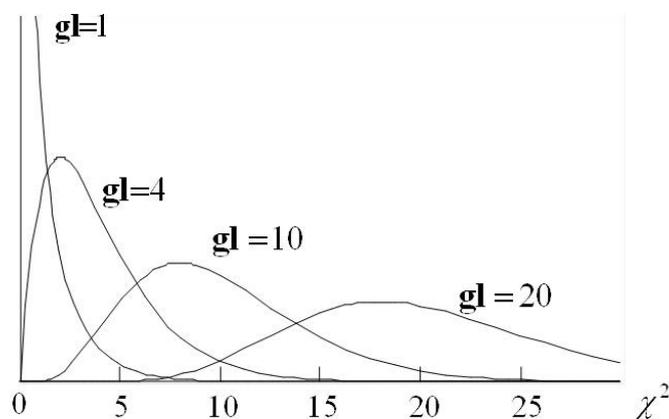


Figura 19 – Gráfico de uma distribuição qui-quadrado.

Fonte: <<https://slideplayer.com.br/slide/45581/>>

Além dessas, existem muitas outras distribuições que são usadas em estatística e probabilidade para modelar uma variedade de situações do mundo real.

2.5 ESTATÍSTICA INFERENCIAL

A estatística inferencial é um ramo da estatística que se concentra na tomada de decisões ou na formulação de conclusões a partir de dados amostrais. Ela envolve a aplicação de métodos estatísticos para fazer generalizações ou inferências sobre uma

população com base em informações coletadas de uma amostra da população. Sobre a estatística inferencial (MORETTIN, 2000) diz o seguinte:

Ao conjunto de técnicas e procedimentos que permitem dar ao pesquisador um grau de confiabilidade, de confiança, nas afirmações que faz para a população, baseadas nos resultados das amostras, damos o nome de **Inferência Estatística**.

A inferência estatística é fundamental em pesquisas, ciência e muitos outros campos, pois permite tirar conclusões significativas com base em dados limitados.

A Figura 20 a seguir apresenta um esquema que procura ilustrar como a estatística de inferência atua.

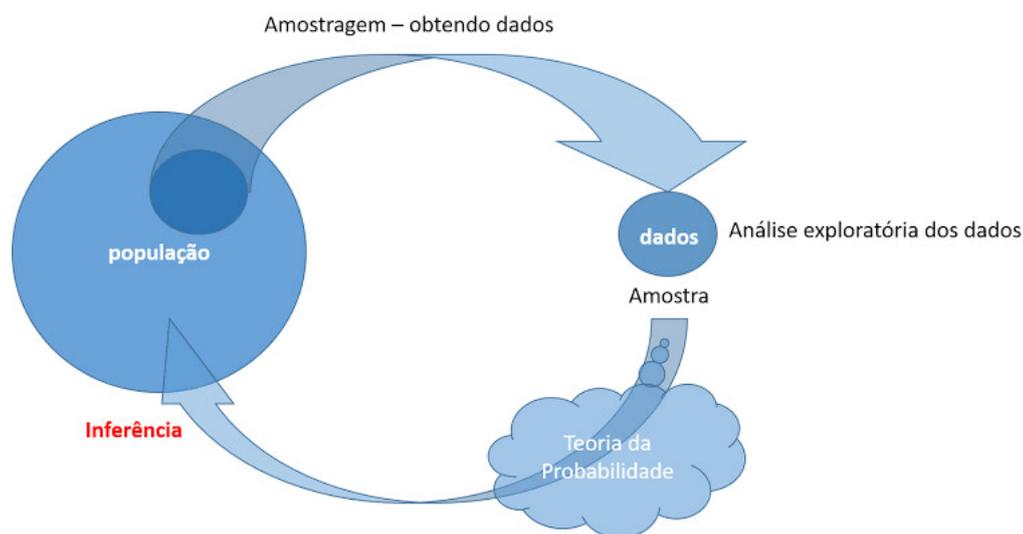


Figura 20 – Esquema estatístico.

Fonte: <<https://www.inf.ufsc.br/~andre.zibetti/probabilidade/estimacao-de-parametros.html>>

A inferência envolve a aplicação de técnicas estatísticas para estimar parâmetros⁵ populacionais, fazer previsões e testar hipóteses. Alguns dos principais conceitos e técnicas usados na inferência estatística incluem:

- **População e Amostra:** A população é o grupo completo que se deseja estudar. A amostra é um subconjunto da população que é efetivamente estudado.
- **Erro de Amostragem:** É a variabilidade natural que ocorre ao coletar dados da amostra. É importante entender a margem de erro associada às estimativas amostrais.

⁵ Parâmetros estatísticos são valores numéricos que resumem, descrevem ou caracterizam uma população de dados ou uma distribuição de probabilidade. Eles fornecem informações importantes sobre as propriedades fundamentais de um conjunto de dados.

- **Estimação de Parâmetros:** A inferência estatística permite estimar os parâmetros de uma população com base em dados amostrais. Isso inclui estimar a média, variância, proporção ou outros parâmetros populacionais.
- **Testes de Hipóteses:** Os testes de hipóteses são usados para avaliar se uma afirmação sobre uma população é estatisticamente suportada pelos dados amostrais. Isso envolve a formulação de uma hipótese nula (H_0) e uma hipótese alternativa (H_1) e a realização de testes estatísticos para aceitar ou rejeitar a hipótese nula.
- **Intervalos de Confiança:** O intervalo de confiança está sempre associado a um nível de confiança, pré-estabelecido. Esse nível de confiança é sempre complementar ao nível de significância. Os intervalos de confiança são usados para fornecer um intervalo estimado dentro do qual se espera que um parâmetro populacional esteja com uma certa probabilidade. Eles são úteis para fornecer uma faixa de valores possíveis em vez de um único valor pontual.

2.5.1 Estimação de parâmetros

Parâmetros são números descritivos que resumem uma característica da população, enquanto *estatísticas* são números calculados a partir dos dados da amostra e que estimam os parâmetros.

A Figura 21 apresenta os principais parâmetros e estatísticas.

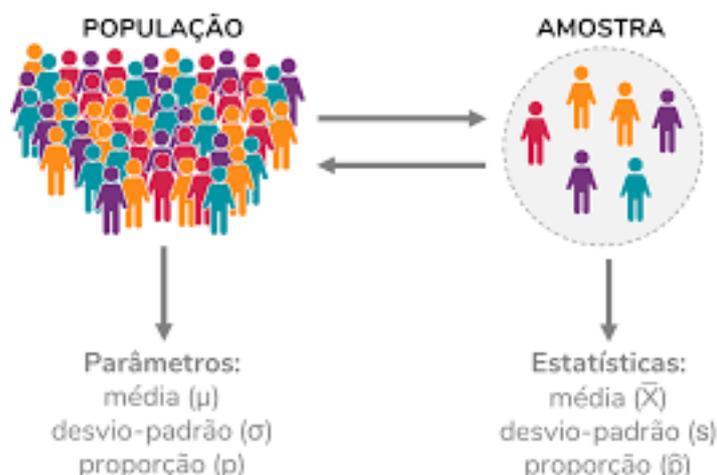


Figura 21 – Parâmetros e Estatísticas.

Fonte: <<https://fernandafperes.com.br/blog/intervalo-de-confianca/>>

Existem dois principais métodos de estimação de parâmetros:

1. **Estimação Pontual:** A estimação pontual envolve o cálculo de um único valor que é a melhor estimativa do parâmetro desconhecido. O valor estimado é frequentemente

chamado de “estimativa pontual”. Alguns exemplos de estimativas pontuais comuns incluem:

- Média Amostral (\bar{X}): Estimativa pontual da média populacional (μ).
- Proporção Amostral (\hat{p}): Estimativa pontual da proporção populacional (ρ).
- Desvio Padrão Amostral (s): Estimativa pontual do desvio padrão populacional (σ).
- Variância Amostral (s^2): Estimativa pontual da variância populacional (σ^2).

2. Estimação por Intervalo de Confiança: A estimação por intervalo de confiança envolve a criação de um intervalo de valores que contém o parâmetro de interesse com uma determinada probabilidade de confiança. Em vez de fornecer uma única estimativa, ele fornece uma faixa de valores possíveis para o parâmetro. O intervalo de confiança é frequentemente expresso como (Limite Inferior, Limite Superior), onde o parâmetro está “confiado” para cair dentro deste intervalo com uma certa probabilidade, denominada “nível de confiança”. Por exemplo, um intervalo de confiança de 95% para a média populacional (μ) significa que há uma probabilidade de 95% de que a média populacional esteja contida nesse intervalo.

A escolha entre estimação pontual e estimação por intervalo de confiança depende do que você deseja comunicar e da quantidade de incerteza associada à sua estimativa. A estimação pontual fornece uma única estimativa, enquanto a estimação por intervalo de confiança fornece uma medida de incerteza associada a essa estimativa.

Em ambos os casos, a qualidade das estimativas depende do tamanho da amostra, da representatividade da amostra e do método de estimação escolhido. Além disso, é importante entender a incerteza associada às estimativas e comunicar a precisão das estimativas ao tomar decisões informadas com base nos resultados.

2.5.2 Teste de hipóteses

Hipótese estatística é uma afirmação sobre um ou mais parâmetros da população e testes de hipóteses, também conhecidos como testes de significância, são procedimentos estatísticos usados para tomar decisões sobre uma afirmação (hipótese) feita sobre uma população com base em uma amostra de dados. Essas hipóteses podem ser sobre a média, variância, proporção ou outros parâmetros de uma distribuição populacional.

2.5.2.1 Procedimentos para o teste de hipóteses

O processo de teste de hipóteses envolve as seguintes etapas:

1. Formulação das hipóteses:

- **Hipótese Nula** (H_0) : É a afirmação que desejamos testar, ou seja, estamos colocando a prova. É comumente representada por H_0 .
- **Hipótese Alternativa** (H_1) : É a hipótese que será considerada aceitável, caso a hipótese nula seja rejeitada. Pode ser representada por H_1 .

2. Escolha do nível de significância (α) :

- O **nível de significância**, representado por (α), é a probabilidade de cometer um erro do Tipo I, ou seja, rejeitar a hipótese nula quando ela é verdadeira. É uma medida do risco que estamos dispostos a assumir para rejeitar H_0 . O valor comum para α é 0,05 (5%), mas pode variar dependendo do contexto.

3. Cálculo da estatística de teste:

- Com base nos dados da amostra, calcula-se uma **estatística de teste** apropriada, que é uma medida que ajuda a avaliar quão incompatível os dados são com a hipótese nula.

4. Determinação da região crítica:

- A **região crítica** é uma faixa de valores da estatística de teste onde rejeitamos a hipótese nula em favor da hipótese alternativa, caso a estatística de teste caia nessa região.

5. Tomada de decisão:

- Com base nos resultados do cálculo da estatística de teste, comparamos a estatística de teste com os valores críticos para **tomar uma decisão**. Se a estatística de teste estiver na região crítica, rejeitamos a hipótese nula; caso contrário, não temos evidências suficientes para rejeitar H_0 .

6. Conclusão:

- Com base na decisão tomada, concluímos sobre a validade ou rejeição da hipótese nula e interpretamos os resultados em termos do problema em questão.

2.5.2.2 Tipos de testes de hipóteses

Os testes de hipótese são uma parte fundamental da estatística inferencial e são usados para tomar decisões com base em dados amostrais. Eles podem ser classificados em três categorias principais, dependendo da forma da hipótese alternativa e da região de rejeição.

Testes bilaterais

Nesse tipo de teste, estamos interessados em detectar qualquer diferença ou efeito, seja ele maior ou menor que um valor de referência. A região de rejeição é dividida igualmente em ambos os lados da distribuição, e a decisão de rejeitar ou não a hipótese nula depende de quão longe a estatística de teste está do centro da distribuição.

$$\text{Para testes bilaterais } \begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta \neq \theta_0 \end{cases}$$

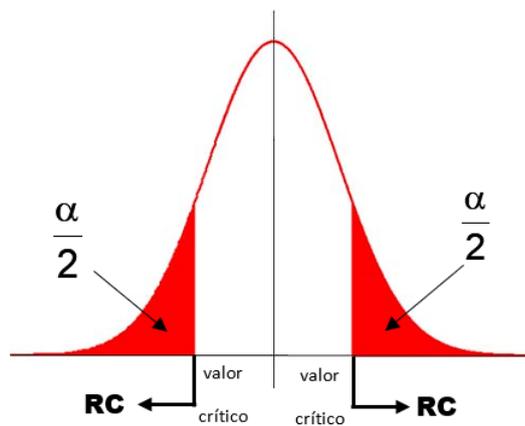


Figura 22 – Teste de hipótese bilateral.

Fonte: <<https://www.professorguru.com.br/estatistica/testes-de-hipoteses.html>>

Teste de Hipótese Unilateral à Direita

Nesse tipo de teste, estamos interessados apenas em detectar um efeito maior do que um valor de referência. A região de rejeição está concentrada em uma extremidade da distribuição, e a decisão de rejeitar a hipótese nula depende de quão longe a estatística de teste está na cauda direita da distribuição.

$$\text{Para testes unilaterais à direita } \begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta > \theta_0 \end{cases}$$

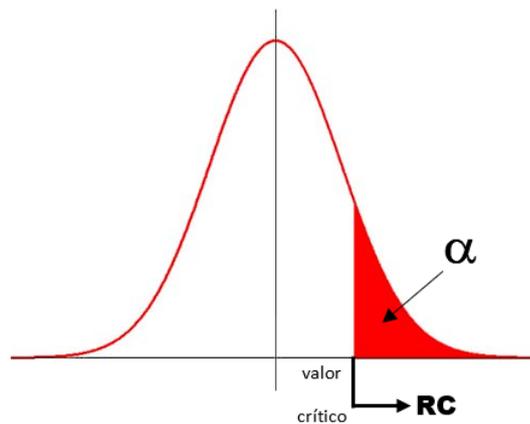


Figura 23 – Teste de hipótese unilateral a direita.

Fonte: <<https://www.professorguru.com.br/estatistica/testes-de-hipoteses.html>>

Teste de Hipótese Unilateral à Esquerda

Nesse tipo de teste, estamos interessados apenas em detectar um efeito menor do que um valor de referência. A região de rejeição está concentrada na outra extremidade da distribuição, ou seja, na cauda esquerda, e a decisão de rejeitar a hipótese nula depende de quão longe a estatística de teste está nessa cauda.

$$\text{Para testes unilaterais à esquerda} \begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta < \theta_0 \end{cases}$$

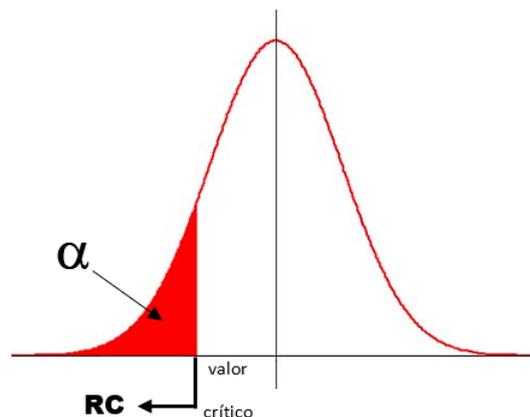


Figura 24 – Teste de hipótese unilateral a esquerda.

Fonte: <<https://www.professorguru.com.br/estatistica/testes-de-hipoteses.html>>

2.5.2.3 Teste de Hipótese para média (μ)

Em termos de variável aleatória, onde cada dado da amostra é entendido como a realização de uma variável aleatória com média μ e variância σ^2 , Z_t é a variável normalizada, isto é, tem média 0 e variância 1 e pelo Teorema do Limite Central, Z_t converge para a distribuição normal (0,1).

Teste de Hipótese para média (μ) e com variância (σ^2) conhecida a estatística de teste tem distribuição Normal e é dada pela seguinte equação:

$$Z_t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad (2.10)$$

Teste de Hipótese para média (μ) e com variância (σ^2) desconhecida a estatística de teste depende do tamanho da amostra.

- (i) Se $n \geq 30$, usa-se a distribuição Normal com s^2 :

$$Z_t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

- (ii) Se $n < 30$, usa-se a distribuição $t - Student$, com $\phi = n - 1$ graus de liberdade.

$$t_n = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

2.5.2.4 Teste de Hipótese para outros parâmetros

Variância (σ^2)

No teste de hipótese para variância (σ^2) a estatística teste tem distribuição Qui-Quadrado e pode ser calculada pela seguinte equação:

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

↓

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim X_{(n-1)}^2 \quad (2.11)$$

Proporção (ρ)

No teste de hipótese para proporção (ρ) a estatística teste tem distribuição Normal e pode ser calculada pela seguinte equação:

$$X \sim Bernoulli(p)$$

↓

$$Z_t = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p_0 \cdot (1 - p)}{n}}} \sim N(n - 1) \quad (2.12)$$

A escolha apropriada da estatística de teste, a definição das hipóteses e a interpretação dos resultados são fundamentais para realizar um teste de hipótese para média, variância ou proporção de maneira correta e significativa.

3 METODOLOGIA

A presente pesquisa se configura quanti-qualitativa, onde tanto elementos quantitativos quanto qualitativos são incorporados no processo de pesquisa, ou seja, nesse contexto, vamos atribuir valores numéricos a opiniões, percepções e informações coletadas durante a pesquisa. Isso permite a análise estatística e a identificação de padrões. Para a análise dos dados obtidos, vamos requerer o uso de recursos e de técnicas estatísticas (percentagem, média, desvio-padrão, teste de hipóteses etc.). Neste capítulo apresentaremos os métodos e procedimentos para a realização desta pesquisa.

3.1 COLETA DE DADOS

O universo da pesquisa compreende os alunos formados no PROFMAT/UFES no período de 2013 a 2022, totalizando 115 egressos. Destes, 49 responderam ao questionário (a forma de seleção desses egressos será tratada mais adiante), o que representa um percentual de 42,6 % de participação. A pesquisa possui margem de erro de 8,91% pontos percentuais e nível de confiança de 90%, tendo como base para esses resultados a fórmula geral para calcular o tamanho da amostra.

A coleta de dados para esta pesquisa se deu através de:

- dados oriundos de formulários de pesquisa, especialmente elaborados para esse fim e aplicados aos egressos do curso por meio do *Google Forms*;
- informações coletadas através de relatos e entrevistas com alguns egressos do programa;
- dados obtidos no site¹ da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP);
- dados obtidos através de pesquisa realizada no site² do PROFMAT/UFES e
- dados obtidos através de pesquisa realizada no site³ do PROFMAT.

A pesquisa adotou uma abordagem quantitativa e qualitativa, utilizando um questionário eletrônico (Apêndice A) para coletar os dados. O questionário foi desenvolvido pela própria autora e implementado através da ferramenta *Google Forms*. Ele consistiu em questões objetivas de múltipla escolha e questões subjetivas que incluíam espaço

¹ <https://www.obmep.org.br/premiados.htm>

² <https://matematica.redenacional.ufes.br/>

³ <https://profmatt-sbm.org.br/>

para sugestões, críticas e elogios ao curso. A análise dos dados foi conduzida utilizando estatística descritiva e inferencial. A coleta de dados ocorreu no período de 17/05/2023 a 31/05/2023, com uma segunda chamada realizada de 18/08/2023 a 30/08/2023.

Para iniciar o contato com os egressos, foi utilizada uma lista fornecida pela Coordenadoria de Registros Acadêmicos do PROFMAT/UFES, contendo os nomes e endereços de e-mail de todos os alunos formados no programa. Os egressos foram escolhidos para participar da pesquisa por meio de um sorteio realizado de forma aleatória no site <<https://sorteador.com.br/resultado>>. Aos egressos selecionados por sorteio, foram enviados e-mails explicando o propósito da pesquisa, ressaltando a importância de sua participação e fornecendo o link para acessar o questionário. Para aqueles que não responderam ao e-mail inicial, foi realizado contato telefônico e, em uma segunda tentativa, o link da pesquisa foi enviado novamente via *WhatsApp*, na esperança de obter suas respostas.

Considerando que o PROFMAT/UFES contava com 115 titulados no final do ano de 2022 e utilizando-se da fórmula abaixo para determinar o tamanho da amostra definiu-se que a amostra deveria ser de 89 egressos para um nível de confiança de 95% e uma margem de erro de 5%.

$$\text{Tamanho da amostra} = \frac{\frac{z^2 \times p(1-p)}{e^2}}{1 + \left(\frac{z^2 \times p(1-p)}{e^2 N}\right)}$$

Figura 25 – Fórmula para o cálculo do tamanho da amostra.

Fonte: <<https://www.redalyc.org/journal/147/14775278007/movil/>>

Os 89 egressos foram selecionados através de sorteio. Cada egresso foi associado a um número na listagem de titulados, que estava organizada em ordem alfabética. Após o sorteio, e-mails foram enviados para os 89 selecionados. No entanto, somente 33 egressos responderam dentro do prazo estabelecido, tornando necessária uma segunda chamada. Com essa segunda tentativa, obtivemos respostas de 49 dos 89 egressos sorteados, o que representa uma taxa de participação de 55%. Como nem todos os egressos sorteados participaram da pesquisa, a confiabilidade do estudo será de 90%, com uma margem de erro de 8,91%.

A amostra selecionada está bem representativa, uma vez que obtivemos respostas de egressos de todas as regiões do estado e de todas as edições do PROFMAT/UFES até o ano de 2019. Essa abrangência geográfica e temporal contribui para a diversidade e representatividade dos dados coletados.

A condução da pesquisa online nos ofereceu vantagens em comparação com métodos tradicionais de coleta de dados, mas também grandes desafios. Ela permitiu alcançar

os participantes mesmo que distantes. Os participantes puderam acessar a pesquisa a qualquer hora e de qualquer lugar, proporcionando conveniência e flexibilidade, o que pode aumentar a taxa de participação. As respostas foram mais honestas devido à anonimidade proporcionada pela internet, reduzindo o viés social associado às interações face a face.

O maior desafio enfrentado na condução desse tipo de coleta de dados foi conseguir com que os egressos respondessem a pesquisa, algumas situações podem contribuir para que isso aconteça. Por exemplo, os bancos de dados disponíveis podem não refletir a situação atual dos ex-alunos, apresentando informações desatualizadas. Isso destaca a importância de estratégias adicionais para localizar e contatar os egressos, como o uso de redes sociais.

Além disso, a questão da disponibilidade dos egressos é um desafio significativo. Muitos deles podem ter agendas ocupadas devido a compromissos profissionais, pessoais e acadêmicos. Essa realidade torna desafiador garantir que eles dediquem parte do seu tempo escasso para participar de questionários ou entrevistas. Estratégias como oferecer opções flexíveis de horários, utilizar plataformas de pesquisa online de fácil acesso e destacar a importância da participação para o aprimoramento do programa foram empregadas para mitigar esses desafios.

A compreensão desses obstáculos ressalta a importância de abordagens criativas e flexíveis na condução de pesquisas com egressos, visando obter dados mais abrangentes e representativos, contribuindo assim para uma análise mais completa e significativa dos impactos do PROFMAT/UFES na formação profissional de seus graduados.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Neste capítulo, apresentaremos o PROFMAT e, em seguida, realizaremos análises descritivas dos dados obtidos por meio da pesquisa, utilizando tabelas, gráficos e medidas descritivas. Ao longo da discussão dos resultados, apresentaremos as opiniões e sugestões deixadas pelos egressos ao responderem o questionário. Posteriormente, aplicaremos o teste de hipótese para média com variância populacional desconhecida, com o objetivo de confirmar ou refutar a hipótese pressuposta.

4.1 O PROFMAT - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

O *site* do PROFMAT diz:

O Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) é um programa de pós-graduação *stricto sensu* em Matemática, reconhecido e avaliado pela CAPES, credenciado pelo Conselho Nacional de Educação – CNE, validado pelo Ministério da Educação e conduzindo ao título de Mestre. (PROFMAT, 2022)

O Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT é um programa de mestrado semipresencial na área de Matemática com oferta nacional. Formado por uma rede de Instituições de Ensino Superior, no contexto da Universidade Aberta do Brasil/Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), é coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), com apoio do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA).

O PROFMAT surgiu mediante uma ação induzida pela CAPES junto à comunidade científica da área de Matemática, representada e coordenada pela SBM. Inspirado na experiência do PAPMEM - Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio, ofertado em rede pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) desde 2002, executado por meio de videoconferência via Internet.

Geralmente, cada instituição participante da rede do PROFMAT oferece o programa seguindo suas próprias diretrizes e estrutura, mantendo, no entanto, a base conceitual e as características principais do programa nacional. Trata-se de um mestrado profissional direcionado para professores de matemática em exercício no ensino básico, com o objetivo de proporcionar formação matemática aprofundada e relevante ao exercício da docência na Educação Básica.

O Profmat realiza seleções anuais, o Exame Nacional de Acesso (ENA), publicadas por meio de edital, que contém as orientações e informações necessárias, e seu conteúdo, previamente definidos e divulgados no site do Profmat <<http://www.profmat-sbm.org.br>>. O programa é uma iniciativa significativa para a valorização do professor e para o fortalecimento do ensino de matemática no país.

4.1.1 PROFMAT/UFES

O PROFMAT/UFES segue uma estrutura semelhante aos demais programas PROFMAT oferecidos em outras instituições e sua organização acadêmica é da seguinte maneira :

- Ensino: aulas presenciais, atividades remotas e exames nacionais;
- Disciplinas: 7 disciplinas obrigatórias e 2 disciplinas eletivas;
- Períodos Letivos: março-junho, agosto-novembro e janeiro-fevereiro (Verão);
- Exame de Qualificação: prova nacional versando sobre as quatro disciplinas básicas (ENQ);
- Dissertação: sobre tema específico pertinente ao currículo de Matemática da Educação Básica e de impacto na prática didática em sala de aula;
- Tempo de duração do mestrado: 2 anos;
- Diploma emitido pela UFES, após verificação da SBM de todos os requisitos necessários.

4.2 Resultados

Apresentaremos nesta seção a discussão dos resultados obtidos na pesquisa. Iremos interpretar e analisar os dados coletados, e também abrir espaço para uma reflexão crítica sobre as respostas obtidas.

I Seção

Nesta primeira seção vamos fazer uma análise da parte do questionário que se destinou a traçar o perfil do egresso do curso do PROFMAT/UFES e a sua atuação profissional.

- **Sexo**

O gráfico da Figura 26 mostra a distribuição por sexo dos egressos do PROFMAT/UFES.



Figura 26 – Gráfico da distribuição dos egressos de acordo com o sexo.

Fonte: Produção da própria autora.

Observamos pelo gráfico que a grande maioria dos egressos do PROFMAT/UFES são do sexo masculino, sendo 69 % dos egressos homens e 31 % mulheres.

- **Tipo de instituição de ensino que o egresso cursou a graduação**

O gráfico da Figura 27 mostra a distribuição dos egressos pelo tipo de instituição da sua graduação. Percebemos que 84 % dos egressos concluíram sua graduação em instituições públicas de ensino, enquanto que 14 % em instituições privadas e 2 % em outros tipos de instituições.

Tipo de instituição de ensino que o egresso cursou a graduação

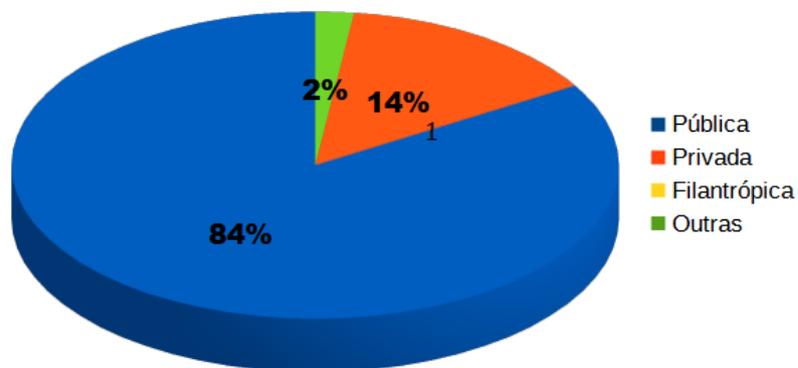


Figura 27 – Gráfico sobre o tipo de instituição que o egresso cursou a graduação.

Fonte: Produção da própria autora.

• **Tempo entre o final da graduação e o ingresso no PROFMAT/UFES**

O gráfico da Figura 28 mostra o tempo entre o final da graduação e o início do curso do PROFMAT/UFES.

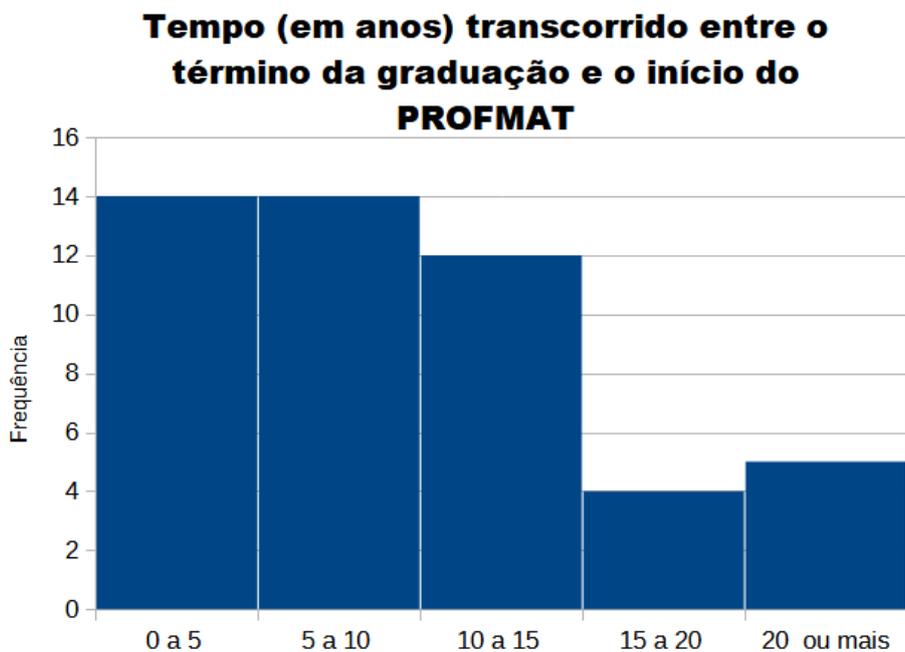


Figura 28 – Gráfico do tempo transcorrido entre a graduação e o início do PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

A pesquisa mostrou que 57,2% dos egressos iniciaram seus estudos no PROFMAT/UFES com menos de 10 anos após ter concluído a graduação e que 42,8% dos egressos havia mais de 10 anos do término da graduação. O intervalo de tempo entre a graduação e o início de um mestrado pode afetar o desempenho dos estudos, mas o impacto varia de pessoa para pessoa.

- **Motivação para fazer o PROFMAT/UFES**

O gráfico da Figura 29 mostra a principal motivação do egresso para buscar qualificação.

Motivação para qualificação

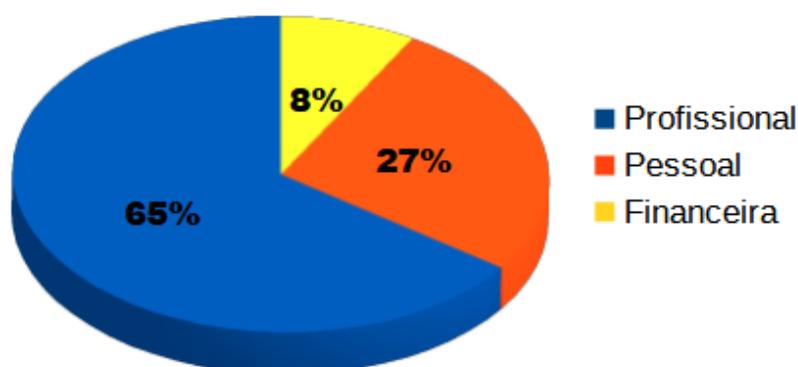


Figura 29 – Gráfico da principal motivação para qualificação do egresso.

Fonte: Produção da própria autora.

A motivação para buscar qualificação é única para cada pessoa e pode ser influenciada por uma combinação de fatores. Mas aqui percebemos a predominância da motivação profissional, seguida da motivação pessoal e em último a motivação financeira para a busca pela qualificação. Uma qualificação muitas vezes leva a melhores oportunidades de emprego, promoções e aumento salarial. Ela pode ser vista como um caminho para avançar na carreira e atingir metas profissionais.

- **Ano de ingresso e ano de conclusão no PROFMAT/UFES**

Os gráficos das Figuras 30 e 31 a seguir mostram os anos de ingresso e de conclusão dos egressos do PROFMAT/UFES.

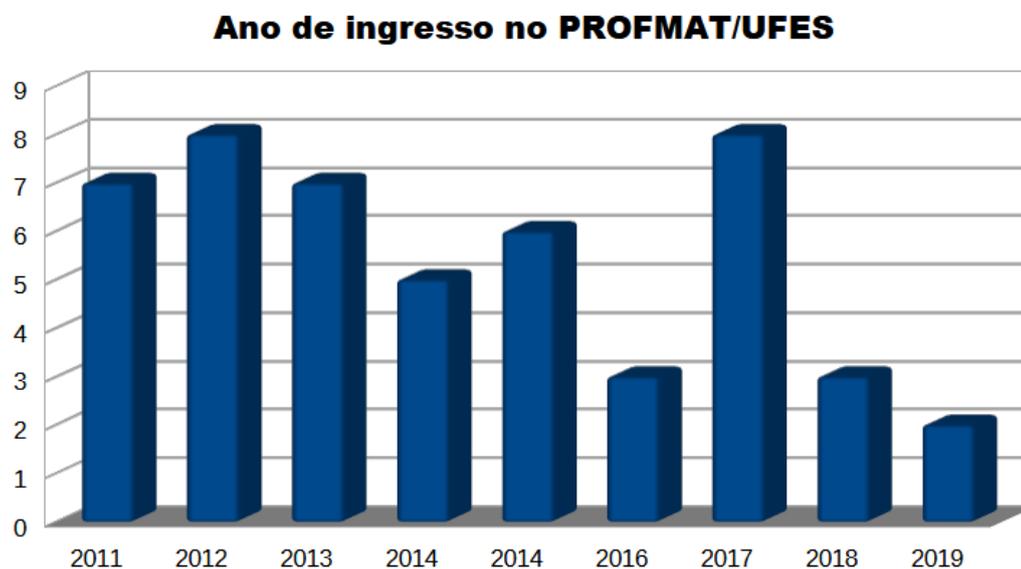


Figura 30 – Gráfico do ano de ingresso no PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

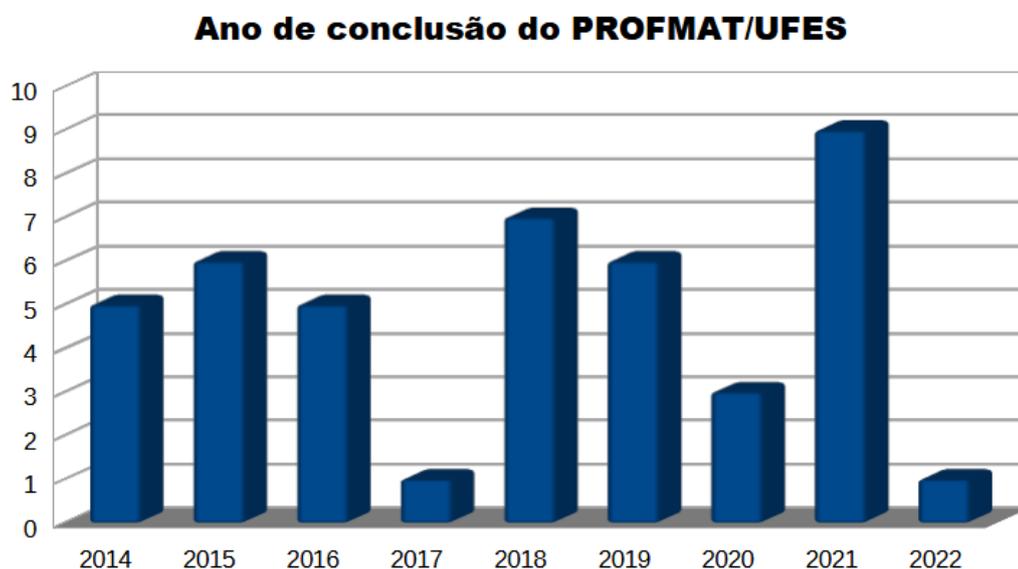


Figura 31 – Gráfico do ano de conclusão do PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

- **Atuação dos egressos**

O gráfico da Figura 32 evidencia a atuação da maioria dos egressos dentro do estado do Espírito Santo.

Estado Federativo de atuação dos egressos do PROFMAT/UFES

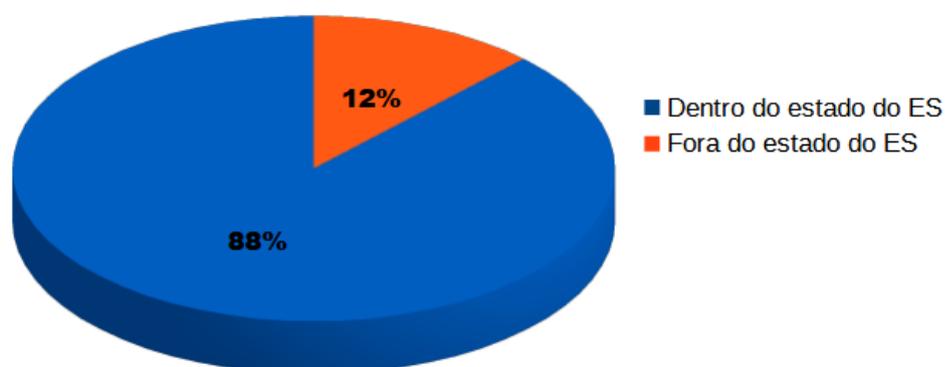


Figura 32 – Gráfico sobre o Estado Federativo de atuação dos egressos do PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

O mapa da Figura 33 mostra a distribuição dos egressos dentro do estado do Espírito Santo.

podemos ver no mapa estão com a cor mais destacada.

Os gráficos das Figuras 34 e 35 demonstram que a maioria dos egressos estão atuando na educação básica (Ensino Fundamental e Ensino Médio) exercendo a função de professor.



Figura 34 – Gráfico sobre a função que o egresso do PROFMAT/UFES exerce atualmente.

Fonte: Produção da própria autora.

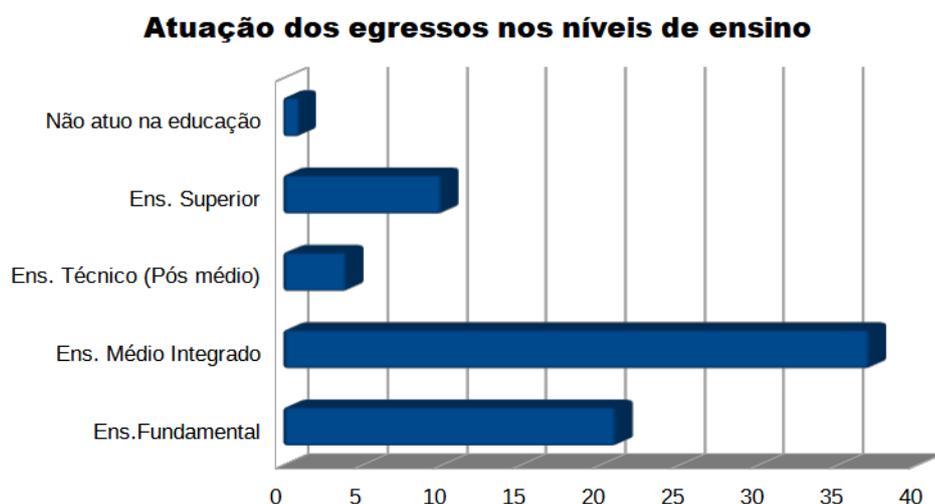


Figura 35 – Gráfico sobre a atuação dos egressos do PROFMAT/UFES pelos níveis de ensino.

Fonte: Produção da própria autora.

Ter professores qualificados na rede de ensino é de extrema importância, pois os educadores desempenham um papel fundamental no desenvolvimento educacional, intelectual e pessoal dos alunos. A presença de professores qualificados está correlacionada com melhores resultados acadêmicos dos alunos. Professores que dominam o assunto e

sabem como transmitir o conhecimento tendem a ter um impacto positivo no desempenho geral dos alunos. O PROFMAT/UFES, sem dúvidas, contribui para a formação de profissionais que irão atuar diretamente no ensino básico do estado. Uma base sólida construída no ensino básico é essencial para o sucesso nos níveis educacionais posteriores. Professores qualificados preparam os alunos com habilidades de leitura, escrita, raciocínio lógico e outras competências essenciais.

Este estudo mostra que a maioria dos egressos do curso do PROFMAT/UFES continuam atuando como professor e dentro do estado do Espírito Santo, independente da rede de ensino, e principalmente continuam atuando no ensino básico. Professores qualificados no ensino básico são os construtores fundamentais do futuro da sociedade. Eles moldam a próxima geração de cidadãos, líderes e profissionais, e a qualidade da educação que proporcionam tem um impacto duradouro no progresso e no desenvolvimento da sociedade como um todo.

- **Redes de ensino de atuação dos egressos antes e depois do PROFMAT/UFES**

Os gráficos das Figuras 36 e 37 mostram as redes de ensino de atuação dos egressos antes e depois do PROFMAT/UFES.

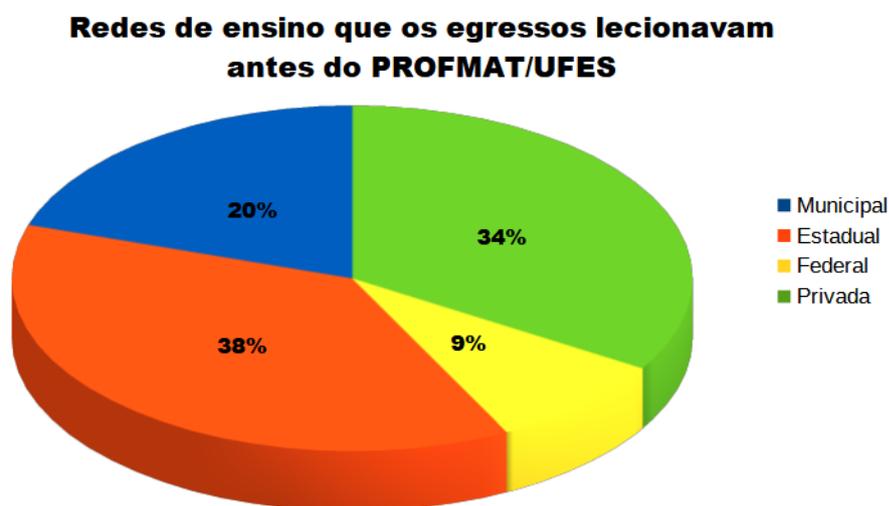


Figura 36 – Gráfico sobre as redes de ensino que os egressos lecionavam antes do PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

Redes de ensino que os egressos lecionam após o PROFMAT/UFES

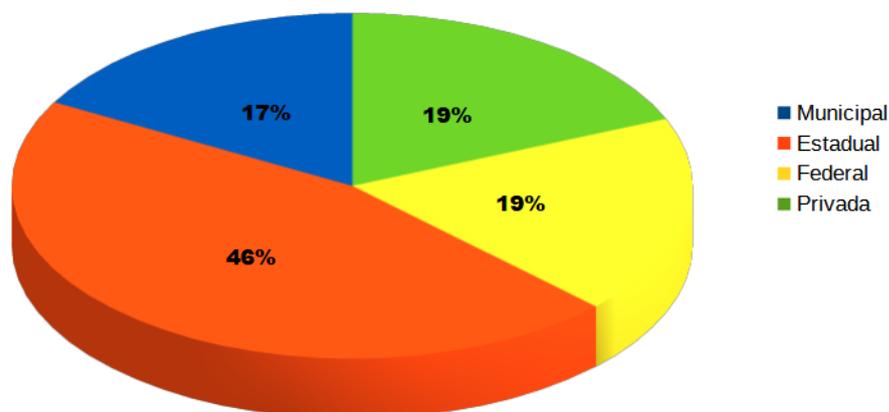


Figura 37 – Gráfico sobre as redes de ensino que os egressos lecionam após o PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

Percebemos através da pesquisa que houve uma queda considerável de atuação do professor na rede privada de ensino após a conclusão do PROFMAT/UFES e um aumento na atuação do professor na rede federal de ensino.

Um dos egressos deixou o seguinte depoimento no campo “**Digite aqui algo que você julga importante destacar sobre sua trajetória acadêmica (antes/durante/depois do PROFMAT)**” da pesquisa:

Após minha passagem pela UFES, consegui viver outra vida. Hoje tenho melhor salário trabalho em um Instituto Federal com reconhecimento e um bom plano de carreira.

Outro escreveu ainda:

O profmat foi o divisor de águas, antes professor do fundamental II, no município, do ensino médio no Gov. de Estado e superior na rede Particular, agora professor na IF¹.

II Seção

Nesta segunda seção vamos fazer uma análise da parte do questionário que se destinou a captar informações dos egressos durante o tempo em que estavam cursando o PROFMAT/UFES.

- **Carga horária de trabalho/ Redução de carga horária durante o curso do PROFMAT/UFES e tempo de dedicação ao curso**

¹ IF- Instituto Federal

Fazer um mestrado é um desafio significativo, mas também uma oportunidade empolgante de aprofundar seus conhecimentos e desenvolver habilidades de pesquisa avançadas. Os gráficos das Figuras 38, 39, 40 e 41 evidenciam o gerenciamento do tempo destinados ao trabalho, a liberação para cursar o mestrado e a dedicação ao curso.

Carga horária de trabalho semanal dos egressos durante o PROFMAT/UFES

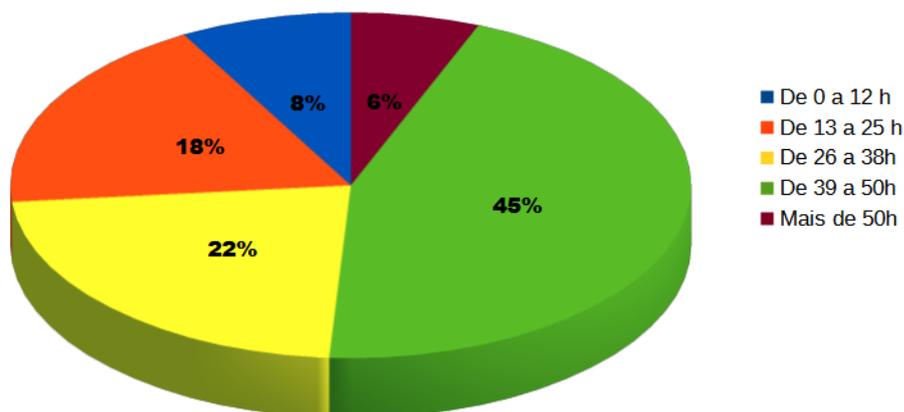


Figura 38 – Gráfico sobre a carga horária de trabalho semanal dos egressos durante o PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

Liberação das atividades profissionais durante o curso do PROFMAT/UFES

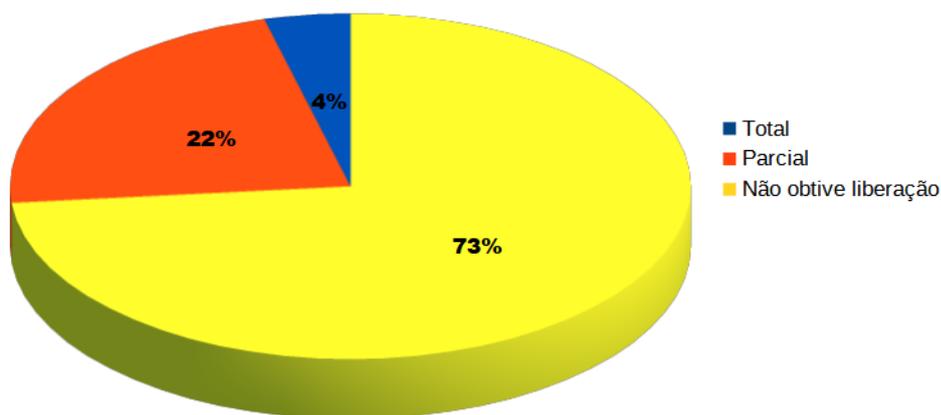


Figura 39 – Gráfico sobre a liberação dos egressos durante o curso do PROFMAT/UFES das suas atividades profissionais.

Fonte: Produção da própria autora.

Satisfação com a redução de carga horária

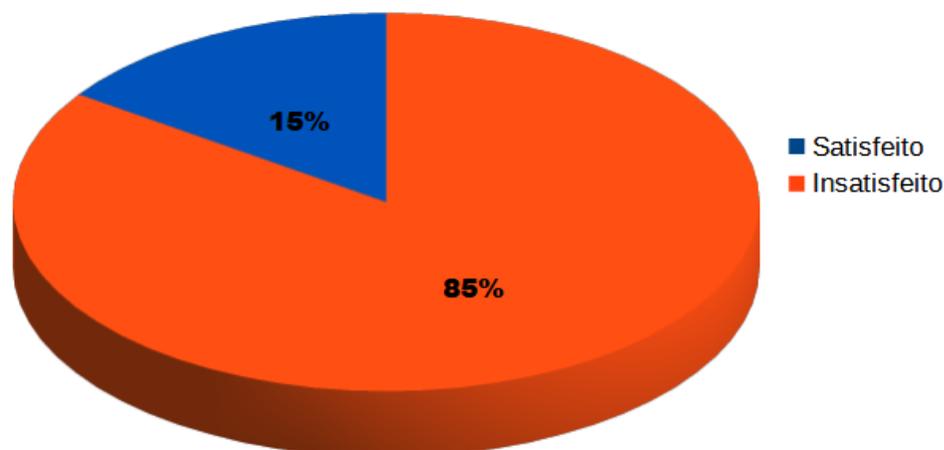


Figura 40 – Gráfico sobre a satisfação dos egressos com relação a liberação das suas atividades profissionais durante o PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

Observamos pelos gráficos que mais de 70% dos egressos tinham carga horária semanal superior a 25 horas durante o tempo em que cursavam o PROFMAT/UFES. E 73% não obtiveram redução de carga horária de trabalho para cursar o PROFMAT/UFES. Dos 22% dos egressos que obtiveram redução parcial da sua jornada de trabalho, mais de 80% julga essa redução insuficiente para cumprir satisfatoriamente com as obrigações do curso.

Como podemos observar no gráfico da Figura 41 quase 70% dos egressos dedicavam apenas 15 horas semanais ou menos aos estudos pertinentes ao curso.

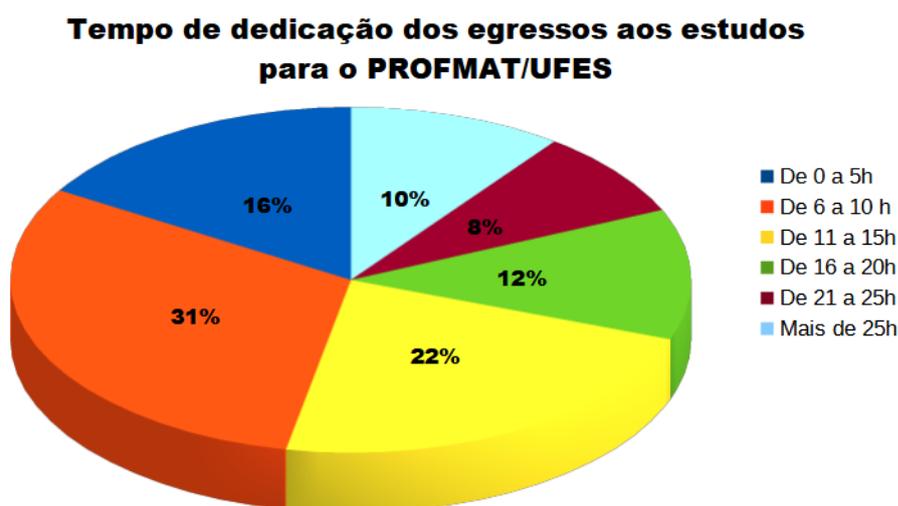


Figura 41 – Gráfico sobre a dedicação semanal dos egressos com estudos pertinente ao PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

Fazer um mestrado enquanto continua a trabalhar como professor em sala de aula pode ser um desafio significativo devido às demandas concorrentes de ambas as responsabilidades. Um mestrado geralmente requer um compromisso considerável de tempo, incluindo aulas, estudos e pesquisa. Equilibrar essas atividades com o ensino em sala de aula pode ser difícil. O ensino em sala de aula já é uma profissão que pode ser emocionalmente e fisicamente exigente. Adicionar as demandas de um mestrado pode levar à exaustão, prejudicando a qualidade do ensino e a saúde do professor. A pressão de realizar bem as atividades tanto do trabalho quanto dos estudos pode causar estresse mental. Os professores podem se sentir sobrecarregados com a necessidade de lidar com prazos de trabalhos acadêmicos e com a preparação de aulas.

Nem todas as escolas ou sistemas de ensino fornecem apoio adequado para professores que desejam buscar um mestrado. A falta de apoio financeiro, licenças remuneradas ou flexibilidade de horário pode tornar a busca do mestrado mais difícil. A carga de trabalho adicional de um mestrado pode limitar o tempo para interações sociais e atividades fora do trabalho e dos estudos, o que pode levar ao isolamento e até mesmo ao adoecimento.

A falta de tempo é uma das dificuldades mais comuns enfrentada pelos estudantes de mestrado e como vemos no gráfico da figura abaixo ela foi citada por mais de 70% dos egressos do PROFMAT/UFES, seguida da dificuldade de terminar a dissertação, aproximadamente 49%, e o deslocamento para participar das aulas 38,7%.

A Figura 42 apresenta a opinião dos egressos sobre as maiores dificuldades encontradas durante o curso.

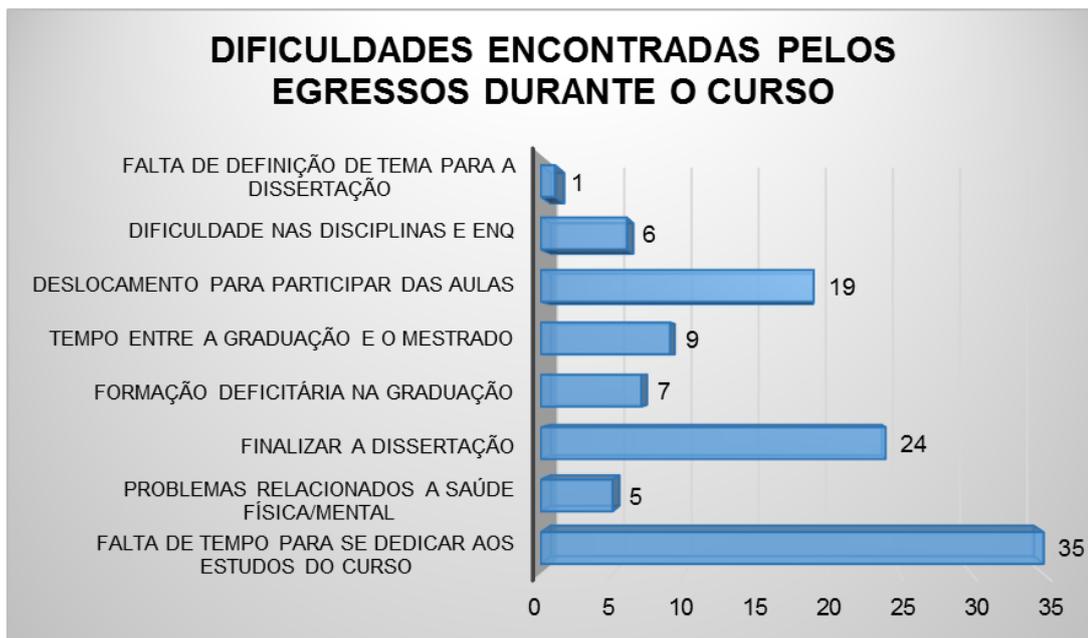


Figura 42 – Gráfico sobre as maiores dificuldades encontradas pelos egressos durante o PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

- **Diálogo entre teoria e prática e embasamento para a prática**

As Figuras 43 e 44 manifestam a opinião dos egressos em relação a comunicação entre as disciplinas abordadas no PROFMAT/UFES e a prática profissional e ao embasamento dos conteúdos para a prática.



Figura 43 – Gráfico sobre a visão dos egressos sobre o curso do PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

**Percepção do egresso quanto ao embasamento
para a prática ofertado pelo PROFMAT/UFES**

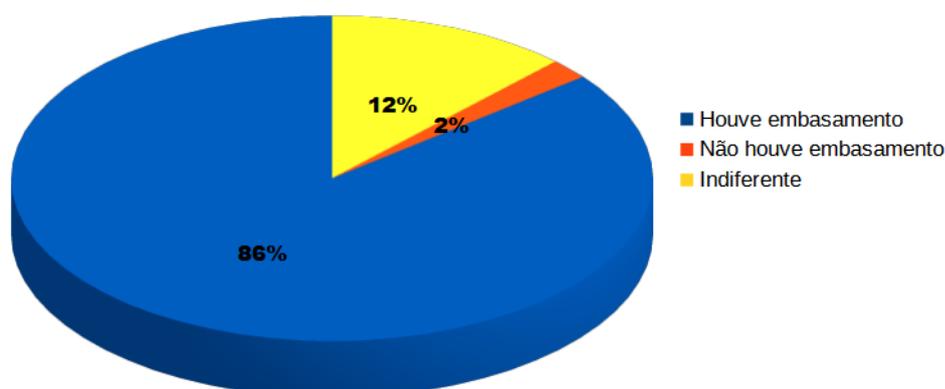


Figura 44 – Gráfico sobre a visão dos egressos sobre o curso do PROFMAT/UFES.....

Fonte: Produção da própria autora.

A integração entre as disciplinas de um programa de mestrado e a vivência profissional é uma parte essencial da experiência educacional de muitos estudantes. Esse diálogo pode ser extremamente enriquecedor e vantajoso. Dos egressos que responderam ao questionário 78% perceberam esse diálogo entre as disciplinas e a sua vivência profissional e 86% acreditam que os conteúdos abordados durante o curso propiciaram embasamento para a sua prática enquanto profissional.

O depoimento de um dos egressos no campo *“Na sua opinião qual a importância do PROFMAT para sua formação profissional e pessoal?”* da pesquisa vem reafirmar essa conclusão. O egresso escreve:

“O PROFMAT foi muito importante, pois proporcionou uma segurança maior em sala de aula de alguns conteúdos de ensino médio que não foram abordados de forma tão profunda na graduação, principalmente com as disciplinas do primeiro ano.”

Outro egresso também aponta que obteve maior segurança com o conteúdo a ser ministrado nas aulas. Ele deixou a seguinte escrita no campo *“Na sua opinião qual a importância do PROFMAT para sua formação profissional e pessoal?”*: *“Segurança no trabalho dos conteúdos do Ensino Médio.”*

III Seção

Nesta terceira e última seção vamos fazer uma análise da parte do questionário que se destinou a captar informações dos egressos após o PROFMAT/UFES.

- Contribuições do PROFMAT/UFES para a qualificação do professor

A Figura 45 apresenta a opinião dos egressos sobre a contribuição do PROFMAT/UFES para a qualificação da prática profissional.



Figura 45 – Gráfico sobre a contribuição do PROFMAT/UFES para a qualificação profissional dos egressos.

Fonte: Produção da própria autora.

A Figura 46 apresenta a avaliação da postura profissional do egresso após a conclusão do PROFMAT/UFES.



Figura 46 – Gráfico sobre a avaliação da postura profissional do egresso após a conclusão do PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

Um mestrado pode ter um impacto significativo na qualificação da prática profissional, fornecendo conhecimento, habilidades e oportunidades que melhoram a competência e a eficácia dos profissionais em suas respectivas áreas. Mais de 95% dos egressos garantem que o PROFMAT/UFES contribuiu para a qualificação da sua prática profissional e que

a sua postura como professor/profissional após a conclusão do PROFMAT/UFES está melhor.

- **Possíveis impactos do PROFMAT/UFES na prática profissional dos egressos**

Os egressos respondentes da pesquisa foram questionados sobre os possíveis impactos do PROFMAT/UFES na prática profissional, sendo assim conduzidos a realizar uma avaliação aos indicadores de impactos que lhes foram propostos. Foi escolhido como forma de avaliação a escala numérica de 0 (zero) a 5 (cinco) pontos, o número selecionado indicará o grau de impacto do curso na vida profissional do egresso na opinião dos respondentes. Aqui utilizamos a *Escala Likert*, também conhecida como escala de Likert, que é um tipo de escala de resposta psicométrica frequentemente empregada em questionários e é amplamente utilizada em pesquisas de opinião. Ao responder a um questionário que utiliza essa escala, os participantes indicam seu grau de concordância com uma determinada afirmação. Os valores de pontuação foram personalizados nas seguintes opiniões:

Opinião	Pontuação
Péssimo	0
Muito ruim	1
Ruim	2
Bom	3
Muito bom	4
Excelente	5

Tabela 8 – Notas personalizadas.

Fonte: Produção da própria autora.

As notas que os egressos respondentes concederam aos indicadores dos possíveis impactos do PROFMAT/UFES na prática profissional dos mesmos foram organizadas conforme a tabela 8 e apresentadas a seguir. As notas 0, 1 e 2 correspondem a opinião *Ruim*, enquanto a nota 3 corresponde a opinião *Bom* e as notas 4 e 5 à opinião *Excelente*.

A tabela 8 apresenta a avaliação dos egressos aos possíveis indicadores de impacto do PROFMAT/UFES no desempenho profissional.

Indicador	Ruim	Bom	Excelente
Novos métodos e técnicas de trabalho	0 %	30,6 %	69,4 %
Mudança na prática dentro do contexto escolar	2 %	32,7 %	65,3 %
Maior segurança com o conteúdo a ser ensinado	2 %	10,2 %	87,8 %
Mais facilidade em trabalhar com projetos matemáticos	8,1 %	40,8 %	51,1 %
Despertar de um pensamento crítico sobre a prática	6,1 %	18,4 %	75,5 %
Possibilidades de novas conquistas no campo científico	2 %	34,7 %	63,3 %
Média total	3,37 %	27,9 %	68,73 %

Tabela 9 – Avaliações atribuídas pelos egressos aos indicadores de impacto do PROFMAT/UFES.

Fonte: Produção da própria autora.

Outras situações foram destacadas pelos egressos como impactos do PROFMAT/UFES na prática profissional, dentre elas destacamos a motivação do egresso para o incentivo à pesquisa junto aos estudantes.

- **Possíveis impactos da formação dos egressos no PROFMAT/UFES no desempenho dos alunos/escola**

Os egressos respondentes da pesquisa foram questionados sobre os possíveis impactos da sua formação no PROFMAT/UFES no desempenho dos seus alunos e/ou escolas em que atuam, sendo assim conduzidos a realizar uma avaliação aos indicadores de impactos que lhes foram propostos. Foi escolhido como forma de avaliação a escala numérica de 1 (um) a 5 (cinco) pontos, o número selecionado indicará a intensidade da opinião do respondente. Os valores de pontuação foram personalizados nas seguintes opiniões:

Opinião	Pontuação
Muito ruim	1
Ruim	2
Bom	3
Muito bom	4
Excelente	5

Tabela 10 – Notas personalizadas.

Fonte: Produção da própria autora.

As notas que os egressos respondentes concederam aos indicadores dos possíveis impactos da formação dos mesmos no PROFMAT/UFES no desempenho dos seus alunos/escola foram organizadas conforme a tabela 11 apresentada a seguir. As notas 1 e 2 correspondem a opinião *Ruim*, ou seja, o egresso acredita que a sua formação no PROFMAT/UFES não tenha gerado impacto positivo no desempenho dos alunos/escola, enquanto a nota 3 corresponde a opinião *Bom* e as notas 4 e 5 à opinião *Excelente*, isto é, o egresso acredita fortemente que sua formação no PROFMAT/UFES tenha gerado impacto positivo no desempenho dos seus alunos/escola.

Indicador	Ruim	Bom	Excelente
Maior participação dos alunos em competições Matemáticas	24,4 %	24,5 %	51,1 %
Maior número de alunos premiados na OBMEP	36,8 %	24,5 %	38,7 %
Menor número de reprovações na disciplina	38,8 %	14,3 %	46,9 %
Melhor desempenho no PAEBES	26,5 %	28,6 %	44,9 %
Inserção dos alunos em projetos	34,7 %	26,5 %	38,8 %
Maior número de aprovações em vestibulares	26,6 %	26,5 %	46,9 %
Média total	31,3 %	24,15 %	44,55 %

Tabela 11 – Avaliações atribuídas pelos egressos aos indicadores de impacto da sua formação no PROFMAT/UFES no desempenho dos seus alunos/escola.

Fonte: Produção do próprio autor.

O resultado apresentado na tabela 11 nos chama a atenção para o fato de que, aproximadamente, 70% dos egressos avaliaram positivamente (*Bom e Excelente*) os possíveis indicadores de impacto da formação dos egressos no PROFMAT/UFES no desempenho dos alunos/escola.

A pesquisa evidenciou que os egressos vem tentando despertar em seus alunos o interesse pela Matemática, com o incentivo à participação em competições Matemáticas e a pesquisa, mas para que os alunos tenham uma passagem exitosa pela educação se faz necessário a contribuição positiva de outros fatores que são importantes para o processo educacional. Os egressos, em sua maioria, aproximadamente 70 % (de acordo com o gráfico da figura 47), estão de alguma forma inseridos em projetos educacionais nas instituições em que atuam ou fora dela.

O gráfico da Figura 47 evidencia os projetos e programas no qual os egressos do PROFMAT/UFES estão inseridos.



Figura 47 – Gráfico sobre a participação dos egressos em projetos.

Fonte: Produção da própria autora.

Os resultados do gráfico da figura 47 nos chama a atenção para o grande envolvimento do professor egresso do PROFMAT/UFES com as competições matemáticas e em especial a OBMEP.

Desde a 1ª edição da OBMEP, em 2005, nota-se o crescimento do desempenho dos estudantes capixabas. Das 742.628 premiações (medalhas e menções honrosas) distribuídas pela OBMEP no Brasil, os estudantes do Espírito Santo faturaram 18.041 premiações, o que equivale a aproximadamente 2,41% do total de medalhas e menções honrosas.

Quando consideramos somente as conquistas em medalhas, das 85.132 medalhas distribuídas no país inteiro, os estudantes capixabas obtiveram 2.152 conquistas. Esse número equivale a 2,52% do universo de medalhas distribuídas em todas edições da OBMEP.

No gráfico da Figura 48 apresentamos as medalhas conquistadas pelos estudantes capixabas em todas as edições da OBMEP:

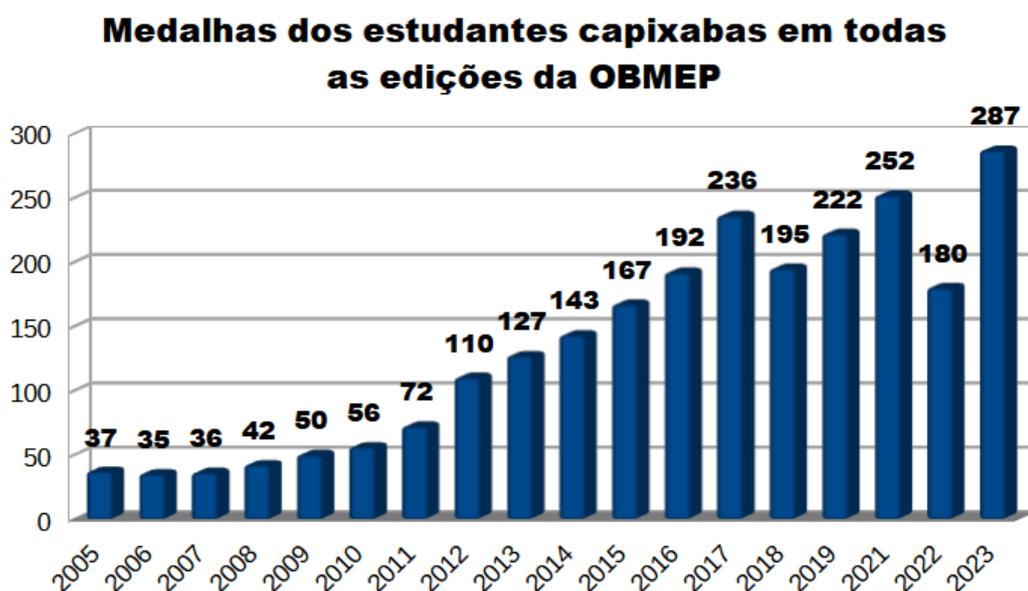


Figura 48 – Medalhas dos estudantes capixabas em todas as edições da OBMEP (2005 a 2023).

Fonte: Produção da própria autora com base nos dados obtidos do ([Premiados da OBMEP, 2023](#)).

O desempenho dos alunos no ambiente escolar pode ser influenciado por uma ampla gama de fatores que interagem de maneira complexa. Existem fatores individuais do aluno como motivação, habilidades e estilo de aprendizado, assim também como a saúde física e mental do aluno e o seu bem estar. Fatores sociais e familiares também tem sua contribuição no desenvolvimento do aluno. A influência dos pais e da família na motivação e apoio aos estudos é significativa. A cultura da comunidade e as expectativas sociais em relação à educação desempenham um papel fundamental na determinação do valor atribuído à educação. Existem, também, fatores educacionais, como a qualidade do

ensino, o ambiente de aprendizado e o apoio educacional. Para (MACHADO et al., 2008) “Variáveis referentes à família do aluno são relevantes, como também as que descrevem a escola ou mesmo os municípios ou regiões onde se localizam as escolas.”

Portanto, não se pode atribuir somente ao professor e a sua qualificação ou não o desempenho dos alunos no ambiente escolar, mas sem dúvida o professor qualificado pode contribuir significativamente com o fator educacional imprimindo aos seus alunos um ensino de qualidade e oportunizando novas conquistas nas áreas do conhecimento. Entretanto a pesquisa nos revela que a maioria dos egressos do PROFMAT/UFES acreditam estarem impactando positivamente os seus alunos e os estimulam quanto a participação em olimpíadas de matemática, em especial a OBMEP. Corroborando com esta situação temos o fato da crescente conquista de medalhas na OBMEP pelos estudantes capixabas, muitos sob a influencia de seus professores que são egressos do curso. Ver figura 48.

• Processo de formação acadêmica

No que diz respeito ao prosseguimento da formação acadêmica 76% dos egressos dizem ter interesse em cursar um doutorado, enquanto 18% afirmam não ter interesse em cursar o doutorado e 6% já estão a cursar o doutorado.

O gráfico da Figura 49 mostra o interesse dos egressos do PROFMAT/UFES em dar continuidade a sua qualificação ou não cursando o doutorado.

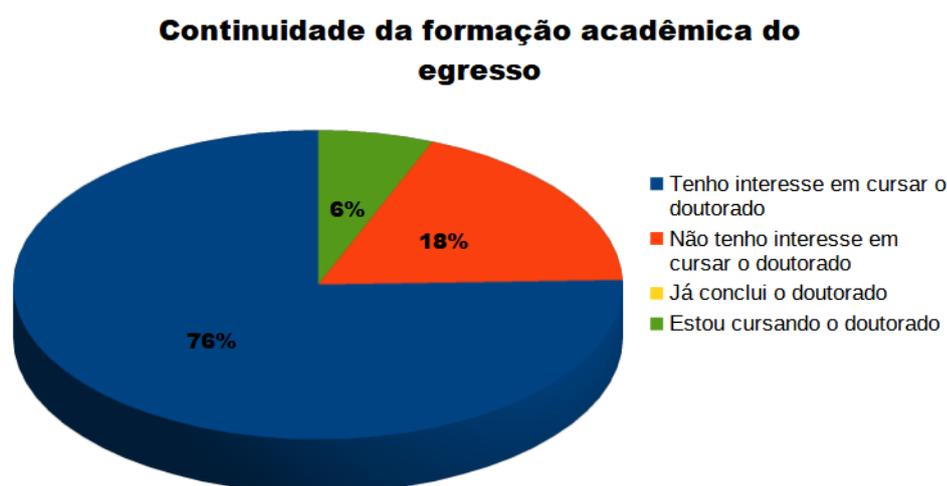


Figura 49 – Gráfico sobre o interesse em cursar o doutorado.

Fonte: Produção da própria autora.

A pesquisa nos mostra a alta relevância do curso do PROFMAT/UFES para a educação e os seus impactos na vida profissional dos egressos e nas escolas em que atuam. Ao serem questionados sobre a indicação do curso a outros professores a resposta foi sim de maneira unânime.

O gráfico da Figura 50 mostra a opinião do egresso em indicar ou não o curso do PROFMAT/UFES a alguém.



Figura 50 – Gráfico sobre a opinião do egresso do PROFMAT/UFES em indicar ou não o curso a alguém.

Fonte: Produção da própria autora.

Ter professores qualificados na rede de ensino é de extrema importância, pois os educadores desempenham um papel fundamental no desenvolvimento educacional, intelectual e pessoal dos alunos. A presença de professores qualificados está correlacionada com melhores resultados acadêmicos dos alunos. Professores que dominam o assunto e sabem como transmitir o conhecimento tendem a ter um impacto positivo no desempenho geral dos alunos. Este estudo revelou que o PROFMAT/UFES, sem dúvidas, contribui para a formação de profissionais que irão atuar, na sua maioria, diretamente no ensino básico do estado do Espírito Santo. Uma base sólida construída no ensino básico é essencial para o sucesso nos níveis educacionais posteriores. Professores qualificados preparam os alunos com habilidades de leitura, escrita, raciocínio lógico e outras competências essenciais.

4.3 INFERINDO RESULTADOS

A inferência estatística é uma poderosa ferramenta que nos permite ir além das observações diretas e extrair conclusões valiosas a partir de dados amostrais. Ela desempenha um papel fundamental em pesquisas científicas, auxiliando os pesquisadores a tirar inferências sobre uma população inteira com base em informações limitadas de uma

amostra representativa. Nesta seção vamos explorar como a inferência estatística é aplicada em pesquisas, de modo particular na pesquisa feita com os egressos do PROFMAT/UFES.

4.4 Inferência estatística aplicada à pesquisa com os egressos do PROFMAT/UFES

Retomaremos à pesquisa feita com os egressos do curso do PROFMAT/UFES. A população seria o total de egressos até o final do ano de 2022, que era de 115 egressos. Em vez de pesquisar todos os membros dessa população, coletamos uma amostra representativa, que são os 49 egressos que responderam a pesquisa. Em seguida, vamos aplicar técnicas estatísticas para analisar essa amostra e tirar conclusões sobre a população maior da qual a amostra foi retirada.

Utilizaremos as avaliações dos egressos na seção “**Possíveis impactos do PROFMAT na sua prática profissional: Maior segurança com o conteúdo a ser ensinado**” para aplicar a inferência estatística a pesquisa.

A Figura 51 apresenta o gráfico com as notas atribuídas pelos egressos, numa escala de 0 a 5, ao indicador de impacto do PROFMAT/UFES na prática profissional “**Maior segurança com o conteúdo a ser ensinado**”.

Sobre os possíveis impactos do PROFMAT na sua prática profissional III: Maior segurança com o conteúdo a ser ensinado.

49 respostas

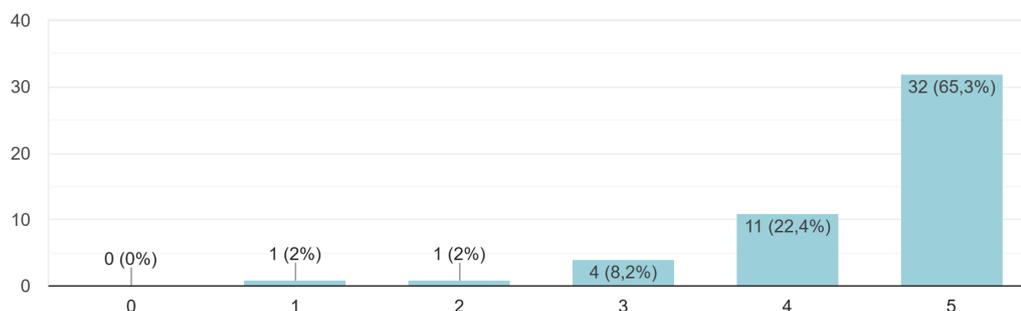


Figura 51 – Possíveis impactos do PROFMAT/UFES na prática profissional do egresso.

Fonte: Produção da própria autora.

A Tabela 12 apresenta as informações do gráfico da figura 51 de maneira mais organizada.

Observamos que mais de 95 % dos egressos avaliaram esse indicador com nota igual ou superior a 3, deixando cada vez mais evidente a forte contribuição do PROFMAT/UFES para o embasamento da prática profissional dos seus egressos.

Nota	fr_i	Fr_i	fr_i %	Fr_i %
0	0	0	0 %	0 %
1	1	1	2,04 %	2,04 %
2	1	2	2,04 %	4,08 %
3	4	6	8,16 %	12,24 %
4	11	17	22,44 %	34,68 %
5	32	49	65,3	100 %
Total	49		100 %	

Tabela 12 – Notas atribuídas pelos egressos ao indicador de impacto: “Maior segurança com o conteúdo a ser ensinado”.

Fonte: Produção da própria autora.

A partir das avaliações apresentadas no gráfico da figura 51 e da tabela 12 podemos extrair algumas informações importantes sobre a amostra estudada.

Média Aritmética

A média aritmética das notas atribuídas pelos egressos ao indicador de impacto: “Maior segurança com o conteúdo a ser ensinado” pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 11 \cdot 4 + 32 \cdot 5}{49} = \frac{219}{49} = 4,46$$

Portanto, a média aritmética das notas atribuídas pelos egressos ao indicador de impacto do PROFMAT/UFES na prática profissional é de $\bar{x} = 4,46$.

Variância Amostral (s^2)

A variância amostral das notas atribuídas pelos egressos ao indicador de impacto: “Maior segurança com o conteúdo a ser ensinado” pode ser calculada da seguinte maneira:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (4.1)$$

A recomendação de usar $n - 1$ no denominador do cálculo da variância amostral ao invés de n como se faz no cálculo da variância populacional é devido a necessidade de uma correção que está relacionada com o número de graus de liberdade dessa estatística.

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{32 \cdot (0,54)^2 + 11 \cdot (-0,46)^2 + 4 \cdot (-1,46)^2 + 1 \cdot (-2,46)^2 + 1 \cdot (-3,46)^2 + 0 \cdot (-4,46)^2}{49 - 1} = \\ &= \frac{9,3312 + 2,3276 + 8,5264 + 6,0516 + 11,9716}{49 - 1} = \frac{38,2084}{48} = 0,79 \end{aligned}$$

Portanto, a variância da distribuição é 0,79.

Desvio Padrão Amostral (s)

O desvio padrão amostral das notas atribuídas pelos egressos ao indicador de impacto: “Maior segurança com o conteúdo a ser ensinado” pode ser calculada da seguinte maneira:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Utilizando da variância calculada anteriormente temos:

$$s = \sqrt{0,79} = 0,89$$

Logo, o desvio padrão da distribuição é 0,89.

Para resolver a questão que será abordada a seguir utilizaremos o **Teste de Hipótese para média (μ) com variância populacional desconhecida**. Segundo (REIS, 2008) para a realização deste teste é necessário supor, que a variável de interesse segue uma distribuição normal na população: isso significa que a distribuição amostral da média também será normal, permitindo realizar a inferência estatística paramétrica e, supõe-se também, que a amostra é representativa da população e foi retirada de forma aleatória.

Consideremos a seguinte situação:

Acredita-se que o indicador de impacto do PROFMAT/UFES na prática profissional dos egressos “**Maior segurança com o conteúdo a ser ensinado**” obtenha nota igual ou superior a 4,5 numa escala de 0 a 5, pelos seus egressos. Uma amostra de 49 egressos foi consultada, obtendo-se a média amostral igual a 4,46 e desvio padrão amostral igual a 0,77. Sendo o nível de significância de 5%, os dados confirmam ou não a hipótese?

Quando a variância populacional é desconhecida temos dois casos a se considerar:

- **Quando $n \geq 30$:** usa-se a Distribuição Normal, ou seja, se a amostra contar com 30 ou mais elementos utiliza-se a Distribuição Normal.
- **Quando $n < 30$:** usa-se a Distribuição T-Student, ou seja, se a amostra contar com menos de 30 elementos utiliza-se a Distribuição T-Student.

Como na situação em questão toma-se uma amostra de 49 egressos, ou seja, $n \geq 30$ usaremos a Distribuição Normal.

Passo 1: Definir hipóteses

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 4,5 \\ H_1 : \mu < 4,5 \end{cases}$$

No caso temos um teste unilateral a esquerda.

Passo 2: Calcular a *Estatística de Teste* (Z_{Teste})

A Estatística de Teste (Z_T) para Teste de Hipóteses para Média (μ) com variância populacional desconhecida se calcula da seguinte maneira:

$$n = 49 \quad \bar{x} = 4,46 \quad s = 0,79$$

$$Z_T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{4,46 - 4,5}{\frac{0,79}{\sqrt{49}}} = \frac{-0,04}{\frac{0,79}{7}} = \frac{-0,04}{0,11} = -0,3636\dots$$

Passo 3: Definir a região crítica

Vamos calcular o valor crítico (X):

$\alpha = 5\%$ é o nível de significância, portanto:

$$X = -Z_{1-\alpha} = -Z_{1-0,05} = -Z_{0,95}$$

Olhando esse valor na Tabela de Distribuição Normal [B](#), temos que:

$$X = -Z_{0,95} = -1,645$$

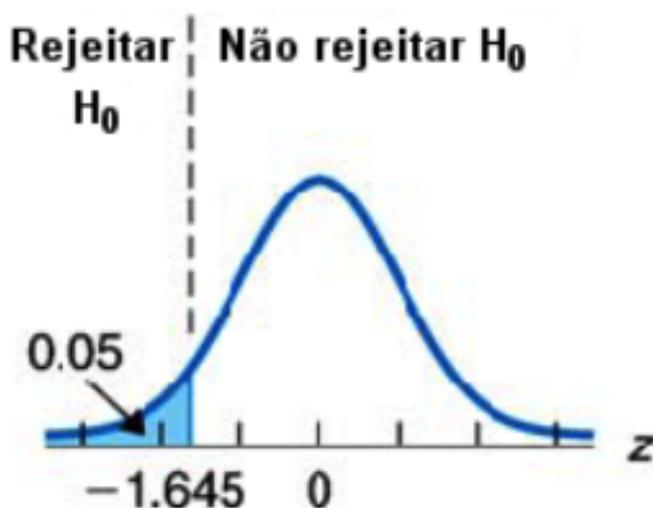


Figura 52 – Teste Unilateral à Esquerda.

Fonte: <<https://fumachi.mat.br/2022/11/09/teste-de-hipoteses/>>

Passo 4: Tomada de decisão e conclusão

O limite da área da região crítica (RC) é o valor de $Z_{\alpha} = Z_{5\%} = -1,645$, o valor de $Z_{T_{este}} = -0,363636\dots$ está na região de RNR (Região de Não Rejeição).

$$Z_T > Z_{\alpha} \implies \text{Não rejeitar } H_0$$

Portanto, não podemos rejeitar H_0 e assim se confirma a hipótese de que os egressos do curso avaliam o indicador “**Maior segurança com o conteúdo a ser ensinado**” com nota igual ou superior a 4,5.

Sendo assim, através das informações obtidas da amostra dos 49 egressos podemos tirar conclusões para a população toda, ou seja, os 115 egressos.

5 TRAJETÓRIA EXITOSA DE ALGUNS EGRESSOS

5.1 Iúna

- Paulo Célio (Iúna - EEEFM P. AFONSO BRAZ)
Tema da dissertação: **Diversificando o Ensino de Matemática com ênfase na Resolução de Problemas.**
Orientador: Florêncio Ferreira Guimarães Filho
Ano de ingresso: 2013
Ano de conclusão: 2016

Paulo Célio Aguiar é professor na rede estadual do Espírito Santo, lecionando na EEEFM Padre Afonso Braz, localizada no município de Iúna. O educador relata que seu trabalho de estímulo aos estudantes interessados em matemática teve início dentro da sala de aula. Ao identificar alunos com habilidades especiais, oferecia a eles desafios adicionais para serem resolvidos após a conclusão das atividades regulares, sempre os incentivando a se prepararem para as provas da OBMEP. Mais tarde, o professor passou a desempenhar o papel de Professor Orientador de Iniciação Científica em Matemática (PicMat¹) no município de Iúna.

Sobre o PROFMAT/UFES, no campo “**Digite aqui algo que você julga importante destacar sobre sua trajetória acadêmica (antes/durante/depois do PROFMAT)**” o docente destaca:

O PROFMAT foi um divisor de águas na minha carreira. Me tornar mestre em Matemática atuando numa escola de interior, me fez sentir mais confiança, ser mais respeitado pelos alunos e toda comunidade escolar.

Na Figura 53 vemos alunos e professores do PicMat/23 de Iúna em um dos encontros presenciais da turma.

¹ O Projeto de Iniciação Científica de Matemática é uma ação que visa transmitir aos estudantes a cultura da matemática básica, as técnicas da leitura e da escrita de resultados, por meio de Resolução de Problemas. Todos os anos, por meio de editais específicos, em diversos municípios do Espírito Santo, são ofertadas vagas para estudantes participarem dos encontros de aprofundamento de estudos de Matemática, nos Polos de Iniciação Científica de Matemática (PicMat).



Figura 53 – Professores e alunos do PicMat/23 de Iúna.

Fonte: Site do Matemática na Rede ([MATEMÁTICA NA REDE, 2023](#)).

O gráfico da Figura 54 apresenta o número de medalhas conquistadas pelos estudantes do município de Iúna ao longo das edições -2005 a 2022- da OBMEP.



Figura 54 – Medalhas conquistadas pelos estudantes do município de Iúna.

Fonte: Produção da própria autora com dados obtidos do site da OBMEP.

Observamos pelo gráfico apresentado na Figura 54 que a primeira medalha do município foi conquistada no ano de 2012. A partir de 2017, notamos um aumento nas conquistas de medalhas, com uma ressalva para o ano de 2022. A EEEFM Padre Afonso Braz, por sua vez, obteve sua primeira medalha em 2015².

O gráfico da Figura 55 apresenta o número de medalhas separadas em ouro, prata e bronze conquistadas pelos estudantes do município de Iúna ao longo das edições -2005 a 2022- da OBMEP.

² Dados extraídos do site da OBMEP

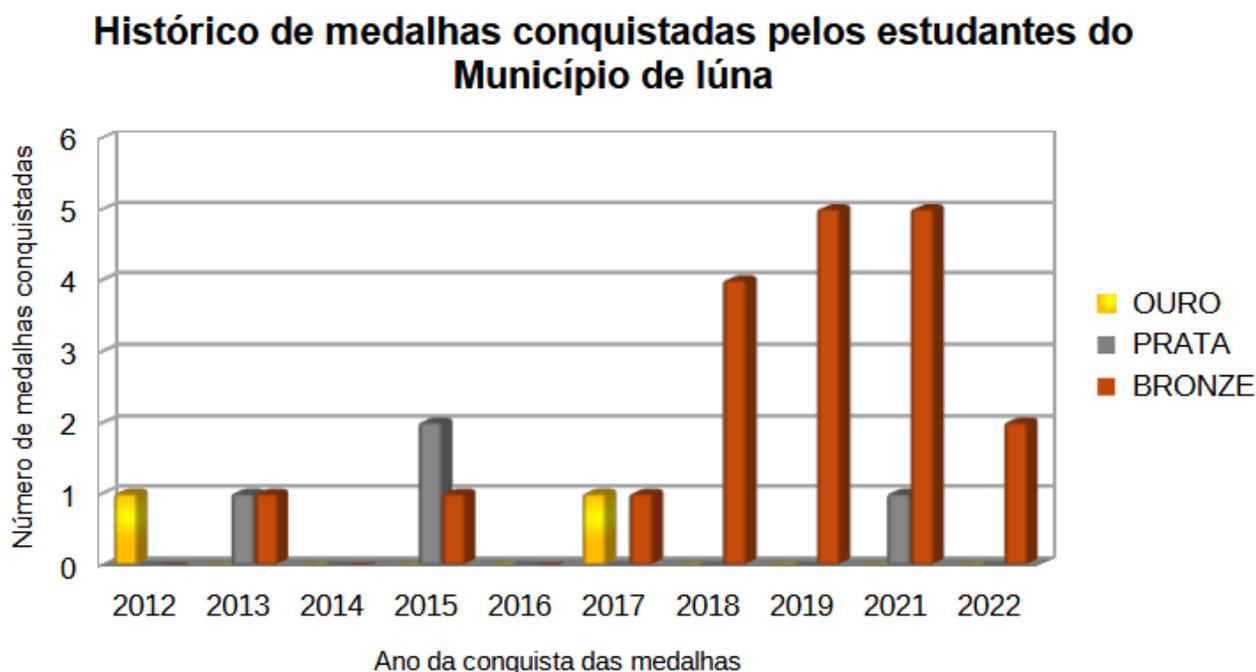


Figura 55 – Medalhas conquistadas pelos estudantes do município de Iúna (ouro, prata e bronze).

Fonte: Produção da própria autora com base nos dados obtidos do site da OBMEP.

No gráfico retratado na Figura 55, é possível verificar que o município conquistou duas medalhas de ouro, nas edições de 2012 e 2017.

5.2 Pedro Canário

- Fabrício Oliveira Souza (Pedro Canário - EEEF DR EDWARD ABREU DO NASCIMENTO)

Tema da dissertação: **O Teorema de Pick: uma Nova Abordagem Sobre Áreas de Figuras Planas para o Ensino Básico.**

Orientador: Florêncio Ferreira Guimarães Filho

Ano de ingresso: 2011

Ano de conclusão: 2013

Fabrício Oliveira Souza atua como professor na rede estadual de ensino do Espírito Santo, na EEEF DR EDWARD ABREU DO NASCIMENTO, localizada no município de Pedro Canário. Ele desempenha diversas funções, sendo responsável pela inscrição e aplicação da 1ª fase da OBMEP na escola. Além disso, atua como Professor do PIC da OBMEP, Professor do OBMEP na Escola (ONE) e desempenha a função de Coordenador regional do PicMat.

O gráfico da Figura 56 apresenta o número de medalhas conquistadas pelos estudantes do município de Pedro Canário ao longo da edições -2005 a 2022- da OBMEP.

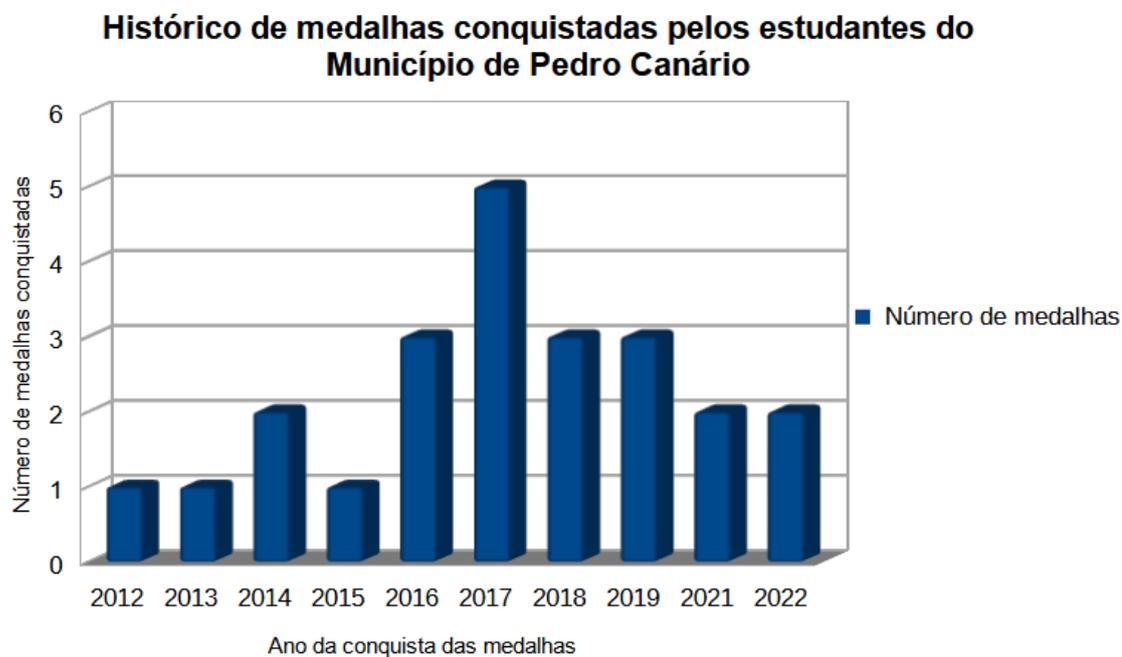


Figura 56 – Medalhas conquistadas pelos estudantes do município de Pedro Canário.

Fonte: Produção da própria autora com base nos dados obtidos do site da OBMEP.

Pelo gráfico 56 notamos que o município também teve sua primeira conquista no ano de 2012 e a partir desse ano sempre obteve medalhas nas edições seguintes da OBMEP.

O gráfico da Figura 57 apresenta o número de medalhas conquistadas pelo município de Pedro Canário separadas em ouro, prata e bronze.

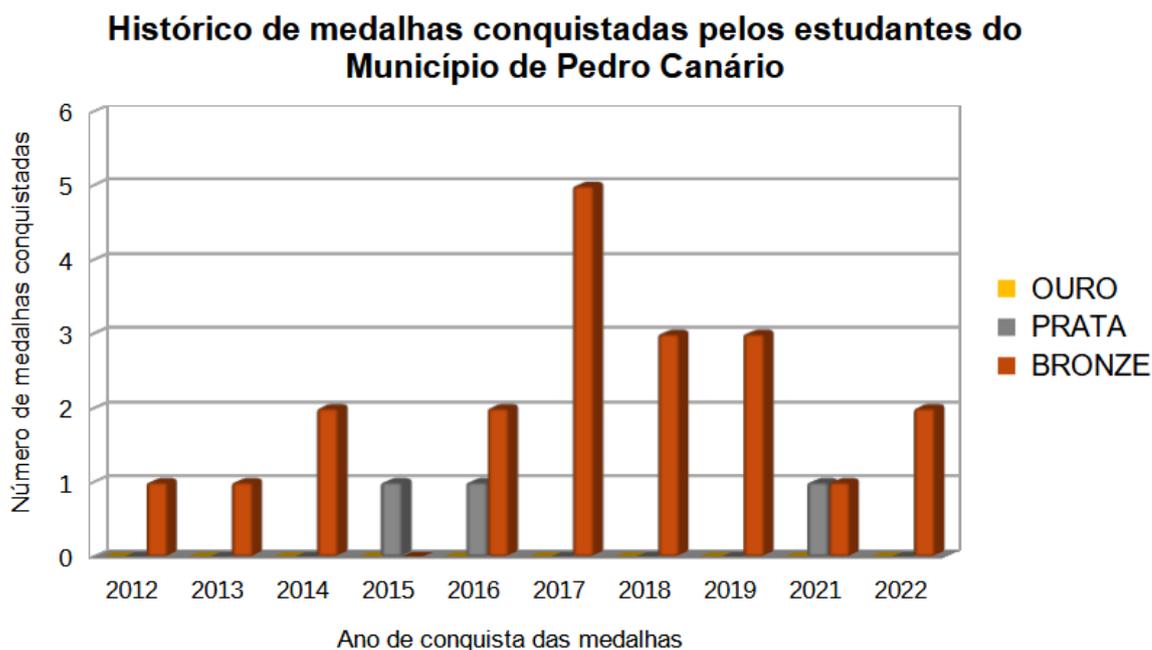


Figura 57 – Medalhas obtidas pelos estudantes do município de Pedro Canário (ouro, prata e bronze).

Fonte: Produção da própria autora com dados obtidos do site da OBMEP.

Apesar de o município ainda não ter conquistado sua primeira medalha de ouro, as conquistas de medalhas de prata e bronze têm se mostrado consistentes ao longo das edições da olimpíada.

5.3 Vila Pavão

- Fábio Moser (Vila Pavão - EEEFM PROF^a ANA PORTELA DE SÁ)
 Tema da dissertação: **Aplicação de Conceitos de Geometria e Estatística à Construção e Utilização do Pluviômetro Tipo Pet.**
 Orientador: Moacir Rosado Filho
 Ano de ingresso: 2011
 Ano de conclusão: 2013

Fábio Moser é professor na rede estadual de ensino do Espírito Santo, lecionando na EEEFM PROF^a ANA PORTELA DE SÁ, localizada no município de Vila Pavão. Ele desempenha funções como responsável pela inscrição e aplicação da 1^a fase da OBMEP na escola, além de atuar como Professor do PicMat.

O gráfico da Figura 58 apresenta o número de medalhas conquistadas pelos estudantes

do município de Vila Pavão ao longo das edições -2005 a 2022- da OBMEP.



Figura 58 – Medalhas conquistadas pelos estudantes do município de Vila Pavão.

Fonte: Produção da própria autora com dados obtidos do site da OBMEP.

O gráfico da Figura 59 apresenta o número de medalhas conquistadas pelo município de Vila Pavão separadas em ouro, prata e bronze.

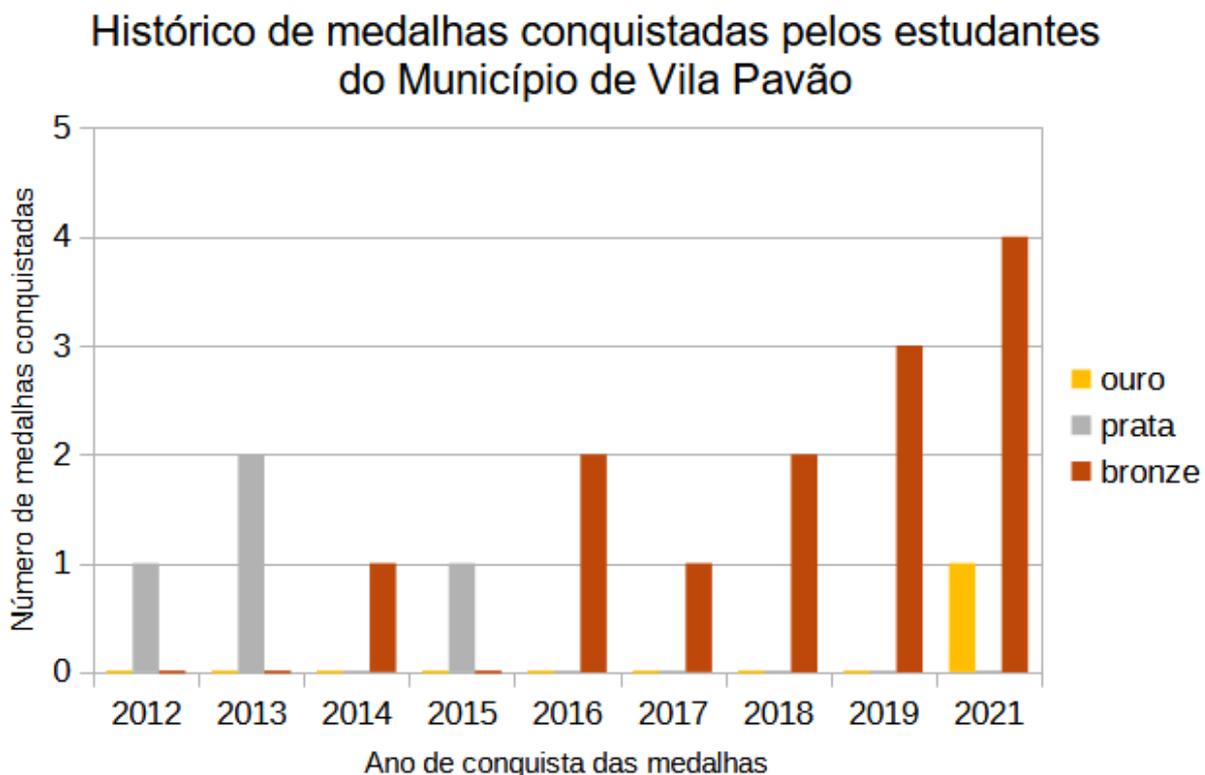


Figura 59 – Medalhas conquistadas pelos estudantes do município de Vila Pavão.

Fonte: Produção da própria autora com dados obtidos do site da OBMEP.

5.4 O desempenho dos municípios de Iúna, Pedro Canário e Vila Pavão na OBMEP

Para uma análise mais detalhada sobre o desempenho dos municípios de Iúna, Pedro Canário e Vila Pavão nas edições da OBMEP, vamos comparar as conquistas de medalhas com o total de habitantes de cada município. Chamaremos *o índice de medalhas por 1.000 habitantes* dos municípios capixabas de *IMH* e faremos um ranking com o desempenho destes municípios, usando os seus respectivos *IMH*.

Usando a estratégia do *IMH*, apresentamos agora o desempenho na OBMEP de 20 municípios capixabas em dois períodos: período de 2005 a 2014 e período de 2015 a 2023.

Segue a tabela 13³ com o desempenho dos municípios capixaba na OBMEP no período de 2005 a 2014. Como só tivemos Censo no Brasil em 2011 e 2022, vamos

³ Tabela produzida por Roseana Pereira de Souza e por Wellington Rosa de Azevedo. Eles são orientandos

usar a população estimada de cada município, disponibilizada pelo IBGE em 2014 (IBGE, 2014).

Município	Medalhas	População	IMH	Posição
Marechal Floriano	50	15.910	3,14	1º
Marilândia	17	12.224	1,39	2º
Domingos Martins	36	34.239	1,05	3º
Alfredo Chaves	14	14.916	0,93	4º
Venda Nova do Imigrante	18	23.313	0,77	5º
Santa Teresa	14	23.585	0,59	6º
Colatina	63	121.670	0,51	7º
Água Doce do Norte	6	12.094	0,49	8º
Vitória	166	352.104	0,47	9º
Santa Leopoldina	6	12.883	0,46	10º
Vila Pavão	4	9.320	0,42	11º
Castelo	16	37.582	0,42	12º
Pancas	9	23.273	0,38	13º
São Roque do Canaã	4	12.283	0,32	14º
João Neiva	5	16.946	0,29	15º
Itaguaçu	4	14.836	0,27	16º
Montanha	5	19.138	0,26	17º
Afonso Cláudio	8	32.502	0,24	18º
Nova Venécia	12	49.932	0,24	19º
Marataízes	9	37.535	0,24	20º

Tabela 13 – Ranking dos municípios capixabas na OBMEP, usando o *IMH*.

Fonte: Tabela produzida pelos autores Roseana Pereira de Souza e Wellington Rosa de Azevedo, com base nos dados do site da OBMEP (Premiados da OBMEP, 2023) e dados do (IBGE, 2014).

Segue agora, a tabela 14⁴ com o desempenho na OBMEP dos 20 municípios capixabas no período de 2015 a 2023. Para construí-la, usamos a população de cada município divulgada no Censo 2022 (IBGE, 2022).

do Professor Fábio Júlio da Silva Valentim no PROFMAT/UFES. As duas pesquisas se correlacionam em alguns pontos (AZEVEDO, 2024).

⁴ Tabela produzida por Roseana Pereira de Souza e por Wellington Rosa de Azevedo. Eles são orientandos do Professor Fábio Júlio da Silva Valentim no PROFMAT/UFES. As duas pesquisas se correlacionam em alguns pontos (AZEVEDO, 2024).

Município	Medalhas	População	IMH	Posição
Marechal Floriano	113	17.641	6,40	1 ^o
Domingos Martins	100	35.416	2,82	2 ^o
Vila Pavão	20	8.911	2,24	3 ^o
Itaguaçu	27	13.589	1,98	4 ^o
Santa Teresa	41	22.808	1,79	5 ^o
Venda Nova do Imigrante	41	23.831	1,72	6 ^o
São Roque do Canaã	18	10.886	1,65	7 ^o
Alfredo Chaves	22	13.836	1,59	8 ^o
Montanha	30	19.900	1,58	9 ^o
Governador Lindenberg	17	11.009	1,54	10 ^o
Marilândia	14	12.387	1,13	11 ^o
Laranja da Terra	12	11.094	1,08	12 ^o
Vitória	326	322.869	1,01	13 ^o
Ibatiba	25	25.380	0,98	14 ^o
Pedro Canário	21	21.522	0,97	15 ^o
Castelo	36	36.930	0,97	16 ^o
Iconha	11	12.326	0,89	17 ^o
Jaguaré	23	28.931	0,79	18 ^o
Iúna	22	28.590	0,76	19 ^o
Alegre	21	29.177	0,72	20 ^o

Tabela 14 – Ranking dos municípios capixabas na OBMEP, usando o *IMH*.

Fonte: Tabela produzida pelos autores Roseana Pereira de Souza e Wellington Rosa de Azevedo, com base nos dados do site da OBMEP ([Premiados da OBMEP, 2023](#)) e dados do ([IBGE, 2014](#)).

Observamos que, na Tabela 13, os municípios de Iúna e Pedro Canário não figuram nas vinte primeiras colocações da classificação estadual, ao passo que Vila Pavão ocupa a 11^a colocação. Já na Tabela 14, o município de Vila Pavão avança para a 3^a colocação, enquanto Pedro Canário ocupa a 15^a e Iúna a 19^a colocação. Essas análises evidenciam a influência significativa dos egressos do PROFMAT/UFES nos resultados positivos alcançados pelos estudantes capixabas na OBMEP.

6 Conclusão

O objetivo principal desse trabalho foi explicitar ao leitor o impacto da qualificação profissional do professor através do PROFMAT/UFES e como essa qualificação desempenha um papel fundamental para uma educação de qualidade. Professores qualificados possuem um conhecimento mais profundo da matéria que ensinam e isso se traduz em uma melhor qualidade de ensino, o que beneficia diretamente os alunos, além disso sua prática têm impacto duradouro na sociedade, pois desempenham um papel crucial na formação de futuros cidadãos, profissionais e líderes.

Por meio deste trabalho, foi possível aprofundar a base teórica em estatística descritiva, probabilidade e estatística inferencial, contribuindo para o aprimoramento e expansão do conhecimento matemático. Ao alinhar essa base teórica à pesquisa, conseguimos inferir alguns resultados por meio de um teste de hipótese para média. É relevante destacar que o tema é abrangente e oferece diversas oportunidades de estudo. Este trabalho proporciona uma base para futuras pesquisas, servindo como ponto de partida para investigações mais aprofundadas.

A pesquisa ressaltou outros fatos importantes que merecem atenção, dentre eles está a dificuldade que os egressos tiveram de se dedicar aos estudos referente ao curso do PROFMAT/UFES pela falta de tempo devido à carga horária intensa de trabalho durante o curso. Uma maneira de sanar esta grande dificuldade seria a implementação de políticas públicas que ofereçam dispensa ao professor para fazer mestrado. O afastamento pode ser benéfico para promover o desenvolvimento profissional e a melhoria da qualidade da educação. Essas políticas podem incentivar os educadores a buscar níveis mais elevados de qualificação, contribuindo para um corpo docente mais capacitado e engajado.

Uma reflexão importante que não podemos ignorar diz respeito ao segundo ponto mais citado pelos egressos no âmbito da pesquisa: quais foram as maiores dificuldades encontradas durante o PROFMAT? Quase metade (49%) dos egressos que responderam ao questionário afirmaram que a finalização da dissertação foi uma das maiores dificuldades encontradas durante o curso. Com o envolvimento nas disciplinas obrigatórias, na prova do ENQ e nas disciplinas optativas, muitos discentes não conseguem se dedicar à pesquisa para a escrita da dissertação, chegando ao final do curso com pouco tempo para concluir o trabalho de conclusão. Uma possível solução para esse problema, que já está sendo implementada, é a introdução de uma disciplina optativa focada em pesquisa e escrita, o que permite que os alunos do curso se dediquem e concluam no prazo ideal.

A seguir, apresentamos algumas sugestões, críticas e elogios deixados pelos egressos ao longo da pesquisa. Esses comentários podem servir como indicações para a coordenação

e o colegiado do curso, apontando aspectos que precisam ser modificados, aprimorados ou mantidos.

Poderia existir uma disciplina de metodologia de pesquisa. Poderia ser obrigatório a publicação de um artigo durante o curso.

Maior incentivo para produções acadêmicas (publicação de artigos, participação em congressos, etc). Alguma disciplina com foco em escrita acadêmica.

A relação entre orientador e orientando precisa melhorar. Não é um professor especificamente, mas o corpo docente em si, já que outros colegas de outros orientadores fizeram reclamações semelhantes.

Só agradecer aos professores, em especial o Florêncio, Moacir e o Domingos. Muito além de professores, mas seres humanos que conhecem a luta do professor de escola pública.

Minha trajetória acadêmica foi potencializada com a conclusão do mestrado e despertou em mim um grande desejo de me dedicar a pesquisa matemática, com objetivo de contribuir para a melhoria da aprendizagem de matemática em nosso país.

O PROFMAT me transformou e me deu subsídios para melhorar o conteúdo das minhas aulas, bem como me motivou a entrar nos grupos de trabalho olímpicos.

Aplicação e empenho, acima da medida, dos professores no ensino de suas disciplinas como também, tempo extra disponibilizado para a resolução de problemas e as amizades feitas durante o tempo de estudo realizado em grupo.

O PROFMAT me permitiu aprofundar ainda mais os conteúdos que ensino nas turmas de ensino médio, algo que não tinha ocorrido tanto na graduação. Além disso, trouxe nova ótica sobre conteúdos da graduação que não haviam sido profundamente consolidados. O mestrado ainda me colocou em contato com excelentes profissionais que compartilharam suas vivências e experiências, aumentando meu repertório para o trabalho em sala de aula.

Recebemos muitas outras contribuições dos egressos, no entanto, para não estender demasiadamente o trabalho, essas não serão apresentadas.

Uma recomendação para futuros discentes do curso é a formação de redes de apoio e colaboração entre os estudantes. Isso pode incluir a criação de grupos de estudo, fóruns online ou outras plataformas para compartilhar conhecimentos, dúvidas e experiências. Buscar oportunidades de mentoria, seja por meio de professores do curso, egressos bem-sucedidos ou profissionais da área, e orientações práticas sobre como abordar a pesquisa, especialmente no que diz respeito à elaboração da dissertação, são aspectos importantes.

Dicas sobre como desenvolver uma estrutura sólida e manter um processo de escrita consistente podem ser valiosas.

Por fim, considerando que o objetivo principal era identificar o impacto do PROF-MAT/UFES na formação do egresso, assim como compreender as contribuições dos egressos para a melhoria da educação nas esferas em que eles atuam, concluímos que tal objetivo foi alcançado, e que este trabalho, obviamente passível de melhorias, pode ser uma base interessante para futuras pesquisas.

Referências

- ANDERSON, D. R.; SWEENEY, D. J.; WILLIAMS, T. A. *ESTATÍSTICA APLICADA À ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA-2ª EDIÇÃO*. [S.l.]: Cengage Learning Edições Ltda., 2007. Citado na página 22.
- ANDERSON, D. R.; SWEENEY, D. J.; WILLIAMS, T. A. *ESTATÍSTICA APLICADA À ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA-2ª EDIÇÃO*. [S.l.]: Cengage Learning Edições Ltda., 2010. Citado na página 36.
- AZEVEDO, W. R. d. O desempenho dos capixabas na OBMEP e as contribuições do Matemática na Rede para o Ensino de Matemática no Espírito Santo. *Vitória, ES: PROFMAT/UFES*, 2024. Citado na página 107.
- BASTOS, A. V. B. Trabalho e qualificação: questões conceituais e desafios postos pelo cenário de reestruturação produtiva. *Treinamento, desenvolvimento e educação em organizações e trabalho: fundamentos para a gestão de pessoas*. Porto Alegre: Artmed, p. 23–40, 2006. Citado na página 17.
- BUSSAB, W. d. O.; MORETTIN, P. A. Estatística básica. 5ª edição. São Paulo: Saraiva, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.
- BUSSAB, W. d. O.; MORETTIN, P. A. Estatística básica. 5ª edição. São Paulo: Saraiva, 2005. Citado na página 55.
- IBGE. *Estimativa da população residente*. 2014. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9103-estimativas-de-populacao.html?edicao=17283&t=downloads>>. Acesso em: 29 de dezembro de 2023. Citado 2 vezes nas páginas 107 e 108.
- IBGE. *Panorama do Censo 2022*. 2022. Disponível em: <<https://censo2022.ibge.gov.br/panorama/>>. Acesso em: 17 de dezembro de 2023. Citado na página 107.
- KOPPE, H. d. J. S. et al. Impacto social do mestrado profissional na formação permanente dos professores da rede municipal de santa maria-rs: contribuições dos egressos do pppg/ufsm. Universidade Federal de Santa Maria, 2020. Citado na página 19.
- MACHADO, A. F. et al. Qualidade do ensino em matemática: determinantes do desempenho de alunos em escolas públicas estaduais mineiras. *Revista da Anpec*, v. 9, n. 1, 2008. Citado na página 92.
- MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. Noções de probabilidade e estatística. 7ª edição revista. São Paulo, EDUSP, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 21, 33, 36 e 38.
- MATEMÁTICA NA REDE. *Matemática na Rede*. 2023. Disponível em: <<https://matematicanarede.sedu.es.gov.br/>>. Acesso em: 17 de dezembro de 2023. Citado na página 100.
- MORETTIN, L. G. Estatística Básica - Probabilidade. São Paulo, SP: Pearson Makron Books, 1999. Citado na página 36.

- MORETTIN, L. G. Estatística básica–inferência. *São Paulo: Makron*, v. 2, 2000. Citado na página 60.
- MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. *Estatística básica*. [S.l.]: Saraiva Educação SA, 2017. Citado na página 24.
- MORGADO, A. C.; CARVALHO, P. C. P. Matemática discreta. *Rio de Janeiro: SBM*, v. 284, p. 25, 2015. Citado na página 46.
- Premiados da OBMEP. *OBMEP*. 2023. Disponível em: <<https://www.obmep.org.br/premiados.htm>>. Acesso em: 08 de novembro de 2023. Citado 3 vezes nas páginas 91, 107 e 108.
- PROFMAT. *Conheça o programa: Apresentação*. 2022. Disponível em: <<https://profmatt-sbm.org.br/apresentacao/>>. Acesso em: 21 de agosto 2022. Citado na página 71.
- QEDU. *Situação da Unidade Federativa*. 2024. Disponível em: <<https://qedu.org.br/uf/32-espírito-santo>>. Acesso em: 03 de janeiro de 2024. Citado na página 18.
- REIS, M. M. Estatística aplicada à administração. *Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração/UFSC*, 2008. Citado na página 96.
- SILVA, J. L. d. C. e.; FERNANDES, S. M. W.; ALMEIDA, R. L. F. de. Estatística e probabilidade. *História*, v. 9, p. 3, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.
- TEIXEIRA, F. L. C.; OLIVEIRA, F. R. d. S. A importância da pesquisa de egressos na avaliação e aperfeiçoamento de programas de pós-graduação: algumas reflexões a partir da experiência do npga. UFBA, 2004. Citado na página 19.
- TOLEDO, G. L.; OVALLE, I. I. Estatística básica. 21. reimpr. *São Paulo: Atlas*, p. 412–424, 2008. Citado na página 21.
- VIEIRA, S. Introdução à bioestatística. 4ª edição. *Editora Campus-1991*, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 45.

APÊNDICE A – Questionário da pesquisa

Pesquisa sobre os impactos do PROFMAT na prática dos egressos

CONVITE À PESQUISA

Caro Egresso,

Este é um convite para você participar da pesquisa sobre **Os Impactos do Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT na prática profissional** dos egressos no estado do Espírito Santo, desenvolvida pela aluna de mestrado **Roseana Pereira de Souza**, sob a supervisão do **Prof. Dr. Fábio Júlio Valentim**, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT, da Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes).

O objetivo da pesquisa é identificar o impacto da pós-graduação no ambiente educacional, assim como compreender as contribuições do Mestrado Profissional na formação e atuação dos egressos do PROFMAT - UFES que atuam nas Redes Estaduais, Municipais, Federais e Privadas de Educação no estado do Espírito Santo.

Desse modo, solicito sua colaboração no sentido de preenchimento do questionário, com a intenção de produção de dados importantes para a pesquisa em questão.

Os resultados serão primordiais na compreensão da realidade dos docentes que atuam no estado do Espírito Santo que cursaram a pós-graduação na modalidade de Mestrado Profissional e suas implicações e impactos na prática profissional. Com isso, espero, em particular, prover subsídios para melhoria das condições de aproveitamento e desempenho no curso dos futuros discentes do PROFMAT, incentivos e políticas de estado que visem ampliar a qualificação de seus professores.

O questionário é composto de perguntas diretas e objetivas sem a necessidade de investir muito tempo para respondê-las.

Desde já agradeço a sua participação e colaboração com a pesquisa.

Ficou com alguma dúvida, entre em contato pelo e-mail:
roseanapereiradesouza@gmail.com ou roseana.souza@edu.ufes.br

* Indica uma pergunta obrigatória

1. E-mail *

CONSENTIMENTO DO PARTICIPANTE

2. Este campo visa registrar a manifestação **livre, informada e esclarecida** pela qual o titular concorda com o tratamento de seus dados pessoais para finalidade específica da pesquisa, em conformidade com a Lei nº 13.709 – Lei Geral de Proteção de Dados Pessoais (LGPD). Também é importante salientar que sua participação é gratuita.

Garantimos a você que todas as informações coletadas nesse estudo são estritamente confidenciais, ou seja, será mantido sigilo absoluto das informações colhidas e, em momento algum, será divulgado seu nome ou invadida sua privacidade.

Declaro que fui informado e esclarecido sobre a presente pesquisa, e que, voluntariamente, aceito participar deste estudo. Assim, eu:

Marcar apenas uma oval.

Concordo em participar.

Discordo em participar.

I- Perfil do egresso

3. **Sexo ***

Marcar apenas uma oval.

Feminino

Masculino

4. **Você cursou a graduação (formação em Matemática) em instituição de ensino: ***

Marcar apenas uma oval.

Privada

Pública

Filantrópica

Outros

5. **Há quanto tempo havia concluído a graduação ao ingressar no PROFMAT? ***

Marcar apenas uma oval.

- 0 ano
- 1 ano
- 2 anos
- 3 anos
- 4 anos
- 5 anos
- 6 anos
- 7 anos
- 8 anos
- 9 anos
- 10 anos
- 11 anos
- 12 anos
- 13 anos
- 14 anos
- 15 anos
- 16 anos
- 17 anos
- 18 anos
- 19 anos
- 20 anos ou mais

6. **Qual a maior motivação que levou você a fazer o PROFMAT? ***

Marcar apenas uma oval.

- Profissional
- Pessoal
- Financeira

7. **Ano de ingresso no PROFMAT? ***

Marcar apenas uma oval.

2011

2012

2013

2014

2015

2016

2017

2018

2019

2020

2021

2022

8. **Ano de conclusão no PROFMAT? ***

Marcar apenas uma oval.

2012

2013

2014

2015

2016

2017

2018

2019

2020

2021

2022

9. **Você está atuando profissionalmente em algum município do estado do Espírito Santo?**

*

Marcar apenas uma oval.

Sim *Pular para a pergunta 10*

Não *Pular para a pergunta 11*

Atuo no Espírito Santo

10. **Em qual município do estado do Espírito Santo você atua profissionalmente? ***

Marcar apenas uma oval.

- Afonso Cláudio
- Água Doce do Norte
- Águia Branca
- Alegre
- Alfredo Chaves
- Alto Rio Novo
- Anchieta
- Apiacá
- Aracruz
- Atílio Vivácqua
- Baixo Guandu
- Barra de São Francisco
- Boa Esperança
- Bom Jesus do Norte
- Brejetuba
- Cachoeiro de Itapemirim
- Cariacica
- Castelo
- Colatina
- Conceição da Barra
- Conceição do Castelo
- Divino de São Lourenço
- Domingos Martins
- Dores do Rio Preto
- Ecoporanga
- Fundão
- Governador Lindenberg
- Guaçuí
- Guarapari
- Ibatiba
- Ibitiraçu
- Ibitirama

- Iconha
- Irupi
- Itaguaçu
- Itapemirim
- Itarana
- Iúna
- Jaguaré
- Jerônimo Monteiro
- João Neiva
- Laranja da Terra
- Linhares
- Mantenópolis
- Marataízes
- Marechal Floriano
- Marilândia
- Mimoso do Sul
- Montanha
- Mucurici
- Muniz Freire
- Muqui
- Nova Venécia
- Pancas
- Pedro Canário
- Pinheiros
- Piúma
- Ponto Belo
- Presidente Kennedy
- Rio Bananal
- Rio Novo do Sul
- Santa Leopoldina
- Santa Maria de Jetibá
- Santa Teresa
- São Domingos do Norte
- São Gabriel da Palha
- São José do Calçado

- São Mateus
- São Roque do Canaã
- Serra
- Sooretama
- Vargem Alta
- Venda Nova do Imigrante
- Viana
- Vila Pavão
- Vila Valério
- Vila Velha
- Vitória

Pular para a pergunta 12

Atuo profissionalmente em outro estado ou país

11. **Qual o nome do município, estado e país em que você atua profissionalmente?** *

II - Atuação Profissional

12. **Em qual(ais) rede(s) de ensino você lecionava antes do PROFMAT? ***
É permitido mais de uma escolha.

Marque todas que se aplicam.

- Municipal
- Estadual
- Federal
- Privada

13. **Em qual(ais) rede(s) de ensino você está vinculado atualmente? ***

É permitido mais de uma escolha.

Marque todas que se aplicam.

- Municipal
- Estadual
- Federal
- Privada

14. **Na rede de ensino que você está vinculado atualmente com a maior carga horária semanal, você desenvolve seu trabalho como? ***

Marcar apenas uma oval.

- Professor(a)
- Coordenador(a) Disciplinar
- Coordenador(a) Pedagógico ou Coordenador(a) de Área
- Diretor(a) Escolar
- Técnico(a) Educacional ou Assessor(a) ou Supervisor(a)
- Outro: _____

15. **Níveis em que atua. ***

É permitido mais de uma escolha.

Marque todas que se aplicam.

- Ensino Fundamental
- Ensino Médio ou Ensino Médio Integrado
- Ensino Técnico (pós médio)
- Ensino Superior
- Outro: _____

III - Durante o PROFMAT

16. **Qual era sua carga horária de trabalho semanal (remunerada) durante o curso do PROFMAT?**

Marcar apenas uma oval.

- 0 a 12h
- 13 a 25h
- 26 a 38h
- 39 a 50h
- Mais de 50h

17. **Enquanto estava cursando o PROFMAT você obteve liberação da atividade profissional?** *

Marcar apenas uma oval.

- Sim, totalmente.
- Sim, parcialmente.
- Não.

18. **Se houve redução da sua carga horária para cursar o mestrado, você julga essa redução suficiente para cumprir satisfatoriamente o PROFMAT?** *

Se você marcou "Não" no item anterior, marque a opção "Não" neste item!

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não

19. **Quantas horas semanais, em média, você dedicava para os estudos pertinentes ao PROFMAT?** *

Estudos independentes sem contar os horários de aula.

Marcar apenas uma oval.

- Entre 0 e 5h
- Entre 6 e 10h
- Entre 11 e 15h
- Entre 16 e 20h
- Entre 21 e 25h
- Mais de 25h

20. **Durante o PROFMAT você percebeu o diálogo entre as disciplinas e a sua vivência profissional?** *

Marcar apenas uma oval.

- Sim.
- Não.
- Indiferente.

21. **Os conteúdos abordados durante o PROFMAT propiciaram embasamento para a sua prática enquanto profissional?** *

Marcar apenas uma oval.

- Sim.
- Não.
- Indiferente.

22. **Quais foram as maiores dificuldades encontradas durante o PROFMAT? ***

É permitido mais de uma escolha.

Marque todas que se aplicam.

- Falta de tempo para se dedicar aos estudos do curso.
- Problemas relacionados a saúde física/mental.
- Finalizar a dissertação.
- Formação deficitária na graduação.
- Tempo entre a graduação e o mestrado.
- Deslocamento para participar das aulas.
- Dificuldade nas disciplinas e na aprovação no ENQ.
- Outro: _____

23. **Quais são suas sugestões de melhorias ou modificações ao curso de mestrado do PROFMAT-UFES?**

III - Após o PROFMAT

24. **O PROFMAT contribuiu para a qualificação da sua prática profissional? ***

Marcar apenas uma oval.

- Sim.
- Não.
- Indiferente.

33. **Cite outros impactos do PROFMAT na sua prática profissional que julgar necessário.**

34. **Sua formação no PROFMAT impactou no desempenho dos seus alunos/escola? ***

Maior participação dos alunos em competições Matemáticas.

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

Não Houve muito impacto

35. **Sua formação no PROFMAT impactou no desempenho dos seus alunos/escola? ***

Maior número de alunos premiados na OBMEP.(Menção honrosa, bronze, prata e ouro)

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

Não Houve muito impacto

36. **Sua formação no PROFMAT impactou no desempenho dos seus alunos/escola? ***

Menor número de reprovações na disciplina de matemática nas turmas em que atua.

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

Não Houve muito impacto

37. **Sua formação no PROFMAT impactou no desempenho dos seus alunos/escola?** *

Melhor desempenho no PAEBES na disciplina de matemática e nas turmas em que atua.

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

Não Houve muito impacto

38. **Sua formação no PROFMAT impactou no desempenho dos seus alunos/escola?** *

Inserção dos alunos em projetos que atua.

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

Não Houve muito impacto

39. **Sua formação no PROFMAT impactou no desempenho dos seus alunos/escola?** *

Maior número de aprovações em vestibulares e/ou institutos federais.

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

Não Houve muito impacto

40. **Cite outros impactos no desempenho dos seus alunos/escola devido a sua formação no PROFMAT que julgar necessário.**

41. **Você está inserido (coordenação ou membro de equipe) em algum projeto na instituição em que atua ou fora dela? Quais? ***

É permitido mais de uma escolha.

Marque todas que se aplicam.

- Responsável pela inscrição e aplicação da 1ª fase da OBMEP na escola.
- Professor do PIC da OBMEP
- Professor do OBMEP na Escola (ONE)
- Coordenador regional do PicMat.
- Professor do PicMat.
- Participação ou organização em Mostra de Ciência feita na escola.
- Participação ou organização de projetos relacionados a matemática na escola.
- Não estou inserido em nenhum tipo de projeto.

42. **Cite e descreva projetos ao qual esteja inserido/participando e não foram citados anteriormente.**

43. **Na sua opinião qual a importância do PROFMAT para sua formação profissional e pessoal?** *

44. **Sobre a continuidade da sua formação acadêmica:** *

Marcar apenas uma oval.

- Tenho interesse em cursar o doutorado.
- Estou cursando o doutorado.
- Já conclui o doutorado.
- Não tenho interesse em cursar o doutorado.

45. **Você indicaria o curso para alguém?** *

Marcar apenas uma oval.

- Sim.
- Não.

46. **Digite aqui algo que você julga importante destacar sobre sua trajetória acadêmica (antes/durante/depois do PROFMAT).** *

47. **Caso queira se identificar, escreva seu nome e o nome do seu atual local de trabalho.**

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

$P(Z < z)$

z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,6	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,7	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,8	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: <https://www.ime.unicamp.br/~cnaber/tabela_normal.pdf>