



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMIÁRIDO – UFERSA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PROPPG
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
MESTRADO EM MATEMÁTICA – PROFMAT

FRANCISCO RONALDO ALVES

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL, ANOS FINAIS:
UMA PROPOSTA DIDÁTICA BASEADA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
UTILIZANDO TABELAS E GRÁFICOS

MOSSORÓ

2024

FRANCISCO RONALDO ALVES

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL, ANOS FINAIS:
UMA PROPOSTA DIDÁTICA BASEADA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
UTILIZANDO TABELAS E GRÁFICOS

Dissertação apresentada ao Mestrado em Matemática do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal Rural do Semiárido como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino Básico de Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Fabiane Regina da Cunha Dantas Araújo.

MOSSORÓ

2024

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

A474p Alves, Francisco Ronaldo.
Probabilidade e estatística no ensino fundamental, anos finais: uma proposta didática baseada na resolução de problemas utilizando tabelas e gráficos / Francisco Ronaldo Alves. - 2024.
93 f. : il.

Orientadora: Fabiane Regina da Cunha Dantas Araújo.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em Matemática, 2024.

1. Ensino de Matemática. 2. Sequência Didática. 3. Probabilidade e Estatística. 4. Aprendizagem Baseada em Problemas. I. Araújo, Fabiane Regina da Cunha Dantas, orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade com AACR2 e os dados fornecidos pelo autor(a).
Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB: 15/120

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

FRANCISCO RONALDO ALVES

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL, ANOS FINAIS:
UMA PROPOSTA DIDÁTICA BASEADA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
UTILIZANDO TABELAS E GRÁFICOS

Dissertação apresentada ao Mestrado em Matemática do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal Rural do Semiárido como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino Básico de Matemática.

Defendida em: 26 / 03 / 2024.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Fabiane Regina da Cunha Dantas Araújo. (UFERSA)

Presidente

Péricles de Farias Borges, Prof. Dr. (UFPB)

Membro Examinador Externo

Antônio Gomes Nunes, Prof. Dr. (UFERSA)

Membro Examinador Interno

*Ao meu pai, **José Alves Filho**, que sempre me apoiou, ensinou e dedicou toda sua vida para dar momentos felizes, não só a mim, mas a todos os filhos e filhas. (In Memoriam).*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a DEUS, sem sua permissão nada é possível.

Agradeço a minha família base das minhas forças, em especial a minha esposa que sempre está ao meu lado para que eu possa continuar a caminhada todos os dias.

Agradeço a Profa. Dra. Fabiane Regina da Cunha Dantas Araújo, orientadora dessa pesquisa, que esteve sempre disponível para tirar minhas dúvidas, aconselhando e tornando possível a sequência do trabalho.

Agradeço a Banca Examinadora por suas sugestões e correções.

Agradeço aos meus amigos e colegas de curso pelo apoio durante essa jornada.

Agradeço a cada um que fez e faz acontecer o PROFMAT-UFERSA.

“O importante é entender profundamente as coisas e as relações entre elas. É nisso que reside a inteligência.”

Laurent Schwartz

RESUMO

O ensino de probabilidade e de estatística nos anos finais do Ensino Fundamental tendo como método a aprendizagem baseada em problemas ainda é pouco explorado. Dessa forma, considerando ser de grande relevância acadêmica e social abordar o ensino da Matemática, sob as mais diversas óticas, como forma de promover mais qualidade na aprendizagem, tendo em vista que esta disciplina ainda é considerada desafiadora para grande parte dos alunos, este trabalho teve como ponto de partida a seguinte questão: Como desenvolver uma sequência didática (SD) para o ensino de probabilidade e de estatística que promova a compreensão e a aplicação de conceitos por meio da resolução de problemas e estimule a aprendizagem dos alunos de forma significativa? Assim, traçou-se como objetivo geral elaborar uma SD para aplicação dos conteúdos de probabilidade e estatística no ensino da Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental de forma que as atividades sejam sequenciadas e que cada uma seja pré-requisito para a subsequente tornando o aluno capaz de coletar dados estatísticos e organizá-los em uma tabela de frequência, bem como em um gráfico e interpretar os dados de forma que possibilite resolver problemas extraindo informações das tabelas e/ou gráficos construídos. Para tanto, utilizou-se como metodologia a pesquisa qualitativa exploratória com base na análise de documentos, sendo utilizado como fundamento para coleta de dados, três livros didáticos aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2024. A partir dos conteúdos analisados nestes livros foram selecionados os assuntos sobre probabilidade e estatística, tendo como foco as turmas do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. A sequência foi elaborada contendo 5 etapas, cada uma com o passo a passo para aplicação, objetivos e materiais necessários. Como resultados, observou-se que a SD pode ser aplicada em diversas realidades educacionais se adaptada corretamente, promovendo um conhecimento elaborado e planejado para seguir uma sequência lógica de atividades interligadas entre si. Essa ferramenta, quando desenvolvida através de metodologias ativas, como a aprendizagem baseada em problemas, possibilita que os alunos se envolvam na construção do próprio conhecimento, permitindo a criação, reflexão e a tomada de decisão que os leva a aprender desde os elementos mais básicos e fundamentais dos conteúdos, até os mais complexos, possibilitando a promoção de uma aprendizagem que supera os conteúdos didáticos e direciona os alunos a desenvolverem habilidades como o trabalho em equipe, o respeito, a proatividade, a colaboração e a autonomia, pois, faz com que assumam responsabilidades para resolver problemas e tomar decisões tanto individuais quanto coletivas.

Palavras-chaves: ensino de matemática; sequência didática; aprendizagem baseada em problemas, probabilidade e estatística.

ABSTRACT

The teaching of probability and statistics in the final years of Elementary School using problem-based learning as a method is still little explored. Thus, considering that it is of great academic and social relevance approaching the teaching of Mathematics, from the most diverse perspectives, as a way of promoting greater quality in learning, considering that this discipline is still considered challenging for a large number of students, this work had as its starting point the following question: How to develop a didactic sequence (DS) for teaching probability and statistics that promotes the understanding and application of concepts through solving problems and stimulates student learning in a meaningful way? Thus, the general objective was to prepare a DS for the application of probability and statistics content in the teaching of Mathematics for the final years of Elementary School so that the activities are sequenced and that each one is a prerequisite for the subsequent one, making the student capable of collecting statistical data and organizing them in a frequency schedule, as well as in a graph and interpreting the data in a way that makes it possible to solve problems by extracting information from the tables and/or graphs constructed. To this end, exploratory qualitative research was used as a methodology based on document analysis, using three textbooks approved by the Plano Nacional do Livro Didático (PNLD, National Textbook Plan) 2024 as a basis for data collection. Based on the contents analyzed in these books subjects on probability and statistics were selected, focusing on classes in the 8th and 9th years of Elementary School. The sequence was created containing 5 stages, each with step-by-step instructions for application, objectives and necessary materials. As a result, it was observed that DS can be applied in different educational realities if adapted correctly, promoting knowledge elaborated and planned to follow a logical sequence of interconnected activities. This tool, when developed through active methodologies, such as problem-based learning, allows students to get involved in the construction of their own knowledge, allowing creation, reflection and decision-making that leads them to learn from the most basic and fundamental aspects of content, even the most complex, enabling the promotion of learning that goes beyond didactic content and directs students to develop skills such as teamwork, respect, proactivity, collaboration and autonomy, as it makes take responsibility for solving problems and making both individual and collective decisions.

Keywords: teaching mathematics; didactic sequence; learning based on problems; probability and statistics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Exemplo de Tabela.....	32
Figura 2	Exemplo de gráfico de colunas.....	34
Figura 3	Exemplos de tipos de gráficos.....	39
Figura 4	Fluxograma das etapas da sequência didática.....	57
Figura 5	Gráfico de barras com base na tabela 2.....	73
Figura 6	Gráfico de colunas com base na tabela 5.....	74
Figura 7	Gráfico de pizza com base na tabela 3.....	75
Figura 8	Gráfico de linha com base na tabela 4.....	76
Figura 9	Gráfico de barras com base na tabela 6.....	77
Figura 10	Gráfico de colunas com base na tabela 6.....	77
Figura 11	Gráfico de linha com base na tabela 6.....	78
Figura 12	Gráfico de pizza com base na tabela 6.....	78

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	Probabilidade e estatística no 8º e 9º anos do Ensino Fundamental de acordo com a BNCC.....	27
Quadro 2	Tipos de gráficos e suas aplicações.....	41
Quadro 3	Materiais e sua utilização na aplicação da SD.....	44
Quadro 4	Conteúdos de probabilidade e estatística dos livros didáticos aprovados pelo PNLD 2024.....	46
Quadro 5	Conteúdos de probabilidade e estatística explorados na sequência didática.....	50
Quadro 6	Sugestão de questões diagnósticas e seus objetivos.....	58
Quadro 7	Divisão dos grupos.....	60
Quadro 8	Definição do tipo de variável, do tipo de pesquisa e da variável.....	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Tipos de gráficos considerados adequados pelos estudantes.....	40
Tabela 2	Frequência do Grupo 1.....	65
Tabela 3	Frequência do grupo 3.....	66
Tabela 4	Frequência do grupo 5.....	67
Tabela 5	Frequência do grupo 2.....	70
Tabela 6	Frequência do grupo 4.....	71

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABP – Aprendizagem Baseada em Problemas

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais

PNLD – Plano Nacional do Livro Didático

SD – Sequência didática

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	ALGUMAS CONSIDERAÇÕES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO MÉTODO DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA	17
2.1	APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS: DO QUE ESTAMOS FALANDO?	17
2.2	O ENSINO DA MATEMÁTICA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDO A BNCC	22
2.3	O ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA SEGUNDO A BNCC	25
3	A UTILIZAÇÃO DE TABELAS E GRÁFICOS NA APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS	31
3.1	DEFININDO TABELAS E GRÁFICOS	31
3.2	RELAÇÃO ENTRE TABELAS E GRÁFICOS	35
3.3	OS TIPOS DE GRÁFICOS E SUAS APLICAÇÕES	38
4	CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS.....	43
4.1	A PESQUISA	43
4.2	O CONTEÚDO EXPLORADO	45
4.3	PÚBLICO-ALVO.....	51
5	UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA A APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS	53
5.1	CONTEXTUALIZANDO SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS	53
5.2	DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	56
5.2.1	Etapa 1 - Atividade de Sondagem	58
5.2.2	Etapa 2 - Atividade interventiva 01 - Coleta de dados de variáveis discretas e contínuas na própria escola e construção do rol.....	59
5.2.3	Etapa 3 - Atividade interventiva 02 - Construção de tabelas de frequência absoluta e relativa com e sem intervalo de classes.....	63
5.2.4	Etapa 4 - Atividade interventiva 03 - Construção de gráficos de barras ou colunas, de pizza e de linhas	71
5.2.5	Etapa 5 - Atividade avaliativa - Resolução de problemas através das tabelas e dos gráficos construídos	79

6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	88
	REFERÊNCIAS	90

1 INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática ainda é um assunto bastante discutido no meio acadêmico principalmente no que diz respeito a importância da utilização de metodologias de ensino que visem uma contextualização com a realidade discente. É comum que muitos estudantes enfrentem dificuldades para compreender e aplicar conceitos matemáticos e, muitas vezes, isso se dá devido à falta de conexão com situações do cotidiano dos alunos e à ausência de metodologias que os envolvam de maneira significativa no processo de ensino-aprendizagem. Diante desse entendimento, esta pesquisa propõe uma abordagem sobre o ensino da Matemática no Ensino Fundamental, tendo como foco o método de aprendizagem baseada em problemas.

Entende-se que o desenvolvimento de metodologias para o ensino da Matemática é de fundamental importância, principalmente por ser uma forma de contribuir para a educação, ajudando alunos a terem acesso ao conhecimento científico e oferecendo aos professores mais possibilidades de como desenvolver a prática pedagógica em sala de aula. Assim, considera-se esta pesquisa relevante por apresentar uma abordagem contextualizada visando colaborar com a promoção de uma aprendizagem matemática mais efetiva e significativa para os alunos apresentando a relação teoria e prática dos conteúdos trabalhados.

O estudo de probabilidade e estatística é fundamental em diversas áreas, pois permite compreender e analisar fenômenos complexos com base em dados quantitativos. A probabilidade auxilia na tomada de decisões, enquanto a estatística fornece ferramentas para extrair informações significativas, como preceitua a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018). Para a aprendizagem desses conteúdos o papel do professor é crucial, pois, este pode levar o conhecimento científico de forma didática e dinâmica para que o aluno aprenda da melhor forma, além de orientar na aplicação prática de conceitos, incentivar a curiosidade, ao pensamento crítico, à reflexão e a resolução de problemas.

Entende-se que a aprendizagem sobre gráficos e tabelas, na disciplina de Matemática, vai para além da construção desses elementos, mas principalmente, é importante que os alunos consigam interpretá-los e compreendê-los chegando a uma conclusão sobre as informações ali apresentadas. Nesse sentido, construímos uma sequência didática (SD) para aplicação no ensino de Probabilidade e de Estatística através da resolução de problemas utilizando tabelas e gráficos, com o intuito de levar os alunos a aprender de forma prática, construindo tais elementos a partir de dados coletados na escola, tornando-os capazes de fazerem a correlação entre teoria e prática. A SD construída poderá ser aplicada em turmas do 8º e 9º anos do ensino fundamental, bem como ser adaptada para outros níveis de ensino.

O objetivo geral da presente pesquisa foi elaborar uma SD para aplicação dos conteúdos de probabilidade e estatística no ensino da Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental de forma que as atividades sejam sequenciadas e que cada uma seja pré-requisito para a subsequente, tornando o aluno capaz de coletar dados estatísticos e organizá-los em uma tabela de frequência, bem como em um gráfico e interpretar os dados de forma que possibilite resolver problemas extraindo informações das tabelas e/ou dos gráficos construídos. Como objetivos específicos, foram traçados: realizar pesquisa estatística coletando dados de variáveis discretas e contínuas na própria escola; construir tabelas de frequência absoluta e relativa com e sem intervalo de classes; construir gráficos de barras ou colunas, de pizza e de linhas; analisar e interpretar os dados coletados e apresentados nas tabelas e nos gráficos resolvendo problemas de probabilidade e estatística.

Para alcançar os objetivos a presente pesquisa está organizada de forma que inicialmente apresento a introdução contendo a problemática que motivou nosso trabalho, a delimitação do tema, os objetivos gerais e específicos, assim como quatro seções de conteúdos as quais estão descritas a seguir:

Na seção 2, foi levantado um histórico sobre a resolução de problemas e a aprendizagem matemática enfatizando o ensino da disciplina nos anos finais do ensino fundamental e mais especificamente sobre o tema proposto a saber: probabilidade e estatística, tal levantamento trouxe a definição de Aprendizagem Baseada em Problemas (APB) com base no trabalho de Borochovcicius e Tortella (2014), além de outros autores.

Na seção 3 tratou sobre as definições e a relação entre gráficos e tabelas, demonstrando algumas formas de interpretações desses elementos, também relacionamos cada tipo de gráfico e sua aplicação de acordo com o tipo de variável estudada para que o aluno possa decidir qual o melhor gráfico para ser utilizado durante a apresentação da variável coletada em sua pesquisa.

Na seção 4 apresenta-se a metodologia, detalhando todo o percurso metodológico classificando o tipo da pesquisa em questão, delimitando o tema e detalhando nossos objetivos geral e específicos, além dos pressupostos da sequência didática, apresentamos também o conteúdo explorado que foram retirados dos livros didáticos aprovados no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2024, ao final especificamos o público alvo justificando sua escolha.

A seção 5 é dedicada ao produto final, trazendo uma caracterização das SD, mostrando seu histórico e aplicações em diversas áreas do conhecimento. Apresentamos o desenvolvimento passo a passo da SD construída e deixada como proposta de ensino dos conteúdos explorados para atingir os objetivos traçados inicialmente.

Por fim, apresento minhas considerações finais, momento no qual trata-se do encerramento da pesquisa, apresentando as principais descobertas, resumindo os resultados encontrados, os desafios encontrados e os objetivos alcançados, enfim, esta seção busca sintetizar os principais pontos abordados ao longo da pesquisa, realizando uma reflexão sobre os conteúdos discutidos e suas implicações.

Considera-se, portanto, que esta pesquisa pode contribuir para o ensino e aprendizagem da Matemática e, mais especificamente, dos conteúdos de probabilidade e estatística, sendo uma forma de buscar apresentar possibilidades de ensino e, com isso, promover uma aprendizagem mais significativa.

2 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO MÉTODO DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA.

Abordar a resolução de problemas como método de aprendizagem é uma forma de ampliar as discussões e conhecimentos sobre o assunto. Nesse sentido, este capítulo faz uma discussão sobre o tema, apresentando a conceituação da aprendizagem baseada em problemas (ABP) de acordo com BorochoVICIUS e Tortella (2014) e suas principais características. Além disso, tendo em vista que o foco desta pesquisa é a aprendizagem de probabilidade e de estatística, tendo como ponto de partida, a resolução de problemas utilizando tabelas e gráficos, aborda-se o ensino da matemática nos anos finais, segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e mais especificamente o ensino de probabilidade e estatística, uma vez que o conhecimento sobre o que traz a BNCC é o pontapé de partida para o ensino-aprendizagem de qualquer competência e habilidade que o aluno deva desenvolver.

2.1 APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS: DO QUE ESTAMOS FALANDO?

O processo de ensino e aprendizagem é pauta constante nas discussões acadêmicas na área da educação, devido ao fato de que o aprender é um dos principais motivos, objetivos e, ao mesmo tempo, consequência da existência humana. Nesse sentido, as discussões sobre o tema levaram a diversas teorias e criação de métodos que contribuíram, e alguns ainda contribuem, nesse processo importante principalmente para alunos e professores de instituições formais de ensino. Diante desse entendimento, a ABP teve suas primeiras aplicações, segundo Carneiro (2021), em escolas de medicina do Canadá e dos Estados Unidos, porém os primeiros estudos foram realizados por Howard Barrows (1928-2011), o qual, segundo a autora, criou o termo “*problem-based learning*” em 1974.

O modelo de ensino de aprendizagem baseada em problemas tem como premissa, segundo BorochoVICIUS e Tortella (2014), a aplicação de conceitos e habilidades matemáticas em situações do mundo real, estimulando o desenvolvimento do discente em termos conceitual, procedimental e atitudinal. Ou seja, longe de apenas memorizar fórmulas, os alunos são desafiados a analisar um problema e buscar solução para tal.

O ensino da Matemática, segundo Sousa (2015), esteve restrito, por muito tempo, a técnicas operatórias, sendo que a compreensão de conceitos matemáticos foi negligenciada. Como consequência, muitos alunos têm se desmotivado para aprender a disciplina. Nesse sentido, a busca por novas metodologias é uma forma de levar mais dinamicidade para a sala

de aula, sendo a ABP uma forma de levar o aluno a refletir, raciocinar, compreender conceitos e buscar resoluções. Porém, é importante saber aplicar este método, pois:

A resolução de problemas deve desencadear a atividade matemática. Um problema não é um exercício ao qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. O problema coloca o aluno em uma situação de questionamento e o leva a pensar por si próprio. Diante da afirmação anterior podemos entender que: se o aluno não for levado a pensar matematicamente e desenvolver uma estratégia de resolução, isto é, não precise identificar o conceito ou conceitos matemáticos que o resolva, o suposto problema é na verdade um exercício, ou seja, fazer contas (SOUSA, 2015, p. 13).

Entende-se, portanto, que o método de ABP envolve disponibilizar para o aluno um problema do mundo real, no qual, para solução deste, é preciso que o discente consiga aplicar conceitos e habilidades matemáticas. Não se trata apenas de memorização de regras e fórmulas, mas, de compreensão do problema, análise, conhecimento de determinadas situações, identificação de informações e aplicação de estratégias para a resolução.

BorochoVICIUS e Tortella (2014), consideram que as práticas educativas devem criar condições para que o aluno aprenda. Nesse sentido, o conceito de ensinar, para os autores, se baseia em esclarecer algo que não se conhece. Além disso, sabe-se que o indivíduo aprendeu, quando o comportamento é modificado

A aprendizagem pode ser entendida como uma mudança de comportamento provocada pela experiência de terceiros, reelaborada pelo próprio sujeito e não pela repetição ou pela associação automática de estímulos e respostas. Na construção de conhecimentos, a aprendizagem humana não se explica pela integridade biológica ou pela exposição direta a objetos, acontecimentos, atitudes e situações, mas emerge por uma relação indivíduo-meio que é mediada por outro indivíduo mais experiente, promovendo o desenvolvimento cognitivo crítico e criativo (BOROCHOVICIUS; TORTELLA, 2014, p. 270).

Aprender, portanto, significa desenvolver a mente e, mais que isso, criar comportamentos e atitudes de acordo com aquilo que foi aprendido. Assim, os métodos tradicionais de ensino da Matemática, segundo BorochoVICIUS e Tortella (2014), ainda mantém técnicas que levam alunos apenas a repetir ou imitar o que o professor ensina. É necessário, no entanto, estimular a mente para a aprendizagem, fazendo raciocinar e encontrar respostas e/ou soluções para problemas cotidianos.

É importante compreender, no entanto, sobre o que se trata o problema diante do contexto da ABP. Para Assunção, Moreira e Sahelices (2018), o problema que deve ser

trabalhado em sala de aula, não pode ser resolvido com uma solução evidente. É preciso que seja algo que estimule o pensamento, fazendo o educando utilizar-se de recursos mentais que combinem conhecimentos em busca de uma solução. Assim:

[...] a resolução de problemas representa uma forma de atividade ou pensamento dirigido, no qual tanto a representação cognitiva da experiência prévia como os componentes da situação-problema são reorganizados, transformados ou recombinaados para assegurar um determinado objetivo, envolvendo a geração de estratégias de solução de problemas que transcendem à simples aplicação de princípios a exemplos auto evidentes (ASSUNÇÃO; MOREIRA; SAHALICES, 2018, p. 32).

O aluno usa vários recursos da mente, assim como também da leitura e pesquisa com o objetivo de resolver a situação problema apresentada. Assunção, Moreira e Sahalices (2018), destacam que a criatividade também faz parte desse processo, sendo mais uma forma de descoberta. Para que se chegue a uma solução, os autores consideram que o aluno precisa estar apropriado, previamente, de conceitos e princípios que fundamentam o percurso em busca da resolução. Mas, o mais importante que toda essa base conceitual é a predisposição em aprender. Ou seja, o discente precisa querer aprender. Sem essa intencionalidade, não há aprendizagem.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), para o ensino da Matemática no Ensino Fundamental, especificamente do terceiro e quarto ciclo, tratam sobre a resolução de problemas. Conforme o referido documento (BRASIL, 1988), os conhecimentos matemáticos ganham mais significados quando os alunos se deparam com situações desafiadoras as quais precisam resolver. Nesse sentido, os saberes precisam ser interligados, desenvolvendo uma consciência crítica e não apenas reproduzindo um conceito, ou uma fórmula, que acabou de ser repassada pelo professor.

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança (BRASIL, 1998, p. 40).

Brasil (1998), entende que a resolução de problemas no ensino da Matemática, pode contribuir para o desenvolvimento de capacidades importantes para a evolução do indivíduo, fundamentando essa compreensão na própria história desta ciência a qual se desenvolveu a partir da busca por respostas sobre diversas questões sociais, políticas, econômicas ou

vinculadas a outras ciências. Nesse sentido, o autor resume esta metodologia aos seguintes princípios:

- a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;
- um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1998, p. 40-41).

Os PCNs deixam claro que o problema é apenas o pontapé inicial da metodologia de resolução de problemas. A partir dele, desencadeia-se uma série de outras ações, estimulando o raciocínio crítico, a criatividade e a lógica. O problema colocado, que tem base em situações reais, incentiva os alunos a pensar de forma independente, explorar várias abordagens na tentativa de resolvê-lo e, por fim, além da tomada de decisões sobre qual estratégia usar. Todo esse processo, contribui para a construção de habilidades práticas e teóricas, desenvolvimento do pensamento crítico através da análise, síntese, avaliação e resolução de problemas complexos.

O método de resolução de problemas pode contribuir, conforme afirma Assunção (2015), para que os alunos vejam a Matemática como algo relevante e aplicável em suas vidas. Esse é um dos princípios da aprendizagem significativa a qual, conforme a autora:

A aprendizagem significativa é um processo no qual uma nova informação é relacionada a um aspecto relevante, já existente da estrutura de conhecimento de um indivíduo. Portanto, o interesse de sua teoria é na estruturação do conhecimento tendo por base as organizações conceituais já existentes que funcionam como estruturas de ancoradouro e acolhimento de novas ideias (ASSUNÇÃO, 2015, p. 5).

Dessa forma, a ABP é uma possibilidade de o professor levar para a sala de aula situações que sejam relevantes para o aluno e, conseqüentemente, despertem o interesse destes em aprender. Dessa forma, o docente aparece como um sujeito problematizador, colocando os educandos em situações de interação entre o sujeito-objeto e tornando o aluno um sujeito ativo no processo de ensino-aprendizagem.

A figura do professor e do aluno são igualmente importantes no desenvolvimento do método de aprendizagem a partir da resolução de problemas. O primeiro, além de levar o questionamento que instigará o aluno, precisa acompanhar o processo, identificando pontos que precisam de orientação. Já o aluno construirá seu próprio conhecimento, a partir de organizações conceituais já existentes e na descoberta de outras ideias e informações que o levará a resolver a situação apresentada. Ao resolver o questionamento, o aluno precisa articular seu pensamento, explicar suas estratégias e justificar soluções, o que o coloca como sujeito ativo, fortalecendo a capacidade de expressar suas concepções de forma clara e coerente.

Uma das melhores formas de estimular o aluno a pensar de forma produtiva é, segundo Monteiro, Laranjeira, Andrade e Ribeiro Neto (2020), dar-lhe um problema para que ele resolva. É preciso que a situação-problema apresentada ao discente seja algo instigante e contextualizada, para que eles se envolvam e se motivem para solucioná-la.

Para Monteiro, Laranjeira, Andrade e Ribeiro Neto (2020), os principais objetivos do método de ABP é fazer o educando pensar produtivamente, construindo sua própria percepção sobre o ambiente em que vive e resolver problemas de forma inteligente. Esse método também proporciona uma maior busca por informações, conseqüentemente, desenvolvimento do conhecimento, do raciocínio lógico para que tenha condições de enxergar problemas e solucioná-los, não apenas no contexto da escola, mas na vida.

Diante do entendimento de que o ensino-aprendizagem da Matemática pode ser mais bem desenvolvido com a metodologia de resolução de problemas, é importante conhecer como esse método pode ser aplicado para aprendizagem de conteúdos de probabilidade e de estatística. Dessa forma, as seções seguintes tratam de conceitos básicos relacionados a estes dois temas, assim como as principais orientações, conhecimentos, competências e habilidades essenciais a serem desenvolvidas com o estudo dos conteúdos relacionados a unidade temática de probabilidade e estatística, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC.

2.2 O ENSINO DA MATEMÁTICA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDO A BNCC

A BNCC é um documento federal que difere, em essência, de um currículo, mas, de acordo com ERICEIRA (2022), contempla orientações para a “elaboração do currículo específico de cada escola, considerando as particularidades metodológicas, sociais e regionais de cada instituição”. O referido documento tem “caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais” que todos os estudantes precisam obter no decorrer do tempo e das etapas da Educação Básica (DIAS, 2019).

Nesse sentido, Dos Santos (2018) afirma que “Os conteúdos apresentados na BNCC são organizados visando às muitas possibilidades de aparelhamento do conhecimento escolar em unidades temáticas”, e ainda, o autor complementa destacando que “cada unidade temática contempla um leque (maior ou menor) de objetos de conhecimento”.

Desse modo, a BNCC pode ser vista como uma referência dos objetivos de cada etapa do processo de aprendizagem dos estudantes em sua formação. Ou seja, ao estabelecer os objetivos de aprendizagem que se pretende atingir. Enquanto a BNCC precisa definir “competências e habilidades essenciais” o currículo “irá determinar como esses objetivos serão alcançados, traçando as estratégias pedagógicas mais adequadas” (ERICEIRA, 2022, p. 35653).

O ensino de Matemática nas instituições de ensino é um procedimento que no sistema de ensino passa pela organização de um currículo que contemple diversas atividades, como cálculo, operacionalização, resolução de problemas e tantas outras atividades lógicas que envolvem esse aprendizado. (COSTA, 2020).

A Matemática é de grande importância para humanidade, suas contribuições estão bem próximas de todos, nos mais diversos âmbitos: tecnologia, nas ruas, no cozinhar, no relacionamento entre as pessoas, gerenciar equipes, nos esportes. Estamos rodeados dos conhecimentos matemáticos e agimos de maneira tão natural que nem percebemos suas aplicabilidades no dia a dia (ERICEIRA, 2022, p. 35653).

O próprio cotidiano em que os estudantes estão inseridos é um ambiente em que se apresentam operações de Matemática como calcular ou contar nas atividades mais corriqueiras, como ir ao supermercado, o que nos traz a ideia de simplicidade onde não há necessidade de conhecimentos mais densos, entretanto, Costa (2020) entende que, “essa é uma concepção equivocada” que “se desenvolveu por não entendermos o que significa educação e como diferenciar os espaços em que sua manifestação ocorre”.

Ou seja, a educação é sistemática e não um simples amontoado de orientações e apontamentos, requer construção e desenvolvimento de conceitos e ideias, além de práticas e aplicação de didáticas para que o repasse do ensino seja adequado. Além do mais, embora a educação permeie os mais diferentes âmbitos sociais e nas mais diferentes formas, é no ambiente escolar que a educação se manifesta de maneira sistemática com normas e objetivos específicos a partir dos quais se torna possível desenvolver o processo de aprendizagem.

Além disso, o espaço escolar é (ou pretende ser) um cenário onde as desigualdades tendem a serem minimizadas, logo, “é responsabilidade das escolas garantirem aos alunos as competências gerais estabelecidas pelo BNCC” (DIAS, 2019). Assim como considerado “na LDB Lei 9.394/96 educação é um procedimento que envolve amplo processo formativo” (Costa 2020). Sendo o ensino da Matemática área importante da educação, ele também passa por esses preceitos.

A partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, (Lei 9.394/96) “a educação infantil passou a integrar a Educação Básica, juntamente com o ensino fundamental e ensino médio” em seu artigo 29. A LDB é uma importante lei no cenário educacional brasileiro e determina que “o papel da educação é cuidar da criança em espaço formal, educativo, contemplando a alimentação, a limpeza e o lazer” (Dias, 2019). De acordo com Klein (2016) “A LDB reforça a necessidade de propiciar a todos a formação básica comum, o que pressupõe a formulação de um conjunto de diretrizes capaz de nortear os currículos e seus conteúdos mínimos”.

A legislação educacional, ao mesmo tempo que conceitua educação, nos esclarece que sua função é normatizar o ensino desenvolvido nas instituições escolares, por isso, é necessário a constituição de um sistema de ensino que oriente como essa formação ocorrerá nos estabelecimentos escolares, para que desse modo possamos estar ofertando um ensino de qualidade, que permita ao aluno ter acesso à formação, proporcionando qualificação profissional e consequentemente participação social (COSTA, 2019, p. 578).

Evidenciando, dessa forma, a necessidade pela sistematização dos processos de ensino e de educação para que assim ocorra o direcionamento adequado das atividades educativas, haja vista o imperativo que permeia a formação do aluno, mediante a qualificação do profissional responsável pela condução do ensino e também as contribuições da sociedade que os cerca.

Nesse sentido, mediante a normatização dos processos de aprendizagens ou educacionais propostos por um sistema de ensino institucionalizado, temos também como parte importante nesse contexto, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's, cujas competências

são relacionadas às orientações das concepções de educação, apenas para citar outras colaborações para o sistema de formação educacional. Sendo assim, a BNCC, no entendimento de Dias (2019), “foi estruturada como proposta para melhorar o processo ensino aprendizagem em todos os níveis da educação básica”.

Vale ressaltar que a BNCC, como princípio do documento, estabelece direitos de aprendizagem dos estudantes em todas as etapas da educação básica no Brasil. Assim, em termos gerais, dentre as competências das BNCC, destacam-se:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. 2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. 4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo. 5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. 6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade (BRASIL, 2017, p. 9).

No que compete ao ensino de Matemática nos anos finais do ensino fundamental, de maneira particular, “os estudantes se deparam com desafios de maior complexidade, sobretudo devido à necessidade de se apropriarem das diferentes lógicas de organização de conhecimentos” (ERICEIRA, 2022). São desafios acumulativos e progressivos, à medida que o estudante progride as séries, mais complicados parecem ser os conteúdos abordados em sala de aula. Além disso, Ericeira (2022) entende que dadas essas circunstâncias “ampliam-se também as possibilidades intelectuais e intensifica-se a capacidade de raciocínios mais abstratos”.

Em suas análises, Dos Santos (2018), afirma que “A BNCC aponta que a Matemática assume um papel fundamental de inclusão do sujeito, a partir de uma reflexão sobre sua cidadania e seu protagonismo na conscientização do direito de aprender”. O que permite

compreender que a percepção de que a matemática seja apenas a execução de operações e resoluções de problemas é imediatista e contempla somente uma parte de suas atribuições.

Na BNCC de matemática para o ensino fundamental, o documento aponta que “as habilidades estão organizadas segundo unidades de conhecimento da própria área (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística)” sendo elas detalhadas no decorrer do texto (BRASIL, 2017, p. 528). O documento entende que é um processo de continuidade onde é possível “aproveitar o potencial já construído” pelo estudante, “para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior” (BRASIL, 2017, p. 528-529). Dentre as estratégias específicas de matemática que a BNCC apresenta, vale destacar:

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas (BRASIL, 2017, p. 531).

Portanto, ao destacar as estratégias 3 e 4 acima, o proposto pela BNCC possibilita a compreensão de que o ensino de matemática transcende “pura e simplesmente” números, problemas e cálculos, além disso propõe, dentre outras possibilidades, a interpretação de situações nos mais diversos contextos utilizando conceitos, estratégias e métodos matemáticos para interpretar e investigar os desafios que o mundo contemporâneo apresenta.

2.3 O ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA SEGUNDO A BNCC

É fato que a probabilidade e a estatística estão presentes na vida cotidiana. Porém, aprender estatística faz parte do processo educativo institucionalizado, sendo uma área da Matemática que tem seus primeiros ensinamentos básicos já no 1º ano do Ensino Fundamental, conforme as unidades temáticas apresentadas na BNCC (BRASIL, 2018). Esta disciplina contribui para capacitação de alunos no que diz respeito a compreensão, interpretação e análise de dados para tomada de decisão, sendo aplicada em diversas áreas para além da Matemática, como negócios, saúde, economia.

As propostas curriculares têm buscado apresentar justificativas para o ensino da estatística. No entanto, há uma compreensão, segundo Lopes (2008), que é um tema

indispensável para a formação do cidadão e compromisso por parte do ensino da Matemática a qual não deve se restringir apenas ao ensino de números, sendo de grande relevância a leitura e compreensão de dados, tabelas, gráficos e análises estatísticas.

A estatística ajuda na compreensão de diversos problemas da nossa vida cotidiana, como fenômenos da natureza e da vida social. O autor considera que há uma imensa lacuna existente entre a leitura e a compreensão dos dados estatísticos, isso foi percebido principalmente durante a pandemia, momento o qual houve grande demanda de informações e dados sobre a doença, pessoas diagnosticadas, pessoas mortas etc. situação que evidenciou “[...] uma vez mais, a importância de dominarmos habilidades como: identificar e analisar padrões, compreender dados estatísticos, além de saber lidar com simulações e projeções. Qualificando, assim, a tomada de decisões” (ARAÚJO, 2021, p. 1045).

Araújo (2021), considera que o professor de Matemática é um dos principais responsáveis em instruir os alunos para que desenvolvam habilidades desencadeadas com os conhecimentos que a estatística proporciona. São ensinamentos que estimulam a reflexão e o pensamento crítico necessários para a resolução de problemas do cotidiano e para a tomada de decisões.

Em relação a história da estatística, Araújo (2021), informa que seu uso teve registros desde a história antiga, com relatos de Confúcio (551^a.C. – 479^a.C.) e no antigo Egito. Porém, a primeira investida para o uso de dados como fonte de informações data do século XVII. Já como disciplina autônoma, seu marco foi no século XX:

Memória, em sua Breve História da Estatística, cita diversos fatos curiosos que ilustram o desenvolvimento deste importante ramo do conhecimento humano. Relata, por exemplo, que foi a partir do jogo de dados que os matemáticos italianos Tartaglia, Cardano e Galileu Galilei começaram a se envolver com questões de probabilidade. Contudo, o cálculo de probabilidades vai ter início de fato a partir da troca de correspondências entre dois outros grandes matemáticos, os franceses Pascal e Fermat, no intuito de resolver problemas que envolviam jogos de azar (ARAÚJO, 2021, p. 1046).

Como se vê, a estatística tem seus primeiros registros desde tempos remotos. Porém, de lá para cá, esta área científica foi se desenvolvendo em diversos conteúdos e estudos, levando ao conhecimento social a necessidade de aprendê-la desde os primeiros anos da educação básica.

A BNCC é um documento que determina quais as aprendizagens primordiais que todos os estudantes brasileiros precisam desenvolver ao longo da Educação Básica. Este documento compreende várias áreas do conhecimento e, em particular a Matemática, onde são definidos

conteúdos e habilidades com os quais os estudantes devem interagir e adquirir durante todo o ensino fundamental.

No caso da probabilidade, considerada por Lima *et al.* (2022), um assunto bastante relevante dentro da Matemática, e está presente em diversos aspectos do contexto do cotidiano. Na BNCC a probabilidade é abordada mediante etapas diferentes para a Educação Básica objetivando o desenvolvimento do pensamento probabilístico dos estudantes, assim como, desenvolver neles a capacidade de gerenciar situações em que haja a presença de incertezas.

Diante da delimitação desta pesquisa, que são os anos finais do Ensino Fundamental, cabe aqui demonstrar um panorama geral da probabilidade e da estatística conforme a BNCC neste nível de ensino, especialmente no segundo ciclo que contempla o 8º e o 9º anos.

A BNCC é estruturada relacionando objetos do conhecimento¹ a habilidades específicas para cada série de ensino. Além disso, o Ensino Fundamental está organizado em cinco áreas do conhecimento: linguagens, matemática, ciências da natureza, ciências humanas e ensino religioso (BRASIL, 2018). Nesse sentido, cada uma dessas áreas possui competências específicas, assim como cada componente curricular.

No caso da área da matemática, entre as unidades temáticas do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, está o conteúdo de probabilidade e estatística, sendo apresentado na BNCC da seguinte forma:

Quadro 01 – Probabilidade e estatística no 8º e 9º anos do Ensino Fundamental de acordo com a BNCC

UNIDADE TEMÁTICA	SÉRIE	OBJETOS DO CONHECIMENTO	HABILIDADES
Probabilidade e estatística.	8º ANO	Princípio multiplicativo da contagem Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral.	Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
		Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados.	Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.

¹ De acordo com a BNCC, objetos de conhecimento são os “conteúdos, conceitos e processos” (BRASIL, 2018, p. 28).

		Organização dos dados de uma variável contínua em classes.	Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.
		Medidas de tendência central e de dispersão.	Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.
		Pesquisas censitária ou amostral Planejamento e execução de pesquisa amostral.	Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada). Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.
Probabilidade e estatística.	9º ANO	Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes.	Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.
		Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação.	Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.

		Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos.	Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.
		Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório.	Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

Fonte: Brasil (2018).

Como se vê, os conteúdos de probabilidade e estatísticas estão na mesma unidade temática, diferenciando-se em objetos do conhecimento e habilidades de acordo com o ano de ensino. A BNCC entende que esse conteúdo tem como principal ponto de discussão a incerteza e o tratamento de dados. Conforme o documento, esta unidade:

[...] propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos (BRASIL, 2018, p. 274).

Assim, nota-se que os conteúdos de probabilidade e estatística são obrigatórios no Ensino Fundamental, os quais devem permitir ao aluno desenvolver habilidades, como as citadas no Quadro 01, que vão de acordo com os níveis de conhecimento do discente, prevendo, porém, uma certa continuidade de acordo com o que foi aprendido no nível anterior. Destaca-se, ainda, que esses conteúdos, de forma geral, objetivam fazer com que o aluno consiga analisar, interpretar e organizar dados em diferentes contextos com base em conceitos matemáticos já aprendidos anteriormente, mas que servem de base para novas aprendizagens.

A proposta da BNCC é fazer com que o professor utilize diversos recursos disponíveis hoje, os quais podem facilitar o processo de ensino e de aprendizagem, como é o caso de algumas tecnologias como calculadoras, planilhas eletrônicas e acessos a dados de institutos de pesquisa, por exemplo. Nesse sentido, este documento afirma que:

Merece destaque o uso de tecnologias – como calculadoras, para avaliar e comparar resultados, e planilhas eletrônicas, que ajudam na construção de gráficos e nos cálculos das medidas de tendência central. A consulta a páginas de institutos de pesquisa – como a do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) – pode oferecer contextos potencialmente ricos não apenas para aprender conceitos e procedimentos estatísticos, mas também para utilizá-los com o intuito de compreender a realidade (BRASIL, 2018, p. 274).

A mais recente atualização da BNCC, ocorrida em 2018, foi de grande relevância para incluir as novas tecnologias da informação e comunicação, tendo em vista que em uma sociedade conectada, não se pode negligenciar o uso desses novos recursos que estão disponíveis para facilitar este processo tão importante na vida de discentes e docentes.

As habilidades destacadas pela BNCC diante dos objetos do conhecimento da unidade temática “probabilidade e estatística”, demonstram a busca por fazer com que os alunos apreendam conteúdos e conceitos fundamentais para a vida cotidiana, principalmente no que se refere a tomada de decisão. Conforme Araújo (2021), esses conhecimentos podem contribuir para que os indivíduos tomem decisões conscientes em relação ao consumo, por exemplo, controle do orçamento familiar, interpretação de dados apresentados na mídia, entre outras ações do dia a dia.

Portanto, a BNCC é um documento normativo que estabelece os conhecimentos, competências e habilidades essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo do processo educativo. Assim, os assuntos propostos neste dispositivo são assegurados a todos os alunos, independentemente do contexto escolar, devendo ser irrestritamente acessíveis para todos os estudantes. Dessa forma, os temas apresentados sobre probabilidade e estatística devem estar no currículo de todas as escolas, garantindo assim uma base educacional comum aos estudantes de todo o Brasil, tendo os conhecimentos aprofundados à medida que avançam de ano na escola.

3 A UTILIZAÇÃO DE TABELAS E GRÁFICOS NA APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS

A utilização de tabelas e gráficos na aprendizagem de probabilidade e estatística no ensino fundamental anos finais apresenta recursos visuais que podem tornar conceitos abstratos, conceitos mais concretos e compreensíveis para os alunos. De acordo com Fernandes, Santos Júnior e Pereira (2016), esse conteúdo é de fundamental importância na vida do cidadão, tendo em vista que dados apresentados a partir desses meios gráficos são cotidianamente expostos nos mais diversos meios de comunicação sendo seu entendimento crucial para a vida das pessoas.

Neste capítulo apresento algumas definições de gráficos e tabelas segundo alguns autores(as), demonstrando algumas formas de interpretação desses elementos. Destacando também a relação entre essas duas formas de representação visual de dados. Apresento ainda, alguns dos tipos de gráficos mais utilizados, detalhando suas características e aplicações.

3.1 DEFININDO TABELAS E GRÁFICOS

Tabelas e Gráficos podem ser definidos, segundo Rébula (2018), como formas visuais utilizadas para a apresentação de dados de maneira organizada e compreensível. Essas formas visuais são amplamente utilizadas nos mais diversos campos, como probabilidade e estatística, ciências, negócios, pesquisas, entre outros, podendo, a partir de sua utilização, comunicar informações de maneira clara e objetiva. Em trabalhos acadêmicos, por exemplo, é comum a utilização de tabelas e gráficos quando há a presença de dados ou informações que precisam ser exemplificados com clareza ou que sejam apresentados resultados na forma de valores numéricos e/ou percentuais.

A tabela se apresenta como uma forma de organizar dados em linha ou coluna. Assim, para Fernandes (2017), a tabela tem diversos usos, porém é primordial “diferenciar dois aspectos importantes: a própria organização representacional, ou seja, a composição semiótica das tabelas, e as funções cognitivas a que elas se prestam”. Em outras palavras, as tabelas são representadas de diferentes maneiras, seja por sua organização e tudo aquilo que representa algum significado e sentido para o indivíduo que a estuda, mas também, como que se dá o processo de aprendizagem a partir da sua utilização, como o pensamento foi desenvolvido e sua capacidade de compreensão. Nesse sentido, a autora acrescenta que a organização presente na

tabela “mostra uma dupla vantagem, pois distribui os dados de acordo com o cruzamento de linhas e colunas, separando-os visivelmente” (Fernandes, 2017, p. 43).

Uma forma de organizar os dados de maneira inteligente permitindo que o leitor possa visualizar as informações de maneira organizada, as tabelas funcionam como uma forma de separar os dados através das linhas e colunas presentes no corpo da tabela, conforme mencionado por Fernandes (2017). Desse modo, um exemplo de tabela é apresentado na figura 1:

Figura 1 - Exemplo de Tabela

Tabela B		
Indivíduo	X: Massa corporal (kg)	Y: Consumo anual de água (L)
1	90	850
2	120	400
3	60	300
4	40	550
5	82	490
6	90	350

Fonte: Ederporto (2017)

Na figura 1 é possível entender a função da Tabela em apresentar as informações de maneira clara e objetiva, com o intuito de favorecer a aprendizagem. Os dados contidos nesta Tabela são referentes à relação entre a massa corporal (kg) e o consumo anual de água (L). Assim, algumas comparações podem ser feitas, sendo elas: Enquanto o indivíduo 1, com massa corporal de 90 kg tem um consumo anual de água equivalente a 850 L, o indivíduo 6, com mesmo valor de massa corporal de 90 kg, consome 350 L, fator que leva a crer que o indivíduo 1 pode ser considerado um dos indivíduos que se mantem melhor hidratado. Porém, o indivíduo 4 também apresenta uma boa hidratação no valor de 550 L para massa corporal de 40 kg sendo o melhor hidratado dentre todos. Desse modo, a figura apresenta, dentre outras, essa função de organizar os dados de maneira lógica e visualmente facilitar a compreensão, comparação e, por consequência, a aprendizagem a partir de dinâmica própria.

Outra representação de Tabela que pode ser mencionada são “as séries estatísticas” que são recursos utilizados nas variáveis estatísticas a fim de organizá-las e facilitar sua compreensão, nesse sentido, de acordo com Cruz (2022) “as séries estatísticas são todas as tabelas que apresentam um conjunto qualquer de dados quantitativos referentes a uma espécie

ou local”, ou seja, um conjunto de dados inseridos em um grupo de tabelas que apresentam informações de dados quantitativos e, que, segundo a autora, “são classificadas em históricas, geográficas e específicas” (Cruz, 2022, p. 32).

Logo, existem diferentes tipos e funções para as Tabelas, porém, de maneira geral, sua construção se faz a partir de tais elementos:

Corpo: conjunto de linhas e colunas que contém informações sobre a variável em estudo; Cabeçalho: parte superior da tabela que especifica o conteúdo de cada coluna; Coluna indicadora: parte da tabela que especifica o conteúdo das colunas; Linhas: retas imaginárias que facilitam a leitura, no sentido horizontal de dados que se inscrevem em seus cruzamentos com as colunas; Casa ou célula: espaço destinado a um só número; Título: conjunto de informações, as mais completas possíveis, e que possa responder as perguntas: O quê? Quando? Onde? Deve ser localizado no topo da tabela e é de suma importância, pois se não colocarmos os leitores não saberão sobre o que está falando a tabela (Fernandes, 2017, p. 43-44).

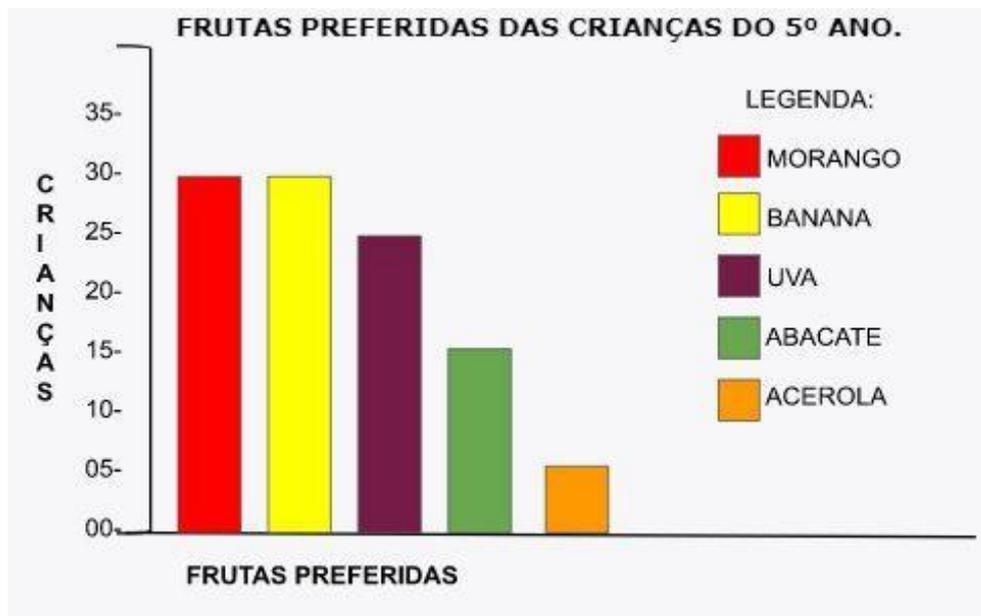
Então, a construção de uma tabela passa por esses elementos supracitados citados. Entendendo que cada elemento tem sua função na organização e importância na representação das informações e no intuito de apresentar a possibilidade de melhor visualizar os dados e, assim, facilitar o processo de aprendizagem. Portanto, de acordo com Fernandes (2017) as tabelas se apresentam de duas formas: simples ou de dupla entrada. A tabela simples organiza os dados fazendo uma relação entre eles e uma característica determinada, já a tabela de dupla entrada “organiza os dados que apresentam mais de uma característica”, assim há a presença de “duas ordens de classificação”, sendo uma na horizontal (linha) e a outra na vertical (coluna) (Fernandes, 2017, p. 44).

Com relação aos gráficos, podemos classificá-los de acordo com as características que apresentam, dentre outros aspectos, os gráficos devem apresentar características próprias e específicas. “Os gráficos possuem características diferentes das tabelas. Dentre elas a ideia preliminar mais satisfatória de concentração e dispersão dos valores, uma vez que através dos gráficos os dados estatísticos se apresentam em termos de grandeza visualmente interpretáveis” (Cruz, 2022, p. 33).

Desse modo, as grandezas mencionadas pelo autor podem, de fato, ser visualmente interpretadas de maneira ainda mais satisfatória que nas tabelas, uma vez que, podem ser representadas não apenas por números, mas diferentes formas geométricas, tais como: pontos, linhas, setor circular, barras, colunas, dentre outros. A utilização de gráficos no auxílio a pesquisas estatísticas traz muito mais praticidade e facilidade para realização da análise dos dados, sobretudo, quando são números consideravelmente grandes.

Os gráficos nada mais são do que representações visuais de dados ou informações e são utilizados para mostrar tendências ou relações entre conjuntos de dados de uma maneira clara e compreensível. De acordo com Fernandes (2017) observa-se que são constantemente utilizados para diversos fins e em variados contextos sociais, como forma de comunicação no cotidiano das pessoas. Falando em utilização, é possível observar de maneira objetiva e visual sobre como um gráfico pode ser aplicado para explicar o cotidiano, a partir da figura 2.

Figura 2 - Exemplo de gráfico de colunas



Fonte: Dias (2023)

A função do gráfico na figura 2, é apresentar de maneira explícita, uma condição com relação às frutas preferidas por crianças do 5º ano. São mencionadas cinco frutas, divididas em colunas e cores de forma que cada cor representa uma fruta. Assim, como se pode observar, morango (vermelho) e banana (amarelo) são as frutas que mais agradam as crianças, em contrapartida, a acerola (laranja) é a fruta preterida das crianças, tendo uva (roxo) e abacate (verde) as frutas intermediárias. É a partir dessa ilustração, utilizando uma combinação visual de geometria e cores, dispostos nos eixos x e y bem definidos, onde no eixo y estão os valores numéricos da quantidade de crianças e no eixo x as diferentes opções disponíveis de frutas representadas pelas cores da legenda.

Portanto, tanto as tabelas quanto os gráficos são ótimas opções a serem utilizadas quando se fala em probabilidade e estatística, no auxílio a análise dos dados de uma pesquisa, estudo ou demonstrações numéricas. Ambos conseguem oferecer facilidade e praticidade, além

de garantir, através de imagens, que as informações obtidas sejam exploradas, sobretudo, quando essas informações são demasiadamente grandes, como, por exemplo, a elaboração de um gráfico de um ensaio onde se obtém valores de maneira muito rápida. Nesses casos, os gráficos são ainda mais necessários e auxiliam de maneira precisa que sejam apresentados os elementos do estudo ou pesquisa realizados.

3.2 RELAÇÃO ENTRE TABELAS E GRÁFICOS

Guimarães, Ferreira e Roazzi (2001), afirmam que a interpretação de tabelas e gráficos são relevantes para a resolução de problemas cotidianos. Nesse sentido, os alunos precisam conseguir fazer uma relação entre o que está sendo apresentado, com as informações do mundo real, assim como também, compreender a relação existente entre tabelas e gráficos. Os autores destacam, ainda, que:

[...] é preciso que os alunos tenham clareza que interpretar gráficos refere-se à habilidade de ler, ou seja, de extrair sentido dos dados e, que construir um gráfico refere-se à geração de algo novo que exige a seleção de dados, de descritores, de escalas e do tipo de representação mais adequado. Nesse sentido, construir é qualitativamente diferente de interpretar. Entretanto, ambas as situações, interpretação e construção de gráficos, exigem dos sujeitos um conhecimento sobre gráficos.

O que Guimarães, Ferreira e Roazzi (2001), defendem, é que os alunos consigam fazer uma interpretação clara dos gráficos, o que é diferente de saber construí-los. Essa construção, no entanto, como colocado pelos autores, se dá a partir da extração de dados que podem ser retirados de tabelas, como também, utilizá-las para uma primeira compreensão e distribuição das informações.

Segundo Guimarães, Ferreira e Roazzi (2001), em estudo realizado com crianças do ensino fundamental britânico, foi percebido uma interpretação pontual de gráficos, a qual os alunos não conseguiam relacionar com fatores globais. Outro ponto analisado é que eles faziam melhores interpretações quando os gráficos eram combinados com tabelas. Sobre isso, os autores afirmam que “os exercícios que permitem passar de uma representação através de gráficos para uma tabela e vice-versa são importantes pedagogicamente, tanto para a atividade classificatória como para outras atividades lógico-matemáticas” (Guimarães; Ferreira; Roazzi, 2001, p. 2).

A aprendizagem de gráficos e tabelas, sua construção, interpretação e uso, é defendido, pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), desde os anos iniciais da educação básica, estabelecendo que entre os objetivos da Matemática, para o primeiro ciclo, está o de “Identificar o uso de tabelas e gráficos para facilitar a leitura e interpretação de informações e construir formas pessoais de registro para comunicar informações coletadas” (Brasil, 1997, p. 47). Considerando, ainda que a representação de dados através destas ferramentas, fundamentam-se em situações-problemas reais do cotidiano, como a contagem, a utilização de medidas, cálculos, estimativas, entre outros.

Guimarães *et al.* (2007), entende que os gráficos e as tabelas são uma forma de tratamento de dados que os traduz em informações as quais podem ser mais bem compreendidas. No entanto, para a construção destes elementos é necessário todo um processo anterior que vai desde o levantamento das questões a serem feitas, ao procedimento de coleta de dados, a organização destes e, por fim, sua interpretação e discussões. Todo esse processo é importante, conforme os autores, para que os alunos tenham uma compreensão mais ampla sobre as informações apresentadas nas ferramentas utilizadas para representá-los, promovendo maior capacidade de argumentação, reflexão e crítica sobre qualquer assunto que venha ser abordado. Nesse sentido:

Além de diversas habilidades envolvidas, o trabalho com representações gráficas e tabular pode ajudar os estudantes a apreciar a matemática como caminho de compreender o mundo articulando ideias matemáticas e possibilitando um trabalho conjunto com outros conceitos matemáticos como adição, subtração, multiplicação, divisão, números, frações, formas geométricas, medidas, porcentagem etc. (Guimarães *et al.*, 2007, p. 2).

Entre as habilidades apresentadas por Guimarães *et al.* (2007), as quais os autores entendem serem desenvolvidas a partir do trabalho com gráficos e tabelas, está não apenas a interpretação sobre o mundo, mas também sobre a própria Matemática. Para o completo desenvolvimento dessa compreensão, tanto a construção quanto a interpretação são essenciais.

É importante lembrar que os gráficos e tabelas podem ser construídos de diversas formas, seja em estilos gráficos, seja em tipos de dados coletados, como bem afirmam Guimarães *et al.* (2007, p. 3):

Além disso, os dados podem ser organizados em diversos tipos de gráficos (como barras, colunas, barras múltiplas, setor, linha, pictórico, cartograma) e em diversas organizações de tabelas incluindo as simples e as de dupla-entradas. A organização, leitura e interpretação dos dados nesses instrumentos

dependem do tipo de dado (binário, nominal, ordinal, ou ordinal numérico), da definição de categorias e descritores a serem utilizados.

Dessa forma, o aluno, tanto para construir, quanto para interpretar gráficos e tabelas, precisa ter essas informações, compreendê-las e ter com base alguns conceitos importantes sobre a Matemática e, mais especificamente, sobre a estatística.

No que diz respeito a interpretação de tabelas, Guimarães *et al.* (2007), explica que entre as atividades apresentadas nos livros didáticos do ensino básico, os exercícios mais explorados que foram encontrados foi a solicitação de localizar o ponto máximo e o ponto mínimo, a união de dados, a média e localização da frequência de uma categoria, entre os resultados apresentados na tabela. Já no que diz respeito a sua construção, as atividades pesquisadas, exploram a definição dos descritores, criação de categorias, criação de títulos. Porém, há mais atividades que envolvem a interpretação e análise das tabelas (e também dos gráficos), do que atividades relacionadas a produção. Ainda:

Ao analisar a utilização das tabelas em atividades relativas à pesquisa encontramos um percentual muito baixo (5,2%) considerando todas as coleções. Esse resultado não é diferente quando analisamos cada uma das coleções, uma vez que a coleção que mais apresentou atividades que envolviam uma pesquisa apresentou o percentual de 12%. Diante da importância que vem sendo atribuída ao trabalho com pesquisa, esse percentual é muito pequeno. Outro fator bastante valorizado na Educação é a interdisciplinaridade. O trabalho com representações em gráficos e tabelas é um eixo que possibilita facilmente essas inter-relações. Entretanto, observamos que apenas 11% das atividades propostas estavam associadas a outras áreas do conhecimento (Guimarães *et al.*, 2007, p. 11-12).

Como demonstrado nos dados apresentados por Guimarães *et al.* (2007), as atividades envolvendo gráficos e tabelas são bastante exploradas nos livros didáticos da Educação Básica, porém, o direcionamento para o estudo desses elementos está mais voltado a sua interpretação do que a sua construção. Nesse sentido, é válido argumentar que ambas as abordagens são aceitas, principalmente quando se trata de fazer uma relação entre gráficos e tabelas, para se ter mais clareza sobre o que se está falando, além de que é um exercício que leva os alunos a raciocinarem e a examinarem os dados mais detalhadamente, quando se faz a transformação dos dados da tabela para os gráficos ou vice-versa.

Para Samá e Silva (2020), os alunos não devem se ater apenas a calcular as medidas estatísticas contidas nos dados apresentados. O educando, precisa relacionar as informações a determinados contextos para melhor compreendê-las. Essa compreensão é denominada pelas autoras de “Letramento Estatístico”, a qual o estudante desenvolve a competência para discutir,

avaliar e interpretar as informações. A relação entre gráficos e tabelas contribui para a maior percepção dos alunos em relação aos assuntos apresentados nesses elementos, no entanto, Samá e Silva (2020), esclarecem que, diante do cenário de alunos do ensino fundamental, é de grande relevância que os assuntos estejam contextualizados com o cotidiano destes educandos para promoção de mais interesse e, conseqüentemente, uma aprendizagem significativa.

O que se percebe, portanto, é uma associação entre essas ferramentas de apresentação de dados, as quais uma pode complementar a outra e vice-versa, onde as tabelas podem fornecer dados mais detalhados de maneira organizada e os gráficos podem apresentar tendências, padrões e relações entre os dados. Os dois podem proporcionar uma compreensão mais completa das informações. Além de que, o aluno aprendendo, além de interpretar, construí-los, promove o desenvolvimento de amplas habilidades na resolução de problemas tanto do mundo real, como na própria disciplina da Matemática.

Pode-se afirmar, portanto, que tais ferramentas são essenciais na representação e análise de dados. A escolha entre eles deve ser baseada no objetivo da comunicação e na melhor forma de apresentar as informações de maneira clara e sua utilização, se possível, em conjunto, é ideal para uma aprendizagem mais ampla e completa.

3.3 OS TIPOS DE GRÁFICOS E SUAS APLICAÇÕES

Os gráficos podem ser apresentados de diferentes maneiras e são classificados de acordo com suas características visuais seguindo normas brasileiras, como: possuir título, escala e legenda explicativa” (Cruz, 2022).

Quando se propõe a criar um gráfico é necessário considerar os seguintes aspectos: **tipo:** quando se busca comparar diferentes categorias é mais adequado o uso do gráfico de barras ou gráfico de linha para mostrar tendências ao longo do tempo; **rótulos:** para que o leitor entenda o que está sendo representado é necessário rotular adequadamente os eixos x e y ; **título:** semelhante às tabelas, é importante que forneça um título que resuma a informação apresentada no gráfico; **legenda:** identificar cada série, para o caso de o gráfico envolver múltiplas séries; **cores e estilo:** importante a utilização de cores e estilos diferentes para destacar partes distintas do gráfico e torná-lo fácil de entender. A Figura 3 apresenta alguns exemplos de gráficos. Nota-se que é possível observar diferentes formas de representar os dados obtidos, de maneira fácil e eficiente, e com isso ilustrar as informações através de imagens e, assim, analisá-los.

Figura 3 - Exemplos de gráficos



Fonte: Gomes (2019).

Os Gráficos ajudam a identificar padrões, tendências e relações entre as variáveis. Dentre os tipos exemplificados na figura tem-se alguns bastante conhecidos como o marcador de velocidade ou velocímetro, que pode ser facilmente encontrado em veículos automotivos dos mais variados, tem também a representação de um mapa. Além deles, tem o gráfico no formato de círculos, coluna e linhas. Ou seja, diferentes maneiras de representar informações e dados, sendo cada uma aplicada de acordo com o contexto e com o objetivo de ilustrar de forma clara aquele conhecimento que se pretende passar.

É pertinente ressaltar aqui que o gráfico é utilizado quando é favorável à variável estatística apresentada. Por exemplo, quando as variáveis são qualitativas “elas de baseiam na qualidade e não podem ser mensuradas numericamente”, o que significa que não existem números relacionados ou algum cálculo adicionado à equação, no entanto, embora a variável seja qualitativa ela pode ser separada “quanto aos níveis de mensuração, podendo ser ordinal, nominal ou intervalar”, em contra partida, quando as variáveis são quantitativas “elas podem ser numericamente mensuráveis, seus valores obtidos podem ser através de contagem” (Cruz, 2022, p. 34).

A autora ainda ressalva que as variáveis quantitativas podem ser divididas entre variáveis discretas e contínuas, enquanto as discretas apresentam valores exatos, nas contínuas os valores são inexatos. Além disso,

Os gráficos, por sua vez, possuem singularidades diferentes das tabelas. Dentre elas, a visualização se torna um pouco mais rápida em um gráfico que em tabelas. O uso de gráficos proporciona a exploração, a apresentação, a clareza e o destaque nas informações apresentadas. Além de facilitar o entendimento do leitor, torna a discussão mais explícita e coerente. Cada tipo de gráfico tem indicação específica e deve se enquadrar nas normas específicas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). Dessa forma, todo gráfico deve apresentar título, escala, numeração e legenda nos dois eixos. Uma das finalidades dos gráficos é fornecer a visualização de dados a um público, proporcionando uma visão rápida e clara. Considerando sua relação com o fenômeno observado, o gráfico materializa uma ideia preliminar mais satisfatória da disposição dos valores. Com a facilidade em representar os dados em gráficos e tabelas e sua disseminação em diversos meios de comunicação, surge a necessidade em realizar uma interpretação correta dos dados (Cruz, 2022, p. 34).

Com isso, os gráficos apresentados de diferentes maneiras e tipos assumem competências importantes como: explorar, apresentar e dar destaque a informações de forma clara e devem atender as Normas Técnicas, como ressalva a autora, sendo necessária sua padronização de acordo com estas normas e não como bem entender quem os utiliza. Amplamente utilizados em várias disciplinas e não somente para probabilidade e estatística, mas também em disciplinas como ciências sociais e naturais, negócios e outras. Eles permitem que as pessoas possam analisar dados de maneira rápida e efetiva, o que facilita a tomada de decisões. Portanto, vale reafirmar que existem vários tipos e cada um desenhado para representar diferentes tipos de dados, dentre eles, os mais comuns são: gráficos de barras ou colunas; gráficos de linhas; gráficos circulares ou pizza; gráficos de área, dentre outros. Sendo assim, são ferramentas importantes para comunicar a informação de maneira clara, já que podem simplificar dados completos e/ou complexos, de maneira a torná-los mais acessíveis e compreensíveis quando de sua utilização.

Fernandes *et al.* (2019), fez uma pesquisa que destacou os tipos de gráficos que alguns estudantes em formação docentes tinham estudado mais, e consideravam interessantes para aulas de estatísticas. O resultado encontra-se na tabela 1:

Tabela 1 – Tipos de gráficos considerados adequados pelos estudantes

Tipo de gráfico	Nº de estudantes (em %)
Gráfico de barras	42 (84)
Gráfico circular	37 (74)
Histograma	8 (16)
Gráfico de linhas	5 (10)

Diagrama de extremos e quartis	1 (2)
Não responde	2 (4)

Fonte: Fernandes *et al.* (2019, p. 6).

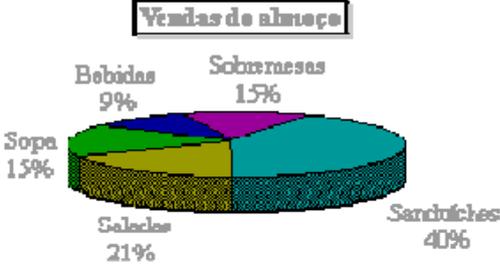
Nota-se que os estudantes têm o conhecimento de vários tipos de gráficos que podem estar usando para trabalhar com seus futuros alunos. Entre eles, Fernandes *et al.* (2019), destaca o tipo circular mencionado por 74% dos entrevistados, considerando que este tipo é adequado quando se tem a intenção de representar a distribuição de dados, ou seja, de partes em relação ao todo.

É importante que, para além de saber construir o gráfico a partir da coleta de dados, se tenha conhecimento sobre a adequação de cada tipo para as informações que se deseja apresentar. As ferramentas digitais dispõem de vários tipos de gráficos já pré-estabelecidos, facilitando o uso por estudantes, professores, pesquisadores etc. No entanto, não basta o conhecimento do desenho gráfico, é preciso compreender os diferentes tipos de dados e propósitos da comunicação.

Sayão (2015), apresenta alguns tipos de gráficos e suas funções. Com base nas informações fornecidas pela autora, foi elaborado o quadro a seguir no qual apresenta-se alguns tipos e suas aplicações:

Quadro 2 – Tipos de gráficos e suas aplicações

Tipo de Gráfico	Aplicações	Representação																				
Linhas	Mostrar evolução ou tendências nos dados em intervalos iguais.	<table border="1"> <caption>Dados do Gráfico de Linhas</caption> <thead> <tr> <th>Trimestre</th> <th>Europa (R\$)</th> <th>E.U.A. (R\$)</th> <th>Japão (R\$)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Trim1</td> <td>40,00</td> <td>45,00</td> <td>35,00</td> </tr> <tr> <td>Trim2</td> <td>30,00</td> <td>55,00</td> <td>45,00</td> </tr> <tr> <td>Trim3</td> <td>30,00</td> <td>45,00</td> <td>60,00</td> </tr> <tr> <td>Trim4</td> <td>35,00</td> <td>45,00</td> <td>50,00</td> </tr> </tbody> </table>	Trimestre	Europa (R\$)	E.U.A. (R\$)	Japão (R\$)	Trim1	40,00	45,00	35,00	Trim2	30,00	55,00	45,00	Trim3	30,00	45,00	60,00	Trim4	35,00	45,00	50,00
Trimestre	Europa (R\$)	E.U.A. (R\$)	Japão (R\$)																			
Trim1	40,00	45,00	35,00																			
Trim2	30,00	55,00	45,00																			
Trim3	30,00	45,00	60,00																			
Trim4	35,00	45,00	50,00																			

Coluna	Mostrar as alterações de dados de um período, ou ilustrar comparações entre itens.	 <p>Vendas do Leste Asiático</p>
Barras	Ilustrar comparações entre itens individuais.	 <p>Vendas por região</p>
Pizza	Mostrar o tamanho proporcional de itens de uma série de dados para a soma dos itens.	 <p>Vendas de almoço</p>

Fonte: elaborado pelo autor² (2024).

Importante destacar aqui que os gráficos apresentados no quadro 3 são apenas alguns exemplos das muitas possibilidades de construção. O que se quer destacar, portanto são alguns modelos e suas aplicações no caso em questão mostramos os mais utilizados no ensino fundamental, compreendendo que estas devem ser consideradas na hora da escolha para sua elaboração. Nesse sentido, entende-se que desempenham um papel importante para a melhor visualização dos dados e a comunicação de informações dos mais diversos contextos.

Pode-se mencionar, inclusive, segundo Fernandes (2017), que os gráficos e tabelas podem ser utilizados para tomada de decisão a partir da compreensão dos dados, identificação de tendências, comparação e contraste e análises geoespaciais. Eles proporcionam maior simplificação de informações. Porém, para que desempenhem seu papel com eficácia, é essencial a escolha adequada. Assim, é importante que professores direcionem seus alunos para compreender, primeiramente, os objetivos da comunicação para, então, selecionar o tipo mais apropriado, tornando as informações mais claras e compreensíveis para o leitor.

² Os dados do quadro 2 foram elaborados pelo autor com base nas informações contidas no texto de Sayão (2015) disponível em: https://www.inf.pucrs.br/~cnunes/ferramentas/Aulas/tipos_de_graficos.pdf Acesso: 13 out. 2023.

4 CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

Este capítulo trata sobre o percurso metodológico realizado nesta pesquisa para se chegar ao objetivo final que é apresentar uma proposta didática que poderá ser aplicada por professores aos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, mas precisamente 8º e 9º anos. Nesse sentido, apresenta-se aqui o tipo de pesquisa, a metodologia e a abordagem prática da SD para se chegar aos resultados esperados, destaca-se ainda o conceito e pressupostos dessa ferramenta como mais uma possibilidade que pode contribuir para a prática pedagógica.

4.1 A PESQUISA

Esta pesquisa é classificada como qualitativa exploratório com base em análises de documentos, trata-se da construção de uma SD, dividida em cinco etapas, como proposta para aplicação de sucessivas aulas sobre probabilidade e estatística coletados em livros didáticos aprovados no PNLD de 2024 e direcionadas para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Primeiramente, é importante destacar que uma pesquisa qualitativa é definida por Abad e Abad (2022), da seguinte forma:

A Epistemologia Qualitativa, em breve, defende o caráter construtivo interpretativo do conhecimento, a ênfase está em compreender o conhecimento não como uma apropriação linear da realidade e sim como uma construção, como uma produção humana [...]. O termo “qualitativo” enfatiza as qualidades, processos e significados que não são examinados ou medidos experimentalmente em termos de frequência, intensidade, quantidade ou volume [...]. O conhecimento se legitima na sua capacidade de gerar novas zonas de inteligibilidade e da articulação de modelos úteis para a produção de novos conhecimentos [...], assim o pesquisador qualitativo observa como a experiência social é criada e adquire significado em uma ótica contrária à fragmentação arbitrária da realidade através de procedimentos experimentais e estatísticos (Abad; Abad, 2022, p. 26).

Portanto, esta pesquisa tem o intuito de apresentar resultados qualitativos no estudo sobre probabilidade e estatística, explorando os conteúdos e interpretando-os com base nas teorias que fundamentam as SD, assim como a prática docente em matemática, a APB e os conteúdos abordados na proposta, assuntos estes já tratados nos capítulos anteriores.

Em relação a SD, Lima (2018), afirma que é uma estratégia de intervenção que deve ser realizada de forma planejada, na qual existem etapas a serem seguidas com o objetivo de se chegar a um determinado conhecimento por parte do aluno. O autor esclarece, ainda, que:

O termo Sequência Didática surgiu no Brasil nos documentos oficiais dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), editados pelo Ministério da Educação e do Desporto (MEC, 1998), como "projetos" e "atividades sequenciadas" usadas no estudo da Língua Portuguesa. Atualmente, as sequências didáticas estão vinculadas ao estudo de todos os conteúdos dos diversos componentes curriculares da escola básica (Lima, 2018, p. 154).

Apesar de ter sido pensada, no âmbito dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), para a disciplina de Língua portuguesa, atualmente as SD são utilizadas em todas as áreas, sendo mais uma ferramenta para realização de intervenção em sala de aula. Estas geralmente são usadas para abordar assuntos específicos, tratando-se de atividades organizadas com o intuito de desenvolver determinadas competências e habilidades entre os alunos.

Para aplicar uma SD, Ugalde e Roweder (2020), afirmam que é preciso seguir alguns procedimentos tais como a comunicação sobre o que será realizado e como será realizado, o estudo individual do conteúdo que será apresentado, repetição do conteúdo e, por fim, a avaliação. Dessa forma, pode-se notar que uma SD requer um planejamento tanto no processo de elaboração das etapas, as quais precisam ser estruturadas e relacionadas como uma série que vai evoluindo a cada fase, como também é importante saber como aplicá-la.

É importante destacar ainda que a metodologia da SD, segundo Ugalde e Roweder (2020), é organizada para promover a construção progressiva do conhecimento e precisa considerar as características dos alunos, o nível da turma, os assuntos que serão ensinados e a estratégia para aplicação que precisa considerar a abordagem inicial do assunto, esclarecendo conceitos e características até a etapa final a qual o docente pode adotar meios para avaliar se realmente o método foi eficaz, ou seja, se a SD levou os alunos a compreender o conteúdo abordado.

Ainda sobre as características dos alunos, a SD aqui proposta pode ser aplicada em escolas que não disponha de acesso as tecnologias digitais como planilhas eletrônicas, editores de texto, laboratórios de informática, dentre outras. Para tanto se faz necessário o uso de materiais que auxiliarão os alunos na construção dos gráficos e tabelas, bem como na coleta de dados, o quadro 3 mostra os materiais e sua utilidade na aplicação da SD.

Quadro 3 – Materiais e sua utilidade na aplicação da SD

Material	Utilidade
Régua graduada	Desenhar e graduar os eixos coordenados; desenha as linhas e colunas das tabelas

Compasso	Desenhar a circunferência dos gráficos de pizza
Transferidor	Medir o ângulo entre os eixos coordenados e medir os ângulos dos setores circulares no gráfico de pizza
Esquadro	Medir o ângulo de 90° graus entre os eixos coordenados
Papel milimetrado	Facilitar o desenho e a graduação dos eixos coordenados na construção dos gráficos
Balança digital	Medir a massa do público alvo da pesquisa
Trena ou fita métrica	Medir a altura do público alvo da pesquisa
Lápis	Desenhar os gráficos e tabelas
Papel Ofício A4 ou equivalente	Anotar a coleta de dados
Projektor multimídia	Apresentar slides com as etapas da SD para uso pelo professor; poderá ser utilizado pelos alunos na socialização das suas construções

Fonte: autoria própria (2024).

4.2 O CONTEÚDO EXPLORADO

O conteúdo explorado na SD refere-se à probabilidade e a estatística ensinada nos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental anos finais. Importante destacar que os conteúdos foram retirados de três coleções de livros didáticos destinados a estas séries, os quais foram aprovadas no PNLD de 2024³.

As obras utilizadas estão apresentadas no quadro 3 juntamente com os conteúdos referentes a Probabilidade e a Estatística abordados em cada uma e foram escolhidas devido ter grande aceitação dentre os professores da rede municipal de ensino de Mossoró, uma vez que Bianchini, Dante e Gelson Iezzi são autores bastantes utilizados, seja como fonte principal, seja como fonte auxiliar, na elaboração das aulas durante o ano letivo, já tendo sido escolhidas em anos anteriores do PLND. As obras escolhidas nessa pesquisa foram: Matemática Bianchini da

³ Resultado de acordo com a Portaria nº 026 da Secretaria Nacional da Educação Básica, publicada no Diário Oficial da União nº 104 de 01 de junho de 2023.

editora Moderna, Matemática e Realidade da editora Saraiva e Teláres Essencial Matemática da editora Ática.

Quadro 4 – Conteúdos de probabilidade e estatística dos livros didáticos aprovados pelo PNLD 2024

NOME DO LIVRO	ANO	EDITORA	ANO DO ENS. FUND.	CONTEÚDOS DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA
Matemática Bianchini	2022	Moderna	8º ano	<p>Capítulo 2 - Construções geométricas e lugares geométricos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabalhando a informação: Construindo gráficos de setores; <p>Capítulo 3 – Probabilidade e estatística:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Origem da Estatística; • Coleta, organização e apresentação de dados; • Coleta e organização; • Apresentação de resultados; • Trabalhando a informação: • Abordando um assunto com vários tipos de gráfico; • Frequência relativa; • Medidas estatísticas; • Moda; • Média aritmética; • Média aritmética ponderada; • Mediana; • Trabalhando a informação: • Pesquisa amostral; • Noções de probabilidade <p>Capítulo 6 - Produtos notáveis e fatoração:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabalhando a informação: Construindo um gráfico de barras; <p>Capítulo 10 - Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabalhando a informação: Composição de um gráfico de colunas formadas a partir de outros gráficos; <p>Capítulo 11 - Área de regiões poligonais:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabalhando a informação: Pictograma.

Matemática Bianchini	2022	Moderna	9º ano	<p>Capítulo 1 - Números reais:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabalhando a informação: Pesquisa amostral e estimativas; <p>Capítulo 2 - Operações com números reais:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabalhando a informação: Construindo e interpretando gráfico de linha; <p>Capítulo 3 - Grandezas proporcionais:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabalhando a informação: Comparando gráficos de barras; construindo gráficos de barras e de colunas. <p>Capítulo 6 – Um pouco mais sobre Estatística:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recordando as medidas de tendência central; • Medida de dispersão – desvio médio absoluto; <p>Capítulo 9 - Razões trigonométricas nos triângulos retângulos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabalhando a informação: Gráficos com distorção; <p>Capítulo 12 – Polígonos regulares e áreas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabalhando a informação: Atenção ao ler gráficos;
Matemática e realidade	2022	Saraiva	8º ano	<p>Unidade 9 - Probabilidade e estatística:</p> <p>Capítulo 17 - Medidas estatísticas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Medidas estatísticas; • Média aritmética; • Média ponderada; • Média geométrica; • Cálculo da média em uma tabela de frequências; • Medidas de tendência central; • Medidas de dispersão; <p>Capítulo 18 - Pesquisas e gráficos;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pesquisa estatística; • Classificação de variáveis quantitativas;

				<ul style="list-style-type: none"> • Distribuição de frequências por classes; • Matemática e tecnologias: Construindo gráficos com auxílio de uma ferramenta digital; <p>Capítulo 19 - Contagem e Probabilidade;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Princípio fundamental da contagem; • Probabilidade: de quanto é a chance? • Na mídia: Pirâmide etária; • Na História: Estatísticas e Estatística.
Matemática e realidade	2022	Saraiva	9º ano	<p>Unidade 6 - Probabilidade e estatística:</p> <p>Capítulo 12 - Noções de Estatística</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estatística; • Variáveis discretas; • Variáveis contínuas; • Histograma; • Classificação das variáveis; • Amostra; • Gráfico de linha; • Outros tipos de gráfico; • Média, mediana e moda; • Dispersão de dados: amplitude; <p>Capítulo 13: Contagem e Probabilidade</p> <ul style="list-style-type: none"> • Princípios da contagem; • Probabilidade; • Noções de probabilidade condicional e de independência.
Teláris Essencial Matemática	2022	Ática	8º ano	<p>Capítulo 2 – Probabilidade e estatística:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Termos de uma pesquisa estatística: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Pesquisa censitária ou pesquisa por população e pesquisa amostral; ▪ Frequência absoluta e frequência relativa • Representação gráfica dos dados de uma pesquisa; <ul style="list-style-type: none"> ▪ Gráfico de barras; ▪ Gráfico de segmentos; ▪ Gráfico de setores; ▪ Histograma; • Medidas de tendência central; <ul style="list-style-type: none"> ▪ Média aritmética; ▪ Mediana; ▪ Moda; • Conexões de leitura - População quilombola no Censo Demográfico de 2022;

				<ul style="list-style-type: none"> • Matemática e tecnologias digitais - Planejamento e execução de uma pesquisa amostral; • Princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem; • Probabilidade; <ul style="list-style-type: none"> ▪ Cálculo de probabilidade.
Teláris Essencial Matemática	2022	Ática	9º ano	<p>Capítulo 5 – Estatística, combinatória e probabilidade:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estatística: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Pesquisa estatística e termos relacionados a ela; ▪ Medidas de tendência central e medida de dispersão; ▪ Gráficos; ▪ Pesquisa amostral; • Probabilidade: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Eventos independentes e eventos dependentes; • Probabilidade e estatística: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Estimando probabilidades a partir de dados estatísticos.

Fonte: autoria própria (2024).

Nas obras da editora Moderna, tanto do 8º quanto do 9º ano, em quase todos os capítulos foram abordados assuntos dentro do conteúdo de probabilidade e estatística. Dessa forma, em todas as unidades e, conseqüentemente, em todos os bimestres, os alunos poderão estudar algum conteúdo relacionado a esta temática, essa abordagem acontece dentro da seção “trabalhando a informação” criada segundo Bianchini (2022), para possibilitar que o professor trabalhe informações apresentadas em diferentes linguagens. Porém há uma concentração no capítulo 3 no caso da obra do 8º ano e no capítulo 6 na obra do 9º ano, onde esses capítulos são dedicados especificamente ao conteúdo abordado nesse estudo.

Já nas obras da editora Saraiva, os conteúdos de probabilidade e estatística, para ambos os anos (8º e 9º), são vistos apenas em um único bimestre, no caso da obra do 8º ano, o conteúdo é visto na unidade 9, denominada de “Probabilidade e estatística”, a qual contempla três capítulos. Já na obra do 9º ano, o conteúdo é abordado na unidade 6, também denominada de “Probabilidade e estatística”, contemplando dois capítulos. A editora sugere, ainda, que este conteúdo seja ministrado no quarto bimestre para o 8º ano e no terceiro bimestre para o 9º ano.

A terceira coleção (da editora Ática) utilizada como fonte de coleta dos conteúdos abordados na SD desta pesquisa, faz a distribuição da seguinte forma: no 8º ano, o conteúdo de probabilidade e estatística é apresentado no capítulo 2 da obra, sendo sugerido que seja ministrado já no primeiro bimestre. Já no 9º ano ele aparece no capítulo 5, onde a obra sugere que seja ministrado entre o segundo e terceiro bimestre.

Apesar de termos todos esses tópicos abordando a probabilidade e a estatística nos livros didáticos, focou-se apenas nos conteúdos necessários para atingir os objetivos propostos na pesquisa já citados anteriormente, nesse sentido, os assuntos selecionados estão dispostos no quadro 5.

Quadro 5 – Conteúdos de probabilidade e estatística explorados na sequência didática

SÉRIE	CONTEÚDO	
	ESTATÍSTICA	PROBABILIDADE
8ª	<ul style="list-style-type: none"> – Pesquisa censitária ou pesquisa por população e pesquisa amostral; – Frequência absoluta e frequência relativa – Gráficos de barras; – Gráfico de colunas; – Gráfico de setores; – Medidas de tendência central; 	<ul style="list-style-type: none"> – Cálculo de probabilidades; – Probabilidade a partir de dados estatísticos;
9ª	<ul style="list-style-type: none"> – Pesquisa estatística e termos relacionados a ela; – Pesquisa amostral e censitária; – Medidas de tendência central e medida de dispersão; – Gráficos; 	<ul style="list-style-type: none"> – Cálculo de probabilidades; – Noções de probabilidade condicional e de independência.

Fonte: autoria própria (2024).

De acordo com Souza (2019), a probabilidade e a estatística são conteúdos da disciplina de matemática que estão ligados diretamente à vida cotidiana das pessoas e a realidade dos alunos. Dessa forma, o autor compreende que a abordagem destes em sala de aula precisa levar em consideração uma metodologia ativa que privilegie a experimentação e a resolução de problemas.

Em relação a probabilidade, Souza (2019), considera que é importante que os alunos sejam capazes de melhorar o raciocínio probabilístico e consigam lidar melhor com situações aleatórias do cotidiano de suas vidas. Já em relação a estatística, o autor considera importante:

[...] desenvolver o pensamento estatístico, o qual permite que os estudantes sejam capazes de utilizar ideias estatísticas e atribuir um significado à

informação desejada. [...] o ensino de probabilidade e estatística ocorra por meio de experimentações, observações, registros, coletas e análises de dados (Souza, 2019, p. 4).

Como se vê, Souza (2019), destaca a importância de trabalhar de forma mais prática e relacionando com o cotidiano dos alunos, o que é importante para que eles consigam explorar conhecimentos que façam parte das suas vidas e, conseqüentemente, enxergar a matemática com a utilidade que ela tem, porém, sabemos que muitos não conseguem compreender justamente por não conseguirem fazer essa relação entre os assuntos abordados na sala de aula e as experiências cotidianas.

4.3 PÚBLICO-ALVO

O público-alvo da proposta realizada no produto educacional desta pesquisa, foram os alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental anos finais. Importante destacar que a proposta foi pensada para atender este público devido a necessidade de trabalharmos com construções de gráficos e tabelas numa abordagem um pouco mais aprofundada e distinta do 6º e 7º anos. Para isso, foram analisadas as obras didáticas de três editoras: Moderna, Saraiva e Ática.

Importante destacar que os alunos do 8º e 9º anos, normalmente tem entre treze e quatorze anos de idade, tendo em vista que conforme a LDB (Brasil, 1996), a idade de matrícula no 1º ano do Ensino Fundamental é com seis anos. Destaca-se aqui que esse momento na vida dos alunos, ou seja, os anos finais do Ensino Fundamental, é um momento de transição, tendo em vista que logo estarão em outra fase da educação escolar que é o Ensino Médio.

De maneira geral, Moroso (2019), compreende que é importante o professor ter entendimento sobre as necessidades dos alunos. É importante que o docente tenha conhecimento sobre as características individuais e coletivas de cada turma, pois isso “Possibilita levar em consideração que nem todos aprendem da mesma forma e que é necessário mobilizar diversos saberes para atender a demanda existente numa mesma sala de aula, a fim de incluir todos de forma justa e com equidade” (Moroso, 2019, p. 11).

No caso dos alunos das turmas de 8º e 9º anos, entende-se que estes podem estar ansiosos pela chegada do Ensino Médio, sem saber o que se espera tanto no que diz respeito aos conteúdos de todas as disciplinas, inclusive a Matemática que para muitos é a grande dificuldade, como também no aspecto social dentro da própria instituição escolar, o que ocasiona muitos problemas de ansiedade, conforme afirma Santos (2023).

Conforme analisado nos livros didáticos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, dispostos, assim como os conteúdos da BNCC, nesse nível de ensino os alunos precisam sair com o conhecimento que seja possível construir e compreender tabelas e gráficos, ler e interpretá-los, ler e interpretar informações que se complementam, comparar, fazer observações sistemáticas, organizar, classificar frequências de variáveis discretas, resumir dados e conseguir entendê-los para que sirvam de base para tomada de decisão (Brasil, 2018). Nesse sentido, os conteúdos selecionados para esse público-alvo visam promover esses conhecimentos para que sirvam de base sólida para as novas aprendizagens que virá no Ensino Médio, como também para que contribua na vivência cotidiana destes alunos.

5 UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA A APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS.

A utilização da APB possibilita um despertar da curiosidade do aluno, como bem afirma Sousa (2015). Resolver problemas faz parte da vida. Assim, a proposta aqui é que a partir de problemas encontrados na própria escola, os alunos organizem uma pesquisa estatística e com o auxílio do professor durante as aulas de matemática, consigam coletar dados e, a partir destes, elaborem tabelas e gráficos que possam utilizar para ter uma compreensão maior da dimensão dos problemas abordados. Nesse sentido, este capítulo apresenta uma proposta de SD com o intuito de desenvolver a aprendizagem sobre conteúdos relacionados a probabilidade e estatística, além de outros que sejam interessantes e possíveis de abordar durante as etapas de desenvolvimento, para promover o envolvimento dos alunos com questões relacionadas à comunidade escolar.

Neste sentido, primeiramente aborda-se, aqui, o conceito e pressupostos da aplicação da SD, para uma melhor compreensão sobre o que se está construindo como produto educacional e como devemos aplicar tal ferramenta. Em seguida, apresenta-se o passo a passo da construção de acordo com os estudos realizados, pautando-se no desenvolvimento de ações que levam até a culminância da proposta, que se dá com a análise e interpretação das tabelas e gráficos elaborados pelos alunos, com o intuito de contribuir para que eles se apropriem das habilidades e conhecimentos necessários para a aprendizagem significativa dos conteúdos propostos.

5.1 CONTEXTUALIZANDO SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

As sequências didáticas são estratégias de ensino que podem ser utilizadas nas mais variadas disciplinas. Para uma melhor compreensão sobre esta técnica, é importante compreender seu conceito e aplicações. Nesse sentido, de acordo com Cabral *et al.* (2020), pode-se afirmar que se trata de: “[...] um conjunto ordenado e sequencial de atividades didáticas concebidas com a finalidade de ensinar algum conhecimento de um campo do saber” (Cabral *et al.*, 2020, p. 2).

Para Cabral (2017), a SD tem, entre suas finalidades, a de permitir que o aluno construa seu próprio conhecimento. No Brasil, esta metodologia por muito tempo esteve associada ao estudo do gênero textual, porém, mais recentemente ela vem sendo usada em diversas áreas do saber e contextos de aprendizagem.

No que diz respeito a construção das sequências didáticas, Zabala (1998), apresenta quatro exemplos os quais considera “mais generalizáveis”, ou seja, que se pode usar como modelos gerais para a construção deste método de ensino. Entre os modelos apresentados, destaca-se o modelo 4, tendo em vista que este foi considerado mais complexo e que contempla possibilidades mais amplas para a aprendizagem dos conteúdos de probabilidade e estatística. Nesse sentido os dez passos que o autor descreve para a construção e o desenvolvimento da SD a partir do modelo 4 são os seguintes:

1. Apresentação por parte do professor ou da professora de uma situação problema relacionada com o tema:
O professor ou professora desenvolve um tema em torno de um fato ou acontecimento, destacando os aspectos problemáticos e os que são desconhecidos para os alunos.
2. Como na unidade anterior, os conteúdos do tema e da situação que se coloca podem ir desde um conflito social ou histórico, diferenças na interpretação de certas obras literárias ou artísticas, até o contraste entre um conhecimento vulgar de determinados fenómenos biológicos e possíveis explicações científicas.
3. Proposição de problemas ou questões:
Os alunos, coletiva e individualmente, dirigidos e ajudados pelo professor ou professora, expõem as respostas intuitivas ou suposições sobre cada um dos problemas e situações propostos.
4. Proposta das fontes de informação:
Os alunos, coletiva e individualmente, dirigidos e ajudados pelo professor ou professora, propõem as fontes de informação mais apropriadas para cada uma das questões: o próprio professor, uma pesquisa bibliográfica, uma experiência, uma observação, uma entrevista, um trabalho de campo.
5. Busca da informação:
Os alunos, coletiva e individualmente, dirigidos e ajudados pelo professor ou professora, realizam a coleta dos dados que as diferentes fontes lhes proporcionaram. A seguir selecionam e classificam estes dados.
6. Elaboração das conclusões:
Os alunos, coletiva e/ou individualmente, dirigidos e ajudados pelo professor ou professora, elaboram as conclusões que se referem às questões e aos problemas propostos.
7. Generalização das conclusões e síntese:
Com as contribuições do grupo e as conclusões obtidas, o professor ou professora estabelece as leis, os modelos e os princípios que se deduzem do trabalho realizado.
8. Exercícios de memorização:
Os meninos e meninas, individualmente, realizam exercícios de memorização que lhes permitam lembrar dos resultados das conclusões, da generalização e da síntese.
9. Prova ou exame:
Na classe, todos os alunos respondem as perguntas e fazem os exercícios do exame durante uma hora.
10. Avaliação:
A partir das observações que o professor fez ao longo da unidade e a partir do resultado da prova, este comunica aos alunos a avaliação das aprendizagens realizadas (Zabala, 1998, p. 58).

Nesta unidade apresentada por Zabala (1998), como um dos modelos possíveis de SD, verifica-se que aparecem conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais, como o próprio autor indica. Para ele, ao utilizar esta proposta:

[...] os alunos controlam o ritmo da sequência atuando constantemente e utilizando uma série de técnicas e habilidades: diálogo, debate, trabalho em pequenos grupos, pesquisa bibliográfica, trabalho de campo, elaboração de questionários, entrevista etc. Ao mesmo tempo, encontram-se diante de uma série de conflitos pessoais e grupais de sociabilidade que é preciso resolver, o que implica que devam ir aprendendo a “ser” de uma determinada maneira: tolerantes, cooperativos, respeitosos etc. (Zabala, 1998, p. 61)

Utilizar uma metodologia que envolva os alunos ativamente no processo de aprendizagem é um dos objetivos do método de aprendizagem baseada em problemas. Além disso, as práticas de sociabilidade necessárias para o desenvolvimento desta proposta não apenas promovem o conhecimento científico, mas também exercita outros conceitos necessários para a boa convivência social como é o caso da tolerância, do respeito e da cooperação entre os alunos, como afirma Zabala (1998). Desse modo, considera-se esse modelo de sequência didática como uma orientação pertinente para a construção da proposta de SD desta pesquisa.

Em relação ao ensino da Matemática, vem ganhando espaço, pois permite a construção e organização de conteúdos seguindo uma ordem que dão sentido ao que se quer abordar, além de possibilitar ao professor elaborar uma prática que leve aos alunos uma maior problematização dos conteúdos e um ensino investigativo, elementos estes importantes para a construção do conhecimento matemático. Assim, para o autor, as SD, normalmente organizadas seguindo as fases de planejamento, aplicação e avaliação, “possibilitam ao professor identificar a dimensão unitária do fenômeno de ensinar e aprender matemática e que pode ser percebida a partir das interações promovidas pelas articulações contidas no designe da SD apresentada aos alunos” (Cabral, 2017, p. 32).

Para um melhor entendimento sobre as características desse método, Cabral (2017), descreve que:

Esse conjunto de intervenções “passo a passo” dirigido pelo professor com a finalidade de atingir objetivos de aprendizagem sugere a ideia dos elos conectados de uma corrente. Cada elo posterior está devidamente articulado aos elos anteriores e permite outras articulações com elos subsequentes. Uma forma de rede que se estrutura a partir dessas articulações conceituais (Cabral, 2017, p. 33)

Desse modo, uma SD não é um plano de aula, mas uma estratégia que admite várias etapas estruturadas e conectadas entre si, podendo ser realizada em vários dias, como afirma Cabral (2017). Assim, ela pode conter diversas técnicas que promovam a aprendizagem e intervenções planejadas com o objetivo final de fazer com que os discentes aprendam determinado conteúdo que, no caso desta pesquisa, se trata de alguns dos conteúdos de estatística e probabilidade ministrados nos anos finais do Ensino Fundamental.

Um dos principais teóricos que abordam as SD, afirma que elas se caracterizam por serem uma “série ordenada e articulada de atividades que formam as unidades didáticas” (Zabala, 1998, p. 53). Para o autor, as formas de articulação dos conteúdos didáticos é um dos principais traços que diferenciam as propostas de ensino. Nesse sentido, uma das primeiras ações que deve ser realizada no momento da construção da SD é definir as intenções de aprendizagem que se deseja com aquele conteúdo selecionado.

É importante compreender que um dos objetivos do ensino é desenvolver a aprendizagem no sentido conceitual, procedimental e atitudinal, como bem considera Zabala (1998). Para o autor, o aluno terá aprendido o conceito quando ele for capaz de utilizá-lo para interpretar e compreender algum fato ou fenômeno.

5.2 DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

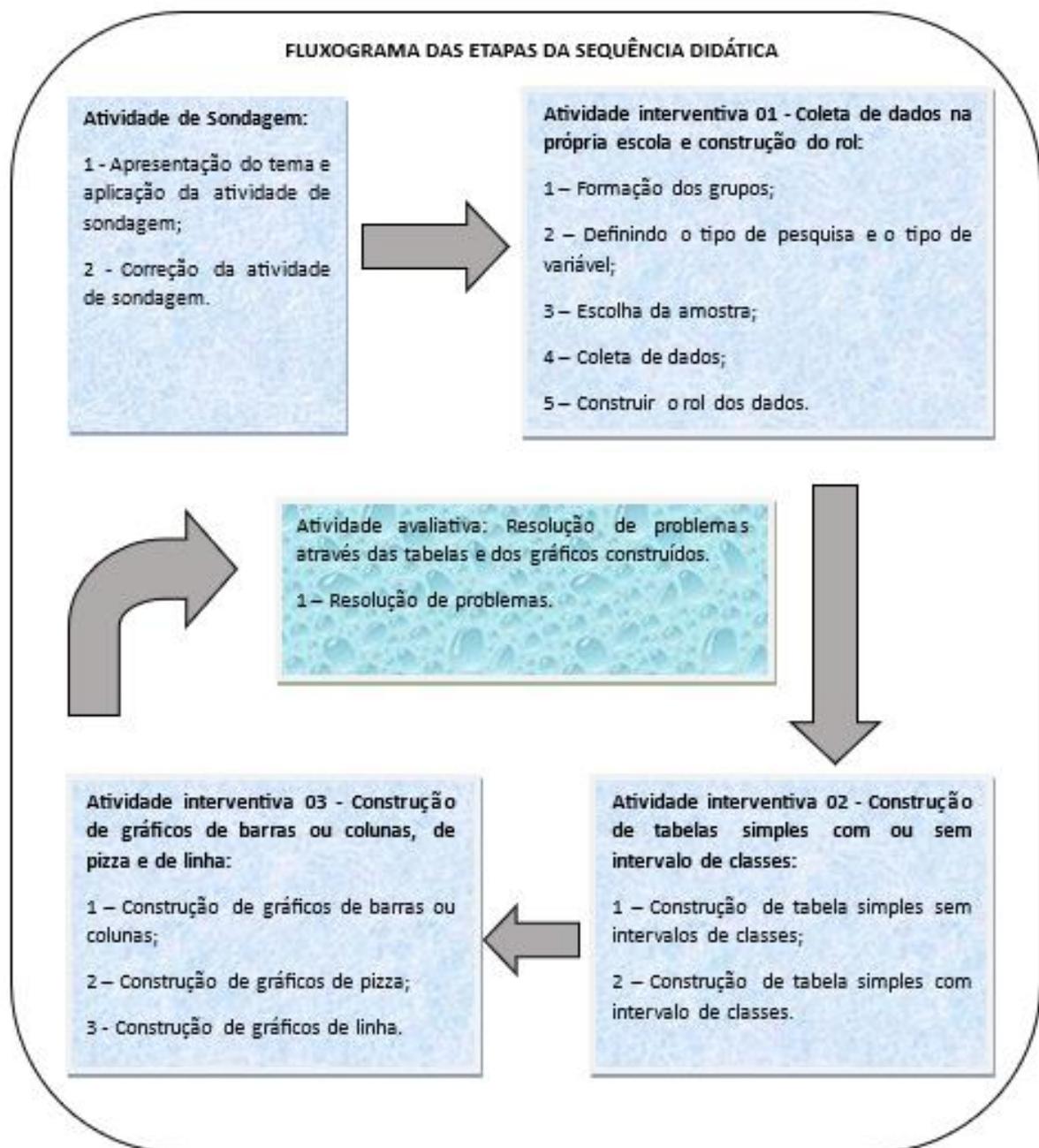
A proposta de aplicação de uma SD para alunos do ensino fundamental anos finais, aqui apresentada, foi desenvolvida com base no modelo 4 descrito por (Zabala, 1998), tal desenvolvimento foi realizado em cinco etapas interligadas de forma que uma etapa seja pré-requisito para a etapa subsequente. As etapas foram nomeadas da seguinte forma: Atividade de sondagem, atividade interventiva 1, atividade interventiva 2, atividade interventiva 3 e atividade avaliativa, a descrição de cada uma constará nas seções seguintes.

Para podermos apresentar o passo a passo com dados quantitativos de forma que os exemplos fiquem claros para o leitor e possibilite uma correta interpretação por parte do professor(a) quando da aplicação da proposta de intervenção, supomos uma escola de pequeno porte com quatro turmas sendo uma de cada ano do ensino fundamental anos finais, supomos ainda que as turmas do sexto e sétimo ano tenham vinte e cinco alunos matriculados cada e as turmas do oitavo e nono anos tenham trinta alunos matriculados cada, dessa forma a escola, doravante chamada de Escola Modelo, tem cento e dez alunos matriculados.

A partir desse ponto os dados apresentados nas tabelas e gráficos foram simulados pelo autor como sendo coletados pelos grupos de alunos da Escola Modelo com o intuito de exemplificar cada passo das etapas da SD.

Vale salientar que a SD é passível de adaptações e que o professor(a) poderá ajustar a sua realidade escolar de acordo com os recursos digitais e materiais disponíveis. A figura 4 mostra um fluxograma da Sequência Didática proposta contendo as etapas e os passos de cada etapa.

Figura 4 - Fluxograma das etapas da sequência didática



5.2.1 Etapa 1 – Atividade de Sondagem

Visando a correta participação do aluno em todas as atividades interventivas e consequentemente na construção do conhecimento matemático necessário sobre probabilidade e estatística de acordo com o nível de ensino ao qual está inserido, se faz necessário levantar os conhecimentos prévios do aluno para que o professor possa trabalhar de forma introdutória alguns conceitos dentro da probabilidade e da estatística. Desse modo, a atividade é composta por dez questões que visam coletar informações gerais e conceituais sobre probabilidade e estatística, especialmente sobre tipos de pesquisa, tipos de variáveis e os tipos de gráficos e tabelas, evento e probabilidade de ocorrer um evento.

Está etapa é desenvolvida em dois passos, sendo que o passo 1 precisa de duas aulas de 50 minutos (1h40min) e o passo 2 necessita de uma aula de 50 minutos.

Os recursos e materiais necessários para essa etapa são: quadro branco, lápis para quadro branco, papel ofício A4 ou equivalente, projetor e notebook.

Passo 1: Apresentação do tema e aplicação da atividade de sondagem

Nesse passo com o objetivo de coletar informações acerca das habilidades já construídas pelos alunos o professor deve apresentar o tema, informando que serão estudados conceitos de probabilidade e estatística visando a construção e interpretação de tabelas e gráficos, bem como a resolução de problemas de probabilidade e estatística a partir dos dados coletados e organizados pelos próprios alunos, estabelecer a metodologia de aplicação e mostrar que a sequência será desenvolvida em 5 etapas cada uma com seu passo a passo incluindo a primeira que está em execução.

Aplicar a atividade de sondagem com questões conceituais sobre probabilidade e estatística, conforme sugestão de questões no quadro 6:

Quadro 6 – Sugestão de questões diagnósticas e seus objetivos

Ordem	Questão	Objetivo da questão
1	O que estuda a estatística?	Verificar a noção geral que o aluno tem sobre a estatística.
2	O que é pesquisa estatística?	Verificar se o aluno tem conhecimento geral sobre pesquisa estatística.
3	Quais os tipos de pesquisa estatística que você conhece?	Verificar se o aluno tem conhecimento específico sobre pesquisa estatística.

4	Quais os tipos de variáveis estatísticas você conhece?	Verificar se o aluno tem conhecimento geral sobre as variáveis estatística.
5	Quais os tipos de variáveis quantitativas?	Verificar se o aluno tem conhecimento específico sobre as variáveis estatística.
6	Cite três variáveis discretas.	Verificar se o aluno tem conhecimento prático do que é variável discreta.
7	Cite três variáveis contínuas.	Verificar se o aluno tem conhecimento prático do que é variável contínua.
8	O que estuda a probabilidade?	Verificar a noção geral que o aluno tem sobre a probabilidade.
9	O que é espaço amostral?	Verificar se o aluno tem conhecimento sobre população e amostra.
10	O que é experimento aleatório, evento e probabilidade de ocorrer um evento?	Verificar se o aluno tem conhecimento específico sobre probabilidade.

Fonte: Autoria própria (2024).

Passo 2: Correção da atividade de sondagem

Corrigir a atividade de sondagem tirando dúvidas e explicando os conceitos referentes a probabilidade e a estatística tais como: tipos de pesquisa, população, amostra, tipos de variáveis, tabelas e gráficos, espaço amostral, evento, experimento aleatório e probabilidade de ocorrer um evento.

Essa aula tem o objetivo de sanar todas as dúvidas que os alunos ainda possam ter e repassar para cada um seus acertos e erros, verificando os pontos que precisam de melhoria, finalizando com a preparação para a etapa 2.

5.2.2 Etapa 2 – Atividade interventiva 01 - Coleta de dados e construção do rol

O professor(a) com base nos resultados da atividade de sondagem deve reforçar os conceitos de probabilidade e estatística objetivando a correta interpretação e aplicação de tais conceitos na execução da etapa em questão.

Com o objetivo de aplicar os conhecimentos sobre estatística, desenvolvidos e/ou reforçados na etapa 1, realizando a escolha da variável, o tipo de pesquisa e a coleta de dados para posterior organização, a etapa 2 foi dividida em 5 passos e para sua execução sugerimos uma aula de 50 minutos e os seguintes materiais: fita métrica ou trena, lápis, borracha, caderno e balança digital.

Passo 1: Formação de grupos

Dividir a turma em pelo menos quatro grupos com o objetivo que seja trabalhado pesquisa amostral e censitária e cada uma com variável discreta e contínua, os grupos formados podem ter quatro, cinco ou seis alunos a depender da quantidade de matriculados na turma, os grupos foram divididos conforme o quadro 7.

Quadro 7 – Divisão dos grupos.

Grupo	Tipo de variável	Tipo de pesquisa
1	Discreta	Amostral
2	Contínua	Amostral
3	Discreta	Censitária
4	Contínua	Censitária

Fonte: Autoria própria (2024).

Observação: Caso forme mais de quatro grupos na turma, o grupo 5 fica com a mesma atividade do grupo 1, o grupo 6 fica com a mesma atividade do grupo 2 e assim sucessivamente, devendo mudar a variável e a amostra ou população mantendo o tipo de variável e tipo de pesquisa.

Passo 2: Definindo o tipo de pesquisa e o tipo de variável

Nesse passo o professor(a) deverá distribuir o tipo de variável quantitativa (discreta ou contínua) que deverá ser coletada por cada grupo, definir a variável e o tipo de pesquisa que será realizada (censitária ou amostral). Para o exemplo de aplicação vamos utilizar como referência a turma do 8º ano da Escola Modelo, tal turma conforme estabelecido conta com trinta alunos matriculados, portanto dividimos a turma em cinco grupos com seis integrantes e nomeamos os grupos de grupo 1, grupo 2, grupo 3, grupo 4 e grupo 5. Essa divisão poderá ser feita a critério do professor.

O quadro 8 traz uma sugestão de variáveis que utilizamos no desenvolvimento da SD e a distribuição do tipo de pesquisa e variável que cada grupo deve trabalhar.

Quadro 8 – Definição do tipo de variável, do tipo de pesquisa e da variável.

Grupo	Tipo de variável	Tipo de pesquisa	Variável
1	Discreta	Amostral	Número de irmãos
2	Contínua	Amostral	Altura (m)
3	Discreta	Censitária	Número de livros lidos nos últimos doze meses
4	Contínua	Censitária	Massa (kg)
5	Discreta	Amostral	Idade (anos)

Fonte: Autoria própria (2024).

A pesquisa deve ser realizada na escola, coletando os dados referentes a variável em questão entrevistando a população ou amostra escolhida, dessa forma os alunos irão trabalhar com dados concretos e poderão perceber a real aplicação do conteúdo estudado, as variáveis poderão ser diversas das sugeridas a critério do professor(a).

Passo 3: Escolha da amostra

Para os grupos 1, 2 e 5, que farão pesquisa amostral de acordo com o quadro 8, a amostra será retirada da população total levando em consideração os cento e dez alunos matriculados, escolha se dará da seguinte forma: 20% (vinte por cento) dos alunos de cada turma: portanto, cinco alunos do sexto, cinco alunos do sétimo, seis alunos do oitavo e seis alunos do nono, dessa forma a amostra terá um total de vinte e dois alunos que serão entrevistados na pesquisa amostral. As escolhas dentro de cada turma serão ao acaso, porém, deve-se observar a proporção entre meninos e meninas com o intuito de manter essa proporção ou o mais próximo possível dentro da amostra.

Para os grupos 3 e 4 que farão pesquisa censitária a população considerada foi de uma turma específica, ficando o grupo 3 com o sexto ano e o grupo 4 com o sétimo ano, assim os dois grupos entrevistaram vinte e cinco alunos cada. Tal escolha se dar devido à dificuldade de entrevistar os cento e dez alunos e também com o intuito de reduzir a quantidade de dados coletados.

Passo 4: Coleta de dados

Apresento a seguir a simulação de coleta de dados realizados pelos cinco grupos de alunos da Escola Modelo de acordo com a definição de tipo de pesquisa, tipo de variável e a variável definida no quadro 8, além de obedecer a definição das escolhas das amostras e população do passo anterior, dessa forma os dados coletados estão assim distribuídos:

Grupo 1 – Pesquisa Amostral – Variável discreta (número de irmãos)

Dados fictícios obtidos na entrevista com a amostra de vinte e dois alunos:

2 – 0 – 1 – 0 – 2 – 3 – 0 – 1 – 1 – 2 – 4 – 3 – 2 – 1 – 0 – 2 – 3 – 2 – 5 – 2 – 0 – 0.

Grupo 2 – Pesquisa Amostral – Variável contínua (altura em metros)

Dados fictícios obtidos na entrevista com a amostra de vinte e dois alunos:

1,20 – 1,18 – 1,10 – 1,35 – 1,45 – 1,52 – 1,57 – 1,34 – 1,60 – 1,25 – 1,22 – 1,33 – 1,42 1,24 – 1,38 – 1,65 – 1,64 – 1,62 – 1,59 – 1,48 – 1,56 – 1,60.

Grupo 3 – Pesquisa Censitária – Variável discreta (Número de livros lidos nos últimos doze meses) – População pesquisada (turma do 6º ano)

Dados fictícios obtidos na entrevista com a população de vinte e cinco alunos:

0 – 1 – 1 – 1 – 0 – 0 – 3 – 2 – 0 – 2 – 1 – 0 – 1 – 0 – 0 – 3 – 2 – 0 – 1 – 1 – 0 – 1 – 0 – 1 2.

Grupo 4 – Pesquisa Censitária – Variável contínua (Massa em kg) – População pesquisada (turma do 7º ano)

Dados fictícios obtidos na entrevista com a população de vinte e cinco alunos:

35,2 – 32,8 – 38,1 – 45,5 – 39,5 – 52,5 – 52,7 – 49,3 – 36,6 – 43,2 – 54,2 – 52,3 – 50,4 38,4 – 30,0 – 45,5 – 31,4 – 31,2 – 43,5 – 48,8 – 42,5 – 39,0 – 40,8 – 50,5 – 60,0.

Grupo 5 – Pesquisa Amostral – Variável discreta (idade em anos)

Dados fictícios obtidos na entrevista com a amostra de vinte e dois alunos:

11 – 11 – 12 – 10 – 11 – 12 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 15 – 14 – 13 – 14 – 14 – 13 – 12 15 – 12 – 12 – 16.

Passo 5: Construção do rol

Após a coleta dos dados os grupos deverão construir o rol, ou seja, organizá-los em ordem crescente ou decrescente para facilitar a próxima etapa da SD, aqui vamos organizar de forma crescente. Veja abaixo os dados coletados pelos cinco grupos de alunos e organizados no rol.

Rol do Grupo 1:

0 – 0 – 0 – 0 – 0 – 0 – 1 – 1 – 1 – 1 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 3 – 3 – 3 – 4 – 5.

Rol do Grupo 2:

1,10 – 1,18 – 1,20 – 1,22 – 1,24 – 1,25 – 1,33 – 1,34 – 1,35 – 1,38 – 1,42 – 1,45 – 1,48 – 1,52
1,56 – 1,57 – 1,59 – 1,60 – 1,60 – 1,62 – 1,64 – 1,65.

Rol do Grupo 3:

0 – 0 – 0 – 0 – 0 – 0 – 0 – 0 – 0 – 0 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 2 – 2 – 2 – 2 – 3 – 3.

Rol do Grupo 4:

30,0 – 31,2 – 31,4 – 32,8 – 35,2 – 36,6 – 38,1 – 38,4 – 39,0 – 39,5 – 40,8 – 42,5 – 43,2 – 43,5
45,5 – 45,7 – 48,8 – 49,3 – 50,4 – 50,5 – 52,3 – 52,5 – 52,7 – 54,2 – 60,0

Rol do Grupo 5:

10 – 11 – 11 – 11 – 12 – 12 – 12 – 12 – 12 – 12 – 13 – 13 – 13 – 14 – 14 – 14 – 14 – 15 – 15 –
15 – 16 – 16

Esta etapa organiza os dados para que os alunos possam utilizá-los na etapa subsequente de forma mais eficaz, portanto, após a construção correta do rol, o professor(a) poderá passar para a próxima etapa que será a construção de tabelas simples com e sem intervalos de classes.

5.2.3 Etapa 3 - Atividade interventiva 02 - Construção de tabelas simples com ou sem intervalo de classes.

Nessa etapa os alunos irão construir tabelas de distribuição de frequências absolutas e relativas com e sem intervalos de classes a depender da quantidade de dados coletados e o tipo de variável ou ainda a critério do professor. Nesse sentido Escobar (2019) afirma:

Quanto à definição das classes, a escolha dos intervalos é arbitrária. Entretanto, deve-se observar que um número pequeno de classe se perde informação, e com um número grande de classes, o objetivo de resumir fica prejudicado. O professor deverá auxiliar os alunos na decisão da quantidade de classes que devem ser divididos os dados coletados (Escobar, 2019, p. 3-4).

Na construção da tabela deve ser observado a necessidade de escolher o título para identificar o que a tabela está representando, de quais dados estamos falando. As tabelas a seguir mostram a organização dos dados coletados pelo grupo 1, grupo 2, grupo 3, grupo 4 e grupo 5 do exemplo de aplicação, essa etapa é de fundamental importância pois ela organiza os dados para que na próxima etapa sejam construídos os gráficos, além do mais já é possível verificar algumas informações rapidamente observando apenas as tabelas.

Para alcançar o objetivo dessa etapa sugerimos o uso de lápis, régua, borracha, caderno, e a execução em uma aula de 50 minutos.

Os grupos que pesquisaram variável discreta constroem tabela sem intervalo de classe e os grupos que pesquisaram variável contínua constroem tabela com intervalo de classe, após a construção cada grupo faz a apresentação de sua tabela socializando o procedimento adotado.

Passo 1: Construção de tabela simples sem intervalos de classes

Para a construção de tabela simples com frequência absoluta e relativa sem intervalo de classe devemos adotar os seguintes passos: definir o título de forma que represente a variável e/ou a população pesquisada, nomear as colunas sendo uma com a variável e as demais com as frequências absoluta e relativa, e por fim preencher com as frequências absolutas já estabelecidas no rol fazendo a contagem das ocorrências das respostas na entrevista, para o cálculo da frequência relativa que vamos apresentar em porcentagem é necessário calcular a porcentagem correspondente a cada frequência absoluta, para tanto utilizamos a equação 1:

$$F_r = \frac{F_a \cdot 100}{E} \quad (1)$$

onde:

F_r é a frequência relativa;

F_a é a frequência absoluta;

E é a quantidade de entrevistados pelo grupo;

100 é o fator de transformação de decimal para porcentagem.

Os grupos 1, 3 e 5 coletaram dados de variável discreta e a partir deles construíram as tabelas simples sem intervalo de classe com as frequências absoluta e relativa em porcentagem, mostraremos o passo a passo do cálculo das porcentagens e posteriormente a tabela construída.

Para a tabela do grupo 1 temos uma amostra de vinte e dois alunos, portanto:

$$E = 22 \text{ e } F_r = \frac{F_a \cdot 100}{22}. \text{ Assim,}$$

$$\text{Para 0 irmãos, temos: } F_a = 6, \text{ daí } F_r = \frac{6 \cdot 100}{22} \cong 27,3\%$$

$$\text{Para 1 irmãos, temos: } F_a = 4, \text{ daí } F_r = \frac{4 \cdot 100}{22} \cong 18,2\%$$

$$\text{Para 2 irmãos, temos: } F_a = 7, \text{ daí } F_r = \frac{7 \cdot 100}{22} \cong 31,8\%$$

$$\text{Para 3 irmãos, temos: } F_a = 3, \text{ daí } F_r = \frac{3 \cdot 100}{22} \cong 13,6\%$$

$$\text{Para 4 irmãos, temos: } F_a = 1, \text{ daí } F_r = \frac{1 \cdot 100}{22} \cong 4,5\%$$

$$\text{Para 5 irmãos, temos: } F_a = 1, \text{ daí } F_r = \frac{1 \cdot 100}{22} \cong 4,5\%$$

Veja a tabela 2 criada pelo grupo 1 contendo as frequências absoluta e relativa em porcentagem com os dados referentes ao número de irmãos dos alunos da Escola Modelo.

Tabela 2 – Frequências do Grupo 1

IRMÃOS DOS ALUNOS DA ESCOLA MODELO		
NÚMERO DE IRMÃOS	FREQUÊNCIA ABSOLUTA	FREQUÊNCIA RELATIVA
0	6	27,3%
1	4	18,2%
2	7	31,8%
3	3	13,6%
4	1	4,5%
5	1	4,5%
Total	22	99,9%

Fonte: Autoria própria (2024).

Para a tabela do grupo 3 temos uma amostra de vinte e cinco alunos, portanto:

$$E = 25 \text{ e } F_r = \frac{F_a \cdot 100}{25}. \text{ Assim,}$$

$$\text{Para 0 livros lidos, temos: } F_a = 10, \text{ daí } F_r = \frac{10 \cdot 100}{25} = 40,0\%$$

Para 1 livros lidos, temos: $F_a = 9$, daí $F_r = \frac{9 \cdot 100}{25} = 36,0\%$

Para 2 livros lidos, temos: $F_a = 4$, daí $F_r = \frac{4 \cdot 100}{25} = 16,0\%$

Para 3 livros lidos, temos: $F_a = 2$, daí $F_r = \frac{2 \cdot 100}{25} = 8,0\%$

Veja a tabela 3 criada pelo grupo 3 contendo as frequências absoluta e relativa em porcentagem com os dados referentes ao número livros lidos pelos alunos do sexto ano da Escola Modelo nos últimos doze meses.

Tabela 3 – Frequências do Grupo 3

LIVROS LIDOS PELOS ALUNOS DO 6º ANO DA ESCOLA MODELO NOS ÚTIMOS DOZE MESES		
NÚMERO DE LIVROS LIDOS	FREQUÊNCIA ABSOLTA	FREQUÊNCIA RELATIVA
0	10	40,0%
1	9	36,0%
2	4	16,0%
3	2	8,0%
TOTAL	25	100,0%

Fonte: Autoria própria (2024).

Para a tabela do grupo 5 temos uma amostra de vinte e dois alunos, portanto:

$E = 22$ e $F_r = \frac{F_a \cdot 100}{22}$. Assim,

Para 10 anos, temos: $F_a = 1$, daí $F_r = \frac{1 \cdot 100}{22} \cong 4,5\%$

Para 11 anos, temos: $F_a = 3$, daí $F_r = \frac{3 \cdot 100}{22} \cong 13,6\%$

Para 12 anos, temos: $F_a = 6$, daí $F_r = \frac{6 \cdot 100}{22} \cong 27,3\%$

Para 13 anos, temos: $F_a = 3$, daí $F_r = \frac{3 \cdot 100}{22} \cong 13,6\%$

Para 14 anos, temos: $F_a = 4$, daí $F_r = \frac{4 \cdot 100}{22} \cong 18,2\%$

Para 15 anos, temos: $F_a = 3$, daí $F_r = \frac{3 \cdot 100}{22} \cong 13,6\%$

Para 16 anos, temos: $F_a = 2$, daí $F_r = \frac{2 \cdot 100}{22} \cong 9,1\%$

Veja a tabela 4 criada pelo grupo 5 contendo as frequências absoluta e relativa em porcentagem com os dados referentes a idade dos alunos da Escola Modelo.

Tabela 4 – Frequências do Grupo 5

IDADE DOS ALUNOS DA ESCOLA MODELO		
IDADE EM ANOS	FREQUÊNCIA ABSOLUTA	FREQUÊNCIA RELATIVA
10	1	4,5%
11	3	13,6%
12	6	27,3%
13	3	13,6%
14	4	18,2%
15	3	13,6%
16	2	9,1%
Total	22	99,9%

Fonte: autoria própria (2024).

Passo 2: Construção de tabela simples com intervalo de classes

Para a construção de tabela com intervalo de classes vamos utilizar os dados dos grupos 2 e 4 que trabalharam com variáveis contínuas.

Levando em consideração que na pesquisa do grupo 2 foram obtidas vinte e uma alturas distintas entre os alunos entrevistados e que no grupo 4 todas as massas foram distintas nos vinte e cinco alunos medidos, iremos construir uma tabela de frequência com intervalos de classes, objetivando resumir os dados e melhor apresentá-los, facilitando com isso, a interpretação. A quantidade de classes para cada grupo de pesquisa foi definida de acordo com a amplitude total do conjunto de dados coletados, de forma que, a apresentação na tabela não fique muito resumida e que o objetivo de melhor representar os dados, seja alcançado.

Dividindo as classes: Primeiramente vamos definir alguns termos utilizados nesse passo: **Amplitude total:** diferença entre o maior e o menor elemento do conjunto de dados; **Amplitude da classe:** Também conhecido como largura da classe, é obtido através da divisão da amplitude total pela quantidade de classes; **Intervalo fechado a esquerda e aberto a direita**

(-): significa que o valor do limite inferior do intervalo (classe) pertence ao intervalo e o valor limite superior pertence a classe subsequente; **Intervalo fechado** (+): significa que os dois limites, inferior e superior, pertencem ao intervalo (classe).

Sejam A a amplitude total e a a amplitude da classe; calculando as amplitudes dos grupos 2 e 4 temos:

Grupo 2

$$A = 1,65 - 1,10$$

$$A = 0,55 \text{ m}$$

Grupo 4

$$A = 60,0 - 30,0$$

$$A = 30,0 \text{ kg}$$

Para o cálculo da amplitude da classe vamos considerar o que segue: cinco classes para o grupo 2 e seis classes para o grupo 4, tal divisão é bastante conveniente uma vez que 0,55 é divisível por 5 e 30 é divisível por 6, dessa forma para encontrar a amplitude de cada classe dividimos a amplitude total pelo número de classes conforme foi definido anteriormente, daí temos:

Grupo 2

$$a = \frac{0,55}{5}$$

$$a = 0,11 \text{ m}$$

Grupo 4

$$a = \frac{30,0}{6}$$

$$a = 5,0 \text{ kg}$$

Calculando os limites de cada classe temos:

Grupo 2: Para a primeira classe adicionamos o a amplitude da classe ao limite inferior dos dados, ou seja, a menor altura coletada, para a segunda classe adicionamos o intervalo de classe ao limite superior da classe anterior e assim sucessivamente até obter as cinco classes determinadas, veja o cálculo abaixo:

$$\text{Classe 1: } 1,10 + 0,11 = 1,21 \rightarrow \text{Classe 1} = 1,10 \text{ } \vdash \text{ } 1,21$$

$$\text{Classe 2: } 1,21 + 0,11 = 1,32 \rightarrow \text{Classe 2} = 1,21 \text{ } \vdash \text{ } 1,32$$

$$\text{Classe 3: } 1,32 + 0,11 = 1,43 \rightarrow \text{Classe 3} = 1,32 \text{ } \vdash \text{ } 1,43$$

$$\text{Classe 4: } 1,43 + 0,11 = 1,54 \rightarrow \text{Classe 4} = 1,43 \text{ } \vdash \text{ } 1,54$$

Classe 5: $1,54 + 0,11 = 1,65 \rightarrow$ Classe 5 = 1,54 \vdash 1,65

Grupo 4: De modo análogo ao procedimento utilizado para o grupo 2 calculamos as classes do grupo 4, lembrando que para esse grupo são seis classes.

Classe 1: $30,0 + 5,0 = 35,0 \rightarrow$ Classe 1 = 30,0 \vdash 35,0

Classe 2: $35,0 + 5,0 = 40,0 \rightarrow$ Classe 2 = 35,0 \vdash 40,0

Classe 3: $40,0 + 5,0 = 45,0 \rightarrow$ Classe 3 = 40,0 \vdash 45,0

Classe 4: $45,0 + 5,0 = 50,0 \rightarrow$ Classe 4 = 45,0 \vdash 50,0

Classe 5: $50,0 + 5,0 = 55,0 \rightarrow$ Classe 5 = 50,0 \vdash 55,0

Classe 6: $55,0 + 5,0 = 60,0 \rightarrow$ Classe 6 = 55,0 \vdash 60,0

Após definidas as quantidades e os intervalos de classes, os alunos passam a construir suas tabelas, definindo o título, nomeando as colunas e preenchendo as frequências absolutas já estabelecidas no rol fazendo a correta contagem das ocorrências das respostas na entrevista observando os extremos das classes. Vale lembrar que o extremo inicial de cada classe está contido na respectiva classe enquanto que o extremo final não está contido, com exceção da última classe, nessa os dois extremos estão contidos, por exemplo na classe 1: (1,10 \vdash 1,21) a altura 1,10 pertence a classe e a altura 1,21 pertence classe 2, na classe 5 (1,54 \vdash 1,65) do grupo 2 a altura 1,65 pertence a classe.

Para a frequência relativa que vamos apresentar em porcentagem é necessário calcular a porcentagem correspondente a cada frequência absoluta das classes através da equação 2:

$$F_{rc} = \frac{F_{ac} \cdot 100}{E} \quad (2)$$

onde:

F_{rc} é a frequência relativa da classe;

F_{ac} é a frequência absoluta da classe;

E é a quantidade de entrevistados pelo grupo e;

100 é o fator de transformação de decimal para porcentagem.

Os grupos 2 e 4 coletaram dados de variável contínua e a partir deles construíram as tabelas simples com intervalos de classes contendo as frequências absoluta e relativa em porcentagem, mostraremos o passo a passo do cálculo das porcentagens e posteriormente a tabela construída.

Para a tabela do grupo 2 temos uma amostra de vinte e dois alunos, portanto:

$$E = 22 \text{ e } F_{rc} = \frac{F_{ac} \cdot 100}{22}. \text{ Assim,}$$

$$\text{Para a classe 1 (1,10 } \vdash \text{ 1,21) m, temos: } F_{ac} = 3, \text{ daí } F_{rc} = \frac{3 \cdot 100}{22} \cong 13,6\%$$

$$\text{Para a classe 2 (1,21 } \vdash \text{ 1,32) m, temos: } F_{ac} = 3, \text{ daí } F_{rc} = \frac{3 \cdot 100}{22} \cong 13,6\%$$

$$\text{Para a classe 3 (1,32 } \vdash \text{ 1,43) m, temos: } F_{ac} = 5, \text{ daí } F_{rc} = \frac{5 \cdot 100}{22} \cong 22,7\%$$

$$\text{Para a classe 4 (1,43 } \vdash \text{ 1,54) m, temos: } F_{ac} = 3, \text{ daí } F_{rc} = \frac{3 \cdot 100}{22} \cong 13,6\%$$

$$\text{Para a classe 5 (1,54 } \vdash \text{ 1,65) m, temos: } F_{ac} = 8, \text{ daí } F_{rc} = \frac{8 \cdot 100}{22} \cong 36,4\%$$

Veja a tabela 5 criada pelo grupo 2 contendo as frequências absoluta e relativa em porcentagem com os dados referentes à altura dos alunos da Escola Modelo.

Tabela 5 – Frequências do Grupo 2

ALTURA DOS ALUNOS DA ESCOLA MODELO		
ALTURA EM METROS	FREQUÊNCIA ABSOLUTA	FREQUÊNCIA RELATIVA
1, 10 } \vdash \text{ 1, 21	3	13,6%
1, 21 } \vdash \text{ 1, 32	3	13,6%
1, 32 } \vdash \text{ 1, 43	5	22,7%
1, 43 } \vdash \text{ 1, 54	3	13,6%
1, 54 } \vdash \text{ 1, 65	8	36,4%
TOTAL	22	99,9%

Fonte: Autoria própria (2024).

Para a tabela do grupo 4 temos uma amostra de vinte e cinco alunos, portanto:

$$E = 25 \text{ e } F_{rc} = \frac{F_{ac} \cdot 100}{25}. \text{ Assim,}$$

$$\text{Para a classe 1 (30,0 } \vdash \text{ 35,0) m, temos: } F_{ac} = 4, \text{ daí } F_{rc} = \frac{4 \cdot 100}{25} = 16,0\%$$

$$\text{Para a classe 2 (35,0 } \vdash \text{ 40,0) m, temos: } F_{ac} = 7, \text{ daí } F_{rc} = \frac{7 \cdot 100}{25} = 28,0\%$$

$$\text{Para a classe 3 (40,0 } \vdash \text{ 45,0) m, temos: } F_{ac} = 3, \text{ daí } F_{rc} = \frac{3 \cdot 100}{25} = 12,0\%$$

$$\text{Para a classe 4 (45,0 } \vdash \text{ 50,0) m, temos: } F_{ac} = 4, \text{ daí } F_{rc} = \frac{4 \cdot 100}{25} = 16,0\%$$

Para a classe 5 (50,0 H 55,0) m, temos: $F_{ac} = 6$, daí $F_{rc} = \frac{6 \cdot 100}{25} = 24,0\%$

Para a classe 6 (55,0 H 60,0) m, temos: $F_{ac} = 1$, daí $F_{rc} = \frac{1 \cdot 100}{25} = 4,0\%$

Veja a tabela 6 criada pelo grupo 4 contendo as frequências absoluta e relativa em porcentagem com os dados referentes a massa dos alunos do sétimo ano da Escola Modelo.

Tabela 6 – Frequências do Grupo 4

MASSA DOS ALUNOS DA ESCOLA MODELO		
MASSA EM KG	FREQUÊNCIA ABSOLUTA	FREQUÊNCIA RELATIVA
30,0 H 35,0	4	16,0%
35,0 H 40,0	7	28,0%
40,0 H 45,0	3	12,0%
45,0 H 50,0	4	16,0%
50,0 H 55,0	6	24,0%
55,0 H 60,0	1	4,0%
TOTAL	25	100,0%

Fonte: Autoria própria (2024).

Observação: Devido aos arredondamentos das frequências relativas é normal ocorrer um pequeno erro para mais ou para menos no total da porcentagem na construção das tabelas.

Com a conclusão dessa etapa, os dados dispostos nas tabelas tornam a construção do gráfico uma tarefa mais simples, uma vez que as frequências já estão contadas e calculadas, restando agora decidir o tipo de gráfico e seus elementos constitutivos, tarefa que será executada na próxima etapa.

5.2.4 Etapa 4 - Atividade interventiva 03 - Construção de gráficos de barras ou colunas, de pizza e de linha.

Nessa etapa, os alunos irão construir gráficos de barras ou colunas, do tipo pizza e de linha, com base nas tabelas de 2 a 6 verificando dentre os tipos propostos qual é o que melhor

representa os dados em estudo por cada grupo, no entanto, os grupos devem construir os quatro tipos de gráficos e só depois decidir qual vai apresentar para a turma.

Para a execução dessa etapa é necessário o tempo de uma aula de 50 minutos para a construção dos gráficos e mais uma aula de 50 minutos para que os grupos possam fazer sua apresentação com o objetivo de socializar o gráfico escolhido e os procedimentos adotados para a construção, totalizando 1h40min para essa etapa, além disso são necessários os seguintes materiais: lápis, borracha, apontador, régua, caderno, papel milimetrado, compasso, transferidor e esquadro.

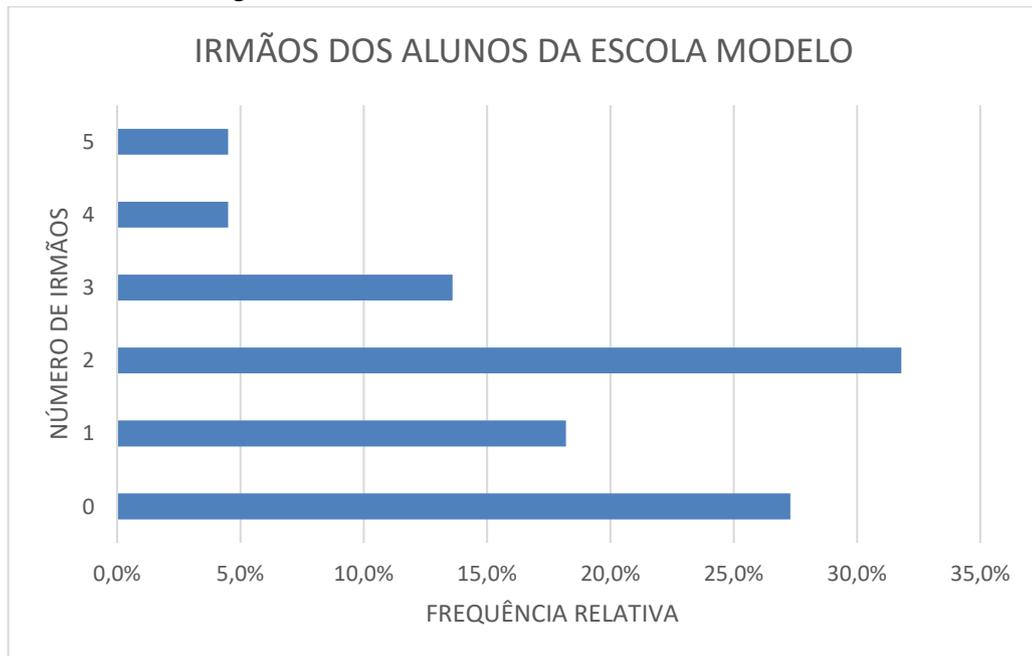
Assim como as tabelas os gráficos necessitam de um título para deixar o leitor ciente do que se trata, o referido título precisa identificar a variável e a população da pesquisa, além disso cada tipo de gráfico necessita de informações complementares para serem corretamente analisados e assim extrair as informações que se deseja transmitir, essas informações são especificadas nos próximos passos.

Passo 1: Construção de gráficos de barras ou colunas

No gráfico de barras vamos definir os eixos coordenados e nomeá-los para que se possa entender qual informação é representada em cada eixo, o eixo horizontal nomeado de frequência relativa representa a porcentagem de cada resposta colhida na pesquisa, enquanto o eixo vertical nomeado de número de irmãos representa a variação das respostas obtidas. Um detalhe importante na construção do gráfico é que a altura de cada barra deve ser a mesma e o comprimento é proporcional a porcentagem de cada frequência absoluta seja dos dados simples ou dados agrupados em classes.

Para construir esse tipo de gráfico a partir da tabela 2, da qual se extraiu as seguintes informações: o número de irmãos variando de 0 irmãos a 5 irmãos, portanto devemos construir seis barras no eixo vertical. No eixo horizontal será distribuída a frequência com que foram dadas as respostas dos entrevistados, a escolha da escala é feita de forma que cada intervalo tenha o mesmo comprimento, no caso foi colocado a variação de cinco em cinco pontos percentuais, ainda da tabela 2 temos que a maior frequência foi 31,8%, portanto, o eixo horizontal foi graduado de 0,0% a 35,0%. Após as definições dos eixos e das escalas, marcamos os pontos formados pelos pares ordenados entre frequência relativa e número de irmãos para delimitar o comprimento das barras, e por fim desenhar o gráfico com todas as informações coletadas da tabela 2.

Figura 5 – Gráfico de barras com base na tabela 2

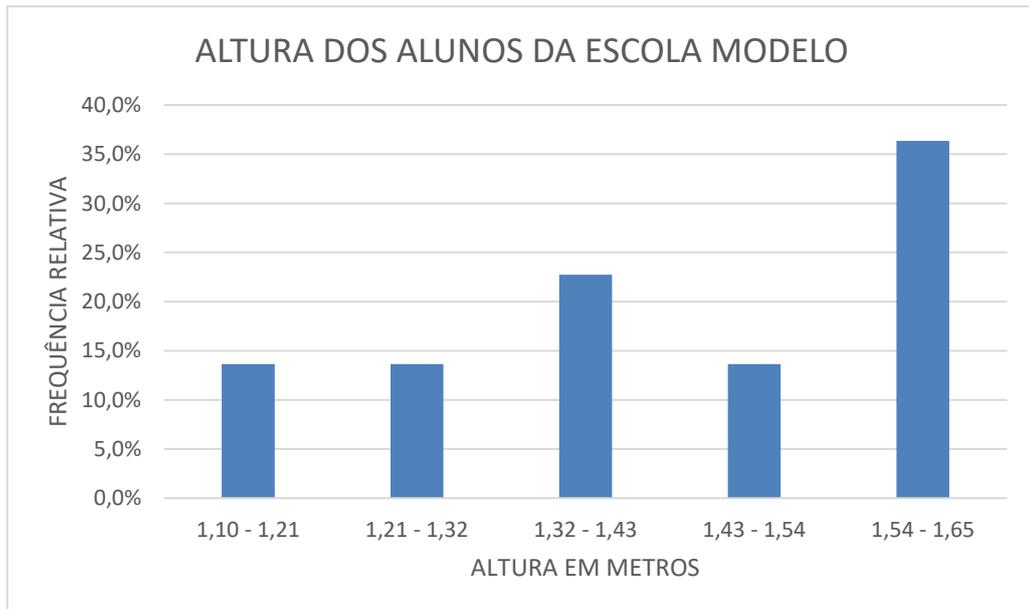


Fonte: Autoria própria (2024).

Para o gráfico de colunas o procedimento é bastante semelhante ao do gráfico de barras, nesse caso, o eixo vertical foi nomeado de frequência relativa e representa a porcentagem de alunos, já o eixo horizontal foi nomeado de altura em metros, a unidade de medida no eixo se faz necessário devido não ter sido definida no título, o eixo horizontal representa as alturas obtidas na pesquisa e agrupadas em classes. No gráfico em questão, temos os dados organizados em classes o que não modifica a qualidade de apresentação dos dados, tal recurso é utilizado para resumir a apresentação e facilitar a visualização de informações, Como dividimos os dados da tabela 5 em cinco classes e a maior frequência foi menor que 40%, o gráfico foi construído com cinco colunas igualmente espaçadas e da mesma largura para não causar erro de interpretação visual e o eixo vertical foi graduado de cinco em cinco pontos percentuais variando de 0,0% a 40,0%, após definidas as escalas, marcamos os pontos referentes aos pares ordenados formados altura em metros e a frequência relativa e por fim desenhamos o gráfico no papel milimetrado.

Nos gráficos de barras ou colunas, como podemos perceber as informações podem ser rapidamente extraídas, como exemplo, do gráfico da figura 5 extraímos que 91% dos alunos tem menos de quatro irmãs.

Figura 6 – Gráfico de colunas com base na tabela 5



Fonte: Autoria própria (2024).

Passo 2: Construção de gráficos de pizza

Para esse tipo de gráfico colocamos a legenda de cores com as respostas que foram obtidas na entrevista já que nele não existe eixos coordenados, com isso o título precisa trazer mais informações tais como variável e unidade de medida que está sendo utilizada. Construímos um gráfico com base na tabela 3, onde tivemos as respostas sobre a quantidade de livros lidos pelos alunos do sexto ano variando de 0 a 3 livros lidos. Nas fatias da pizza devemos medir os ângulos dos setores circulares para construir cada fatia proporcional a frequência obtida, no gráfico em questão, construído a partir da tabela 3 temos como total de entrevistados vinte e cinco alunos, daí vinte e cinco corresponde a 360° graus, para o cálculo do ângulo de cada fatia utilizamos a proporção direta aplicando a regra de três simples como segue.

Seja x_i o ângulo correspondente a frequência i temos:

$$x_i = \frac{i}{25} \cdot 360^\circ \quad (3)$$

Calculando os ângulos de cada uma das frequências obtidas vem:

$$\text{Para } i = 10, \text{ temos: } x_{10} = \frac{10}{25} \cdot 360^\circ \rightarrow x_{10} = 144,0^\circ \text{ graus}$$

$$\text{Para } i = 9, \text{ temos: } x_9 = \frac{9}{25} \cdot 360^\circ \rightarrow x_9 = 129,6^\circ \text{ graus}$$

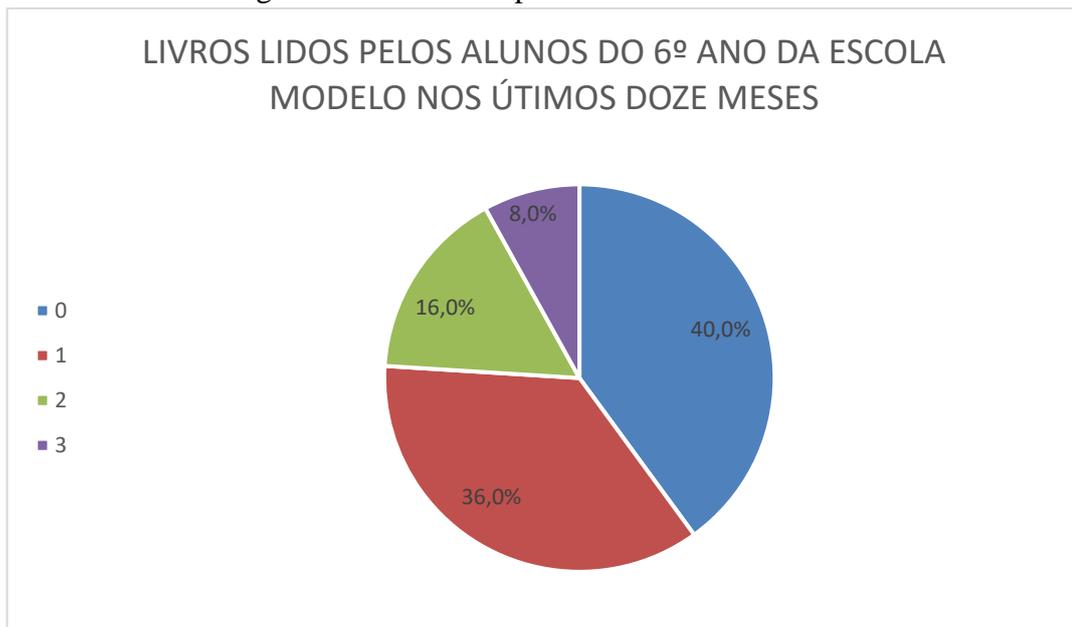
$$\text{Para } i = 4, \text{ temos: } x_4 = \frac{4}{25} \cdot 360^\circ \rightarrow x_4 = 57,6^\circ \text{ graus}$$

Para $i = 2$, temos: $x_2 = \frac{2}{25} \cdot 360^\circ \rightarrow x_2 = 28,8^\circ$ graus

Após o cálculo dos ângulos dos setores circulares foi construída uma circunferência utilizando o compasso e com o transferidor foi marcado os ângulos dos quatro setores circulares e pintados os setores de acordo com a legenda de cores criada anteriormente, a frequência relativa (rótulo de dados) pode ser colocada dentro do setor ou fora da circunferência com uma seta indicando a qual setor pertence aquele valor.

No gráfico de pizza da figura 7, podemos ver que a possibilidade de extração de algumas informações nesse tipo de gráfico é imediata, com uma simples soma já é possível dizer que 76% (setenta e seis por cento) dos alunos do sexto ano da Escola Modelo leram menos de dois livros nos últimos doze meses, isso faz com que esse tipo de gráfico seja bastante utilizado para variáveis discretas que queiram mostrar partes que somam um todo.

Figura 7 – Gráfico de pizza com base na tabela 3



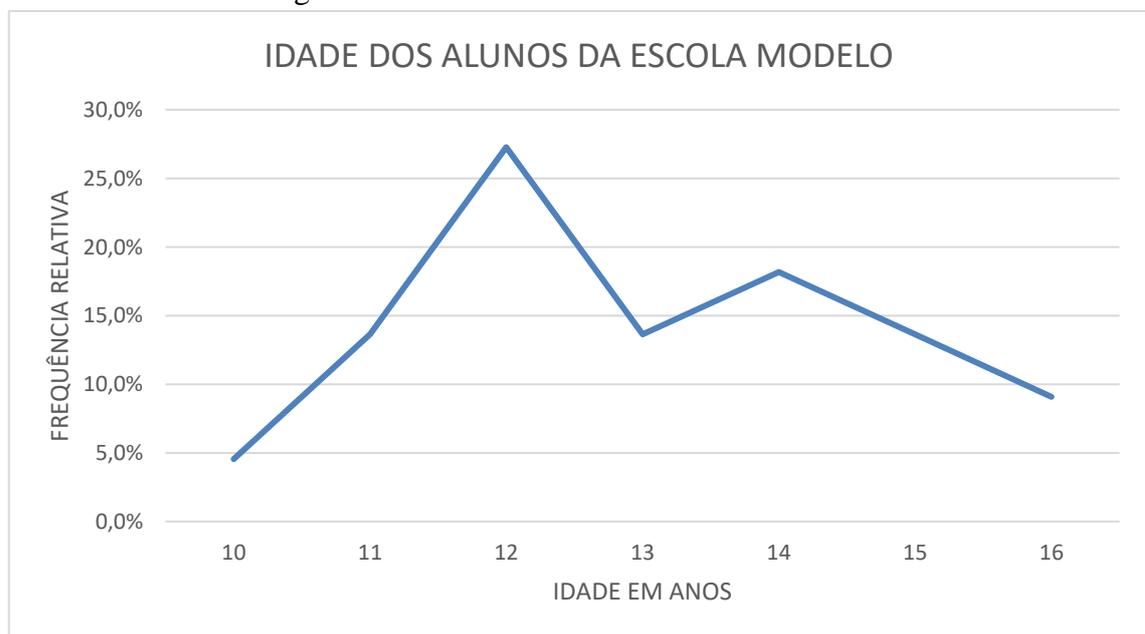
Fonte: Autoria própria (2024).

Passo 3: Construção de gráficos de linha

Para esse tipo de gráfico definimos o título para que indique a variável e a população que o mesmo representa, nomeamos os eixos coordenados de forma que a variável fique no eixo horizontal que será nomeado de idade em anos e a frequência no eixo vertical que será nomeado de frequência relativa. Da tabela 4 obtemos que as idades variam de 10 anos a 16 anos e a frequência relativa de maior porcentagem foi de 27,3%, portanto, vamos graduar o eixo

horizontal de 10 a 16 variando de uma em uma unidade e o eixo vertical de 0,0% a 30,0% variando de cinco em cinco pontos percentuais. Ainda da tabela 4, obtemos os seguintes pares ordenados: (10 anos; 4,5%); (11 anos; 13,6%); (12 anos; 27,3%); (13 anos; 13,6%); (14 anos; 14,2%); (15 anos; 13,6%); (16 anos; 9,1%). Após plotar os pontos referentes aos pares ordenados no plano cartesiano fazemos a ligação entre eles com segmentos de retas partindo da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda formando a linha que representa a evolução da frequência relativa ao longo da variação das idades dos alunos da Escola Modelo.

Figura 8 – Gráfico de linha com base na tabela 4



Fonte: Autoria própria (2024).

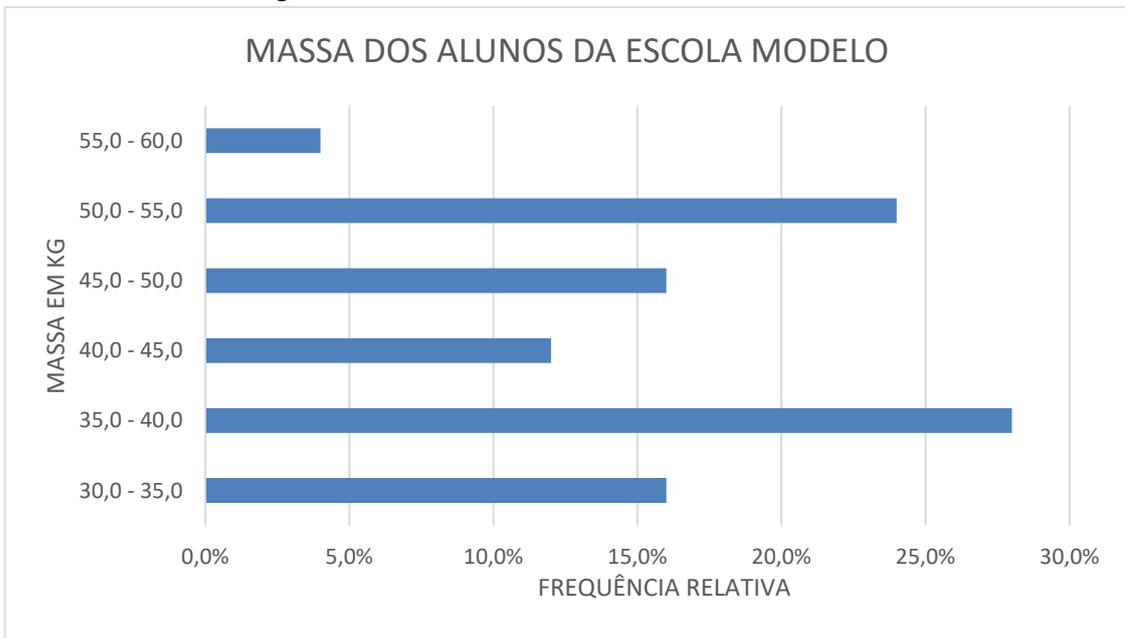
A fim de comparar a representação dos mesmos dados em diferentes tipos de gráficos, assim como definimos que os alunos devam construir os quatro tipos de gráficos para só após definir qual apresentar, vamos construir os quatro tipos anteriormente representados com base na tabela 6. Da referida tabela obtemos a variação da massa dos alunos de 30 kg a 60 kg, portanto no gráfico de barras o eixo vertical varia de cinco em cinco kg, enquanto que essa graduação no gráfico de colunas e no gráfico de linha é no eixo horizontal, o outro eixo em cada um dos três tipos de gráficos fica o eixo frequência relativa em porcentagem graduado de 0,0% a 30,0%, devido ter a maior frequência de 27,3%, variando de cinco em cinco pontos percentuais.

No gráfico de pizza, a legenda de cores para as classes de dados agrupados substitui a necessidade dos eixos coordenados e as informações são apresentadas em setores circulares proporcionais as frequências relativas de cada classe.

Com a construção dos quatro tipos de gráficos, podemos analisar qual deles deve ser utilizado para melhor representar os dados, de forma que, as informações necessárias para resolver os problemas de probabilidade e estatística, que serão apresentados na etapa seguinte, possam ser extraídas sem grandes dificuldades.

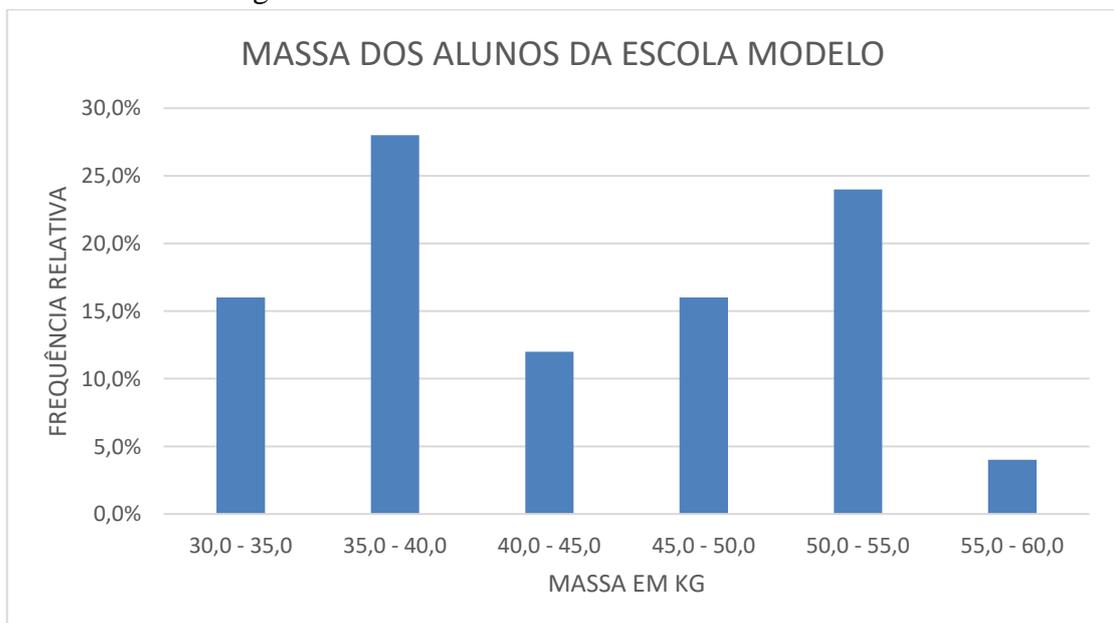
Veja a seguir os gráficos de barras, colunas, de pizza e de linha construídos com base nos dados da tabela 6.

Figura 9 – Gráfico de barras com base na tabela 6



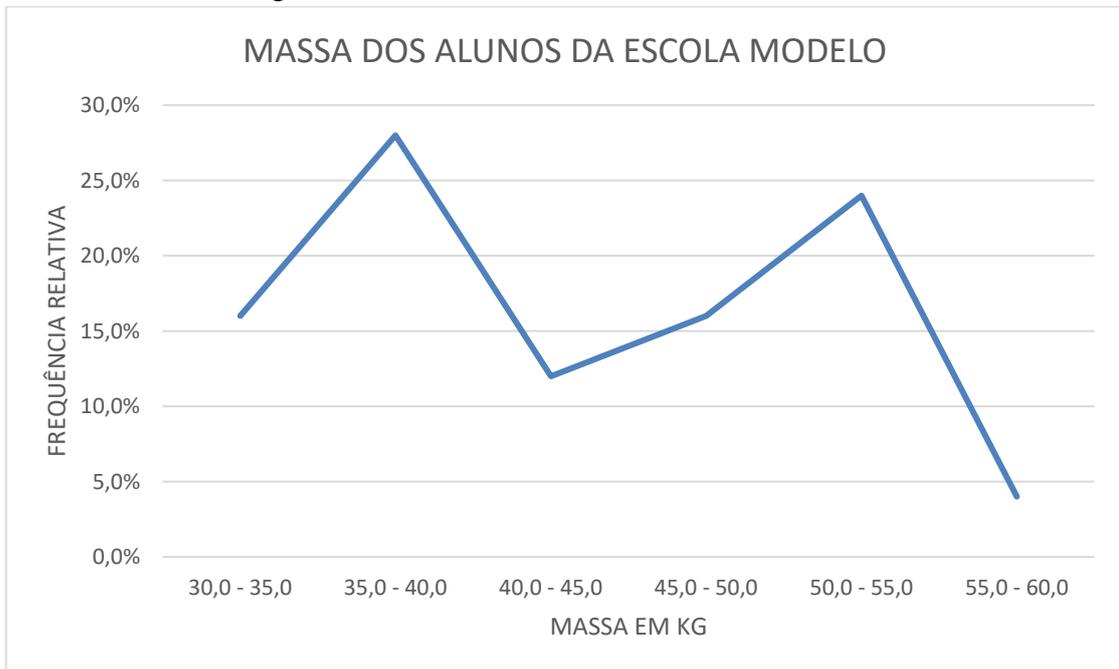
Fonte: Autoria própria (2024).

Figura 10 – Gráfico de colunas com base na tabela 6



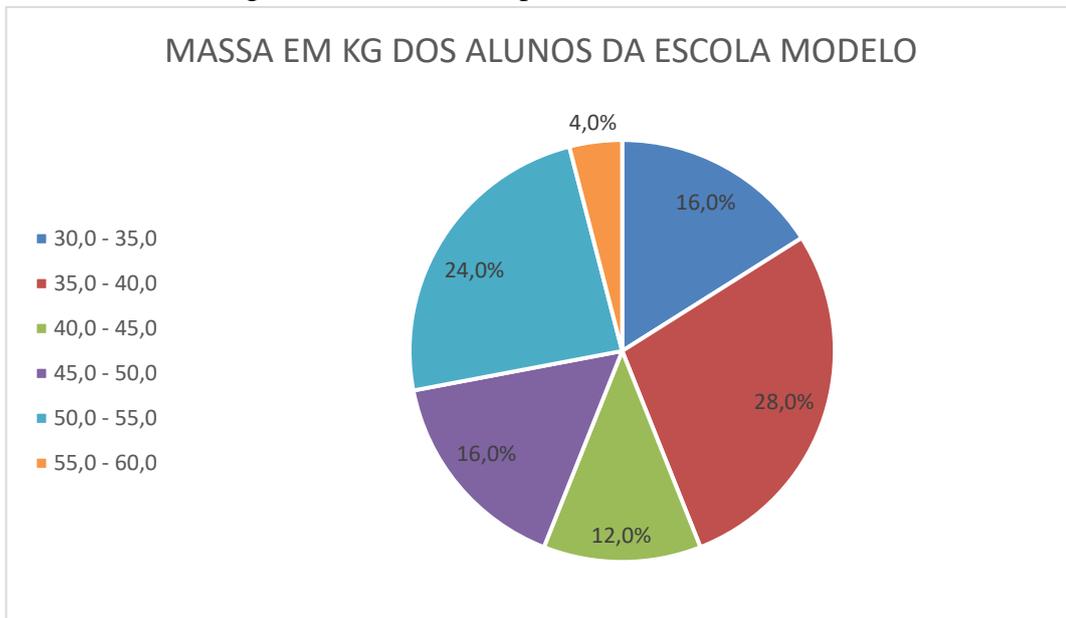
Fonte: Autoria própria (2024).

Figura 11 – Gráfico de linha com base na tabela 6



Fonte: Autoria própria (2024).

Figura 12 – Gráfico de pizza com base na tabela 6



Fonte: Autoria própria (2024).

Após a conclusão das construções de tabelas e gráficos por todos os grupos da turma em que a SD está sendo aplicada deverá ocorrer uma socialização dos resultados obtidos a fim de que todas as tabelas e gráficos construídos na turma sejam do conhecimento de todos e o professor(a) fará a organização da apresentação definindo a ordem dos grupos. É interessante que nesse momento os alunos falem sobre que tipo de tabela e/ou gráfico construíram, qual seu

tipo de pesquisa, qual variável e de que tipo pesquisaram, além de quais dificuldades foram encontradas.

Para finalizar, o professor(a) esclarecerá as dúvidas que por ventura ainda surjam, para que possa ir para a etapa 5, que será a avaliação do trabalho feito até o momento e que irá mensurar a eficiência da SD, bem como o desempenho e a participação de todos no processo de ensino e aprendizagem. Tal avaliação constará de dez problemas em que as respostas devem ser baseadas nas tabelas e/ou nos gráficos construídos pelos próprios alunos de forma que proporcione a visualização da aplicação da teoria na prática.

5.2.5 Etapa 5 - Atividade avaliativa - Resolução de problemas através das tabelas e dos gráficos construídos.

A atividade avaliativa será desenvolvida com situações problemas que utilizarão as tabelas e/ou os gráficos como fonte de consulta para proporcionar a interpretação e análise dos mesmos. Os dados apresentados de forma resumida possibilitam a imediata extração de informações em alguns casos, contudo a correta interpretação do problema e o conhecimento dos conceitos prévios são necessários para a correta resolução. Apresentamos a seguir alguns problemas como sugestão para aplicação nessa etapa da SD, cada problema tem uma análise interpretativa do comando e uma possível resolução, além de conceitos necessários para a correta resolução, contudo lembramos que as sugestões estão passíveis de adaptações a cada realidade escolar. Para esta etapa são necessárias duas aulas de 50 minutos, ou seja 1h40min.

Problema 1

Analise a tabela 2 (Seção 5.2.3 – Etapa 3) e determine o número modal, a mediana e a média de irmãos dos alunos da Escola Modelo.

Analisando o problema:

Moda: É a quantidade de irmãos de maior frequência;

Mediana: Para um conjunto de dados com quantidade par de termos, a mediana é a média aritmética simples entre os dois termos centrais;

Média Aritmética simples: É a soma dos produtos das idades por suas respectivas frequências dividido pela soma das frequências.

Resolução:

Moda:

A maior frequência absoluta é 7 que corresponde a 2 irmãos;

Mediana:

0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 4; 5.

0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 4; 5.

$$Me = \frac{2 + 2}{2}$$

$$Me = 2$$

Média:

$$M = \frac{0.6 + 1.4 + 2.7 + 3.3 + 4.1 + 5.1}{6 + 4 + 7 + 3 + 1 + 1}$$

$$M = \frac{0 + 4 + 14 + 9 + 4 + 5}{22}$$

$$M = \frac{36}{22}$$

$$M \cong 1,64$$

Resposta correta: Moda = 2 irmãos; mediana = 2 irmãos; média \cong 1,64 irmãos.

Problema 2

Analise a tabela 3 (Seção 5.2.3 – Etapa 3) e determine o número modal, a mediana e a média da quantidade de livros lidos pelos alunos do 6º ano da Escola Modelo nos últimos doze meses.

Analisando o problema:

Moda: É a quantidade de livros lidos de maior frequência;

Mediana: Para um conjunto de dados com quantidade ímpar de termos, a mediana é termo central;

Média Aritmética simples: É a soma dos produtos das quantidades de livros lidos por suas respectivas frequências dividido pela soma das frequências.

Resolução:

Moda:

A maior frequência absoluta é 10 que corresponde a 0 livros lidos;

Mediana:

0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 3; 3.

0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 3; 3.

$Me = 1$

Média:

$$M = \frac{0.10 + 1.9 + 2.4 + 3.2}{10 + 9 + 4 + 2}$$

$$M = \frac{0 + 9 + 8 + 6}{25}$$

$$M = \frac{23}{25}$$

$M = 0,92$

Resposta correta: Moda = 0 livros lidos; mediana = 1 livro lido; média = 0,92 livros lidos;

Problema 3

Analise a tabela 4 (Seção 5.2.3 – Etapa 3) e determine a idade modal, a mediana e a média das idades dos alunos da Escola Modelo.

Analisando o problema:

Moda: É a idade de maior frequência;

Mediana: Para um conjunto de dados com quantidade par de termos, a mediana é a média aritmética simples entre os dois termos centrais;

Média Aritmética simples: É a soma dos produtos das idades por suas respectivas frequências dividido pela soma das frequências.

Resolução:

Moda:

A maior frequência absoluta é 6 que corresponde a 12 anos;

Mediana:

10; 11; 11; 11; 12; 12; 12; 12; 12; 12; 12; 13; 13; 13; 14; 14; 14; 14; 15; 15; 15; 16; 16.

10; 11; 11; 11; 12; 12; 12; 12; 12; 12; 13; 13; 13; 14; 14; 14; 14; 15; 15; 15; 16; 16.

$$Me = \frac{13 + 13}{2}$$

$$M = \frac{26}{2}$$

$$Me = 13$$

Média:

$$M = \frac{10.1 + 11.3 + 12.6 + 13.3 + 14.4 + 15.3 + 16.2}{1 + 3 + 6 + 3 + 4 + 3 + 2}$$

$$M = \frac{10 + 33 + 72 + 39 + 56 + 45 + 32}{22}$$

$$M = \frac{287}{22}$$

$$M = 13,05$$

Resposta correta: Moda = 12 anos; mediana = 13 anos; média = 13,05 anos;

Problema 4

Analise a tabela 5 (Seção 5.2.3 – Etapa 3) e determine a altura modal e a média das alturas dos alunos da Escola Modelo.

Analisando o problema:

Na tabela 05 temos os dados agrupados em classes, nesse caso temos:

Moda: Identificamos a classe modal (de maior frequência) e calculamos a moda como sendo o ponto médio da classe modal;

Média Aritmética simples: Primeiramente calculamos os pontos médios das classes. A média é a soma dos produtos dos pontos médios das classes por suas respectivas frequências dividido pela soma das frequências.

Resolução:

Moda:

Classe modal é a classe 1,54 †1,65, pois tem a frequência igual a 8 que é a maior frequência dos dados.

O ponto médio da classe 1,54 †1,65 é:

$$\frac{1,65 + 1,54}{2} = 1,595$$

Aproximadamente 1,60 m

Média:

Seja M_i a média da classe i temos:

$$M_1 = \frac{1,10 + 1,21}{2} \rightarrow M_1 = 1,155$$

$$M_2 = \frac{1,21 + 1,32}{2} \rightarrow M_2 = 1,265$$

$$M_3 = \frac{1,32 + 1,43}{2} \rightarrow M_3 = 1,375$$

$$M_4 = \frac{1,43 + 1,54}{2} \rightarrow M_4 = 1,485$$

$$M_5 = \frac{1,54 + 1,65}{2} \rightarrow M_5 = 1,595$$

$$M = \frac{1,155.3 + 1,265.3 + 1,375.5 + 1,485.3 + 1,595.8}{3 + 3 + 5 + 3 + 8}$$

$$M = \frac{3,465 + 3,795 + 6,875 + 4,455 + 12,760}{22}$$

$$M = \frac{31,35}{22}$$

$$M = 1,425 \text{ m}$$

Aproximadamente 1,42 m

Resposta correta: Moda = 1, 60 metros; média \cong 1, 42 metros;

Problema 5

Analise a tabela 6 (Seção 5.2.3 – Etapa 3) e determine a massa modal e a média das massas dos alunos do 7º ano da Escola Modelo.

Analisando o problema:

Na tabela 06 temos os dados agrupados em classes, nesse caso temos:

Moda: Identificamos a classe modal (de maior frequência) e calculamos a moda como sendo o ponto médio da classe modal;

Média Aritmética simples: Primeiramente calculamos os pontos médios das classes. A média é a soma dos produtos dos pontos médios das classes por suas respectivas frequências dividido pela soma das frequências.

Resolução:

Moda:

Classe modal é a classe 35,0 † 40,0, pois tem a frequência igual a 7 que é a maior frequência dos dados.

O ponto médio da classe 35,0 † 40,0 é:

$$\frac{35,0 + 40,0}{2} = 37,5$$

Média:

Seja M_i a média da classe i temos:

$$M_1 = \frac{30,0 + 35,0}{2} \rightarrow M_1 = 32,5$$

$$M_2 = \frac{35,0 + 40,0}{2} \rightarrow M_2 = 37,5$$

$$M_3 = \frac{40,0 + 45,0}{2} \rightarrow M_3 = 42,5$$

$$M_4 = \frac{45,0 + 50,0}{2} \rightarrow M_4 = 47,5$$

$$M_5 = \frac{50,0 + 55,0}{2} \rightarrow M_5 = 52,5$$

$$M_6 = \frac{55,0 + 60,0}{2} \rightarrow M_6 = 57,5$$

$$M = \frac{32,5 \cdot 4 + 37,5 \cdot 7 + 42,5 \cdot 3 + 47,5 \cdot 4 + 52,5 \cdot 6 + 57,5 \cdot 1}{4 + 7 + 3 + 4 + 6 + 1}$$

$$M = \frac{130,0 + 262,5 + 127,5 + 190,0 + 315,0 + 57,5}{25}$$

$$M = \frac{1081,5}{25}$$

$$M = 43,3 \text{ kg}$$

Resposta correta: Moda = 37,5 kg; média = 43,3 kg;

Problema 6

Com base no gráfico da figura 5 (Seção 5.2.4 – Etapa 4) é correto o que se afirma em?

- (a) Menos de 9% dos alunos tem entre 4 e 5 irmãos.
- (b) O percentual de alunos que tem entre 1 e 2 irmãos é de 50%.
- (c) O percentual dos alunos que tem mais de 2 irmãos é 25%.

(d) Menos de 75% dos alunos tem 3 irmãos ou menos.

Analisando o problema:

Nesse problema uma estratégia possível é somar as porcentagens referentes as quantidades de irmãos indicadas em cada item e verificar se é igual ao percentual afirmado.

Resolução:

Para o item (a) temos: 4 irmãos = 4,5% e 5 irmãos = 4,5%, assim com 4 e 5 irmãos temos $4,5\% + 4,5\% = 9,0\%$ (F)

Para o item (b) temos: 1 irmãos = 18,2% e 2 irmãos = 31,8%, assim com 1 e 2 irmãos temos $18,2\% + 31,8\% = 50,0\%$ (V)

Para o item (c) temos: 3 irmãos = 13,6%; 4 irmãos = 4,5% e 5 irmãos = 4,5%, assim com 3, 4 e 5 irmãos temos $13,6\% + 4,5\% + 4,5\% = 22,6\%$ (F)

Para o item (d) temos: 0 irmãos = 27,3%; 1 irmãos = 18,2% e 2 irmãos = 31,8%, assim com 0, 1 e 2 irmãos temos $27,3\% + 18,2\% + 31,8\% = 77,3\%$ (F)

Resposta correta: Alternativa B.

Problema 7

Com base no gráfico da figura 5 (Seção 5.2.4 – Etapa 4), escolhendo um aluno(a) ao acaso é correto o que se afirma em:

- (a) A probabilidade de ele ter mais de três irmãos é de 13,6%.
- (b) A probabilidade de ele ter mais de três irmãos é de 10,0%.
- (c) A probabilidade de ele ter mais de três irmãos é de 9,0%.
- (d) A probabilidade de ele ter mais de três irmãos é de 4,5%.

Analisando o problema:

Nesse problema uma estratégia possível é somar as porcentagens referentes as quantidades de irmãos que são maiores do que três, nesse caso quatro e cinco irmãos.

Resolução:

A probabilidade de sair um aluno que tenha quatro irmãos é de 4,5%

A probabilidade de sair um aluno que tenha cinco irmãos é de 4,5%

Assim com 4 e 5 irmãos temos $4,5\% + 4,5\% = 9,0\%$.

Resposta correta: Alternativa C.

Problema 8

Com base no gráfico da figura 8 (Seção 5.2.4 – Etapa 4), escolhendo um aluno(a) ao acaso, qual a probabilidade de ele ter lido ao menos um livro nos últimos doze meses?

Analisando o problema:

Nesse problema devemos somar as porcentagens referentes a todas as quantidades de livro lidos maiores do que zero, ou seja, que se referem a 1, 2 ou 3 livros lidos nos últimos doze meses.

Resolução:

Alunos que leram um livro nos últimos doze meses = 36%;

Alunos que leram dois livros nos últimos doze meses = 16%;

Alunos que leram três livros nos últimos doze meses = 8%;

Portanto a probabilidade pedida é dada por:

$$36\% + 16\% + 8\% = 60\%$$

Resposta correta: 60%.

Problema 9

Será escolhido ao acaso um aluno da Escola Modelo para participar de uma competição, em tal competição quanto maior a estatura do participante maior são as chances de ganhar a disputa, com base no gráfico da figura 7 (Seção 5.2.4 – Etapa 4), qual a probabilidade de ser escolhido um aluno(a) com pelo menos 1,43 m de altura?

Analisando o problema:

Nesse problema devemos somar as porcentagens referentes a todas as classes a partir da classe que inicia com altura 1,43 até a classe de maior altura.

Resolução:

Classe 1,43 – 1,54 = 13,6%;

Classe 1,54 – 1,65 = 36,4%;

Portanto a probabilidade pedida é dada por:

$$13,6\% + 36,4\% = 50\%$$

Resposta correta: 50%.

Problema 10

Escolhendo um aluno(a) ao acaso com base no gráfico da figura 10 (Seção 5.2.4 – Etapa 4), qual a probabilidade de ser escolhido um aluno(a) com massa inferior a 50 kg?

Analisando o problema:

Nesse problema devemos somar as porcentagens referentes a todas as classes inferiores e a que tem limite superior de 50 kg.

Resolução:

Classe 30,0 – 35,0 = 16,0%;

Classe 35,0 – 40,0 = 28,0%;

Classe 40,0 – 45,0 = 12,0%;

Classe 45,0 – 50,0 = 16,0%;

Portanto a probabilidade pedida é dada por:

$$16,0\% + 28,0\% + 12,0\% + 16,0\% = 72,0\%$$

Resposta correta: 72,0%.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A elaboração de uma sequência didática dedicada ao ensino e aprendizagem da Matemática é uma tarefa complexa, pois exige bastante conhecimento sobre as metodologias que embasam a construção dessa ferramenta de ensino. Compreendendo tal concepção, esta pesquisa teve como objetivo geral elaborar uma SD para aplicação dos conteúdos de probabilidade e estatística no ensino da matemática para os anos finais do Ensino Fundamental de forma que as atividades sejam sequenciadas e que cada uma seja pré-requisito para a subsequente, tornando o aluno capaz de coletar dados estatísticos e organizá-los em uma tabela de frequência, bem como em um gráfico e interpretar os dados de forma que possibilite resolver problemas extraindo informações das tabelas e/ou dos gráficos construídos.

Para alcançar os objetivos dessa pesquisa a proposta foi fundamentada no método de aprendizagem baseada em problemas. Para isso, foi realizado um aprofundamento teórico a respeito da resolução de problemas como método de aprendizagem em matemática, assim como sobre os assuntos dispostos na BNCC para o 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, além do ensino de matemática e os pressupostos da metodologia de ensino aqui proposta.

Construímos uma SD, com base no modelo desenvolvido por Zabala (1998), o qual propôs em seu trabalho um modelo geral, onde o professor(a) faz a construção das etapas adaptando a sua realidade. Assim, nesta pesquisa, foi realizada a adaptação para o ensino de probabilidade e estatística. A proposta foi dividida em cinco etapas, fartamente descritas em seções anteriores. Todas estas etapas estão interligadas entre si, de forma que, quando seguidas, vão evoluindo gradativamente no que diz respeito a aprendizagem de conceitos e aplicações alcançando os objetivos específicos a cada passo.

Conclui-se que a aplicação da SD proporciona a possibilidade de ir evoluindo gradativamente na aquisição de habilidades e competências previstas na BNCC e que os alunos quando envolvidos nas etapas, coletando os dados, construindo as tabelas e os gráficos, além de interagir em grupo, são incentivados a desenvolver uma maior autonomia, fazendo-os resolver problemas e tomar decisões, atitudes importantes para a vida em sociedade.

Importante destacar que o método de avaliação, proposto na última etapa da SD, traz uma abordagem geral de todas as etapas anteriores. É o momento em que o aluno poderá ser avaliado em relação a sua aprendizagem a partir da possibilidade de aplicar os conceitos adquiridos no decorrer da execução da sequência, além disso, o trabalho docente e a eficiência da proposta também estão sendo avaliados. Os problemas dispostos na avaliação requerem, dos alunos, que tenham adquirido os conhecimentos objetivados na execução das etapas anteriores.

A construção desta ferramenta como produto didático demonstrou que o uso das metodologias ativas coloca os alunos como centro do processo de aprendizagem, o que é importante para que construam seu próprio conhecimento e participem ativamente através da elaboração de materiais, colaboração de equipes e reflexão crítica.

Destaca-se, ainda, que a SD pode ser aplicada em diversas realidades escolares, desde em escolas que disponham de recursos digitais como laboratório de informática, laboratório de matemática até escolas que não tenham disponível esses recursos, para isso é necessário apenas os materiais descritos em cada etapa e que são de fácil aquisição, tais materiais estão presentes na rotina escolar dos alunos e professores.

Por fim deixo esta SD como proposta de aplicação para o ensino de probabilidade e estatística sugerindo conforme estabelecido em cada etapa a execução em nove aulas de 50 minutos e espero que os colegas professores(as) de matemática obtenham sucesso na implementação desta ferramenta.

REFERÊNCIAS

ABAD, Alberto; ABAD, Thais Marques. Análise de conteúdo na pesquisa qualitativa. **Alternativas cubanas en Psicología**, v. 10, p. 28, 2022. Disponível em: acupsi.org/wp-content/uploads/2022/03/03-Analisis-contenido-AAbad-TMarques.pdf Acesso em: 2 dez. 2023.

ARAÚJO, Francisco Cleuton de. Estatística na BNCC: proposta de atividades para os anos finais do ensino fundamental. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, n. 1, p. 1044-1050, 2021. Disponível em: ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/22609/18105 Acesso em: 3 jul. 2023.

ASSUNÇÃO, Jeneffer Araújo; MOREIRA, Marco Antônio; SAHELICES, Concesa Caballero. Aprendizagem significativa: resolução de problemas e implicações para aprendizagem de função. **Aprendizagem Significativa em Revista**, v. 8, p. 30-44, 2018. Disponível em: www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID157/v8_n2_a2018.pdf Acesso em: 12 jun. 2023.

ASSUNÇÃO, Jeneffer de Araújo. **A resolução de problemas como metodologia de ensino no conteúdo de função afim fundamentada na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel**. 2015. 145f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências). Universidade Estadual de Roraima. Boa Vista: UERR, 2015. Disponível em: w3.dmat.ufrb.br/hector/ProdutoJeneffer.pdf Acesso em: 3 jul. 2023.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini: 8º ano**. Manual do Professor / Edwaldo Bianchini. -- 10. Ed. -- São Paulo: Moderna, 2022.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini: 9º ano**. Manual do Professor / Edwaldo Bianchini. -- 10. Ed. -- São Paulo: Moderna, 2022.

BOROCHOVICIUS, Eli; TORTELLA, Jussara Cristina Barboza. Aprendizagem Baseada em Problemas: um método de ensino-aprendizagem e suas práticas educativas. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, Rio de Janeiro, v. 22, n. 83, p. 263-294, jun. 2014. Disponível em: www.scielo.br/pdf/ensaio/v22n83/a02v22n83.pdf. Acesso em: 15 jun. 2023.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. (1997). **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, Ensino de 1a à 4a série. Brasília, MEC/ SEF.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. Disponível em: portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf Acesso em: 13 jun. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

Disponível em:

basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf Acesso em: 23 jun. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Lei nº. 9394/96. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Brasília - DF, 1996. Disponível em: www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm Acesso em: 2 jul. 2023.

CABRAL, N. F. **Sequências didáticas: estrutura e elaboração**. Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017. Disponível em: http://repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/1760/1/Dissertacao_PapelInteracoesProfessoraluno.pdf>. Acesso em: 2 fev. 2024.

CARNEIRO, Débora Vieira de Souza. **A matemática em ação no ensino superior: possibilidades por meio do problem-based learning**. 2021. 300f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2021. Disponível em: repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/216613/souzacarneiro_dv_dr_rcla.pdf?sequence=3&isAllowed=y Acesso em: 6 jun. 2023.

COSTA, Renato Pinheiro da; SOUSA, Camila; CORDEIRO, Leonardo Zenha. O ensino de Matemática na Base Nacional Comum Curricular nos anos finais do Ensino Fundamental. **Ensino em Re-Vista**, v. 27, n. 2, p. 572-594, 2020. Disponível em: seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/54062/28705. Acesso em: 5 mai. 2023.

DIAS, João Valdir. BNCC: Educação Infantil. **Redin-Revista Educacional Interdisciplinar**, v. 8, n. 1, 2019. Disponível em: seer.faccat.br/index.php/redin/article/view/1474. Acesso em: 5 mai. 2023.

CRUZ, Jéssica de França Dourado; FERREIRA, Joubert Lima. O ensino e a aprendizagem de gráficos e tabelas na educação básica a partir de uma revisão sistemática de literatura (2009-2019). **EM TEIA-Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 13, n. 2, p. 1-31, 2022. Disponível em: funes.uniandes.edu.co/32532/. Acesso em: 04 out. 2023.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Teláris Essencial** [livro eletrônico]: Matemática: 8º ano. 1. ed. -- São Paulo: Ática, 2022.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Teláris Essencial** [livro eletrônico]: Matemática: 9º ano. 1. ed. -- São Paulo: Ática, 2022.

DIAS, Gabriele Leandro. **Língua portuguesa: gráficos**. 2023. Disponível em: sme.goiania.go.gov.br/conexaoescola/ensino_fundamental/lingua-portuguesa-graficos/ Acesso em: 15 out. 2023.

EDEPORTO. **Tabela do exemplo presente no artigo**. 2017. Disponível em: pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Tabela_exemplo_B.svg. Acesso em: 15 out. 2023.

ERICEIRA, Thiago Brandão *et al.* O ensino de matemática no ensino fundamental anos finais sob a luz da BNCC: métodos e práticas pedagógicas Teaching mathematics in the final years of elementary school in light of the BNCC: methods and pedagogical practices. **Brazilian Journal of Development**, v. 8, n. 5, p. 35651-35660, 2022.

ESCOBAR, Renato Diegues. **Estatística computacional**. Aula 1: resumo de dados. 2019. Disponível em: docplayer.com.br/84401069-Estatistica-computacional-aula-1-resumo-de-dados.html Acesso em: 12 jan. 2024.

FERNANDES, José António; BATANERO, Carmen; GEA, María M. Escolha e aplicação de métodos estatísticos por futuros professores dos primeiros anos. **Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística**, 2019. Disponível em: digibug.ugr.es/handle/10481/55213 Acesso em: 15 out. 2023.

FERNANDES, Rúbia Juliana Gomes; SANTOS JUNIOR, Guataçara dos; PEREIRA, Rudolph dos Santos Gomes. Ensino e aprendizagem de gráficos e tabelas nos anos iniciais de escolarização. **UNIÓN-Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v. 13, n. 50, 2017. Disponível em: revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/416. Acesso em: 04 out. 2023.

GOMES, Pedro César Tebaldi. **Tipos de gráficos**: principais formas de visualização de dados. Datageeks, 2019. Disponível em: www.datageeks.com.br/tipos-de-graficos/ Acesso em: 15 out. 2023.

GUIMARÃES, Gilda Lisbôa; GITIRANA, V.; ROAZZI, Antônio. Interpretando e construindo gráficos. **Anais da 24a Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa-ANPED**, 2001.

GUIMARÃES, Gilda; GITIRANA, Verônica; CAVALCANTI, Milka; MARQUES, Mabel. Livros Didáticos de Matemática nas Séries Iniciais: análise das atividades sobre gráficos e tabelas. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, v. 9, p. 1-17, 2007. Disponível em: www.researchgate.net/profile/Gilda-Guimaraes/publication/305116276_Livros_Didaticos_de_Matematica_nas_Series_Iniciais_analise_das_atividades_sobre_graficos_e_tabelas/links/578cda5408ae59aa668149ce/. Acesso em: 16 out. 2023.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade** [livro eletrônico] : 8º ano. 10. ed. - - São Paulo : Saraiva Educação S.A., 2022.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade** [livro eletrônico] : 8º ano. 10. ed. - - São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.

KLEIN, Delci Heinle; FRÖHLICH, Marcelo Augusto; KONRATH, Raquel Dilly. Base Nacional Comum Curricular–BNCC: documento em análise. **Revista Acadêmica Licenciatura**, v. 4, n. 1, p. 65-70, 2016.

LIMA, Samya Oliveira de; LIMA, Reinaldo Feio; SILVA, Ady Wallace Jaques; GIORDANO, Cassio Cristiano. **Ensino de Estatística, Probabilidade e Combinatória na Educação Básica**. Revista Baiana de Educação Matemática, v. 3, n. 01, 2022. Disponível em: www.revistas.uneb.br/index.php/baeducmatematica/article/view/15640 Acesso em: 22 jun. 2023.

LOPES, Celi Espasandin. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos Cedex**, v. 28, p. 57-73, jan./abr. 2008. Disponível em: www.scielo.br/j/ccedes/a/gwfKW9py5dMccvmbqyPP8bk/?format=pdf&lang=pt Acesso em: 22 jun. 2023.

MONTEIRO, Roberta Borges; LARANJEIRA, Suyanne Rodrigues Alves; ANDRADE, Leyde Dayane Martinho de; RIBEIRO NETO, Jucicleia Gomes. **Contribuição da resolução**

de problemas como metodologia de ensino de matemática. REAMEC-Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, v. 8, n. 2, p. 57-68, 2020. Disponível em: periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/9396 Acesso em: 12 jun. 2023.

MOROSO, Patrícia. **Transição dos anos iniciais para os anos finais do ensino fundamental: os conhecimentos mobilizados por licenciandos em matemática.** 2019. 43f. Monografia (Licenciatura em Pedagogia). Universidade Federal da Fronteira Sul. Chapecó, SC, 2019. Disponível em: <https://rd.uffrs.edu.br/handle/prefix/5334> Acesso em: 15 dez. 2023.

RÉBULA, Uanderson. **Tabelas e gráficos. O que são? Para que servem?** 2018. Disponível em: profes.com.br/aulasdeestatistica/blog/tabelas-e-graficos-o-que-sao-para-que-servem Acesso em: 15 out. 2023.

SAMÁ, Suzi; SILVA, Rejane Conceição Silveira da. Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da Base Nacional Comum Curricular. **ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática**, v. 28, p. 1-21, 2020. Disponível em: funes.uniandes.edu.co/29328/. Acesso em: 03 out. 2023.

SANTOS, Maria José Costa dos. O currículo de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental na base nacional comum curricular (BNCC): os subalternos falam? **Horizontes**, v. 36, n. 1, p. 132-143, 2018.

SANTOS, Dilce Melo; OLIVEIRA, Isis Fabiana de Souza; PASSOS, Andreia Nascimento; OLIVEIRA, Pedro Lucas da Cruz de. Transição do Ensino Fundamental II para o Ensino Médio: uma visão sociocognitiva da ansiedade. **CAMINHOS DA EDUCAÇÃO diálogos culturais e diversidades**, v. 5, n. 1, p. 01-15, 2023. Disponível em: periodicos.ufpi.br/index.php/cedsd/article/view/4002 Acesso em: 16 dez. 2023.

SAYAO, Miriam. **Tipos de gráficos.** Help Online, 2015. Disponível em: https://www.inf.pucrs.br/~cnunes/ferramentas/Aulas/tipos_de_graficos.pdf Acesso em: 13 out. 2023.

SOUSA, Helliton Maia. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática.** 2015. 57f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Santarém, 2015. Disponível em: repositorio.ufopa.edu.br/jspui/bitstream/123456789/396/1/Disserta%20a7%20a3o_AResolu%20deProblemas.pdf Acesso em: 16 jun. 2023.

UGALDE, Maria Cecília Pereira; ROWEDER, Charlys. Sequência didática: uma proposta metodológica de ensino-aprendizagem. **Educitec-Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico**, v. 6, p. e99220-e99220, 2020. Disponível em: scholar.archive.org/work/jxfs3t43p5hzjfb2t7izdhtua/access/wayback/https://sistemascmc.ifa.m.edu.br/educitec/index.php/educitec/article/download/992/506 Acesso em: 2 dez. 2023.

ZABALA, Antoni. As sequências didáticas e as sequências de conteúdo. In **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: Artmed, 1998, p. 53-87. Disponível em: ava.pr2.uerj.br/course/view.php?id=253#section-4 Acesso em: 11 jan. 2024.