UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Mayco Douglas Lima de Sales

Análise e Solução de questões de Geometria do SAEPE: Um Estudo para Aprimorar o Ensino de Geometria no 3º ano do Ensino Médio

RECIFE
2023

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Mayco Douglas Lima de Sales

Análise e Solução de questões de Geometria do SAEPE: Um Estudo para Aprimorar o Ensino de Geometria no 3º ano do Ensino Médio

Dissertação de mestrado apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Eudes Mendes Barboza
Coorientador: Prof. Dr. Thiago Yukio Tanaka

RECIFE
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S163a Sales, Mayco Douglas Lima de
Análise e Solução de questões de Geometria do SAEPE: Um Estudo para Aprimorar o Ensino de Geometria no 3º ano do Ensino Médio / Mayco Douglas Lima de Sales. - 2024.
112 f. : il.

Orientador: Eudes Mendes Barboza.
Inclui referências e anexo(s).

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Recife, 2024.

1. Avaliação Externa. 2. Geometria. 3. SAEPE. 4. Proficiência em Matemática. 5. Descritores. I. Barboza, Eudes Mendes, orient. II. Título

CDD 510

MAYCO DOUGLAS LIMA DE SALES

Análise e Solução de questões de Geometria do SAEPE: Um Estudo para Aprimorar o Ensino de Geometria no 3º ano do Ensino Médio

Trabalho apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT do Departamento de Matemática da UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Aprovado em 27/03/2024

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Eudes Mendes Barboza (Orientador)– UFRPE

Prof. Dr. Eduardo Gonçalves dos Santos– DM/UFPB

Prof. Dr. Marcelo Pedro dos Santos– PROFMAT/UFRPE

À minha amada esposa Leidemere Silva de Sales, que tem sido não apenas minha companheira amorosa e fonte inabalável de apoio, mas também uma mãe exemplar para nossos filhos. Sua dedicação, carinho e amor incondicional têm sido alicerces sólidos em nossas vidas, guiando-nos com sabedoria e ternura a cada passo do caminho, sendo minha inspiração constante ao longo desta jornada acadêmica. Seu amor, paciência e compreensão foram fundamentais para mim. Este trabalho é dedicado a você em profundo amor eterno.

Aos meus preciosos filhos, cuja alegria e presença iluminaram os dias de estudo e me motivaram a buscar sempre o melhor. Que este trabalho seja um testemunho do meu compromisso em proporcionar um futuro melhor para vocês.

À memória eterna da minha querida mãe, Rosimar Lima de Sales, cujo amor e ensinamentos moldaram o homem que sou hoje. Embora fisicamente ausente, seu espírito e sua orientação continuam a me guiar a cada passo.

Ao meu pai, Neilson Carlos de Sales, cuja resiliência e força durante o período difícil de cuidar de dois filhos homens, um adolescente e uma criança, após o falecimento da minha mãe, me fizeram admirá-lo ainda mais. Mesmo morando distante, seu exemplo de determinação e amor inabalável pela família continuam a inspirar-me diariamente.

E, acima de tudo, agradeço ao meu Senhor, meu Deus, por Sua graça abundante, Sua orientação divina e Sua misericórdia infindável ao longo deste percurso. Sem Sua presença e sustento, esta conquista não seria possível. Este trabalho é dedicado a vocês, meus amores, minha família, e ao meu Deus, em gratidão e amor profundos.

Agradecimentos

Gostaria de expressar minha profunda gratidão e reconhecimento a todas as pessoas e instituições que contribuíram de maneira significativa para a realização deste trabalho:

Ao Dr. Eudes Mendes Barboza, meu orientador, por sua orientação habilidosa, apoio incansável e sabedoria compartilhada ao longo deste percurso acadêmico. Sua orientação foi fundamental para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao IMPA, à SBM e à UFRPE, pelo programa PROFMAT, por proporcionarem a oportunidade de aprimorar meus conhecimentos e habilidades acadêmicas, enriquecendo assim minha jornada de estudos.

Agradeço calorosamente aos meus colegas de curso. Aos que estiveram ao meu lado nos momentos finais deste processo, Brianne, Eduardo, Fabiana e Flávia, pelo apoio mútuo e pelo espírito colaborativo demonstrado em nossa jornada acadêmica. Em especial, agradeço aos amigos Eliton Mendes, Fábio Ferreira, João Paulo Amorim e Ricardo Felipe, cujo apoio, colaboração e incentivo foram inestimáveis durante todo o curso. Suas contribuições foram fundamentais para minha formação acadêmica e crescimento pessoal.

À professora Dr.ª Elisângela Bastos de Mélo Espíndola, pelo seu apoio e orientação valiosos, que contribuíram significativamente para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu amigo Dr. Thiago Muniz de Souza, pelo seu constante incentivo e apoio, que foram fontes de inspiração ao longo desta jornada.

Ao meu ex-gestor, Ezio Ferreira, por seu apoio inicial e suporte durante os primeiros passos deste curso, os quais foram fundamentais para o meu progresso acadêmico.

À dona Dulce, avó da minha esposa, pela sua paciência, amor e apoio contínuo ao longo deste processo.

Ao ministério de louvor, do qual faço parte junto com Carlos, Marília, Vinícius e Talita, agradeço pelo apoio em oração e pelo encorajamento espiritual ao longo deste caminho.

Ao pastor Paulo Jean e aos demais membros da igreja, cujas orações e apoio espiritual foram uma fonte constante de força e conforto durante este período desafiador.

A todos vocês, minha mais sincera gratidão por fazerem parte desta jornada e por tornarem possível a realização deste trabalho.

“Ele virá num piscar de olhar
E quem estiver pronto, com ele irá
Na sua glória com ele morar
Ele vem, Ele vem¡‘
(Gabriel Guedes, Canção Ele Vem)

Resumo

O SAEPE (Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco) é composto pelas áreas do conhecimento de Língua Portuguesa e Matemática, que engloba diversos temas, incluindo Geometria e tem como objetivo monitorar o desempenho dos estudantes da Educação Básica no Estado. A avaliação é realizada anualmente e avalia os estudantes do 2º, 5º e 9º ano do Ensino Fundamental, bem como do 3º ano do Ensino Médio. Observamos que os estudantes do 3º ano do Ensino Médio têm enfrentado dificuldades no Eixo de Geometria e isso tem refletido no desempenho dessa Avaliação. Com o objetivo de investigar as questões de Geometria do SAEPE nos anos de 2019, 2021 e 2022, identificando as principais dificuldades enfrentadas pelos estudantes relativas a este eixo e propor estratégias para aprimorar a aprendizagem, para desenvolver as habilidades requeridas pelo Currículo de Pernambuco e, consequentemente, melhorar os resultados destes estudantes no SAEPE. Ao analisar as questões, identificamos os Descritores do SAEPE que são abordados em cada avaliação, apresentamos soluções para cada questão, e propondo sequências didáticas sobre os temas de Geometria mais recorrentes nas provas dos anos analisados a fim de contribuir com professores para o desenvolvimento da aprendizagem deste eixo em sala de aula.

Palavras-chave: Avaliação Externa; Geometria; SAEPE; Proficiência em Matemática; Descritores.

Abstract

The SAEPE (Evaluation System of Basic Education of Pernambuco) is composed of the knowledge areas of Portuguese Language and Mathematics, which encompass various themes, including Geometry, and aims to monitor the performance of Basic Education students in the state. The assessment is conducted annually and evaluates students in the 2nd, 5th, and 9th grades of Elementary School, as well as the 3rd year of High School. We have observed that students in the 3rd year of High School have been facing difficulties in the Geometry Axis, and this has been reflected in their performance in this Assessment. With the aim of investigating the Geometry issues of SAEPE in the years 2019, 2021, and 2022, identifying the main difficulties faced by students regarding this axis, and proposing strategies to improve learning, to develop the skills required by Pernambuco's curriculum, and consequently, to improve the results of these students in SAEPE. Upon analyzing the questions, we identified the SAEPE Descriptors addressed in each assessment, presented solutions for each question, and proposed didactic sequences on the most recurring Geometry topics in the exams of the analyzed years in order to contribute to teachers' development of learning in this axis in the classroom.

Keywords: External Assessment; Geometry; SAEPE; Proficiency in Mathematics; SAEPE descriptors.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Sumário

Introdução

As Avaliações Externas são instrumentos que, no âmbito escolar, servem para verificar o andamento da aprendizagem. Com intuito de orientar políticas públicas, as Avaliações Externas podem garantir a eficácia na tomada de decisões por parte dos dirigentes, tanto na escola quanto nos órgãos governamentais como secretarias ou Ministério da Educação.

Dentre as Avaliações Externas existentes, podemos citar, na esfera internacional, o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), que tem uma amplitude de avaliar estudantes no mundo todo, nas disciplinas de Matemática e Ciências e é desenvolvido pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Nacionalmente, o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que busca avaliar estudantes em Língua Portuguesa e Matemática em todo o território nacional buscando fornecer informações sobre a qualidade da Educação Básica no Brasil através do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), desenvolvida e aplicada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). No estado de Pernambuco, temos Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco (SAEPE), que busca avaliar estudantes do ensino Fundamental e Médio nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, fornecendo informações sobre a qualidade da Educação Básica dentro do território estadual através do Índice de Desenvolvimento da Educação de Pernambuco (IDEPE).

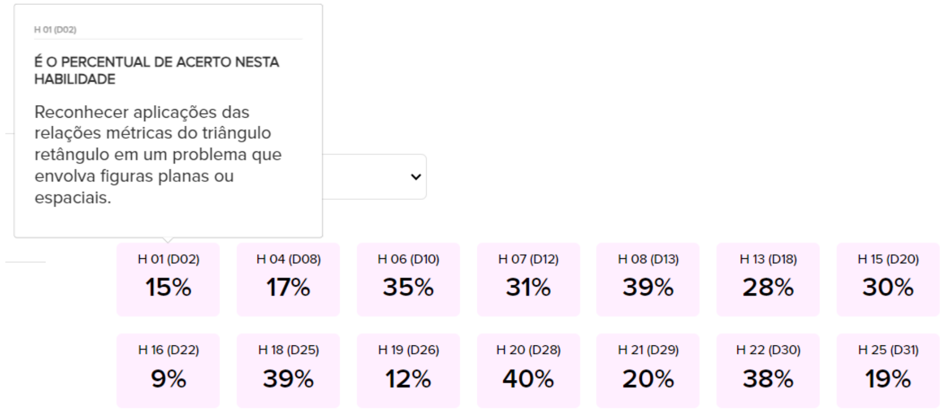
Falando especificamente sobre o SAEPE, trata-se de uma Avaliação Externa anual composta de 52 questões, sendo 26 de Língua Portuguesa e 26 de Matemática, focadas em verificar o desenvolvimento de habilidades previstas nos descritores da Matriz de Referência do SAEPE, elaborado de acordo com Currículo de Pernambuco. O resultado dessa avaliação é chamado de proficiência e, juntamente com outros parâmetros, como taxa de aprovação e fluxo escolar, resultam no IDEPE, serve para subsidiar tomadas de decisões de políticas públicas para o efetivo desenvolvimento da Educação Básica em Pernambuco.

A Matriz de Referência do SAEPE é dividida em 4 eixos estruturantes: Geometria, Grandezas e Medidas, Números e Operações/Álgebra e Funções, além de Estatística, Probabilidade e Combinatória. Cada eixo comporta alguns descritores contendo as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes e servem de base para elaboração das questões de uma prova.

Em linhas gerais, ao observar os resultados do Eixo de Geometria no SAEPE aplicado ao 3º ano do Ensino Médio, identificamos um baixo desempenho. Tomando por base os dados que foram disponibilizados no site do Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAED) relativos à prova aplicada em 2022, por exemplo, as 2 questões relativas a esse eixo apresentaram menos de 50% de acertos. Como pode ser visto nas figuras 1 e 2 a seguir.

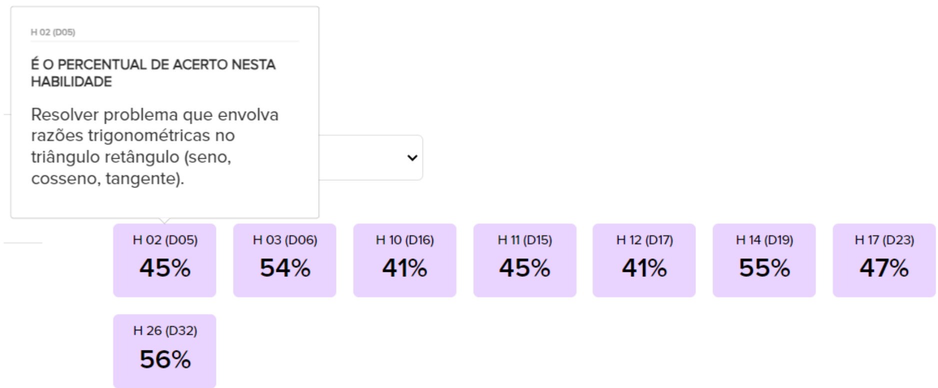
Consoante a isso, observações em sala de aula também indicam a existência da dificul-

Figura 1 – Índice de acertos da questão sobre relações métricas - SAEPE 2022



Fonte: (CAED, 2023)

Figura 2 – Índice de acertos da questão sobre Razões Trigonométricas - SAEPE 2022



Fonte: (CAED, 2023)

dade encontrada pelos estudantes em desenvolver habilidades desse eixo, fato corroborado em conversas com outros colegas professores.

Diante disso nos fazemos o seguinte questionamento: Como podemos propor intervenções em sala de aula visando desenvolver as habilidades requeridas pelo Currículo de Pernambuco no Eixo Estruturante de Geometria para que estudantes do 3º ano do Ensino Médio melhorem o Índice de acertos nas questões do SAEPE deste eixo?

Para responder a esta pergunta, temos como objetivo geral deste trabalho, investigar as questões de geometria do SAEPE nos anos de 2019, 2021 e 2022, com base nos resultados alcançados pelos estudantes, a fim de identificar as principais dificuldades, buscando propor resoluções das questões criando estratégias e metodologias de ensino com base em pesquisas e estudos relevantes, visando auxiliar os professores de matemática das Escolas Públicas de Pernambuco para promover um ensino mais efetivo e uma melhoria no desempenho dos estudantes bem como, propor uma série de sequências didáticas baseadas nas habilidades mais frequentes das provas do SAEPE dos anos analisados relativas ao eixo estruturante de Geometria do Currículo de Pernambuco.

Neste contexto, especificamente, nos propomos:

- Analisar minuciosamente as questões de geometria do SAEPE nos anos de 2019, 2021 e 2022 realizado com estudantes do 3º ano do Ensino Médio, compreendendo os descritores utilizados e as competências avaliadas em Geometria;

- Identificar as principais dificuldades dos estudantes na resolução das questões de Geometria por meio da análise dos resultados obtidos no SAEPE;

- Investigar possíveis lacunas conceituais e dificuldades de compreensão que contribuem para as dificuldades encontradas pelos estudantes em Geometria;

- Propor resoluções das questões para que possam auxiliar os professores de matemática na superação das dificuldades encontradas pelos estudantes, visando melhorar o aprendizado e o desempenho em Geometria;

- Elaborar as Sequências Didáticas baseadas nos principais descritores do SAEPE observados nas provas analisadas;

- Contribuir para a formação continuada dos professores de matemática, fornecendo subsídios teóricos e práticos que os auxiliem na elaboração de suas aulas e na aplicação de estratégias pedagógicas efetivas no ensino de Geometria;

- Promover uma reflexão crítica sobre o ensino de Geometria nas escolas públicas de Pernambuco, levando em consideração os resultados obtidos no SAEPE e as possibilidades de aprimoramento do processo educacional nessa área.

Desta forma, este trabalho encontra-se dividido em 3 capítulos. No Capítulo 1, falamos sobre Avaliações e os respectivos tipos, chamando a atenção para Avaliações Externas, principalmente o SAEPE. Desenvolvemos o contexto histórico dessa avaliação, sua estrutura e apresentamos documentos oficiais como o Currículo de Pernambuco, no qual se baseia para avaliar as habilidades dispostas nele, bem como sua Matriz de Referência.

Já no Capítulo 2, apresentamos as questões do SAEPE do Eixo de Geometria divididas por ano em que foram aplicadas. Cada questão analisada é seguida do Gabarito Oficial, no qual apresentamos uma Solução da questão seguida de um comentário e por fim, propomos como tal questão pode ser apresentada em sala de aula.

No Capítulo 3, após identificarmos quais conteúdos e habilidades foram mais requeridos nas provas analisadas, apresentamos uma Sequência Didática para cada conteúdo observado nas questões, contendo as Habilidades a serem desenvolvidas, descritor atingido, materiais que podem ser usados e proposta de aplicação da sequência, bem como o tempo de execução.

1 Avaliação

Neste capítulo, tratamos as avaliações educacionais com foco no estado de Pernambuco. Abordaremos o Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco (SAEPE) por meio de uma análise de sua estrutura, desenvolvimento histórico e objetivos. Além disso, falaremos sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e como ela se relaciona com os exames escolares, principalmente em relação ao ensino de geometria. Além disso, discutiremos o Currículo de Pernambuco, com ênfase na maneira como o estado aborda a geometria no terceiro ano do ensino médio. Também, falaremos sobre o papel da Teoria de Resposta ao Item (TRI) na análise de questões de geometria no SAEPE.

Avaliação, de acordo com (FERNANDES, 2009) pode ser entendida como todo e qualquer processo deliberado e sistemático de coleta de informação, mais ou menos participativo e interativo, mais ou menos negociado, mais ou menos contextualizado, acerca do que os estudantes sabem e são capazes de fazer em uma diversidade de situações.

De acordo com (LUCKESI, 2011),

> O ato de avaliar implica coleta, análise e síntese dos dados que configuram o objetivo da avaliação, acrescido de uma atribuição de valor ou qualidade, que se processa a partir da configuração do objeto avaliado com um determinado padrão de qualidade previamente estabelecido para aquele tipo de objeto.

Podemos assim dizer que a avaliação não se limita apenas à coleta de informações, mas também envolve uma análise criteriosa desses dados e a atribuição de valor ou qualidade, com base em padrões estabelecidos, para avaliar o desempenho dos estudantes em determinadas áreas ou situações.

A avaliação pode ser classificada como interna ou externa, dependendo do objetivo e das necessidades da organização.

Conduzida pelos próprios funcionários ou membros de uma instituição, a avaliação interna é usada para verificar as aprendizagens, identificar problemas ou oportunizar todo o conjunto envolvido para uma melhoria do processo de ensino-aprendizagem e fornecer um retorno aos responsáveis por sua aplicação. Já a Avaliação Externa é realizada por pessoas ou organizações que não fazem parte da instituição ou organização avaliada. Ela pode ser usada para verificar a eficácia de um programa, projeto ou política, bem como a qualidade e relevância dos serviços ou produtos fornecidos pela organização.

Segundo (ARRETCHE, 2012), em seu livro "Avaliação de Políticas Públicas: uma revisão crítica", a Avaliação Externa é um processo relevante para a efetividade de políticas públicas. A Avaliação Externa ajuda a garantir a eficácia e efetividade das políticas, além de fornecer informações importantes para a tomada de decisões. Ainda de acordo com a referida pesquisadora, a Avaliação Externa pode ser usada para avaliar a relevância, o impacto e a sustentabilidade das políticas públicas.

1.1 SAEPE

O Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco (SAEPE) é uma Avaliação Externa aplicada anualmente a estudantes da rede pública estadual de ensino, com o objetivo de qualificar o desempenho em leitura, escrita e matemática. Ele foi criado em 2000 pela Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco (SEE-PE) e desde então vem sendo aplicado de forma sistemática, com o intuito de avaliar e monitorar a qualidade da educação oferecida pelas escolas públicas do estado.

A ideia de elaboração do SAEPE surgiu com a criação do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que é uma avaliação nacional aplicada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) desde 1990.

Figura 3 – Linha do Tempo

Fonte: Produzido pelo Autor

Motivada pela necessidade de se ter uma avaliação nacional que permitisse a comparação entre as diferentes regiões do país, o SAEB tem como objetivo avaliar a qualidade da Educação Básica em todo território nacional, por meio da aplicação de testes em larga escala em estudantes do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio. Os resultados do SAEB são utilizados como um dos indicadores para subsidiar políticas públicas e para o planejamento e a gestão das redes de ensino em todo o país. Assim, o SAEPE foi criado como uma versão estadual do SAEB, adaptado às especificidades do contexto pernambucano, e com o intuito de oferecer um instrumento de avaliação que permitisse à SEE-PE identificar as principais dificuldades e potencialidades da educação no estado.

No ano da criação do SAEPE, foram aplicados testes de desempenho de Língua Portuguesa (leitura e escrita) e Matemática, para estudantes da 2ª série/3º ano, 4ª série/5º ano e 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio/Normal Médio, das redes estadual e municipal.

É possível encontrar apenas as questões da prova aplicada ao 3º ano do Ensino Médio no site do Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAED, 2023) que são os responsáveis pela realização e gestão do SAEPE, e é a partir delas que faremos as análises.

Nos anos de 2002 e 2005, ele teve o mesmo formato do que foi aplicado em 2000, sendo avaliadas as mesmas disciplinas. Em 2008, houve uma modificação na sua estrutura a qual permanece até hoje, exceto no ano de 2020 que não houve aplicação devido à Pandemia da Covid-19.

O SAEPE é um dos indicadores que servem para obter o Índice de Desenvolvimento da Educação de Pernambuco (IDEPE), que é um indicador criado pelo Governo do Estado de Pernambuco em 2008. Esse índice é calculado anualmente baseado no SAEPE com a proficiência dos estudantes em língua portuguesa e matemática além da taxa de aprovação escolar. Cada um desses indicadores tem um peso diferente na composição do IDEPE. Seu objetivo é avaliar a qualidade da Educação Básica medindo o desempenho das escolas públicas estaduais de Pernambuco e, assim, fornecer subsídios para a elaboração de políticas públicas e a tomada de decisões visando a melhoria da qualidade da educação no estado.

Além dos resultados do SAEPE, a fonte de pesquisa para o cálculo do IDEPE inclui também dados sobre a frequência escolar dos estudantes e informações sobre o perfil socioeconômico das escolas e dos estudantes.

1.2 Estrutura do SAEPE

A Matriz de Referência de Matemática do 3º ano do Ensino Médio do SAEPE apresenta quatro eixos estruturantes, que são:

- Geometria: envolve conceitos como formas geométricas, relações métricas, entre outros;
- Grandezas e medidas: envolve medidas de comprimento, área, volume, entre outros;
- Números e operações/Álgebra e funções: envolve conceitos como números

reais, operações básicas, frações, proporções, porcentagens além de conceitos como equações, inequações, sistemas de equações, funções, gráficos, entre outros;

- Estatística, Probabilidade e Combinatória: envolve conceitos como estatística, análise de gráficos, cálculo de probabilidade, entre outros.

Esses eixos estruturantes são utilizados para orientar a elaboração das questões da prova do SAEPE de Matemática do 3º ano do Ensino Médio, avaliando a capacidade dos estudantes em resolver problemas e aplicar conceitos matemáticos relacionados a cada um deles. Esses eixos são subdivididos em 35 (trinta e cinco) Descritores (Anexo A).

O (CAED, 2023) informa que:

> O desempenho escolar de qualidade implica a concretização dos objetivos curriculares – traduzidos em direitos de aprendizagem – propostos para cada etapa de escolaridade. A partir da identificação desses objetivos, são estabelecidos, então, padrões de desempenho estudantil, que permitem identificar o nível de desenvolvimento dos estudantes – aferido por meio dos testes de proficiência – e acompanhá-lo ao longo do tempo. Nesse sentido, os padrões de desempenho correspondem a conjuntos de determinadas tarefas que os estudantes são capazes de realizar, de acordo com as habilidades que desenvolveram, e cada padrão agrupa estudantes com desempenho similar.
>
> Para uma escola ser considerada eficaz, ela deve proporcionar padrões de aprendizagem adequados a todos os estudantes, independentemente de suas características individuais, familiares e sociais. Se apenas um grupo de estudantes consegue aprender com suficiente qualidade o que é ensinado, aumentam as desigualdades educacionais e, como consequência, elevam-se os indicadores de repetência, evasão e abandono escolar.

Dessa forma, atualmente o padrão de desempenho da avaliação de matemática do SAEPE é definido por uma escala de proficiência, que apresenta alguns conceitos de desempenho:

- ELEMENTAR I - Este padrão reúne estudantes com carência de aprendizagem para o desenvolvimento das habilidades e competências mínimas requeridas para a conclusão da etapa de escolaridade em que se encontram. São estudantes que necessitam de ações pedagógicas de recuperação.

- ELEMENTAR II - Este padrão agrupa estudantes que ainda não demonstram ter desenvolvido adequadamente as habilidades e competências essenciais para a sua etapa de escolaridade. Demandam atividades de reforço na aprendizagem.

- BÁSICO - Este padrão reúne estudantes que consolidaram o desenvolvimento das habilidades e competências previstas para a etapa de escolaridade. Entretanto, ainda requerem ações para aprofundar a aprendizagem.

- DESEJÁVEL - Este padrão agrupa estudantes com desenvolvimento além do esperado para a sua etapa de escolaridade, os quais precisam de estímulos para continuar avançando no processo de aprendizagem.

Esses "Padrões" estão associados aos conhecimentos e habilidades esperados dos estudantes em cada série avaliada. Por exemplo, no 3º ano do Ensino Médio, o nível de desempenho adequado é esperado para estudantes que tenham competência para aplicar os conceitos matemáticos dos quatro eixos da matriz de referência, resolver problemas contextualizados e interpretar informações matemáticas apresentadas em diferentes formatos. Esses conhecimentos e habilidades são divididos em 9 níveis obtidos pela proficiência alcançada por cada estudante.

Os resultados do SAEPE são divulgados por escola, município e estado, permitindo uma análise detalhada do desempenho dos estudantes em relação aos padrões de proficiência definidos pela avaliação. Esses resultados podem ser utilizados para orientar ações de melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem em Matemática em cada unidade escolar. A tabela 1 mostra os níveis de proficiência do 3º ano:

Tabela 1 – NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA

PADRÃO DE DESEMPENHO	PROFICIÊNCIA	NÍVEL
ELEMENTAR I	0-249	NÍVEL 1
ELEMENTAR II	250-274	NÍVEL 2
	275-299	NÍVEL 3
BÁSICO	300-324	NÍVEL 4
DESEJÁVEL	325-349	NÍVEL 5
	350-374	NÍVEL 6
	375-399	NÍVEL 7
	400-424	NÍVEL 8
	Acima de 425	NÍVEL 9

Fonte: Produzido pelo Autor

Ainda de acordo com (CAED, 2023):

> A proficiência é uma pontuação referente a conhecimentos e aptidões demonstrados pelos estudantes nas etapas e componentes curriculares avaliados no teste e pode ser compreendida como os saberes estimados a partir das tarefas que o estudante é capaz de realizar na resolução dos itens do teste. A contribuição desse indicador para o monitoramento da qualidade da educação ofertada torna-se mais evidente quando se observa sua evolução entre ciclos sucessivos de avaliação.

O método utilizado para medir a proficiência é o da Teoria de Resposta ao Item (TRI). Esse método leva em consideração não apenas o número de acertos ou erros de cada estudante na prova, mas também a dificuldade e o poder discriminatório de cada questão. Dessa forma, a pontuação final do estudante é baseada não apenas na quantidade de questões corretas, mas também na complexidade e na natureza das questões que foram respondidas corretamente. Com base nessa abordagem, a TRI é capaz de calcular a proficiência do estudante em uma escala padronizada, que permite comparar o desempenho de todos que participam da avaliação. Além disso, a TRI permite que a prova do SAEPE seja adaptativa, ou seja, as questões apresentadas aos estudantes sejam selecionadas com base nas respostas anteriores, de modo a tornar a avaliação mais precisa e eficiente.

1.2.1 Teoria de Resposta ao Item

A TRI analisa a probabilidade de um sujeito acertar cada item de um teste em função da sua habilidade e das características desse item (BARROS, 2022). É de posse dessas análises, feitas conforme os postulados dessa teoria e apoiada em alguns métodos estatísticos, que é possível quantificar de forma plausível a habilidade de um indivíduo que realizou o teste. Além disso, podemos estimar os parâmetros que caracterizam cada item.

A TRI permite avaliar os parâmetros dos itens e dos indivíduos em uma escala de medida a partir de um conjunto de respostas personalizadas por um grupo de respondentes e um conjunto de itens. Outra forma de ver a aplicação do TRI na prática é a construção de um nível de qualidade de vida, por exemplo. Uma escala para medir o nível de qualidade de vida pode ser construída por meio de uma análise baseada na TRI, que pode estimar tanto os parâmetros individuais quanto os itens (ARAUJO; ANDRADE; BORTOLOTTI, 2009).

Além disso, (ARAUJO; ANDRADE; BORTOLOTTI, 2009) também dizem que:

> Os modelos utilizados na TRI requerem dois pressupostos relevantes: a curva característica do item - CCI, pois há uma forma específica para cada mecanismo do processo de resposta utilizado, e a independência local ou dimensionalidade.

A CCI é um gráfico que mostra a relação entre a probabilidade de alguém responder corretamente a um item específico de um teste e seu nível de habilidade. Uma CCI é um componente crucial da TRI porque permite uma melhor compreensão de como diferentes itens de um teste variam em termos de dificuldade e identificação.

O gráfico normalmente mostra CCI em forma de curva S, com os eixos horizontal e vertical representando a habilidade ou traço latente do exame e a probabilidade de responder corretamente ao item. A curva começa em um ponto baixo, o que significa que as pessoas com habilidades limitadas têm baixa probabilidade de acertar um item difícil. A probabilidade de obter a resposta correta aumenta com a habilidade até chegar a um ponto de inflexão. A curva se estabiliza após esse ponto, o que significa que mesmo os menos habilidosos têm uma alta probabilidade de acertar um item fácil.

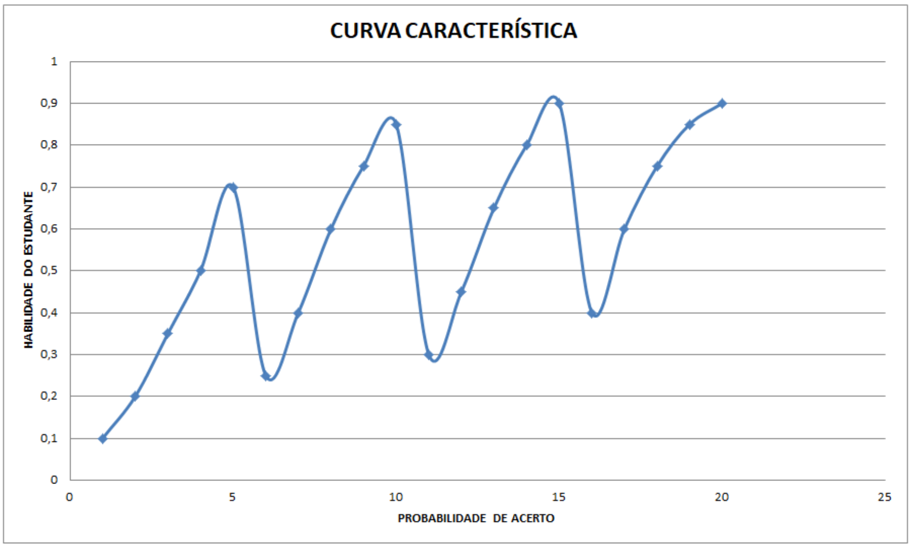
Como exemplo vejamos a situação hipotética no qual atribuímos dificuldade a alguns itens de uma avaliação com suas respectivas habilidades e a probabilidade de respostas certas pelos estudantes para a geração de uma CCI:

Tabela 2 – Tabela de Geração da CCI

Item	Dificuldade do Item	Habilidade do estudante	Probabilidade de Resposta Correta
Item 1	Muito Fácil	-3,0	0,10
Item 2	Muito Fácil	-2,0	0,20
Item 3	Muito Fácil	-1,0	0,35
Item 4	Muito Fácil	0,0	0,50
Item 5	Muito Fácil	1,0	0,70
Item 6	Moderado	-1,5	0,25
Item 7	Moderado	-0,5	0,40
Item 8	Moderado	0,5	0,60
Item 9	Moderado	1,5	0,75
Item 10	Moderado	2,5	0,85
Item 11	Difícil	0,0	0,30
Item 12	Difícil	1,0	0,45
Item 13	Difícil	2,0	0,65
Item 14	Difícil	3,0	0,80
Item 15	Difícil	4,0	0,90
Item 16	Muito Difícil	2,0	0,40
Item 17	Muito Difícil	3,0	0,60
Item 18	Muito Difícil	4,0	0,75
Item 19	Muito Difícil	5,0	0,85
Item 20	Muito Difícil	6,0	0,90

Fonte: Produzido pelo Autor

Figura 4 – Curva Característica



Fonte: Produzido pelo Autor

A interpretação do item depende dessa característica da curva. Um item com curvas mais íngremes é mais capaz de distinguir entre indivíduos com diferentes níveis de habilidade, enquanto item com curvas mais planas é menos capaz.

Existem diferentes tipos de Teoria da Resposta ao Item (TRI), cada um com suas próprias características e aplicações. Aqui estão alguns dos principais tipos de TRI:

- TRI de 1 Parâmetro (TRI-1P): Nesse modelo, cada item é caracterizado por um único parâmetro, geralmente chamado de dificuldade. Ele assume que a probabilidade de um indivíduo responder corretamente a um item depende apenas da diferença entre a habilidade do indivíduo e a dificuldade do item por exemplo imagine um teste de múltipla escolha com uma pergunta de nível básico sobre matemática. A dificuldade desse item pode ser definida pela porcentagem de estudantes que respondem corretamente. Se a maioria dos estudantes responde corretamente, o item é considerado fácil. Se apenas os estudantes mais habilidosos acertam, o item é considerado difícil.
- TRI de 2 Parâmetros (TRI-2P): Além da dificuldade, o TRI-2P também incorpora um parâmetro de discriminação. Isso significa que a probabilidade de responder corretamente a um item não apenas depende da diferença entre habilidade e dificuldade, mas também da capacidade do item em discriminar entre examinados com diferentes níveis de habilidade. Por exemplo, consideremos um teste de vocabulário em inglês. Um item poderia ser uma palavra obscura, e o parâmetro de discriminação reflete a habilidade do item em distinguir estudantes com diferentes níveis de conhecimento de vocabulário. Estudantes altamente proficientes em inglês teriam uma alta probabilidade de acertar essa palavra, enquanto estudantes com habilidades mais baixas teriam uma probabilidade menor.
- TRI de 3 Parâmetros (TRI-3P): Além de dificuldade e discriminação, o TRI-3P inclui um parâmetro de acerto ao acaso. Isso reconhece que os examinados podem adivinhar a resposta correta mesmo que não saibam a resposta, o que afeta a probabilidade de resposta correta. Temos como exemplo um teste de verdadeiro ou falso com uma afirmação difícil sobre uma determinada área de matemática. O parâmetro de acerto ao acaso entra em jogo aqui, pois mesmo um estudante que não saiba a resposta tem uma chance de 50% de acertar se adivinhar. No entanto, um estudante mais habilidoso terá uma probabilidade maior de acertar corretamente com base em seu conhecimento.
- Modelo de Rasch: Este modelo de TRI busca estimar a habilidade dos examinados e a dificuldade dos itens em uma mesma escala unidimensional. Ele é baseado na ideia de que a probabilidade de um examinado responder corretamente a um item específico é uma função da diferença entre a habilidade do examinado e a dificuldade do item. De forma simplificada, o Modelo de Rasch pode ser descrito como:

$$P_{ij} = \frac{1}{1 + e^{-(\theta_i - b_j)}}$$

Nesta equação:

- P_{ij} é a probabilidade de o examinado i responder corretamente ao item j.

- θ_i é a habilidade do examinado i.

- b_j é a dificuldade do item j.

O Modelo de Rasch tem como objetivo alcançar a invariância de parâmetros, o que significa que, se os parâmetros do modelo (habilidade e dificuldade) forem conhecidos, a probabilidade de responder corretamente a um item não dependerá da população específica ou do grupo de itens. Isso torna o Modelo de Rasch uma ferramenta útil para comparar habilidades entre examinados e dificuldades entre itens de diferentes testes ou populações.

- Modelos Multidimensionais: Esses modelos reconhecem que as habilidades dos examinados podem estar relacionadas a mais de uma dimensão. Por exemplo, um teste de matemática pode envolver várias habilidades matemáticas distintas. Modelos como o Modelo de Dois Parâmetros por Dimensão (2P-DIM) abordam a complexidade das avaliações multidimensionais
- Modelos de Múltiplos Parâmetros: Alguns modelos, como o Modelo de Múltiplos Parâmetros (MPT), permitem a inclusão de parâmetros adicionais para refletir características específicas dos itens, como o formato da resposta (resposta curta, múltipla escolha, etc.).

No entanto, apesar de ser anunciado que é aplicada esta metodologia de avaliação no SAEPE, não é possível identificar qual o modelo usado pelo Estado de Pernambuco. Em contato com o suporte do CAED via chat online, não foi possível obter a informação. Porém, pelos parâmetros usados, entendemos que o modelo utilizado é o Rasch.

1.3 Documentos oficiais para diretrizes da Educação Básica

Nesta seção, nos propomos a comentar de forma abreviada dois documentos que regem a Educação Básica. Em âmbito nacional falaremos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no que tange ao estado de Pernambuco, nos concentraremos no Currículo de Pernambuco.

1.3.1 BNCC

A BNCC é um documento normativo que estabelece os conhecimentos, competências e habilidades essenciais que todos os estudantes brasileiros devem desenvolver ao longo de sua trajetória escolar.

Entender a relação entre BNCC e Avaliações Externas, como o SAEPE, é crucial para entender como ela impacta o sistema educacional. A BNCC não apenas orienta o que deve ser ensinado, mas também tem implicações diretas nas Avaliações Externas, pois os conteúdos e as competências definidos nela servem como referência para a elaboração dessas avaliações.

Como indicado na (Brasil, Ministério da Educação, 2018),

> desde as décadas finais do século XX e ao longo deste início do século XXI, o foco no desenvolvimento de competências tem orientado a maioria dos Estados e Municípios brasileiros e diferentes países na construção de seus currículos. Esse enfoque nas competências também é refletido em avaliações internacionais importantes, como o Programa Internacional de Avaliação de estudantes (PISA) coordenado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) e o Laboratório Latino-americano de Avaliação da Qualidade da Educação para a América Latina (LLECE) instituído pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO).

Essas referências internacionais demonstram a relevância da BNCC não apenas no contexto nacional, mas também em uma perspectiva global de avaliação e aprimoramento da educação.

A integração da BNCC com Avaliações Externas como o SAEB é um passo fundamental para garantir a coerência e a eficácia do sistema educacional brasileiro. O SAEB, assim como outras Avaliações Externas, fornece dados cruciais sobre o desempenho dos estudantes em relação aos padrões estabelecidos pela BNCC. Isso permite uma avaliação abrangente do progresso educacional em todo o país e orienta políticas educacionais baseadas em evidências colhidas nessas avaliações.

Além disso, o alinhamento entre a BNCC e o SAEB ajuda a garantir a equidade no acesso à educação e na distribuição de recursos, pois possibilita uma comparação justa entre diferentes regiões e grupos socioeconômicos. Ao identificar lacunas de desempenho e áreas de melhoria, as autoridades educacionais podem direcionar intervenções específicas para garantir que todos os estudantes tenham oportunidades iguais de aprendizado e desenvolvimento.

No entanto, é importante ressaltar que a implementação bem-sucedida da BNCC e sua integração com Avaliações Externas requerem não apenas um compromisso político, mas também investimentos em formação de professores, infraestrutura escolar e recursos educacionais adequados. Apenas assim será possível alcançar os objetivos ambiciosos delineados pela BNCC e garantir uma educação de qualidade para todos os estudantes brasileiros.

A BNCC não apenas estabelece diretrizes para o currículo nacional, mas também serve como um guia orientador para o desenvolvimento de documentos curriculares em níveis regionais, como é o caso do Currículo de Pernambuco. Ao se alinhar com os princípios e objetivos da BNCC, o Currículo pernambucano busca garantir que os estudantes do estado desenvolvam as competências e habilidades essenciais definidas nacionalmente, ao mesmo tempo em que integram aspectos regionais e locais relevantes para a formação desses estudantes.

Essa correlação entre a BNCC e o Currículo de Pernambuco assegura uma abordagem consistente e coerente no processo educacional, podendo permitir que os estudantes adquiram conhecimentos fundamentais e se desenvolvam de acordo com padrões nacionais e regionais. Dessa forma, o Currículo de Pernambuco se torna um instrumento eficaz para implementar as diretrizes da BNCC de forma contextualizada e adaptada à realidade local.

O alinhamento entre o Currículo de Pernambuco e a BNCC se reflete também nas avaliações educacionais como o SAEPE. Através desse alinhamento, as avaliações podem medir adequadamente o progresso dos estudantes em relação aos padrões estabelecidos pela BNCC, fornecendo informações valiosas para aprimorar continuamente o ensino e a aprendizagem no estado. Assim, a integração entre a BNCC, o currículo de Pernambuco e o SAEPE é essencial para garantir a qualidade e a equidade da educação em Pernambuco.

Isso permite que os educadores, as escolas e as autoridades educacionais identifiquem áreas de sucesso e áreas que precisam de melhoria permitindo a comparabilidade entre diferentes estados e regiões do Brasil, o que é importante para avaliar a equidade e a qualidade da educação em todo o país.

1.3.2 Currículo de Pernambuco

O Currículo de Pernambuco é um documento crítico que estabelece e norteia a educação no estado, no sentido de que ele não apenas descreve as diretrizes educacionais, mas também avalia e questiona as necessidades e demandas específicas da região. Ele serve para definir os objetivos da educação, as habilidades que os estudantes devem adquirir e os conteúdos que devem ser analisados em cada etapa da educação. Embora a BNCC seja a base para esse currículo. O Currículo do Ensino Médio de Pernambuco foi atualizado em 2020 em função das mudanças determinadas pela Lei 13.415/2017, que promoveu a Reforma do Ensino Médio no Brasil.

A partir daí, o currículo passou a ser concebido em duas partes interligadas: a Formação Geral Básica (FGB), organizada por áreas de conhecimento, e os Itinerários Formativos (IF), que se conectam às expectativas e interesses individuais dos estudantes, fomentando seus projetos de vida. De acordo com o Currículo de Pernambuco, essa abordagem visa proporcionar uma educação mais flexível e alinhada com as necessidades e aspirações dos jovens, preparando-os de forma mais abrangente para os desafios do mundo contemporâneo. De acordo (Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco, 2023):

> As mudanças propostas reforçam princípios já consolidados e importantes para identidade do Ensino Médio, como a formação integral, a compreensão da diversidade e das diferentes culturas, a pesquisa como prática pedagógica, entre outros, mas também ressignificam o Ensino Médio, aproximando-o das juventudes e garantindo maior flexibilidade na formação do estudante.

Ainda de acordo com o Currículo de Pernambuco, para elaborá-lo, foram primariamente consultados os documentos normativos em nível nacional e local, incluindo as Diretrizes Atualizadas Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (Resolução nº 3, de 21 de novembro de

2018), os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (2012), a BNCC (2018) e os Referenciais para a Elaboração dos Itinerários Formativos (Portaria nº 1.432, de 28 de dezembro de 2018).

Portanto, para (Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco, 2023) se apresenta como:

> um elemento que integra a dimensão humana aos requisitos necessários para a vida em sociedade, buscando ofertar uma formação integral aos sujeitos do processo educativo, possibilitando a estudantes e professores compreenderem diferentes dimensões da vida e do ser social.

É possível encontrar nesse documento informações sobre Princípios Norteadores, Educação Especial na Perspectiva da Inclusão, Competências e Habilidades, Concepções Sobre o Processo de Ensino e Aprendizagem, Formação de Professores, Avaliação Da, Para e Como Aprendizagem, além de Temas Transversais e Integradores do Currículo.

Trazendo um olhar para o Ensino Médio, a FGB é composta de 04 (quatro) áreas de conhecimentos:

- Linguagens e suas Tecnologias (Artes, Educação Física, Língua Inglesa e Língua Portuguesa);
- Matemática e suas Tecnologias;
- Ciências da Natureza e suas Tecnologias (Biologia, Física e Química);
- Ciências Humanas e Sociais Aplicadas (Filosofia, História, Geografia e Sociologia).

Quando adentramos à área de conhecimento de Matemática e suas tecnologias, o Currículo trás que a BNCC (Brasil, Ministério da Educação, 2018) está organizada em Unidades Temáticas agrupadas em Números e Álgebra, Geometria e Medidas e Probabilidade e Estatística, às quais expressam um conjunto de habilidades a serem desenvolvidas, tais como:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade

dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

A partir daí, apresenta-se as Habilidades Específicas que são observadas na Organização Curricular (ANEXO B), e servem de base norteadora para a Matriz de Referência do SAEPE, consequentemente refletindo na construção das questões da prova.

Ambos os instrumentos se complementam, fornecendo dados para a avaliação formativa e somativa e estão centrados no desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas essenciais. Os resultados do SAEPE em relação à Matriz de Referência fornecem uma base de dados para ajustar e aprimorar decisões a fim de identificar pontos fortes e fracos no sistema de ensino do estado de Pernambuco.

2 Questões de Geometria no SAEPE

A análise das questões de geometria no Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco (SAEPE) ao longo dos anos é uma etapa essencial para compreender como os conteúdos e habilidades nesta disciplina têm sido abordados e avaliados. Aqui faremos um levantamento minucioso das questões de geometria nas edições de 2022, 2021 e 2019 do SAEPE. O objetivo deste levantamento é identificar os problemas mais comuns e as habilidades que foram destacadas nas avaliações. Esse processo fornecerá informações úteis contribuindo com ensino geometria no 3º ano do Ensino Médio em Pernambuco. Será apresento os resultados do levantamento, destacando as tendências encontrados nas questões de geometria do SAEPE ao longo dos anos.

É importante ressaltar que o site oficial do SAEPE não disponibiliza qualquer sugestão de solução ou referência detalhada para as questões de avaliação. Portanto, nossa análise se baseia unicamente nos gabaritos fornecidos pela instituição responsável pela avaliação.

A análise detalhada de questão consiste inicialmente em apresentá-la em si, juntamente com suas alternativas, proporcionando uma visão ampla do problema proposto. Em seguida, será fornecido o **Gabarito oficial**, conforme disponibilizado pelo CAED, destacando a resposta considerada correta de acordo com os critérios estabelecidos. Também destacamos, logo a princípio, a habilidade do Currículo de Pernambuco ou o descritor do SAEPE que direciona cada questão.

Posteriormente, será apresentada uma **Solução da questão**, acompanhada de **Comentário** explicativo que visam elucidar o raciocínio por trás da resolução e destacar conceitos envolvidos além de informar quando uma Habilidade do Currículo de Pernambuco foi abordada. Essa análise detalhada permitirá uma compreensão mais profunda da estrutura da questão e das estratégias necessárias para sua resolução.

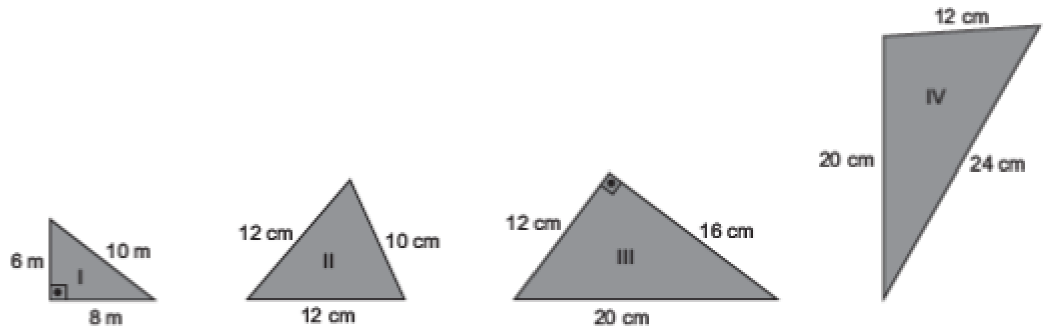
Além disso, será discutida a **Aplicação em sala** dessa questão ou de uma questão semelhante, explorando possíveis abordagens pedagógicas para sua introdução, bem como estratégias de ensino que possam promover uma compreensão mais efetiva por parte dos estudantes. Serão considerados aspectos como a adequação ao currículo, o nível de dificuldade e as possibilidades de adaptação para diferentes contextos educacionais.

Por meio dessa análise detalhada, busca-se não apenas compreender a questão em si, mas também explorar suas implicações no processo de ensino e aprendizagem da matemática, contribuindo para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais eficazes e significativas.

2.1 Análise das Questões de 2019

Em 2019 foram identificadas 04 (quatro) questões que versam sobre Semelhança de Triângulos, Teorema de Pitágoras, Planificação de Sólidos e Relação de Euler, que serão detalhadas a seguir.

Questão 2.1.1 (Currículo de Pernambuco - EM13MAT308PE24) No desenho abaixo estão representados os triângulos I, II, III e IV e suas medidas em centímetros.



O par de triângulos semelhantes nesse desenho é

A) I e II.

B) I e III.

C) I e IV.

D) II e IV.

E) III e IV.

Gabarito oficial: **Letra B**

Solução da questão:

Para determinar se dois triângulos são semelhantes, é necessário verificar se eles possuem ângulos congruentes ou lados proporcionais.

No diagrama fornecido, os triângulos I, II, III e IV estão representados com suas medidas em centímetros. Ao comparar as medidas dos lados dos triângulos, podemos notar o seguinte:

O triângulo I tem lados com medidas de 6 cm, 8 cm e 10 cm.

O triângulo II tem lados com medidas de 10 cm, 12 cm e 12 cm.

O triângulo III tem lados com medidas de 12 cm, 16 cm e 20 cm.

O triângulo IV tem lados com medidas de 12 cm, 20 cm e 24 cm.

Ao analisar as medidas dos lados, observamos que os triângulos I e III possuem lados proporcionais, pois as medidas dos lados do triângulo III são o dobro das medidas dos lados do triângulo I. Os outros triângulos não possuem dois ângulos correspondentes com medidas iguais e não têm os três lados correspondentes com medidas proporcionais.

Portanto, a dupla de triângulos semelhantes neste diagrama é B) I e III.

Comentário:

Nesta questão, estamos lidando com o conceito de semelhança de triângulos e proporção de medidas de seus lados. A semelhança de triângulos é uma propriedade fundamental na geometria que nos permite estabelecer relações entre diferentes formas geométricas. Ao comparar as medidas dos lados dos triângulos e identificar padrões de proporção, podemos determinar quais pares são semelhantes. Essa habilidade é essencial para resolver uma variedade de problemas geométricos e é amplamente aplicada em áreas como arquitetura, engenharia e design. A capacidade de reconhecer padrões de proporção entre os elementos geométricos é uma competência valiosa que promove o raciocínio crítico e a habilidade de resolver problemas de forma eficaz. Embora a questão não mencione especificamente o currículo escolar, o domínio desse conceito pode enriquecer o aprendizado dos estudantes, fornecendo-lhes uma base sólida para explorar e compreender conceitos mais avançados em geometria.

Essa competência é abordada no Currículo de Pernambuco, onde a habilidade EM13MAT308PE24 destaca a importância de aplicar as relações métricas e as leis de seno e cosseno, ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar situações-problema que envolvam triângulos. Isso mostra como o domínio do conceito de semelhança de triângulos é fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático e para a resolução de problemas práticos em diversas áreas do conhecimento.

Aplicação em sala:

Para abordar o conceito de semelhança de triângulos e proporção de medidas de seus lados em sala de aula, o professor pode seguir as seguintes etapas:

1. Introdução ao Conceito de Semelhança de Triângulos:

- Iniciar a aula revisando os conceitos básicos de triângulos e suas propriedades.

- Destacar o que significa dois triângulos serem semelhantes e quais condições devem ser satisfeitas para que isso ocorra.

2. Identificação de Triângulos Semelhantes:

- Apresentar exemplos de pares de triângulos e guiar os estudantes na identificação de pares que são semelhantes.

- Demonstrar como comparar as medidas dos lados dos triângulos para verificar a semelhança.

3. Discussão sobre Proporção de Lados:

- Incentivar os estudantes a discutir a importância da proporção de medidas dos lados na determinação da semelhança entre triângulos.

- Explorar situações do mundo real onde a semelhança de triângulos e a proporção de medidas podem ser aplicadas, como na construção civil ou na arte.

4. Atividades Práticas e Exercícios:

- Propor exercícios que envolvam a comparação de medidas de lados de triângulos e a determinação de semelhança.

- Realizar atividades práticas, como desenhos ou construções geométricas, para reforçar o conceito de semelhança de triângulos na prática.

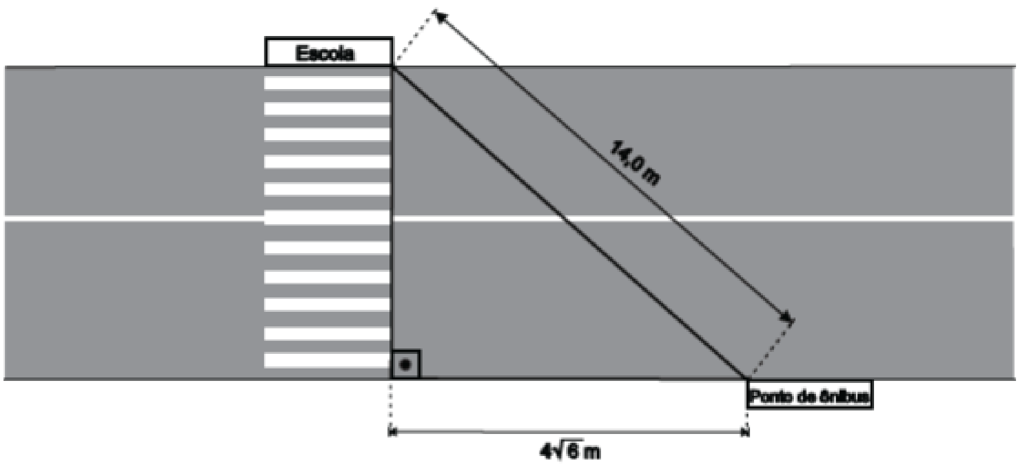
5. Revisão e Reforço:

- Fazer uma revisão dos conceitos abordados, fornecendo exemplos adicionais e esclarecendo dúvidas.

- Destacar a importância da compreensão da semelhança de triângulos como uma ferramenta útil na resolução de problemas geométricos.

Ao seguir essas etapas, os estudantes poderão ser capazes de compreender e aplicar o conceito de semelhança de triângulos de forma significativa, desenvolvendo habilidades de raciocínio crítico e resolução de problemas na geometria.

Questão 2.1.2 (Currículo de Pernambuco - EM13MAT308PE24) Para evitar que os estudantes de uma escola atravessassem a rua de forma desordenada até o ponto de ônibus ou vice-versa, foi solicitada a demarcação de uma faixa de pedestre em frente a essa escola. A figura abaixo apresenta as localizações da escola e do ponto de ônibus, a faixa de pedestre que foi demarcada e algumas distâncias.



Quantos metros, no mínimo, um estudante percorre ao atravessar essa faixa de pedestre para ir da escola até o ponto de ônibus?

A) 10,0.

B) 13,1.

C) 14,0.

D) 17,1.

E) 23,6.

Gabarito Oficial: **Letra A**

Solução da Questão:

Na imagem o segmento que une a escola ao ponto de ônibus representa a hipotenusa(a) do triângulo retângulo formado, já o segmento que une o ponto de ônibus ao fim da faixa representa um dos catetos, chamaremos de cateto b, enquanto o outro cateto (c) é o comprimento da faixa.

Se utilizarmos o teorema de Pitágoras para calcular o valor c obtemos:

$$14^2 = (4\sqrt{6})^2 + c^2$$

$$196 = 16 \times 6 + c^2$$

$$196 - 96 = c^2$$

$$c = \sqrt{100}$$

$$c = 10$$

Portanto, o comprimento da faixa de pedestres a ser construída é de 10 metros, conforme indicado no item A.

Comentário:

Nesta questão, é apresentado um problema que envolve a aplicação do teorema de Pitágoras para calcular o comprimento de uma faixa de pedestres. O teorema de Pitágoras é uma ferramenta fundamental na geometria, que relaciona os comprimentos dos lados de um triângulo retângulo. Ao aplicar esse teorema, podemos encontrar medidas desconhecidas de um triângulo retângulo, o que é útil em muitas situações práticas, como no caso da demarcação de faixas de pedestres.

É importante destacar que, embora a BNCC do Ensino Médio não informe diretamente a habilidade ligada ao tema, a habilidade é encontrada na BNCC do Ensino Fundamental anos finais (EF09MA14) além do próprio Currículo de Pernambuco (EM13MAT308PE24), que aborda a resolução e elaboração de problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes. Isso mostra como o uso do teorema de Pitágoras é uma competência importante que é desenvolvida ao longo do Ensino Fundamental e continua sendo aplicada em contextos práticos no Ensino Médio.

Aplicação em sala:

Para abordar essa questão em sala de aula e explorar o teorema de Pitágoras, o professor pode seguir as seguintes etapas:

1. Introdução ao Teorema de Pitágoras:

- Revisar o teorema de Pitágoras e sua aplicação em triângulos retângulos.

- Discutir exemplos simples de como o teorema de Pitágoras pode ser usado para calcular medidas desconhecidas em triângulos.

2. Apresentação do Problema:

- Apresentar o problema da demarcação da faixa de pedestres e destacar as informações fornecidas na figura.

- Enfatizar a necessidade de aplicar o teorema de Pitágoras para encontrar o comprimento da faixa de pedestres.

3. Resolução do Problema:

- Demonstrar passo a passo como aplicar o teorema de Pitágoras para calcular o comprimento da faixa de pedestres, utilizando as medidas fornecidas na questão.

- Incentivar os estudantes a trabalharem juntos para resolver o problema, discutindo estratégias e ideias.

4. Prática Adicional:

- Propor problemas adicionais envolvendo o teorema de Pitágoras, para que os estudantes pratiquem a aplicação desse conceito em diferentes contextos.

- Incluir exercícios que exijam a resolução de problemas do mundo real, como o cálculo de distâncias, alturas ou comprimentos de objetos.

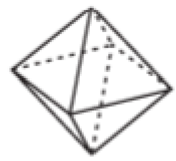
5. Discussão e Reflexão:

- Conduzir uma discussão em sala de aula sobre a importância do teorema de Pitágoras na resolução de problemas práticos.

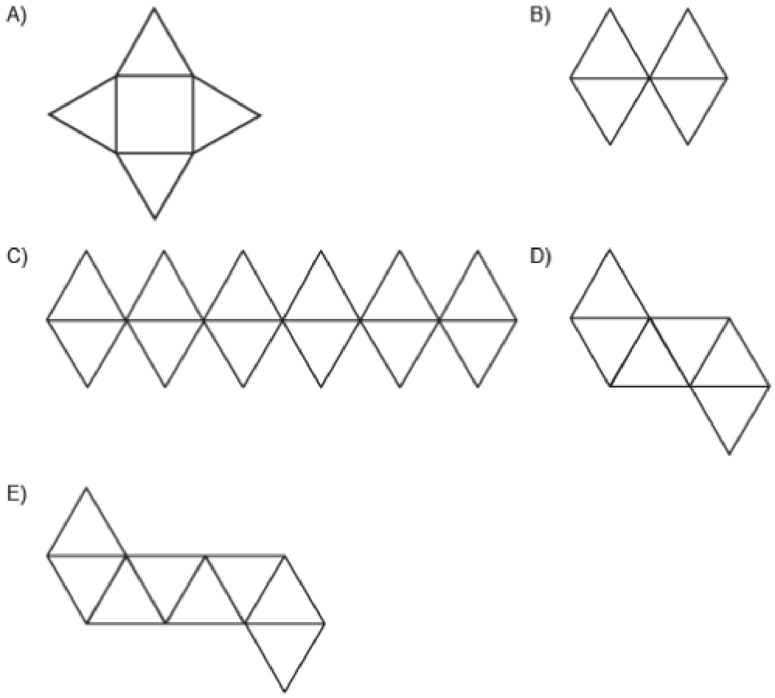
- Estimular os estudantes a refletirem sobre como podem aplicar o teorema de Pitágoras em suas vidas cotidianas e em outras disciplinas além da matemática.

Ao seguir essas etapas, os estudantes poderão compreender melhor o teorema de Pitágoras e desenvolver habilidades para aplicá-lo em diversos problemas do mundo real, promovendo uma compreensão mais profunda da geometria e sua relevância na resolução de problemas.

Questão 2.1.3 (Descritor do SAEPE - D03) Observe o sólido geométrico desenhado abaixo.



Uma planificação desse sólido está representada em



Gabarito Oficial: **Letra E**

Solução da Questão

Na imagem podemos observar que o sólido em questão possui 8 faces, 6 vértices e 12 arestas, O sólido geométrico apresentado na figura é chamado de octaedro, e a sua planificação da superfície está corretamente representada na figura E.

Comentário:

Nesta questão, é apresentado o sólido geométrico conhecido como octaedro, juntamente com sua representação planificada correta. O octaedro é um dos sólidos platônicos, caracterizado por possuir 8 faces, 6 vértices e 12 arestas. A planificação correta do octaedro é essencial para entender sua estrutura tridimensional e suas propriedades geométricas. Além disso, a explicação sobre a semelhança do octaedro com duas pirâmides quadrangulares unidas destaca sua forma peculiar e sua relação com outros sólidos geométricos.

É relevante observar que no currículo destinado ao ensino médio não se encontra uma habilidade específica para o conteúdo do octaedro. No entanto, a planificação é mencionada na BNCC Anos Finais, mais especificamente na habilidade (EF05MA16), bem como o Descritor D03 na Matriz do SAEPE, que consiste em associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) bem como analisar, nomear e comparar seus atributos. Isso mostra como a compreensão das planificações das figuras geométricas é uma etapa importante do desenvolvimento matemático dos estudantes, fornecendo-lhes uma base sólida para explorar conceitos mais avançados no ensino médio e além.

Aplicação em sala:

Para abordar essa questão em sala de aula e explorar o conceito de octaedro e sua planificação, o professor pode seguir as seguintes etapas:

1. Introdução ao Octaedro:

- Apresentar o conceito de sólidos geométricos e destacar a definição do octaedro como um dos sólidos platônicos.

- Exibir imagens ou modelos tridimensionais de um octaedro para os estudantes visualizarem sua forma.

2. Características do Octaedro:

- Explicar as características do octaedro, incluindo o número de faces, vértices e arestas.

- Comparar o octaedro com outros sólidos geométricos, como o cubo, para destacar suas diferenças e semelhanças.

3. Planificação do Octaedro:

- Mostrar aos estudantes a representação planificada do octaedro e explicar como ela corresponde à sua forma tridimensional.

- Demonstrar como a planificação pode ser montada para formar o octaedro, permitindo que os estudantes visualizem a relação entre as faces, vértices e arestas.

4. Discussão e Atividades Práticas:

- Promover uma discussão sobre as propriedades e características do octaedro, incentivando os estudantes a fazerem perguntas e compartilharem suas observações.

- Propor atividades práticas, como a construção de modelos de octaedro utilizando papel ou materiais de manipulação tridimensional, para que os estudantes explorem a estrutura do octaedro em mãos.

5. Aplicações Adicionais:

- Discutir aplicações do octaedro na vida cotidiana ou em outras áreas, como na química (por exemplo, em moléculas com estrutura octaédrica) ou na arquitetura (por exemplo, na concepção de telhados ou estruturas ornamentais).

- Estimular os estudantes a explorarem mais sobre os sólidos geométricos e suas propriedades, incentivando a pesquisa independente e o aprendizado autônomo.

Ao seguir essas etapas, os estudantes poderão compreender melhor o conceito de octaedro, sua representação planificada e suas características geométricas, promovendo uma compreensão mais profunda da geometria tridimensional e dos sólidos geométricos.

Questão 2.1.4(Descritor do SAEPE - D04) A molécula de metano é composta por um átomo de carbono e átomos de hidrogênio. O número de ligações simples entre o átomo de carbono e os átomos de hidrogênio define uma geometria molecular na forma de um poliedro convexo formado por 4 faces triangulares e cujos vértices são compostos pelos átomos de hidrogênio. Qual é o número de átomos de hidrogênio existentes na molécula de metano?

A) 12

B) 10

C) 8

D) 4

E) 2

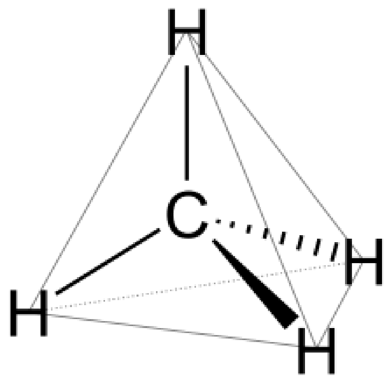
Gabarito oficial: **Letra D**

Solução da questão:

A molécula de metano possui um átomo de carbono e átomos de hidrogênio dispostos ao redor do carbono. A disposição espacial desses átomos forma um um poliedro convexo composto por 4 faces triangulares, ou seja tetraedro regular. Para encontrar o número de átomos de hidrogênio na molécula de metano, basta contar o número de vértices do tetraedro, pois cada vértice corresponde a um átomo de hidrogênio. O tetraedro possui 4 vértices, portanto, há 4 átomos de hidrogênio na molécula de metano. Portanto a resposta certa e o item D.

Comentários

Esta questão é um excelente exemplo de como a geometria molecular pode ser compreendida através do conceito de poliedro convexo. Ao descrever a estrutura da molécula de metano,



que consiste em um átomo de carbono e átomos de hidrogênio dispostos ao redor dele, a questão destaca a formação de um tetraedro regular. Um tetraedro é um poliedro convexo composto por quatro faces triangulares e vértices nos quais os átomos de hidrogênio estão localizados. Ao contar o número de vértices do tetraedro, podemos determinar o número de átomos de hidrogênio presentes na molécula de metano, enfatizando assim a conexão entre a geometria molecular e os poliedros convexos.

Além disso, a habilidade (EM13MAT505) da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Médio complementa essa análise que também está associada ao Descritor D04. Esta habilidade envolve a resolução de problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados. Embora esta habilidade não esteja diretamente relacionada à geometria molecular, ela destaca a importância de compreender os padrões e relações geométricas em contextos diversos, incluindo o estudo dos poliedros convexos na química orgânica. Isso evidencia a interdisciplinaridade entre Matemática e Ciências, promovendo uma compreensão mais ampla e integrada dos conceitos geométricos.

Entretanto, cabe levar em consideração que na elaboração da questão, ao introduzir o termo "geometria molecular", é possível que o foco do estudante da aplicação direta da relação de Euler para identificar vértices, faces e arestas seja desviado. Ao mencionar a geometria molecular, a questão pode levar o estudante a pensar mais sobre a disposição espacial dos átomos na molécula, em vez de se concentrar exclusivamente na análise da estrutura topológica da molécula. Portanto, para garantir que os estudantes estejam focados na aplicação da relação de Euler, poderia ser mais eficaz apresentar a questão de uma forma mais direta, sem mencionar explicitamente a geometria molecular.

Aplicação em sala:

Para abordar essa questão em sala de aula e explorar o conceito de poliedros convexos e sua relação com a geometria molecular, o professor pode seguir as seguintes etapas:

1. Introdução ao Conceito de Poliedros Convexos:

- Iniciar a aula revisando o conceito de poliedros e destacando as características dos poliedros convexos.

- Apresentar exemplos de poliedros convexos e discutir suas propriedades, enfatizando a importância dos vértices e faces na definição desses sólidos.

2. Discussão sobre a Estrutura Molecular do Metano:

- Descrever a estrutura molecular do metano, destacando a disposição dos átomos de hidrogênio ao redor do átomo de carbono.

- Explicar como essa disposição forma um tetraedro regular, um exemplo de poliedro convexo.

3. Identificação do Número de Átomos de Hidrogênio:

- Apresentar a questão sobre o número de átomos de hidrogênio na molécula de metano e discutir a solução utilizando o conceito de vértices de um tetraedro.

- Encorajar os estudantes a visualizarem a relação entre a estrutura molecular e a geometria do poliedro convexo.

4. Atividades Práticas:

- Propor atividades práticas, como modelagem de moléculas de metano usando modelos tridimensionais ou representações gráficas.

- Realizar exercícios que envolvam a identificação do número de vértices e faces de diferentes poliedros convexos.

5. Revisão e Reforço:

- Fazer uma revisão dos conceitos abordados, destacando a importância da compreensão da geometria molecular na química e da relação entre poliedros convexos e estruturas moleculares.

- Estimular os estudantes a relacionarem os conceitos aprendidos com aplicações práticas em outras áreas, como na química orgânica e na nanotecnologia.

Ao seguir essas etapas, os estudantes poderão compreender melhor a relação entre a geometria molecular e os poliedros convexos, além de fortalecerem suas habilidades de visualização espacial e resolução de problemas.

2.2 Análise das Questões de 2021

Em 2021 foram identificadas 04 (quatro) questões que versam sobre Relação de Euler, Semelhança de Triângulos, Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo e Panificação de Sólidos, que serão apresentadas a seguir.

Questão 2.2.1 (Descritor do SAEPE - D04) Para uma exposição de lançamento de marcas, serão colados 2 adesivos com os nomes das empresas participantes em cada uma das faces de um poliedro convexo de 16 arestas e 10 vértices, feito de papelão. Quantos adesivos ao todo serão colados nesse poliedro de papelão?

A) 52 m.

B) 48 m.

C) 44 m.

D) 20 m.

E) 16 m.

Gabarito oficial: **Letra e**

Solução da questão: Para um poliedro convexo, a Fórmula de Euler estabelece a relação entre o número de vértices (V), o número de arestas (A) e o número de faces (F):

$$V - A + F = 2.$$

Neste caso, o poliedro de papelão tem $V = 10$ vértices e $A = 16$ arestas. Queremos encontrar o número de faces (F). Como cada adesivo é colado em uma face, o número total de adesivos é igual ao número de faces.

Rearranjando a Fórmula de Euler para resolver para F:

$$F = A - V + 2.$$

Substituindo os valores conhecidos:

$$F = 16 - 10 + 2.$$

$$F = 8.$$

Portanto, há 8 faces no poliedro de papelão. Como dois adesivos serão colados em cada face, o número total de adesivos será:

$$\text{Número total de adesivos} = 2 \times F = 2 \times 8 = 16.$$

Portanto, ao todo, serão colados 16 adesivos nesse poliedro de papelão.

Comentários

Essa questão envolve a aplicação da Fórmula de Euler em um contexto de geometria de poliedros. A fórmula é utilizada para relacionar o número de vértices (V), arestas (A) e faces (F) em um poliedro convexo.

A Fórmula de Euler ($V - A + F = 2$) é manipulada para encontrar o número de faces (F) em termos de vértices e arestas. Substituindo os valores conhecidos ($V = 10$ e $A = 16$), determinamos que o poliedro possui $F = 8$ faces.

Assim, o número total de adesivos é calculado multiplicando o número de faces pelo número de adesivos por face ($2 \times F$). Neste caso, 16 adesivos serão colados no poliedro de papelão.

Mesmo que essa questão proporcione uma oportunidade para os estudantes aplicarem conceitos geométricos e a Fórmula de Euler em um contexto prático, no Currículo de Pernambuco, não foi encontrada a previsão dessa habilidade em nenhuma das etapas do Ensino Médio, porém está prevista na Matriz do SAEPE no descritor D04.

Aplicação em sala:

Para abordar essa questão em sala de aula e explorar o conceito de poliedros convexos, a Fórmula de Euler e sua aplicação, o professor pode seguir as seguintes etapas:

1. Introdução ao Conceito de Poliedros: - Iniciando a aula revisando o conceito de poliedros, destacando as características de poliedros convexos. - Apresentar exemplos de poliedros convexos e não convexos, enfatizando as propriedades que definem essa classe de sólidos.

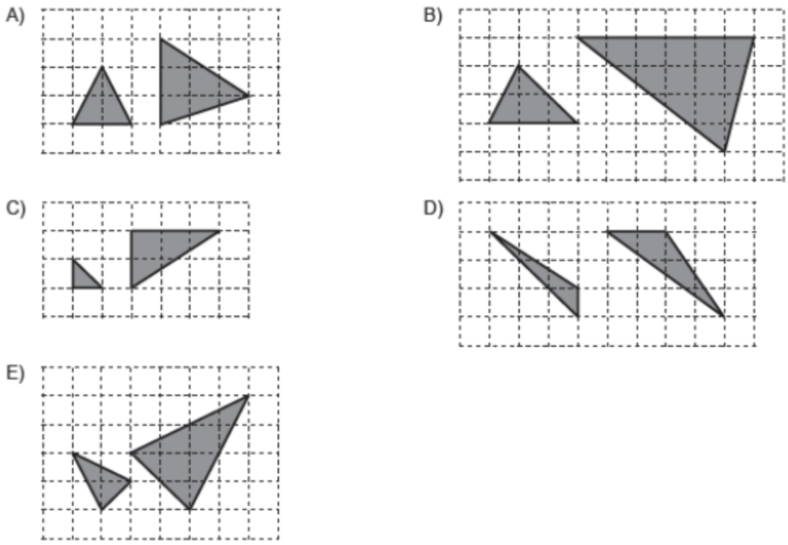
2. Fórmula de Euler: - Apresentando a Fórmula de Euler ($V - E + F = 2$) explica-se seu significado. - Mostre como ela pode ser usada para calcular o número de faces (F) quando o número de vértices (V) e arestas (A) é conhecido. 3. Discussão e Aplicações Práticas: - É importante incentivar os estudantes a discutir a aplicação prática da Fórmula de Euler e como ela pode ser útil em contextos reais, como no problema apresentado. - Estimular a reflexão sobre outras situações em que a fórmula pode ser aplicada também é uma forma de ratifica a aprendizagem.

4. Atividades Práticas e Exercícios: - Fornecer exercícios semelhantes para os praticarem o uso da Fórmula de Euler em diferentes contextos. - Atividades práticas, como a construção de poliedros convexos e a aplicação da fórmula também contribuem para o fortalecimento da aprendizagem.

5. Revisão e Reforço: - Fazer uma revisão dos conceitos abordados, esclarecendo dúvidas e destacando a importância da Fórmula de Euler na compreensão das características dos poliedros convexos proporciona uma compreensão mais profunda, promovendo o pensamento crítico, resolução de problemas e aplicação prática de fórmulas matemáticas.

Questão 2.2.2 (Currículo de Pernambuco - EM13MAT308PE24) Um professor de

Matemática desenhou vários triângulos em uma malha quadriculada. Qual par de triângulos desenhados pelo professor representa triângulos semelhantes?



Gabarito oficial: **Letra E**

Solução da questão:

Ao resolver problemas de semelhança entre triângulos, é importante observar algumas características. A semelhança entre dois triângulos ocorre quando os ângulos correspondentes são congruentes, e as razões entre os comprimentos dos lados correspondentes são proporcionais.

Alguns critérios de semelhança estabelecem condições necessárias para determinar quando dois triângulos são semelhantes:

1. LLL (Lados Lados Lados): Dois triângulos são semelhantes se todos os seus lados forem proporcionais.

2. LAL (Lado Ângulo Lado): Dois triângulos são semelhantes se tiverem um lado congruente e os ângulos adjacentes a esse lado também forem congruentes.

3. AAA (Ângulo Ângulo Ângulo): Dois triângulos são semelhantes se tiverem todos os três pares de ângulos correspondentes congruentes.

Analisando item a item temos que:

A. O triângulo menor é isósceles e o maior não, ou seja, os ângulos correspondentes não são congruentes, logo esse par não é semelhante.

B. As bases e catetos têm razões diferentes entre si, respectivamente.

C. Os dois triângulos são retângulos, porém o menor tem os catetos com tamanhos iguais, diferente do que acontece com o triângulo maior, ou seja, a razão entre os comprimentos dos lados correspondentes não são proporcionais, logo o par não é proporcional.

D. Considerando o lado menor que forma o ângulo obtuso, percebemos que a razão entre essas bases é 1:2, enquanto a altura relativa à base é igual, portanto não são semelhantes.

E. Seja T_1 e T_2 os triângulos menor e maior respectivamente, desse item. Podemos observar que um dos lados do triângulo menor T_1 compreende na diagonal de um quadrado da malha e o lado correspondente do triângulo maior T_2 é a diagonal do quadrado formado por 4 quadrados da malha, ou seja, tem uma razão de 1 para 2. O T_1 está contido em um quadrilátero regular formado por 4 quadrados da malha,e os vértices do lado menor estão exatamente nos pontos médios de dois lados adjacentes desse quadrilátero, como o terceiro vértice de T_1 coincide com vértice do quadrilátero, os lados que contem esses pontos tem o mesmo tamanho, logo T_1 é isósceles. Analogamente, T_2 também é isósceles. Como as áreas dos quadriláteros em que T_1 e T_2 estão contidos, estão numa razão de 1:4, os lados correspondentes de T_1 e T_2 tem razão 1:2 também, concluímos que, pelo critério LLL, os triângulos T_1 e T_2 são semelhantes.

Portanto a resposta correta é o item E.

Comentários:

A questão apresenta a importância de observar ângulos correspondentes congruentes e a proporcionalidade entre os lados.

Os itens devem ser analisados individualmente, e a resposta correta é fundamentada na aplicação do critério de semelhança LLL (Lados Lados Lados), LAL (Lado Ângulo Lado) ou AAA (Ângulo Ângulo Ângulo).

No Currículo de Pernambuco a habilidade EM13MAT308PE24 destaca que:

> Aplicar as relações métricas e as leis de seno e cosseno ou as noções de congruência e semelhança para resolver e elaborar situações-problema que envolvam triângulos em variados contextos, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.

Logo verificamos que a questão atende às perspectivas do Currículo do Estado.

Em resumo, a questão oferece uma oportunidade para os estudantes aplicarem conceitos de semelhança de triângulos, exercitando o pensamento geométrico e a interpretação de critérios específicos em um contexto prático.

Aplicação em Sala:

Abordagem em Sala de Aula:

1. Introdução ao Tema: - Explique o conceito de semelhança entre triângulos, ressaltando a importância de ângulos correspondentes congruentes e proporcionalidade entre lados.

2. Exemplificação Visual: - Apresente triângulos desenhados em uma malha quadriculada. - Destaque visualmente os ângulos correspondentes e a disposição na malha.

3. Critérios de Semelhança: - Breve revisão dos critérios (LLL, LAL, AAA) de semelhança entre triângulos.

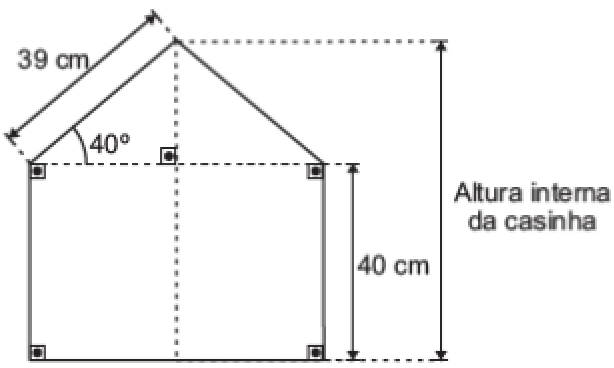
4. Reflexão Conjunta: - Conduza uma discussão em sala de aula. - Destaque aspectos importantes da análise e corrija possíveis equívocos.

5. Atividade Prática: - Proporcione outras figuras ou malhas quadriculadas para que os estudantes pratiquem a identificação de triângulos semelhantes.

6. Reforço e Exercícios: - Proporcione exercícios adicionais para casa, reforçando a aplicação dos critérios de semelhança.

Essa abordagem permite uma exploração prática do conceito de semelhança entre triângulos, proporcionando uma compreensão sólida por meio da análise visual e da aplicação dos critérios específicos.

Questão 2.2.3 (Currículo de Pernambuco - EM13MAT308) Juliano fez uma casinha de madeira para o seu cachorro. Algumas medidas internas da parede traseira dessa casinha estão indicadas na figura abaixo.



Dados:
sen 40° ≅ 0,64
cos 40° ≅ 0,77
tg 40° ≅ 0,84

Qual é a medida da altura interna dessa casinha?

A) 64,96 cm.

B) 70,03 cm.

C) 72,76 cm.

D) 78,36 cm.

E) 79,00 cm.

Gabarito oficial: **Letra A**

Solução da questão:

A altura total da casinha é dada pela soma da altura do triângulo isósceles e a altura do retângulo. Podemos utilizar a relação trigonométrica do seno (sen) para calcular a altura do triângulo isósceles.

A altura do triângulo isósceles ($h_{\text{triângulo}}$) pode ser encontrada usando a fórmula:

$$h_{\text{triângulo}} = \text{lado} \times \text{sen(ângulo de base)}$$

Substituindo os valores fornecidos:

$$h_{\text{triângulo}} = 39 \times \text{sen}(40^\circ)$$

$$h_{\text{triângulo}} = 39 \times 0,64$$

$$h_{\text{triângulo}} \approx 24,96\,cm$$

A altura total da casinha é então a soma da altura do triângulo e a altura do retângulo:

$$\text{Altura total} = h_{\text{triângulo}} + \text{Altura do retângulo}$$

$$\text{Altura total} = 24,96 + 40$$

$$\text{Altura total} \approx 64,96\,\text{cm}.$$

Portanto, a medida da altura interna da casinha é aproximadamente $64,96\,\text{cm}$. **Comentários:**

Essa questão envolve a aplicação de conceitos de geometria e trigonometria para calcular a altura interna de uma casinha com formato composto por um triângulo isósceles sobre um retângulo, prevista na habilidade EM13MAT308 do Currículo de Pernambuco que versa:

> Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos

Ao perceber que a altura total é a soma da altura do triângulo isósceles e a altura do retângulo, utiliza-se a relação trigonométrica do seno (sen) para determinar a altura do triângulo que ao ser somada a altura do retângulo encontra-se o resultado da questão.

Esse tipo de questão proporciona aos estudantes a oportunidade de aplicar conhecimentos adquiridos fortalecendo a compreensão de conceitos pré estabelecidos.

Aplicação em Sala:

Para trabalhar essa questão em sala de aula, o professor pode seguir uma abordagem mais simplificada e direta, enfocando nos conceitos-chave.

1. Contextualização: - Apresentar a situação da casinha e destacar que sua forma é composta por um triângulo isósceles sobre um retângulo.

2. Revisão de Trigonometria: - Relembrar conceitos básicos de trigonometria, especialmente as funções seno, cosseno e tangente.

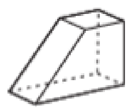
3. Análise da Estrutura: - Explorar a estrutura da casinha, identificando as duas figuras geométricas e a necessidade de calcular a altura total.

4. Aplicação da Trigonometria: - Demonstrar como utilizar a função seno para calcular a altura do triângulo isósceles, considerando a base como um dos lados do retângulo.

5. Resolução em Etapas: - Incentivar os estudantes a resolver a questão em etapas, aplicando cada conceito aprendido.

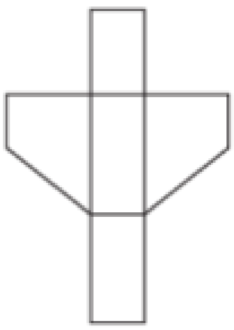
6. Atividades Relacionadas: - Propor atividades adicionais envolvendo a aplicação de trigonometria em situações do dia a dia.

Questão 2.2.4(Descritor do SAEPE - D03) Observe o sólido geométrico abaixo.

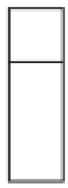


Uma planificação desse sólido está representada em

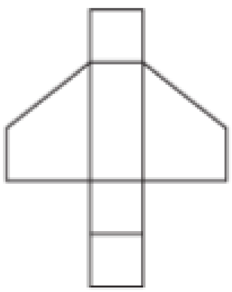
A)



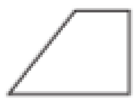
B)



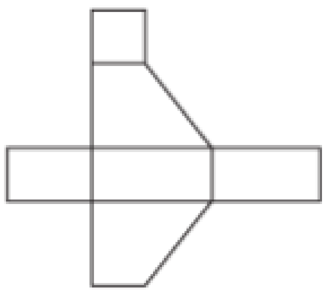
C)



D)



E)



Gabarito oficial: **Letra E**

Solução da questão:

O objeto tem 6 faces logo sua planificação deve ter seis figuras planas. Note ainda que existem apenas os itens C e E tem seis figuras planas, porém apenas no item E as figuras tem exatamente o formato e tamanho do objeto. Logo a alternativa correta é o item E.

Comentários

A questão aborda o conceito de planificação, que envolve o processo de desdobrar um objeto tridimensional em figuras planas bidimensionais. A habilidade de planificar é essencial para compreender a estrutura e a forma de objetos tridimensionais.

Embora esteja prevista como habilidade necessária para o Ensino Médio no Descritor D03, não encontramos uma habilidade específica no Currículo de Pernambuco.

Ao apresentar diversas alternativas de planificação para um objeto, os estudantes são desafiados a identificar a representação correta. A solução destaca que apenas o item E apresenta seis figuras planas que correspondem exatamente às faces do objeto tridimensional, evidenciando a aplicação prática do conceito.

Essa questão estimula os estudantes a desenvolverem a capacidade de visualização espacial, a análise crítica de configurações planas e a correlação entre figuras bidimensionais e objetos tridimensionais.

Aplicação em Sala:

Estratégia para Trabalhar em Sala de Aula:

1. Introdução: - Introduza o conceito de planificação, explicando que é o processo de desenhar as faces de um objeto tridimensional quando desdobrado em duas dimensões.

2. Exemplo Prático: - Mostre um objeto tridimensional (por exemplo, uma pirâmide) e explique que os estudantes precisarão visualizar como suas faces seriam dispostas em um plano.

3. Análise dos Itens: - Apresente diferentes alternativas de planificação do objeto. - Destaque que o objeto tem um certo número de faces, portanto, sua planificação deve ter essa mesma quantidade figuras planas.

4. Discussão em Grupo: - Divida os estudantes em grupos. - Peça que analisem cada item, considerando a quantidade de figuras planas e sua correspondência com as faces do objeto tridimensional.

5. Justificativas: - Solicite que cada grupo justifique sua escolha, enfatizando a contagem das figuras planas e a correspondência com as faces do objeto.

6. Análise Conjunta: - Realize uma análise conjunta das justificativas de cada grupo. - Destaque as características que tornam uma planificação correta em relação ao objeto tridimensional.

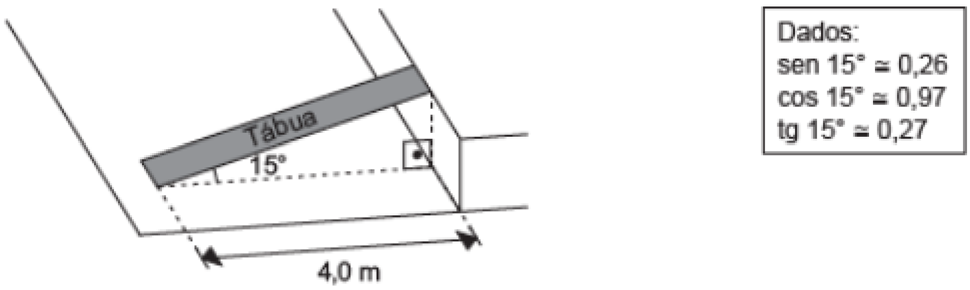
7. Solução da Questão: - Introduza a questão específica sobre o objeto com 6 faces. - Utilize a solução fornecida para reforçar a compreensão da planificação correta.

Essa abordagem pode promover aos estudantes a explorarem ativamente o conceito de planificação e desenvolvam a habilidade de visualizar e representar objetos tridimensionais em duas dimensões.

2.3 Análise das Questões de 2022

Em 2022 foram identificadas 02(duas) questões que versam sobre Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo, Relações Métricas no Triângulo Retângulo, que estarão dispostas a seguir.

Questão 2.3.1 (Currículo de Pernambuco - EM13MAT308) Os operários de uma construção irão instalar uma tábua entre dois patamares para utilizarem como rampa de transporte de materiais. No desenho abaixo, está representada a distância entre esses patamares, bem como a disposição e a inclinação com que essa tábua será instalada.



De acordo com essas informações, aproximadamente, qual será a extensão, em metros, dessa tábua?

A) 3,03 m.

B) 3,88 m.

C) 4,12 m.

D) 14,81 m.

E) 15,38 m.

Gabarito oficial: **Letra c**

Solução da questão:

Para resolver esse problema, podemos usar a trigonometria, mais especificamente a definição de cosseno em triângulos retângulos, considerando o ângulo de inclinação da tábua. No caso da tábua inclinada a 15° em relação ao chão, temos que:

$$cos(15°) = \frac{\text{Cateto Adjacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{4,0}{\text{Hipotenusa}}$$

$$0,97 = \frac{4,0}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{Hipotenusa} = \frac{4,0}{0,97} = 4,12$$

Comentários

Aqui podemos abordar a habilidade EM13MAT308,

> Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos

Essa questão envolve a aplicação de conceitos trigonométricos em um contexto prático, onde os estudantes precisam determinar o comprimento de uma tábua inclinada. Ao utilizar o cosseno do ângulo de inclinação e a distância entre o pé da tábua e a parede. Destacamos a importância da precisão nas operações matemáticas, fornecendo uma resposta mais próxima da realidade. Isso ressalta a necessidade de atenção aos detalhes e à interpretação correta dos dados fornecidos. Portanto, essa questão oferece uma oportunidade para integrar a trigonometria à prática, incentivando os estudantes a aplicarem seus conhecimentos matemáticos em situações do cotidiano, fortalecendo assim a compreensão e a habilidade de resolver problemas.

Aplicação em Sala:

Esse tipo de questão pode ser trabalhada em sala de aula da seguinte maneira:

1. Contextualização: Apresente uma situação-problema aos estudantes, destacando o contexto em que ela ocorre (exemplo: instalação de uma escada em uma construção).

2. Revisão de Trigonometria: Faça uma revisão rápida dos conceitos básicos de trigonometria, especialmente os relacionados aos triângulos retângulos e às funções trigonométricas.

3. Discussão da Estratégia de Resolução: Explique aos estudantes como eles podem utilizar a definição de cosseno em um triângulo retângulo para determinar o comprimento da escada, dado o ângulo de inclinação e a distância até a parede.

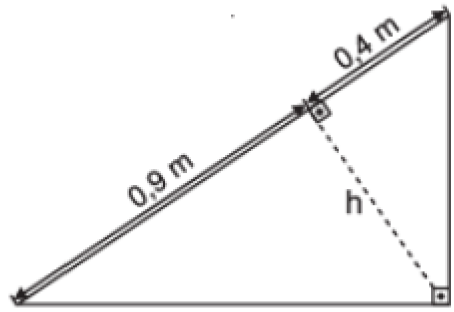
4. Apresentação das Soluções: Peça a alguns grupos que compartilhem suas soluções com a turma, explicando o raciocínio utilizado para resolver o problema.

5. Avaliação e Discussão: Forneça feedback sobre as respostas dos estudantes e conduza uma discussão em sala de aula para esclarecer dúvidas e destacar os pontos-chave da resolução.

6. Exercícios: Proporcione aos estudantes outras questões semelhantes para que pratiquem a aplicação dos conceitos aprendidos em diferentes situações.

Questão 2.3.2 (Currículo de Pernambuco - EM13MAT308) Uma estrutura metálica em formato de triângulo retângulo será reforçada com a soldagem de uma nova barra de metal. Essa barra será fixada na posição do segmento que representa a altura h relativa à hipotenusa desse triângulo, conforme ilustrado na figura abaixo.

Qual é a medida, em metros, dessa nova barra de metal que será soldada nessa estrutura?



A) 0,28 m.

B) 0,36 m.

C) 0,40 m.

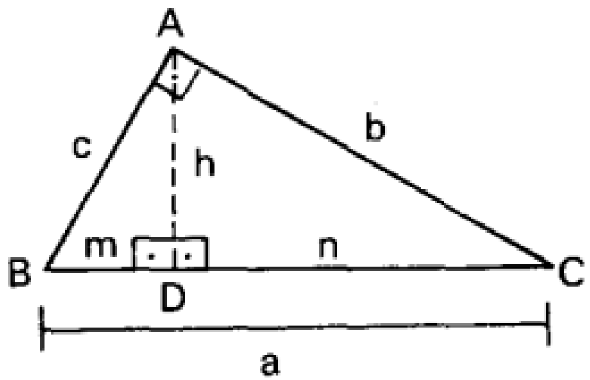
D) 0,50 m.

E) 0,60 m.

Gabarito oficial: **Letra E**

Solução da questão:

Para solucionar essa questão é necessário fazer uso das Relações Métricas no Triângulo Retângulo.



Considerando Triângulo ABC temos os seguintes elementos:

- Lados: Os lados do triângulo são denotados como a, b e c.
- Hipotenusa (a): A hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto e é denotada por a.
- Catetos (c, b): Os catetos c e b são os lados que formam o ângulo reto.

- Altura (h): A altura de um retângulo é a linha perpendicular da hipotenusa ao vértice oposto ao ângulo reto. A altura é frequentemente denotada por h.

- Projeções(m,n): m e n são as projeções dos catetos c e b sobre a hipotenusa a.

As relações métricas no triângulo retângulo conhecidas são:

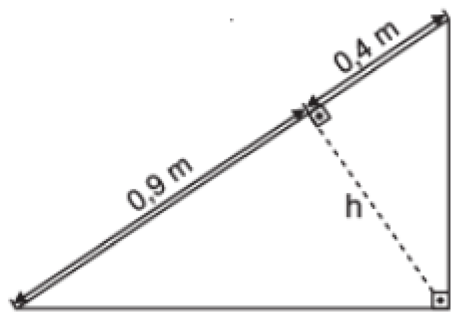
1. $a^2 = b^2 + c^2$ (Teorema de Pitágoras)

2. $h^2 = m \cdot n$

3. $b^2 = a \cdot m$

4. $c^2 = a \cdot n$

5. $a \cdot h = b \cdot c$



Usando $h^2 = m \cdot n$ temos:

$$h^2 = 0,4 \cdot 0,9$$

$$h^2 = 0,36$$

$$h = \sqrt{0,36} = 0,6m.$$

.

Comentários

Essa questão oferece uma oportunidade para explorar a habilidade (EM13MAT308) prevista no Currículo de Pernambuco, em sala de aula:

Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

Ao apresentar um problema prático envolvendo um triângulo retângulo e a soldagem de uma nova barra de metal, os estudantes podem aplicar o teorema de Pitágoras para resolver a questão. Durante uma discussão em sala, os estudantes podem ser incentivados a identificar as informações fornecidas, estabelecer relações variadas e desenvolver estratégias para encontrar a medida da nova barra de metal. A abordagem da resolução, destacando a aplicação prática dos conceitos aprendidos, pode contribui para a compreensão mais profunda desses temas.

Aplicação em Sala:

Um professor pode trabalhar esse tipo de questão em sala de aula da seguinte maneira:

1. Contextualização: Apresente a situação-problema aos estudantes, destacando o contexto em que ela ocorre (reforço de uma estrutura metálica com a soldagem de uma nova barra).

2. Revisão de Geometria: Faça uma revisão rápida dos conceitos básicos de geometria, especialmente os relacionados a triângulos retângulos e as relações métricas nesses triângulos.

3. Discussão da Estratégia de Resolução: Explique aos estudantes como eles podem utilizar as relações métricas no triângulo retângulo para determinar a medida da nova barra de metal, destacando a importância do teorema de Pitágoras nesse contexto.

4. Apresentação das Soluções: Peça a alguns estudantes que compartilhem suas soluções com a turma, explicando o raciocínio utilizado para resolver o problema e destacando as relações métricas aplicadas.

5. Feedback e Discussão: Forneça feedback sobre as respostas dos estudantes e conduza uma discussão em sala de aula para esclarecer dúvidas e destacar os pontos-chave da resolução, incentivando os estudantes a pensar criticamente sobre o problema.

6. Prática Adicional: Proporcione aos estudantes outras questões semelhantes para que pratiquem a aplicação dos conceitos aprendidos em diferentes situações, consolidando assim seu entendimento sobre as relações métricas no triângulo retângulo.

2.4 Algumas Considerações

Analisando-se as avaliações disponíveis nos anos de 2019, 2021 e 2022, verifica-se que das 26 questões a avaliação de matemática em cada uma das provas menos de 25% é destinada ao Eixo Estruturante de Geometria. Nos anos analisados identificamos quatro, quatro e duas questões voltadas a esse Eixo, respectivamente, sendo distribuídas de acordo com o conteúdo da seguinte forma:

Tabela 3 – CONTEÚDO/QUANTIDADE DE QUESTÕES

Conteúdo	**Quantidade de Questões**
Semelhança de triângulos	2
Relação Métrica no triângulo retângulo	1
Relações trigonométricas no triângulo retângulo	2
Teorema de Pitágoras	1
Relação de Euler	2
Planificação de Sólidos	2

Fonte: Produzido pelo Autor

É possível observar que cada questão analisada aborda apenas uma Habilidade prevista no Currículo de Pernambuco por vez, tornando a resolução simples e direta. Isto visa avaliar as habilidades do eixo estruturante de forma objetiva. No entanto, apesar das questões serem aparentemente simples, a taxa de acerto neste eixo é bastante baixa como pode ser observado nas Figuras 1 e 2, mostrando que há ainda uma imensa dificuldade dos estudantes com relação a este tema.

3 Sequências Didáticas

A sequência didática é uma ferramenta pedagógica que se destaca por sua organização sistemática e orientada para o ensino-aprendizagem de conteúdos específicos. De acordo com (ZABALA; ARNAU, 2010) ela se fundamenta na ideia de que a aprendizagem é um processo ativo e significativo para os estudantes. A aprendizagem ocorre quando a experiência prévia é significativa e introduz novas questões e desafios.

A sequência didática, portanto, busca promover uma aprendizagem significativa ao propor uma série de atividades sequenciais e articuladas, que levam em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes, suas habilidades cognitivas e os objetivos de ensino estabelecidos. Conforme ressalta Luckesi (LUCKESI, 1998), "a aprendizagem é uma construção interna, que resulta da interação do sujeito com o objeto de conhecimento". Por meio de estratégias diversificadas, como problematização, discussões em grupo, atividades práticas e reflexões, busca-se não apenas transmitir conhecimentos, mas também desenvolver competências e habilidades dos estudantes, incentivando o pensamento crítico, a autonomia e a criatividade.

Podemos destacar que a sequência didática é uma estratégia de organização do trabalho pedagógico que visa articular diferentes atividades ao longo de uma unidade didática, conforme afirmado por (ZABALA; ARNAU, 2010). Essas sequências têm como objetivo principal a construção de objetivos educacionais e o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes.

Além disso, as sequências didáticas permitem analisar as atividades realizadas e o sentido que adquirem dentro de uma progressão planejada de ensino. Elas fornecem pistas sobre a função de cada atividade na construção do conhecimento e da aprendizagem dos estudantes, possibilitando avaliar a pertinência de cada uma delas, identificar possíveis lacunas ou necessidades de ênfase em determinados aspectos do conteúdo.

No contexto descrito, a elaboração e aplicação de sequências didáticas são consideradas fundamentais para o desenvolvimento de uma pesquisa. Essas sequências fornecem dados relevantes sobre a eficácia das estratégias de ensino utilizadas, bem como sobre a relação entre as atividades propostas e os objetivos educacionais almejados.

A seguir apresentaremos algumas sugestões de sequências didáticas para desenvolverem habilidades requeridas no eixo estruturante de Geometria do SAEPE. Salientamos que preparamentos as sequências voltadas para os conteúdos mais presentes deste eixo nos anos dos exames analisados no capítulo anterior. É importante salientar, que as sequências didáticas foram pensadas para serem concisas e diretas, uma vez que percebemos na análise das questões no capítulo anterior que as habilidades avaliadas são requeridas de forma bastante direta também. Ao fim de cada sequência, propomos uma lista de exercícios com questões do SAEPE ou seguindo o estilo objetivo das suas questões.

3.1 Semelhança de Triângulos

3.1.1 Habilidades a Serem Desenvolvidas

- Compreender o conceito de semelhança de triângulos, identificando os critérios de semelhança.
- Reconhecer triângulos semelhantes.
- Verificar a proporcionalidade de outros elementos dos triângulos semelhantes como alturas e medianas.

3.1.2 Habilidades do Currículo de Pernambuco

- EM13MAT308PE24

3.1.3 Materiais Didáticos

- 1 caderno;
- lápis;
- borracha;
- transferidor;
- régua;
- quadro;
- projetor de imagem.

3.1.4 Tempo de Execução: 3 aulas de 50 minutos cada

1º encontro: 2 aulas

- Apresentar o conceito de semelhança de triângulos;
- Revisar os critérios de Semelhança de Triângulos apresentando um exemplo para cada critério;
- Estabelecer a relação de proporcionalidade entre alturas e medianas de triângulos semelhantes;
- Propor uma lista de exercícios (ANEXO C).

2º encontro: 1 aula

- Correção da Lista de Exercícios.

3.2 Teorema de Pitágoras e Relações métricas no triângulo retângulo

3.2.1 Habilidades a Serem Desenvolvidas

- Identificar os elementos do triângulo Retângulo (catetos e hipotenusa);
- Compreender e aplicar o Teorema de Pitágoras;
- Estabelecer outras relações métricas no triângulo retângulo;
- Reconhecer a aplicação de cada relação métrica no triângulo retângulo.

3.2.2 Habilidades do Currículo de Pernambuco

- EM13MAT308

3.2.3 Materiais Didáticos

- 1 caderno;
- lápis;
- borracha;
- régua;
- quadro;
- projetor de imagem.

3.2.4 Tempo de Execução: 6 aulas de 50 minutos cada

1º encontro: 2 aulas

- Revisar a identificação dos elementos do Triângulo retângulo (catetos e hipotenusa);
- Apresentar o Teorema de Pitágoras e sua respectiva aplicação em situações-problemas;
- Apresentar situações do dia-a-dia em que o Teorema de Pitágoras é aplicado;

- Propor uma lista de exercícios (ANEXO D).

2º encontro: 1 aula

- Correção da Lista de Exercícios.

3º encontro: 2 aula

- Apresentar os elementos do triângulo retângulo que servirão de base para estabelecer as relações;
- Indicar as relações métricas no triângulo retângulo;
- Apresentar exemplo de aplicação para cada relação;
- Propor uma lista de exercícios (ANEXO E).

4º encontro: 1 aula

- Correção da Lista de Exercícios.

3.3 Relação de Euler

3.3.1 Habilidades a Serem Desenvolvidas

- Reconhecer a diferença entre poliedros convexos e não convexos;
- Reconhecer os elementos do poliedro convexo (Face, Vértice e Aresta)
- Estabelecer a Relação de Euler;
- Reconhecer a aplicação da Relação de Euler.

3.3.2 Habilidade da Matriz de Referência do SAEPE

- Descritor D04

3.3.3 Materiais Didáticos

- 1 caderno;
- lápis;
- borracha;

- quadro;
- projetor de imagem.

3.3.4 Tempo de Execução: 2 aulas de 50 minutos cada

Encontro único

- Apresentar Poliedros Convexos e não Convexos identificando os elementos (Face, Vértice e Aresta);
- Estabelecer a Relação de Euler e sua Aplicação;
- Propor uma lista de exercícios (ANEXO F).
- Correção da Lista de Exercícios.

3.4 Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

3.4.1 Habilidades a Serem Desenvolvidas

- Reconhecer elementos do Triângulo Retângulo (Catetos e Hipotenusa);
- Compreender as relações entre Catetos e Hipotenusa;
- Compreender os conceitos das razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente);
- Reconhecer a aplicação das Razões Trigonométricas no dia-a-dia.

3.4.2 Habilidade do Currículo de Pernambuco

- EM13MAT308

3.4.3 Materiais Didáticos

- 1 caderno;
- lápis;
- borracha;
- régua;
- projetor de imagem;
- quadro.

3.4.4 Tempo de Execução: 8 aulas de 50 minutos cada

1º encontro: 2 aulas

- Apresentar o triângulo Retângulo e seus elementos;
- Estabelecer as Razões trigonométricas;
- Propor uma lista de exercícios (ANEXO G).

2º encontro: 1 aula

- Correção da Lista de Exercícios.

3º encontro: 2 aulas:

3.5 Planificação de Sólidos Geométricos

3.5.1 Habilidades a Serem Desenvolvidas

- Compreender a diferença entre figuras planas e espaciais;
- Reconhecer os Sólidos Geométricos (cubos, paralelepípedos, pirâmides, cilindros, tetraedros, octaedros...);
- Reconhecer os elementos (face, aresta e vértices);
- Estabelecer a relação entre a visualização tridimensional dos sólidos com sua planificação.

3.5.2 Descritor da Matriz de Referência

- Descritor D03 Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.

3.5.3 Materiais Didáticos

- 1 caderno;
- lápis;
- borracha;
- cartolina;
- tesoura sem ponta;

- barbante;
- caixa de papelão;
- régua;
- projetor de imagem;
- quadro.

3.5.4 Tempo de Execução: 5 aulas de 50 minutos cada

1º encontro: 2 aulas

- Apresentar as figuras planas e figuras espaciais chamando atenção para as espaciais;

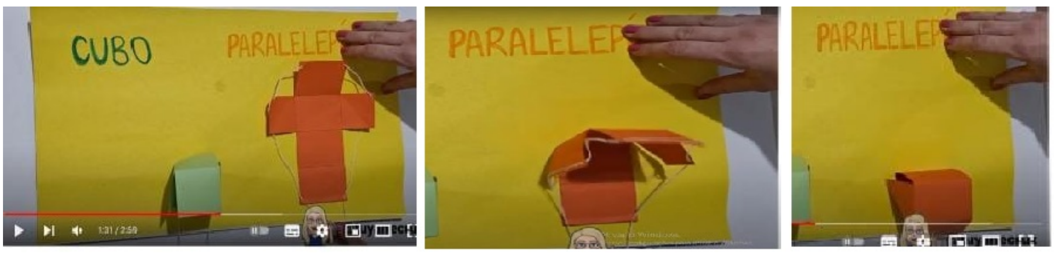
2º encontro: Oficina com 2 aulas

- Apresentar a planificação de um cubo, de um paralelepípedo e um cone com o uso do material (caixa de papelão, régua, lápis e borracha);
- Apresentar o vídeo disponível em (MATEMáTICAPORTODOLADO, 2024) para mostrar como construir a planificação de um cubo e um paralelepípedo e com o uso de barbante obter a figura espacial correspondente. Como pode ser visto nas figuras.

Figura 5 – Planificação do cubo

Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=l7iWjYJDTrg

Figura 6 – Planificação do paralelepípedo



Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=l7iWjYJDTrg

- Separar a turma em grupos;
- Propor a construção da planificação de outros sólidos geométricos por cada grupo usando a técnica vista no vídeo.
- Apresentação de cada grupo;
- Propor uma lista de exercícios (ANEXO H).

3º encontro: 1 aula

- Correção da lista de exercícios.

Conclusão

Este estudo contribui para a produção de material suporte voltado para o desenvolvimento de conhecimentos necessários para a construção de habilidades previstas na avaliação do SAEPE para o Eixo estruturante de geometria. Apresentamos aqui informações sobre o contexto histórico do SAEPE e sua estrutura, como são determinados seus resultados e quais seus objetivos. Mostramos, também, que os estudantes têm dificuldades em desenvolver as habilidades, particularmente, no eixo de geometria, como mostrados nos resultados do último ano disponível ao acesso, corroborados por conversas com outros professores de matemática e de experiência em sala de aula. Além disso, o trabalho fornece uma base de alguns conteúdos de geometria para serem trabalhados em sala, visto que foram feitas análises de questões deste eixo dos anos de 2019, 2021 e 2022. Por fim, apresentamos sequências didáticas para os principais conteúdos identificados nas questões analisadas como sugestão de aplicação para o desenvolvimento das habilidades avaliadas na prova do SAEPE.

É importante salientar que uma das dificuldades da pesquisa foi encontrar no site do CAED e em documentos oficiais como de fato se dá a atribuição numérica de notas para os estudantes. Inicialmente, é dito no site que é usado a TRI, no entanto, em nenhuma das fontes de pesquisa é explicitado de forma clara qual o tipo de TRI usado e nem a forma de calcular a proficiência de cada estudante.

A limitação de tempo impossibilitou a aplicação das sequências didáticas em sala para verificação da construção do conhecimento por parte dos estudantes e da melhoria dos resultados, visto que o SAEPE é realizado de forma anual. No entanto, a análise das questões permitiu uma visão geral de como as habilidades relativas ao eixo de geometria vêm sendo requeridas nas provas do SAEPE de forma bem direta, sem um cuidado em combiná-las entre si ou com outras habilidades. Baseando-se nisto, elaboramos sequências didáticas com esta característica ao fim das quais disponibilizamos lista de exercícios que buscam subsidiar professores a terem um material com mesmo foco das provas analisadas.

No entanto, acreditamos que pesquisas complementares podem ser desenvolvidas buscando aprimorar os conhecimentos nos demais Eixos Estruturantes do mesmo nível ou dos níveis do ensino fundamental, no qual o SAEPE é aplicado, criando um banco de questões capazes de nortear o desenvolvimento de aulas voltadas à melhoria dos resultados na Avaliação Externa estadual. Particularmente, como continuação dessa pesquisa, um caminho natural seria a aplicação das sequências didáticas em salas de aulas com verificação dos resultados a posteriori, mostrando ou refutando sua eficacia.

Outrossim, buscar entender a construção da proficiência de cada avaliação, a fim de desenvolver método mais eficazes de verificação das aprendizagens esperadas, pode ser um caminho a seguir, capaz de melhorar a qualidade da avaliação do SAEPE e contribuir para a preparação de aulas dos professores com foco nesta avaliação.

Ao finalizar este trabalho, percebemos que sua construção também foi importante para o aprimoramento profissional no âmbito particular, desenvolvendo o conhecimento aprofundado dos documentos oficiais; em específico a Matriz de Referência do SAEPE e o Currículo de Pernambuco, da identificação dos descritores utilizados no 3º do Ensino Médio e como são aplicados no Eixo de Geometria. Conhecer sua estrutura e o propósito de criação da avaliação também fez compreender sua importância para a construção de uma Educação Básica eficiente.

Por isso, acreditamos que este trabalho vem somar a outros que buscaram analisar e propor ações voltadas para o SAEPE.

Referências

ARAUJO, E. A. C. de; ANDRADE, D. F. de; BORTOLOTTI, S. L. V. Teoria da resposta ao item. *Revista da Escola de Enfermagem da USP*, 2009.

ARRETCHE, M. *valiação de políticas públicas: uma revisão crítica*. [S.l.]: Cortez, 2012.

BARROS, B. R. S. M. de. *A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM COMO INSTRUMENTO DE ELABORAÇÃO DE TESTES PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2022.

Brasil, Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>.

CAED. *Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação)*. 2023. Disponível em: <https://avaliacaoemonitoramentopernambuco.caeddigital.net/#!/resultados>.

FERNANDES, D. A. S. *Avaliação educacional: uma prática em construção.* [S.l.]: Cortez, 2009. 20 p.

LUCKESI, C. C. *Filosofia da Educação*. [S.l.]: Cortez Editora, 1998.

LUCKESI, C. C. *avaliação da aprendizagem escolar.* [S.l.]: Cortez, 2011.

MATEMáTICAPORTODOLADO. *Planificação de Sólidos Geométricos e montagem com barbante*. 2024. Disponível em: <https://youtu.be/l7iWjYJDTrg?si=TjX8eecd23L6ptAP>.

Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco. *Currículo de Pernambuco*. 2023. Disponível em: <https://portal.educacao.pe.gov.br/wp-content/uploads/2023/11/CURRICULO_DE_PERNAMBUCO_DO_ENSINO-MEDIO-2021_Final.pdf>.

ZABALA, A.; ARNAU, L. *Como aprender e ensinar competências*. Porto Alegre: Artmed, 2010.

Anexos

ANEXO A – Matriz de Referência do SAEPE

I. GEOMETRIA

D01	Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
D02	Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.
D03	Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.
D04	Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema.
D05	Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).
D06	Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.
D07	Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.
D08	Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
D09	Relacionar a determinação do ponto de interseção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas.
D10	Reconhecer, dentre as equações do 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.

II. GRANDEZAS E MEDIDAS

D11	Resolver problema envolvendo perímetro de figuras planas.
D12	Resolver problema envolvendo área de figuras planas.
D13	Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

III. NÚMEROS E OPERAÇÕES/ÁLGEBRA E FUNÇÕES

D14	Identificar a localização de números reais na reta numérica.
D15	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D16	Resolver problema que envolva porcentagem.
D17	Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.
D18	Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.
D19	Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.
D20	Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.
D21	Resolver problema envolvendo PA/PG dada a fórmula do termo geral.
D22	Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.
D23	Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico ou vice-versa.
D24	Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo de uma função polinomial do 2º grau.
D25	Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.
D26	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.
D27	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.
D28	Resolver problema que envolva função exponencial.

2/2

D29	Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente) reconhecendo suas propriedades.
D30	Determinar a solução de um sistema linear.
D35	Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.

IV. ESTATÍSTICA, PROBABILIDADE E COMBINATÓRIA

D31	Resolver problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjo simples e/ou combinação simples.
D32	Resolver problema que envolva probabilidade de um evento.
D33	Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.
D34	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

ANEXO B – Organizador Curricular de Matemática

MATEMÁTICA		
1º ANO		
HABILIDADES DE ÁREA DA BNCC	**HABILIDADES ESPECÍFICAS DOS COMPONENTES**	**OBJETOS DO CONHECIMENTO**
(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumento	(EM13MAT104PE07) Compreender e aplicar o conceito de taxa e de índice, investigando, analisando criticamente e produzindo argumentos no contexto socioeconômico.	Conceitos de Taxa e Índice: compreensão e aplicação.
(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	(EM13MAT301PE17) Resolver e elaborar situações-problema do cotidiano, envolvendo a matemática e/ou outros domínios do conhecimento em torno das equações lineares simultâneas, por exemplo, sistemas de equações do 1º grau, utilizando técnicas algébricas (substituição, escalonamento etc.) e gráficas, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	Equações lineares e Sistemas de equações do 1º grau
(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	(EM13MAT302PE18) Construir modelos matemáticos para resolver situações-problema em vários contextos, envolvendo funções polinomiais do 1º e 2º graus, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	Funções Polinomiais do 1º e 2º Graus
(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.	(EM13MAT401PE33) Converter representações algébricas de funções polinomiais do 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos em que as funções tenham um comportamento proporcional, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	Funções Polinomiais do 1º grau: proporcionalidade
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.	(EM13MAT402PE34) Converter e analisar representações algébricas de funções polinomiais do 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, reconhecendo o papel dos coeficientes a, b e c no gráfico, como também distinguir os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado de outra variável, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais	Funções Polinomiais do 2º grau: proporcionalidade
(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	(EM13MAT404PE36) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças como, por exemplo, uma tabela de imposto de renda, em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento ou decrescimento, entre outras, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Funções: representações algébrica e gráfica. Domínios de validade. Imagem. Crescimento e Decrescimento.
(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.	(EM13MAT501PE41) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.	Função Polinomial do 1º grau: relações e representações
(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo	(EM13MAT502PE42) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função	Função Polinomial do 2º grau: relações e representações

quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo y = ax2.	polinomial de 2º grau do tipo y = ax^2, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	
(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.	(EM13MAT503PE43) Investigar e reconhecer pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos, envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	Pontos de máximo e de mínimo de funções quadráticas
(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.	(EM13MAT507PE47) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de situações-problema em diversos contextos.	Função afim de domínio discreto. Progressão Aritmética
(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.	(EM13MAT508PE48) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de situações-problema em diversos contextos.	Função Exponencial de domínio discreto. Progressão Geométrica
(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação é utilizar uma reta para descrever a relação observada.	(EM13MAT510PE50) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas de acordo com a lei de formação que determina o comportamento das variáveis, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levando em conta a variação e utilização de uma reta para descrever a relação observada.	Variáveis numéricas e conjunto de dados numéricos.
(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das	(EM13MAT101PE01) Interpretar, criticamente, situações reais econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, por meio de	Gráficos de Funções. Variação de Grandezas. Taxas de Variação.
taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	análise de gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	
(EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.	(EM13MAT103PE05) Compreender a ideia de grandeza e as conversões possíveis entre elas, identificando-as a partir de experimentos, textos científicos e/ou midiáticos.	Ideia e Conversão de Grandezas
	(EM13MAT103PE06) Interpretar textos científicos ou midiáticos, identificando unidades de medida de diferentes grandezas como também as conversões possíveis entre essas unidades inseridas ou não no Sistema Internacional (SI) como, por exemplo, quilômetro; toneladas; megabyte, entre outras.	Unidades de Medida de uma Grandeza; Sistema Internacional (SI)
(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.	(EM13MAT201PE13) Propor ou participar de ações adequadas às demandas de sua região e/ou de sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, área, volume, capacidade e massa, entre outros, relacionando as funções algébricas e os diferentes campos do conhecimento, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Medição e Cálculo de Perímetro, Área, Volume, Capacidade e Massa. Funções Algébricas.
	(EM13MAT201PE14) Mobilizar conceitos e propriedades para estabelecer as fórmulas de medida da área e do volume em figuras geométricas, podendo associá-las aos conceitos de "função área" e de "função volume", com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Conceitos, Propriedades e Medidas de Área e Volume
(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a	(EM13MAT307PE23) Utilizar diferentes modelos de situações-problema para a obtenção da medida da área de uma superfície por meio, por exemplo, da aproximação por cortes, composição e decomposição, entre outros, deduzindo	Área de figuras geométricas planas

distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.	expressões de cálculos, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	
(EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.	(EM13MAT313PE29) Utilizar, quando necessário, a notação científica e sua ordem de grandeza, para expressar medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e duvidosos, reconhecendo que toda medida é uma aproximação, consequência das limitações de sentido e imprecisão dos instrumentos, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	Notação Científica. Medidas. Ordem de Grandeza. Algarismos significativos e duvidosos.
(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).	(EM13MAT314PE30) Resolver e elaborar situações-problema, envolvendo grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras, explorando a noção de grandezas como aceleração, densidade, energia elétrica, entre outras.	Grandezas: razão ou produto de outras grandezas
(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.	(EM13MAT202PE15) Realizar pesquisa amostral, utilizando a coleta de dados, de acordo com a realidade da sua região, comunicando os resultados por meio de relatórios, contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão) com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	Dados de Pesquisas Estatística. Gráficos Estatísticos. Medidas de Tendência Central e de Dispersão.
(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).	(EM13MAT316PE32) Resolver e elaborar situações-problema, em contextos diversos, que envolvam o cálculo e a interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão), com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	Medidas de Tendência Central e de Dispersão .

(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatísticas, geometria e álgebra.	(EM13MAT406PE39) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados de pesquisas estatísticas relacionadas ao cotidiano (gravidez na adolescência, sexualidade, entre outros),com e/ou sem apoio de tecnologias digitais que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.	Gráficos e Tabelas de Frequências de Pesquisas Estatísticas.

MATEMÁTICA		
2º ANO		
HABILIDADES DA ÁREA BNCC	**HABILIDADES ESPECÍFICAS DO COMPONENTE**	**OBJETOS DO CONHECIMENTO**
(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.	(EM13MAT104PE08) Interpretar os conceitos envolvendo taxas e índices na resolução de situações-problema relacionados às atividades humanas, como por exemplo, taxas de inflação, analisando criticamente a realidade e produzindo argumentos.	Conceitos de Taxa e Índice: resolução de situações-problema.
	(EM13MAT104PE09) Investigar os processos de cálculo envolvendo as noções de taxas e de índices de natureza socioeconômica (produzindo argumentos e explorando taxas como: IR, ICMS, IPTU, IPVA), a fim de produzir análise e argumentos.	Conceitos de Taxa e Índice: investigação.
(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.	(EM13MAT304PE20) Resolver e elaborar situações- problema, envolvendo funções exponenciais, interpretando a variação das grandezas envolvidas em diversos contextos como, por exemplo, no estudo da Matemática Financeira, entre outros, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Funções Exponenciais: variação de grandezas
(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das	(EM13MAT305PE21) Resolver e elaborar situações- problema, envolvendo funções logarítmicas, interpretando a variação das grandezas em contextos diferentes como, por exemplo, o estudo	Funções Logarítmicas: variação de grandezas

grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.	da radioatividade, Matemática Financeira, entre outros, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	
(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.	(EM13MAT403PE35) Analisar e estabelecer relações, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponenciais e logarítmicas expressas em tabelas e em planos cartesianos para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento ou decrescimento, raízes, entre outras) de cada função, destacando-as como funções inversas.	Funções Exponenciais e Logarítmicas: relações, representações e características.
(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.	(EM13MAT203PE16) Utilizar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações para o uso de aplicativos e criação de planilhas (por exemplo, nas atividades envolvendo o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomada de decisão em situações diversas, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Planilhas financeiras: planejamento, execução e análise orçamentária e de renda.
(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.	(EM13MAT309PE25) Resolver e elaborar situações- problema de diferentes contextos, envolvendo o cálculo de áreas totais e volumes de sólidos geométricos (prismas, pirâmides e corpos redondos) como, por exemplo, o gasto de material para revestir uma superfície ou para preencher o interior de uma caixa, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	Áreas e volumes de sólidos geométricos
(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.	(EM13MAT505PE45) Investigar e resolver situações- problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem o uso de aplicativos da geometria dinâmica, para conjecturar em torno dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.	Polígonos: tipos ou composições.
(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.	(EM13MAT506PE46) Representar e interpretar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas, com e/ou sem o uso de aplicativos da geometria dinâmica.	Polígonos Regulares: área e perímetro
(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.	(EM13MAT102PE02) Analisar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de (amostras de pesquisas estatísticas) gráficos, infográficos e tabelas, prevendo tendências que podem induzir a erros.	Pesquisas Estatísticas: tabelas, gráficos e infográficos.
	(EM13MAT102PE03) Interpretar e utilizar tabelas e gráficos a partir dos dados neles contidos, construindo argumentos e/ou inferências e identificando possíveis inadequações que induzam ao erro de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.	Tabelas e Gráficos: argumentos e/ou inferências, inadequações.
	(EM13MAT102PE04) Analisar, criticamente, amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação.	Amostras de Pesquisas Estatísticas.
(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.	(EM13MAT310PE26) Resolver e elaborar situações-problema de contagem, envolvendo agrupamentos que dependam da ordem dos elementos ou não (com ou sem repetição), por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, bem como da Análise Combinatória, utilizando estratégias diversas.	Agrupamentos de elementos que dependam da ordem ou não (com repetição ou não). Princípio multiplicativo e aditivo. Análise Combinatória: permutação, arranjo e combinação

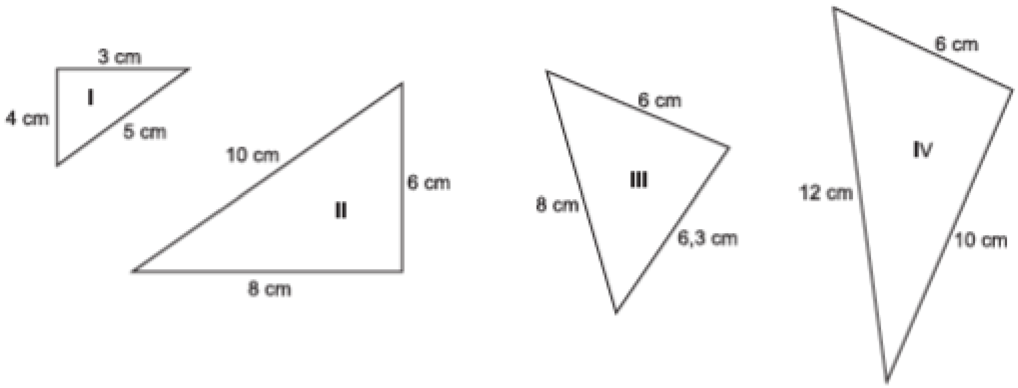
MATEMÁTICA		
3º ANO		
HABILIDADES DA ÁREA BNCC	HABILIDADES ESPECÍFICAS DO COMPONENTE	OBJETOS DO CONHECIMENTO
(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.	(EM13MAT303PE19) Interpretar e comparar situações-problema que envolvam os tipos de juros (simples e composto), utilizando como ferramentas de análise, planilhas e gráficos, enfatizando o comportamento linear e exponencial dos mesmos em cada caso, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Juros Simples e Compostos: planilhas e gráficos de funções afins e exponenciais
(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.	(EM13MAT306PE22) Resolver e elaborar situações-problema, envolvendo as funções seno e cosseno, comparando com contextos diversos de fenômenos cíclicos e periódicos como, por exemplo, o estudo de ondas sonoras, com e/ou sem uso de softwares de álgebra e geometria.	Funções seno e cosseno.
(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.	(EM13MAT315PE31) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, se possível, um algoritmo que resolva uma situação-problema.	Algoritmo e Fluxograma.
(EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).	(EM13MAT105PE10) Identificar e interpretar as transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) para construir figuras, analisando elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras) com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Transformações Isométricas

	(EM13MAT105PE11) Aplicar as transformações homotéticas para construir e analisar figuras da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras), analisando os seus elementos, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Transformações Homotéticas
(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.	(EM13MAT308PE24) Aplicar as relações métricas e as leis de seno e cosseno ou as noções de congruência e semelhança para resolver e elaborar situações-problema que envolvam triângulos em variados contextos, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Relações Métricas, Congruência e Semelhança de Triângulos. Leis do seno e cosseno.
(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.	(EM13MAT405PE38) Utilizar conceitos ou noções iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em língua materna e/ou na linguagem matemática, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Algoritmos de Programação.
(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavaliere, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.	(EM13MAT504PE44) Investigar e compreender processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas, incluindo o princípio de Cavalieri, para a dedução das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Volume dos Prismas, Pirâmides, Cilindros, Cones e Esferas. Princípio de Cavalieri.
(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.	(EM13MAT509PE49) Compreender e investigar a deformação de ângulos e áreas decorrentes de diferentes projeções usadas em cartografia ou em outros contextos (projeções ortogonal, cilíndrica e a cônica), com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Ângulos e Áreas: projeções.

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento a outro etc.).	(EM13MAT106PE12) Identificar e interpretar situações do cotidiano, envolvendo riscos probabilísticos em que é necessário fazer escolhas como, por exemplo, usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro, como nos demais campos de conhecimento.	Riscos Probabilísticos.
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.	(EM13MAT311PE27) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades para resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo da probabilidade.	Probabilidade: espaço amostral e contagem.
(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.	(EM13MAT312PE28) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo de probabilidade (simples, da união, da interseção, condicional) de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.	Probabilidade: cálculos simples, da união, da interseção, condicional.
(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.	(EM13MAT511PE51) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.	Probabilidade: espaços amostrais discretos ou não; eventos equiprováveis ou não.
(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.	(EM13MAT407PE40) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas, tabelas e gráficos, como por exemplo, histogramas de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros, identificando os mais eficientes para a análise de uma determinada situação problema, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	Diagramas, Tabelas e Gráficos de pesquisas estatísticas.

ANEXO C – Lista de Exercícios/Semelhança de Triângulos

1. (SAEPE 2017) Observe os triângulos desenhados abaixo.



Quais desses triângulos são semelhantes?

A) I e II.

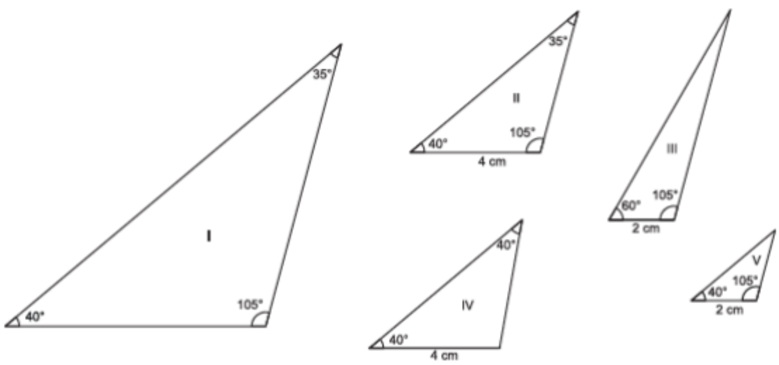
B) I e III.

C) I e IV.

D) II e III.

E) II e IV.

2. (SAEPE 2018)Observe os triângulos abaixo



Quais desses triângulos são semelhantes?

A) I, II e III.

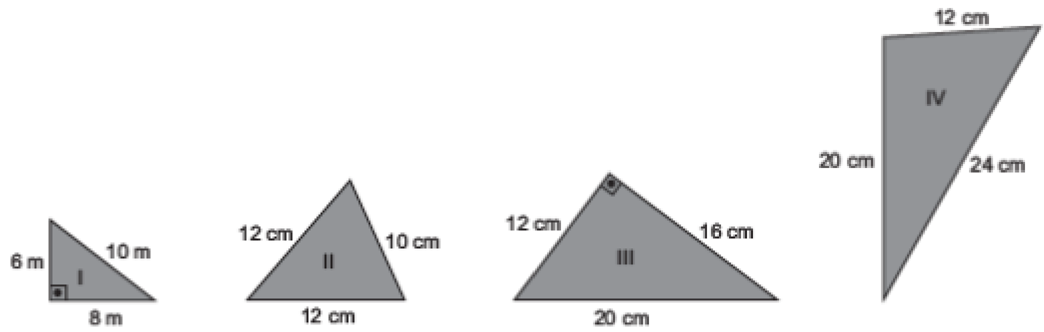
B) I, II e V.

C) I e III.

D) II e IV.

E) III e V

3. (SAEPE 2019) No desenho abaixo estão representados os triângulos I, II, III e IV e suas medidas em centímetros.



O par de triângulos semelhantes nesse desenho é

A) I e II.

B) I e III.

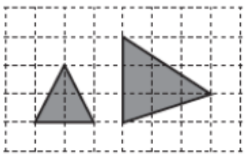
C) I e IV.

D) II e IV.

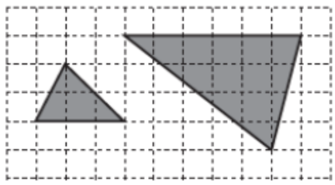
E) III e IV.

4. (SAEPE 2021) Um professor de Matemática desenhou vários triângulos em uma malha quadriculada. Qual par de triângulos desenhados pelo professor representa triângulos semelhantes?

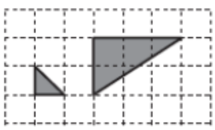
A)



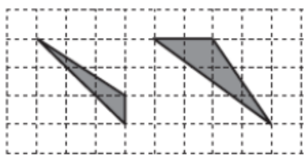
B)



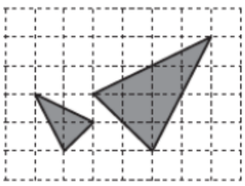
C)



D)

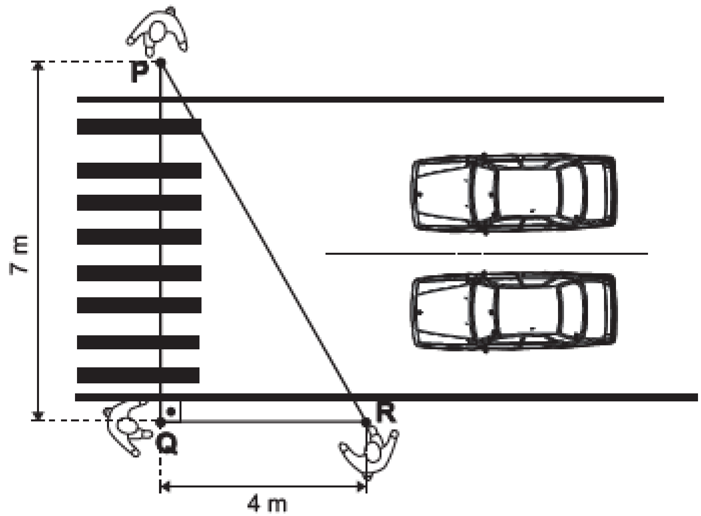


E)



ANEXO D – Lista de Exercícios/Teorema de Pitágoras

1. (SAEPE 2017) Um pedestre andou 7 metros em linha reta para atravessar uma rodovia, partindo do ponto P até o ponto Q. Em seguida, ele caminhou 4 metros, também em linha reta, do ponto Q ao ponto R. Nesse ponto, o pedestre percebeu que seu celular havia caído e resolveu retornar ao ponto de início de sua caminhada a fim de procurar o objeto, percorrendo, assim, a trajetória RP, conforme o esquema abaixo.



Qual foi a distância aproximada percorrida por esse pedestre do ponto R ao ponto P, a fim de procurar o seu celular?

A) 11,0 m

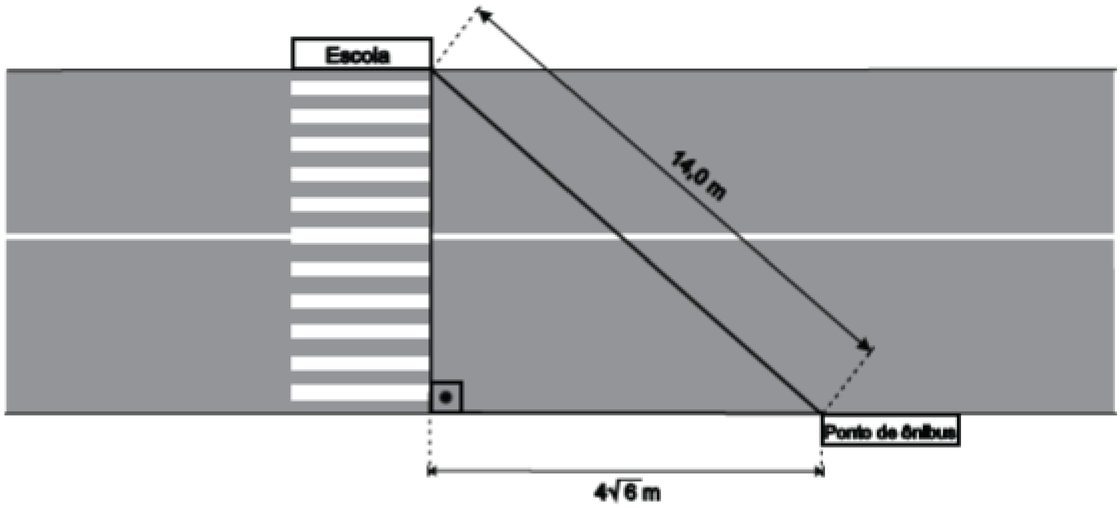
B) 8,1 m

C) 7,0 m

D) 5,7 m

E) 3,3 m

2. (SAEPE 2019) Para evitar que os estudantes de uma escola atravessassem a rua de forma desordenada até o ponto de ônibus ou vice-versa, foi solicitada a demarcação de uma faixa de pedestre em frente a essa escola. A figura abaixo apresenta as localizações da escola e do ponto de ônibus, a faixa de pedestre que foi demarcada e algumas distâncias.



Quantos metros, no mínimo, um estudante percorre ao atravessar essa faixa de pedestre para ir da escola até o ponto de ônibus?

A) 10,0.

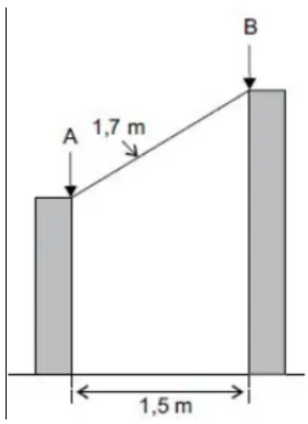
B) 13,1.

C) 14,0.

D) 17,1.

E) 23,6.

3. (Concurso PM/SP 2014) Duas estacas de madeira, perpendiculares ao solo e de alturas diferentes, estão distantes uma da outra 1,5 m. Será colocada entre elas uma outra estaca de 1,7 m de comprimento que ficará apoiada nos pontos A e B, conforme mostra a figura.



A diferença entre a altura da maior estaca e a altura da menor estaca, nessa ordem, em cm, é:

A) 95.

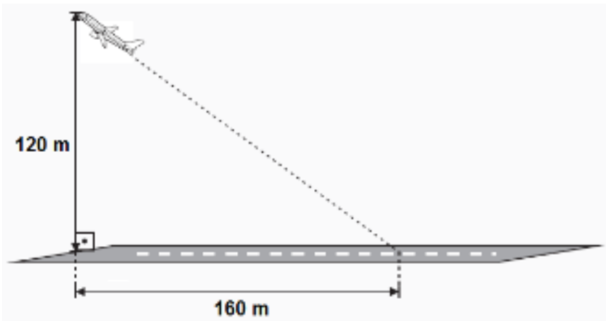
B) 75.

C) 85.

D) 80.

E) 90.

4. No processo de decolagem, um avião saiu do chão sob um determinado ângulo e se manteve em linha reta até atingir a cabeceira da pista, conforme o desenho abaixo.



De acordo com esse desenho, quantos metros esse avião percorreu do momento em que saiu do chão até o momento em que atingiu a cabeceira da pista de decolagem?

A) 200.

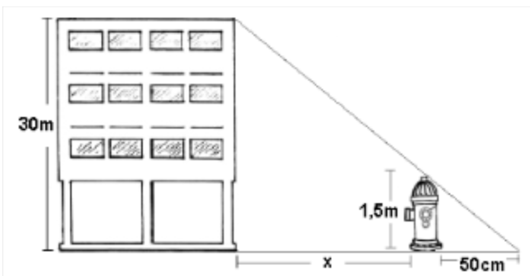
B) 280.

C) 350.

D) 400.

E) 480.

5. Pela figura abaixo, é possível perceber que as alturas do edifício e do hidrante são, respectivamente, de 30 metros e 1,5 metro. Se a sombra do hidrante mede 50 centímetros, quanto mede a distância do prédio ao hidrante em metros?



A) 5,5.

B) 7,0.

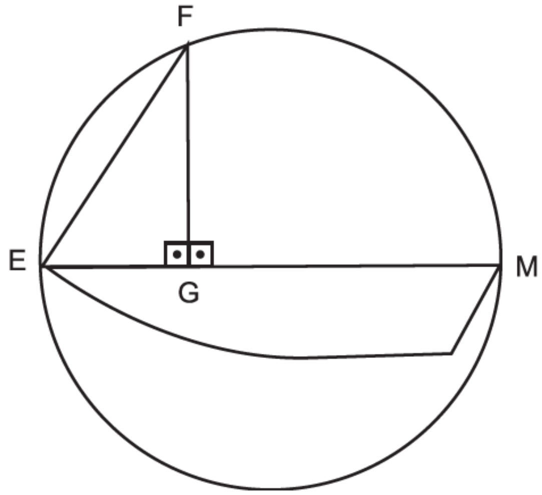
C) 8,5.

D) 9,0.

E) 9,5.

ANEXO E – Lista de Exercícios/Relações Métricas no triângulo Retângulo

1. (SAEPE 2016) No logotipo de uma competição náutica ilustrado abaixo, o triângulo retângulo EFG representa a vela de um barco, sendo EF = 5 m, EG = 3 m e EM o comprimento do barco, que coincide com o diâmetro da circunferência.



A medida do comprimento aproximado desse barco é:

A) 3,9 m

B) 4 m

C) 5,8 m

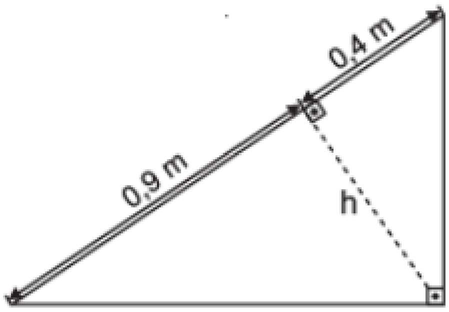
D) 8 m

E) 8,3 m

2. (SAEPE 2022) Uma estrutura metálica em formato de triângulo retângulo será reforçada com a soldagem de uma nova barra de metal. Essa barra será fixada na posição do segmento que representa a altura h relativa à hipotenusa desse triângulo, conforme ilustrado na figura abaixo.

Qual é a medida, em metros, dessa nova barra de metal que será soldada nessa estrutura?

A) 0,28 m.



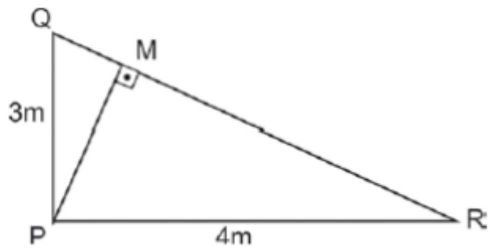
B) 0,36 m.

C) 0,40 m.

D) 0,50 m.

E) 0,60 m.

3. Para reforçar a estrutura PQR, foi colocada uma trave PM, como mostra a figura abaixo.



Qual a medida do comprimento da trave PM?

A) 1 m.

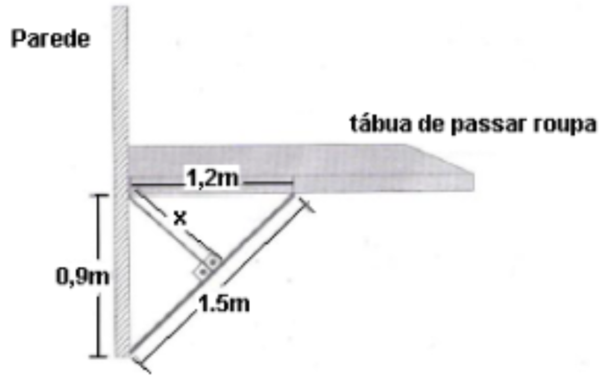
B) 2,4 m.

C) 3,0 m.

D) 3,5 m.

E) 5,0 m.

4. Um marceneiro fixou uma tábua de passar roupa perpendicular a uma parede, a 0,90 metros do chão. Para aumentar a resistência, ele colocou dois apoios, como mostra a figura abaixo.



O comprimento "x" do apoio menor é:

A) 0,42

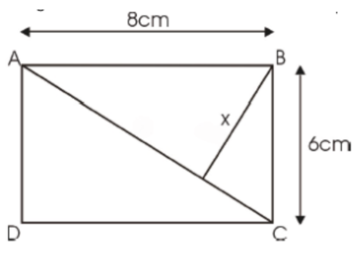
B) 0,48

C) 0,72

D) 0,75

E) 0,87

5. Na figura abaixo, $ABCD$ é um retângulo e AC sua diagonal.



Qual é a distância x do vértice B até a diagonal?

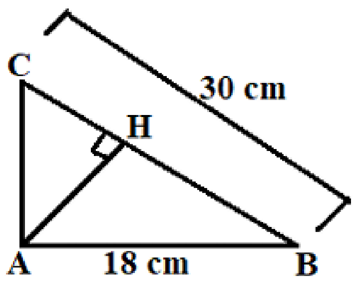
A) 4 cm

B) 3,6 cm

C) 4,8 cm

D) 5 cm

E) 10 cm



6. Em um triângulo retângulo ABC, a hipotenusa BC e o cateto AB medem 30 cm e 18 cm, respectivamente. Traça-se a altura AH, conforme figura abaixo.

Calcule as medidas dos segmentos AC e AH.

A) 16 cm e 24 cm

B) 16 cm e 40 cm

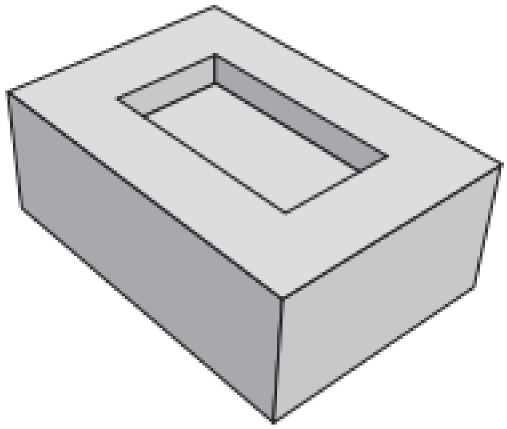
C) 24 cm e 48 cm

D) 24 cm e 40 cm

E) 16 cm e 4 cm

ANEXO F – Lista de Exercícios/Relação de Euler

1. (ENEM 2019) No ano de 1751, o matemático Euler conseguiu demonstrar a famosa relação para poliedros convexos que relaciona o número de suas faces (F), arestas (A) e vértices (V): $V+F=A+2$. No entanto, na busca dessa demonstração, essa relação foi sendo testada em poliedros convexos e não convexos. Observou-se que alguns poliedros não convexos satisfaziam a relação e outros não. Um exemplo de poliedro não convexo é dado na figura. Todas as faces que não podem ser vistas diretamente são retangulares.



Qual a relação entre os vértices, as faces e as arestas do poliedro apresentado na figura?

A) V+F=A

B) V + F = A - 1

C) $V+F=A+1$

D) $V+F=A+2$

E) $V+F=A+3$

2. (ENEM 2019) Para decorar sua casa, uma pessoa comprou um vaso de vidro em forma de um paralelepípedo retangular, cujas medidas internas são: 40 cm de comprimento, 35 cm de largura e 60 cm de altura. Em seguida, foi até uma floricultura e escolheu uma planta aquática para colocar nesse vaso. Segundo uma proposta do gerente do local, essa pessoa avaliou a possibilidade de enfeitar o vaso colocando uma certa quantidade de pedrinhas artificiais brancas, de volume igual a 100 cm 3 cada uma delas, que ficarão totalmente imersas na água que será

colocada no vaso. O gerente alertou que seria adequado, em função da planta escolhida, que metade do volume do vaso fosse preenchido com água e que, após as pedrinhas colocadas, a altura da água deveria ficar a 10 cm do topo do vaso, dando um razoável espaço para o crescimento da planta. A pessoa aceitou as sugestões apresentadas, adquirindo, além da planta, uma quantidade mínima de pedrinhas, satisfazendo as indicações do gerente.

Nas condições apresentadas, a quantidade de pedrinhas compradas foi:

A) 140

B) 280

C) 350

D) 420

E) 700

3. (SAEPE 2021) Para uma exposição de lançamento de marcas, serão colados 2 adesivos com os nomes das empresas participantes em cada uma das faces de um poliedro convexo de 16 arestas e 10 vértices, feito de papelão.

Quantos adesivos ao todo serão colados nesse poliedro de papelão?

A) 52 m.

B) 48 m.

C) 44 m.

D) 20 m.

E) 16 m.

4. (SAEPE 2019) molécula de metano é composta por um átomo de carbono e átomos de hidrogênio. O número de ligações simples entre o átomo de carbono e os átomos de hidrogênio define uma geometria molecular na forma de um poliedro convexo formado por 4 faces triangulares e cujos vértices são compostos pelos átomos de hidrogênio.

Qual é o número de átomos de hidrogênio existentes na molécula de metano?

A) 12

B) 10

C) 8

D) 4

E) 2

5. (SAEPE 2017) Um poliedro convexo tem 2 faces triangulares, 2 faces quadradas, 4 faces pentagonais e 17 arestas.

Quantos vértices tem esse poliedro?

A) 9

B) 11

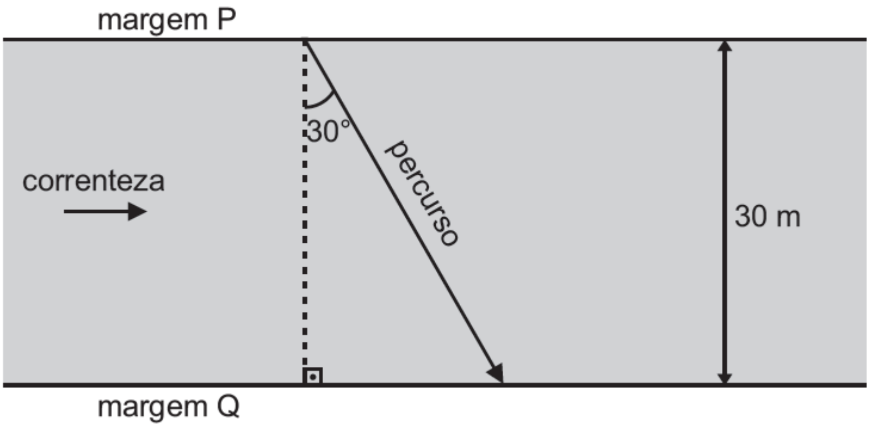
C) 25

D) 27

E) 28

ANEXO G – Lista de Exercícios/Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

1. (SAEPE 2016) Um barco realizou a travessia em um rio partindo da margem P com trajetória retilínea em direção à margem oposta Q. Devido à correnteza desse rio, o percurso do barco foi deslocado 30° em relação à trajetória retilínea predeterminada, conforme representado no desenho abaixo.



Dados:
sen 30°= 0,50
cos 30° ≅ 0,87
tg 30° ≅ 0,58

O percurso aproximado, em metros, realizado pelo barco para atravessar esse rio é de:

A) 26,10.

B) 30,00.

C) 34,48.

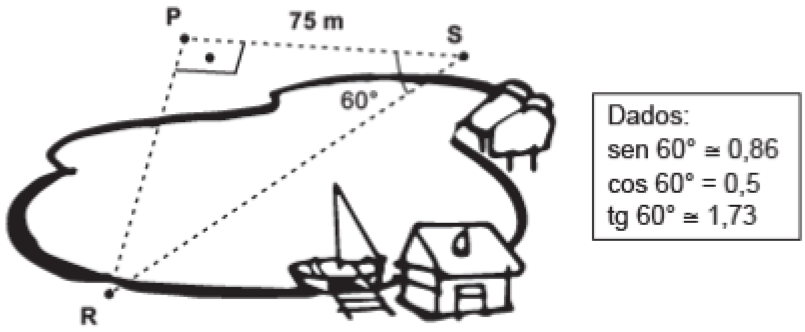
D) 51,72.

E) 60,00.

2. (SAEPE 2017) Para estimar a largura RS de um lago, Pedro, que é topógrafo, fez 3 demarcações próximas às margens desse lago, representadas pelos pontos P, R e S, e utilizou um teodolito para fazer algumas medições. Do ponto S ele avistou os pontos P e R segundo um ângulo de $60°$ e, do ponto P, avistou os pontos R e S segundo um ângulo de $90°$, conforme ilustrado no desenho abaixo

A largura RS desse lago, em metros, mede, aproximadamente,

A) 37,50.



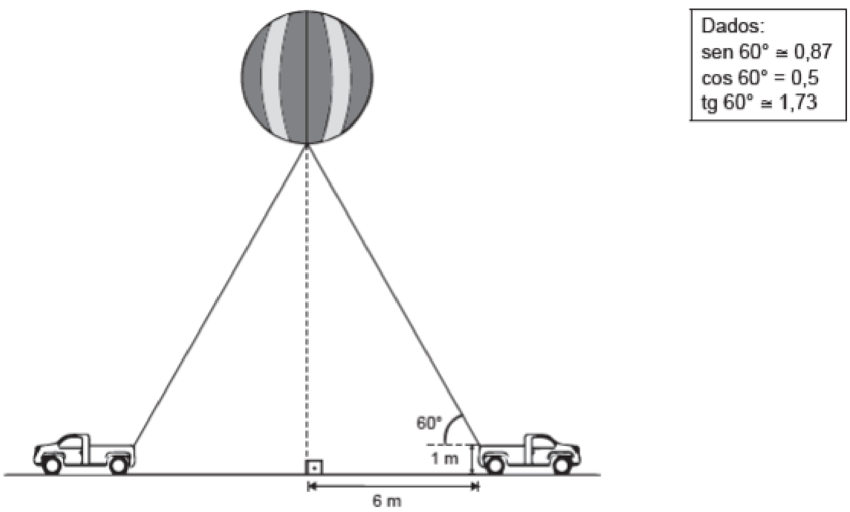
B) 43,35.

C) 75,00.

D) 87,21.

E) 150,00.

3. (SAEPE 2018)Em um balão de propaganda cheio com gás hélio, foram fixadas duas cordas que estavam amarradas em veículos distintos, conforme representado no desenho abaixo.



De acordo com esse desenho, qual é a altura desse balão em relação ao solo?

A) 6,22 m.

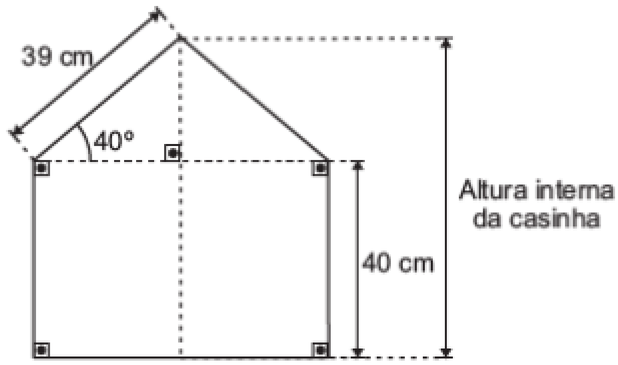
B) 7,90 m.

C) 9,38 m.

D) 11,38 m.

E) 13,00 m.

4. (SAEPE 2021) Juliano fez uma casinha de madeira para o seu cachorro. Algumas medidas internas da parede traseira dessa casinha estão indicadas na figura abaixo.



Dados:
sen 40° ≃ 0,64
cos 40° ≃ 0,77
tg 40° ≃ 0,84

Qual é a medida da altura interna dessa casinha?

A) 64,96 cm.

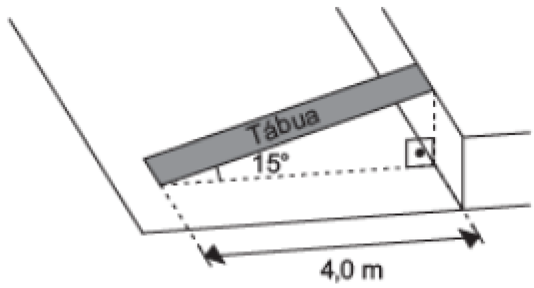
B) 70,03 cm.

C) 72,76 cm.

D) 78,36 cm.

E) 79,00 cm.

5. (SAEPE 2022) Os operários de uma construção irão instalar uma tábua entre dois patamares para utilizarem como rampa de transporte de materiais. No desenho abaixo, está representada a distância entre esses patamares, bem como a disposição e a inclinação com que essa tábua será instalada.



Dados:
sen 15° ≃ 0,26
cos 15° ≃ 0,97
tg 15° ≃ 0,27

De acordo com essas informações, aproximadamente, qual será a extensão, em metros, dessa tábua?

A) 3,03 m.

B) 3,88 m.

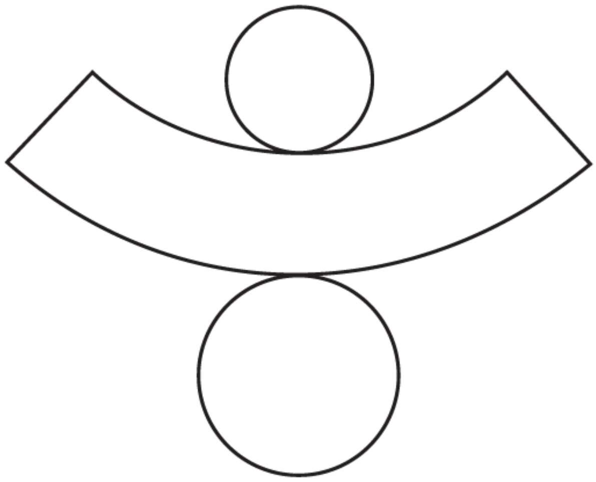
C) 4,12 m.

D) 14,81 m.

E) 15,38 m.

ANEXO H – Lista de Exercícios/Planificação de Sólidos Geométricos

1. (SAEPE 2016) Observe abaixo a planificação de um sólido geométrico.



Essa planificação corresponde a qual sólido geométrico?

A) Cilindro.

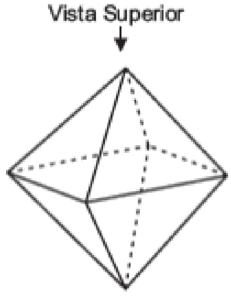
B) Cone.

C) Pirâmide.

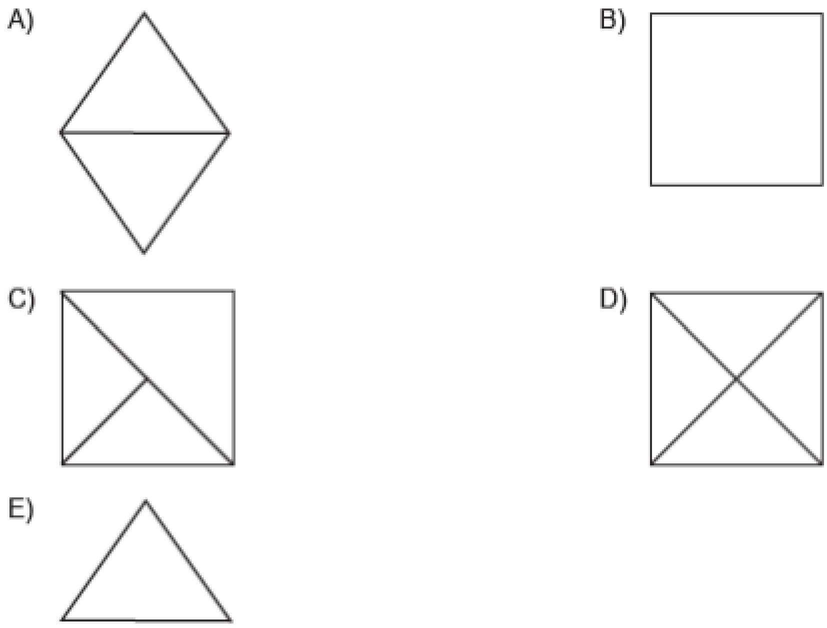
D) Tronco de Cone.

E) Tronco de Pirâmide.

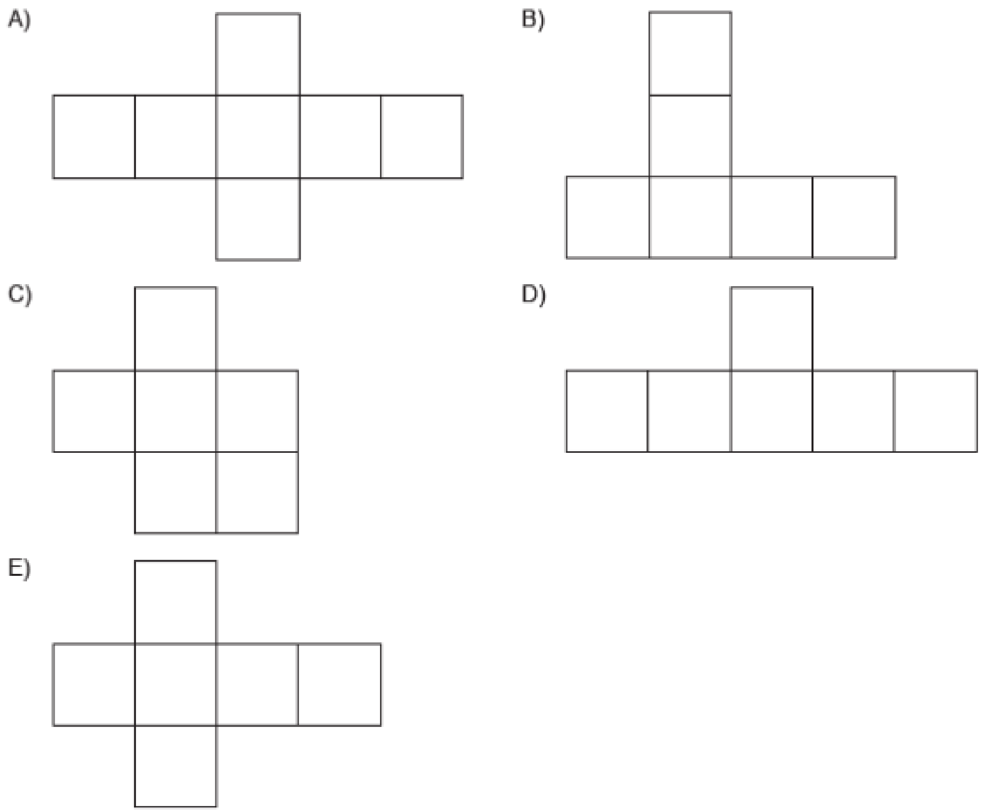
2. (SAEPE 2017) Observe o sólido geométrico abaixo.



A vista superior desse sólido está representada em:

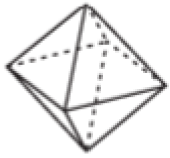


3. (SAEPE 2018) Qual dos desenhos abaixo representa a planificação de um cubo?



4. (SAEPE 2019) Observe o sólido geométrico desenhado abaixo.

Uma planificação desse sólido está representada em



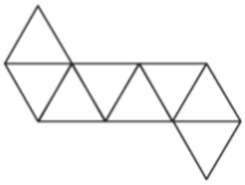
A)

B)

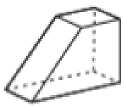
C)

D)

E)

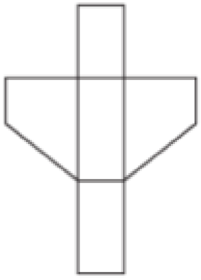


5. (SAEPE 2021) Observe o sólido geométrico abaixo.

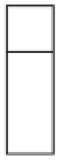


Uma planificação desse sólido está representada em

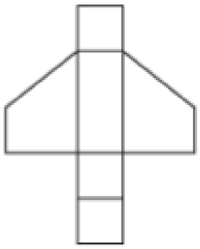
A)



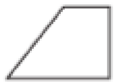
B)



C)



D)



E)