

Sabrina da Silva Menezes

O JOGO SENHA SOB A PERSPECTIVA DA
METODOLOGIA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS PARA O
ENSINO-APRENDIZAGEM DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE NA
EJA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

Dezembro 2023

Sabrina da Silva Menezes

**O JOGO SENHA SOB A PERSPECTIVA DA
METODOLOGIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE NA EJA**

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Orientador: Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

Dezembro 2023

Sabrina da Silva Menezes

**O JOGO SENHA SOB A PERSPECTIVA DA
METODOLOGIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE NA EJA**

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”


Aprovada em 11 de dezembro de 2023.



Cristiane Oliveira de Faria
D.Sc. - UERJ



Rafael Brandão de Rezende Borges
D.Sc. - UENF



Fermín Alfredo Tang Montané
D.Sc. - UENF



Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Aos meus pais Senilda e Menezes (in memoriam).

Agradecimentos

"Que darei eu ao Senhor por todos os benefícios que me tem feito?" (Salmos 116:12).

Às orações de minha mãe.

A minha prima Julliee pela acolhida durante o curso.

À Aurenita que cuidou de minha mãe enquanto eu estudava.

Ao meu orientador Dr. Oscar pela atenção, por ter me ouvido, e por muito me ajudar nessa caminhada.

Ao meu cão Moisés companheiro das aulas on-line (*in memoriam*).

Aos colegas de turma: Marcelle, Tatiane, Paulo Victor, Alan, Fernando, Marcelo, Ramon e Tayná.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil - Código de Financiamento 001) pelo apoio financeiro durante o curso.

Todos os seres humanos são capazes de aprender,
mas é necessário que adaptemos nossa forma de ensinar.

Lev Vigotsky

Resumo

A Resolução de Problemas é uma metodologia ativa (MORÁN, 2015) que conecta a aprendizagem matemática escolar aos saberes desenvolvidos fora dos espaços escolares, conduzindo o aluno a ferramentas que os capacite a lidar com situações complexas em suas vivências cotidianas. Nessa perspectiva, a resolução de problemas enquanto metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação atende aos requisitos atuais da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Anos atrás a EJA era formada por adultos ou idosos, em sua maioria de origem rural, que não tiveram acesso à escolarização na idade prevista em lei. Atualmente, este público é composto também por jovens de origem urbana para os quais a trajetória escolar foi malsucedida. Sendo assim, o primeiro grupo busca na escola sua integração social, enquanto o segundo carrega o histórico de quem não obteve êxito no ensino regular e vê na EJA a oportunidade de acelerar seus estudos. Cria-se uma heterogeneidade na EJA, trazendo um desafio enorme para professores, exigindo dos docentes a busca por metodologias de ensino-aprendizagem-avaliação ativas. Diante desse cenário, esta pesquisa objetivou investigar como pode contribuir a Metodologia Resolução de Problemas por meio do Jogo Senha para o estudo do princípio fundamental da contagem e de noções iniciais de probabilidade dos alunos da 2ª etapa do Ensino Médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos no turno noturno. Tendo caráter qualitativo, a pesquisa foi dividida em duas partes: bibliográfica e intervenção pedagógica. A proposta didático-pedagógica abarcou os conteúdos: princípio fundamental da contagem, experimento aleatório, espaço amostral, eventos, e probabilidade em espaço amostral equiprovável. A intervenção foi realizada em uma turma composta de 22 alunos da 2ª etapa do Ensino Médio na modalidade EJA noturna. Os dados foram coletados através da observação participante e das respostas dos estudantes aos problemas propostos, com as respostas dos estudantes examinadas conforme a metodologia Análise de Erros. A resolução de problemas fez com que os alunos gerassem novas concepções em relação aos conteúdos abordados, eles puderam experienciar, argumentar, refletir, inferir, inserir seus saberes construídos e discutir com os pares suas soluções à problemática envolvida. Desenvolveram o pensamento crítico, a autonomia, a aprendizagem ativa e colaborativa, a criatividade e a maturidade do saber. O produto educacional fruto dessa pesquisa é a proposta didático-pedagógica que se coloca como material de apoio a professores e pesquisadores.

Palavras-chaves: Resolução de Problemas; Educação de Jovens e Adultos; Jogo Senha; Análise Combinatória e Probabilidade

Abstract

Problem Solving is an active methodology (MORÁN, 2015) that connects school mathematics learning to knowledge developed outside of school spaces, leading students to tools that enable them to deal with complex situations in their daily lives. From this perspective, problem solving as a teaching-learning-evaluation methodology meets the current requirements of Youth and Adult Education (EJA). Years ago, EJA was made up of adults or elderly people, mostly of rural origin, who did not have access to schooling at the age stipulated by law. Currently, this audience is also made up of young people from urban origins for whom their school career was unsuccessful. Therefore, the first group seeks social integration at school, while the second has the history of those who were unsuccessful in regular education and sees EJA as an opportunity to accelerate their studies. A heterogeneity is created in EJA, bringing a huge challenge to teachers, requiring teachers to search for active teaching-learning-assessment methodologies. Given this scenario, this research aimed to investigate how the Problem Solving Methodology through the Password Game can contribute to the study of the fundamental principle of counting and the initial notions of Probability of students in the 2nd stage of High School in the Youth and Adult Education modality. (EJA) nocturnal. Having a qualitative nature, the research was divided into two parts: bibliographical and pedagogical intervention. The didactic-pedagogical proposal covered the contents: fundamental principle of counting, random experiment, sample space, events, and probability in an equiprobable sample space. The intervention was carried out in a class composed of 22 students from the 2nd stage of high school in the evening EJA modality. Data were collected through participant observation and student responses to proposed problems, with student responses examined according to the Error Analysis methodology. Problem solving allowed students to generate new conceptions in relation to the content covered, they were able to experience, argue, reflect, infer, insert their constructed knowledge and discuss their solutions to the problems involved with their peers. They developed critical thinking, autonomy, active and collaborative learning, creativity and maturity of knowledge. The educational product resulting from this research is the didactic-pedagogical proposal that serves as support material for teachers and researchers.

Keywords: Problem Solving; Youth and Adult Education; Password Game; Combinatorial Analysis and Probability.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Matriz de conhecimento: 1º bimestre.	19
Figura 2 – Matriz de conhecimento: 2º bimestre.	19
Figura 3 – Jogo Mastermind.	28
Figura 4 – Etapas da Resolução de Problemas.	46
Figura 5 – Dissertações selecionadas para fundamentação do trabalho.	51
Figura 6 – Resumo das etapas pesquisadas.	59
Figura 7 – Etapas da proposta didático-metodológica para melhor compreensão do professor I.	60
Figura 8 – Etapas da proposta didático-metodológica para melhor compreensão do professor II.	60
Figura 9 – Professores jogando	61
Figura 10 – Tabuleiro do Jogo Senha.	63
Figura 11 – Problema Gerador.	64
Figura 12 – Novos Problemas.	65
Figura 13 – Continuação: Novos Problemas.	66
Figura 14 – Vídeo explicativo.	67
Figura 15 – Alunos jogando I.	68
Figura 16 – Alunos jogando II.	68
Figura 17 – Leitura Individual.	69
Figura 18 – Leitura em conjunto.	70
Figura 19 – Resolução do Problema.	70
Figura 20 – Apresentação das respostas.	71
Figura 21 – Registro na lousa.	71
Figura 22 – Resolução de novos problemas I.	72
Figura 23 – Resolução de novos problemas II.	72
Figura 24 – Objetivos específicos, etapas e procedimentos.	74
Figura 25 – Objetivos específicos, etapas e procedimentos.	74
Figura 26 – Objetivos específicos, etapas e procedimentos.	75
Figura 27 – Tabuleiro do Aluno 01.	78
Figura 28 – Tabuleiro do Aluno 02.	79
Figura 29 – Tabuleiro do Aluno 03.	80

Figura 30 – Tabuleiro do Aluno 04.	81
Figura 31 – Tabuleiro do Aluno 05.	82
Figura 32 – Tabuleiro do Aluno 06.	83
Figura 33 – Tabuleiro do Aluno 07.	84
Figura 34 – Tabuleiro do Aluno 08.	85
Figura 35 – Resposta do Aluno 01.	86
Figura 36 – Resposta do Aluno 10.	86
Figura 37 – Resposta do Aluno 11.	87
Figura 38 – Resposta do Aluno 20.	87
Figura 39 – Resposta do Aluno 15.	87
Figura 40 – Resposta do Aluno 18.	88
Figura 41 – Respostas do Aluno 20.	90
Figura 42 – Respostas do Aluno 20.	91
Figura 43 – Respostas do Aluno 19.	92
Figura 44 – Respostas do Aluno 19.	92
Figura 45 – Respostas do Aluno 19.	93
Figura 46 – Respostas do Aluno 02.	94
Figura 47 – Respostas do Aluno 02.	95
Figura 48 – Organização da proposta didático-pedagógica.	96

Lista de tabelas

Tabela 1 – Possíveis respostas do desafiante.	31
Tabela 2 – Alterações na proposta didático-pedagógica.	61
Tabela 3 – Data das etapas e números de participantes.	73
Tabela 4 – Número de jogadas em que os alunos descobriram a senha.	77

Lista de abreviaturas e siglas

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EEEFMDJM	Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio "Domingos José Martins"
EJA	Educação de Jovens e Adultos
INEP	Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
NCTM	<i>National Council of Teachers of Mathematics</i> (Conselho Nacional de Professores de Matemática)
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PFC	Princípio Fundamental da Contagem
PNE	Plano Nacional de Educação
RP	Resolução de Problemas
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SEDU - ES	Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo
UENF	Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro
UFPA	Universidade do Estado do Pará
UFERSA	Universidade Federal Rural do Semiárido
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura
UNESP	Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

UNIRIO Universidade Federal do estado do Rio de Janeiro

UNIVATES Universidade do Vale do Taquari.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1	Diretrizes Pedagógicas e Operacionais acerca da Educação de Jovens e Adultos no Espírito Santo	18
2.2	O Público da Educação de Jovens e Adultos	20
2.3	Ensino de Matemática para Jovens e Adultos	22
2.4	Desenvolvendo raciocínios combinatórios e probabilísticos na EJA	24
2.5	Análise Combinatória e Probabilidade	26
2.6	O Jogo Senha	28
2.7	O pensamento combinatório e probabilístico dentro do jogo senha	30
2.8	A importância dos Jogos na EJA	36
2.9	Resolução de Problemas	38
2.9.1	Breve contexto histórico da Resolução de Problemas como metodologia de ensino na Educação Matemática	38
2.9.2	Como diferentes autores conceituam a Resolução de Problemas	40
2.9.3	Três diferentes abordagens de Resolução de Problemas	42
2.9.4	Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas	44
2.9.5	A Avaliação durante a Resolução de Problemas	48
2.10	Trabalhos Relacionados	50
2.10.1	Jogos como ferramenta no ensino de matemática na EJA	51
2.10.2	Uso da resolução de problemas no ensino de matemática com alunos da educação de jovens e adultos (EJA)	52
2.10.3	Entre plantas e árvores: uma articulação entre a resolução de problemas, a análise combinatória e um beija-flor	52
2.10.4	O ensino de análise combinatória para turmas da educação de jovens e adultos com foco no princípio multiplicativo	52
2.10.5	Ensino-aprendizagem de análise combinatória no ensino médio: sequência didática pautada na resolução de problemas	53
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	54
3.1	Caracterização da Pesquisa	54
3.1.1	Tipo de Pesquisa	54
3.1.2	Local da Pesquisa	57

3.1.3	Universo, População e Amostra	57
3.1.4	Instrumentos	57
3.1.5	Coleta de dados	58
3.1.6	Análise de dados	58
3.2	Proposta didático-pedagógica	59
3.2.1	Planejamento	59
3.2.1.1	Proposta Didático-Pedagógica	62
3.2.2	Execução	67
3.2.3	Avaliação	73
4	EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS	76
4.1	Autorização	76
4.2	Jogo Senha	76
4.3	Segunda Parte	85
4.3.1	Proposição do problema	85
4.3.2	Leitura individual	85
4.3.3	Leitura em conjunto	86
4.3.4	Resolução do problema	86
4.3.5	Observar e incentivar	88
4.3.6	Registro das resoluções na lousa	88
4.3.7	Plenária	88
4.3.8	Busca do consenso	89
4.3.9	Formalização do conteúdo	89
4.3.10	Proposição e resolução de novos problemas	89
4.4	Produto Educacional	95
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	97
	APÊNDICES	100
	APÊNDICE A – AUTORIZAÇÕES	101
	APÊNDICE B – ATIVIDADES	104
	REFERÊNCIAS	109

Capítulo 1

Introdução

Conforme as Diretrizes Pedagógicas e Operacionais para a Educação de Jovens e Adultos e da Socioeducação, documento publicado pela Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo; os alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) apresentam histórico de defasagem idade-série, abandono e reprovação (ESPÍRITO SANTO, 2021). Estes possuem um perfil diferenciado, são adultos, com idades que variam entre 18 e 70 anos, que não puderam concluir seus estudos na idade correta. São pessoas que, em sua maioria, trabalham durante o dia e estudam à noite. Para esses alunos, a Matemática é a disciplina mais difícil do currículo escolar. Muitos alegam ter dificuldade em aprender Matemática, conseqüentemente, por não conseguirem compreender e ver significado na disciplina, perdem o interesse em seus estudos e alguns até desistem da vida escolar. Segundo Pontes (2018):

O grande desafio para a educação é por em prática hoje o que vai servir para o amanhã. Por em prática significa levar pressupostos teóricos, isto é, um saber/fazer ao longo de tempos passados, ao presente”. O professor, diante disto, deve traçar metas e objetivos que possam escoltar seus alunos a atingir plenamente o conhecimento. (PONTES, 2018, apud D' Ambrósio, p. 109)

Décadas atrás, um professor de matemática ensinava apenas cálculos. Hoje, ensinar matemática não se limita ao fazer contas, mas se destina à formação de sujeitos autônomos, capazes de ler diferentes formas de representação e de elaborar ideias para novos problemas além daqueles apresentados em sala de aula (MENEZES; MERÍSIO, 2022).

Diante desse desafio, concebeu-se a questão dessa pesquisa: De que forma a Resolução de Problemas pode favorecer o processo de ensino, aprendizagem e avaliação de análise combinatória e probabilidade na Educação de Jovens e Adultos? Para responder a esse questionamento, foi formulado o Objetivo Geral: Investigar como pode contribuir a Metodologia de Resolução de Problemas por meio do Jogo Senha para o estudo do Princípio fundamental da contagem e de noções iniciais de probabilidade dos alunos da 2ª etapa do Ensino Médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA) noturna.

Para alcançar tal objetivo foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Realizar pesquisa bibliográfica sobre os aspectos básicos que envolvem a metodologia Resolução de Problemas;
- Desenvolver uma proposta didático-pedagógica sobre o princípio fundamental da contagem e noções iniciais de probabilidade para alunos da EJA baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, utilizando o Jogo Senha;
- Aplicar a proposta didático-pedagógica na 2ª etapa da EJA;
- Observar e descrever os impactos no processo ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas durante a aplicação do conteúdo curricular de princípio fundamental da contagem e noções iniciais de probabilidade;
- Utilizar a metodologia Resolução de Problemas no ensino do conteúdo de princípio fundamental da contagem e noções iniciais de probabilidade para que os estudantes recuperem a autoconfiança e a crença de que podem aprender independentemente da idade e do tempo de interrupção dos estudos;
- Disponibilizar a proposta didático-pedagógica sobre o tema: “O jogo senha sob a perspectiva da metodologia resolução de problemas para o ensino-aprendizagem de análise combinatória e probabilidade na EJA” como produto educacional constituindo-se como material afim de ser utilizado por outros docentes.

Acredita-se que a Resolução de Problemas será uma maneira de recuperar a autoconfiança dos estudantes e também servirá como metodologia para tornar o ensino de análise combinatória e probabilidade ativo e significativo para o educando, provocando sua curiosidade intelectual e sua autonomia. Nesta perspectiva, cabe ao professor ser mediador para que os alunos exercitem ou até mesmo desenvolvam habilidades e competências que os nortearão em toda vida escolar.

Esta pesquisa é de cunho qualitativo, sendo desenvolvida em duas fases, na primeira foi realizada a investigação bibliográfica e na segunda a intervenção pedagógica. A investigação bibliográfica está contida no meio acadêmico e objetiva o aprimoramento e atualização do conhecimento, por meio de uma análise científica de obras já publicadas. Ela encontra-se no início da pesquisa científica, na qual o pesquisador procura obras já publicadas, que sejam relevantes para conhecer e refletir acerca do tema proposto, auxiliando o pesquisador a identificar se já existe um trabalho científico sobre o tema escolhido. Assim, a pesquisa bibliográfica torna-se primordial na elaboração da mesma, pois permite conhecer melhor o fenômeno a ser estudado, seus instrumentos são: livros, artigos científicos, teses, dissertações, anuários, revistas, leis e outros tipos de fontes escritas já publicadas (SOUSA; OLIVEIRA; ALVES, 2021). Já a intervenção pedagógica é caracterizada por investigações

que abrangem o planejamento e a implementação de mudanças e inovações com a finalidade de produzir avanços e/ou melhorias, nos processos de aprendizagens dos indivíduos que delas fazem parte, e posteriormente a avaliação dos efeitos dessas intervenções (DAMIANI et al., 2013). Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram a observação participante e os registros das respostas dos estudantes aos problemas trabalhados. O público-alvo foram os alunos da 2ª etapa do Ensino Médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA) noturno.

Para cumprir os objetivos aqui elencados, esta dissertação é composta de cinco capítulos. O primeiro é a Introdução. O Referencial Teórico descreve: as diretrizes operacionais acerca da EJA no Espírito Santo; características do público que compõe a EJA; reflete sobre o ensino de Matemática para jovens e adultos; os raciocínios combinatórios e probabilísticos na EJA; as definições e exemplos dos conteúdos de análise combinatória e probabilidade utilizados neste trabalho; o Jogo Senha com suas regras; o pensamento combinatório e probabilístico implícito no jogo; a importância dos jogos no processo ensino-aprendizagem para a Educação de Jovens e Adultos; a Resolução de Problemas, um curto histórico em relação à Resolução de Problemas na Educação Matemática; o conceito da Resolução de Problemas na visão de autores e pesquisadores; os três diferentes enfoques da Resolução de Problemas; a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas, segundo Onuchic (2021); a avaliação ao longo da resolução de problemas; e por fim, alguns trabalhos relacionados ao tema da pesquisa. O terceiro capítulo contém os procedimentos metodológicos utilizados, sendo divididos em duas partes: na primeira está a caracterização e na segunda a proposta didático-pedagógica. No quarto capítulo são revelados os resultados e discussões dos dados coletados, obtidos através das dez etapas utilizadas na resolução de problemas. Por último, no capítulo cinco, são enunciadas as considerações finais que contém as reflexões da pesquisadora acerca do desenvolvimento da pesquisa e os resultados obtidos.

Capítulo 2

Referencial Teórico

Neste capítulo pretende-se: apresentar o Currículo do Espírito Santo para a 2ª etapa da EJA; caracterizar o público da EJA; refletir sobre o ensino da matemática para jovens e adultos; o raciocínio combinatório e probabilístico na EJA; as definições e exemplos dos conteúdos de Análise Combinatória e Probabilidade utilizados neste trabalho; o Jogo Senha com suas regras, o pensamento combinatório e probabilístico implícito no jogo; a importância dos jogos no processo ensino-aprendizagem para a Educação de Jovens e Adultos (EJA); um breve histórico em relação à Resolução de Problemas na Educação Matemática; conceitos acerca da Resolução de Problemas; três diferentes enfoques da Resolução de Problemas importantes a essa pesquisa; a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas, segundo [Onuchic \(2021\)](#); a avaliação dentro da resolução de problemas; e por último, tem-se alguns trabalhos que conversam com esta pesquisa.

2.1 Diretrizes Pedagógicas e Operacionais acerca da Educação de Jovens e Adultos no Espírito Santo

Nesta seção são expostas publicações oficiais da Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo, dando foco ao objeto de estudo deste trabalho, que é a 2ª etapa do Ensino Médio, na modalidade Educação de Jovens e Adultos, no turno noturno, na disciplina de Matemática.

A Portaria N° 279-R, de 06 de dezembro de 2021, fixa procedimentos e diretrizes para implementação das organizações curriculares na Rede Escolar Pública do estado do Espírito Santo. Em seu capítulo V, que trata da Educação de Jovens e Adultos, delineia que a EJA é ofertada nos turnos diurno e noturno. No Ensino Médio o currículo deve acrescentar a Educação Profissional de nível médio ou a qualificação profissional. A parte diversificada, de acordo com a etapa, é composta por: Componentes Integradores: Práticas e Vivências Integradoras I e II; Preparação para o Mundo do Trabalho: Mundo do Trabalho e suas

Tecnologias e Cultura Digital; Projeto Integrador de Pesquisa e Articulação com o Território (PIPAT); Ciências Agropecuárias. As organizações curriculares da EJA no turno noturno, no Ensino Médio, são constituídas de carga horária diária de três horas e dez minutos de recreio, de segunda a sexta-feira, com três aulas diárias presenciais de sessenta minutos cada (ESPÍRITO SANTO, 2021).

A Secretaria de Estado da Educação juntamente com a Subsecretaria de Educação Básica e Profissional estabelece a Matriz de Conhecimento em Matemática dividida da seguinte forma (Figuras 1 e 2):

Figura 1 – Matriz de conhecimento: 1º bimestre.

2ª ETAPA	
1º BIMESTRE - TEMPO PRESENCIAL	
CONHECIMENTOS	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM
ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE	
O tratamento da informação: Resolução de problemas com dados apresentados em tabelas e gráficos.	Corresponder uma função exponencial a seu gráfico.
Medidas de tendência central:	Determinar o conjunto solução de uma equação exponencial.
Média.	Utilizar função exponencial na resolução de problemas.
Moda.	Inferir informações a partir de dados dispostos em tabelas ou gráficos.
Mediana.	Utilizar dados apresentados em tabelas ou gráficos na resolução de problemas.
ÁLGEBRA E FUNÇÕES	Utilizar medidas de tendência central na resolução de problemas.
Potenciação e suas propriedades.	Utilizar juros compostos na resolução de problemas.
A função exponencial:	
Conceito e gráfico.	
Aplicações.	
EDUCAÇÃO FINANCEIRA	
Juros compostos.	
A matemática do comércio e da indústria/matemática financeira:	
Compra à vista e compra a prazo.	
Aumento e desconto.	

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Figura 2 – Matriz de conhecimento: 2º bimestre.

2ª ETAPA	
2º BIMESTRE - TEMPO PRESENCIAL	
CONHECIMENTOS	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM
GEOMETRIA, GRANDEZAS E MEDIDAS	
Relações métricas no triângulo retângulo.	Utilizar relações métricas em um triângulo retângulo na resolução de problemas.
Trigonometria:	
Trigonometria no triângulo retângulo: seno, cosseno e tangente.	Utilizar razões trigonométricas em um triângulo retângulo na resolução de problemas.
Geometria espacial:	
Volume dos principais sólidos geométricos.	Utilizar o cálculo da medida de volume dos principais sólidos geométricos na resolução de problemas.
Resolução de problemas envolvendo conceitos geométricos de figuras planas e espaciais.	Utilizar métodos de contagem na resolução de problemas.
NÚMEROS E OPERAÇÕES	Executar operações entre matrizes.
Noções de matrizes:	
Conceitos.	
Tipos de matrizes e suas operações básicas.	
Análise combinatória:	
Princípio fundamental da contagem.	

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Como dispostos nas figuras 1 e 2 os conteúdos de Análise Combinatória e Probabilidade preveem para a 2ª etapa do Ensino Médio da EJA o uso de métodos de contagem na

resolução de problemas e noções básicas de probabilidade. Sendo assim, nesta pesquisa o princípio fundamental da contagem é proposto conjuntamente com conceitos básicos de probabilidade, tendo em vista que os raciocínios combinatórios e probabilísticos se complementam.

2.2 O Público da Educação de Jovens e Adultos

O ser humano é formado em cultura e história, assim, caracterizar a identidade dos sujeitos é discernir entre igualdades e diferenças. Com isso, pensar em quem são os estudantes que frequentam a EJA, exige refletir sobre a caracterização da educação como veículo transformador capaz de tornar essas pessoas sujeitos de sua própria formação. Destarte, a EJA é caracterizada a partir desses sujeitos, do ambiente escolar, e de suas especificidades (SILVA; AMORIM, 2022).

É relevante pontuar que a EJA é constituída principalmente por pessoas pretas e pardas, trabalhadores ou não, com idade variando entre 15 e 85 anos, que precisaram interromper seus estudos na idade considerada obrigatória, além daqueles que foram transferidos para a EJA com a finalidade de concluírem seu processo de escolarização (ESPÍRITO SANTO, 2023).

Esses mesmos pretos e pardos têm como ancestrais os negros escravizados por europeus e transportados nos porões de navios como mão de obra para o trabalho nas terras onde residiam os povos originários. Por conseguinte, os alunos da EJA trazem consigo histórias de luta, sofrimento e resistência. Muitos, podem não se atentar a isso, pois as histórias relatadas pelas agendas oficiais desprezam esse legado ou contam a versão dos vencedores (ESPÍRITO SANTO, 2023).

Desse modo, as Diretrizes Pedagógicas e Operacionais: Educação de Jovens e Adultos e Socioeducação (ESPÍRITO SANTO, 2023, p. 20), documento redigido pela Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo, descreve quem são estes jovens:

- Adolescentes e jovens com histórico de defasagem, abandono e reprovação que migraram para a EJA ou foram convidados a migrarem na tentativa de concluir sua escolarização;
- Jovens e adultos e idosos/as que interromperam seus estudos por conta do trabalho e de outras necessidades imediatas;
- Jovens e adultos do Sistema Prisional, em sua maioria pretos e pardos, sem o Ensino Fundamental ou sem o domínio dos códigos básicos de leitura e escrita;
- Adolescentes e jovens do Sistema Socioeducativo, em sua maioria pretos e pardos, com histórico de defasagem idade série, mas, com múltiplas habilidades e talentos.

Deste modo, o público da EJA tem cor, história e classe social, características que devem ser consideradas pela escola, ou a educação estará repetindo a história hegemônica, eurocêntrica, patriarcal, que nega aos sujeitos a concessão de serem protagonistas de uma sociedade livre, democrática, fundada na igualdade de direitos.

Importante destacar neste público a inserção do aluno com deficiência dentro da EJA. De acordo com a Resolução CNE/CEB nº 02/2001, no Art. 2º, os sistemas de ensino “devem matricular todos os alunos, cabendo às escolas organizar-se para o atendimento aos educandos com necessidades educacionais especiais, assegurando as condições necessárias para uma educação de qualidade para todos” (BRASIL, 2001).

Porém, há que se falar no desafio que essa heterogeneidade traz, pois em uma mesma sala de aula estão idosos, muitas vezes oriundos do trabalho no campo, que não puderam estudar; adultos provedores de suas famílias que necessitam de uma certificação para se manterem no mercado de trabalho; jovens que foram convidados a sair do ensino regular por questões de indisciplina e estão na EJA para finalizarem a educação básica; alunos que requerem do professor atenção especial em seus processos de aprendizagens, são pessoas surdas, cegas, deficientes intelectuais, etc. Haddad e Pierro (2000) expõem esses desafios:

[...] desafio para a educação de jovens e adultos, representado pelo perfil crescentemente juvenil dos alunos em seus programas, grande parte dos quais são adolescentes excluídos da escola regular. Há uma ou duas décadas, a maioria dos educandos de programas de alfabetização e de escolarização de jovens e adultos eram pessoas maduras ou idosas, de origem rural, que nunca tinham tido oportunidades escolares. A partir dos anos 80, os programas de escolarização de adultos passaram a acolher um novo grupo social constituído por jovens de origem urbana, cuja trajetória escolar anterior foi malsucedida. O primeiro grupo vê na escola uma perspectiva de integração sociocultural; o segundo mantém com ela uma relação de tensão e conflito aprendida na experiência anterior. Os jovens carregam consigo o estigma de alunos-problema, que não tiveram êxito no ensino regular e que buscam superar as dificuldades em cursos aos quais atribuem o caráter de aceleração e recuperação. Esses dois grupos distintos de trabalhadores de baixa renda encontram-se nas classes dos programas de escolarização de jovens e adultos e colocam novos desafios aos educadores, que têm que lidar com universos muito distintos nos planos etários, culturais e das expectativas em relação à escola. Assim, os programas de educação escolar de jovens e adultos, que originalmente se estruturaram para democratizar oportunidades formativas a adultos trabalhadores, vêm perdendo sua identidade, na medida em que passam a cumprir funções de aceleração de estudos de jovens com defasagem série-idade e regularização do fluxo escolar. (HADDAD; PIERRO, 2000, p. 126-127)

É preciso considerar essa diversidade e os desafios impostos pela Educação de Jovens e Adultos, conhecendo seu histórico de vida, aproveitando seus conhecimentos trazidos pelas vivências sociais, sabendo quem são esses sujeitos, quais são seus interesses no universo escolar, suas necessidades humanas, seus planos de futuro e seus itinerários formativos, a fim de cessar o estigma de exclusão escolar e social, através das relações

nos espaços escolares, promovendo melhorias nas condições individuais e socioculturais na constituição dos sujeitos.

2.3 Ensino de Matemática para Jovens e Adultos

A Constituição da República Federativa do Brasil de 1988, em seu artigo 206, fala do ensino seguindo os princípios de: “Igualdade de condições para o acesso e permanência na escola; liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber; pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas e gratuidade do ensino público” (BRASIL, 1988). São princípios norteadores de toda a Educação Básica, igualmente incluso a EJA. A educação brasileira tem uma dívida histórica com os jovens e adultos que não puderam estudar na idade prevista pela lei, são sujeitos que não tiveram acesso à leitura, à escrita e aos códigos matemáticos; assim, os princípios trazidos na Constituição de 1988 oferecem a garantia de uma cidadania que outrora fora perdida.

Tratando-se da Matemática, como um componente curricular da EJA, esta adquire grande relevância na formação do caráter sócio-educacional do estudante, por isso o professor da EJA deve utilizá-la como uma ferramenta construtora de conhecimento e não uma disciplina mecânica e cheia de regras a serem decoradas; mas de forma contextualizada, aproveitando os conhecimentos anteriores dos alunos construídos em suas vivências, estimulando novas ideias, incentivando-os a buscarem soluções para problemas relativos ao seu meio social (RIBEIRO, 2021).

Muitos desses alunos veem a Matemática como uma ciência exata, pronta, acabada, difícil de entender, e que possivelmente tenha contribuído com o processo de exclusão que sofreram durante os anos no ensino regular. Por esse motivo, ao trabalhar com a EJA, o professor precisa entender a Matemática como uma ciência sócio-historicamente construída e compartilhar este ponto de vista com os estudantes. Tornando-a significativa, possibilitando um maior conhecimento sobre a realidade, a cultura, a sociedade e sobre si próprio, fazendo crescer a autoconfiança, o senso crítico e a capacidade de julgamento de cada aluno. Desse modo, não é possível refletir sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática fora do contexto cultural, colocando-a apenas como absoluta, abstrata e universal, pois essa percepção poderia contribuir para o fracasso e alienação de muitos alunos na EJA (KOORO; LOPES, 2007).

Cabe ressaltar que a didática utilizada no Ensino Regular precisa ser diferenciada quando ofertada ao público da EJA, metodologias infantilizadas, assim como materiais didáticos necessitam de revisão e adequação à faixa etária e à situação social que compõem este público. Silva e Amorim (2022) enfatizam a preocupação com a faixa etária dos alunos da EJA e os recursos pedagógicos que são utilizados. Visam apresentar conteúdos que atendam este público e estejam ligados à sua realidade, ofertando uma educação de qualidade, diferenciada, participativa e com um currículo pensado nas especificidades da

EJA. Para elas:

Os trabalhos pedagógicos desenvolvidos na EJA contribuem na formação dos discentes socialmente ativos e capazes de se intitular como sujeitos responsáveis por suas próprias escolhas, sendo identificados como os formadores de suas histórias de vida. (SILVA; AMORIM, 2022, p. 60)

Outrossim, é essencial ver o estudante da EJA como um sujeito ativo na construção de seu conhecimento, sabendo que estes aprendem melhor a partir da evidenciação de suas necessidades e experiências de vida, ou seja, através da contextualização do conhecimento dos alunos, a aprendizagem ganha sentido por meio de práticas educacionais que estimulem a reflexão sobre o pensar, o ser e o fazer (SILVA, 2022).

Além de atentar para a contextualização do conhecimento, é essencial criar situações que cooperem com a construção dos significados dos conteúdos matemáticos a serem aprendidos. Não se trata de ensinar Matemática a fim de que os estudantes possam resolver melhor os problemas, mas propor problemas a serviço do ensino da matemática, empregá-los como princípio metodológico que forneça significado e sentido aos conteúdos matemáticos (RIBEIRO, 2021).

No ensino de matemática na EJA é fundamental que o docente traga alternativas diversas que visem uma aprendizagem significativa, conectando o aprendizado escolar a sua realidade social. Por esse motivo, o professor deve conhecer seus alunos, seus conhecimentos anteriores, seu contexto social e os motivos que os levaram a retornar à escola. Segundo Kooro e Lopes (2007):

É preciso considerar atividades de ensino que propiciem um fazer Matemática, o que significa recorrer a uma interação educativa na qual o aspecto matemático de uma situação possa ser identificado pela linguagem usada; dessa forma, é possível tornar o acesso ao conhecimento matemático simples, o que difere de um fazer simplista. Ou seja, propiciar aos estudantes uma aprendizagem matemática que lhes permita estabelecer relações com outras áreas do conhecimento. (KOORO; LOPES, 2007, p. 3)

Neste entendimento, o ensino da matemática na EJA dá-se por meio de atividades que contemplem características exploratórias e investigativas, que sejam sistematizadas, privilegiando os procedimentos desenvolvidos pelos estudantes, além de valorizar a importância da leitura e da escrita, durante as aulas de matemática, como etapas dos procedimentos investigativos e da sistematização do conhecimento adquirido. Esta visão educativa, coloca o conhecimento matemático como uma tarefa social, respectiva aos interesses cognitivos, normativos e afetivos dos estudantes (KOORO; LOPES, 2007).

Silva (2022), a partir das características dos estudantes da EJA, propõe alternativas pedagógicas que permeiam o universo da educação matemática e que podem ser introduzidas no ambiente da EJA, são elas: “Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas Matemáticos, História da Matemática, TICs, Jogos e Materiais Concretos, e Metodologias de Projetos” (SILVA, 2022, p. 46).

Nesta pesquisa é utilizada a metodologia Resolução de Problemas, por trazer um aprendizado que ultrapassa a sala de aula e faz-se evidente na vida social do Jovem e Adulto. Através da Resolução de Problemas o discente é capaz de concretizar conhecimentos e ressignificar aprendizagens, respondendo às necessidades do desenvolvimento de saberes que atendam às necessidades da vida contemporânea.

2.4 Desenvolvendo raciocínios combinatórios e probabilísticos na EJA

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), desde o Ensino Fundamental, os alunos têm a oportunidade de construir o espaço amostral de eventos equiprováveis, fazendo uso do princípio multiplicativo para calcular a probabilidade de sucesso de um dos eventos. No Ensino Médio, os diferentes ramos da Matemática são agregados de forma mais consistentes, sendo definidos pares de ideias fundamentais que se articulam entre si, e que são significativos para o desenvolvimento do pensamento matemático. Os pares de ideias são: variação e constância, certeza e incerteza, movimento e posição, relações e inter-relações (BRASIL, 2018). A certeza e incerteza diz respeito a:

Certeza e incerteza é um par normalmente associado, na matemática escolar, ao estudo de fenômenos aleatórios, à obtenção de medidas no mundo físico, a estimativas, análises e inferências estatísticas e a argumentações e demonstrações algébricas ou geométricas. Mas ela engloba muitas outras ideias. Em Matemática, a validação de ideias deriva da busca de certeza. Como certeza e incerteza são inerentes à elaboração de conjecturas e predições, podemos considerar que a visualização, a antevisão, a previsão e a antecipação são inseparáveis desse par de ideias e estão associadas às práticas de expressar e comunicar ideias e estratégias matemáticas, validando-as por meio de sugestões. Expressar incertezas em relação às próprias ideias e às dos colegas, indicando seus limites, e imaginar, criar e cogitar coletivamente o que ocorreria na extrapolação dos limites indicados também integra esse par. Certeza e incerteza são inerentes, ainda, a variadas formas de comunicação social, que empregam elementos de estatística e suas representações, além dos problemas de contagem e de formas intuitivas de expressão de probabilidades. (BRASIL, 2018, p. 521)

Dessa forma, desenvolver o raciocínio probabilístico no Ensino Médio é trabalhar as certezas e incertezas para a tomada de decisões que sejam mais adequadas, contribuindo para uma melhor compreensão da realidade dos alunos, utilizando o raciocínio combinatório, através de problemas de contagem que revelam o espaço amostral de um determinado evento.

Araújo e Silva (2023) afirmam que os alunos da EJA, em sua maioria, já se depararam com situações matemáticas em seu cotidiano. Ocorre que nem sempre essas experiências foram motivadoras, e acabam por gerar prejuízos ao desenvolvimento e à aprendizagem de conteúdos matemáticos. Sendo assim, o professor precisa revelar uma

matemática que não seja imutável, mas que se proponha dinâmica e passível de incorporar novos conhecimentos.

Por outro lado, temos os livros didáticos que apresentam os métodos de contagem e probabilidade através de fórmulas, fazendo com que o aluno precise decorar tais fórmulas para solucionar problemas específicos. Com isso, existem alunos capazes de resolver questões de Combinatória e Probabilidade, sem a compreensão das ideias matemáticas envolvidas, sem a explicitação que fundamentam tais práticas (FILHO, 2016), (MARTINS; BORBA, 2022). Acordando com a visão dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no que diz:

As fórmulas devem ser consequência do raciocínio combinatório desenvolvido frente à resolução de problemas diversos e devem ter a função de simplificar cálculos quando a quantidade de dados é muito grande. Esses conteúdos devem ter maior espaço e empenho de trabalho no ensino médio, mantendo de perto a perspectiva da resolução de problemas aplicados para se evitar a teorização excessiva e estéril. Espera-se que assim o aluno possa se orientar frente a informações de natureza estatística ou probabilística. (BRASIL, 2002, p. 126-127)

Um dos desafios na EJA para a aprendizagem matemática é propiciar aos alunos a concepção de que a matemática não é apenas um conjunto de regras e técnicas, mas um elemento de nossa cultura e história humana. Como tal “ela não é um edifício perfeito que surgiu pronto da mente de poucos seres privilegiados, a fim de ser estudada para puro deleite intelectual” (BRASIL, 2018, p. 522), mas adveio da experiência humana ao longo da história.

Assim, as estruturas multiplicativas são construídas a partir de um vasto contexto de problemas que criam sentido aos conceitos interligados. Neles estão o raciocínio combinatório, que é uma forma de pensar sobre a Combinatória, sendo definido como um conjunto de ideias que favorecem a observação de situações de contagem, proporcionando a enumeração e o esgotamento do número de possibilidades (MARTINS; BORBA, 2022).

Da mesma forma, o pensamento probabilístico requer a compreensão da aleatoriedade; que, por sua vez, é o entendimento dos eventos aleatórios. Faz-se necessário que o estudante apreenda sobre a incerteza de resultados com eventos que ainda não aconteceram, mas que podem ocorrer, porém não há certezas de quando ocorrerão. Esse aprendizado é importante para a distinção de um evento aleatório de um não aleatório. Pois, a aleatoriedade está presente no cotidiano dos alunos, por exemplo, ao se embaralhar cartas, seu objetivo é criar um contexto em que todos os envolvidos tenham a mesma chance de sucesso (LIMA; BORBA, 2019).

Outra aprendizagem importante está ligada ao levantamento de todas as possibilidades referentes a um dado problema. Essa compreensão é significativa ao cálculo de probabilidades, fazendo-se também fundamental ao estudo da aleatoriedade. O que fortalece o papel do entendimento sobre espaço amostral para a resolução de problemas

que envolvem o pensamento probabilístico (LIMA; BORBA, 2019). Sendo assim, não se pretende apenas o conhecimento de um único conceito, mas a articulação entre combinatória e probabilidade como formas de pensar que possibilitem ao estudante a compreensão de mundo, o entendimento de sua realidade e a análise crítica de sua atuação na sociedade.

2.5 Análise Combinatória e Probabilidade

Nesta seção são retratados os elementos básicos e conceitos que fazem parte da análise combinatória e probabilidade e foram utilizados na proposta didático-pedagógica que constitui esta pesquisa. São eles: princípio fundamental da contagem, experimento aleatório, espaço amostral, eventos, e probabilidade em espaço amostral equiprovável.

Princípio fundamental da Contagem (PFC) ou Princípio Multiplicativo

Definição 1: Se uma decisão A pode ser tomada de m maneiras distintas e, para cada uma dessas maneiras, uma outra decisão B pode ser tomada de n maneiras distintas, então o número de maneiras distintas de serem tomadas as decisões A e B é $m \times n$ (ANDRADE, 2020, p. 14)

Exemplo 1: Uma loja oferece 2 modelos de telefone celular, 2 planos de tarifa e 3 condições de pagamento. Quantas possibilidades diferentes uma pessoa tem para compra um telefone celular nessa loja? (ANDRADE, 2020, p. 14)

Resolução:

Pelo PFC, temos $2 \times 2 \times 3 = 12$.

Experimento Aleatório

Definição 2: Todo experimento (ou fenômeno) que, repetido várias vezes sob condições idênticas, apresentar resultados imprevisíveis, isto é, depende exclusivamente do acaso. (ANDRADE, 2020, p. 53)

Exemplo 2: Lançamento de um dado ou de uma moeda.

Espaço Amostral

Definição 3: Conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório, indicado, em geral, pela letra grega Ω (lê-se: ômega), podendo ser classificado em discreto ou contínuo. (ANDRADE, 2020, p. 53)

Exemplo 3: Ao lançarmos um dado de 6 faces, o espaço amostral é o conjunto finito: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Exemplo 4: Ao sortearmos um número real entre 1 e 2, o espaço amostral é o conjunto infinito não enumerável: $\Omega =]1, 2[$.

Evento

Definição 4: Todo subconjunto de um espaço amostral Ω de um experimento aleatório. Em geral, indicamos um evento (ou acontecimento) por uma letra maiúscula. (ANDRADE, 2020, p. 54)

Exemplo 5: Ao lançarmos um dado de 6 faces, o espaço amostral é dado pelo número de pontos da face voltada para cima, ou seja, $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Alguns eventos que podemos citar em relação a esse espaço amostral são:

- Ocorrência de números de pontos menores do que 4: $A = \{1, 2, 3\}$.
- Ocorrência de números de pontos maiores do que 5: $B = \{6\}$ (chamamos de evento simples ou elementar).
- Ocorrência de números de pontos menor do que 7: $C = \Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (chamamos de evento certo).
- Ocorrência de números de pontos maior do que 6: $D = \emptyset$ (chamamos de evento impossível).

Probabilidade em espaço amostral equiprovável

Definição 5: Seja um evento A de um espaço amostral Ω finito. A probabilidade $P(A)$ de o evento A ocorrer é a razão entre o número de elementos de A , indicada por $n(A)$, pelo número de elementos de Ω , indicado por $n(\Omega)$, isto é: (ANDRADE, 2020, p. 59-60)

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } \Omega} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

$$\text{ou } P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

No caso de um evento A ser simples, $n(A) = 1$, temos:

$$P(A) = \frac{1}{n(\Omega)}$$

Para todo evento A , $0 \leq 1$ ou $0\% \leq P(A) \leq 100\%$

Se um evento A é certo, ou seja, $A = \Omega$, então

$$\frac{n(\Omega)}{n(\Omega)} = 1$$

Se um evento A é impossível, ou seja, $A = \emptyset$, então

$$P(A) = \frac{0}{n(\Omega)} = 0$$

Exemplo 6: Rafaela tem 6 cupons de uma promoção cujo prêmio é um almoço em uma churrascaria. Qual é a probabilidade de Rafaela ganhar o prêmio, sabendo que foram distribuídos 320 cupons no total? (ANDRADE, 2020, p. 61)

Resolução:

Chamando de A o evento “Rafaela ganhar o prêmio”, o total de casos favoráveis a ela é dado pela quantidade de cupons que ela possui, ou seja, $n(A) = 6$. Além disso, o total de casos possíveis é a quantidade total de cupons distribuídos, isto é, $n(\Omega) = 320$.

Logo, a probabilidade de Rafaela ganhar é dada por:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{320} = \frac{3}{160} = 0,01875 \Rightarrow 1,875\%$$

2.6 O Jogo Senha

Popularmente conhecido no Brasil como Jogo Senha, ele foi criado em 1970 pelo israelita Mordecai Meiorowitz com o nome original Mastermind. Em 1971, numa feira de brinquedos em Nuremberg-Alemanha, o grupo inglês Invicta Plastics comprou os direitos intelectuais do jogo e o lançou em 80 países, vendendo mais de 50 milhões de tabuleiros, tornando-se o jogo mais bem sucedido da década de 70. (ELLER et al., 2021), (SOUTO et al., 2021) Segue um exemplar de vendas na figura 3:

Figura 3 – Jogo Mastermind.



Fonte: Imagem do Google.

Uma versão digital do jogo Senha pode ser encontrada no site do GeoGebra (Disponível em: <https://www.geogebra.org/search/Jogo%20senha>). Os mesmos criadores do aplicativo Senha no Geogebra disponibilizaram vídeos na plataforma YouTube com questões propostas a partir do uso do aplicativo, com comentários sobre os procedimentos de resolução (Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=gvGU_QTiZel). Há também, um

decodificador online de senhas do jogo Senha no site "Solucionador Mastermind" (disponível em: <https://www.dcode.fr/mastermind-solver>).

A versão do Jogo Senha utilizada neste estudo foi retirada do site Se Jogando na Matemática, do programa de extensão da Universidade Federal Fluminense (Niterói, RJ) intitulado Dá Licença (Disponível em: <https://dalicenca.uff.br/projetos/se-jogadona-matematica/>). As regras do jogo são:

1. O desafiante deve escolher uma sequência (senha) de quatro cores distintas ordenadas da esquerda para a direita, dentre sete cores disponíveis, e guardá-la em segredo para si;
2. O desafiado precisa descobrir, no menor número de tentativas, as cores e suas respectivas posições, ou seja, a senha criada pelo desafiante;
3. O desafiado tem 10 oportunidades para tentar desvendar a senha;
4. Cada uma das tentativas é feita colocando uma fileira de bolinhas coloridas no tabuleiro e cada fila colocada deve permanecer na mesma posição durante todo o jogo;
5. Depois de cada tentativa, o desafiante fornece dicas ao desafiado indicando:
 - Bolinha com um X – indica que uma das cores escolhida pelo desafiado coincide com uma cor da senha, porém a sua posição não está correta;
 - Bolinha Preta – indica que uma das cores escolhida pelo desafiado coincide com a cor e a posição de uma das cores da senha;
 - Bolinha Vazia – significa que nem a cor nem a posição estão corretas.
6. Não existe ordem para as dicas. O desafiante não deve falar nem a cor nem a posição correspondente à bolinha com um X, à bolinha preta ou à bolinha vazia;
7. É nesta indicação das dicas que está o verdadeiro desafio do jogo, pois o desafiado tentará deduzir por suas jogadas anteriores, qual é a sequência correta da senha. Quando o desafiado reproduzir a sequência exata da senha, o desafiante pintará as quatro bolinhas da dica de preto, revelando neste momento a senha, e contará os pontos que obteve nesta partida;
8. A contagem de pontos é feita da seguinte forma: o desafiante ganha um ponto para cada linha de bolinhas coloridas colocados pelo desafiado no tabuleiro. Por exemplo, se o desafiado acertou a senha na terceira tentativa, o desafiante ganha 3 pontos;
9. Vence o jogo quem obtiver o maior número de pontos.

O Jogo Senha foi escolhido devido as habilidades trabalhadas segundo a BNCC (BRASIL, 2018):

- **EF08MA03:** Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo;
- **EF08MA22:** Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

Em uma partida do Jogo Senha o propósito é que o desafiado descubra a senha, criada pelo desafiante no menor número de tentativas possíveis. Trata-se de um jogo de estratégia, requerendo dos jogadores a capacidade de observar e memorizar; pois, em cada jogada, no mínimo uma dica é dada, ou seja, em cada jogada, há uma cor descoberta. Assim, os jogadores precisam do raciocínio lógico, visto que o pensamento lógico diminui o número de jogadas. Além disso, o desafiante precisa usar o pensamento combinatório ao formular uma senha e criar estratégias de jogo, ao dar suas dicas em posições diferentes por cada jogada.

2.7 O pensamento combinatório e probabilístico dentro do jogo senha

No Jogo Senha, o desafiante escolhe entre 7 cores distintas, um conjunto de 4 cores ordenadas, ou seja, a senha. A cada jogada o desafiante, dá uma dica ao desafiado, se a cor e a posição estiverem corretas, a bolinha é pintada de preto, se a cor estiver correta, mas a posição errada, é marcado um X na bolinha. Assim, o desafiado observará, quando receber uma bolinha pintada que acertou tanto a posição quanto uma das cores, se receber um X saberá que acertou a cor, porém na posição errada. Denotaremos as cores de: A, B, C, D, F, G e H; $X = 1$ para uma bolinha marcada com X e $p = 1$ para uma bolinha preta.

Para que o desafiante formule uma senha, ele terá 7 possibilidades de escolha para a primeira cor; para a segunda cor são 6 possibilidades, pois a cor não pode ser repetida; para a terceira são 5 possibilidades; e a para a quarta são 4 possibilidades. Dessa forma, pelo Princípio Multiplicativo, o desafiante tem: $7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ senhas possíveis.

Depois de criada a senha, o desafiado precisa dar seu primeiro chute. Com isso, o desafiante dará sua primeira informação sobre a sua senha. Caso a senha seja descoberta na primeira tentativa, o desafiante irá pintar quatro bolinhas de preto, no tabuleiro do jogo. Como o desafiado tem 10 tentativas, seu espaço amostral em relação ao número de tentativas é $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. E o evento: acertar a senha na primeira tentativa

é $A = \{1\}$, então sua probabilidade é:

$$P(A) = \frac{1}{10} = 0,10 \Rightarrow 10\%$$

Outra análise a ser feita: quantas cores, no mínimo, o desafiado pode acertar na primeira tentativa, independentemente da posição estar correta ou não: ele pode acertar as 4 cores; pode acertar 3 cores e errar uma, neste caso uma das 3 cores disponíveis será a cor correta; poderá acertar duas e errar duas, neste caso duas dentre as 3 cores disponíveis serão as cores corretas; e poderá acertar apenas uma cor, pois a senha é composta de quatro cores distintas, e as três cores disponíveis serão as corretas.

Perceba que não é possível ter 3 bolas pretas e uma com X, porque se três cores estão na posição correta, então é certo que a quarta cor também está na posição correta. Além do mais, uma bolinha sempre será preenchida após cada chute, pois toda tentativa de descobrir a senha terá no mínimo uma cor coincidente com as colocados pelo desafiador, com isso o caso $X = p = 0$ não ocorrerá. A seguir é formulada a Tabela 1 com as possibilidades de respostas do desafiante:

Tabela 1 – Possíveis respostas do desafiante.

Bolinha preta	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	3	4
Bolinha com X	4	3	2	1	0	1	2	3	0	1	2	0	0

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Com base na tabela, percebe-se que existem 13 respostas possíveis ao desafiante depois de cada tentativa. Dessa maneira, é analisada cada uma das respostas:

Resposta 1: $p = 0$ e $X = 4$, exemplo de tentativa: ABCD. Neste caso o jogador precisa trocar as posições iniciais das cores sem alterá-las, para tal ele precisará saber o número de permutações caóticas de 4 elementos:

$$D[4] = 4! \times \left(\frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} \right) = \left(1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24} \right) = 12 - 4 + 1 = 9$$

Logo, a probabilidade para essa resposta:

$$P(R_1) = \frac{9}{840} \approx 0,0107 \Rightarrow 1,07\%$$

Resposta 2: $p = 0$ e $X = 3$, exemplo de tentativa: BCDE. Nesta tentativa, o jogador tem 3 cores corretas em posições erradas e uma cor errada, ele precisa trocar a posição de 3 cores e substituir 1 cor por uma das três cores que ficaram de fora.

Para escolher uma cor que está fora da jogada: 3 opções.

Para selecionar 3 entre as 4 cores da senha ele tem:

$$C(4,3) = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

Para as 3 cores em posições erradas o desafiado precisa permutá-las de forma caótica nas 4 opções da senha:

$$\sum_{K=0}^1 (C(1, 0) \times D[4 - K]) =$$

$$C(1, 0) \times D[4] + C(1, 1) D[3] = 1 \times 9 + 1 \times 2 = 11$$

Com isso, o número de senhas para essa resposta: $3 \times 4 \times 11 = 132$.

E sua probabilidade:

$$P(R_2) = \frac{132}{840} \approx 0,1571 \Rightarrow 15,71\%$$

Resposta 3: $p = 0$ e $X = 2$, exemplo: CDEF. Nesta resposta, tem-se 2 cores erradas que devem ser substituídas por 2 entre as 3 que ficaram de fora; e 2 cores certas em posições erradas que precisam trocar de lugar.

Para escolher 2 cores entre as 4 cores da senha, o jogador tem:

$$C(4, 2) = 6$$

Para escolher 2 cores entre as 3 que ficaram de fora tem-se:

$$C(3, 2) = 3$$

Para preencher as 4 cores, permanecendo 2 cores, porém em posições diferentes, tem-se:

$$\sum_{K=0}^1 (1, K) \times [n - K]$$

com $n = 4$, $r = 2$ e $s = 2$.

Logo:

$$6 \times 3 \times \sum_{K=0}^{4-2=2} (C(4 - 2, K) \times D[4 - K]) =$$

$$18 \times (C(2, 0) \times D[4] + C(2, 1) \times D[3] + C(2, 2) \times D[2]) =$$

$$18 \times (1 \times 9 + 2 \times 2 + 1 \times 1) = 18 \times 14 = 252$$

Com probabilidade de ocorrência:

$$P(R_3) = \frac{252}{840} = 0,3 \Rightarrow 30\%$$

Resposta 4: $p = 0$ e $X = 1$, exemplo: EDFG. Neste caso, tem-se apenas uma cor certa, porém na posição errada. O jogador terá que trocar 3 cores pelas 3 cores que estão de fora e a cor correta deverá mudar de posição.

Para escolher uma cor que permanecerá: 4 opções;

Para trocar as 3 cores erradas: 1 maneira;

Para permutar caoticamente as 4 cores:

$$D [4] = 9$$

Logo, tem-se: $4 \times 1 \times 9 = 36$ senhas.

Com probabilidade de ocorrência:

$$P(R_4) = \frac{36}{840} \approx 0,0429 \Rightarrow 4,29\%$$

Resposta 5: $p = 1$ e $X = 0$, exemplo: DEFG. Esta resposta contém uma cor certa em sua exata posição. O jogador deve escolher uma cor e fixá-la, depois substituir as 3 cores erradas pelas 3 cores reservadas.

Para escolher uma cor fixa: 4 opções;

Para substituir as 3 cores: 1 opção;

Para permutar caoticamente as 3 cores:

$$D [3] = 2$$

Assim, tem-se: $4 \times 1 \times 2 = 8$ senhas.

Sua Probabilidade de ocorrência:

$$P(R_5) = \frac{8}{840} \approx 0,0095 \Rightarrow 0,95\%$$

Resposta 6: $p = 1$ e $X = 1$, exemplo: DECH. Aqui, tem-se uma cor correta em sua exata posição e uma cor correta mas fora de sua posição. O jogador tem de escolher uma cor para manter na posição inicial, escolher outra cor da senha para mudar sua posição entre 3 lugares, trocar 2 cores da senha por 2 das 3 que ficaram de fora e permutar suas posições.

Para escolher uma cor e mantê-la em sua posição: 4 opções.

Para escolher a segunda cor: 3 opções.

Para permutar caoticamente a segunda cor em 3 lugares: 2 formas.

Escolher 2 cores entre as 3 fora da jogada:

$$C(3, 2) = 3$$

Permutar caoticamente as 2 cores acima: 2 maneiras.

Logo, tem-se: $4 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 = 144$.

Com probabilidade de ocorrência:

$$P(R_6) = \frac{144}{840} \approx 0,1714 \Rightarrow 17,14\%$$

Resposta 7: $p = 1$ e $X = 2$, exemplo: DHCB. Nesta resposta, há uma cor certa em sua posição acertada e 2 cores corretas, porém em posições contrárias. O jogador tem de escolher uma cor que ficará fixa, escolher entre as 3 cores restantes 2 para permutarem caoticamente, e trocar uma cor por uma das 3 cores que ficaram de fora da jogada.

Para escolher uma cor e fixá-la: 4 opções;

Para escolher 2 entre 3 cores que permanecerão:

$$C(3, 2) = 3$$

Para permutar caoticamente 2 cores em 3 espaços:

$$\sum_{K=0}^{3-2=1} (C(3-2, K) \times D[3-K]) = C(1, 0) \times D[3] + C(1, 1) \times D[2] =$$

$$1 \times 2 + 1 \times 1 = 3$$

Para escolher uma cor que ficou de fora: 3 opções;

Logo, tem-se: $4 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$ senhas.

Com probabilidade de ocorrência:

$$P(R_7) = \frac{108}{840} \approx 0,1286 \Rightarrow 12,86\%$$

Resposta 8: $p = 1$ e $x = 3$, exemplo: DABC. Nesta situação as 4 cores são certas, mas apenas uma na posição verdadeira. O jogador deve escolher uma cor e torná-la fixa, e permutar caoticamente as 3 cores restantes.

Para escolher uma das 4 cores que permanecerá no mesmo lugar: 4 formas;

Para permutar caoticamente as 3 cores:

$$D[3] = 2$$

Portanto, há: $4 \times 2 = 8$ senhas.

Sua probabilidade é:

$$P(R_8) = \frac{8}{840} \approx 0,0095 \Rightarrow 0,95\%$$

Resposta 9: $p = 2$ e $X = 0$, exemplo: DCFG. Neste caso, há apenas 2 cores corretas em suas devidas posições. O jogador deverá manter 2 cores em suas posições e trocar 2 cores por 2 das 3 que ficaram de fora.

Para escolher 2 cores entre as 4 da senha, ele têm:

$$C(4, 2) = 6$$

Para escolher 2 entre as 3 cores que ficaram de fora há:

$$C(3, 2) = 3$$

Para alternar as duas escolhas acima: 2

Logo, tem-se: $6 \times 3 \times 2 = 36$ senhas.

E sua probabilidade é:

$$P(R_9) = \frac{36}{840} \approx 0,0429 \Rightarrow 4,29\%$$

Resposta 10: $p = 2$ e $X = 1$, exemplo: DCHB. Tem-se 2 cores certas em suas devidas posições e uma cor correta, mas na posição errada. O jogador precisa manter 2 cores em suas posições, trocar uma cor de ordem, e retirar uma cor substituindo-a por uma das 3 cores que estão fora da tentativa.

Para manter 2 cores em suas posições:

$$C(4, 2) = 6$$

Para trocar uma cor entre duas posições: $2 \times 1 = 2$

Escolher uma cor entre 3 que ficaram de fora: 3 opções.

Então: $6 \times 2 \times 3 = 36$ senhas.

Com probabilidade de:

$$P(R_{10}) = \frac{36}{840} \approx 0,0429 \Rightarrow 4,29\%$$

Resposta 11: $p = 2$ e $X = 2$, exemplo: DCAB. Nesta resposta, as 4 cores estão corretas, contudo apenas 2 em suas determinadas posições. O jogador precisa escolher 2 cores para continuarem em suas posições iniciais, e permutar caoticamente as outras 2 cores nas duas posições que restaram.

Para escolher as 2 cores que permaneceram em suas posições:

$$C(4, 2) = 6$$

Para trocar de lugar as 2 cores restantes: 1 opção;

Assim, tem-se: $6 \times 1 = 6$ senhas.

Sua probabilidade de ocorrência:

$$P(R_{11}) = \frac{6}{840} \approx 0,0071 \Rightarrow 0,71\%$$

Resposta 12: $p = 3$ e $X = 0$, exemplo: DCBH. Há apenas 3 cores corretas em suas verdadeiras posições. O jogador deve manter 3 cores nos seus lugares e trocar uma cor entre as 3 que estão fora da jogada.

Para as 3 cores certas:

$$C(4, 3) = 4$$

Para escolher uma cor que ficou de fora: 3 opções.

Então, tem-se: $4 \times 3 = 12$ senhas.

A Probabilidade dessa resposta:

$$P(R_{12}) = \frac{12}{840} \approx 0,0143 \Rightarrow 1,43\%$$

Resposta 13: $p = 4$ e $X = 0$, exemplo: DCBA. Resposta correta, todas as cores certas em suas devidas posições. O jogador acertou na primeira tentativa.

A chance de sua ocorrência:

$$P(R_{13}) = \frac{1}{840} \approx 0,0012 \Rightarrow 0,12\%$$

2.8 A importância dos Jogos na EJA

A matemática pode parecer estranha aos alunos da EJA, devido ao seu histórico escolar, retratado em seções anteriores, por isso a importância de aulas diferenciadas. Quando planejado de forma sistemática, o jogo é um recurso eficiente para o ensino-aprendizagem de matemática, pois ele aproxima o professor do aluno, assim como o conteúdo matemático implícito naquela ação, quebrando barreiras estruturais e considerando os vários tipos de raciocínios, principalmente o combinatório (SOUTO et al., 2021).

O jogo tem o intuito de motivar o aluno da EJA, fazendo-o buscar em seus conhecimentos anteriores, estratégias que possam ser utilizadas a cada jogada; assim como adquirir, de forma simples e prática, novas formas de pensar, trazendo para o ambiente de sala de aula a cooperação, a formação de atitudes em meio ao enfrentamento de desafios, a autonomia na busca por soluções, e a construção de aprendizagens.

Homa e Groenwald (2020) defendem a importância de recursos didáticos de fácil manuseio e entendimento, nas aulas de matemática, para o desenvolvimento dos processos

de ensino e aprendizagem. Para os autores, o lúdico concede aos estudantes um papel ativo na apropriação do conceito, dando-lhes mais responsabilidade em relação a sua aprendizagem e formação. Eles defendem também que os jogos devem ser inseridos na resolução de problemas, proporcionando situações de aprendizagem para o desenvolvimento pessoal dos estudantes. “O processo de ensino e aprendizagem deve acontecer de forma que desperte o interesse e seja prazeroso para os estudantes. Um recurso que possibilita isso são os jogos”. (HOMA; GROENWALD, 2020, p. 32)

Os jogos podem ser usados para introduzir novos conteúdos ou revisar outros já estudados, com o objetivo de ampliar os conhecimentos dos estudantes, além de desenvolver estratégias de resolução de problemas. Desta maneira, os jogos não devem ser vistos como uma atividade apenas recreativa, mas como facilitadores, cooperando para trabalhar determinadas complexidades que os alunos venham a apresentar em relação a alguns conteúdos. É preciso que o jogo represente um desafio ao aluno, produzindo conflitos cognitivos, provocando-lhes para a ação educativa, chamando-os para a realização das atividades (HOMA; GROENWALD, 2020).

O público da EJA, pelo seu diferencial e heterogeneidade, precisa de aulas adaptadas a sua realidade social; por esse motivo, os jogos podem colaborar em sua formação sócio educacional. Dessa forma, os PCNs apontam:

[O]s jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 2000b, p. 46)

Embutido à ação de participar de um jogo, o aluno busca uma estratégia, nessa busca ele precisa testar ideias, observar situações, analisar e conjecturar, atitudes que fazem parte do raciocínio lógico, importante à matemática. O erro e a tentativa permitem ao professor identificar dificuldades na aprendizagem de uma determinada habilidade. E por meio da observância de regras, instruções, definições, deduções e operações, novos conceitos são apreendidos, enquanto outros são ressignificados. Por essa razão, Homa e Groenwald (2020) assinalam:

Entende-se que os jogos se aproximam da Matemática via desenvolvimento de habilidades de resoluções de problemas. Deve-se escolher jogos que estimulem a resolução de problemas, principalmente quando o conteúdo a ser estudado for abstrato, difícil e desvinculado da prática diária. Essas atividades não devem ser muito fáceis ou muito difíceis, devendo ser testadas antes de sua aplicação a fim de enriquecer as experiências por meio da proposição de novas atividades, propiciando mais de uma situação para a aprendizagem ou desenvolvimento de competências. (HOMA; GROENWALD, 2020, p. 33)

Posto isso, nesta pesquisa, escolheu-se como recurso introdutório o Jogo Senha dentro da metodologia Resolução de Problemas. Inserido de forma planejada e testada, proposto à EJA como uma atividade inicial, na qual o aluno, através do raciocínio lógico, precisa desenvolver estratégias, formular hipóteses, sair de seu lugar comum e pensar nas variadas combinações de senhas para vencer o jogo. O jogo para a EJA motiva os estudantes, ao mesmo tempo que os desafia a procurar soluções de forma criativa, o que estimula o planejamento de ações, a persistência, a concentração e sobretudo uma aprendizagem significativa e aplicável a sua vida cotidiana.

2.9 Resolução de Problemas

Nesta seção, abordar-se-ão: um curto histórico em relação à Resolução de Problemas na Educação Matemática; o conceito da Resolução de Problemas na visão de autores e pesquisadores; os três diferentes enfoques da Resolução de Problemas; a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas, segundo [Onuchic \(2021\)](#); por fim, a avaliação ao longo da resolução de problemas.

2.9.1 Breve contexto histórico da Resolução de Problemas como metodologia de ensino na Educação Matemática

Resolver problemas é uma atividade cotidiana que fazemos voluntária e involuntariamente desde o acordar até o dormir. “A maior parte da nossa atividade pensante, que não seja apenas um sonho acordado, ocupa-se de coisas que queremos e dos meios de as obter, o que quer dizer problemas” ([POLYA; GUIMARÃES, 2014](#), p. 47). Cada invenção humana surgida ao longo do desenvolvimento da sociedade foi uma resposta a um problema: a luz elétrica, o telefone, a moeda, as escolas, os alimentos enlatados, o micro-ondas, a televisão, a internet, as leis, o sistema político, as artes, a ética, o casamento, o divórcio, o sistema de saúde e muitas outras coisas que poderíamos aqui enumerar. Da mesma maneira, buscaram-se, hoje, soluções para os vários problemas ainda não vencidos, como o câncer, a indisponibilidade de habitações humanas nas cidades e as enchentes urbanas, entre outros.

A Educação Matemática, porém, demorou para se apropriar desse saber, retardando sua utilização como metodologia de ensino dentro da sala de aula. Mas é possível conectar a matemática escolar às vivências do aluno para tornar o processo ensino-aprendizagem mais significativo. [Stanic e Kilpatrick \(1989, p. 1\)](#) demonstram a dificuldade da matemática de incorporar essa metodologia:

Os problemas têm ocupado um lugar central na matemática escolar desde a antiguidade, mas a resolução de problemas não. Só recentemente os educadores matemáticos aceitaram a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas merece atenção especial. O termo

resolução de problemas tornou-se um slogan que engloba diferentes visões do que é educação, do que é a escolarização, do que é a matemática e de por que deve ensinar matemática em geral e resolução de problemas em especial. (STANIC; KILPATRICK, 1989, p.1, Tradução da autora)

Foi somente na primeira metade do século XX, nos Estados Unidos, que a Resolução de Problemas passou a ser considerada uma metodologia de ensino dentro da Educação Matemática. Isso se deu em um contexto de esforço para promover mudanças no currículo de matemática, devido à constatação de que a aprendizagem matemática não alcançava a maior parte da comunidade escolar. Dessa forma, objetivando solucionar tal situação, a resolução de problemas surge enquanto teoria de ensino-aprendizagem (ONUCHIC, 2021).

Em 1945, George Pólya (1887-1985), matemático húngaro, professor da Universidade de Stanford (USA), publica um dos seus livros mais famosos, *How to Solve It*, traduzido para o português com o título “A Arte de Resolver Problemas” (1978). Nessa obra, o autor expõe uma sequência de passos para aplicar resolução de problemas: 1) compreender o problema; 2) estabelecer um plano; 3) executar o plano; 4) examinar a solução obtida (ONUCHIC, 2021). Pólya se interessava pelo ensino da matemática nas escolas secundárias dos Estados Unidos, e defendia que o ensino não é uma ciência exata, mas uma arte. Ainda segundo suas colocações, a tarefa principal do ensino da matemática é ensinar os alunos a pensar. Portanto, a matemática não pode ser apreciada, nem aprendida, sem uma participação ativa; o estudante deve primeiro conhecer o concreto, para só depois explorar o abstrato – ou seja, primeiro a experiência, depois a união dos conceitos. Todo esse ideário, para Pólya, conduz à resolução de problemas, e nesse contexto a matemática ficaria mais próxima do pensamento cotidiano (POLYA; GUIMARÃES, 2014).

Mesmo com todo o destaque conquistado por Pólya, foi apenas quase quatro décadas após a publicação de *How to Solve It*, em 1980, que o *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM (Conselho Nacional de Professores de Matemática, fundado em 1920, é a maior organização de educação matemática do mundo, defende o ensino e a aprendizagem de matemática de alta qualidade para todos) dos EUA propôs a Resolução de Problemas como foco para o ensino-aprendizagem de matemática, indicando que ela fosse o princípio-guia (JUNIOR; SOUZA; POSSAMAI, 2021). Isso foi formalizado com a publicação *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics* (Uma Agenda para Ação: Recomendações para a Matemática Escolar). O documento estabelece que os problemas não devem ser tratados de forma isolada, como um exercício, mas sim que o ato de resolver problemas deve conectar a matemática ao mundo real. Nos anos seguintes, o NCTM continuou publicando mais textos, até que em 2000 foi publicado o documento denominado *Standards* (Padrões). Sintetizando todo o trabalho realizado pelo NCTM nas décadas de 1980 e 1990, esse documento tem papel imprescindível na implantação, sistematização e divulgação da Resolução de Problemas em currículos escolares do mundo inteiro (ONUCHIC, 2021).

No Brasil, desde a década de 1970 a resolução de problemas começou a ser estudada sistematicamente na aprendizagem matemática (LEITE; DARSIE, 2021). Todavia, ela ganha força de fato em 1998, com a implementação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), cujo documento indica a resolução de problemas como estratégia para a educação matemática. Segundo os PCNs do Ensino Médio (BRASIL, 2000b), a aquisição do conhecimento matemático deve começar pela resolução de problemas, com o propósito de criar conjecturas, incitar a busca de regularidades, a abstração de padrões e o saber argumentativo. Tudo isso constitui parte fundamental para a formalização do conhecimento matemático e para a construção de habilidades que permitam a interpretação da realidade, assim como de outras áreas do conhecimento. Com isso, uma das finalidades do ensino da matemática no nível médio é desenvolver a capacidade de resolução de problemas. Diz o documento:

Não somente em Matemática, mas até particularmente nessa disciplina, a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com situações-problema, novas mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem auto-confiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL, 2000b, p. 52)

Segundo na mesma direção, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) preconiza que a área de matemática enfoque o desenvolvimento e a compreensão de conceitos e procedimentos objetivando a resolução de situações-problema. Deve contemplar, ainda, não apenas a capacidade de resolvê-los, mas também de saber formulá-los e descrever seus dados. Assim, formular, resolver e criar soluções para problemas estão entre as competências gerais a serem abordadas pela educação básica. No ensino médio, a competência específica três, dentro da área de Matemática e Suas Tecnologias, recomenda a resolução de problemas em diversos contextos, além de incluir a verificação da razoabilidade dos resultados alcançados, a fim de construir argumentações consistentes.

Percebe-se, através desse percurso histórico, que, mesmo a resolução de problemas sendo um conhecimento prático ligado ao dia a dia das pessoas, a educação matemática passou um longo período sem se apossar dessa capacidade. Somente há poucas décadas, com pesquisadores como Pólya e documentos oficiais baseados em pesquisas sobre a aprendizagem escolar, a resolução de problemas, enquanto metodologia de ensino-aprendizagem passou a ganhar espaço na Educação Matemática contemporânea.

2.9.2 Como diferentes autores conceituam a Resolução de Problemas

Nesta seção, são apresentadas as concepções de diferentes autores e pesquisadores que discutem o assunto resolução de problemas na educação matemática, trazendo as

diversas visões e abordagens no cenário atual.

Pironel (2019) afirma que o crucial motivo para a existência do matemático é a resolução de problemas, tal como a matemática constitui-se na descoberta, na proposição e na solução de problemas. Conforme Pironel, a relevância da resolução de problemas para a matemática, atinge um patamar tão grande, que é capaz de contar a história do desenvolvimento da matemática paralelo à história da humanidade, fundamentada por meio da Resolução de Problemas. No espaço escolar, a resolução de problemas pode conduzir à elaboração da compreensão matemática; para além disso, é possível ao aluno construir matemática e ampliar seus conhecimentos matemáticos vivenciados fora e dentro da escola.

Para Onuchic (2021), a resolução de problemas está no “coração” do funcionamento da matemática, como atividade motora da construção de novas aprendizagens e, por conseguinte, de novos problemas a serem resolvidos. O problema está no início da ação metodológica e, em sala de aula, através da resolução de problemas, pois os estudantes necessitam fazer associações entre diferentes ramos da matemática, produzindo novos conteúdos e conceitos. Cabe ao professor selecionar ou criar problemas adequados ao conteúdo ou conceito que pretende construir, deixando para os alunos o encaminhamento da aprendizagem em si, de acordo com suas percepções (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Proença (2021) ressalta que a resolução de problemas passa por quatro etapas de pensamento: representação, planejamento, execução e monitoramento. A representação ocorre quando o aluno compreende o problema via a formação da sua representação mental da situação, que passa pela interpretação linguística e semântica. No planejamento, o estudante formula estratégias para a solução, via a articulação de conhecimentos lógico-verbais e suportes de expressão, como desenhos, figuras e diagramas. Na execução, o aluno efetua os cálculos matemáticos necessários para se chegar ao resultado. Por último, o monitoramento requer a verificação da solução encontrada, o que envolve uma apuração de todos os processos anteriores.

Na mesma direção, Francioli e Silva (2021) destacam que, para a solução de problemas, é necessário que o aluno ultrapasse os métodos descritivos e chegue aos explicativos, compreendendo as etapas das atividades que executa. Ou seja, não basta saber os conceitos, termos e ter domínio das operações matemáticas, é essencial impulsionar esses conhecimentos e utilizá-los adequadamente, a julgar pelo contexto. A Resolução de Problemas em sala de aula permite ao professor aplicar situações de ensino e aprendizagem que proporcionam a esse aluno a capacidade de consolidação do conhecimento científico.

Segundo Leite e Darsie (2021), a resolução de problemas valoriza e aproveita os conhecimentos prévios dos alunos, os quais variam de acordo com suas experiências de vida em seus ambientes sociais. Quando os problemas são formulados a partir do contexto social do educando, é possível reforçar a função social da educação escolar, que deve ultrapassar a simples transmissão de conhecimentos historicamente concebidos para formar

sujeitos críticos, reflexivos, criativos e autônomos na percepção do seu papel social, em exercício pleno da cidadania.

Complementando [Leite e Darsie \(2021\)](#), [Junior, Souza e Possamai \(2021\)](#) afirmam que a Resolução de Problemas pressupõe uma aprendizagem ativa, autônoma, colaborativa e argumentativa, constituindo um modelo alternativo ao método tradicional de ensino que propõe aos alunos o desprendimento do uso de fórmulas e estabelece o pensamento ativo com vistas a chegar às generalizações. [Morán \(2015\)](#) reitera: a Resolução de Problemas é classificada como uma metodologia ativa, em que o processo de aprendizado acontece a partir de problemas e situações reais que os alunos vivenciarão na vida profissional.

Todas essas visões atribuem um protagonismo à resolução de problemas, pois colocam-na como capaz de conectar a aprendizagem de matemática que ocorre dentro do espaço escolar ao que se desenvolve fora desse espaço. Com isso, o educando terá acesso a ferramentas que o capacitarão para lidar com situações complexas em todos os contextos nos quais está inserido. Todavia, a visão adotada por esta pesquisa é a de [Allevato e Onuchi](#), pois considera-se que o aprendizado através da resolução de problemas torna os processos de compreensão dos alunos múltiplos, fortes, maduros e autônomos, capazes de se conectar a diversas realidades.

2.9.3 Três diferentes abordagens de Resolução de Problemas

Apresentados os conceitos relacionados à resolução de problemas, vamos discorrer agora sobre as suas possibilidades de abordagem em sala de aula. As aplicações relevantes para o nosso trabalho são especificamente três: o ensino sobre resolução de problemas, o ensino para a resolução de problemas e o ensino através da resolução de problemas.

O Ensino sobre Resolução de Problemas “corresponde a considerá-la como um novo conteúdo” ([ONUCHIC, 2021](#), p. 39). Seu cerne é o ensino por meio de heurísticas, que nada mais são que estratégias gerais para a solução de seja qual for o problema. Diversos autores de livros didáticos a utilizam como metodologia, colocando o professor apenas como facilitador, sendo o aluno quem concebe as ideias para chegar à solução. Nesse panorama, o principal autor é [Georgia Pólya \(JUNIOR; SOUZA; POSSAMAI, 2021\)](#), que divide o processo em quatro fases em seu livro *A Arte de Resolver Problemas* ([POLYA; GUIMARÃES, 2014](#)). São elas:

1. Compreensão do problema: primeiro são analisados todos os dados do problema, para que possam ser compreendidos;
2. Estabelecimento de um plano: são organizadas as informações acerca do problema, para que seja traçado um plano de resolução;

3. Execução do plano: é colocado em prática e efetivado o plano elencado na fase anterior;
4. Retrospecto: faz-se um exame da solução encontrada.

De maneira geral, o ensino sobre resolução de problemas se baseia no método de Pólya, por vezes com alguma pequena alteração. São trabalhados temas relacionados à resolução de problemas nos quais os alunos devem seguir regras gerais, que têm de ser capazes de solucionar quaisquer problemas, não importando o conteúdo específico. No entanto, há que se observar que essas regras não podem ser consideradas a única via para se resolverem problemas, pois conduzir o aluno a aprender determinado conteúdo por meio de estratégias gerais pré-definidas pode não fazer sentido para ele, além de privá-lo da sua autonomia no processo de aprendizagem.

No ensino para a resolução de problemas, a matemática é vista de forma utilitária: o principal propósito é desenvolver a capacidade de usá-la. Desse modo, após desenvolver os conteúdos, o professor propõe aos alunos problemas nos quais os conceitos estudados serão aplicados. Nessa visão, a matemática é ensinada dissociada de suas aplicações e a resolução de problemas serve apenas para dar aos conteúdos estudados em sala de aula um significado prático (ONUICHIC, 2021).

Nessa aplicação do método, primeiramente o professor explica o conteúdo curricular, trabalhando com exemplos e exercícios. Em seguida é apresentada ao aluno uma lista de problemas a serem solucionados, e este é avaliado de acordo com a sua capacidade de aplicar o conteúdo estudado na solução dos problemas. Entende-se que a matemática deve ser utilizada para que os docentes consigam resolver problemas para os quais já conhecem os conceitos e estruturas aplicáveis.

Nesse ponto de vista, há uma preocupação de que a matemática se torne apenas uma atividade na qual os alunos realizam após a introdução de um novo conceito ou depois de efetuar habilidades de cálculo, visto que são apresentados aos alunos muitos exemplos de estruturas matemáticas e conceitos sobre aquele determinado conteúdo para que depois possam aplicá-los na prática. Assim, corre-se um risco de retorno à aprendizagem por repetição. O problema deve, na verdade, ser o início da ação pedagógica, um atrativo, sobre o qual os alunos vão discutir, refletir e analisar, em busca de uma solução. Onuchic (2021) aponta para o perigo do problema vir a ser uma atividade realizada apenas depois da introdução de um novo conceito ou depois do treino em uma determinada habilidade.

No ensino através da resolução de problemas, o professor considera os conhecimentos prévios dos alunos, tornando o processo de resolução parte integrante da aprendizagem matemática (JUNIOR; SOUZA; POSSAMAI, 2021). O problema é o início da ação do professor em sala de aula e, por meio da resolução, os alunos estabelecem conexões entre os diversos ramos da matemática. Assim, é possível a construção de novos conceitos

e conteúdos, com diferentes estratégias de solução coexistindo. Todavia, tal abordagem requer novas posturas em sala de aula, tanto por parte do professor quanto do aluno. O professor deve preparar, ou escolher, problemas adequados ao conteúdo trabalhado; já o aluno será o próprio responsável por seu aprendizado e, por isso, precisam entender e assumir tal responsabilidade (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Depreende-se que nessa abordagem o foco é o estudante e como ele vai construir seu conhecimento. Com isso, o professor inicia a aula com um problema gerador, e os alunos buscam em seus conhecimentos prévios uma solução para tal problema. Essa solução é discutida entre os pares e, ao término da discussão, o professor formaliza o conteúdo. O problema é oferecido de forma a atrair o aluno ao processo de aprendizagem. Quando ele lê o problema, analisa, reflete sobre suas particularidades e discute as ideias, os conceitos matemáticos são construídos junto com a solução do problema, num processo mediado pela ação do professor.

Dentre as três abordagens ("sobre", "para" e "através") a principal diferença entre a terceira e as duas primeiras, reside no fato de que na terceira perspectiva as habilidades e os conceitos matemáticos são compreendidos e apreendidos durante o processo de resolução de problemas. Acreditando ser essa última a abordagem mais adequada às competências exigidas para a educação na sociedade contemporânea vistas pela BNCC como:

No novo cenário mundial, reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável requer muito mais do que o acúmulo de informações. Requer o desenvolvimento de competências para aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades. (BRASIL, 2018, p. 14)

Entendendo que o ensino de Matemática através da resolução de problemas promove todas essas competências, sendo também um método ativo com aplicabilidade na vida cotidiana, no qual o estudante é protagonista de seu aprendizado e construtor de seu conhecimento de forma significativa, nesta pesquisa utilizou-se a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas.

2.9.4 Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

O Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas - GETERP (composto por alunos e ex-alunos do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática – PPGEM, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP, campus Rio Claro -

São Paulo - Brasil), formado em 1992, coordenado pela professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchi, vem sendo, nos últimos anos, o núcleo formador de atividades de aperfeiçoamento, investigações e produção científica na diretriz de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Dentro deste grupo de pesquisa, surgiu a concepção de metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas. A expressão “ensino-aprendizagem-avaliação” carrega a ideia de que ensino, aprendizagem e avaliação devem acontecer conjuntamente, no decorrer da construção do conhecimento por parte do aluno. O professor atua como guia e mediador, entendendo que a avaliação deve ser contínua e formativa (ONUCHIC, 2021):

Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81)

A junção dessas três esferas ocorrendo paralelamente torna-se um ciclo no qual professor e aluno avaliam seus próprios processos e papéis, enquanto caminham na construção do conhecimento. Isso traz maturidade a ambos, tornando-os responsáveis por seus atos e permitindo-lhes ressignificar suas práticas. Todavia, essa proposta não é nova; desde o ano 2000, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio já sugerem a tríade:

A própria avaliação deve ser também tratada como estratégia de ensino, de promoção do aprendizado das Ciências e da Matemática. A avaliação pode assumir um caráter eminentemente formativo, favorecedor do progresso pessoal e da autonomia do aluno, integrada ao processo ensino-aprendizagem, para permitir ao aluno consciência de seu próprio caminhar em relação ao conhecimento e permitir ao professor controlar e melhorar a sua prática pedagógica. Uma vez que os conteúdos de aprendizagem abrangem os domínios dos conceitos, das capacidades e das atitudes, é objeto da avaliação o progresso do aluno em todos estes domínios. De comum acordo com o ensino desenvolvido, a avaliação deve dar informação sobre o conhecimento e compreensão de conceitos e procedimentos; a capacidade para aplicar conhecimentos na resolução de problemas do cotidiano; a capacidade para utilizar as linguagens das Ciências, da Matemática e suas Tecnologias para comunicar ideias; e as habilidades de pensamento como analisar, generalizar, inferir. (BRASIL, 2000a, p. 53-54)

“Ensino-aprendizagem-avaliação” significa que os três conceitos estão interligados intimamente, constituindo algo maior que ensino, aprendizagem e avaliação individualmente. E o objetivo dessa unidade é promover o crescimento do docente e a aprendizagem do discente. O professor, agente do ensino, empenha-se na aprendizagem do aluno, que, por sua vez, se faz construtor de seu conhecimento, apoiando-se no professor como guia.

À vista disso, Onuchic (2021) apresenta uma sugestão para a prática em sala de aula, indicando que as atividades de Resolução de Problemas sejam organizadas em dez etapas, como se observa a seguir, na Figura 4:

Figura 4 – Etapas da Resolução de Problemas.



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Essas etapas são discutidas a seguir:

1. Proposição do problema: no início da ação, o professor seleciona um problema, seja criando-o, recorrendo a algo já existente ou mesmo explorando algo trazido pelos alunos; esse problema inicial é denominado “problema gerador”. Seu objetivo é a construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento. Vale lembrar que o conteúdo necessário à resolução do problema gerador ainda não foi estudado pelos alunos em sala de aula;
2. Leitura individual: de posse do problema, cada aluno faz sua leitura particular, refletindo a seu respeito, entrando em contato com a linguagem matemática e formando sua compreensão individual do problema apresentado;
3. Leitura em conjunto: os alunos se juntam em pequenos grupos para realizarem outra leitura e uma discussão inicial do problema. Os estudantes têm a oportunidade de expor suas ideias, com o intuito de expressar-se com clareza e coerência e se fazer entender. Com isso, os alunos buscam a compreensão do enunciado da questão a ser resolvida e o que este problema requer para sua solução;
4. Resolução do problema: começa então a resolução do problema propriamente dita. Em seus grupos, os alunos se propõem a solucionar o problema gerador, o que

levará à construção do conhecimento acerca do conteúdo planejado pelo professor. Os alunos deverão se expressar de forma escrita, com a utilização de linguagem matemática, desenhos, gráficos, tabelas ou esquemas;

5. Observar e incentivar: o professor observa o desenvolvimento dos estudantes, incentivando-os a usar seus conhecimentos prévios e a compartilhar ideias auxiliando nas dúvidas, sem dar respostas prontas;
6. Registro das resoluções na lousa: são convidados representantes dos grupos para transcreverem suas resoluções na lousa;
7. Plenária: perante os registros, os alunos são estimulados a compartilhar suas ideias, justificá-las, defender pontos de vista, comparar soluções e avaliar suas próprias resoluções;
8. Busca do consenso: em plenária, depois de esclarecidas as dúvidas e feita a análise das resoluções, professor e alunos tentam chegar a um consenso sobre a solução correta;
9. Formalização do conteúdo: o professor vai à lousa para organizar e estruturar a solução do problema em linguagem matemática. São uniformizados os conceitos, os princípios e os procedimentos produzidos através da resolução do problema, e salientadas as diferentes técnicas operatórias e demonstrações;
10. Proposição de resolução de novos problemas: novos problemas correlacionados ao problema gerador são oferecidos aos alunos. Estes propiciam verificar a compreensão dos alunos acerca do conteúdo matemático trabalhado, além de consolidar, aprofundar e ampliar as aprendizagens construídas através de cada etapa anterior, constituindo um círculo de geração de novos conhecimentos e resolução de novos problemas.

Nesse sentido, a avaliação dos estudantes é realizada de forma contínua, no decorrer da resolução do problema, sendo integrada ao ensino e à aprendizagem, uma vez que o professor tem a possibilidade de identificar as condições e os conhecimentos que os estudantes dispõem, auxiliando-os no decorrer de todo o processo, assim também, os próprios estudantes observam a si mesmos e se ajudam. Com isso, o caráter sancionador das avaliações somativas é excluído ([ONUChic, 2021](#)).

A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas não se dispõe a ensinar os estudantes a resolverem problemas, tampouco a empregar os problemas como aplicação de algum conteúdo matemático. Mas, concebe a perspectiva, de que por meio de um problema gerador, o aluno tem a chance de construir novos conhecimentos matemáticos e a formalização do conteúdo acontece no final do processo de resolução dos problemas ([Pironel, 2019](#)).

Portanto, nesta pesquisa utilizamos as dez etapas propostas por Onuchic (2021), pois elas concretizam as competências gerais da Educação Básica prescritas na BNCC (BRASIL, 2018) quando: reconhecem os conhecimentos historicamente construídos e os trazidos pelos alunos; praticam a investigação, reflexão, análise crítica, imaginação e criatividade; produzem conhecimento e exercem protagonismo na vida particular e comunitária; valorizam a pluralidade de saberes e vivências sociais, apropriando-se desses conhecimentos; ensinam o aluno a argumentar com base em fatos, dados e informações científicas para tomar decisões precisas e que reflitam sobre o coletivo; desenvolvem a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação mútua; cooperam com a formação de sujeitos autônomos, responsáveis, flexíveis, resilientes e determinados.

2.9.5 A Avaliação durante a Resolução de Problemas

Nas seções anteriores falamos sobre o desenvolvimento dos alunos em vários aspectos através da Resolução de Problemas, que segundo Mota e Lozada (2022, p. 6) são: “aprendizagens (pensamento crítico, criatividade, colaboração de comunicação); alfabetização (midiática, informacional e tecnológica); para a vida (flexibilidade, liderança, iniciativa, produtividade e sociais)”. Aqui vamos refletir em como avaliar esse desenvolvimento durante o processo de resolução de problema.

Ensinar, aprender e avaliar através da resolução de problemas impõe ao professor posturas diferenciadas que são indispensáveis ao sucesso do aluno e da própria metodologia. É necessário ter interesse em trabalhar em grupos, harmonia na relação professor /aluno e entendimento sobre como o processo de aprendizagem pelos estudantes está ocorrendo. Tudo isso, visando a que as avaliações aconteçam naturalmente, as intervenções concorram para a aprendizagem de novos conceitos matemáticos e concepções errôneas sobre ensinar e aprender sejam superadas (PIRONEL, 2019).

Essa mudança implica numa concepção, na qual os resultados das aprendizagens ao longo da resolução de problema não podem ser expressos apenas através de uma nota ou de um conceito, não dá para no final do processo aplicar uma prova escrita e quantificar as respostas “corretas” dos alunos, é preciso ir além.

Mota e Lozada (2022) contam como o conceito de avaliação avançou nos últimos anos no Brasil: a avaliação foi instituída com a promulgação da LDB nº 4.024/61, com foco classificatório, baseada em exames escolares e utilizada para averiguação dos conhecimentos e desempenho dos alunos; com a Lei nº 5.692/71, foi adotado o termo aferição do aproveitamento escolar; a partir da LDB 9.394/96, o termo avaliação da aprendizagem é sugerido, trazendo uma nova visão ao processo de avaliar.

Este ponto de vista, dentro da Educação Matemática ganhou visibilidade quando o *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM (2000) – lança a publicação *Principles and Standards for School Mathematics* (Princípios e Padrões para a Matemática Escolar)

no qual associa a avaliação com um dos seis princípios fundamentais à matemática escolar. De acordo com o documento a avaliação deve favorecer o aprendizado de conteúdos matemáticos, trazendo informações relevantes para professores e alunos (PIRONEL; ONUCHIC, 2016). Dessa forma, troca-se a ideia de avaliação da aprendizagem e passa-se a discutir a avaliação para a aprendizagem. French (PIRONEL; ONUCHIC, 2016, 2005 apud) aponta princípios para essa atual concepção, são eles:

[...] princípios de avaliação baseados em pesquisa para guiar a prática de sala de aula. Segundo ele, a avaliação para a aprendizagem deveria ser parte do planejamento de ensino e aprendizagem; deveria se concentrar em como os estudantes aprendem; deveria ser reconhecida como uma prática central na sala de aula; deveria ser considerada como uma habilidade profissional chave para os professores; deveria ser sensível e construtiva porque qualquer avaliação tem impacto emocional; deveria levar em conta a importância da motivação do estudante; deveria promover o compromisso com os objetivos de aprendizagem e um entendimento comum sobre os critérios pelos quais os alunos são avaliados; os alunos deveriam receber orientações construtivas sobre como podem melhorar; deveria desenvolver nos estudantes a capacidade de autoavaliação de modo que possam se tornar reflexivos e autônomos; e deveria reconhecer toda a gama de realizações de todos os alunos. (PIRONEL; ONUCHIC, 2016)[FRENCH, 2005 apud, p.6]

Assim, infere-se que a avaliação é ampla e não se limita a um único objetivo. Na BNCC (BRASIL, 2018) consta que os procedimentos de avaliação levem em conta os contextos e as formas de aprendizagens, utilizando esses registros para a melhoria do desempenho da escola, dos professores e dos alunos. Com isso, elencamos dois tipos de avaliação que mais concordam com os objetivos da pesquisa, segundo (FERNANDES et al., 2021):

1. Diagnóstica: antecede o processo de aprendizagem; seu propósito é apontar ao professor os conhecimentos prévios dos alunos; indica parâmetros que auxiliam no planejamento do professor.
2. Formativa: acontece no decorrer do processo de ensino e aprendizagem; possibilita ao professor delinear rotas de aprendizagem, destacando preferências e estilos cognitivos dos alunos; disponibiliza ao professor e aluno a oportunidade de rever seus processos de formação.

É preciso pensar na avaliação como um ato formativo, e não mais punitivo ou classificatório. Para Mota e Lozada (2022) a avaliação formativa ocorre durante todo o processo letivo, seu objetivo é analisar as habilidades desenvolvidas pelos alunos, e que através dela o professor possa ajustar seu trabalho para que ensino e aprendizagem aconteçam. Pironel (2019) também defende que a avaliação ao se juntar ao ensino e aprendizagem passa a ter caráter formativo colaborando com a aprendizagem. “Nesse processo, de integração da avaliação à aprendizagem e, por consequência, ao ensino, a

observação surge como alternativa incontestável aos instrumentos consagrados de coleta de dados para a avaliação” (PIRONEL, 2019, p. 153).

PIRONEL e ONUCHIC (2016) indicam que esta observação pode ser feita de duas formas: A primeira é a registrada, nela o professor aponta suas observações em sala de aula de forma escrita utilizando o diário de classe ou seu caderno de planejamento, seu objetivo é orientar o planejamento pedagógico, dessa forma ele pode intensificar as ações que geraram aprendizagens e corrigir ou remodelar as que não obtiveram sucesso. A segunda é aquela observação que é feita com intervenção momentânea, de forma oral, nela a mediação acontece quando se observam falhas no processo de aprendizagem, ela pode ser feita através de questionamentos, dicas, ou resolvendo um problema distinto.

Assim, a avaliação é feita em todo o processo metodológico da resolução de problemas, do planejamento do professor, das etapas de resolução em sala de aula, da autoavaliação por alunos e professores, até depois do encerramento da atividade, quando o professor examina todos os processos anteriores, aferindo sucessos e possíveis melhorias. Posto isso, nesta pesquisa, como proposta avaliativa utilizamos as duas observações sugeridas por PIRONEL e ONUCHIC (2016).

2.10 Trabalhos Relacionados

A fim de ampliar os conhecimentos acerca da temática que norteia este trabalho, foram realizadas pesquisas no repositório de dissertações da Capes e Google Acadêmico, entre os dias 13 de agosto de 2023 e 30 de agosto de 2023. A pesquisa foi conduzida a partir dos seguintes descritores: resolução de problemas; Educação de Jovens e Adultos; jogos na EJA, análise combinatória e probabilidade. O ano de publicação varia de 2019 a 2023. Foram selecionados os trabalhos que mais se aproximam do objetivo geral dessa pesquisa, assim foi confeccionada a Figura 5:

Figura 5 – Dissertações selecionadas para fundamentação do trabalho.

TÍTULO	AUTOR	INSTITUIÇÃO	CIDADE/ANO
Jogos como ferramenta no ensino de matemática na EJA.	Ana Carolina Soares Viola	Universidade Federal do estado do Rio de Janeiro – UNIRIO	Rio de Janeiro 2023
Uso da resolução de problemas no ensino de matemática com alunos da educação de jovens e adultos - (EJA)	Santana de Jesus Miranda Melo	Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES	Lajeado 2020
Entre plantas e árvores: uma articulação entre a resolução de problemas, a análise combinatória e um beija-flor	Ana Carolina Ferreira Rangel	Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP	Rio Claro 2022
O ensino de análise combinatória para turmas da educação de jovens e adultos com foco no princípio multiplicativo	Marco José da Silva Bezerra	Universidade do Estado do Pará - UFPA	Belém/PA 2021
Ensino-aprendizagem de análise combinatória no ensino médio: sequência didática pautada na resolução de problemas	Eldeson Inácio da Costa da Silva	Universidade Federal Rural do Semiárido -UFERSA	Mossoró 2021

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

A pesquisa científica é uma etapa laboriosa, por isso a leitura das publicações citadas acima foi um relevante recurso para a organização e o direcionamento da linha aqui desenvolvida. O diálogo com outros trabalhos torna-se imprescindível, não só por possibilitar a atualização acerca de novas investigações, mas por permitir a divulgação de trabalhos de pesquisadores de todo o Brasil.

2.10.1 Jogos como ferramenta no ensino de matemática na EJA

O primeiro trabalho elencado que trouxe importantes contribuições para essa pesquisa é a dissertação: “Jogos como ferramenta no ensino de matemática na EJA”, de Ana Carolina Soares Viola. A pesquisa buscou encontrar respostas para como o uso de jogos na EJA pode favorecer a compreensão de conteúdos matemáticos. A investigação foi realizada em quatro turmas da EJA anos finais do Ensino Fundamental, para tal, foram aplicados dois jogos: Trilha dos restos e Jogo Senha, os conteúdos abordados referiram-se a algoritmo da divisão e combinatória. Viola (2023) trouxe os teóricos Piaget e Freire, citando que ambos defendem a concepção de que a aprendizagem deve ser um processo ativo, no qual os alunos são incentivados a questionar, explorar e experimentar para construir o seu conhecimento.

A pesquisa de Viola (2023) é extremamente relevante, pois nela é afirmado que o uso do Jogo Senha pode introduzir os conteúdos iniciais de probabilidade por meio de frequência de ocorrências. Trazendo sua descrição de que os jogos na EJA fazem muito mais que auxiliar na aprendizagem matemática, eles contêm alegria e invocam a vontade dos alunos de frequentarem as aulas. Assim, tal experiência contribuiu de forma pertinente com a investigação ora apresentada.

2.10.2 Uso da resolução de problemas no ensino de matemática com alunos da educação de jovens e adultos (EJA)

A dissertação de Santana de Jesus Miranda Melo, cujo título é “Uso da resolução de problemas no ensino de matemática com alunos da educação de jovens e adultos (EJA)”, foi desenvolvida numa escola estadual no município de Macapá – AP, com estudantes da EJA – primeiro segmento. Sendo pautada no método de Pólya, tal pesquisa trouxe grandes contribuições ao falar da realidade da EJA, abordando seu maior entrave, que é a evasão escolar; a pesquisadora buscou o auxílio da resolução de problemas para discutir sua importância como metodologia para a aprendizagem matemática de alunos que retornam à sala de aula após ficarem ausentes por anos seguidos. [Melo \(2020\)](#) destaca a importância de conhecer o público da EJA, para a prática pedagógica, baseada em novas metodologias como a resolução de problemas, buscando não somente o acesso desses alunos, mas também sua permanência na escola, ofertando um ensino inclusivo no qual todos possam ser vistos como cidadãos.

2.10.3 Entre plantas e árvores: uma articulação entre a resolução de problemas, a análise combinatória e um beija-flor

A terceira dissertação é da pesquisadora Ana Carolina Ferreira Rangel, e tem como título “Entre plantas e árvores: uma articulação entre a resolução de problemas, a análise combinatória e um beija-flor”. O público alvo da pesquisa foi um grupo de alunos de Licenciatura em Matemática da Unesp/Rio Claro, seu objetivo foi compreender como a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas pode favorecer no desenvolvimento do raciocínio combinatório. O interesse na pesquisa de [Rangel \(2022\)](#) está no uso das ideias de Onuchi e Allevalo, na busca pelo entendimento de como é desenvolvido o raciocínio combinatório através da resolução de problemas. Outro importante contributo foi a percepção da autora acerca de que os principais desafios encontrados estavam na própria natureza dos problemas de combinatória e na interpretação dos enunciados dos problemas.

2.10.4 O ensino de análise combinatória para turmas da educação de jovens e adultos com foco no princípio multiplicativo

A dissertação selecionada do pesquisador Marco José da Silva Bezerra tem como título “O ensino de análise combinatória para turmas da educação de jovens e adultos com foco no princípio multiplicativo” trouxe subsídios para este trabalho, através do estudo da Análise Combinatória por meio do princípio multiplicativo dispensando o uso de fórmulas. O trabalho de [Bezerra \(2021\)](#), voltado para o 2º segmento da EJA Ensino Médio, foi de grande

valia com sua experiência na EJA e sua forma simples de ensinar conceitos que podem parecer complexos.

2.10.5 Ensino-aprendizagem de análise combinatória no ensino médio: sequência didática pautada na resolução de problemas

A quinta pesquisa aqui selecionada tem por título “Ensino-aprendizagem de análise combinatória no ensino médio: sequência didática pautada na resolução de problemas”, do pesquisador Eldeson Inácio da Costa da Silva que propõe uma sequência didática para o ensino-aprendizagem de combinatória no ensino médio, estruturada na resolução de problemas. A leitura de [Silva \(2021\)](#) colaborou com sua sequência didática com problemas bem formulados e suas soluções bem explicadas, que foram úteis na elaboração da proposta didática da presente pesquisa.

Os trabalhos acima citados foram extremamente relevantes, contudo, nenhum deles utiliza a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas na modalidade da EJA, com o intuito de desenvolver os conteúdos de combinatória e probabilidade juntos. No entanto, as pesquisas selecionadas a partir dos descritores: resolução de problemas, Educação de Jovens e Adultos, Jogos na EJA, análise combinatória e probabilidade, contribuíram sobremodo para o auxílio teórico dessa pesquisa e para o delineamento dos procedimentos metodológicos referentes ao desenvolvimento do trabalho. O estudo desses textos acadêmicos foi essencial para que se pudesse discernir o que já se tem pesquisado e as lacunas que compõem o objeto de interesse para esta pesquisa.

Capítulo 3

Procedimentos Metodológicos

Neste capítulo, é abordada a metodologia de pesquisa, sendo subdividida em duas partes, a primeira contém a caracterização da pesquisa: tipo de pesquisa; local da pesquisa; universo, população e amostra; instrumentos; coleta de dados; análise de dados. Na segunda parte, estão descritos a proposta didático-pedagógica, o planejamento, a execução e a avaliação.

3.1 Caracterização da Pesquisa

Antes de descrever as características metodológicas dessa pesquisa, é preciso relembrar o objetivo geral dessa ação: investigar como pode contribuir a metodologia resolução de problemas por meio do Jogo Senha para o estudo do princípio fundamental da contagem e de noções iniciais de probabilidade dos alunos da 2ª etapa do Ensino Médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA) noturna.

3.1.1 Tipo de Pesquisa

Fleury e Werlang (2016) citam que os propósitos de uma pesquisa podem ser variados, tais como: “criar uma visão geral de um determinado fenômeno ou de uma dada condição; gerar novas ideias; ou conhecer os fatos básicos que circundam a situação” (p. 11). A pesquisa é capaz de classificar ou formar categorias, documentar um procedimento eventual ou esclarecer estágios de um processo; a primeira é dita exploratória, enquanto a segunda descritiva. Todavia, ela pode testar teorias, reforçar ou contrapor uma explicação, apontar a melhor explicação em meio a outras. Conforme o objetivo, selecionam-se as abordagens e os métodos.

Com base na temática em discussão, realizou-se a pesquisa aplicada, por ser delimitada como um composto de atividades em que conhecimentos anteriormente adquiridos são utilizados para coletar, selecionar e processar dados e fatos, com o objetivo de obter e confirmar resultados, produzindo impactos (FLEURY; WERLANG, 2016). Ocorreu também

de forma exploratória e qualitativa para aquisição de conhecimentos relevantes, em vista da necessidade de aplicar a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas por meio do Jogo Senha para o ensino do princípio fundamental da contagem e de noções iniciais de probabilidade aos alunos da 2ª etapa do Ensino Médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA). A análise qualitativa da pesquisa foi escolhida como possibilidade de estudar fatos que envolvem os seres humanos e suas relações sociais, ocorridas em diversos ambientes (GODOY, 1995, p. 21). Dessa forma:

A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se ocupa, nas Ciências Sociais, com um nível de realidade que não pode ou não deveria ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes. Esse conjunto de fenômenos humanos é entendido aqui como parte da realidade social, pois o ser humano se distingue não só por agir, mas por pensar sobre o que faz e por interpretar suas ações dentro e a partir da realidade vivida e partilhada com seus semelhantes. (MINAYO; DESLANDES; GOMES, 2011, p. 21)

Na pesquisa qualitativa, o pesquisador vai em busca de compreender os fenômenos de seu estudo, na ótica dos seres humanos envolvidos nele, levando em conta todos os pontos de vista importantes. Portanto, os resultados obtidos na presente pesquisa não serão quantificados, por não ser possível enumerar as situações observadas, mas haverá análise comportamental e descritiva das reações e respostas dos sujeitos implicados na pesquisa.

No que se refere ao assunto, os procedimentos realizados foram a pesquisa bibliográfica. Realizou-se um levantamento bibliográfico trazendo produções científicas mais recentes sobre resolução de problemas; Educação de Jovens e Adultos; Jogos na EJA, Análise Combinatória e Probabilidade. Esta pesquisa utilizou como referencial teórico os autores contemporâneos, tais como, Onuchic, Allevato, Noguti e Justulin (org.) em "Resolução de problemas: teoria e prática"; Haddad e Di Pierro em "Escolarização de jovens e adultos; Viola em "Jogos como ferramenta no ensino de matemática na EJA"; entre outros. E recorreu-se aos acervos digitais: a Biblioteca Nacional Digital (BNDigital); o repositório de dissertações do programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT; o portal de periódicos da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior); e no Google Acadêmico, a fim de conhecer as recentes produções científicas realizadas, bem como autores diversos e contemporâneos.

Segundo Lakatos e Marconi (2003) toda pesquisa abraça o levantamento de variados dados, pois analisa referências teóricas publicadas por meios escritos e eletrônicos. Foi feita, também, uma pesquisa documental, por meio de documentos oficiais da Educação Básica, como a BNCC; e documentos norteadores da Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo, tais como o Currículo do ES. E assim, foi elaborado, nesta dissertação, o Referencial Teórico apresentando: o Currículo do Espírito Santo para a 2ª etapa da EJA;

características dos estudantes da EJA; o ensino da matemática para jovens e adultos; o raciocínio combinatório e probabilístico na EJA; as definições e exemplos dos conteúdos de análise combinatória e probabilidade utilizados neste trabalho; o Jogo Senha com suas regras; o pensamento combinatório e probabilístico implícito no jogo; a importância dos jogos no processo ensino-aprendizagem para a Educação de Jovens e Adultos; um curto histórico em relação à resolução de problemas na educação matemática; o conceito da resolução de problemas na visão de autores e pesquisadores; os três diferentes enfoques da resolução de problemas; a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas, segundo [Onuchic \(2021\)](#); e por último, a avaliação ao longo da resolução de problemas; e demais trabalhos que cooperam com esta pesquisa.

A partir deste ponto, desenvolveu-se uma sequência didática com a proposta pedagógica que permeou esta pesquisa. Na experimentação da proposta, utilizou-se a pesquisa-ação, com observação participante, utilizando a sequência didática de matemática voltada para alunos que cursavam a 2ª etapa da EJA noturna no Ensino Médio, com o intuito de observar os impactos nos processos de ensino-aprendizagem-avaliação de análise combinatória e probabilidade. A pesquisa-ação foi escolhida, pois promove o convívio entre o pesquisador e os demais participantes. Ela é:

[...] um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. ([THIOLLENT, 2022](#), p. 20)

O pesquisador presencia os acontecimentos acompanhando de forma avaliativa todos os processos a serem observados. Assim, a experiência de aprendizagem dos participantes é enriquecida e todos os envolvidos na pesquisa aprendem durante o processo. A pesquisa-ação não está focada para a solução de problemas isolados na escola, mas para a resolução de um problema coletivo em que pesquisador e participantes estão envolvidos de forma copartícipes, fomentando discussões e reflexões em conjunto acerca do problema, além de tratar:

[...] de tópicos de interesse mútuo; baseie-se num compromisso compartilhado de realização da pesquisa; permita que todos os envolvidos participem ativamente do modo que desejarem; partilhe o controle sobre os processos de pesquisa o quanto possível de maneira igualitária; produza uma relação de custo-benefício igualmente benéfica para todos os participantes; estabeleça procedimentos de inclusão para a decisão sobre questões de justiça entre os participantes. ([TRIPP, 2005](#), p. 455)

A pesquisa-ação não é realizada apenas pela ação ou participação. Junto dela é fundamental produzir conhecimentos, obter experiências, colaborar para a discussão ou fazer avançar o debate acerca das questões abordadas.

3.1.2 Local da Pesquisa

Esta pesquisa foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Domingos José Martins”, localizada na Av. Simão Soares, S/Nº, Bairro: Barra de Itapemirim, Cidade de Marataízes, Estado do Espírito Santo.

O espaço escolar é constituído de dezenove salas, entre as quais, sala de informática, sala de vídeo e uma sala para planejamento e reuniões de professores e corpo pedagógico. Além disso, a escola conta ainda com uma ampla biblioteca com bom acervo de livros didáticos, de pesquisa e literários.

A cidade de Marataízes fica a 127 km da capital do Espírito Santo, Vitória, e possui uma população de pouco mais de 36 mil habitantes. Diversas são as localidades rurais, privilegiadas por belas lagoas, praias ainda virgens, extensas lavouras de abacaxi, cana, maracujá e mandioca. O município faz fronteira ao Norte e a Oeste com Itapemirim, a Sul com Presidente Kennedy e a Leste com o Oceano Atlântico (MARATAÍZES, 2022).

3.1.3 Universo, População e Amostra

A cidade de Marataízes possui duas escolas estaduais que ofertam a modalidade Ensino Médio, uma localizada na zona rural e outra em zona urbana. A pesquisa foi realizada em uma única escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio, situada na Avenida principal da cidade. A escola possuía no turno matutino 529 alunos, na modalidade Ensino Médio Regular; no turno Vespertino 266 alunos, nas modalidades Ensino Fundamental anos finais e Ensino Médio Regular; no Noturno 291 alunos, na modalidade Ensino Médio Educação de Jovens e Adultos (EJA). Totalizando 1079 alunos. Quanto ao número de professores, havia 26 no Matutino, 21 no vespertino e 19 no noturno. A escola também possuía 5 coordenadores e 3 pedagogas. A pesquisa ocorreu no turno noturno, com uma turma da 2ª etapa do Ensino Médio, modalidade Educação de Jovens e Adultos, compondo um total de 22 alunos.

Crerios de inclusão: Estar presente na escola nos dias de realizao da Sequência Didática.

Crerios de exclusão: Alunos que abandonaram seus estudos. Alunos que faltaram as aulas nos dias da pesquisa. E alunos que não quiseram assinar o Termo de consentimento livre e esclarecido.

3.1.4 Instrumentos

No que se refere aos instrumentos de pesquisa, utilizou-se a observao sistemática. “Nessa técnica, o observador, munido de uma listagem de comportamentos, registra a ocorrência dos mesmos durante um período de tempo” (DANTON, 2002, p. 11). Foi

elaborado previamente um plano de observação, no qual se baseou a proposta didático-pedagógica. A pesquisadora fez esta observação individualmente com os participantes, durante as suas aulas de matemática, refletindo sobre os aspectos metodológicos significativos em torno da temática abordada. Este plano foi constituído pelas etapas que se seguem: i) observação participante, com o intuito de analisar as situações e reações dos discentes durante toda a aplicação da proposta didático-pedagógica; ii) análise das respostas dos alunos à sequência didática; questionário final, com o objetivo de verificar as contribuições da sequência didática na visão dos estudantes sobre a temática abordada.

3.1.5 Coleta de dados

Foi feita a pesquisa documental analisando documentos e leis que descrevem os avanços dos movimentos sociais, políticos e educacionais referentes à Educação de Jovens e Adultos no Brasil. Considerando, no entanto, que a abordagem qualitativa, enquanto exercício de pesquisa, não se apresenta como uma proposta rigidamente estruturada, ela permite que a imaginação e a criatividade levem os investigadores a propor trabalhos que explorem novos enfoques. Nesse sentido, acredita-se que a pesquisa documental representa uma forma que pode se revestir de um caráter inovador, trazendo contribuições importantes no estudo de alguns temas. Além disso, os documentos normalmente são considerados importantes fontes de dados para outros tipos de estudos qualitativos, merecendo, portanto, atenção especial (GODOY, 1995, p. 21). Estudos baseados em análise de documentos retiram deles toda a base já comprovada sobre o assunto a ser pesquisado. Em seguida, foi elaborada uma proposta didático-pedagógica baseada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas, na qual foi colocado o aluno como protagonista de seu aprendizado, desenvolvendo não só o aprendizado em matemática, mas ampliando seu universo intelectual. Os dados foram coletados mediante observação participante nas aulas de matemática, tendo em vista que:

A Observação Participante é realizada em contacto directo, frequente e prolongado do investigador, com os actores sociais, nos seus contextos culturais, sendo o próprio investigador instrumento de pesquisa. Requer a necessidade de eliminar deformações subjectivas para que possa haver a compreensão de factos e de interacções entre sujeitos em observação, no seu contexto. (CORREIA, 2009, p. 31)

A observação participante é circundante e prática, pois o pesquisador é instrumento na coleta de dados e sua compreensão. Essa observação foi realizada durante as aulas de matemática da pesquisadora, através das atividades propostas pela sequência didática.

3.1.6 Análise de dados

Os dados foram analisados utilizando o método de análise de conteúdo, baseado em Bardin (1977) como técnica de procedimento utilizou-se a observação. Para a autora, a

análise de conteúdo tenta compreender os participantes da pesquisa e o universo, naquele determinado momento. Segundo Bardin:

Enquanto que a análise de conteúdo visa o conhecimento de variáveis de ordem psicológica, sociológica, histórica, etc., por meio de um mecanismo de dedução com base em indicadores reconstruídos a partir de uma amostra de mensagens particulares. (BARDIN, 1977, p. 44)

A análise de conteúdo expressa-se em um conjunto de procedimentos de análise das comunicações, que utiliza técnicas organizadas e objetivas de detalhamento do conteúdo das mensagens. A fim de resumir as etapas que fizeram parte desta pesquisa foi elaborada a figura 6:

Figura 6 – Resumo das etapas pesquisadas.

Etapas	Resumo
Pesquisa Bibliográfica	<ul style="list-style-type: none"> - Análise de produções científicas mais recentes sobre Resolução de Problemas, Educação de Jovens e Adultos, Jogos na EJA, Análise Combinatória e Probabilidade. - Análise de documentos oficiais e leis referentes a Educação Básica. - Estudo sobre: Análise Combinatória e Probabilidade. - Construção dos resultados e discussões através dos trabalhos relacionados ao tema da pesquisa.
Intervenção Pedagógica	<ul style="list-style-type: none"> - Etapa de planejamento: i) criação da proposta didático-pedagógica e dos instrumentos de coleta de dados, ii) realização de testes dos materiais utilizados. - Etapa de execução: investigação da proposta didático-pedagógica. - Etapa de avaliação: análise dos dados coletados.

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

3.2 Proposta didático-pedagógica

A proposta didático-pedagógica foi separada em três etapas: planejamento, execução e avaliação.

3.2.1 Planejamento

Nessa fase foram confeccionados a proposta didático-pedagógica e os instrumentos de coleta de dados. Em seguida, o Jogo Senha foi aplicado a 5 professores que atuam na escola e no turno em que a pesquisa foi aplicada. Toda a proposta foi elaborada tendo como referência as dez etapas para a resolução de problemas sugeridas por Onuchic (2021). São elas: proposição do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, observar e incentivar, registro das resoluções na lousa, plenária, busca do

consenso, formalização do conteúdo, proposição e resolução de novos problemas. Para melhor compreensão da proposta pelo professor, foram feitas as figuras 7 e 8:

Figura 7 – Etapas da proposta didático-metodológica para melhor compreensão do professor I.

Conteúdos	Ensino	Aprendizagem	Avaliação
1 Princípio fundamental da Contagem (PFC)	Apresentar aos alunos as regras do Jogo Senha;	Em duplas os estudantes disputam duas partidas do Jogo Senha;	Observar as estratégias de raciocínio lógico utilizadas pelos alunos ao disputarem as partidas;
2 Experimento Aleatório			
3 Espaço Amostral			
4 Evento	Proposição do problema gerador;		
5 Probabilidade em espaço amostral equiprovável		Leitura individual: os alunos recorrem aos seus conhecimentos prévios; Em duplas os alunos discutem e aprimoram compreensões;	Observação; os estudantes têm mais familiaridade (pensamento, criticidade, colaboração, comunicação, flexibilidade, liderança, iniciativa, relações interpessoais);
		Estudantes em duplas resolvem o problema;	Registros das habilidades em que os estudantes possuem dificuldades;

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Figura 8 – Etapas da proposta didático-metodológica para melhor compreensão do professor II.

	Estudantes em duplas resolvem o problema;	Registros das habilidades em que os estudantes possuem dificuldades;
Professor incentiva e observa;		Professor mediador, questionador, gerador de situações;
	Alunos apresentam resoluções;	Questionamento sobre os processos de Resolução de Problemas;
Em plenária, professor e alunos discutem ideias e concepções;		Recolha de dados e estratégias;
	Busca de consenso sobre as resoluções;	Reflexão sobre o percurso percorrido;
Professor formaliza o conteúdo matemático;		
Proposição de novos problemas.	Resolução dos novos problemas.	Verificação das habilidades adquiridas.

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

O Jogo Senha foi aplicado, no dia 15 de agosto de 2023, para 4 professores e uma pedagoga que trabalham na modalidade EJA, no turno noturno, na escola onde ocorreu a pesquisa, com o objetivo de verificar se a proposta didático-pedagógica estava adequada e clara aos alunos. Dentre os quatro professores, um é mestre em matemática, um licenciado em matemática, um licenciado em física e o outro mestre em química. Todos assinaram o Termo de Consentimento Livre e esclarecido (Apêndice A) que continha o convite para

a participação na pesquisa, o título, o objetivo da dissertação e informações importantes sobre a cooperação com o trabalho. Para a sondagem da proposta didático-pedagógica, foi apresentado aos professores o Jogo Senha, e solicitado que disputassem uma partida. Após, foi demonstrado o problema gerador, no qual os docentes puderam analisar se a pergunta estava clara e objetiva (Figura 9).

Figura 9 – Professores jogando



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

A experimentação com os professores foi de grande valia nos propósitos didáticos e metodológicos. Após a aplicação, os professores fizeram suas sugestões e considerações sobre o uso do Jogo Senha aliado à metodologia resolução de problemas, o que resultou na elaboração da proposta didático-pedagógica definitiva. As recomendações e alterações estão na Tabela 4:

Tabela 2 – Alterações na proposta didático-pedagógica.

Materiais	Sugestões	Alterações
Jogo Senha	Utilize o tabuleiro do jogo impresso ao invés de cartas coloridas.	Foi impresso o tabuleiro do Jogo Senha disponível em: https://dalicenca.uff.br/projetos/se-jogando-na-matematica/ .
Conteúdos	Inserir o conteúdo de noções iniciais de probabilidade atrelada ao PFC.	O conteúdo Probabilidade foi inserido na pesquisa.
Novos problemas	A lista de novos problemas devem conter um número menor de questões.	Foram retiradas 4 questões da lista de novos problemas.

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Quanto aos demais materiais e atividades da proposta didático-pedagógica os professores relataram que estavam de acordo com o público da EJA, eram de fácil entendimento

e motivadoras as situações de aprendizagem. Assim, após as alterações foi confeccionado o planejamento da proposta.

3.2.1.1 Proposta Didático-Pedagógica

Nesta parte, são demonstrados todos os materiais utilizados na presente pesquisa. Tendo em vista que a autorização para a pesquisa (Apêndice A) não faz parte da proposta didático-pedagógica, por ser um documento utilizado apenas para fins de pesquisa.

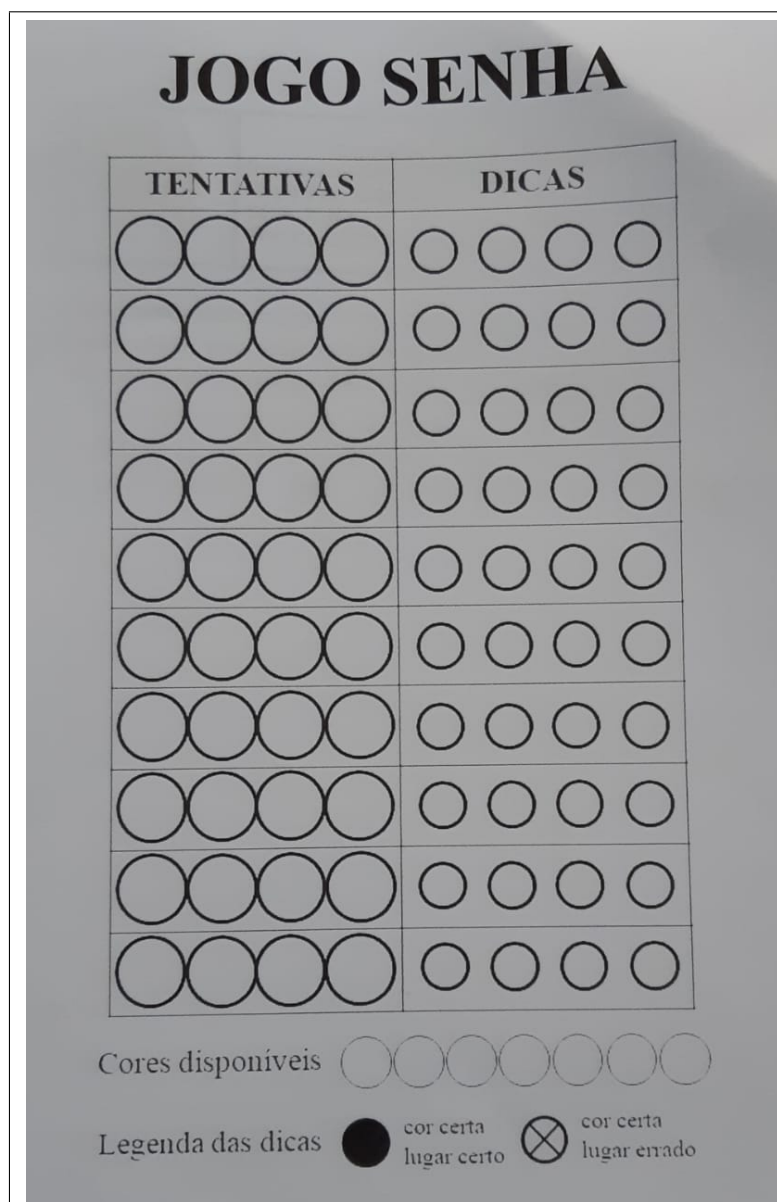
- Primeira Parte

A primeira parte visa esclarecer aos alunos o que é uma pesquisa de mestrado, explicar a proposta didático-pedagógica e o termo de assentimento (Apêndice A).

- Segunda Parte

Na segunda parte, objetiva-se explicar as regras do Jogo Senha aos alunos para que possam disputar várias partidas. Para tal, deve ser apresentado o vídeo do site "Programa Dá Licença" (disponível em: <https://dalicenca.uff.br/projetos/se-jogando-na-matematica/>), a fim de que os estudantes vejam uma partida do jogo e entendam melhor suas regras. Depois, em duplas, os estudantes começarão a jogar o Jogo Senha, quantas rodadas desejarem. A repetição do jogo é para que eles internalizem as regras, e percebam os vários raciocínios necessários ao jogo. Será utilizado o tabuleiro (Figura 10) e os alunos utilizarão lápis de cor ou canetinhas coloridas para jogar.

Figura 10 – Tabuleiro do Jogo Senha.




Fonte: <https://dalicenca.uff.br/projetos/se-jogando-na-matematica/>

- Terceira Parte

Nesta parte, os alunos receberão o problema gerador (Figura 11), farão a leitura individual, a leitura em grupo, e responderão à pergunta norteadora. Os alunos buscarão em seus conhecimentos anteriores e na experiência do jogo respostas à pergunta.

Figura 11 – Problema Gerador.

	<p>E.E.E.F.M. "DOMINGOS JOSÉ MARTINS" Professora: Sabrina Menezes Disciplina: Matemática Série: 2º N2 Data: _____ Nome: _____</p>
---	---

José desafia Maria no jogo Senha, ele cria uma senha colorida e Maria tem 10 oportunidades para tentar descobrir a senha. Como Maria deve proceder para descobrir a senha criada por José, no menor número de tentativas?

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

- Quarta Parte

Na quarta parte, os alunos serão convidados a revelarem à turma suas soluções ao problema gerador, serão discutidas e analisadas as respostas até que se chegue a um consenso sobre o problema.


- Quinta Parte

Nessa fase, a professora fará a formalização das respostas anteriores, colocando-as em linguagem matemática, explicando o pensamento combinatório e probabilístico embutido no jogo e no problema gerador. Serão, também, sanadas as dúvidas surgidas nas etapas anteriores.

- Sexta Parte


Em último momento, os alunos em pequenos grupos resolverão novos problemas (Figuras: 12 e 13) sobre princípio multiplicativo e noções básicas de probabilidade. O intuito é verificar os conhecimentos formalmente adquiridos.

Figura 12 – Novos Problemas.

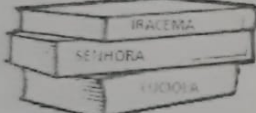
	<p>E.E.E.F.M. "DOMINGOS JOSÉ MARTINS" Professora: Sabrina Menezes Disciplina: Matemática Série: 2º N2 Nome: _____</p> <p>Data: _____</p>
---	--

Outros Problemas

1) Roberto começou a trabalhar em uma loja de roupas masculinas e acabou de receber seu uniforme: 4 camisas em cores diferentes com o logo da empresa e 2 calças em cores também diferentes. Quantos conjuntos de uniforme Roberto pode formar com as peças recebidas?



2) Joana gosta muito de literatura brasileira e seu autor favorito é José de Alencar. Ela ganhou 3 livros desse autor de presente e ainda não decidiu em que ordem irá lê-los. Quantas ordens de leitura diferentes Joana pode montar?



4) Liste todas as ordens de leitura que Joana pode escolher com os 3 livros que ganhou.

5) Se Joana decidir ler o livro Senhora primeiro, os livros Iracema e Luciola têm a mesma chance de serem lidos em seguida ou algum deles tem mais chances que o outro? Explique.

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Figura 13 – Continuação: Novos Problemas.

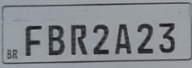
5) Joana decidiu jogar um dado para definir qual livro vai ler primeiro. Ela escolheu os números 1 e 2 para representarem a obra Lucília, 3 e 4 para representarem Iracema, 5 e 6 para Senhora. Assim, ao jogar o dado o número que cair será o livro em que Joana lerá primeiro. Quais as chances do livro Senhora ser sorteado?

6) Um restaurante oferece em seu cardápio quatro tipos diferentes de carnes (boi, porco, frango e peixe), que podem ser servidos com três tipos de acompanhamentos: arroz branco, massa e salada. De quantas maneiras diferentes se pode escolher um prato formado por uma carne e um acompanhamento?

7) Em uma sala de aula de 2º ano da EJA com 25 alunos, dois alunos serão escolhidos para assumir os cargos de Líder de sala e de vice-líder. De quantas maneiras distintas essa dupla poderá ser formada?

8) Quantos anagramas possui a palavra FLOR?

9) Quantas são as placas de automóveis que podem ser formadas por quatro letras e três algarismos?



10) Uma urna tem 20 bolinhas, numeradas de 1 a 20. Uma bolinha é escolhida ao acaso e observa-se seu número. Nesse caso, o espaço amostral é dado por:

11) Escolhido um entre todos os anagramas da palavra FLOR, qual é a probabilidade de ele começar com uma consoante?

12) No lançamento de um dado honesto, qual é a probabilidade de:

- sair a face com o número 4?
- não sair a face com o número 4?

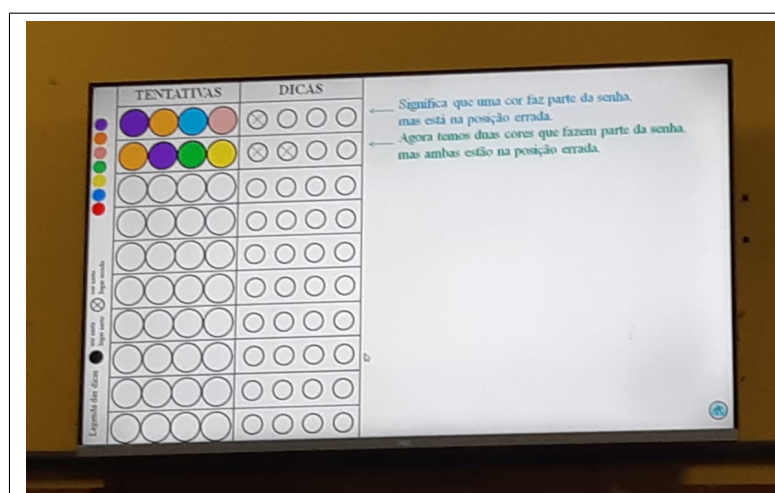
Fonte: Elaborado pela autora (2023).

3.2.2 Execução

Esta proposta foi desenvolvida entre os dias 21 de agosto de 2023 e 21 de setembro de 2023, com 22 alunos de uma turma da 2ª etapa na modalidade EJA noturna. Cada aluno participante da pesquisa assinou um termo de autorização (Apêndice A), que continha o convite para a pesquisa, além de esclarecimentos sobre a mesma.

No dia 05 de setembro, apresentou-se aos alunos um vídeo criado pelo projeto: Se Jogando na Matemática, que faz parte do Programa de Extensão da Universidade Federal Fluminense Dá Licença (Disponível em: <https://dalicenca.uff.br/projetos/se-jogando-na-matematica/>), contendo as explicações sobre as regras do Jogo Senha (Figura 14). Seu objetivo foi mostrar aos alunos uma disputa do Jogo Senha e exibir suas regras durante o jogo.

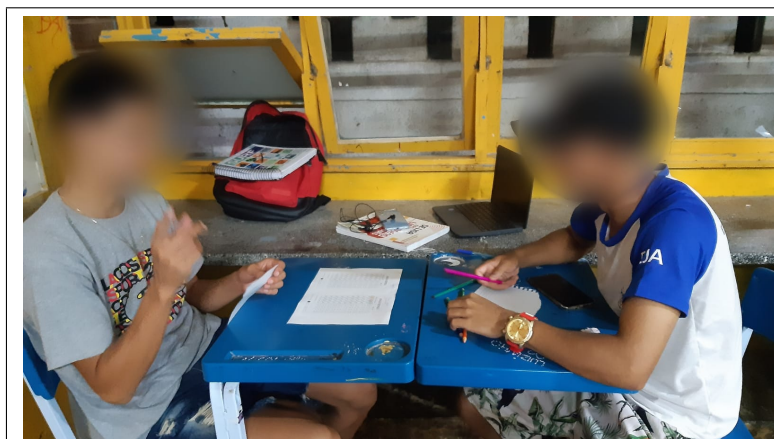
Figura 14 – Vídeo explicativo.



Fonte: <https://dalicenca.uff.br/projetos/se-jogando-na-matematica/>.

Após o entendimento sobre o Jogo Senha, em duplas, os alunos começaram a disputar partidas entre si (Figuras: 15 e 16). Seu propósito foi chamar os estudantes para a resolução de problemas, propondo uma experiência que lhes causassem conflitos cognitivos, a fim de que produzissem novos esquemas de conhecimentos (VIOLA, 2023).

Figura 15 – Alunos jogando I.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Figura 16 – Alunos jogando II.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Com o Jogo Senha iniciou-se a execução da proposta didático-metodológica baseada em [Onuchic \(2021\)](#): proposição do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, observar e incentivar, registro das resoluções na lousa, plenária, busca do consenso, formalização do conteúdo, proposição e resolução de novos problemas.

1) Proposição do Problema

O problema gerador Figura (11) foi elaborado com base na experiência que os alunos obtiveram por meio do Jogo Senha. Seu propósito foi o ponto de partida para a construção dos conceitos de: princípio fundamental da contagem, experimento aleatório, espaço amostral, eventos, e probabilidade em espaço amostral equiprovável. Vale ressaltar que tais conteúdos não haviam sido estudados pelos alunos anteriormente, além de satisfazer a competência específica de matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio e habilidades relacionadas na BNCC, em CEMT 3:

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções

propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p. 531)

2) Leitura individual: os alunos leram o problema gerador individualmente (Figura: 17).

Figura 17 – Leitura Individual.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

3) Leitura em conjunto: sentados em duplas, foi realizada a leitura em conjunto mediada pela professora (Figura: 18).

Figura 18 – Leitura em conjunto.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

4) Resolução do problema: ainda em duplas, os alunos resolveram o problema (Figura: 19).

Figura 19 – Resolução do Problema.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

5) Observar e incentivar: a professora caminhou entre as duplas incentivando-os e levantando questionamentos sobre suas resoluções, em dados momentos, dando dicas. Foi dito aos alunos que não havia respostas erradas, o objetivo dessa fala foi dar liberdade e encorajamento para que pudessem pensar e aplicar os conhecimentos que possuíam.

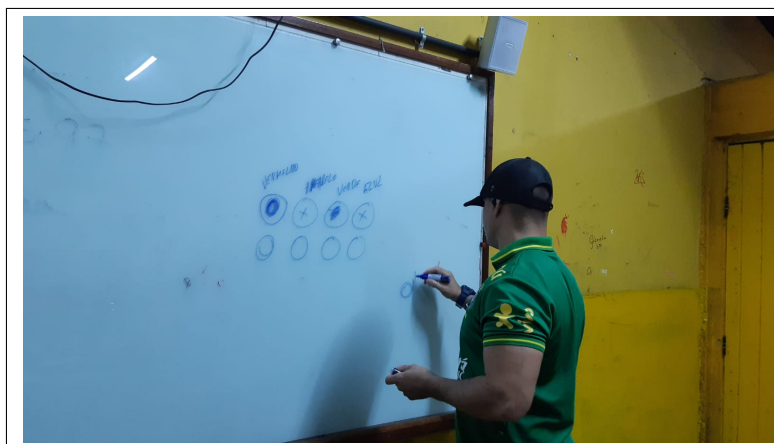
6) Registro das resoluções na lousa: numa segunda aula os estudantes que desejaram, foram à lousa e registraram suas resoluções (Figuras: 20 e 21).

Figura 20 – Apresentação das respostas.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Figura 21 – Registro na lousa.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

7) Plenária: mediados pela professora, os alunos analisaram as respostas na lousa e compararam suas soluções, foram feitos questionamentos e levantamento de dificuldades.

8) Busca do consenso: juntos, professora e alunos, elencaram a solução que analisaram ser a mais assertiva matematicamente.

9) Formalização do conteúdo: a professora foi à lousa e organizou e estruturou a solução do problema em linguagem matemática, além de esclarecer as dúvidas dos alunos.

10) Proposição e resolução de novos problemas: em outra aula, a professora propôs aos alunos, ainda em grupos, novos problemas (Figuras: 22 e 23).

Figura 22 – Resolução de novos problemas I.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Figura 23 – Resolução de novos problemas II.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Para a avaliação do ensino e das aprendizagens em todos os conteúdos percorridos foi feita a observação de duas formas: a primeira registrada, a docente anotou suas análises, com o intuito de orientar seu planejamento pedagógico e, dessa maneira, poder intensificar as ações que geraram aprendizagem e corrigir as que não alcançaram seus objetivos. A segunda foi realizada através de intervenções momentâneas, ao caminhar pela sala de aula, observando as resoluções dos alunos, em que pôde, de forma mediadora, levantar questionamentos, dar dicas, auxiliar nas dúvidas matemáticas que surgiram ao longo das dez etapas da resolução de problemas.

Como foi dito anteriormente, o critério de inclusão foi estar presente na escola nos dias de realização da pesquisa. E os critérios de exclusão seriam os alunos que abandonaram seus estudos, os faltosos nos dias da pesquisa ou ainda aqueles que se recusaram a assinar o termo de autorização. Assim, a Tabela 3 mostra o número de participantes em cada etapa da aplicação.

Tabela 3 – Data das etapas e números de participantes.

Etapas	Datas	Número de participantes
Alunos que assinaram a Autorização	23/08/23	22
Jogo Senha	05/09/23	22
Problema Gerador	13/09/23	19
Novos Problemas	19/09/23 a 21/09/23	20

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

3.2.3 Avaliação

Esta é uma pesquisa qualitativa, sendo assim, seus dados não foram analisados através de métodos estatísticos, mas por meio de dados coletados dos alunos, construídos ao longo das etapas da resolução de problemas, sendo examinados sob a perspectiva da metodologia análise de erro. Na análise e classificação dos erros a preocupação primordial é com as causas destes, é dada ênfase aos conteúdos, fazendo reflexões sobre sua origem, seus empecilhos, a visão dos alunos e o processo ensino-aprendizagem (CURY; CASSOL, 2004). A análise de erros pode ser usada como metodologia de ensino ou de pesquisa, porém, nesta dissertação, ela foi utilizada como metodologia de pesquisa.

A análise de erros se fundamenta na análise de conteúdo, segundo Bardin (1977). Para Bardin, são requeridas três fases: pré-análise; exploração do material; tratamento dos resultados, inferência e interpretação. Na pré-análise, incluem-se a leitura flutuante, a escolha dos documentos, a constituição do corpus (registros escritos, registros orais, registro oral das aulas presenciais, registro reflexivo e atas) e a preparação do material. Para exploração do material, tem-se unidades de registro e unidades de contextos (eixos temáticos). No tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação constam de categorização, descrição dos dados e análise dos dados (inferências e interpretação) (BARDIN, 1977).

As figuras 24, 25 e 26 têm o propósito de apresentar os objetivos específicos, as etapas que fizeram parte da pesquisa e seus procedimentos empregados.

Figura 24 – Objetivos específicos, etapas e procedimentos.

Objetivos específicos	Etapas	Procedimentos
Realizar pesquisa bibliográfica sobre os aspectos básicos que envolvem a metodologia Resolução de Problemas;	Pesquisa bibliográfica.	Revisão e análise de literatura sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.
Desenvolver uma proposta didático-pedagógica sobre o Princípio fundamental da contagem e Noções iniciais de Probabilidade para alunos da EJA baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, utilizando o Jogo Senha como problema gerador;	Pesquisa Bibliográfica e Intervenção pedagógica (fase de planejamento).	Elaborar o problema Gerador (segundo a revisão literária). Planejar as dez etapas que envolvem a resolução de problemas (segundo a revisão literária). Selecionar os novos problemas (segundo a revisão literária).

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Figura 25 – Objetivos específicos, etapas e procedimentos.

Objetivos específicos	Etapas	Procedimentos
Aplicar a proposta didático-pedagógica na 2ª etapa da EJA;	Intervenção Pedagógica (fase de aplicação).	Aplicação da proposta didático-pedagógica.
Observar e descrever os impactos no processo ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas durante a aplicação do conteúdo curricular de Princípio fundamental da contagem e Noções iniciais de Probabilidade;	Intervenção Pedagógica (fase de avaliação).	Análise dos instrumentos de coleta de dados.
Utilizar a metodologia Resolução de Problemas no ensino do conteúdo de Princípio fundamental da contagem e Noções iniciais de Probabilidade para que os estudantes recuperem a autoconfiança e a crença de que podem aprender independentemente da idade e do tempo de interrupção dos estudos;	Intervenção Pedagógica (fase de elaboração e aplicação).	Elaboração do material didático. Aplicação do material promovendo a reflexão e o questionamento.

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Figura 26 – Objetivos específicos, etapas e procedimentos.

Disponibilizar a proposta didático-pedagógica sobre o tema: “O jogo senha sob a perspectiva da metodologia resolução de problemas para o ensino-aprendizagem de análise combinatória e probabilidade na EJA” como produto educacional constituindo-se como material afim de ser utilizado por outros docentes.	Pesquisa Bibliográfica e Intervenção Pedagógica (planejamento, aplicação e avaliação).	Resultados e discussões a respeito da proposta didático-pedagógica. Disponibilização de todas as atividades através desta pesquisa.
--	--	---

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Capítulo 4

Experimentação e Análise de Dados

No presente capítulo, são apresentados os resultados e as discussões dos dados coletados nesta pesquisa, obtidos através das dez etapas utilizadas na resolução dos problemas (Figuras: 7 e 8). Já dito no Capítulo 3 (Tabela 3). Esta pesquisa contou com a participação de 22 alunos da 2ª etapa da EJA que serão identificados por números, exemplo: aluno 01. Por último, há o produto educacional proveniente desta pesquisa.

4.1 Autorização

No dia 23 de setembro de 2023, durante a aula da pesquisadora, foi lido o termo de autorização (Apêndice A) e como todos os alunos matriculados na 2º etapa da EJA possuíam idade superior a 18 anos, eles mesmos assinaram a autorização. Também foi esclarecido aos alunos o que é uma pesquisa de dissertação de mestrado, como é realizada, sobre a publicação dos dados obtidos e das fotografias tiradas em alguns momentos da pesquisa. Não houve dúvidas nem questionamentos por parte dos alunos.

4.2 Jogo Senha

No dia 05 de setembro de 2023, os estudantes assistiram a um vídeo explicando as regras do jogo. Tanto o vídeo, quanto o tabuleiro do jogo foram desenvolvidos pelo projeto Se Jogando na Matemática, que faz parte do Programa de Extensão da Universidade Federal Fluminense Dá Licença (Disponível em: <https://dalicenca.uff.br/projetos/se-jogandona-matematica/>). Após o entendimento sobre as regras do jogo, em duplas, os alunos começaram a jogar. Havia 22 alunos presentes e foram disputadas 24 partidas, significando que cada estudante disputou uma partida e 2 alunos disputaram 2 partidas cada. Para MOREIRA (2011), o cerne da aprendizagem significativa está relacionado a um conceito ou ideia, que já sejam significativos ao aluno, para que possa interagir com a nova informação. Por isso o Jogo Senha foi escolhido, pois os jovens e adultos que estudam na

EJA precisam em suas vidas diárias da criação de senhas, seja em uma transação bancária, na tela de bloqueio do celular, as senhas fazem parte do cotidiano da EJA.

Outra aplicação importante à pesquisa, reside no pensamento combinatório e probabilístico implícitos no jogo, assim, em consonância com as afirmações de [Kooro e Lopes \(2007\)](#) de que é necessário propiciar aos alunos uma aprendizagem matemática na qual eles possam fazer relações com outras áreas de conhecimento. Na tabela 4 é contabilizado em quantas jogadas o desafiado conseguiu descobrir a senha do jogo.

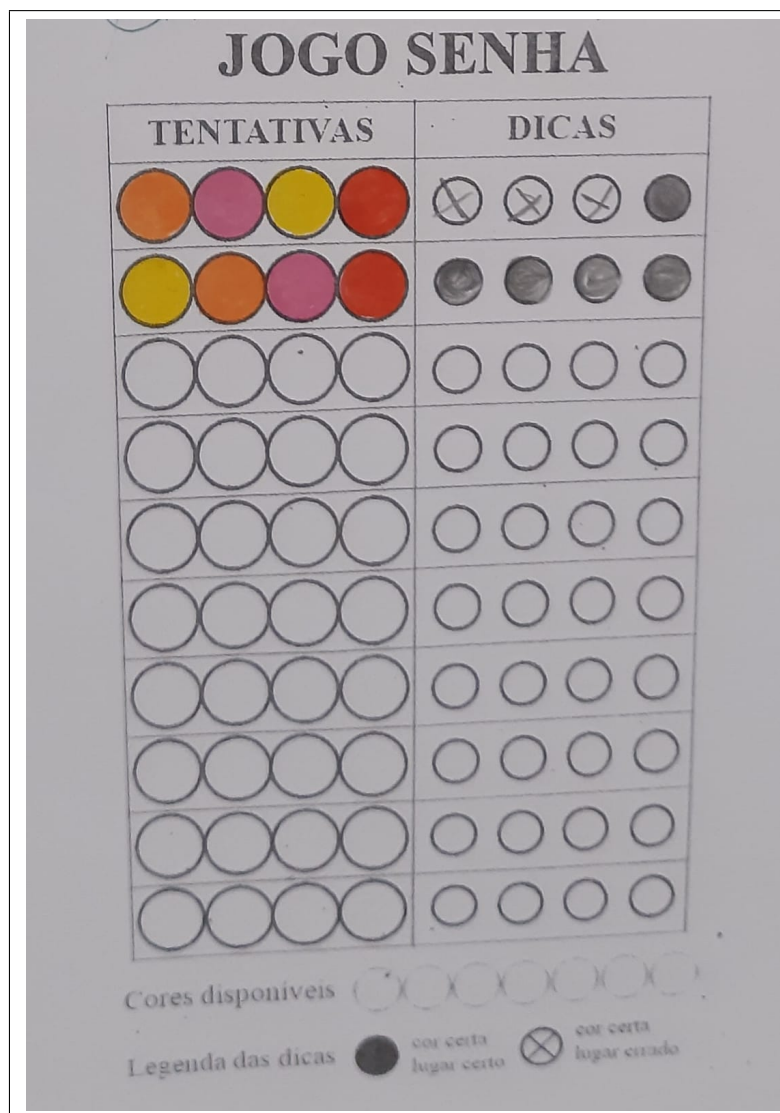
Tabela 4 – Número de jogadas em que os alunos descobriram a senha.

Número de alunos	Quantidade de jogadas
5	2
1	3
6	4
3	5
1	6
6	7
1	9

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

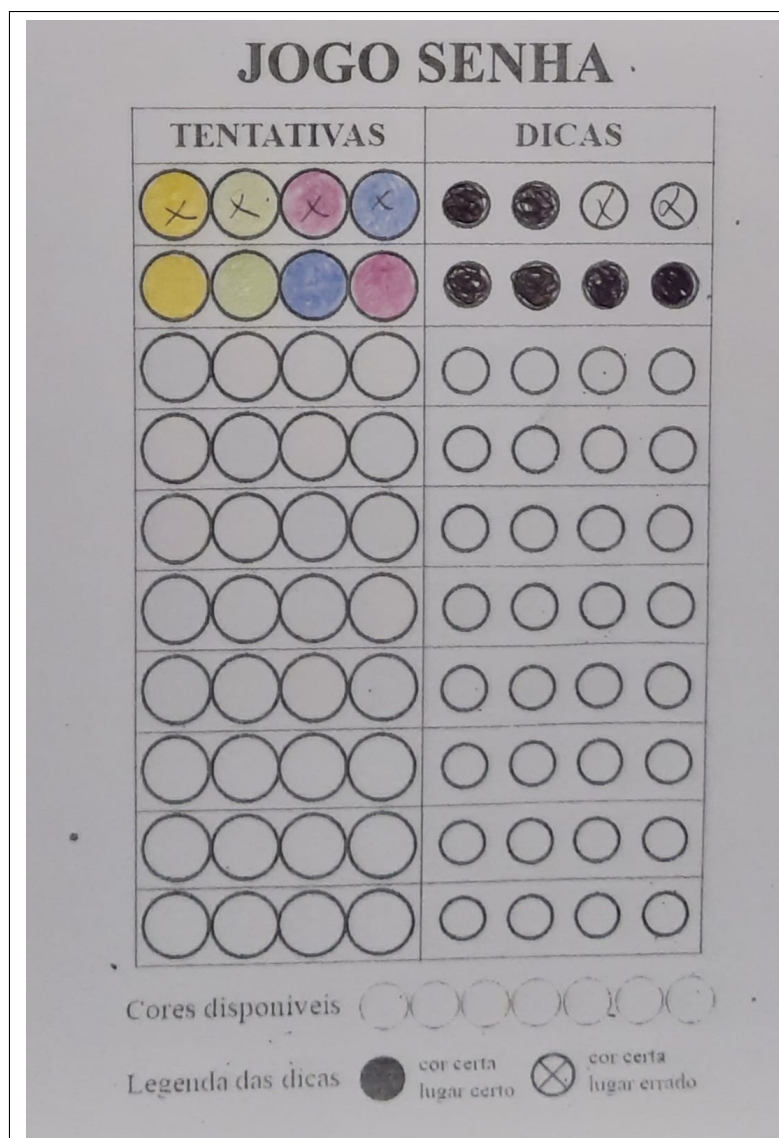
Sobre os 5 alunos que acertaram a senha na segunda jogada (Figuras 27 e 28), todos descobriram as cores na primeira jogada, porém estavam em posições erradas; com isso, observaram a posição das cores na primeira linha e apenas mudaram as posições na segunda linha. Percebe-se que de forma intuitiva eles usaram o pensamento combinatório e a sorte (fator presente na probabilidade) ao acertarem as quatro cores na primeira linha.

Figura 27 – Tabuleiro do Aluno 01.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

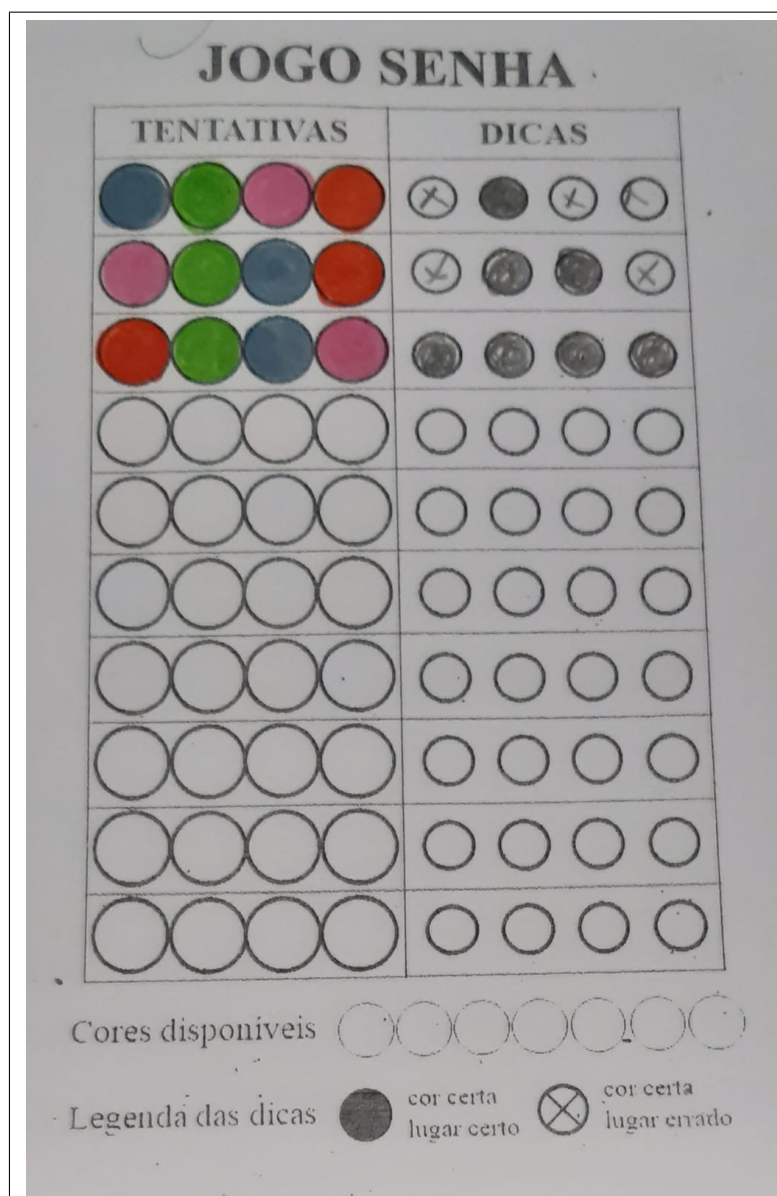
Figura 28 – Tabuleiro do Aluno 02.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

A estudante que descobriu a senha na terceira linha (Figura 29), ela também acertou as quatro cores na primeira linha, mas se distraiu na segunda jogada ao repetir a cor vermelha na posição errada. Nota-se a importância da observação e da análise das posições das cores.

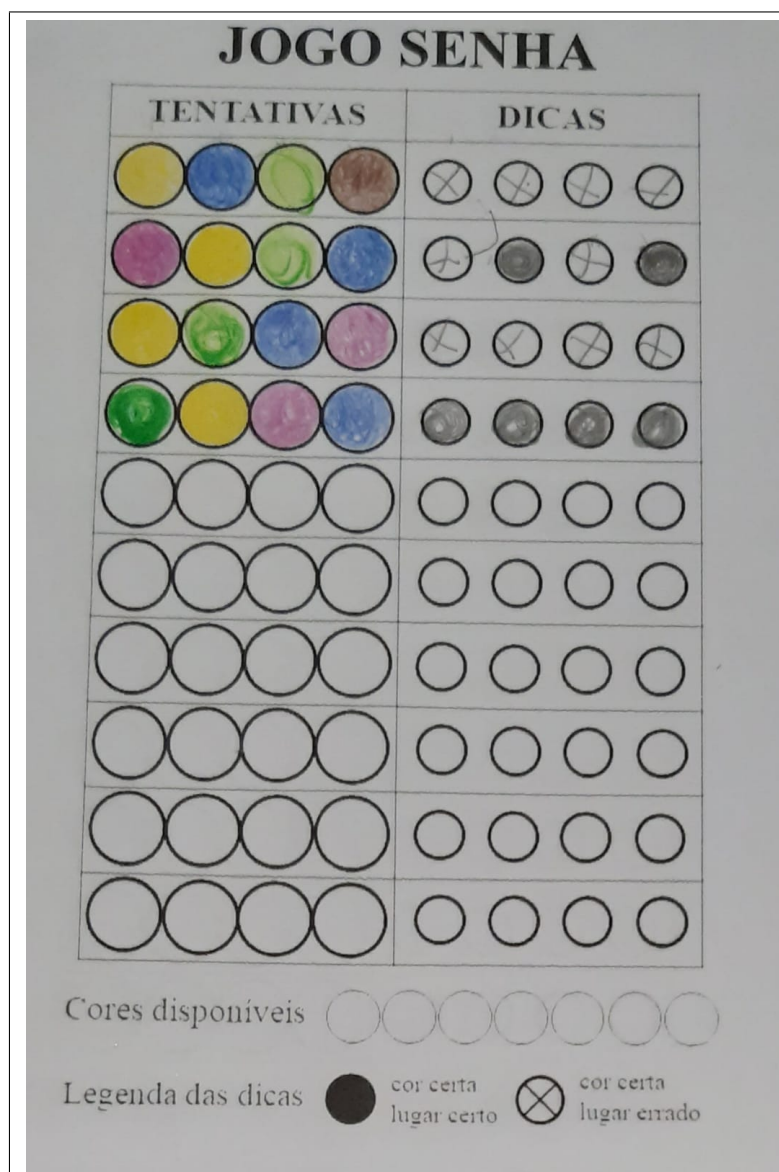
Figura 29 – Tabuleiro do Aluno 03.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

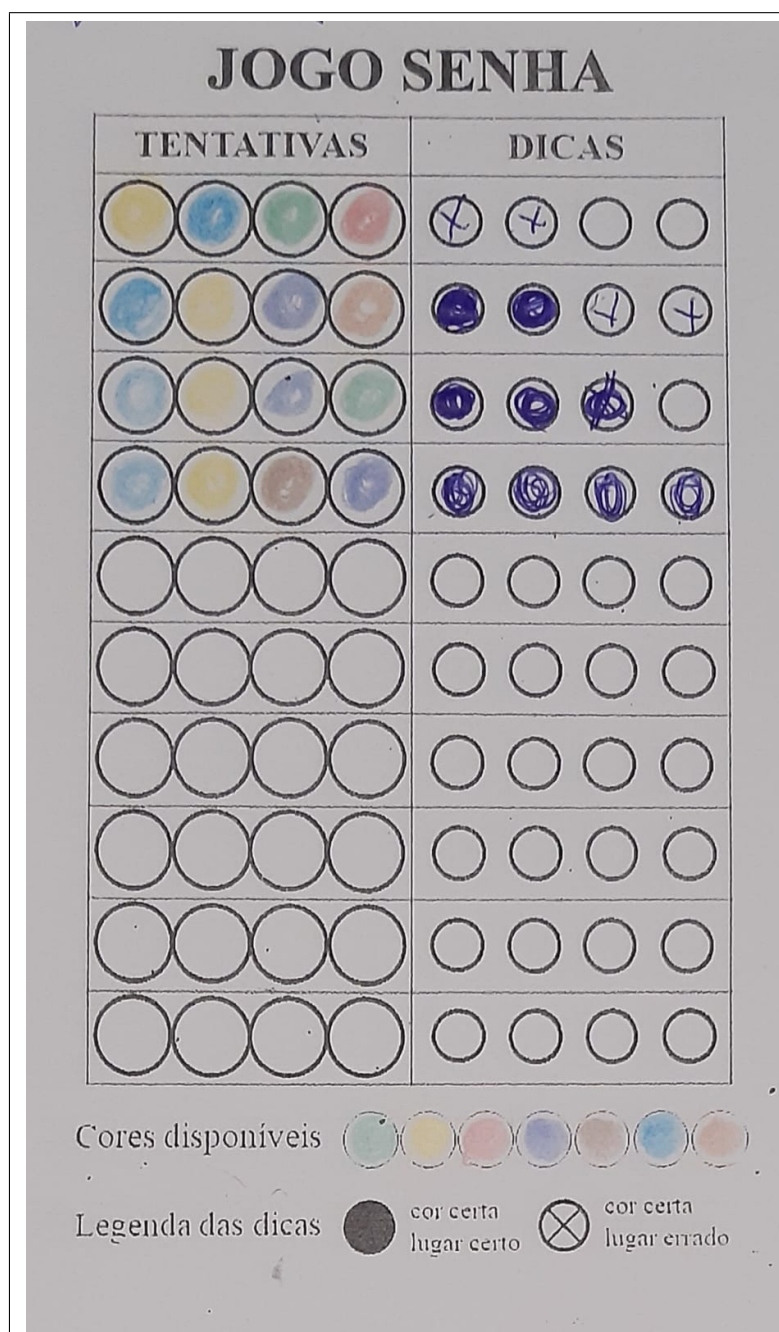
Quanto aos estudantes que desvendaram a senha na quarta jogada, o primeiro jogador (Figura 30) não se atentou que havia acertado a posição de 2 cores na segunda linha; já o segundo (Figura 31) ficou prejudicado ao receber uma dica errada na segunda linha. Novamente, vê-se a importância da concentração no jogo.

Figura 30 – Tabuleiro do Aluno 04.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

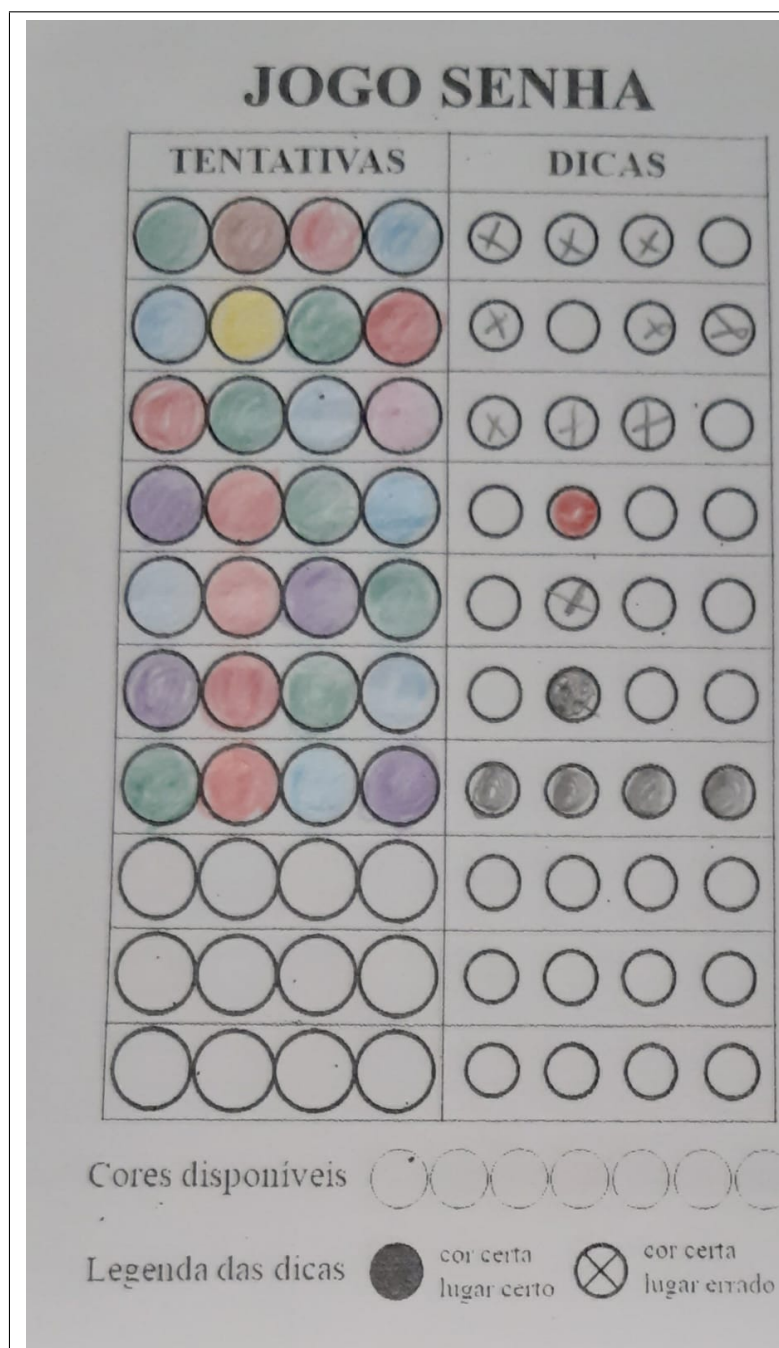
Figura 31 – Tabuleiro do Aluno 05.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

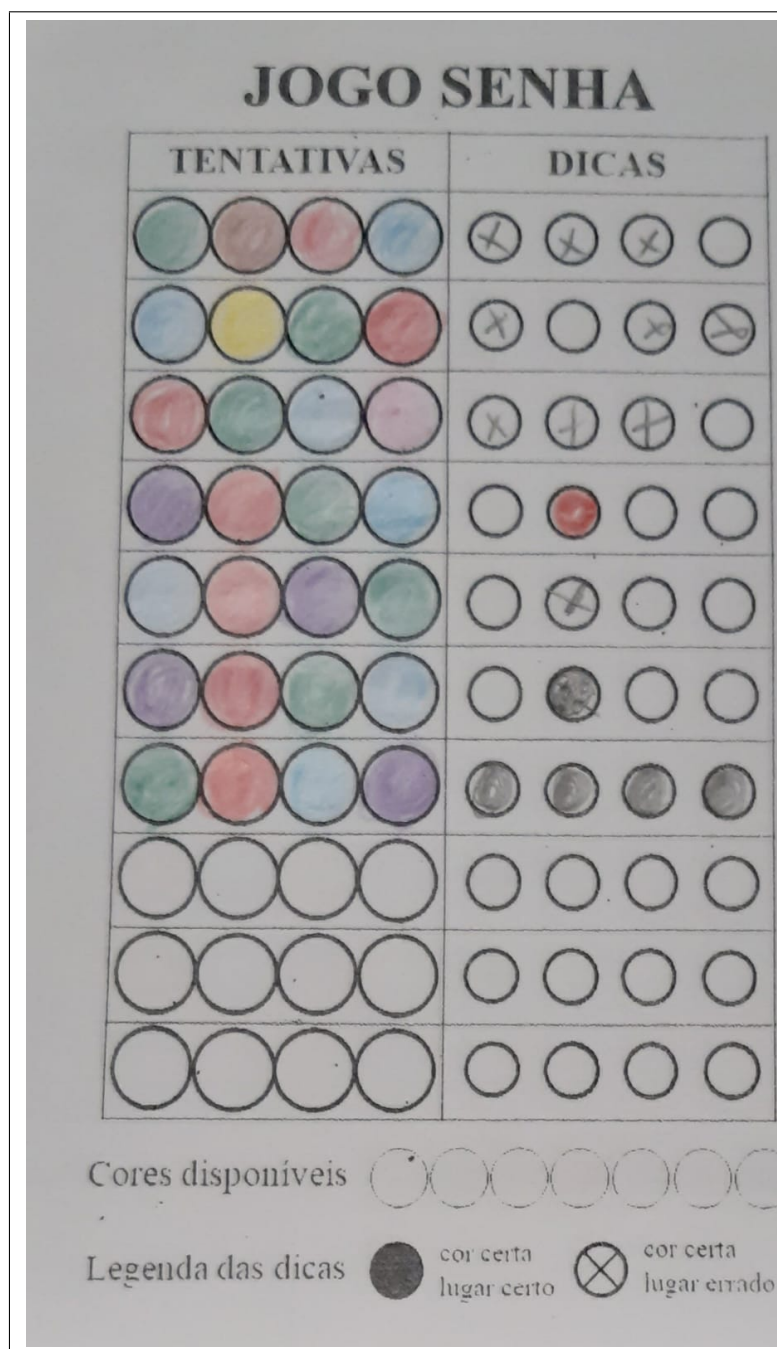
Quanto aos alunos que descobriram a senha a partir da quarta jogada (Figuras 32 e 33), identifica-se que eles foram testando as cores uma a uma, fazendo assim um caminho mais longo para se chegar à senha, pois não utilizaram o pensamento probabilístico.

Figura 32 – Tabuleiro do Aluno 06.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

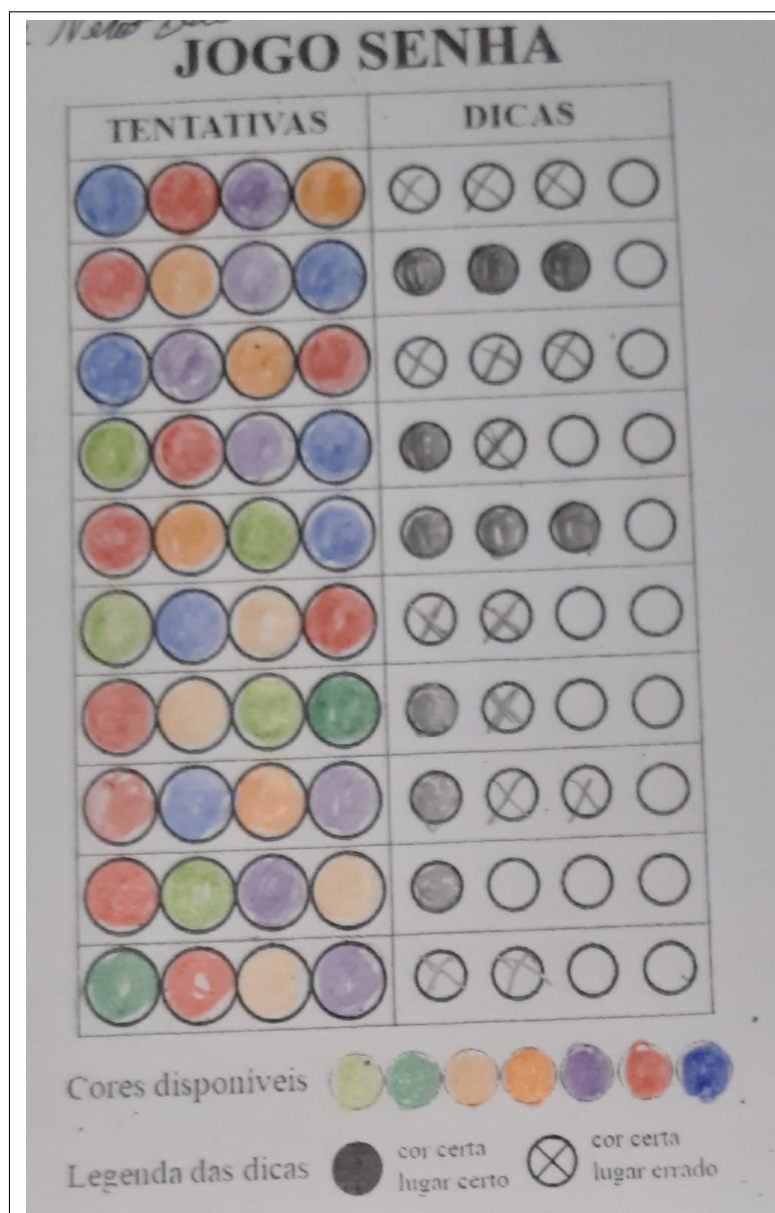
Figura 33 – Tabuleiro do Aluno 07.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

A única pessoa que não conseguiu desvendar a senha (Figura 34), trata-se de uma senhora com mais de 60 anos, de origem rural, que ficou por muito tempo longe da escola. Esta experiência demonstra a importância do professor da EJA em conhecer o seu público, suas vivências, necessidades e expectativas na educação (HADDAD; PIERRO, 2000).

Figura 34 – Tabuleiro do Aluno 08.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

4.3 Segunda Parte

4.3.1 Proposição do problema

Em 13 de setembro de 2023, foi proposto o problema gerador (Figura 11).

4.3.2 Leitura individual

Cada aluno fez sua leitura particular (ONUCHIC, 2021), refletindo sobre a problemática abordada (Figura 17).

4.3.3 Leitura em conjunto

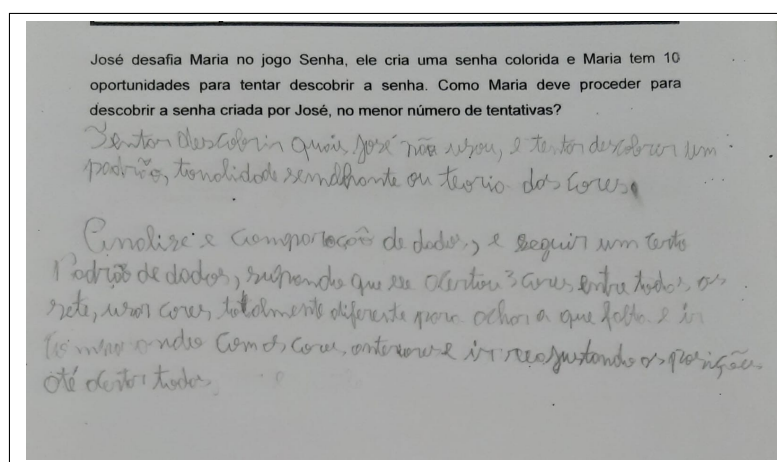
Após a leitura individual, foi feita a leitura em grupo, mediada pela professora, na qual os alunos puderam expressar suas opiniões e debater o assunto (ONUCHIC, 2021) (Figura 18).

4.3.4 Resolução do problema

Todos os alunos responderam ao problema com suas próprias palavras, de forma simples, sem fazer o uso de cálculos. Dezenove alunos estavam presentes no dia; desses, 11 estudantes responderam à pergunta como fora pedido, 5 alunos repetiram as regras do jogo e 3 deram respostas aleatórias. Contudo, cada resposta dos alunos foi analisada individualmente, este exame corresponde a primeira fase da metodologia análise de erros, ou seja, a leitura flutuante no corpus (CURY; CASSOL, 2004).

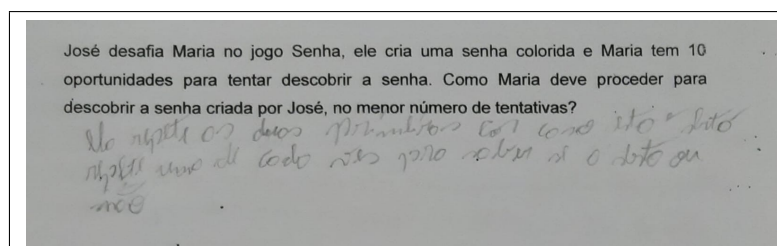
Dos 11 estudantes (Figuras 35 e 36), repara-se que eles explicaram as ideias envolvidas no jogo conforme seus próprios entendimentos, o que caracteriza a aprendizagem proposicional, que é quando o aluno aprende o significado do conceito (MOREIRA, 2011).

Figura 35 – Resposta do Aluno 01.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

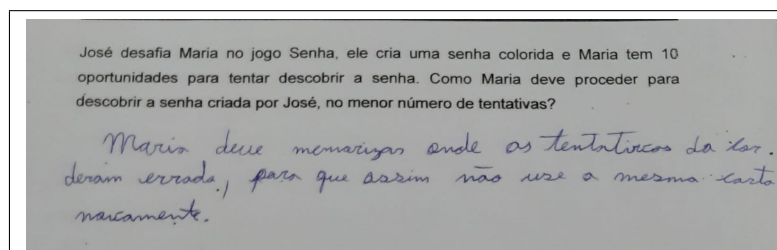
Figura 36 – Resposta do Aluno 10.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

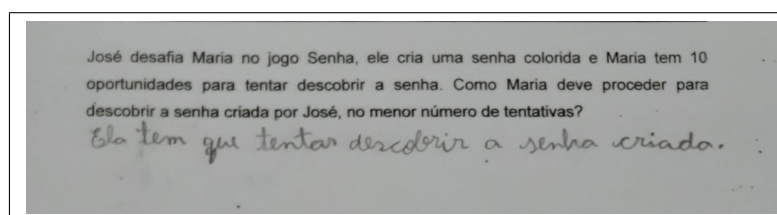
Quanto aos 5 alunos que repetiram as regras do jogo (Figuras 37 e 38), infere-se que estes não entenderam a pergunta, pois não souberam explicar as concepções embutidas no jogo, MOREIRA (2011) ressaltando que quando o material de aprendizagem não está fixo na estrutura cognitiva do sujeito, não são modificados os subsunçores existentes.

Figura 37 – Resposta do Aluno 11.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

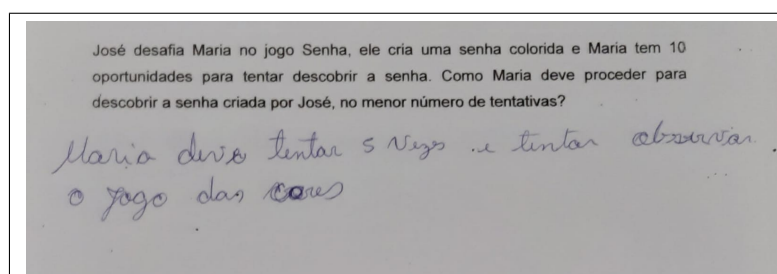
Figura 38 – Resposta do Aluno 20.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

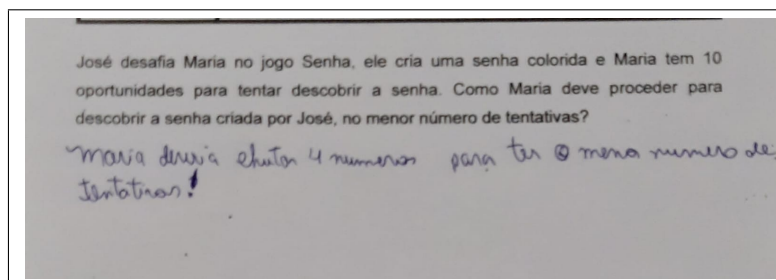
Sobre os 3 que responderam aleatoriamente (Figuras 39 e 40), supõe-se que devido ao cansaço depois de um dia inteiro de trabalho, estes não quissem elaborar uma resposta ao problema ou não perceberam as abstrações implícitas no jogo. Segundo Serres (2016), a falta de atenção em sala de aula pode ter diferentes causas, como problemas emocionais, desequilíbrio em sua rotina e falta de interesse.

Figura 39 – Resposta do Aluno 15.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Figura 40 – Resposta do Aluno 18.



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

4.3.5 Observar e incentivar

Ao caminhar entre os estudantes, a professora sentiu-se preocupada com a dificuldade dos alunos em entender o problema gerador, o que este estava requerendo e em responder à tarefa. Isso confirma o perfil dos alunos da EJA descrito em capítulos anteriores, em sua maioria, os estudantes trabalham durante o dia e vão para a escola direto do trabalho, muitos chegam atrasados na aula, com fome, e sobretudo cansados de um dia inteiro de trabalho. Outros moram no interior do município e utilizam o transporte escolar, com isso acordam cedo para o trabalho e dormem tarde por causa da escola. São alunos que não têm tempo de estudar em casa, nem podem estudar no trabalho. Dessa forma, seu rendimento escolar fica prejudicado, pois para eles o trabalho precisa vir antes da escola, é muito comum a falta de atenção na realização das atividades devido ao sono e ao cansaço. [Oliveira \(2016\)](#) afirma que questões comportamentais e emocionais influenciam sobre a instalação e a manutenção de uma dificuldade de aprendizagem.

4.3.6 Registro das resoluções na lousa

Em uma terceira aula (14/09/2023), os alunos foram convidados a colocar suas soluções na lousa; como se tratava de 22 alunos, não seria possível que todos fizessem seu registro ali, assim foram solicitados três estudantes para que expusessem suas resoluções (Figuras 20 e 21). “Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam” ([ONUCHIC; ALLEVATO, 2011](#), p. 84).

4.3.7 Plenária

Houve uma discussão, conduzida pela professora, sobre as soluções descritas na lousa, “Este é um momento bastante rico para a aprendizagem” ([ONUCHIC; ALLEVATO, 2011](#), p. 84).

4.3.8 Busca do consenso

Após as comparações entre as respostas, não houve dificuldades em chegar a um consenso, pois os erros eram pertinentes a problemas na interpretação dos problemas. “Esse é um momento em que ocorre grande aperfeiçoamento da leitura e da escrita matemáticas e relevante construção de conhecimento acerca do conteúdo” (ONUCHIC, 2021, p. 50).

4.3.9 Formalização do conteúdo

A professora foi à lousa, organizou e estruturou a solução do problema; primeiramente, utilizando o conhecimento prévio dos alunos e suas compreensões acerca do problema gerador, sem o uso de fórmulas matemáticas, prosseguiu para a representação do princípio fundamental da contagem, experimento aleatório, conceitos de espaço amostral, tipos de eventos, até cálculo da Probabilidade em espaço amostral equiprovável. Allevato e Onuchic (2019) enunciam que o trabalho de ensinar é algo contínuo, faz-se necessário apreender o que os alunos entendem e quais as atividades de aprendizagem corroboram para que ocorra uma compreensão efetiva, significativa e útil.


4.3.10 Proposição e resolução de novos problemas

Em outra aula (quarta aula: 19/09/2023), foi dada aos alunos uma lista contendo 12 problemas sobre princípio fundamental da contagem e de noções iniciais de probabilidade (Figuras 22 e 23). Os estudantes resolveram os problemas que, posteriormente, foram corrigidos pela professora na folha dos alunos e na lousa. Onuchic (2021) afirma que essa etapa possibilita verificar se os conteúdos foram compreendidos e consolidar as aprendizagens construídas anteriormente, além de aprofundar e ampliar novas compreensões. Verificou-se que 20 alunos responderam aos novos problemas, nenhum deixou respostas em branco e todos acertaram as questões (figuras: 41, 42, 43, 44, 45, 46 e 47). Reiterando, o docente deve basear-se nas experiências prévias dos alunos, sem as repetir, produzindo práticas em espiral, que retomem e avancem conjuntamente, com vistas à construção de novos conhecimentos e ideias, resultando em aprendizagens matemáticas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2019).

Figura 41 – Respostas do Aluno 20.

Outros Problemas

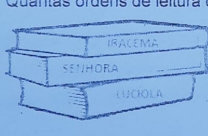
1) Roberto começou a trabalhar em uma loja de roupas masculinas e acabou de receber seu uniforme: 4 camisas em cores diferentes com o logo da empresa e 2 calças em cores também diferentes. Quantos conjuntos de uniforme Roberto pode formar com as peças recebidas?



$4 \times 2 = 8$

Preto Branco
Vermelho
Rosa
Amarelo
 Azul Branco
Vermelho
Rosa
Amarelo

2) Joana gosta muito de literatura brasileira e seu autor favorito é José de Alencar. Ela ganhou 3 livros desse autor de presente e ainda não decidiu em que ordem irá lê-los. Quantas ordens de leitura diferentes Joana pode montar?



$3 \times 2 \times 1 = 6$

4) Liste todas as ordens de leitura que Joana pode escolher com os 3 livros que ganhou.

Iracema	Luciola	Iracema	Luciola	Senhora
Senhora	Iracema	Luciola	Senhora	Iracema
Luciola	Senhora	Senhora	Iracema	Luciola

5) Se Joana decidir ler o livro Senhora primeiro, os livros Iracema e Luciola têm a mesma chance de serem lidos em seguida ou algum deles tem mais chances que o outro? Explique.

*Sim na minha opinião
pois muda as sequências*

Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Figura 42 – Respostas do Aluno 20.

5) Joana decidiu jogar um dado para definir qual livro vai ler primeiro. Ela escolheu os números 1 e 2 para representarem a obra Lucília, 3 e 4 para representarem Iracema, 5 e 6 para Senhora. Assim, ao jogar o dado o número que cair será o livro em que Joana lerá primeiro. Quais as chances do livro Senhora ser sorteado?
 $P = \frac{2}{6} = 0,3333 = 33,3\%$

6) Um restaurante oferece em seu cardápio quatro tipos diferentes de carnes (boi, porco, frango e peixe), que podem ser servidos com três tipos de acompanhamentos: arroz branco, massa e salada. De quantas maneiras diferentes se pode escolher um prato formado por uma carne e um acompanhamento?
 $4 \times 3 = 12$

7) Em uma sala de aula de 2º ano da EJA com 25 alunos, dois alunos serão escolhidos para assumir os cargos de Líder de sala e de vice-líder. De quantas maneiras distintas essa dupla poderá ser formada?
 $25 \times 24 = 600$

8) Quantos anagramas possui a palavra FLOR?
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

9) Quantas são as placas de automóveis que podem ser formadas por quatro letras e três algarismos?
 $26 \times 26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 = 456.976.000$

BR FBR2A23

10) Uma urna tem 20 bolinhas, numeradas de 1 a 20. Uma bolinha é escolhida ao acaso e observa-se seu número. Nesse caso, o espaço amostral é dado por: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.

11) Escolhido um entre todos os anagramas da palavra FLOR, qual é a probabilidade de ele começar com uma consoante?
 $P = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} = 0,75$

12) No lançamento de um dado honesto, qual é a probabilidade de:
 a) sair a face com o número 4? $P = \frac{1}{6} = 0,16$
 b) não sair a face com o número 4?
 $P = \frac{5}{6} = 5 \div 3 = 0,83$


Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Figura 43 – Respostas do Aluno 19.

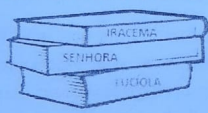
Outros Problemas

1) Roberto começou a trabalhar em uma loja de roupas masculinas e acabou de receber seu uniforme: 4 camisas em cores diferentes com o logo da empresa e 2 calças em cores também diferentes. Quantos conjuntos de uniforme Roberto pode formar com as peças recebidas?

$4 \cdot 2 = 8$



2) Joana gosta muito de literatura brasileira e seu autor favorito é José de Alencar. Ela ganhou 3 livros desse autor de presente e ainda não decidiu em que ordem irá lê-los. Quantas ordens de leitura diferentes Joana pode montar?



$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

4) Liste todas as ordens de leitura que Joana pode escolher com os 3 livros que ganhou. IR/SR/LU - SR/LU/IR - LU/IR/SR
IR/LU/SR - LU/SR/IR - SR/IR/LU

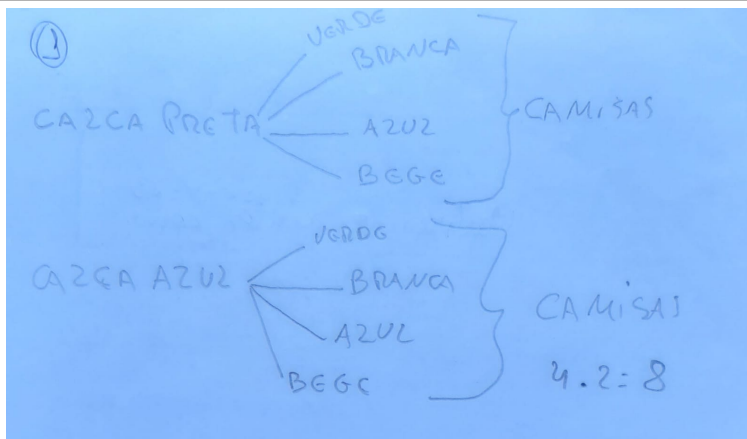
5) Se Joana decidir ler o livro Senhora primeiro, os livros Iracema e Luciola têm a mesma chance de serem lidos em seguida ou algum deles tem mais chances que o outro? Explique.

Sim pode, porque eles não se encontram em alguma sequência.

Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Figura 44 – Respostas do Aluno 19.

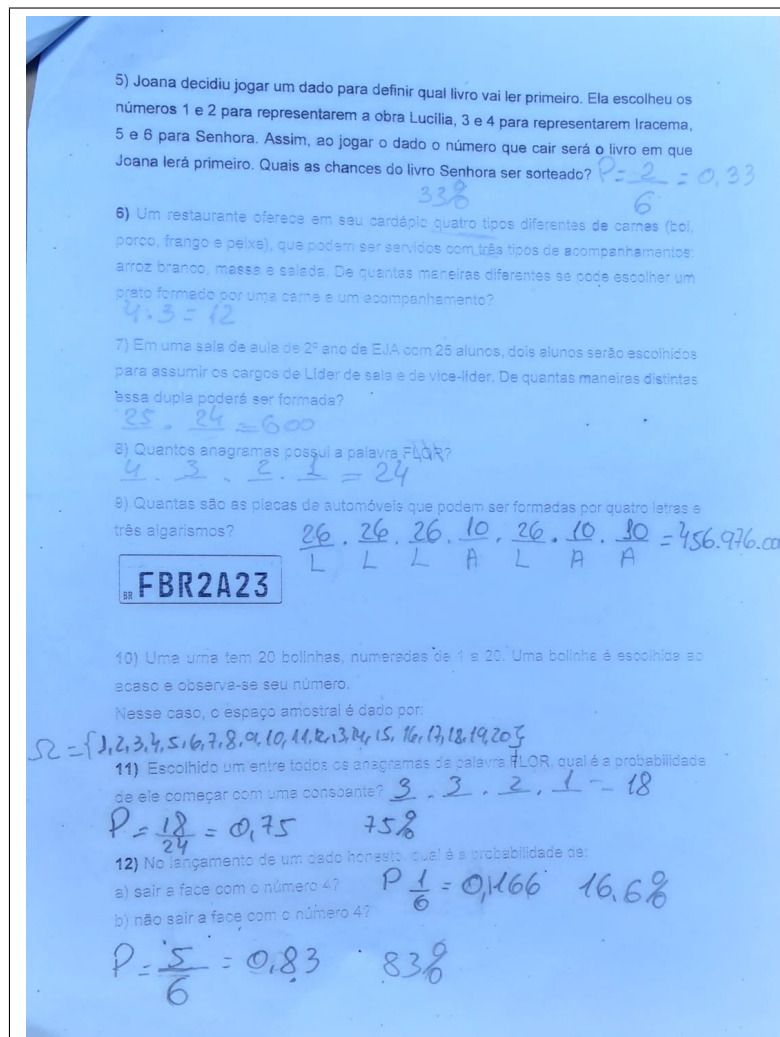
①



$4 \cdot 2 = 8$

Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Figura 45 – Respostas do Aluno 19.




Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Figura 46 – Respostas do Aluno 02.

Outros Problemas

1) Roberto começou a trabalhar em uma loja de roupas masculinas e acabou de receber seu uniforme: 4 camisas em cores diferentes com o logo da empresa e 2 calças em cores também diferentes. Quantos conjuntos de uniforme Roberto pode formar com as peças recebidas?



Calça Preta } Camisas

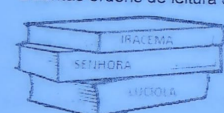
- Verde
- Branca
- Azul
- Bege

Calça Azul } Camisas

- Verde
- Branca
- Azul
- Bege

$2 \cdot 2 = 4$

2) Joana gosta muito de literatura brasileira e seu autor favorito é José de Alencar. Ela ganhou 3 livros desse autor de presente e ainda não decidiu em que ordem irá lê-los. Quantas ordens de leitura diferentes Joana pode montar?



$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

4) Liste todas as ordens de leitura que Joana pode escolher com os 3 livros que ganhou.

Senhora	Iracema	Luciela	senhora	luciola	Iracema
Iracema	luciola	senhora	Iracema	senhora	luciola
luciola	senhora	Iracema	luciola	Iracema	senhora

5) Se Joana decidir ler o livro Senhora primeiro, os livros Iracema e Luciela têm a mesma chance de serem lidos em seguida ou algum deles tem mais chances que o outro? Explique. *Sim, tem a mesma chance porque ela deu todos.*

Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Figura 47 – Respostas do Aluno 02.

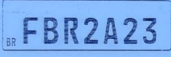
5) Joana decidiu jogar um dado para definir qual livro vai ler primeiro. Ela escolheu os números 1 e 2 para representarem a obra Lucília, 3 e 4 para representarem Iracema, 5 e 6 para Senhora. Assim, ao jogar o dado o número que cair será o livro em que Joana lerá primeiro. Quais as chances do livro Senhora ser sorteado? $P = \frac{2}{6}$

6) Um restaurante oferece em seu cardápio quatro tipos diferentes de carnes (boi, porco, frango e peixe), que podem ser servidos com três tipos de acompanhamentos: arroz branco, massa e salada. De quantas maneiras diferentes se pode escolher um prato formado por uma carne e um acompanhamento? $4 \cdot 3 = 12$

7) Em uma sala de aula de 2º ano da EJA com 25 alunos, dois alunos serão escolhidos para assumir os cargos de Líder de sala e de vice-líder. De quantas maneiras distintas essa dupla poderá ser formada? $25 \cdot 24 = 600$

8) Quantos anagramas possui a palavra FLOR?
 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

9) Quantas são as placas de automóveis que podem ser formadas por quatro letras e três algarismos?



$26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 = 456.376.000$

10) Uma urna tem 20 bolinhas, numeradas de 1 a 20. Uma bolinha é escolhida ao acaso e observa-se seu número.
Nesse caso, o espaço amostral é dado por:
 $\pi = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

11) Escolhido um entre todos os anagramas da palavra FLOR, qual é a probabilidade de ele começar com uma consoante?
 $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18$ $P = \frac{18}{24}$

12) No lançamento de um dado honesto, qual é a probabilidade de:
a) sair a face com o número 4? $P = \frac{1}{6}$
b) não sair a face com o número 4? $P = \frac{5}{6}$

Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

4.4 Produto Educacional

De acordo com documento elaborado pela (CAPES, 2020), o trabalho de conclusão de curso do Mestrado Profissional, diferente do Mestrado Acadêmico, deve conter um processo ou produto educacional desenvolvido em condições reais de sala de aula ou de espaços informais ou não-formais de ensino. A CAPES (2020) também define o que pode ser considerado produto educacional:

Para os cursos de Mestrado e Doutorado Profissional, destaca-se a produção técnica/tecnológica na Área de Ensino, entendida como produtos e processos educacionais que possam ser utilizados por professores e outros profissionais envolvidos com o ensino em espaços formais e não formais. Produtos educacionais podem ser categorizados segundo os campos da Plataforma Sucupira como: (i) desenvolvimento de material didático e instrucional (propostas de ensino tais como sugestões de experimentos e outras atividades práticas, sequências didáticas, propostas de intervenção, roteiros de oficinas; material textual tais como manuais, guias, textos de apoio, arti-

gos em revistas técnicas ou de divulgação, livros didáticos e paradidáticos, histórias em quadrinhos e similares, dicionários, relatórios publicizados ou não, parciais ou finais de projetos encomendados sob demanda de órgãos públicos); (ii) desenvolvimento de produto (mídias educacionais, tais como: vídeos, simulações, animações, vídeo-aulas, experimentos virtuais, áudios, objetos de aprendizagem, ambientes de aprendizagem, páginas de internet e blogs, jogos educacionais de mesa ou virtuais, e afins); (iii) desenvolvimento de aplicativos (aplicativos de modelagem, aplicativos de aquisição e análise de dados, plataformas virtuais e similares); (iv) desenvolvimento de técnicas (protótipos educacionais e materiais para atividades experimentais, equipamentos, materiais interativos como jogos, kits e similares); (v) cursos de curta duração e atividades de extensão, como cursos, oficinas, ciclos de palestras, exposições diversas, olimpíadas, expedições, atividades de divulgação científica e outras; (vi) outros produtos como produções artísticas (artes cênicas, artes visuais, música, Instrumentos musicais, partituras, maquete, cartas, mapas ou similares), produtos de comunicação e divulgação científica e cultural (artigo em jornal ou revista, programa de rádio ou TV). (CAPES, 2020, p. 10-11)

Nesta direção, foi produzido o Produto educacional, ao desenvolver um material didático e instrucional em forma de proposta didático-pedagógica aplicada com os alunos do 2º ano da EJA Ensino Médio. Tal proposta encontra-se nas Figuras 7 e 8, da seção 3.2 dessa dissertação, os temas e as etapas desenvolvidas estão organizados na Figura 48, assim como os recursos e quantidade de aulas.

Figura 48 – Organização da proposta didático-pedagógica.

Temas	Recursos Utilizados	Quantidade de aulas
Princípio fundamental da contagem, Experimento aleatório, Espaço amostral, Eventos, Probabilidade em espaço amostral equiprovável.	Jogo Senha Proposição do problema Leitura individual Leitura em conjunto Resolução do problema Observar e incentivar Registro das resoluções na lousa Plenária Busca do consenso Formalização do conteúdo Proposição e resolução de novos problemas.	5 aulas de 60 minutos.

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

O docente de Matemática, pesquisador ou outro profissional da educação que queira utilizar a proposta didático-pedagógica ficará à vontade para fazer as adequações que julgar necessárias para sua aplicação.

Capítulo 5

Considerações Finais

A presente pesquisa foi estruturada em duas partes: na primeira, destaca-se a pesquisa bibliográfica, a explanação do ensino de análise combinatória e de probabilidade na EJA, a descrição do Jogo Senha, a configuração do público que compõe a Educação de Jovens e Adultos e fechando essa primeira parte há a metodologia resolução de problemas. Na segunda parte, revela-se a intervenção pedagógica subdivida em três fases: planejamento, em que foi concebida a proposta didático-pedagógica desta pesquisa; a implementação, aplicada em sala de aula e, por último, a avaliação, que abrangeu a análise e a discussão dos dados coletados na implementação.

Revelou-se o pensamento combinatório e probabilístico implícitos no Jogo Senha, assim como a importância dos jogos na EJA. Ao discorrer sobre a Educação de Jovens e Adultos, percebe-se o quanto a educação no Brasil está atrelada ao momento político, social e econômico. Aponta-se a mudança no perfil dos alunos matriculados na EJA, seu histórico social e seus objetivos estudantis, mostrando uma heterogeneidade enorme dentro de uma mesma sala de aula, o que impõe ao professor o desafio de levar uma metodologia ativa, significativa e, sobretudo, capaz de despertar a curiosidade intelectual desses estudantes, levando-os a recuperarem sua autoconfiança e a crença de que podem aprender independentemente da idade e do tempo em que estiveram fora dos espaços escolares.

Evidencia-se na pesquisa bibliográfica sobre resolução de problemas sua construção enquanto metodologia de ensino, suas concepções entre diversos autores e pesquisadores, suas diferentes abordagens práticas, elucidando a escolha da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática, através da resolução de problemas para servir de base para a proposta didático-pedagógica desta pesquisa, tratou-se de como é realizada a avaliação durante o processo de resolução do problema, classificando a avaliação enquanto formativa e contínua.

Sendo assim, desenvolveu-se a proposta didático-pedagógica com o tema “O jogo senha sob a perspectiva da metodologia resolução de problemas para o ensino-aprendizagem

de análise combinatória e probabilidade na EJA”, atendendo ao segundo objetivo específico desta pesquisa.

A proposta foi aplicada a uma turma da 2ª etapa do Ensino Médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos, no noturno, contemplando o 3º objetivo específico. É importante ressaltar que os conteúdos de análise combinatória e probabilidade utilizados na proposta fazem parte da Matriz de Conhecimento em Matemática da Secretaria de Estado da Educação juntamente com a Subsecretaria de Educação Básica e Profissional do Espírito Santo (5º objetivo específico).

No quarto objetivo, observar e descrever os impactos nos processos de ensino e aprendizagem, verificou-se que os estudantes ficaram entusiasmados com o Jogo Senha, o que serviu de chamamento para os processos de ensino, aprendizagem e avaliação, desenvolvidos através da metodologia resolução de problemas. Os alunos também se sentiram valorizados em sua história e seus conhecimentos obtidos através de suas vivências, experimentaram uma matemática mais próxima, familiar a sua realidade, encontraram um saber prático e palpável. Todas essas percepções fizeram com que as dez etapas da resolução de problemas fluíssem naturalmente, sem que fossem percebidas pelos alunos.

A observação participante e o exame das respostas dos alunos, feitas através da análise de erros, constataram o que foi encontrado na pesquisa bibliográfica, sobre o perfil do aluno da EJA, a maioria chega à escola cansado depois de um dia inteiro de trabalho, o que prejudica seus processos de aprendizagem. Percebeu-se, também, a falta do hábito em interpretar enunciados problematizados de matemática, em que as questões foram sanadas durante a leitura em conjunto. Observou-se nos alunos interesse em solucionar os problemas, pois em todos os momentos estavam questionando e tirando dúvidas, ficavam eufóricos com suas descobertas matemáticas e quando conseguiam resolver os problemas sem a mediação do professor. Assim, foi identificada a aprendizagem dos estudantes em relação aos conhecimentos matemáticos propostos.

Compreende-se que o objetivo geral foi atingido, tendo em vista que foi investigado como a metodologia resolução de problemas, por meio do Jogo Senha para o estudo do princípio fundamental da contagem e de noções iniciais de probabilidade dos alunos da 2ª etapa do Ensino Médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA) noturna. Com isso, obtem-se a resposta à questão da pesquisa: de que forma a resolução de problemas pode favorecer o processo de ensino, aprendizagem e avaliação de análise combinatória e probabilidade na Educação de Jovens e Adultos? Alegando que a resolução de problemas fez com que os alunos gerassem novas concepções em análise combinatória e probabilidade, eles puderam experimentar, argumentar, refletir, inferir, inserir seus saberes construídos e discutir com os pares suas soluções à problemática envolvida. Desenvolveram o pensamento crítico, a autonomia, a aprendizagem ativa e colaborativa, a criatividade, e a maturidade do saber. A vista de tudo isso, compreende-se que a resolução de problemas

contribuiu de forma ampla e significativa aos processos de ensino, aprendizagem e avaliação de análise combinatória e probabilidade na EJA.

Esta pesquisa contribuiu em muito com a formação da professora, proporcionando uma maior compreensão do processo ensino-aprendizagem-avaliação, através da resolução de problema, propiciando o entendimento sobre a construção da EJA; favorecendo a empatia às características sociais do público da EJA e trazendo a mudança de visão acerca dos mecanismos de ensino-aprendizagem-avaliação.

Determinadas dificuldades surgiram ao longo da pesquisa, como: poucos trabalhos em que os temas resolução de problemas, Jogo Senha, Educação de Jovens e Adultos, análise combinatória e probabilidade estivessem juntos, além do cansaço físico dos alunos, visível nas aulas, por trabalharem durante o dia e estudarem à noite.

Deseja-se que esta pesquisa contribua com o fazer educativo de professores e pesquisadores, refletindo sobre a importância do ensino da matemática ser significativo e ativo para o aluno, aliado a sua realidade de vida, as suas vivências e saberes, convidando o estudante à curiosidade da descoberta do conhecimento. Sugere-se a experimentação da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática em outros conteúdos curriculares da EJA e em trabalhos futuros.

Apêndices

APÊNDICE A

AUTORIZAÇÕES



EEEFM "Domingos José Martins"
E-mail: escoladomingosjose@sedu.es.gov.br
Avenida Sinão Soares, s/nº - Barra do Itapemirim
Marataízes/ES - CEP: 29345-000
Tel: 28 3532-3585 - CNPJ: 03.254.746/0001-10
Criação da Escola: Dec. nº 192-N de 29.10.1971 - D.O. 04/11/1971
Criação Ens. Fund. Anos Finais: Port. SEDU nº 017-R de 11.02.2019 - D.O. 12/02/2019
Criação Ens. Médio: Port. SEDU nº 3.455 de 26.08.1998 - D.O. 31/09/1998
Criação EJA Ens. Fund.: Port. SEDU nº 017-R de 11.02.2019 - D.O. 12/02/2019
Criação EJA Médio: Port. nº 089 de 18.05.2020 - D.O. 24/08/2020
Recred.: Res. CEE/ES nº 5.549/2020 de 03.06.2020 - D.O. 25.06/2020

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Eu, Alexandro Ferreira de Souza, diretor da EEEFM Domingos José Martins, autorizo a professora Sabrina da Silva Menezes, regularmente matriculada no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), pela Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, a desenvolver seu experimento de mestrado na turma 2º N02 da modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA) no turno noturno nesta escola.

As atividades serão realizadas durante as aulas de Matemática, com o seguinte tema: **O JOGO SENHA SOB A PERSPECTIVA DA METODOLOGIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE NA EJA**, onde os alunos terão a oportunidade de estudar os conteúdos curriculares de: Princípio fundamental da contagem e Noções iniciais de Probabilidade.

Marataízes - ES, 18 de agosto de 2023



Alexandro Ferreira de Souza
Diretor

Alexandro Ferreira de Souza
Diretor Escolar
Aut. Port. 069-S de 27/01/2023



SBM

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Senhores Alunos,

Os alunos da turma 2º N02 da EEEFM Domingos José Martins, estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, da Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro, realizada pela mestranda e professora de matemática, Sabrina da Silva Menezes.

A pesquisa será realizada na própria escola, durante as aulas de matemática, com o seguinte tema: **O JOGO SENHA SOB A PERSPECTIVA DA METODOLOGIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE NA EJA.** Com o objetivo geral de investigar como o Jogo Senha atrelado a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para o estudo do Princípio fundamental da contagem e de Noções iniciais de Probabilidade dos alunos da 2ª etapa do Ensino Médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA) noturna.

Solicitamos a sua autorização para que possa participar das atividades, e a permissão para que os registros das atividades possam ser publicados. Desde já, agradeço, e peço que caso esteja de acordo, preencha a autorização a seguir:

Eu, _____,

desejo participar da pesquisa desenvolvida pela Mestranda e Professora Sabrina da Silva Menezes.

Marataízes, ES, ____ de agosto de 2023.

Assinatura do Aluno

APÊNDICE B

ATIVIDADES

JOGO SENHA

TENTATIVAS	DICAS
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○

Cores disponíveis ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

Legenda das dicas ● cor certa lugar certo ⊗ cor certa lugar errado



E.E.E.F.M. "DOMINGOS JOSÉ MARTINS"

Professora: Sabrina Menezes

Disciplina: Matemática

Série: 2º N2

Data:

Nome: _____

José desafia Maria no jogo Senha, ele cria uma senha colorida e Maria tem 10 oportunidades para tentar descobrir a senha. Como Maria deve proceder para descobrir a senha criada por José, no menor número de tentativas?



E.E.E.F.M. "DOMINGOS JOSÉ MARTINS"

Professora: Sabrina Menezes

Disciplina: Matemática

Série: 2º N2

Data:

Nome: _____

Outros Problemas

1) Roberto começou a trabalhar em uma loja de roupas masculinas e acabou de receber seu uniforme: 4 camisas em cores diferentes com o logo da empresa e 2 calças em cores também diferentes. Quantos conjuntos de uniforme Roberto pode formar com as peças recebidas?



2) Joana gosta muito de literatura brasileira e seu autor favorito é José de Alencar. Ela ganhou 3 livros desse autor de presente e ainda não decidiu em que ordem irá lê-los. Quantas ordens de leitura diferentes Joana pode montar?



3) Liste todas as ordens de leitura que Joana pode escolher com os 3 livros que ganhou.

4) Se Joana decidir ler o livro Senhora primeiro, os livros Iracema e Lucíola têm a mesma chance de serem lidos em seguida ou algum deles tem mais chances que o outro? Explique.

5) Joana decidiu jogar um dado para definir qual livro vai ler primeiro. Ela escolheu os números 1 e 2 para representarem a obra Lucília, 3 e 4 para representarem Iracema, 5 e 6 para Senhora. Assim, ao jogar o dado o número que cair será o livro em que Joana lerá primeiro. Quais as chances do livro Senhora ser sorteado?

6) Um restaurante oferece em seu cardápio quatro tipos diferentes de carnes (boi, porco, frango e peixe), que podem ser servidos com três tipos de acompanhamentos: arroz branco, massa e salada. De quantas maneiras diferentes se pode escolher um prato formado por uma carne e um acompanhamento?

7) Em uma sala de aula de 2º ano da EJA com 25 alunos, dois alunos serão escolhidos para assumir os cargos de Líder de sala e de vice-líder. De quantas maneiras distintas essa dupla poderá ser formada?

8) Quantos anagramas possui a palavra FLOR?

9) Quantas são as placas de automóveis que podem ser formadas por quatro letras e três algarismos?



10) Uma urna tem 20 bolinhas, numeradas de 1 a 20. Uma bolinha é escolhida ao acaso e observa-se seu número.

Nesse caso, o espaço amostral é dado por:

11) Escolhido um entre todos os anagramas da palavra FLOR, qual é a probabilidade de ele começar com uma consoante?

12) No lançamento de um dado honesto, qual é a probabilidade de:

a) sair a face com o número 4?

b) não sair a face com o número 4?

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. As conexões trabalhadas através da resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 10, n. 2, p. 1–14, 2019. Citado na página 89.

ANDRADE, T. M. de (Ed.). *Matemática Interligada: Estatística, análise combinatória e probabilidade*. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 26, 27 e 28.

ARAÚJO, T. d. O. R.; SILVA, M. D. F. da. Matemática, educação de jovens e adultos e robótica: Uma revisão sistemática. *Cenas Educacionais*, v. 6, p. e16292–e16292, 2023. Citado na página 24.

BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. 70 edições. [S.l.]: Lisboa, 1977. Citado 3 vezes nas páginas 58, 59 e 73.

BEZERRA, M. J. da S. *O ensino de análise combinatória para turmas da educação de jovens e adultos com foco no princípio multiplicativo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado do Pará - UFPA, 2021. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=&titulo=O+ensino+de+análise+combinatória+para+turmas+da+educação+de+jovens+e+adultos+com+foco+no+princípio+multiplicativo&polo=>. Citado na página 52.

BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. 1988. Acesso em: 02 jan. 2023. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Citado na página 22.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)-Bases Legais*. Brasília, DF, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Citado na página 45.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)-Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília, DF, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 40.

BRASIL. Resolução CNE/CEB nº 2, de 11 de Setembro de 2001. 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf>. Citado na página 21.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática; médio, ensino. Orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Citado na página 25.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular. Educação é a Base*. Brasília, DF, 2018. Versão final. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Citado 8 vezes nas páginas 24, 25, 30, 40, 44, 48, 49 e 69.

CAPES, C. d. A. d. P. d. N. S. *Documento Orientador de APCN*. 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/ensino1.pdf/view>. Citado 2 vezes nas páginas 95 e 96.

CORREIA, M. d. C. B. A observação participante enquanto técnica de investigação. *Pensar Enfermagem/ Journal of Nursing*, v. 13, n. 2, p. 30–36, 2009. Citado na página 58.

CURY, H. N.; CASSOL, M. Análise de erros em cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), v. 6, n. 1, p. 27–36, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 73 e 86.

DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. *Cadernos de educação*, n. 45, p. 57–67, 2013. Citado na página 17.

DANTON, G. Metodologia científica. *Pará de Minas: Virtual Books Online*, 2002. Citado na página 57.

ELLER, B. d. C. P. et al. Brincando e aprendendo: o uso de recursos lúdicos para estudo de análise combinatória e probabilidade. 2021. Disponível em: <https://repositorio.ifro.edu.br/items/7860322e-68db-4ad0-9fcc-56f424d634ab>. Citado na página 28.

ESPÍRITO SANTO. Define procedimentos e diretrizes para implementação das organizações curriculares na Rede Escolar Pública Estadual, e demais providências. Portaria N° 279-R. 2021. Acesso em: 03 mar. 2022. Disponível em: <https://sedu.es.gov.br/Media/sedu/pdfArquivos/279-R-OrganizaçõesCurricularesde2022-1.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 19.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. Subsecretaria de Estado da Educação Básica e Profissional. Gerência de Educação de Jovens e Adultos. Diretrizes Pedagógicas e Operacionais: Educação de Jovens e Adultos e Socioeducação 2023. 2023. Acesso em: 23 mar 2023. Disponível em: https://drive.google.com/drive/folders/11sq3gjcWXH1CEu1YNh7nyfgrgDjWv_fR. Citado na página 20.

FERNANDES, S. H. A. A. et al. *Novas trajetórias de formação: matemática*. 1. ed. São Paulo: FTD, 2021. Citado na página 49.

FILHO, H. S. G. *O jogo senha como recurso didático para o ensino dos métodos de contagem*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro - UENF, Campos dos Goytacazes - RJ, 2016. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=&titulo=O+jogo+senha+como+recurso+didático+para+o+ensino+dos+métodos+de+contagem&polo=>. Citado na página 25.

FLEURY, M. T. L.; WERLANG, S. R. da C. Pesquisa aplicada: conceitos e abordagens. *Anuário de Pesquisa GVPesquisa*, 2016. Citado na página 54.

FRANCIOLI, F. A. S.; SILVA, N. M. M. Pressupostos psicológicos e didáticos para a resolução de problemas matemáticos. *Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação*, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, v. 16, n. 4, p. 2648–2662, 2021. Citado na página 41.

- GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *Revista de administração de empresas*, SciELO Brasil, v. 35, p. 57–63, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 55 e 58.
- HADDAD, S.; PIERRO, M. C. D. Escolarização de jovens e adultos. *Revista brasileira de educação*, n. 14, p. 108–130, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 84.
- HOMA, I.; GROENWALD, C. L. O. Jogos didáticos e tecnologias digitais: uma integração possível no planejamento didático do professor de matemática. *Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo*, v. 9, n. 3, p. 30–45, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- JUNIOR, V. I. B.; SOUZA, T. C. de; POSSAMAI, J. P. A resolução de problemas no ensino médio: um mapeamento realizado nos anos 2016 a 2020. *REMAT: Revista Eletrônica da Matemática*, v. 7, n. especial, p. e4005–e4005, 2021. Citado 3 vezes nas páginas 39, 42 e 43.
- KOORO, M. B.; LOPES, C. E. O conhecimento matemático na educação de jovens e adultos. Recuperado de http://alb.org.br/arquivo-morto/edicoes_anteriores/anais16/sem15dpf/sm15ss13_04.pdf, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 22, 23 e 77.
- LAKATOS, E.; MARCONI, M. d. A. Fundamentos de metodologia científica. atlas. São Paulo-SP, 2003. Citado na página 55.
- LEITE, E. A. P.; DARSIE, M. M. P. Resolução de problemas matemáticos e especificidades da educação de jovens e adultos. *REAMEC—Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, v. 9, n. 2, 2021. Citado 3 vezes nas páginas 40, 41 e 42.
- LIMA, E. T. de; BORBA, R. E. d. S. R. Articulado os raciocínios combinatório e probabilístico a partir da resolução de problemas na eja articulating combinatorial reasoning and probabilistic reasoning from problem solving in youth and adult education. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 21, n. 1, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- MARATAÍZES, P. d. M. *Apresentação. Bem-vindo a Marataízes: a pérola sul capixaba*. 2022. Disponível em: <https://www.marataizes.es.gov.br/pagina/ler/1000/apresentacao>. Citado na página 57.
- MARTINS, G.; BORBA, R. E. d. S. R. Os currículos de matemática moldados, em ação e realizados: uma análise da combinatória na educação de jovens e adultos. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Universidade Estadual do Paraná, v. 11, n. 24, p. 62–82, 2022. Citado na página 25.
- MELO Santana de Jesus Miranda. *Uso da resolução de problemas no ensino de matemática com alunos da educação de jovens e adultos - EJA*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES, Macapá, 2020. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=9736548. Citado na página 52.
- MENEZES, S. d. S.; MERÍSIO, V. d. S. Covid-19: Ressignificando Aprendizagens. In: _____. *Educação: Múltiplos Olhares*. São Carlos: Pedro & João, 2022. cap. 07, p. 117. Citado na página 15.

MINAYO, M. C. de S.; DESLANDES, S. F.; GOMES, R. *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. [S.l.]: Editora Vozes Limitada, 2011. Citado na página 55.

MORÁN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. *Coleção mídias contemporâneas. Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens*, v. 2, n. 1, p. 15–33, 2015. Citado 3 vezes nas páginas 6, 7 e 42.

MOREIRA, M. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. *Aprendizagem Significativa em Revista*, v. 1, p. 25–46, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 76, 86 e 87.

MOTA, F. M.; LOZADA, C. de O. Uma reflexão sobre o processo de avaliação na utilização da resolução de problemas no ensino de matemática. *Revemop*, v. 4, p. e202208–e202208, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.

OLIVEIRA, D. C. de. Determinantes comportamentais e emocionais do processo ensino-aprendizagem. *Caderno Intersaberes*, v. 5, n. 6, 2016. Citado na página 88.

ONUCHIC, L. D. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema-Mathematics Education Bulletin*, p. 73–98, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 41, 44, 45 e 88.

ONUCHIC, L. de la R. *Resolução de Problemas (vol. 2): Teoria e Prática*. Jundiaí-SP: Paco e Littera, 2021. Description based on publisher supplied metadata and other sources. Citado 17 vezes nas páginas 17, 18, 38, 39, 41, 42, 43, 45, 46, 47, 48, 56, 59, 68, 85, 86 e 89.

PIRONEL, M. Avaliação para a aprendizagem: a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas em ação. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2019. Citado 5 vezes nas páginas 41, 47, 48, 49 e 50.

PIRONEL, M.; ONUCHIC, L. d. L. R. Avaliação para a aprendizagem: uma proposta a partir de transformações do conceito de avaliação na sala de aula no século xxi. In: *Anais do IV Congresso Nacional de Avaliação em Educação: IV CONAVE*. Bauru: UNESP. [S.l.: s.n.], 2016. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.

POLYA, G.; GUIMARÃES, H. M. Para este número seleccionámos: O ensino por meio de problemas. *Educação e Matemática*, n. 130, p. 44–50, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 38, 39 e 42.

PONTES, E. A. S. O ato de ensinar do professor de matemática na educação básica. *Ensaio Pedagógico*, v. 2, n. 2, p. 109–115, 2018. Citado na página 15.

PROENÇA, M. C. Resolução de problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. *Revista de Educação Matemática (REMat)*, Regional São Paulo, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, v. 18, p. 1–14, 2021. Citado na página 41.

RANGEL Ana Carolina Ferreira. *Entre plantas e árvores: uma articulação entre a resolução de problemas, a análise combinatória e um beija-flor*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP, Rio Claro, 2022. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=12650723. Citado na página 52.

- RIBEIRO, S. M. C. *Uma Proposta de Jogo Matemático na Educação de Jovens e Adultos (EJA): reforçando conceitos de porcentagem*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2021. Acesso em: 27 jan. 2023. Disponível em: <https://profmatt-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=SANDRA+MARTINS+CARLOS+RIBEIRO&titulo=&polo=>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.
- SERRES, L. F. Falta de atenção: uma compreensão docente. 2016. Citado na página 87.
- SILVA, E. I. da Costa da. *Ensino-aprendizagem de análise combinatória no ensino médio: sequência didática pautada na resolução de problemas*. Dissertação (mathesis) — Universidade Federal Rural do Semiárido - UFERSA, Mossoró, 2021. Disponível em: <https://profmatt-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=&titulo=Ensino-aprendizagem+de+análise+combinatória+no+ensino+médio:+sequência+didática+pautada+na+resolução+de+problemas&polo=>. Citado na página 53.
- SILVA, K. C. D.; AMORIM, S. M. B. Tecendo diálogo entre prática pedagógica e a identidade do educando da educação de jovens e adultos. *HUMANIDADES E TECNOLOGIA (FINOM)*, v. 33, n. 1, p. 57–68, 2022. Citado 3 vezes nas páginas 20, 22 e 23.
- SILVA, M. M. da. *Estado da arte de pesquisas brasileiras em educação matemática de jovens e adultos com foco em alternativas didático-metodológicas de ensino (1985-2015)*. Dissertação (Mestrado) — Fundação Universidade Federal de Rondônia, Ji-Paraná, 2022. Acesso em: 02 jan. 2023. Disponível em: <https://www.ri.unir.br/jspui/handle/123456789/3594>. Citado na página 23.
- SOUSA, A. S. de; OLIVEIRA, G. S. de; ALVES, L. H. A pesquisa bibliográfica: princípios e fundamentos. *Cadernos da FUCAMP*, v. 20, n. 43, 2021. Citado na página 16.
- SOUTO, B. P. de M. et al. O jogo da senha no geogebra e suas atividades exploratórias em combinatória. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, v. 10, n. 2, p. 040–059, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 36.
- STANIC George M. A.; KILPATRICK Jeremy. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. Charles E. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (p. 1 - 22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.
- THIOLLENT, M. *Metodologia da pesquisa-ação*. [S.l.]: Cortez editora, 2022. Citado na página 56.
- TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. *Educação e pesquisa*, SciELO Brasil, v. 31, p. 443–466, 2005. Citado na página 56.
- VIOLA Ana Carolina Soares. *Jogos como ferramenta no ensino de matemática na EJA*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do estado do Rio de Janeiro - UNIRIO, 2023. Disponível em: <https://profmatt-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=&titulo=Jogos+como+ferramenta+no+ensino+de+matemática+na+EJA&polo=>. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 67.