UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO – UEMA

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO- PPG

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

VANKYS FERREIRA REIS

TECNOLOGIAS ANALÓGICAS E DIGITAIS: construção dos Pontos Notáveis do Triângulo com Régua e Compasso e o *software* GeoGebra.

São Luís

2024

VANKYS FERREIRA REIS

TECNOLOGIAS ANALÓGICAS E DIGITAIS: construção dos Pontos Notáveis do Triângulo com Régua e Compasso e o *software* GeoGebra.

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, como registro parcial para obtenção do grau de mestre.

Orientador: Prof. Dr. Félix Silva Costa

São Luís

2024

Reis, Vankys Ferreira
Tecnologias analógicas e digitais: construção dos pontos notáveis do triângulo com régua e compasso e o software geogebra. / Vankys Ferreira Reis. – São Luis, MA, 2024.
142 f

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Maranhão, 2024.

Orientador: Prof. Dr. Félix Silva Costa

1.Tecnologias Digitais. 2.Tecnologias Analógicas. 3.Pontos Notáveis. 4.Régua e Compasso. 5.GeoGebra. 6.Ensino-Aprendizagem. I.Título.

CDU: 51:004.4

Elaborado por Cássia Diniz- CRB 13/910

VANKYS FERREIRA REIS

TECNOLOGIAS ANALÓGICAS E DIGITAIS: construção dos Pontos Notáveis do Triângulo com Régua e Compasso e o *software* GeoGebra.

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, como registro parcial para obtenção do grau de mestre.

Orientador: Prof. Dr. Félix Silva Costa

Aprovado em: 10 / 04 / 2024

BANCA EXAMINADORA

gov.br Documento assinado digitalmente
FELIX SILVA COSTA
Data: 31/05/2024 10:18:23-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Félix Silva Costa (Presidente)

Universidade Estadual do Maranhão

gov.br Documento assinado digitalmente
LELIA DE OLIVEIRA CRUZ
Data: 03/06/2024 16:13:24-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dra. Lélia de Oliveira Cruz

Universidade Estadual do Maranhão

gov.br Documento assinado digitalmente
RAYANE DE JESUS SANTOS MELO
Data: 04/06/2024 09:45:54-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dra. Rayane de Jesus Santos Melo

Universidade Federal do Maranhão

Dedico esta vitória a todos que representaram luz na minha jornada, especialmente às minhas filhas, minhas razões de viver.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por tudo, indubitavelmente!

Ao meu Pai, que com a simples frase “como foi a escola hoje?”, fez-me permanecer vigilante e fiel aos meus objetivos.

Ao meu Padrinho, por sua fé absoluta nas minhas capacidades.

À Tia Rosa, pelo abrigo e pelas conversas que ajudaram a limpar a mente enevoada pelos problemas.

A todos os meus amigos e familiares pelo apoio que a mim dedicaram.

À Sociedade Brasileira de Matemática, pela coordenação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat), este importante programa de qualificação profissional e humano.

À Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), através da qual pude acessar essa vitória o mais perto do meu lar quanto possível.

A todos os membros da coordenação do Profmat através do seu Coordenador e Professor, Dr. Sérgio Nolêto Turibus, por fazer mais que o necessário por todos os “seus alunos”.

A todos os professores do programa, através do meu orientador Prof. Dr. Félix Silva Costa, pelas contribuições valiosíssimas e certeiras na elaboração deste trabalho.

Ao maior presente que ganhei nesta jornada: meus amigos e amigas da turma 2022.1, não há como dizer o quanto lhes sou grato.

A Deus, do começo ao fim!

RESUMO

Nesta pesquisa nos propomos em analisar o emprego das Tecnologias Analógicas (Régua e Compasso) e Tecnologias Digitais (GeoGebra), no ensino de Geometria Plana, especificamente, na construção dos Pontos Notáveis do Triângulo e como estes recursos didáticos contribuem com o processo de Ensino-Aprendizagem. Para concatenação dos resultados colhidos e analisados neste trabalho, optou-se pela abordagem quali-quantitativa, consubstanciada em Sousa e Kerbauy (2017), em virtude da captação das informações terem sido efetivadas por meio de questionários subjetivos e objetivos, além da entrevista grupal com os docentes da rede estadual de ensino do Estado do Maranhão, atuantes no Centro de Ensino localizado no município onde se deu a pesquisa, Alto Alegre do Pindaré, e a percepção das opiniões discentes concomitantes à realização das aulas que envolveram alunos de duas turmas da 1ª série do ensino médio de uma escola pública estadual, localizada no interior do estado, na citada cidade. Adjacentes ao tema principal, faremos um estudo sobre tópicos relevantes para as conclusões obtidas e que emergiram naturalmente, dentre os quais releve-se a apreciação sobre a Formação Continuada dos Professores de Matemática pela leitura dos trabalhos de Brosseau (2008), dentre outros. Nos textos de Libâneo (2017), teremos assertivas sobre o Planejamento Didático. Quanto a Educação Matemática, ter-se-á como fonte de consulta D'Ambrósio (1996). Observou-se a proficuidade na utilização dos recursos digitais frente aos analógicos, conduzindo-nos ao reconhecimento de que o uso deste tipo de ferramenta se mostra presente no cotidiano discente e, desta forma, deve ser integrado de forma certeira e comum na prática docente.

Palavras-chave: Tecnologias Digitais; Tecnologias Analógicas; Pontos Notáveis; Régua e Compasso; GeoGebra; Ensino-Aprendizagem.

ABSTRACT

In this research we propose to analyze the use of Analogical Technologies (Ruler and Compass) and Digital Technologies (GeoGebra), in the teaching of Flat Geometry, specifically, in the construction of the Notable Points of the Triangle and how these teaching resources contribute to the Teaching process- Learning. To concatenate the results collected and analyzed in this work, we opted for the qualitative-quantitative approach, embodied in Sousa and Kerbauy (2017), as the information was captured through subjective and objective questionnaires, in addition to group interviews with the teachers from the state education network in the State of Maranhão, working at the Teaching Center located in the municipality where the research took place, Alto Alegre do Pindaré, and the perception of student opinions concomitant to the classes that involved students from two classes of the 1st high school series at a state public school, located in the interior of the state, in the aforementioned city. Adjacent to the main theme, we will carry out a study on topics relevant to the conclusions obtained and that emerged naturally, among which the appreciation of the Continuing Training of Mathematics Teachers by reading the works of Brosseau (2008), among others, stands out. In the texts by Libâneo (2017), we will have assertions about Didactic Planning. As for Mathematics Education, D'Ambrósio (1996) will be a reference source. The proficiency in the use of digital resources compared to analogue ones was observed, leading us to the recognition that the use of this type of tool is present in students' daily lives and, therefore, must be integrated in a correct and common way in teaching practice.

Keywords: Digital Technologies; Analog Technologies; Notable Points; Ruler and Compass; GeoGebra; Teaching-Learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O Ensino da Matemática constitui-se como um importante campo de pesquisa, quando objetivamos a melhoria nos níveis de aprendizagem da Educação Básica. Dentre os muitos ramos deste componente curricular, destaca-se a Geometria Plana, pela sua importância para o cotidiano. Há muitas maneiras de se lecionar este tema no convívio diário do ambiente escolar, onde a ampla maioria aponta para as construções das suas figuras com o uso de ferramentas que potencializam a aprendizagem do educando, às quais podemos classificar como Tecnologias Analógicas e Digitais, como a Régua e o Compasso e o *software* de geometria dinâmica GeoGebra, respectivamente.

Destarte, um tópico interessante a ser abordado, porém, comumente negligenciado na educação básica, de acordo com Almeida (2023), é a construção dos Pontos Notáveis do Triângulo, com as ferramentas anteriormente citadas. Muitas pesquisas apontam como estas construções ajudam a visualizar suas propriedades, das quais destacamos os trabalhos de Almeida (2023), Zuin (2001), Wagner (2009), Veiga e Veiga (2020), Oliveira (2015) etc., tornando-as lógicas e levando o educando a edificar o entendimento sobre o tema. Dada a larga ementa conteudista, a dinâmica administrativa do educador, as peculiaridades de cada instituição de ensino etc., o docente é posto numa posição onde precisa decidir dentre as opções, qual representa o melhor custo/benefício, quando o objetivo é uma assimilação qualitativa dos conteúdos com os recursos disponíveis e isso muitas vezes o compele a se abster de trabalhar este tema.

Algumas indagações emergem naturalmente quando nos referimos ao primor da aprendizagem matemática na educação básica e são fundamentais na construção dos resultados que se deseja obter, dentre as quais destacamos:

- Apenas fazer uso das Tecnologias Digitais de Informação, garantem a aprendizagem do educando?
- É possível determinar, de modo geral, a vantagem do uso de *softwares* (GeoGebra), sobre os recursos tradicionais (Régua e Compasso), no estudo dos Pontos Notáveis do Triângulo?

- Podemos afirmar que o educando, quando exposto a ferramentas, sejam elas de natureza analógicas ou digitais, que lhe permitam construir o conhecimento, sente-se motivado a participar das aulas?
- Quais vantagens para o professor, são oferecidas pela utilização destes recursos?
- Qual a relevância da formação continuada dos professores de Matemática que atuam na Educação Básica, prioritariamente em escolas públicas?

Das inquietações apontadas iremos levar em consideração, fatores que exercerão forte influência na interpretação dos resultados a serem obtidos, portanto, faremos uma breve abordagem sobre alguns aspectos pedagógicos que suportarão as conclusões. Fatores como Educação Matemática, quando nos pautaremos nas considerações do trabalho de Ubiratan D'Ambrósio, através do seu livro "Educação Matemática: da teoria à prática". Em Sandes e Moreira (2018), temos algumas ponderações sobre a Formação Continuada de Professores e sua importância para uma prática docente significativa. Libâneo (2017), traz luz acerca do Planejamento Didático e como a qualificação deste pode ser crucial no processo ensino-aprendizagem.

Deste modo, torna-se possível sintetizar esta pesquisa em uma problematização cujos resultados nos forneçam subsídios que substanciem as conclusões obtidas: De que maneira o emprego de recursos tecnológicos digitais (software GeoGebra) ou analógicos (régua e compasso), nas práticas pedagógicas, podem exercer influência no processo de ensino e aprendizagem no estudo dos Pontos Notáveis do Triângulo?

Por meio desta análise, promoveremos uma discussão acerca da efetividade didática na utilização de tecnologias analógicas, pela utilização de Régua e do Compasso, e o emprego de tecnologias digitais, com a utilização do GeoGebra, ambos voltados à elaboração de figuras planas para localização dos pontos notáveis nos triângulos, vislumbrando seus impactos no processo de ensino e aprendizagem.

Não obstante, a verificação da proficiência na utilização dos supracitados recursos didáticos durante as aulas de Geometria Plana, como fatores de promoção da aprendizagem, análise da versatilidade, aplicabilidade e acessibilidade do emprego destes recursos na construção do triângulo e obtenção dos seus pontos notáveis é uma das vertentes desta pesquisa, auxiliando no entendimento dos conceitos a eles relacionados. Ainda, poderemos obter um norte relacionado aos impactos que estes recursos didáticos exercem no processo de construção do conhecimento por parte do próprio aluno e sua relevância para o trabalho docente.

Dentre as dificuldades presentes, iremos nos estabelecer no processo de ensino-aprendizagem do já citado tema, Geometria Plana, em específico um estudo sobre a construção dos pontos notáveis do triângulo com o GeoGebra, Régua e Compasso, assunto previsto Base Nacional Curricular Comum (BNCC), bem como no Caderno de Orientações Curriculares para o Ensino Médio no Estado do Maranhão e identificada em ambos como a habilidade EM13MAT105 – Utilizar as noções de transformações isoméricas (translação, reflexão, rotação e composição destas) e composições homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras). Deste modo, daremos especial importância ao método como acontecerá a abordagem deste conteúdo, quando o trataremos com a utilização de Tecnologias Analógicas e Digitais.

Por Tecnologia Analógica, concentrar-nos-emos na apresentação do conteúdo referido com o uso de Régua e Compasso para a construção das figuras e a dedução da teoria que nos fornecerá os conceitos generalizadores da prática. Por conseguinte, trataremos aqui como Tecnologia Digital, a abordagem da mesma habilidade, mas, agora, com o emprego do GeoGebra. Em ambas as situações, serão ministradas aulas tratando das temáticas sugeridas, porém, em grupos distintos, com a finalidade de corroborar a tese de que, mais importante que a tecnologia empregada, é o trabalho bem aplicado pela estruturação lógica adequada. Os rumos seguidos por esta pesquisa foram já desbravados em um grande número de trabalhos que a antecederam, com isso, servir-nos-ão de guia o livro "Uma Introdução às Construções Geométricas", do Prof. Dr. Eduardo Wagner (Wagner, 2009) e o trabalho do mestre egresso do PROFMAT, Me. Paulo Loreço Cruz de Almeida (Almeida, 2023). Contamos ainda com o suporte do material elaborado pelos mestres e doutora, prof. Me. Lucas Maken da Silva Oliveira (Oliveira 2015), , Prof. Dra., Elenice de Souza Lodron Zuin (Zuin, 2001) e Prof. Me. Henrique José de Ornelas Silva (Silva, 2013) dentre outros autores de livros, dissertações, teses, artigos e periódicos que versem sobre o assunto.

Como toda pesquisa científica, aqui também se almeja alcançar colaboração para o pleno desenvolvimento do seu próprio campo, em nosso caso, a Educação. Neste estudo realizaremos entrevistas com os professores e alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Alto Alegre do Pindaré – MA. Outrossim, serão ministradas aulas sobre o tema gerador em dois grupos distintos: para ambos teremos a apresentação do conteúdo "Estudo dos Pontos Notáveis do Triângulo", a divergência entre eles se dará com a utilização do GeoGebra em um e, no outro, da Régua e do Compasso na construção das figuras. Haverá ainda, a aplicação de dois questionários objetivo/subjetivo, o primeiro, antes das aulas e, o último, ao término delas, que servirão de parâmetro para análise da proficiência das técnicas empregadas.

Como produto final, esta pesquisa almeja fomentar a situação do ensino de geometria nas escolas públicas no âmbito da Educação Básica. Ouvir o corpo docente sobre como este tema é tratado e trabalhado, quando o é. Conhecer um pouco das agruras que causam desmotivação no cotidiano do seu ofício e como a pesquisa sobre o ensino de assuntos, como o deste trabalho, podem favorecer e estimular uma renovação na didática em sala de aula, tornando o dia-a-dia do professor mais prazeroso e eficaz.

Igualmente crucial é conhecer o ponto de vista dos estudantes no tocante ao estímulo pela aprendizagem a que são expostos durante as aulas.

Cremos ser este mais um passo em direção à aprendizagem significativa e ao ensino de qualidade com qualidade de vida para professores e alunos, cuja a culminância será a formação de cidadãos partícipes, esclarecidos e protagonistas em nossa sociedade.

Com o propósito de sustentar por meio de informações obtidas em pesquisas acadêmicas, na primeira seção temos referências sobre "O ESTUDO DOS PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO DENTRO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA", na qual apresentamos algumas informações sobre a História da Educação Matemática no Brasil, Tendências pedagógicas e a aprendizagem construtivista, a

Aplicação de recursos didáticos tecnológicos digitais e analógicos, a Formação Inicial e Continuada de Professores e o Planejamento Didático.

Seguida a esta explanação, adentramo-nos no "ENSINO DE GEOMETRIA", quando serão levantadas informações acerca do Ensino de Geometria no Brasil, especificamente, nas Escolas Públicas, além da apresentação sobre o Estudo dos Pontos Notáveis do Triângulo.

Como esta pesquisa realiza a comparação entre duas formas de ensinar o mesmo assunto, na terceira seção faz-se o estudo sobre aplicação deste tema por meio da utilização das "TECNOLOGIAS ANALÓGICAS E DIGITAIS NA EDUCAÇÃO", quando se realiza o Estudo dos Pontos Notáveis do Triângulo pela utilização de Régua e Compasso e o GeoGebra.

A metodologia de pesquisa é abordada na quarta seção. Nela apresentamos as técnicas utilizadas, o grupo de estudo participante, a cidade onde se realiza o estudo, bem como a unidade de ensino escolhida. Por ser a cidade e unidade de ensino onde atua como professor, este pesquisador, optou-se por realizar questionários anônimos com o intuito de se manter a imparcialidade na análise dos resultados.

Na quinta seção, são expostos os resultados obtidos pela pesquisa nas turmas analisadas e com o grupo docente participante, onde se pode verificar as informações acerca dos questionários aplicados aos alunos e ao colegas professores.

As conclusões foram coadunadas mediantes os dados obtidos nos questionários aplicados e nas oficinas promovidas de acordo com a abordagem quali-quantitativa seguida pelo pesquisador.

Ressalte-se que a motivação para a realizar esta pesquisa no âmbito da educação básica, com interesse particular nas metodologias didáticas de exposição de conteúdos por meio das tecnologias disponíveis, reside no fato de que o autor deste trabalho é professor atuante na referida unidade de ensino há 19 anos e lecionar tanto no Ensino Médio quanto no Fundamental, na mesma cidade. Por ter acessado o Ensino Superior através do Programa de Qualificação de Docentes (PQD), promovido pela Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), a preocupação com o desenvolvimento da Educação Matemática por meio do incremento didático dos conteúdos tornou-se o estímulo primordial para elaboração deste estudo. Assim, trata-se de um retorno agradecido das oportunidades que me foram apresentadas.

1. O ESTUDO DOS PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO DENTRO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A educação matemática é uma área das ciências sociais que se dedica ao ensino e aprendizagem e à formação de professores deste importante componente curricular. Ela desempenha um papel crucial no desenvolvimento das habilidades matemáticas das pessoas e é fundamental para a formação de cidadãos competentes em uma sociedade cada vez mais dependente do seu desenvolvimento e das tecnologias resultantes dele. Partindo desse princípio, não se poderia deixar de tratar deste tópico, capital para esta pesquisa.

Em D'Ambrósio (2013), é curiosa a fala de Rui Lopes Viana Filho, o "garotão nota 10" que obteve uma medalha de ouro da 39ª Olimpíada Internacional de Matemática, quando afirma:

> Se me pedirem para fazer uma multiplicação de números na casa de milhões ou bilhões, terei muita dificuldade e provavelmente errarei. Isso é coisa de máquina, função de uma boa calculadora ou de um computador. As pessoas acham que o bom matemático é aquele que sabe fazer contas mirabolantes. Não é verdade. Em geral, os melhores matemáticos têm aversão a esse tipo de operação...A maioria dos gênios calculistas são autistas ou débeis mentais. (Veja, 1998, p. 13).

Nota-se pelo excerto a preocupação em desvincular o raciocínio matemático à realização de tarefas puramente mecânicas, enfatizando o estímulo ao desenvolvimento à independência criativa e à atitude reflexiva na resolução de situações-problemas.

De acordo com Fachin (2001), tal método firma-se na investigação das coisas ou fatos e argui-los mediante suas semelhanças e diferenças comparativamente. Possibilitando a apreciação das informações concretas e a dedução dos pontos comuns e divergentes quanto aos elementos constantes, abstratos e gerais, proporcionando investigações de cunho indireto.

Em consonância à opinião supracitada, de que maneira se pode estabelecer uma prática educacional oriunda do professor, pautada na Educação matemática, na sociedade atual, onde a presença das mais variadas inovações tecnológicas, que em sua maioria e em algum grau de regularidade, sejam mais atraentes para o estudante do que a própria sala de aula?

Ancorada nessa falda, a necessidade de se discutir a formação inicial do docente que leciona matemática é tão pungente quanto sua formação continuada, durante toda sua prática pedagógica. Não obstante, para Sandes e Moreira (2018):

> ...afora os novos saberes e competências, a sociedade atual passou a reivindicar da escola a formação de sujeitos capazes de promover continuamente o seu próprio aprendizado. Os saberes e processos de ensinar e aprender, tradicionalmente desenvolvidos pela escola, se tornaram cada vez mais obsoletos e desinteressantes para os alunos. O professor passou, então, a ser continuamente desafiado a atualizar-se e tentar ensinar de um modo diferente daquele vivido em seu processo de escolarização e formação profissional (Sandes e Moreira, 2018, p. 101).

Ainda referenciado neste assunto, acresça-se as ideias de Brousseau (2008), em seus apontamentos no que ele crê ser o papel docente:

> O professor realiza primeiro o trabalho inverso ao do cientista, uma recontextualização do saber: procura situações que deem sentido aos conhecimentos que devem ser ensinados. Porém, se a fase de personalização funcionou bem, quando o aluno respondeu às situações propostas não sabia que o que 'produziu' é um conhecimento que poderá utilizar em outras ocasiões. Para transformar suas respostas e seus conhecimentos em saber deverá, com a ajuda do professor, redespersonalizar e re-descontextualizar o saber que produziu, para poder reconhecer no que fez algo que tenha um caráter universal, um conhecimento cultural reutilizável. (Brousseau, 2008, p. 43).

A compreensão da aprendizagem em matemática através de procedimento exclusivamente ligado à pessoa de interesse que aprende e, das nuances conectivas entre teoria e prática, remete prioritariamente às mudanças dos modelos ortodoxos de ensino, focados na repetição de um padrão relacionado à análise, reflexão e produção de conhecimento. Em consonância com Gálvez (1996),

> [...] trata-se de colocar os alunos diante de uma situação que evolua de forma tal, que o conhecimento que se quer que aprendam seja o único meio eficaz para controlar tal situação. A situação proporciona a significação do conhecimento para o aluno, na medida em que o converte em instrumento de controle dos resultados de sua atividade. O aluno constrói assim um conhecimento contextualizado, em contraste com a seqüenciação escolar habitual, em que a busca das aplicações dos conhecimentos antecede a sua apresentação, descontextualizada (Gálvez, 1996, p.33).

Dessa maneira, diversos autores têm se debruçado na discussão do que realmente se pode entender, de maneira conceitual, como aprendizagem significativa em matemática, propostas, a partir das elaborações de David Paul Ausubel (1963, 1968), com suas formulações iniciadas na década de 1960. Para Ausubel (1963), seu entendimento partia da aprendizagem significativa por meio de um processo de transformação do conhecimento. Em função disso, reconhece a proeminência dos processos cognitivos discentes, que se integram às informações novas e à estrutura cognitiva de cada estudante.

Corroborado por Bernardes, Lima e Giraldo (2020):

> Já que os alunos aprendem de diferentes modos, diferentes recursos deveriam ser utilizados. A falta de utilização de recursos diversificados é um agravante para uma disciplina que é comumente considerada excludente. A pesquisa aponta para uma situação na qual os professores não utilizam variados recursos importantes para a educação dos alunos, o que poderia favorecer todos os envolvidos no contexto de aprendizagem, se levarmos em conta que cada pessoa aprende de uma maneira diferente (Bernardes, Lima, Giraldo; 2020, p. 8).

Não se trata aqui de transferirmos a responsabilidade desse insucesso ao professor, que apesar de todos os contratempos e limitações infraestruturais, econômicas, didático-pedagógicas, salariais etc., ainda buscam heroicamente ajudar seus alunos na hercúlea tarefa de assumirem o protagonismo de suas próprias histórias. Desse modo, o que cabe é refletir sobre quais transformações, no âmbito instrucional formativo, pode-se adotar com o intuito de definhar os problemas que se apresentam para o processo de ensino e aprendizagem.

Porém, como afirma Abrahão (2008),

> [...] A maioria dos professores de matemática acreditava que as dificuldades de aprendizagem estavam centradas tão-somente nos alunos, não querendo acreditar que o tipo de ensino pode ser um dos fatores desencadeadores de algumas das dificuldades encontradas nas nossas salas de aula [...] (Abrahão, 2008, p.321).

Desmistificar a cultura, há muito arraigada, de que a matemática é uma disciplina para poucos dotados de inata aptidão se mostra como um primeiro passo favorável e possível de executar. Esse posicionamento denota-se como promissor na alteração dos paradigmas excludentes que são perpetuados em nosso sistema de ensino.

Logo, parece um passo natural, vislumbrar um pouco da História da Educação Matemática no Brasil e como esta famigerada disciplina, tornou-se tão necessária quanto elitista, do ponto de vista escolar.

1.1. História da Educação Matemática no Brasil

> *"Pensar o passado para compreender o presente e idealizar o futuro."* (Heródoto, ´sec. V a.C.)

Com o intuito de compreender o máximo possível de facetas que se apresentam como imprescindíveis para o entendimento do tema proposto neste trabalho, mostra-se profícuo buscarmos alguns alinhamentos obtidos por pesquisadores cujas temas servirão de sustentáculo para as conclusões a que se chegue.

Para tanto, relevaremos aspectos fundamentais, mesmo que de modo geral, relacionados à História da Educação Matemática, pois, como afirma Mendes (2012):

> ...está na reconstituição da nossa história social, ou seja, na busca de compreender o processo dinâmico natureza-cultura, no qual se configuram historicamente as origens das explicações dos mais ariados fenômenos naturais, a inovação dos procedimentos experimentais na cultura, na ciência e na educação, a organização e subordinação das interações sociais e imaginárias operadas pelo sujeito humano, cujo princípio norteador está no alicerce da configuração da Matemática como instituição social (Mendes, 2012, p.72).

A Matemática tem se constituído ao longo da história científica humana, como um saber necessário ao desenvolvimento social, fortificando-se como componente crucial no aculturamento das comunidades em dado período histórico.

Nesse âmbito, a Educação, impõe-se permeando o processo histórico-social para a firmação do diálogo que resulte na renovação, reinvenção e manutenção dos saberes já estabelecidos, originando a necessidade da revitalização em si mesma, quanto aos métodos de fazer e ver a Educação Matemática, servindo de sustentáculo para as discussões permeando os conhecimentos que ascendem diante daqueles já estabelecidos, tornando plausível a inquietação sobre os estudos e análises voltados para a História da Educação Matemática.

Como maneira de localizar o momento histórico ao qual se possa vincular o início de uma preocupação significativa em formação matemática, pode-se citar que a partir de uma necessidade prática, a matemática ganha especial destaque na formação de militares, uma vez que "...já em 1648 a contratação pela Corte Portuguesa de estrangeiros, especialistas em cursos militares para virem ao Brasil ensinar e formar pessoas capacitando para trabalhos em fortificações militares" Valente (1999). Ainda de acordo com Valente (1999):

> ...proteger e defender as terras ultramarinas. Essa primeira iniciativa é seguida por várias outras de modo irregular, até que, em 1699, é criada a Aula de Fortificações no Rio de Janeiro. O objetivo era ensinar a desenhar e a fortificar. O número de alunos seriam três, e deveriam ter, no mínimo 18 anos. Tal aula, apesar de instituída em 1699, ainda em 1710 não tinha iniciado... (Valente, 1999, *apud* Zuin, 2001, p. 62).

Destarte, Valente (2007), os primeiros livros didáticos de matemática escritos no Brasil, foram os *Exame de Artilheiros* (Figura 1) e *Exame de Bombeiros* (Figura 2), escritos em 1744 e 1748, respectivamente, por José Fernandes Pinto Alpoim. Alpoim foi um militar português deslocado para o Brasil em 1738, para atuar na formação de militares, construtores de fortificações e adestrados na artilharia. Tal formação visava a defesa da Colônia (Brasil) pela construção de fortes ao longo de sua costa e, para isso, necessitava-se de oficias bem treinados no manuseio das peças de artilharia, além da perícia em suas edificações.

Figura 1 - Folha de rosto do livro Exame de Artilheiros, 1744.

Fonte: Piva, 2015.

Figura 2 - Folha de rosto do livro Exame de Bombeiros, 1748.

Fonte: Piva, 2015.

Observa-se que, a partir de uma necessidade econômica (a proteção da Colônia, fonte de recursos de exploração), temos surgida as primeiras produções acadêmicas voltadas ao ensino da matemática no Brasil, o que proporcionou de modo indireto, a eclosão de inúmeras análises socioeducativas que se pautam na Educação Matemática.

Em consonância com Mendes (2012):

> Alguns desafios presentes em diversas pesquisas de Pós-graduação em áreas de estudo que envolvem direta ou indiretamente a história da Educação Matemática apontam para a necessidade de se estabelecer um compromisso social desses estudos e pesquisas realizados nos diversos programas de pós-graduação do Brasil, bem como acerca dos impactos social e acadêmico dessas pesquisas. Outro aspecto relevante a mencionar é a preocupação com a memória sem perder de vista as contribuições para o processo educativo e a produção de cultura e preservação do patrimônio intelectual e suas implicações no processo de formação de um professor de Matemática que valorize o patrimônio cultural, social e intelectual brasileiro como uma possibilidade para aprender a olhar, a pensar, a imaginar, a (re) criar, a rever, a exercitar conexões entre os possíveis e principalmente a dar à Matemática escolar uma oportunidade de se mostrar como veículo de criatividade (Mendes, 2012, p. 74-75).

Percebe-se que não é recente a atenção que se dá ao o estudo das técnicas didáticas no ensino da matemática e sua forte presença no meio acadêmico, sobretudo nas produções destinadas à qualificação da Educação Básica. O que nos permite indagações profícuas a respeito sobre quais as tendências didáticas que se mostraram mais exitosas no processo de ensino e aprendizagem. Para tanto, o próximo tópico inicia uma breve ponderação sobre as ações pedagógicas que visam a iluminação de novos caminhos a seguir e uma reapresentação daqueles já percorridos.

1.2. Tendências pedagógicas e a aprendizagem construtivista

O produto da Educação Matemática deveria se manifestar através da capacidade de aplicação da sua aprendizagem pelos alunos. É comum ver, em situações extraescolares, alunos e alunas referirem-se de forma pejorativa em relação aos conteúdos ministrados em sala de aula. Como cita Müller (2000):

> Nos últimos anos, percebe-se na população brasileira uma certa inquietação traduzida por expressões do tipo: "O que meu filho aprende na escola não serve pra nada", "Esta matemática moderna, cheia de letras, não é usada na vida", "Queria ajudar meu filho, mas não entendo nada dessa matemática moderna", "Antigamente sim, a gente aprendia...". A causa do descontentamento expresso é principalmente com a matemática moderna (Müller, 2000).

Desse modo, há mérito em nos determos, mesmo que superficialmente, em algumas pesquisas sobre educação matemática que têm se constituído como tendências metodológicas preocupadas em oferecer uma nova visão ao ensino e aprendizagem desta disciplina.

1.2.1. Modelagem Matemática

Em resposta às críticas que os professores de matemática têm observado quanto ao conteúdo ministrado e as metodologias didáticas para transmissão dos saberes, vários autores têm aludido para uma abordagem pautada na Modelagem Matemática. De maneira geral, a modelagem se remete ao processo que conduz a um modelo. Para Bassanezi (1994, *apud* Müller, 2000), Modelo Matemático é "um conjunto de símbolos que representam de alguma forma o objeto estudado".

Afirma Bassanezi (1994), que...

> ...a modelagem matemática é uma metodologia muito útil, quando utilizada como instrumento de pesquisa, pois pode estimular novas ideias e técnicas experimentais, dar informações em diferentes aspectos dos inicialmente previstos, ser um método para se fazer interpolações, extrapolações e previsões, sugerir prioridades de aplicações de recursos e pesquisas e eventuais tomadas de decisão... (Bassanezi, 1994, *apud* Müller, 2000).

Um grande número de pesquisas tem asseverado as dimensões sócio-críticas da Educação Matemática dos quais se destacam: Atweh, Forgasz & Nebres, 2001; D'Ambrósio, 1996; Skovsmose, 1994. Além disso, trabalhos como estes, tendem a confrontar a pressuposição da certeza absoluta e acrescer olhares críticos acerca de suas aplicações na matemática. Em consonância ao entendimento da validade das discussões em sala de aula, sugere arguir questões relevantes ao processo educacional, como: o que representam? Quais os pressupostos assumidos? Quem as realizou? A quem servem? Ou seja, atendem a uma dimensão justaposta na discussão da natureza das aplicações, os critérios utilizados e o significado social, que Skovsmose (1990), denominou de conhecimento reflexivo (Barbosa, 2003).

Quando nos posicionamos do ponto de vista discente, nota-se que a possibilidade, mediante a interação com a realidade de uma aprendizagem matemática verdadeira, atribui ao aluno um caráter pesquisador e sua interação com o professor, o alude para a reprodução do conhecimento, fazendo-o protagonista da ação educativa ao invés de mero espectador.

Contudo, Bassanezi (1994, p. 63) alerta que nem sempre existe teoria matemática adequada para a construção do modelo matemático, que seja fiel à situação inicial, traduzida pela hipótese levantada durante a etapa de formulação do problema.

1.2.2. Etnomatemática

Na busca por técnicas eficientes quando o fulcro está na aprendizagem matemática, faz-se útil estabelecer uma conexão entre a diversidade cultural obtida ao se pesquisar as variadas formas de tratamento de um mesmo tópico. Desta maneira, caso não se obste à praticidade didática para aquilo que se deseja ensinar, a Etnomatemática respalda a diversidade de cultura e o resgate às tradições locais, conectando os saberes abordados em sala de aula e o conhecimento matemático folclórico.

Assim, em Wengner (1998), temos as considerações na perspectiva de ensino assim definidas:

> Ensinar sob uma perspectiva etnomatemática é um modo de promover reformas no ensino, engajando os estudantes na descoberta da matemática de seus cotidianos, de seus pais e amigos de muitas culturas. A perspectiva etnomatemática traz interesse, excitação e relatividade para os estudantes, que serão mais motivados como estudantes de matemática em geral (Wengner, 1998, s/p).

Evidencie-se que, como perspectiva folclórica, busca-se atrair atenção dos estudantes por meio da valorização de sua cultura, apresentando uma correlação entre as várias matemáticas, desde a europeia, perpassando pela africana, asiática, indígena etc., ou seja, fomentar no aluno o desejo pela valorização de si mesmo e do outro.

Uma maneira de exemplificar, de modo correspondente a esta pesquisa, seria a relação que se dá entre o cálculo da área de quadriláteros regulares e a determinação da área de terrenos pelo método da "cubação".[1]

Como forma de corroborar o quão frutífero é o advento da Etnomatemática em consórcio ao cotidiano didático, encontra-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais em Matemática (1997), uma forte propensão aos estudos de D'Ambrósio, sendo este um expoente quando se trata deste tema, assim, em Brasil (1997), tem-se:

> Dentre os trabalhos que ganharam expressão nesta última década, destaca-se o Programa Etnomatemática, com suas propostas alternativas para a ação pedagógica. Tal programa contrapõem-se às orientações que desconsideram qualquer relacionamento mais íntimo da Matemática com aspectos socioculturais e políticos – o que a mantém intocável por fatores outros a não ser sua própria dinâmica interna. Do ponto de vista educacional, procura

[1] "Cubação" ou "cubar" é uma maneira de calcular áreas de terrenos cujos lados não tenham medidas iguais e os ângulos por eles formados não nos permitam estabelecer uma relação matemática. Trata-se de fazer o produto da média aritmética dos lados opostos. Em muitos casos esta medida é dada em "braças".

> entender os processos de pensamento, os modos de explicar, de entender e de atuar na realidade, dentro do contexto cultural do próprio indivíduo. A Etnomatemática procura partir da realidade e chegar à ação pedagógica de maneira natural, mediante um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural (Brasil, 1997, p. 21).

Afaste-se qualquer intenção de substituir a matemática acadêmica pela Etnomatemática, trata-se tão somente de coadunar ambas num processo apaziguador do conflito encontrado pelos estudantes, durante o percurso da disciplina ministrada em sala de aula, pois, em D'Ambrósio (2001, *apud* Santos, 2004) "... mesmo a Etnomatemática tendo utilidade limitada na sociedade moderna, igualmente, muito da matemática acadêmica é absolutamente inútil nessa sociedade...". Portanto, estima-se que a intersecção entre o mais próximo do cotidiano do aluno possa se estabelecer como um atrativo para as aulas.

Em síntese, não obstante ao que afirma Santos (2002):

> Nesse sentido, a comparação entra na pedagogia etnomatemática, por um lado, como um instrumento de auto regulação das próprias atividades de ensino/aprendizagem, pois na medida em que o professor busca constantemente compreender para além das circunstâncias imediatas de seu meio social, acaba por empreender uma constante busca por novas maneiras e alternativas de ensino – e o que é necessário ser ensinado/aprendido (Santos, 2002).

Enfim, há uma consorciação entre a Modelagem Matemática e a Etnomatemática quando esta última é tratada como mais uma ferramenta do processo de ensino-aprendizagem, fazendo-as complementares e opções atrativas para o desenvolvimento da dinâmica de sala de aula.

1.3. Aplicação de recursos didáticos tecnológicos digitais e analógicos na educação

Ao se recorrer à utilização dos recursos didáticos, espera-se proporcionar melhores vias de aprendizagem ao educando. Neste contexto, o aproveitamento de recursos tecnológicos no cotidiano escolar tende a oferecer benesses para todo o processo de aprendizagem discente e abona o ensino pretendido pelo docente.

Cabe ressaltar, sobre o entendimento relacionado a tecnologias digitais, o exposto em Ribeiro (2020):

> Tecnologia *digital* é um conjunto de tecnologias que permite, principalmente, a transformação de qualquer linguagem ou dados em números, isto é, em zeros e uns (0 e 1). Uma imagem, um som, um texto, ou a convergência de todos ele, que aparecem para nós na forma final da tela de um dispositivo digital na linguagem que conhecemos (imagem fixa ou em movimento, som, texto verbal), são traduzidos em números, que são lidos por dispositivos variados, que podemos chamar, genericamente, de computadores. Assim, a estrutura que está dando suporte a esta linguagem está no interior dos aparelhos e é resultado de programações que não vemos (Ribeiro, 2020).

Percebe-se que em Ribeiro (2020), temos uma definição de tecnologias digitais prioritariamente voltada pela transformação de qualquer tipo de informação analógica em códigos de natureza única, os zeros e uns, o que nos leva a entender que este tipo de tecnologia foca-se na uniformização da linguagem para sua retransmissão por meio de dispositivos diversos.

Quanto ao entendimento para o referente às tecnologias analógicas, teremos como norte o exposto em Veiga e Veiga (2020), ao esclarecerem por meio de instrumentos e aplicações a sua definição para o tema, onde...

> ...entendem que a tecnologia no processo de ensino, e mais especificamente no de desenho geométrico, deve ser compreendida em um sentido amplo, fundamentados na história cronológica onde relembram que o lápis, o compasso, os esquadros e o computador são todos ferramentas que guardam em si a tecnologia de uma época...(Veiga e Veiga, 2020, p.39115).

Desse modo, pode-se apontar que as tecnologias analógicas são representações dos instrumentos com os quais se realizam tarefas e que estas estão terão seu grau de sofisticação atrelado ao avanço científico vivenciado historicamente por tal sociedade. Contudo, temos por tecnologia digital a transformação das formas de captação das informações para um tipo específico de linguagem, tornando-a atemporal e massiva, sendo acessível por diferentes recursos analógicos em diferentes épocas.

Quando bem planejado e adimplido, tais recursos transformam as aulas por meio do dinamismo e da interatividade, o que, na sociedade atual, suporta bem às demandas político-educacionais. Conforme Alves (2014):

> A proliferação das novas tecnologias, notadamente as TICs – Tecnologias da Informação e Comunicação refletem na sociedade transformações que influenciam a atividade humana, imprimindo a necessidade de identificar as dicotomias e prevalências[1] entre formas de conviver, ensinar e aprender, legadas ao século XX (tecnologias educacionais analógicas como o texto) e as do século XXI (tecnologias educacionais digitais como o hipertexto), ante as novas acepções terminológicas e a profusão de novos termos, o que se apresenta como um desafio a mais aos profissionais da educação. Disto, conhecer o novo sem desprezar o legado tradicional, todavia sem prevalece-lo, pois o novo assedia-nos e causa insegurança e o tradicional quando conhecido conforta-nos com sua suposta segurança, a chamada zona de conforto (Alves, 2014, p. 11).

Encontramo-nos em momento histórico favorável à educação no que compete às transformações tecnológicas aplicáveis à educação, tanto como política social, quanto para o favorecimento econômico-cultural de uma comunidade, pois, podemos usufruir das novas ferramentas para supressão das dificuldades que persistem devido às peculiaridades dos educandos e ainda aproveitar as técnicas exitosas já testadas e que transmitem a sensação de segurança.

Não obstante, dê-se especial ênfase à capacidade inclusiva ao se recorrer a tais recursos tecnológicos, como afirmam Fiatcoski e Góes (2021):

> Nesse sentido, além da presença do estudante com necessidades educacionais especiais na rede regular de ensino deve-se ter a preocupação em incluí-lo efetivamente na rotina escolar, pois, apenas o acesso não é garantia de inclusão, tendo o docente a compreensão que existem diferentes formas de aprender e ensinar. O ambiente escolar deve proporcionar diferentes ferramentas pedagógicas (metodologias, artefatos e outros), aqui denominados de tecnologias educacionais, para contribuir com a aprendizagem dos estudantes na perspectiva inclusiva (Fiatcoski, Góes, 2021, p. 3).

É válido observar os estudos com vistas em outorgar a assimilação dos saberes matemáticos por todos os estudantes, irrestritamente. Dessa maneira, de acordo com o GT-13 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, as pesquisas voltadas para esse campo almejam debater as

> práticas escolares e culturais, políticas educacionais, formação de professores, desempenho acadêmico e experiência com a matemática fora do contexto escolar de pessoas historicamente marginalizadas, em particular pessoas: com deficiências ou/e transtornos; com altas habilidades; com

> dificuldades específicas de aprendizagem de matemática; em situação de risco ou vulnerabilidade social (SBEM, 2020, sp.)

O fino ajuste no emprego das tecnologias digitais e analógicas contemplam uma gama diversificada de necessidades de aprendizagem dos alunos, propiciando uma educação mais abrangente e alinhada aos desafios da atualidade. Outrossim, o importante é utilizar as ferramentas disponíveis de maneira estratégica, favorecendo o ensino e focado no desenvolvimento pleno dos estudantes de maneira integral.

1.4. Formação Inicial e Continuada de Professores

A prática docente no decorrer dos anos de licenciatura, evidencia que não existe um método pedagógico único, que possa alcançar eficazmente todos os estudantes e prover-lhes aprendizagem por igual. Nesse aspecto, crer em diferenciadas práticas metodológicas de ensino, estabelece-se como o baluarte que endossa a necessidade de constante "reciclagem" pedagógica por parte dos professores.

Para D'Ambrósio (1996):

> O conceito de formação de professor exige um repensar. É muito importante que se entenda que é impossível pensar no professor como já formado. Quando as autoridades pensam em melhorar a formação do professor, seria muito importante um pensar novo em direção à educação permanente. Na verdade, a ideia que vem sendo aceita como a mais adequada é uma formação universitária básica de dois anos, seguida de retornos periódicos à universidade *durante toda a vida profissional* (D'Ambrósio, 1996, p. 97).

Tal processo de reciclagem associa-se à herança obtida dos professores de matemática do século XX, a partir da formação profissional destes professores após ponderada necessidade de reelaboração do seu ofício no que alcança à prática pedagógica cotidiana. Portanto, de acordo com Valente (2010), "...o professor de matemática do século XXI não se constitui como herdeiro dos matemáticos, mas sim dos professores de matemática do século XX...".

Contudo, Michel Foucault, faz referência à sua crítica acerca dos rudimentos da origem, não sendo esta preponderante para o desencadear dos fatos históricos. Por outro lado, ainda em Valente (2010), vemos que:

> De outro modo, em termos profissionais, o professor do ensino primário e do secundário parecem dever muitíssimo mais àqueles professores das escolas e colégios constituídos no século XIX e consolidados no século seguinte, do que aos matemáticos, mesmo que estes tenham tido acento de trabalho o ensino superior (Valente, 2010).

No fascículo do curso, Pró-Letramento Matemática, apresentam-se ideias bastantes coerentes no que trata da formação continuada, cabendo a elas serem processos de aprendizagens contínuas:

> A formação continuada é uma exigência nas atividades profissionais do mundo atual, ela deve desenvolver a atitude investigativa e reflexiva, tendo em vista que a atividade profissional é um campo de produção de conhecimento, envolvendo aprendizagens que vão além da simples aplicação do que foi estudado. Não se pode perder de vista a articulação entre formação e profissionalização, uma vez que uma política de formação implica ações efetivas, no sentido de melhorar a qualidade do ensino, as condições de trabalho e ainda contribuir para a evolução funcional dos professores. (Brasil, 2008, p. 8).

De acordo com D'Ambrósio (1996), o passo inicial a ser dado por um educador que deseja reinventar sua prática pedagógica, deve atentar para um processo de transformação de suas próprias atitudes. Sendo assim,

> Ao professor deve ser dado apoio para que ele adote uma nova atitude e assuma sua responsabilidade perante o futuro. Isso depende essencialmente de sua própria transformação, conhecendo-se como indivíduo e como um ser social, inserido numa realidade planetária e cósmica. O primeiro passo é que o professor conheça a si próprio. Ninguém pode pretender influenciar outros sem o domínio de si próprio. O professor deve conhecer a sociedade em que atua e ter uma visão crítica dos seus problemas maiores, bem como de seu ambiente natural e cultural, e da sua inserção numa realidade cósmica. O professor deve estar livre de preconceitos e predileções. Só sendo livre poderá permitir que outros sejam livres. Em vez de fazer com que o aluno saiba o que ele sabe, deve criar situações para que o aluno queira saber a realidade que o cerca. E dar a ele liberdade de encontrar significação no seu ambiente. Esse é um direito da criança. E cabe ao professor levar a criança a usufruir esse direito. E assim abrir para a criança a possibilidade de ser criativa. (D'Ambrósio, 1996, pp.79-80).

Após nos depararmos com tão forte e pontual afirmação, torna-se claro a repercussão sobre a formação continuada docente nos meios acadêmicos.

As dinâmicas educativas geradas por pesquisas, ao longo de todos esses anos e por meio das experiências obtidas pela vivência da teoria de cada proposta metodológica, conduzem a uma verdade que se mostra absoluta entre todos os pesquisadores citados que é a grande necessidade da formação continuada do professor de matemática em virtude da não obsolescência didática e científica.

Partindo de um princípio centrado no professor, mostra-se indubitável que sua formação continuada se constitua num instrumento de transformação dos ambientes educativos no que se refere aos obstáculos impostos ao processo de ensino-aprendizagem da matemática. Estimular a atualização docente perante a contemporaneidade, exibe o quão imperativo é o estímulo a novas políticas públicas com este propósito: incentivar o educador no engajamento à pesquisa, desenvolvimento de prática pedagógica e aprimoramento do desempenho profissional (Jesus e Coelho, 2022). Doravante:

> Pensar na constituição profissional dos professores somente no período da formação inicial, independente da continuada, isto é, daquela que acontece no próprio processo de trabalho, é negar a história de vida do futuro professor; é negá-lo como sujeito de possibilidade (Fiorentini e Castro, 2003, p. 124, *Apud* Jesus e Coelho, 2022).

Portanto, é válido quando enfatizamos que a formação continuada, neste âmbito, impulsiona o professor na capacidade de reflexão acerca das situações e problemas revelados em sua prática na descoberta da própria autonomia profissional, aprimorando-se no pensar, questionar e analisar autonomamente suas tarefas escolares cotidianas, culminando na reconstrução de sua prática docente.

1.5. Panejamento Didático

De acordo com Libâneo (2007):

> O planejamento é um processo de racionalização da ação docente, articulando a atividade escolar e a problemática do contexto social. A escola, os professores e os alunos são integrantes da dinâmica das relações sociais; tudo o que acontece no meio escolar está atravessado por influências econômicas, políticas e culturais que caracterizam a sociedade de classes (Libâneo, 2007, p. 222).

O planejamento denota um processo onde é imprescindível organização, previsão, sistematização, decisão, avaliação e reflexão das ações, sempre tendo em mente assegurar a sua eficiência e a eficácia, tanto em níveis macro ou micro do processo educacional sistemático. O foco é evidenciar aquilo que o professor necessita alcançar, refletir sobre sua ação, pensar sobre o que faz, antes, durante e depois da ação. No âmbito educacional, o planejamento é um fenômeno político-pedagógico porque revela o engajamento de suas intencionalidades, mostra o que se deseja construir e a meta a ser batida.

A forma como essas temáticas imbuídas de significado são acometidas pelas suas diferenciações, confirmam sua importância e justificam a necessidade de sua abordagem nesta pesquisa. Outrossim, tornam-se íntimas quanto aos seus componentes constitutivos. É urgente enfatizar que o planejamento de ensino resulta, especialmente, em uma ação refletida por parte do professor, sobre sua prática educativa.

Na concepção de Haydt (2011),

> planejar é analisar uma dada realidade, refletir sobre as condições existentes, e prever as formas alternativas de ação para superar as dificuldades ou alcançar os objetivos desejados, portanto, o planejamento é um processo mental que envolve análise, reflexão e previsão (Haydt, 2011, p. 94).

Acerca do que trata o planejamento no ensino da matemática, Melo (2004) observa ainda que, através de discussões e reflexões, os professores podem potencializar seus conhecimentos aceca da própria experiência, conteúdo e currículo, quando destaca:

> O planejamento constitui em primeiro lugar, um instrumento para o aluno, no qual o professor estabelece com objetividade, simplicidade, validade e funcionalidade a ação educativa em matemática, cuja finalidade é contribuir com a formação do aluno em dimensão integral. Todavia, as ações matemáticas educativas necessitam ser pensadas, de forma crítica e consciente, pois devem visar ao atendimento de melhoria de vida dos alunos como pessoas (Melo, 2004, p. 4).

Fica evidente que a reflexão na ação educativa, precede a prática bem aplicada. Manter como foco de trabalho o estudante torna-se questão precípua para garantir sua autonomia formativa e o seu crescimento intelectual, competindo aos interesses do professor, um papel centrado no pleno desenvolvimento do educando e o provimento de competências cognitivas e sociais como pauta de sua prática pedagógica.

2. ENSINO DE GEOMETRIA

2.1. O Ensino de Geometria no Brasil

Com o propósito de edificar elos consistentes, no que se refere à construção da linha de pesquisa neste trabalho e dirimir o maior número de lacunas sobre o estudo, avulta-se a importância de dissertar, mesmo que brevemente, sobre o ensino de Geometria no Brasil.

Notadamente a partir da Reforma Pombalina, 1772, percebe-se uma crescente na acuidade do ensino de geometria para aplicações laborais e militares, de acordo com Valente, "A matemática, salvo o conhecimento mais que elementar da Aritmética, estava reservada para a formação técnica do futuro engenheiro, guarda-marinha etc. Trata-se, portanto, de um saber técnico e especializado." (Valente, 1999, *apud* Zuin, 2001, p. 63).

A consignação do ensino ordenado do conhecimento de matemática no Brasil, dá-se mediante a fundação da Academia Militar da Corte, através da Carta Régia de 4 de dezembro de 1810, por D. João VI (Zuin, 2001, p. 64). Vale ressaltar que, dentre os sete anos de escolarização previstos para o curso, em apenas dois deles não havia, dentre as componentes curriculares da época, o ensino de Geometria ou de Desenho e, em alguns anos, eram mesmo concomitantes. Em Zuin (2001), vê-se que:

> Observamos que, enquanto a Geometria faz parte do currículo apenas no 1º e 2º anos, o Desenho só não estava incluído no 5º e 7º anos dos cursos, demonstrando que o caráter prático dessa disciplina era muito valorizado e utilizado em outras matérias. Isso pode ser constatado quando avaliamos as disciplinas do curso, como Geometria Descritiva, Arquitetura Civil, Estradas, Portos e Canais, as quais necessitam de conhecimentos de Desenho (Zuin, 2001, p. 65).

Villa e Santos (2012, *apud* Veiga e Veiga, 2020), promovem em seus estudos a relevância do ensino do Desenho Geométrico na Educação Básica, objetivando o desenvolvimento do educando quanto à sua capacidade de percepção visual proporcionada pela construção das figuras.

Nota-se que, para atender às necessidades da época, o ensino de Geometria, caracterizado como Desenho Linear, em fins do século XIX, ocupou lugar de destaque, sendo equivalente até mesmo à própria Matemática. Desde então, sua desvalorização tem sido vertiginosa, a saber o ensino de desenho no limiar do século XX, concentrado nas construções de figuras geométricas com a utilização de instrumentos técnicos (régua, compasso, esquadro etc.), além do desenho de observação, apesar de ser componente no currículo da maioria das instituições de ensino, era acessado por parcela muito pequena da população.

Um marco inicial para essa desvalorização, pode estar atrelado ao artigo 165 do Decreto nº 11.530/1915, que atribuía aprovação aos discentes tão somente pela sua frequência (Zuin, 2001, p. 74).

Em dados momentos, o ensino de Geometria está tão profundamente conectado a outros assuntos que já não se pode diferenciar. Temos pela Portaria Ministerial nº 966/51, onde consta a definição de Desenho Geométrico, cujo propósito...

> ...tem uma finalidade mais instrutiva do que mesmo educativa, visando a aquisição de conhecimentos indispensáveis para o estudo da Matemática, do qual se deve tonar um auxiliar imediato[...]. O Desenho Geométrico terá assim, um desenvolvimento mais acentuado, permitindo-lhe a aquisição de conhecimentos técnicos que mais tarde poderão ser ampliados (Zuin, 2001, p. 81).

Em Almeida (2023), começa-se a perceber a derrocada do Ensino de Geometria e das construções geométricas, já a partir da década de 60, culminando com a exclusão da disciplina Desenho Geométrico do contexto escolar a partir da década de 1970, pelo MEC e dos exames vestibulares (Sardinha 2014, *apud* Almeida, 2023).

Desse modo, a organização do material pedagógico, que comumente lista os conteúdos de Geometria para o final do livro didático, relegando o seu estudo ao esquecimento, em função do extenso material curricular a ser ministrado em um componente curricular, que vem perdendo horas semanais de estudo, a escassez de recursos tecnológicos, a falta de formação continuada para os docentes, dentre outros fatores, tem justificado os baixos desempenhos desse campo da matemática.

Contraditório a esse fenômeno, temos na nova BNCC (Brasil, 2017), no eixo de Espaço e Forma, a evocação da primordialidade do ensino de geometria, onde se destaca que...

> [...] a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes (Brasil, 2017, p.271).

É apenas a partir da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), em 1996, que se observa um movimento de resgate ao ensino de Geometria, notadamente, pelo estímulo ao retorno das Construções Geométricas, com a utilização dos instrumentos euclidianos. Resolutamente sugerido pelos PCNs de 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental, para a disciplina de matemática, a volta das Construções Geométricas ao cotidiano escolar oferece a ratificação desses conhecimentos através da prática, possibilitando ao educando a oportunidade da redescoberta dos conceitos e a rededução de teorias. Nos referidos documentos, vê-se que:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (Brasil, 1997, p. 39).

Nota-se uma contraposição entre a prática e a teoria, quando os documentos oficiais exaltam a qualidade da Geometria, para o desenvolvimento cognitivo do educando mas, pouco investe em formação continuada para os professores da educação básica, além da escassez de recursos tecnológicos digitais ou analógicos nas salas de aula deste segmento educacional. Portanto, os resultados da sugerida pesquisa deverão subsidiar conclusões acerca dos procedimentos que poderão demonstrar assertividade na retificação dessa falha.

2.2. Ensino de Geometria nas Escolas Públicas

A Geometria Plana é parte fundamental dos currículos escolares na Educação Básica. O seu ensino nas escolas públicas é componente previsto nos documentos nacionais que balizam a formação discente no campo da matemática. No Fundamental I, encontra-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) – Matemática, uma justificativa plausível para o seu ensino, já que:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (Brasil, 1997, p. 39).

Pelo que se constata através no supracitado excerto, a Geometria é de enorme proficuidade ao se trabalhar com situações-problema, em função da sua larga aplicação e vasta gama de exemplificação por meio das experiências dos alunos com o próprio cotidiano, conduzindo-os pela aprendizagem de modo natural. Trabalhar com as noções geométricas favorece o entendimento de outros temas com objetivos similares, "...pois, estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa" (Brasil, 1997, p. 39).

Nos PCNs de Matemática para o 3º e 4º ciclos, vê-se uma interessante abordagem acerca do ensino de Geometria nesse segmento escolar:

> As atividades de Geometria são muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas (Brasil, 1998, p. 126).

Percebe-se a ênfase na capacidade do estudo de Geometria em relacionar a aprendizagem de sala de aula às vivências empíricas dos estudantes.

Já no caderno de Orientações Curriculares para o Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, constata-se a preocupação com as conexões entre o tema e suas aplicações em situações cada vez mais diversas, observando a integralização com outros assuntos e até mesmo outras disciplinas, como se nota em:

> O estudo da *Geometria* deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do quotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas (Brasília, 2006, p. 75).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), bem como no Caderno de Orientações Curriculares para o Ensino Médio no Estado do Maranhão e identificada em ambos como a habilidade EM13MAT105 – Utilizar as noções de transformações isoméricas (translação, reflexão, rotação e composição destas) e composições homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras), ênfase especial nos triângulos, cujos objetivos primam na suas construções, determinação dos lados e reelaboração dos teoremas, proposições e propriedades com a utilização de régua e compasso e do *software* GeoGebra.

Em um número significativo de trabalhos acadêmicos, encontram-se afirmações que visam sustentar a tese de que a Geometria não é significativamente trabalhada durante a educação básica, sobretudo na escola pública. Algumas das justificativas para isso são o despreparo por parte dos professores, a baixa carga horária disponibilizada para se trabalhar um currículo demasiado amplo para cada ano e série desta etapa da educação, os parcos recursos disponíveis a professores e alunos, dentre outras razões.

Alguns resultados obtidos em avaliações externas e de abrangência nacional como o ENEM, a prova SAEB e o Pisa, apresentam desempenhos que evidenciam a baixa proficiência dos estudantes nesse tópico.

Portanto, torna-se bastante conveniente a pesquisa que trate do tema e esteja voltada para a busca de alternativas com a finalidade de remediar tal situação.

2.3. Estudo dos Pontos Notáveis do Triângulo

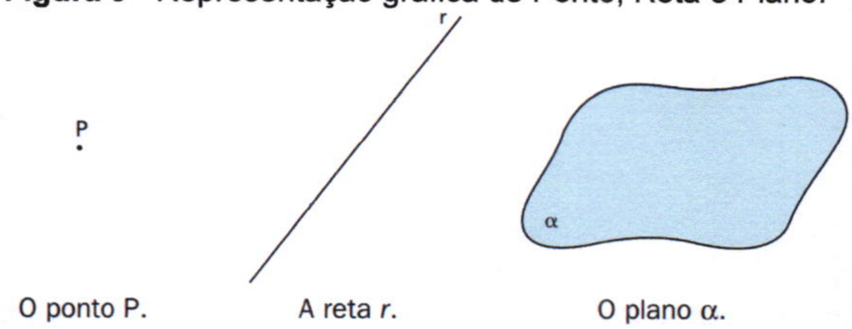
Todos os assuntos relacionados serão abordados sob o prisma da Pesquisa Comparativa, onde nos pautaremos na apresentação dos assuntos com a utilização dos recursos pedagógicos para ministração da aula que são o objetivo desta análise: régua e compasso e o *software* GeoGebra.

Para efeito de delimitação do interesse deste trabalho, serão estabelecidos alguns conceitos, definições e teoremas necessários para o seu desenvolvimento, desde elementos precursores até os tópicos intrínsecos à sua realização.

2.3.1. Ponto, reta e plano

Em Dolce e Pompeo (2005), temos que "as noções (conceitos, termos e entes) geométricas são estabelecidas por meio de definição". Logo, valer-se-á das noções intuitivas na conjectura da definição de *ponto*, *reta* e *plano* decorrentes de experiência e observação acumuladas pelo leitor. Neste texto, teremos a representação do *ponto* por uma letra do alfabeto latino maiúscula, a *reta*, será identificada por uma letra do mesmo alfabeto, porém, minúscula e os *planos* serão identificados por letras minúsculas do alfabeto grego.

Figura 3 - Representação gráfica de Ponto, Reta e Plano.

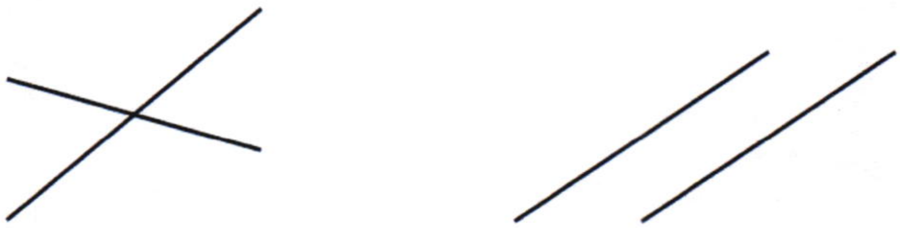


Fonte: Dolce e Pompeo (2005, p. 2).

2.3.2. Retas concorrentes e paralelas

De acordo com Muniz Neto (2013), considerando duas retas no plano, há somente duas possibilidades para elas entre si: possuírem um ponto em comum, o que faz delas *concorrentes* entre si, ou *paralelas*, caso não haja nenhum ponto em comum. No caso em que duas retas possuírem todos os seus pontos em comum, entende-se que sejam *coincidentes*.

Figura 4 - Retas concorrentes (à esquerda) e paralelas (à direita).

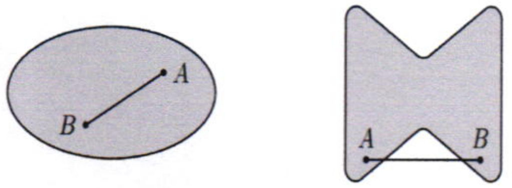


Fonte: Muniz Neto (2013, p. 44).

2.3.3. Ângulos

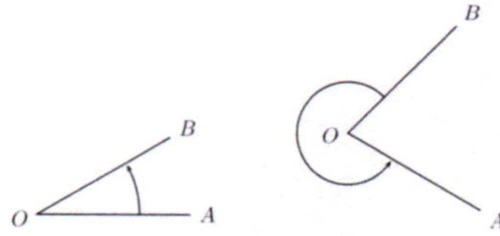
Adotou-se para as definições formais de plano, as apresentadas por Muniz Neto (2013, p. 11), onde se lê: "Dadas, no plano, duas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, um *ângulo* (ou *região angular*) de *vértice* O e lados $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ é uma das duas regiões do plano limitadas pelas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$. Faz-se útil definir uma região *convexa* do plano α quando, para todos os pontos $A, B \in \alpha$ tivermos $AB \subset \alpha$, não havendo o cumprimento destas condições, diz-se que a região é *não-convexa* (Muniz Neto, 2013, p. 10).

Figura 5 - Regiões convexa (à esquerda) e não convexa (à direita).



Fonte: Muniz Neto (2013, p. 10).

Figura 6 - Regiões angulares no plano.

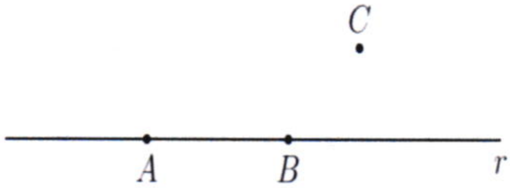


Fonte: Muniz Neto (2013, p. 11).

2.3.4. Triângulos

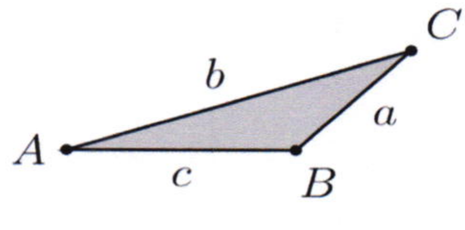
Como parâmetro, seguiremos a definição de *triângulo* encontrada em Muniz Neto (2013, p. 19), onde se afirma que três pontos não colineares (figura 7), formam um *triângulo*, sendo sua *região triangular* correspondente àquela limitada do plano, delimitada pelos três segmentos que unem os pontos dois a dois. Considere os pontos A, B e C, de modo que eles sejam os vértices do triângulo ABC, sua *região triangular* será a representada pela área hachurada na figura 8.

Figura 7 - Três pontos não colineares A, B e C.



Fonte: Muniz Neto (2013, p. 19).

Figura 8 - Triângulo ABC de vértices A, B e C.



Fonte: Muniz Neto (2013, p. 19).

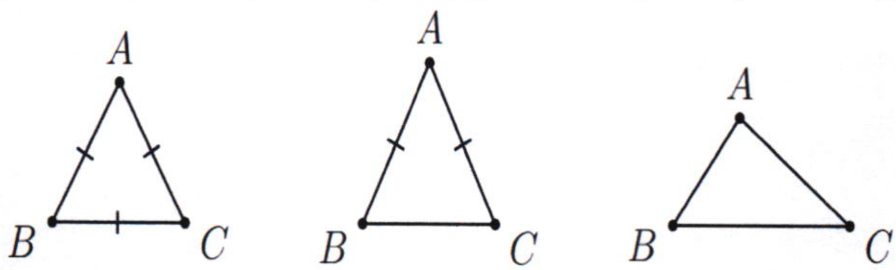
É-se vantajoso relevar a classificação dos triângulos quanto aos seus lados e ângulos. Quanto aos comprimentos dos lados, considerando um triângulo de vértices ABC, em Muniz Neto (2013, p. 20), tem-se por definição as seguintes classificações:

(i) *Equilátero*, se $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$;

(ii) *Isósceles*, se ao menos dois dentre $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$ forem iguais;

(iii) *Escaleno*, $\overline{AB} \neq \overline{AC} \neq \overline{BC} \neq \overline{AC}$.

Figura 9 – Triângulos: equilátero (à esq.), isósceles (centro) e escaleno (à dir.).



Fonte: Muniz Neto (2013, p. 19).

Em relação a medida dos ângulos internos de um triângulo, far-se-á uso da proposição onde se afirma que “a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°”[2], conduzindo à conclusão de que um triângulo terá no máximo um ângulo interno maior ou igual do que 90°, uma vez que “em todo triângulo, cada lado tem

[2] Muniz Neto, 2013, p. 48 – Proposição 2.16.

comprimento menor que a soma dos comprimentos dos outros dois lados"[3] (Muniz Neto, 2013, p. 58).

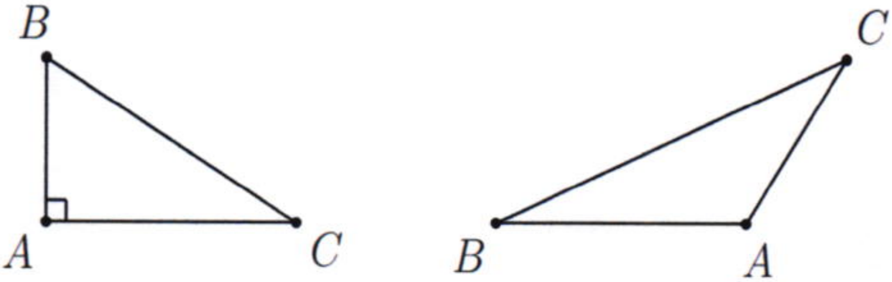
Assim, é possível classificar os triângulos em relação aos seus ângulos internos da seguinte maneira:

(i) *Acutângulo*, se todos os seus ângulos internos forem agudos, ou seja, menores que 90°;

(ii) *Obtusângulo*, se tiver um ângulo obtuso, ou seja, maior do que 90°;

(iii) *Retângulo*, se tiver um ângulo reto, ou seja, de medida igual a 90°. No caso do triângulo retângulo, o lado oposto ao ângulo reto é a *hipotenusa* e os demais lado são os *catetos.*

Figura 10 - Triângulo retângulo (à esq.) e triângulo obtusângulo (à dir.).



Fonte: Muniz Neto (2013, p. 49).

2.3.5. Casos de Congruência de Triângulos

Mostra-se fundamental abordarmos os casos de *congruência de triângulos*, tendo em vista sua crucialidade durante a construção dos pontos notáveis com régua e compasso, pois, serão essas definições que corroborarão com as afirmações elaboradas mediante as construções geométricas.

Desse modo, em Dolce e Pompeo (2005), encontram-se os *casos* ou *critérios* de congruência, condições mínimas necessárias para que dois triângulos sejam congruentes. A saber, são:

(i) 1º caso: *LAL* – Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes dois lados e o ângulo compreendido entre eles, então eles são congruentes;

[3] Muniz Neto, 2013, p. 58 – Proposição 2.23.

(ii) 2º caso: *ALA* – Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes um lado e dois ângulos a ele adjacentes, então esses triângulos são congruentes;

(iii) 3º caso: *LLL* – Se dois triângulos têm ordenadamente os três lados, então esses triângulos são congruentes.

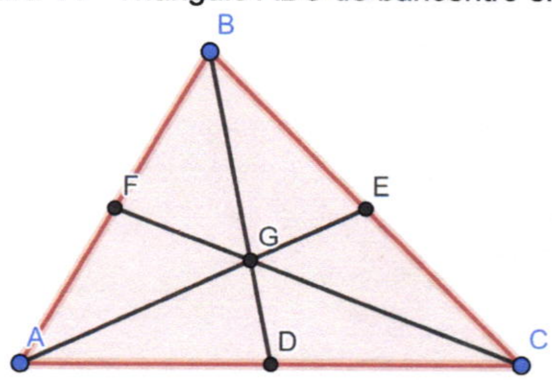
(iv) 4º caso: LAA_o – Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes um lado, um ângulo adjacente e o ângulo oposto a esse lado, então esses triângulos são congruentes.

2.3.6. Pontos Notáveis do Triângulo

Dar-se-á uma abordagem suscinta, porém, assertiva aos *pontos notáveis do triângulo*, por se tratarem de elementos importantes no seu estudo e que são construtíveis com régua e compasso com relativa facilidade. A seguir teremos suas definições conforme Muniz Neto (2013):

(i) *Baricentro*: em todo triângulo, as três medianas[4] passam por um único ponto, o **baricentro** do triângulo. Ademais, o **baricentro** divide cada mediana, a partir do vértice correspondente, na razão 2:1;

Figura 11 - Triângulo ABC de baricentro em G.



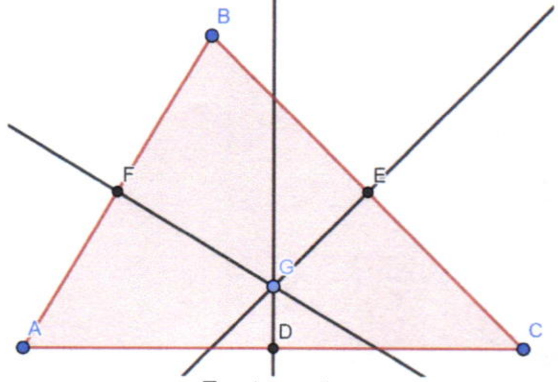
Fonte: autor.

(ii) *Circuncentro* - Em todo triângulo, as mediatrizes[5] dos lados passam por um mesmo ponto, o seu **circuncentro**;

[4] Em um triângulo, a mediana será o segmento que une qualquer um dos seus vértices ao ponto médio do lado oposto a ele.

[5] As mediatrizes de um triângulo serão as retas perpendiculares aos seus lados passando pelo ponto médio de cada um deles.

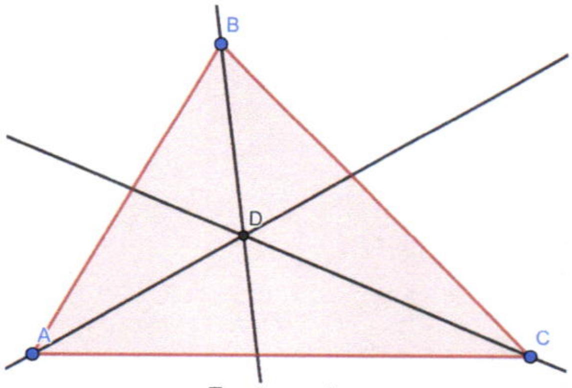
Figura 12 - Triângulo ABC de circuncentro em G.



Fonte: autor.

(iii) *Incentro*: As bissetrizes[6] internas de todo triângulo concorrem em um único ponto, o **incentro** do triângulo.

Figura 13 - Triângulo ABC de incentro D.

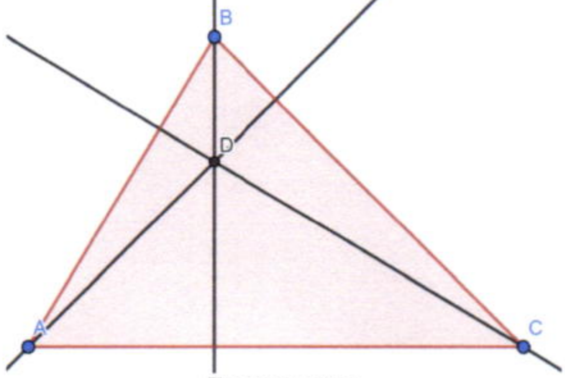


Fonte: autor.

(iv) *Ortocentro*: Em todo triângulo, as três alturas se intersectam em um só ponto, o **ortocentro** do triângulo;

[6] A bissetriz interna de um triângulo é a semirreta que divide um ângulo deste, em dois ângulos iguais.

Figura 14 - Triângulo ABC de ortocentro D.



Fonte: autor.

Por não se tratar de elemento fulcral para esta pesquisa, as demonstrações inerentes aos casos de congruência de triângulos serão aqui omitidas. No entanto, podem ser facilmente obtidas, caso seja de interesse do leitor. Para tal, sugere-se a referência bibliográfica citada no primeiro parágrafo deste tópico.

3. TECNOLOGIAS ANALÓGICAS E DIGITAIS NA EDUCAÇÃO

A abordagem do tema central desta pesquisa é a análise detida sobre o empenho de ações didáticas de cunho inovadoras e tradicionais. Esta proposta reside na adaptabilidade da natureza do planejamento docente de acordo com a sua realidade, questionando soluções generalizadas por experiências pontuais que foram adotadas para o todo. Deste modo, teremos a seguir, ponderações acerca de aspectos substancialmente relevantes para as conclusões vindouras.

Em Vidal (2013), evidencia-se que:

> Os fenômenos das sociedades atuais se caracterizam pela complexidade e dificuldade de analisá-los e explicá-los, como constata o sociólogo português Souza Santos (2000), em sua hipótese do "desperdício da experiência", ao indicar a insuficiência das teorias e dos instrumentos teóricos e metodológicos disponíveis para captar a amplitude e a complexidade dos fenômenos sociais. Quando se trata de comparar diferentes cenários tais como regiões, países, processos ou metodologias (STEPHANOU, 2005; CORREA, 2012), a pesquisa adquire um maior grau de sofisticação ao inserir variáveis de caráter cultural, além de variáveis qualitativas e quantitativas e os correspondentes indicadores (Vidal, 2013).

Com o propósito de nos guarnecermos das ferramentas precursoras para um desenvolvimento didático competente, tratar-se-á, nas próximas seções, do ponto principal desta pesquisa que é a análise das tecnologias analógicas (onde nos concentraremos nas construções com régua e compasso) e digitais (a utilização do *software* GeoGebra em sala de aula como recurso didático) no estudo dos Pontos Notáveis do Triângulo e, em segundo plano, do Planejamento Didático que o precede, da necessidade de constante Formação Continuada para o Professor de Matemática e a transformação que isso pode acarretar na Educação Matemática.

É notável como o processo de ensino e aprendizagem de matemática, apresenta-se como uma confluência de ferramentas em auxílio à prática pedagógica discente. A aplicação das tecnologias, sem dúvidas, causa considerável alvoroço quando apresentado aos alunos, ao menos inicialmente. Contudo, faz-se necessária a devida reflexão sobre o uso, pois, como citam os PCNs (1998):

> A tecnologia é um instrumento capaz de aumentar a motivação dos alunos, se a sua utilização estiver inserida num ambiente de aprendizagem

> desafiador. Não é por si só um elemento motivador. Se a proposta de trabalho não for interessante, os alunos rapidamente perdem a motivação. (Brasil, 1997, p. 157).

Ainda em consonância com os PCNs de 3º e 4º ciclos, hoje em dia, as tecnologias disponíveis em todos os setores, inclusive o educacional, constituem-se numa gama de recursos bastantes diversificados como a televisão, o computador, *softwares* educacionais, celulares, dentre outros dispositivos eletrônicos similares, dos quais os professores podem fazer uso, desde que compatíveis com os objetivos de aprendizagem. Essas Tecnologias Digitais, já fazem parte da vivência discente, não sendo possível que o processo educacional se abstenha de aproveitar estas ferramentas.

Neste trabalho, faremos uma estudo sobre a contribuição pedagógica, que o *software* de geometria dinâmica GeoGebra pode oferecer no estudo dos Pontos Notáveis do Triângulo.

Outrossim, a utilização das Tecnologias Analógicas, ainda são indispensáveis no processo educacional, sobretudo, no que tange às escolas com poucos recursos financeiros e que atendem a alunos com menores poderes aquisitivos. Nesses ambientes, o uso dos materiais físicos, como mapas, globos terrestres, jogos e instrumentos de desenho geométrico[7], por exemplo, ainda se constituem como os principais, quando não únicos, recursos disponíveis para o professor e os estudantes. Para tanto, de modo a estabelecer um parâmetro de conveniência entre a utilização dos recursos didáticos, dever-se-á abordar o mesmo tema, porém, com o emprego de Régua e Compasso para a construção das figuras relacionadas.

Como observamos em Miqueletto e Góes (2017):

> Atualmente, muitos consideram como tecnologia somente os recursos tecnológicos, esquecendo que, provavelmente, a primeira tecnologia construída pelo homem é a roda. Com isso, não basta se pensar somente e recursos computacionais no ambiente escolar, é preciso (re)inserir outros que possuem finalidades específicas e que estão sendo esquecidos neste ambiente...(Miqueletto e Góes, 2017, p. 23509).

---

[7] Régua, compasso, esquadro e transferidor.

Adiante, temos algumas reflexões de pesquisas anteriores, que possibilitarão a construção de novas conclusões sobre o uso de diferentes tecnologias educacionais como suporte pedagógico na promoção da aprendizagem discente e qualificação do ensino.

3.1. Tecnologias analógicas: construções com Régua e Compasso

As Construções Geométricas, firmam-se como uma interpretação da presença da geometria no cotidiano de professores e alunos por meio da realidade geométrica visual, emocional e intelectual, representada graficamente. Por isso, aprender tais construções com o uso de Régua e Compasso amplia a capacidade de projetar, abstrair e planejar, no educando, de modo a ser desfrutado em diferentes áreas da matemática.

O desprestígio do ensino de Geometria, dado pela omissão do seu ensino na Educação Básica das escolas brasileiras, começa a apresentar sérias consequências no aprendizado deste campo da matemática. De acordo com Putnoki (2013, *apud* Oliveira, 2015, p. 16), "essa dificuldade não é coincidência e sim consequência desse abandono ao ensino das Construções Geométricas, dessa forma é importante buscar uma metodologia que facilite a aprendizagem para professores e alunos".

Ensinar geometria com desenho e construções geométricas, pelo uso de régua e compasso, por ser um fenômeno tátil, pode se constituir como uma pedra fundamental, para a redescoberta desse prazer por parte do aluno e do professor. Em Zuin (2001), afirma-se que

> não há Geometria sem Régua e Compasso. Quando muito, há apenas meia Geometria, sem os instrumentos euclidianos. **A própria designação Desenho Geométrico me pareça inadequada. No lugar, prefiro Construções Geométricas**. Os problemas de construções são parte integrante de um bom curso de Geometria. O aprendizado das construções amplia as fronteiras do aluno e facilita muito a compreensão das propriedades geométricas, pois permite uma espécie de "concretização". Vejo a régua e o compasso como instrumentos que permitem "experimentar". Isso por si só, dá uma outra dimensão aos conceitos e propriedades geométricas (Zuin, 2001, p. 177, grifo do autor).

De forma a parametrizar as assertivas vindouras, concentrar-se-á na designação da abordagem do tema, tão somente como construções geométricas, e não mais por Desenho Geométrico, por se estar de acordo com a supracitada fala de Zuin (2001, p.177), quando expõe julgar inadequado referir-se ao tema por estes termos.

De acordo com Silva (2013), é impreciso o quando, por quem e de que maneira os instrumentos Régua e Compasso foram criados, pois, há relatos de sua utilização em distintas culturas em períodos próximos. A Geometria, já era suficientemente desenvolvida em algum grau, em culturas como a mesopotâmica e a egípcia, o que enevoa a certeza sobre as afirmações no tocante às suas primeiras aplicações.

Apesar de historicamente fazerem parte da construção da Geometria Plana desde a Antiguidade, a viabilidade do emprego destas ferramentas está vinculada ao seu custo de aquisição/produção, facilidade de manuseio, tanto por parte do professor, como dos alunos, e sua capacidade de estimular a criatividade discente pelo princípio do construtivismo defendido por Vygotsky (1998), ao incitar o conhecimento através da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZPD), pela oferta de situações nas quais os alunos são estimulados em sua criatividade, intuição, organização, conclusão, entre outros.

De acordo com Zuin (2001):

> O grande progresso tecnológico, sobretudo na área de Informática, dá às escolas uma idéia equivocada de que o computador resolve tudo, e que alguns conteúdos podem ser abandonados. Muito pelo contrário, um maior embasamento em Geometria e Desenho Geométrico só trará vantagens para que um técnico, um professor de Matemática, um Engenheiro ou um Arquiteto atuem como profissionais do século XXI, principalmente tendo o computador como uma ferramenta do seu trabalho (Zuin, 2001, p. 19).

Quando se refere à Matemática, contraditoriamente à prática vivenciada em sala de aula, observa-se a existência de um largo número de ferramentas, técnicas e utensílios que podem ser empregados didaticamente na construção dos conceitos. Com o desígnio de manter a objetividade desta pesquisa, reservar-se-á à régua e ao compasso.

Referindo-se à prática do docente de matemática, os PCNs, no bloco de Espaço e Forma, "pressupõe que o professor de matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações" (Brasil, 1997, p. 51). Assim, a utilidade dos instrumentos aplicados na construção das figuras geométricas, em sala de aula, e suas relações com as propriedades de cada uma delas, devem ser apresentadas pelo professor.

Em consonância com o Wagner (2009):

> As construções geométricas continuam até hoje a ter grande importância na compreensão da Matemática elementar. Seus problemas desafiam o raciocínio e exigem sólido conhecimento dos teoremas de geometria e das propriedades das figuras e não é exagero dizer que não há nada melhor para aprender geometria do que praticar as construções geométricas. (Wagner, 2009, p. i).

A primazia das técnicas adotadas no processo de construção de figuras planas, com os instrumentos euclidianos, é a apropriação do entendimento fundamental dos temas de Geometria Plana, a partir dos resultados obtidos. Ou seja, comumente se apresentam os conceitos, como por exemplo, Ponto Médio e, a partir deste conceito, se constrói o desenho. Nessa perspectiva, deseja-se o contrário, por meio dos traços construídos mediante processos lógicos, edificam-se os conceitos, evidenciando que os teoremas/proposições, resultem de conclusões obtidas das ações bem orientadas.

Deste modo, abordagem deste tema para a pesquisa realizada, tende a notabilizar a importância do estudo de Construções Geométricas, com a utilização de régua e compasso, na elaboração das atividades por parte dos discentes. A seguir, estabelecer-se-á os tópicos trabalhados para ratificação das propostas aqui fundamentadas.

2.2.1. Estudo dos Pontos Notáveis do Triângulo com Régua e Compasso

Neste tópico, ir-se-á descrever o passo-a-passo para a construção das figuras geométricas de interesse para esta pesquisa, às quais foram listadas no subtópico 1.7. deste material.

Provavelmente desde o século V a.C., na Grécia antiga, já se realizavam tais construções pela utilização apenas de régua e compasso, onde a primalidade se estabelece, pela necessidade da resolução de problemas teóricos e práticos, acerca do laboro com estes instrumentos.

Outra prerrogativa, que apoia tal prática está em sua forma tátil, promovendo uma aprendizagem significativa. Em Silva (2018), tem-se:

> Apesar de não apresentar nenhuma figura, é possível notar sua presença na mais bem sucedida obra sobre Matemática da antiguidade, os Elementos de Euclides. Nela há instruções não só para as construções, mas também do que pode ser feito com cada um dos instrumentos euclidianos (régua e compasso). Com régua só é possível traçar retas de comprimento indefinido (não se pode usar sua escala) e com compasso permite-se traçar apenas circunferências com centro em um ponto passando por outro (Silva, 2018, p. 2).

Percebe-se, através da citação acima, como os dois instrumentos ao cooperarem, ampliam exponencialmente o conjunto de descobertas notáveis, que se pode obter na construção de figuras planas, mediante o seu uso adequado e ordenado. A seguir, temos os procedimentos, para elaboração dos triângulos e dos seus pontos notáveis com régua e compasso.

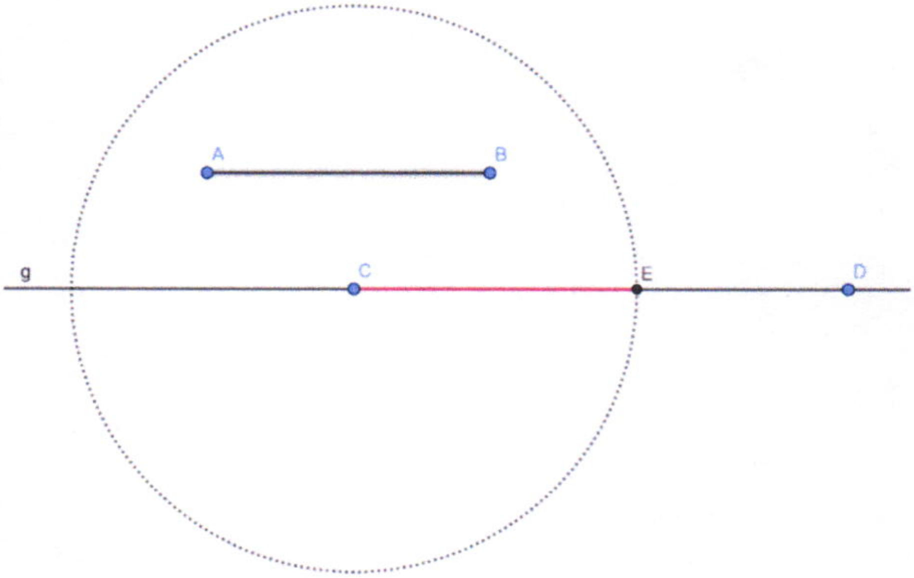
i) *Transporte de um segmento de reta para uma reta:*

1 – Trace um segmento de reta, $\overline{AB}$ de medida arbitrária e uma reta g passando pelos pontos C e D, ou seja, $\overleftrightarrow{CD}$. Para que fique mais didático, faça o segmento $\overline{AB}$, de modo que fique contido em $\overleftrightarrow{CD}$;

2 - Posicione a ponta seca do compasso, no ponto A e, a outra ponta, no ponto B, mantendo a abertura fixa;

3 – Mantendo a abertura obtida em “2” (segmento $\overline{AB}$) , posicione sobre o ponto C a ponta seca do compasso e marque, sobre a semirreta $\overrightarrow{CD}$, um ponto E, de modo que $\overline{CE} = \overline{AB}$.

Figura 15 - Transporte de um segmento de reta para uma reta.



Fonte: autor.

ii) *Construção de um ângulo α, de vértice O, sobre a uma reta h;*

1 – Construa um arco de círculo com ângulo α, de vértice O, de medida arbitrária e uma reta h de modo que $O \notin h$;

2 – Posicione a ponta seca do compasso em O e marque um ponto X sobre um dos lados do ângulo. Em seguida, marque um ponto Y sobre o outro lado, de modo que $\overline{OX} = \overline{OY}$;

3 – Marque um ponto O' sobre a reta h;

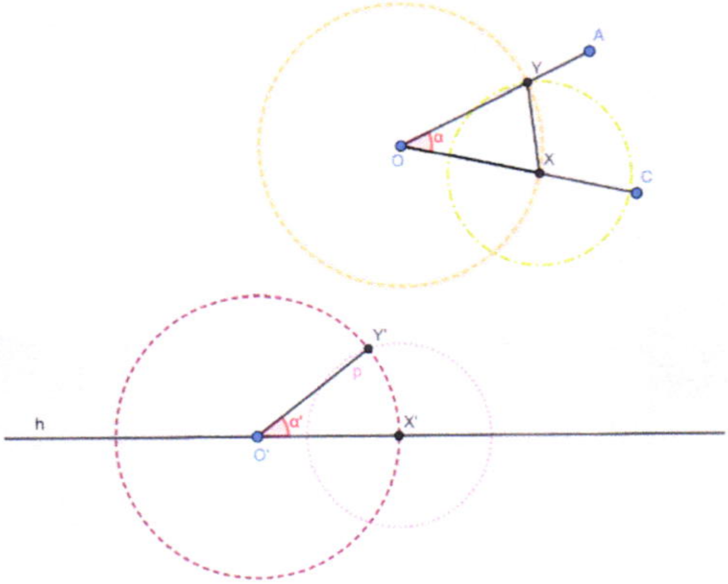
4 – Firmando a ponta seca do compasso em O', marque o ponto X', de maneira que se obtenha $\overline{O'X'} = \overline{OX} = \overline{OY}$, sobre a reta h;

5 – Obtenha a medida $\overline{XY}$, fixando a ponta seca do compasso em X e a outra ponta, em Y;

6 – Com a abertura do compasso na medida de $\overline{XY}$, fixe a ponta seca sobre X' e construa um semicírculo de raio $\overline{XY}$, em seguida, com a abertura do compasso na medida $\overline{O'X'}$, faça outro semicírculo de modo intersectar com o primeiro, a intersecção entre as semicircunferências será o ponto Y', dando origem ao segmento de reta $\overline{O'Y'}$ e ao ângulo α';

7 – Pelo caso de congruência de triângulos LLL, valendo-nos da bissetriz de α, podemos concluir que $\alpha = \alpha'$.

Figura 16 - Ângulos congruentes.



Fonte: autor.

iii) Construção a bissetriz de um ângulo;

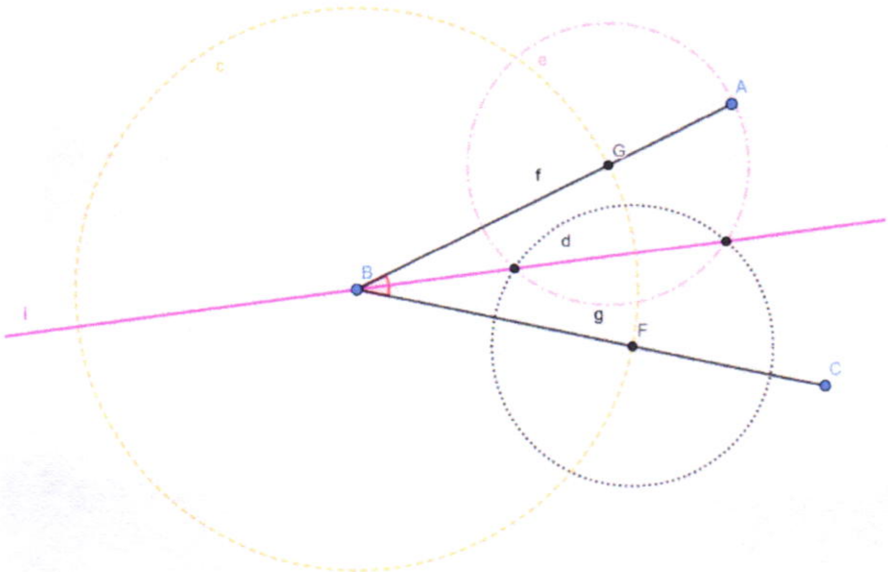
1 – Construa um ângulo arbitrário, de vértice B e lados $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$;

2 – Com a ponta seca do compasso sobre o vértice B, marque os pontos F em $\overrightarrow{BA}$ e G em $\overrightarrow{BC}$, de maneira que $\overline{BF} = \overline{BG}$;

3 – Posicionando a ponta seca do compasso em F, faça um semicírculo de raio R entre as semirretas $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$, mas, maior do que a metade da distância entre elas; repita o processo agora com o ponto G;

4 – Trace a reta que passa pelo vértice do ângulo e pelas intersecções dos semicírculos, ela será a bissetriz do ângulo $\hat{B}$, assegurada pelo caso de congruência LAL;

Figura 17 - Bissetriz de um ângulo.



Fonte: autor.

iv) Construção de retas paralelas;

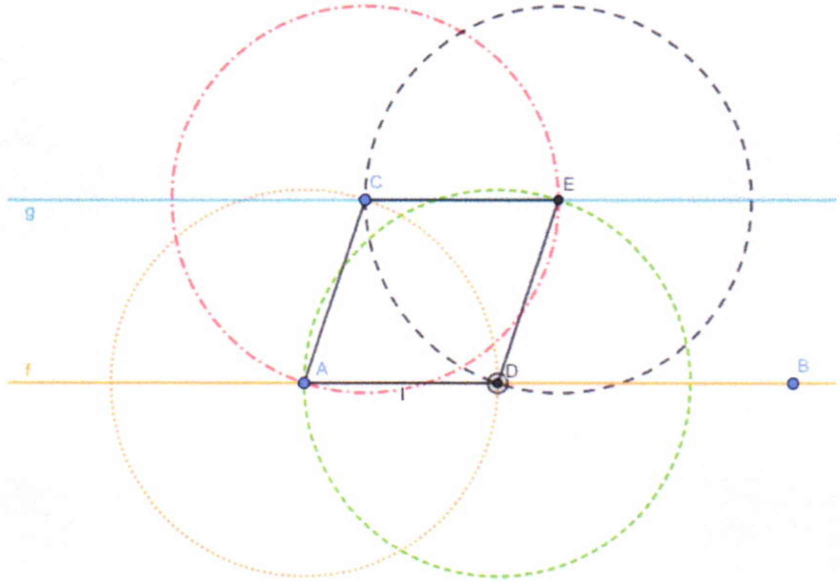
1 – Trace uma reta f e determine um ponto C não pertencente a ela;

2 – Pegue um ponto A, em f, e trace uma semicircunferência de centro em A, de modo a intersectar o ponto C e a reta f, originando um novo ponto D pertencente a f, assim, teremos $\overline{AC} = \overline{AD}$;

3 – Fixando o compasso em D, trace uma semicircunferência intersectando o ponto A, originando o ponto E, logo depois, fixe o compasso em E e trace nova semicircunferência passando por D, a intersecção entre elas será o ponto E;

4 – Trace uma nova reta g passando por C e E, as retas f e g serão paralelas, pois, os triângulos ACD e DEC, são congruentes pelo caso LLL, já que as suas alturas relativas são iguais.

Figura 18 - Retas paralelas.



Fonte: autor.

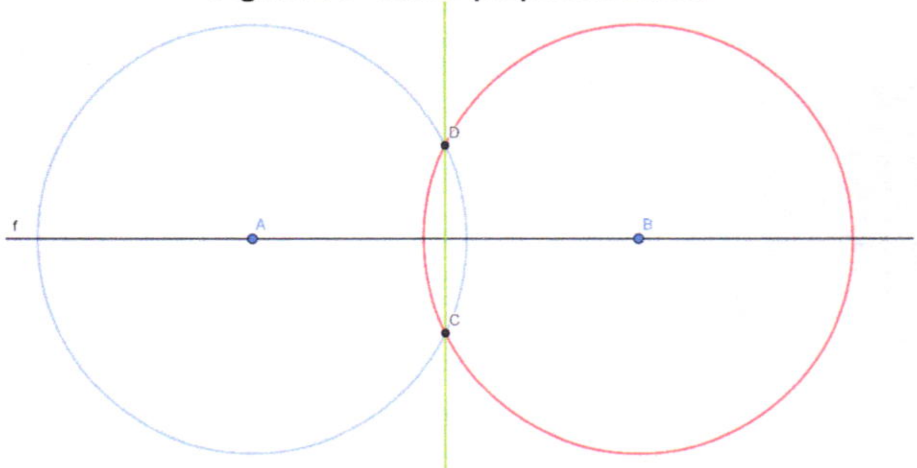
v) Construção de retas perpendiculares entre si;

1 – Trace uma reta f e identifique dois pontos arbitrários sobre ela A e B;

2 – Fixe a ponta seca do compasso em A e desenhe uma semicircunferência de raio maior que a metade da distância de A a B, porém, menor que a distância entre eles; mantendo a mesma abertura do compasso, faça outra semicircunferência com centro em B, de modo que intersecte a anterior;

3 – Trace a reta que passa pelas intersecções das duas semicircunferências construídas, esta será perpendicular à reta f, por se tratar da bissetriz do ângulo formado por uma das intersecções e a distância até os pontos na reta.

Figura 19 - Retas perpendiculares.



Fonte: autor.

vi) Construção de triângulos:

1 – Desenhe uma circunferência de raio R e centro O, em seguida, trace o seu diâmetro $\overline{AB}$;

2 – Considerando o diâmetro como um dos lados do triângulo, trace um semicírculo com centro em A e raio maior do que R, logo em seguida, trace outro semicírculo, porém, com centro em B e raio maior do que R;

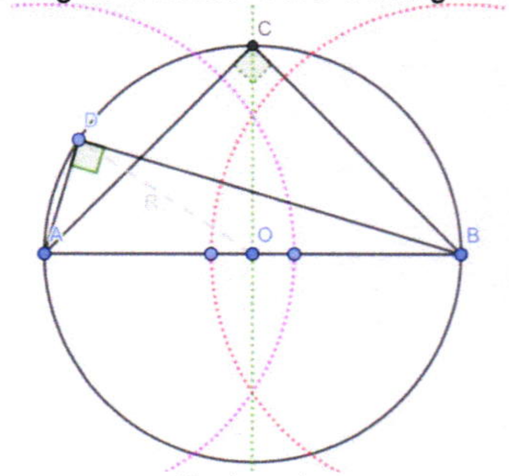
3 – Trace a reta que passa pelas intersecções dos semicírculos obtidos, ela será a mediana e também a mediatriz do segmento $\overline{AB}$;

4 – Marque o ponto C, na intersecção da circunferência de centro O e a reta mediana/mediatriz obtida. Ao traçar os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$, obtém-se um triângulo retângulo em $\hat{C}$ e isósceles;

5 – Escolhendo qualquer ponto na semicircunferência $\widehat{ACB}$, desde que não coincidente com A, B ou C, ainda se terá um triângulo retângulo, porém, escaleno;

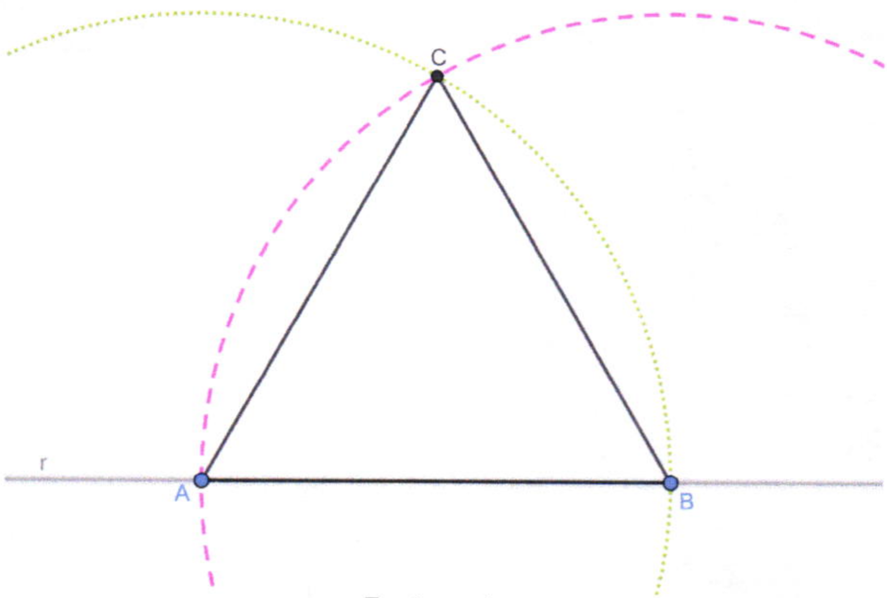
6 – Para se obter um triângulo equilátero, trace uma reta suporte e marque sobre ela dois pontos, A e B, em seguida, posicione a ponta seca do compasso em A e construa um semicírculo de raio $\overline{AB}$, repita o processo, mas, mudando o centro para B, de modo que a intersecção dos semicírculos seja um ponto C, construa os segmentos $\overline{AB}$ = $\overline{AC}$ = $\overline{BC}$, e assim obtém-se um triângulo equilátero.

Figura 20 - Triângulo retângulo isósceles ABC e triângulo retângulo escaleno ABD.



Fonte: autor.

Figura 21 - Triângulo equilátero ABC.



Fonte: autor.

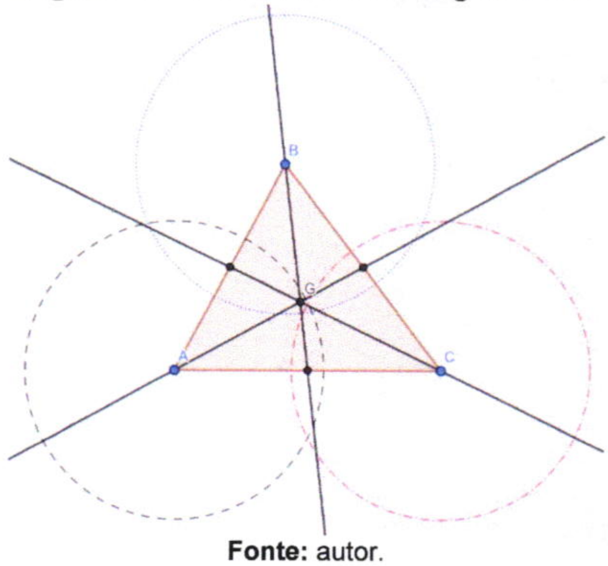
vii) Obtenção do baricentro de um triângulo:

1 – Construa um triângulo qualquer, para que fique mais didático, dê-se preferência ao acutângulo (uma dica: pode se elaborar lados com pequenas diferenças no comprimento);

2 – Localize os pontos médios de cada um dos lados, como em iii). 3, e em seguida, trace uma semirreta conectando cada ângulo ao ponto médio do lado oposto;

3 – A intersecção das três semirretas será o baricentro desse triângulo.

Figura 22 - Baricentro do triângulo ABC.



Fonte: autor.

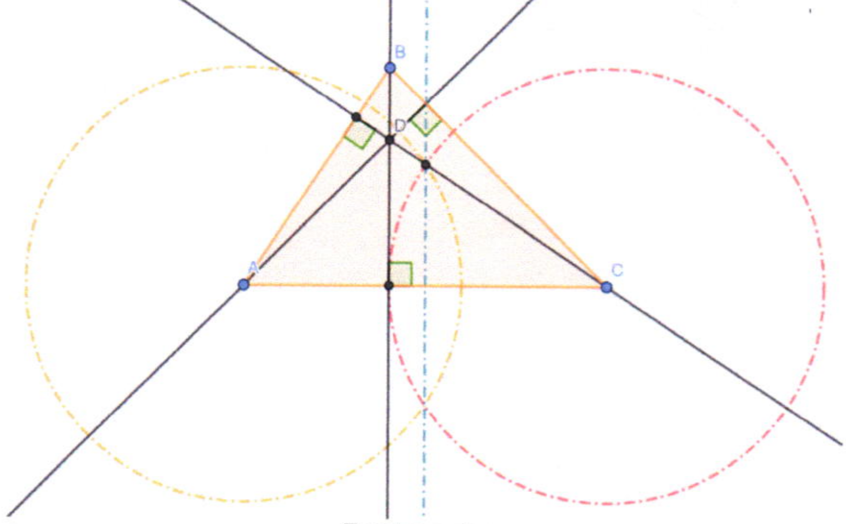
viii) Obtenção do ortocentro de um triângulo:

1 – Como em vii). 1, construa um triângulo;

2 – Trace uma mediatriz em um dos lados do triângulo dado, caso esta não coincida com o vértice oposto ao lado, basta construir uma reta paralela à mediatriz, valendo-se do vértice como ponto pertencente à nova perpendicular como em v). Repita o processo para todos os lados;

3 – O encontro das três mediatrizes, que passam pelos respectivos vértices do triângulo, é o ortocentro do mesmo;

Figura 23 - Ortocentro do triângulo ABC.



Fonte: autor.

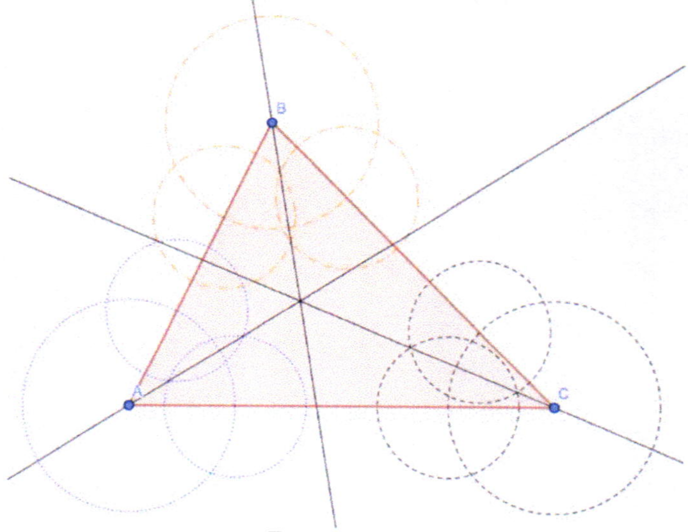
ix) Obtenção do incentro de um triângulo:

1 – Como em vii). 1, construa um triângulo arbitrário;

2 – Como em iii), construa as bissetrizes dos ângulos do triângulo dado;

3 – O encontro das bissetrizes será o Incentro desse triângulo.

Figura 24 - Incentro do triângulo ABC.



Fonte: autor.

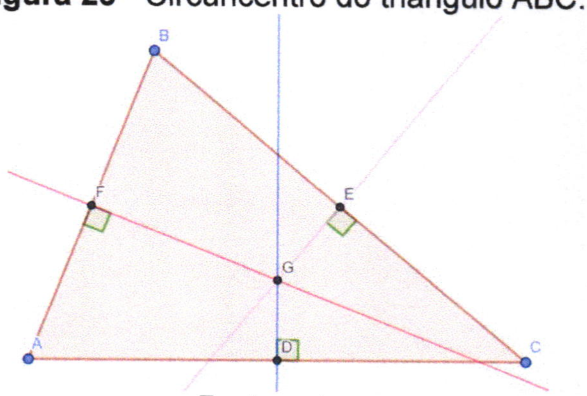
x) Obtenção do circuncentro de um triângulo:

1 – Como em vii). 1, construa um triângulo arbitrário;

2 – Trace a mediatriz em cada um dos lados (vide viii). 2);

3 – O encontro das mediatrizes será o circuncentro do triângulo dado.

Figura 25 - Circuncentro do triângulo ABC.



Fonte: autor.

3.2. Tecnologias Digitais e o ensino de Matemática com Informática

Sobre a presença das TICs em nossas atividades diárias, é relevante o que afirmam Costa e Lacerda (2012), uma vez que...

> ... em decorrência do avanço tecnológico na contemporaneidade podemos observar o quanto a informática está presente na vida das pessoas, em inúmeras aplicações, e, na educação, este contexto não é divergente. Desta forma, os membros sociais têm seu cotidiano bastante modificado, direta ou indiretamente, por estes recursos oriundos do desenvolvimento tecnológico, haja vista que a tecnologia não está relacionada apenas com o uso dos computadores, está relacionada, sobretudo, a vários contextos: em casa, no trabalho, nas atividades de lazer e nas atividades relacionadas com a Educação (Costa e Lacerda, 2012).

É aflitiva a necessidade de adaptação aos novos tempos para quaisquer campos da humanidade. Na educação, esse tão necessário avanço, caracteriza-se através da metamorfose no processo ensino-aprendizagem. As mudanças sociais e culturais, promovidas pelos avanços tecnológicos, impactam profundamente, não apenas as salas de aulas, como todo o ambiente escolar, compelindo os profissionais da educação, a participarem, mesmo que forçosamente, dessa modernização. O computador, por exemplo, é uma ferramenta que pode proporcionar vários benefícios a nós, membros sociais, dotados de ciências (Brasil, 2001).

As novas tecnologias podem reforçar a contribuição dos trabalhos pedagógicos e didáticos contemporâneos, pois, permitem que sejam criadas situações de aprendizagens ricas, complexas e diversificadas, por meio de uma divisão de trabalho que não faz mais com que todo o investimento repouse sobre o professor, uma vez que tanto a informação, quanto a dimensão interativa são assumidas pelos produtores dos instrumentos (Perrenoud, 2001).

Contraditória as essas justificativas, é numerosa a quantidade de professores que lecionam Matemática, ainda reticentes ao uso dessas ferramentas, ou seja, muitos continuam a ministrar suas aulas valendo-se tão somente do livro didático, pincel e quadro. Estes entraves, dificultam a inserção efetiva do uso dos aplicativos educacionais no ensino da Matemática, sobremaneira, nas escolas públicas da Educação Básica (Costa, 2008).

Em contramão ante o exposto, o estudante constitui-se como realizador das visualizações, experimentações e interpretações de variados ditames cotidianos, através da utilização da tecnologia digital. Aderir ao uso de aplicativos educacionais por parte dos docentes, tende a deixar as aulas mais atraentes e dinâmicas, facilitando o seu entendimento por parte dos discentes. Contudo, vale frisar que compete ao professor de Matemática, deter-se sobre uma análise do emprego dessas ferramentas, pelo planejamento adequado, objetivando a escolha do *software* mais compatível com a sua realidade didática, econômica e técnica, decidindo sobre qual deles, apresenta-se mais conveniente às suas aulas (Freitas, *et al.*, 2007, *apud* Costa e Lacerda, 2012).

De acordo com Maccarini (2010, *apud* Costa e Lacerda, 2012), o professor de Matemática que resistir a adoção de práticas didáticas atualizadas, persistindo no tradicionalismo, há de se contradizer em seu fazer pedagógico, pois, acima de tudo, deve-se oferecer uma educação de qualidade condizente com o momento social e tecnológico do qual desfruta o seu aluno. Fato que contribuiria na emancipação da aprendizagem do estudante, através da lapidação de sua capacidade de interpretação, visualização, experimentação e ressignificação dos temas outrora vistos apenas como teóricos.

Desta forma, o educador encontra-se diante de um questionamento: qual o melhor caminho deve ser escolhido para aperfeiçoar minha prática pedagógica, fornecendo uma aprendizagem eficaz aos meus alunos? Neste novo cenário, o professor mecanizado, será extinto por um professor norteador, que orienta os seus educandos à aprendizagem, e que ao mesmo tempo aprende com eles, interagindo juntos na sala de aula (Pereira, 2007).

Como forma de se estabelecer uma conexão entre o educador e o educando, as metodologias didáticas podem conceber um mecanismo de união entre as partes, como por exemplo, no advento das ferramentas tecnológicas atuais, destacando os *softwares* e dispositivos eletrônicos que podem ser empregados durantes uma aula. Merlo e Assis (2010) ressaltam que:

> Os softwares matemáticos podem propiciar uma revolução no processo de ensino-aprendizagem, a utilização de diversos softwares auxilia a

> aprendizagem da Matemática. Como também uma maior contribuição para o meio educacional advém do fato de provocar o questionamento dos métodos e processos de ensino utilizado. (Merlo e Assis, 2010, p.12).

Pode-se evidenciar que a demanda por ações que aproximem o educando da aprendizagem, encontra-se na adoção de mecanismos por parte do educando que favoreçam sua dinâmica escolar e promova a aprendizagem do estudantes.

Outrossim, Borba e Chiari (2014, p.12) sinaliza: "[...] as dimensões tecnológicas propiciam a exploração e a criação de cenários alternativos para a Educação e, em particular, para a Matemática [...]".

A integralização dos campos educacionais, aqui focados na matemática com informática, almeja transformar o ensino da primeira de modo envolvente, participativo e prazeroso aos estudantes, auxiliando-os no desenvolvimento das próprias habilidades computacionais, concomitante ao fortalecimento das aprendizagens matemáticas.

Neste domínio, numerosa e diversificada é o conjunto de opções. Alguns são divergentes em seus aspectos constitutivos, como linguagem de apresentação, necessidade técnica para utilização, custos econômicos para aquisição e uso, dentre outros. Assim, a opção pelo *software* de geometria dinâmica GeoGebra, mostra-se vantajosa e, por esta razão, concentra-se no estudo realizado em torno deste aplicativo.

3.2.1. O *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra

Neste estudo, a pauta considerada, será sua contribuição para o ensino da construção dos pontos notáveis do triângulo, através da visualização das imagens obtidas como resultado da entrada de informações no *software* GeoGebra. Serão igualmente importantes, as relações de significância que poderão ser estabelecidas pelo docente, quanto às observações a serem realizadas pela visualização das figuras construídas. Deste modo, as informações coletadas irão pautar as conclusões acerca da empregabilidade deste recurso nas aulas de Geometria Plana, particularmente, no estudo dos Triângulos e dos seus Pontos Notáveis.

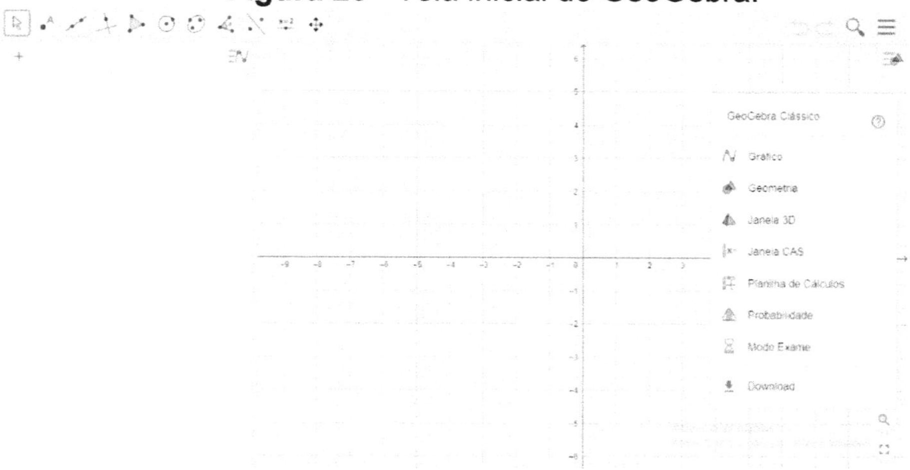
Outrossim, faz-se imprescindível destacar a dificuldade que vários professores têm de se adaptar às inovações tecnológicas, como por exemplo, o GeoGebra, às suas práticas docentes, o que acarretaria, indubitavelmente, no enriquecimento de suas metodologias de ensino e no desenvolvimento da aprendizagem do educando. De acordo com a página do *site* do GeoGebra, https://www.geogebra.org/about, tem-se que:

> GeoGebra é um software dinâmico de matemática para todos os níveis de educação que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em uma única plataforma. Além disso, o GeoGebra oferece uma plataforma online com mais de 1 milhão de recursos gratuitos criados por nossa comunidade em vários idiomas. Esses recursos podem ser facilmente compartilhados através de nossa plataforma de colaboração GeoGebra Tarefa, onde o progresso dos alunos pode ser monitorado em tempo real (https://www.geogebra.org/about, acesso em 10/12/2023, às 17:00)

O GeoGebra foi desenvolvido por Markus Hohenwartes, na Universidade de Slazburg, em 2001, porém, continuou a ser aperfeiçoado na Universidade de Flórida Atlantic. Para Cattai (2007),

> [...] o GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Por um lado, o GeoGebra possui todas as ferramentas tradicionais de um software de geometria dinâmica: pontos, segmentos, retas e seções cônicas. Por outro lado, equações e coordenadas podem ser inseridas diretamente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica (Cattai, 2007 *apud* Costa e Lacerda, 2013).

Figura 26 - Tela inicial do GeoGebra.



Fonte: autor.

O pesquisador Walle (2009), afirma que:

> Em um programa de geometria dinâmica, os pontos, as retas e as figuras geométricas são facilmente construídas na tela do computador usando apenas o *mause*. Uma vez desenhados, os objetos podem ser movimentados e manipulados em uma variedade interminável de possibilidades. Distâncias, áreas, ângulos, inclinações e perímetros podem ser medidos. Quando modificamos as figuras, as medidas são atualizadas instantaneamente (Walle, 2009, p. 457).

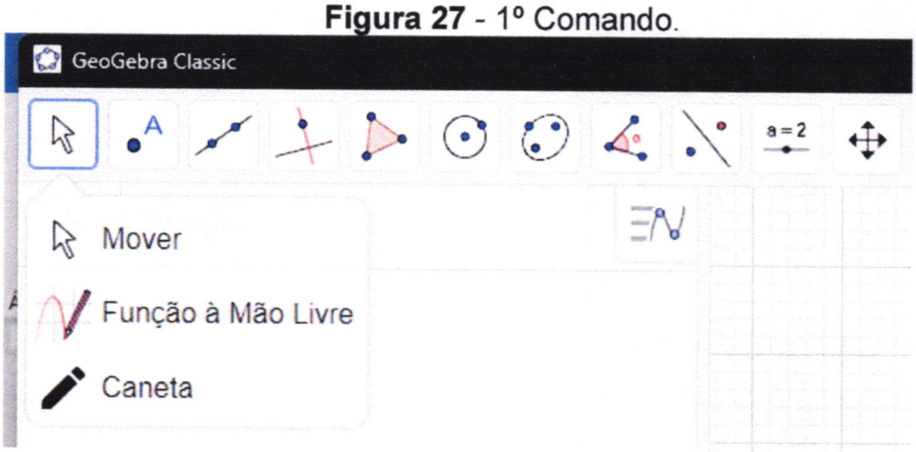
O GeoGebra é um aplicativo gratuito, disponível em Língua Portuguesa e que possui versões que atendem à maioria dos sistemas operacionais, por exemplo, iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux, sendo possível sua instalação tanto em computadores como em *smartphones*. Sua interface é de fácil compreensão e bastante intuitiva por se tratar de um *software* de uso simplificado, o que permite, aos educandos, uma melhor aprendizagem geométrica pelo estímulo às discussões e intercâmbio de ideias, sendo uma tática bastante construtiva ao longo da aula.

A seguir, relaciona-se os comandos do GeoGebra utilizados para elaboração das construções geométricas abordadas neste trabalho, onde se relacionará o ícone à função exercida, com o propósito de tornar mais elucidativas as explicações aqui sugeridas, os botões serão mencionados da esquerda para a direita.

<u>1º Comando (figura 27)</u>

Mover: arraste ou selecione objetos.

Figura 27 - 1º Comando.



Fonte: autor.

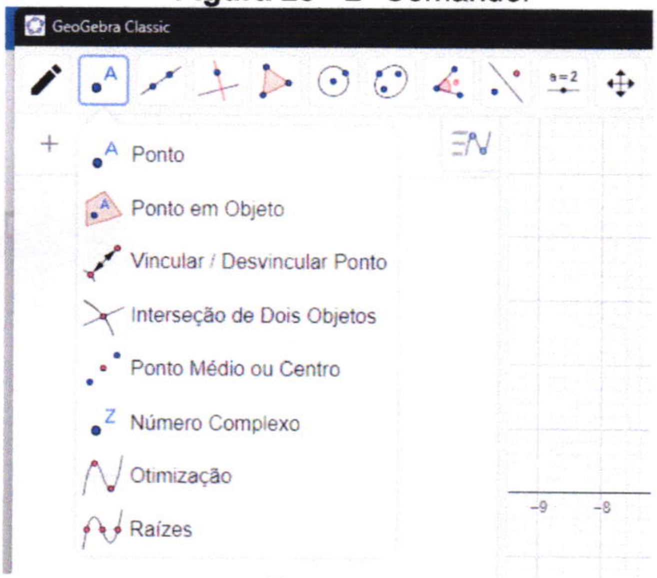
2º Comando (figura 28)

Ponto: selecione uma posição ou reta, função ou curva.

Ponto em Objeto: selecione um objeto ou a sua fronteira.

Ponto Médio ou Centro: selecione dois pontos, um segmento, um círculo ou uma cônica.

Figura 28 - 2º Comando.



Fonte: autor.

3º Comando (figura 29)

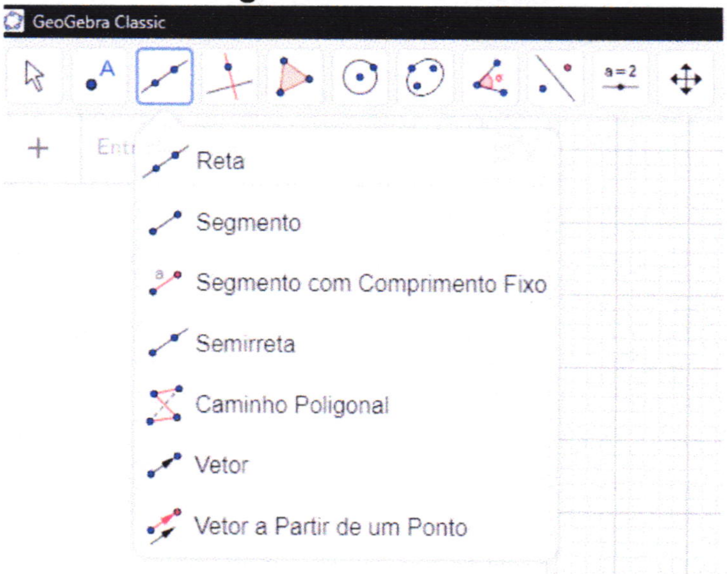
Reta: selecione dois pontos ou duas posições.

Segmento: selecione dois pontos ou posições.

Segmento com Comprimento Fixo: selecione um ponto e, depois, entre com o comprimento.

Semirreta: selecione primeiro a origem e, depois, um ponto.

Figura 29 - 3º Comando.



Fonte: autor.

4º Comando (figura 30)

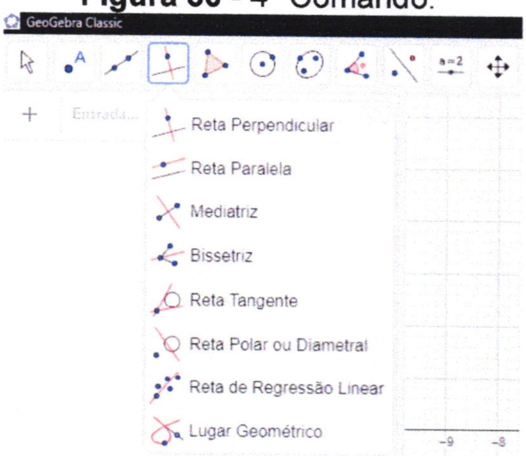
Reta Perpendicular: selecione primeiro o ponto e, depois, uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor).

Reta Paralela: selecione primeiro o ponto e, depois, uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor).

Mediatriz: selecione dois pontos ou segmentos.

Bissetriz: selecione três pontos ou duas retas.

Figura 30 - 4º Comando.

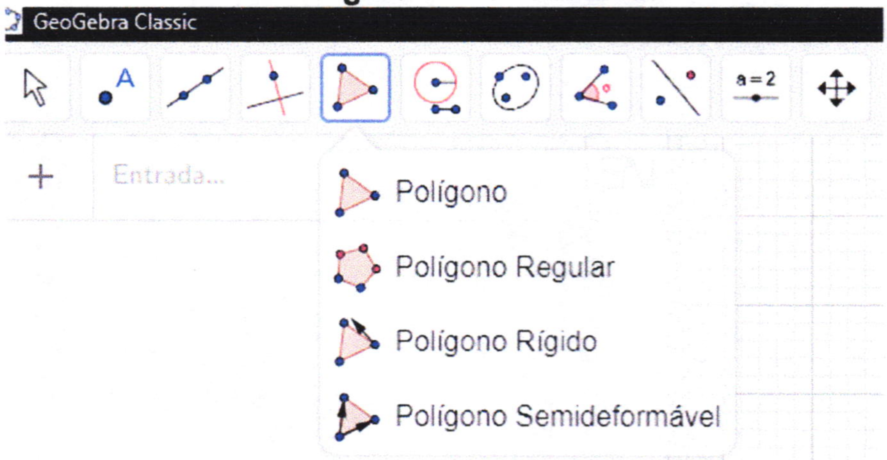


Fonte: autor.

5º Comando (figura 31)

Polígono: selecione todos os vértices e, então, o vértice inicial novamente.

Figura 31 - 5º Comando.



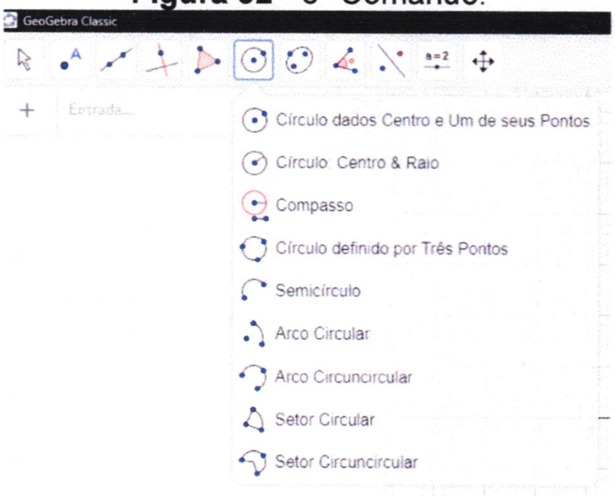
Fonte: autor.

6º Comando (figura 32)

Círculo dados Centro e Um de seus Pontos: selecione o centro e, depois, um ponto do círculo.

Círculo Centro & Raio: selecione o centro e, depois, digite a medida do raio.

Figura 32 - 6º Comando.



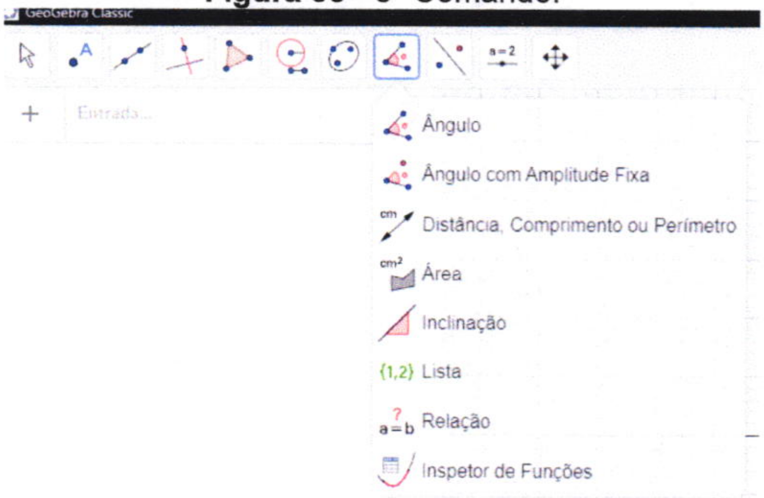
Fonte: autor.

8º Comando (figura 33)

Ângulo: selecione três pontos ou duas retas.

Ângulo com Amplitude Fixa: selecione um ponto, um vértice e uma amplitude para o ângulo.

Figura 33 - 8º Comando.



Fonte: autor.

3.2.2. Estudo dos Pontos Notáveis do Triângulo com o GeoGebra

Neste tópico, ir-se-á descrever o passo-a-passo para a construção das figuras geométricas de interesse para esta pesquisa, às quais foram listadas no subtópico 1.7. deste material.

i) *Transporte de um segmento de reta para uma reta:*

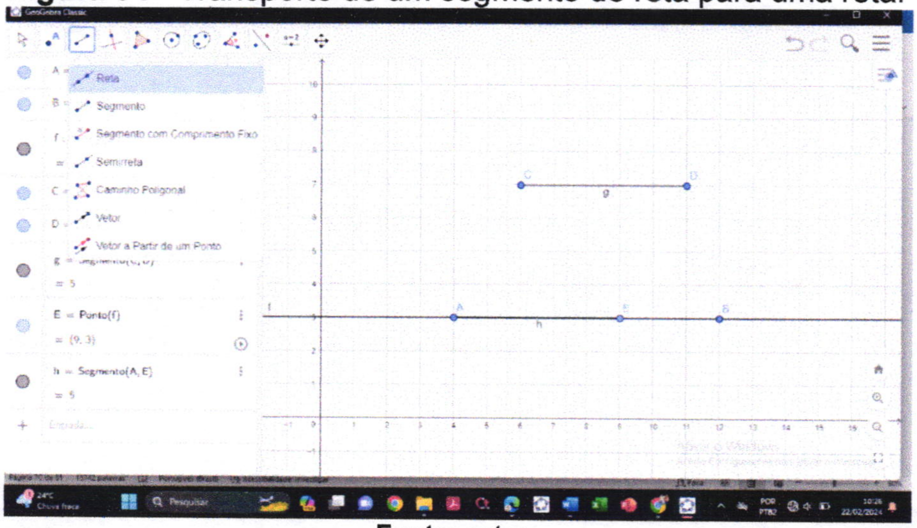
1 – Na barra de ferramentas, clicando no terceiro botão, encontram-se as ferramentas e os itens que serão utilizados;

2 – Para construir uma reta, clique sobre o ícone "Reta", em seguida selecione dois pontos quaisquer na janela de visualização;

3 – A obtenção do segmento de reta, localiza-se no mesmo botão, mas agora, selecione "Segmento", por fim, escolha dois pontos na janela de visualização;

4 – Para transpor o segmento para a reta, selecione "Segmento de Comprimento Fixo", escolha o ponto de origem na reta e o comprimento do segmento anteriormente construído.

Figura 34 - Transporte de um segmento de reta para uma reta.



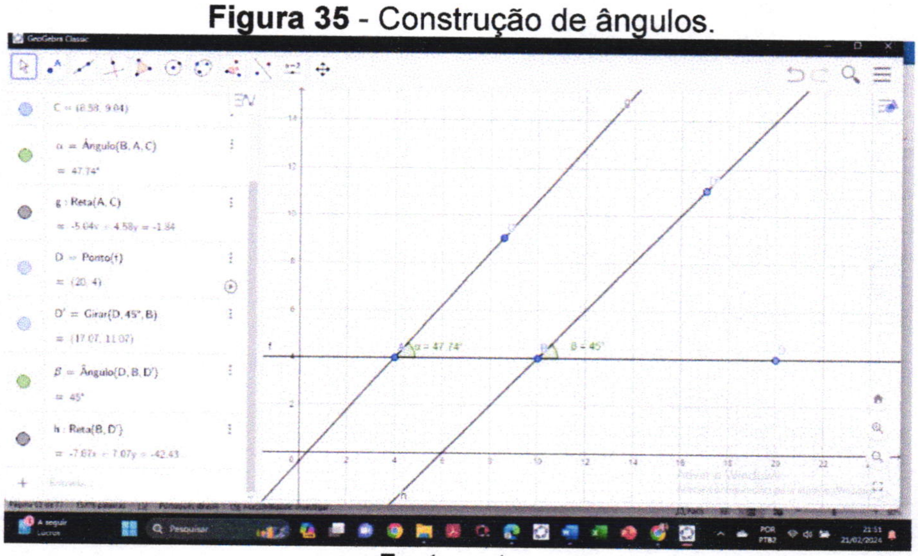
Fonte: autor.

ii) *Construção de um ângulo α de vértice O sobre a uma reta r;*

1 – No terceiro botão, selecione “Reta”, escolha dois pontos quaisquer no plano;

2 – Para construir um ângulo com amplitude desconhecida, selecione, no oitavo botão, a opção “Ângulo”, clique sobre os pontos da reta e em um terceiro ponto fora dela, por fim, em “Reta, construa o segundo lado do ângulo formado; caso se tenha a medida do ângulo, seleciona-se “Ângulo com Amplitude Fixa”, escolhe-se um dos pontos da reta e insere-se o valor desejado.

Figura 35 - Construção de ângulos.



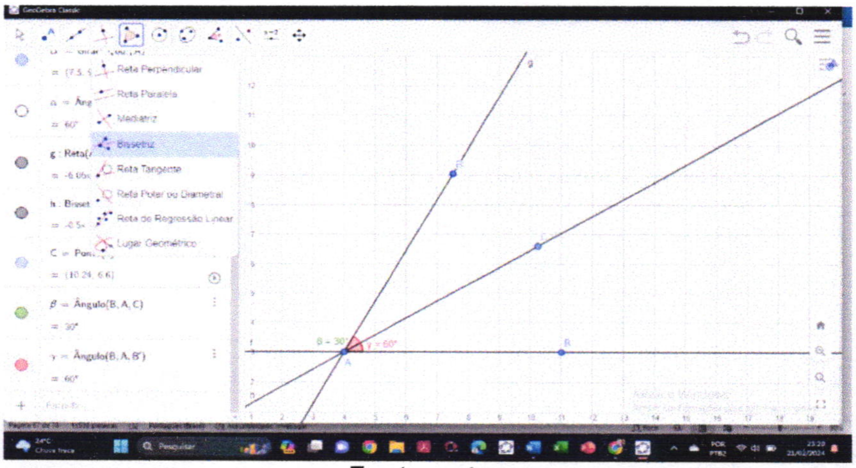
Fonte: autor.

iii) *Construção da bissetriz de um ângulo;*

1 – Repetindo o processo de ii), construa um ângulo de medida arbitrária;

2 – No quarto botão selecione a ferramenta "Bissetriz" e em seguida, clique sobre os pontos do ângulo e uma reta com a bissetriz será formada.

Figura 36 - Bissetriz e um ângulo.



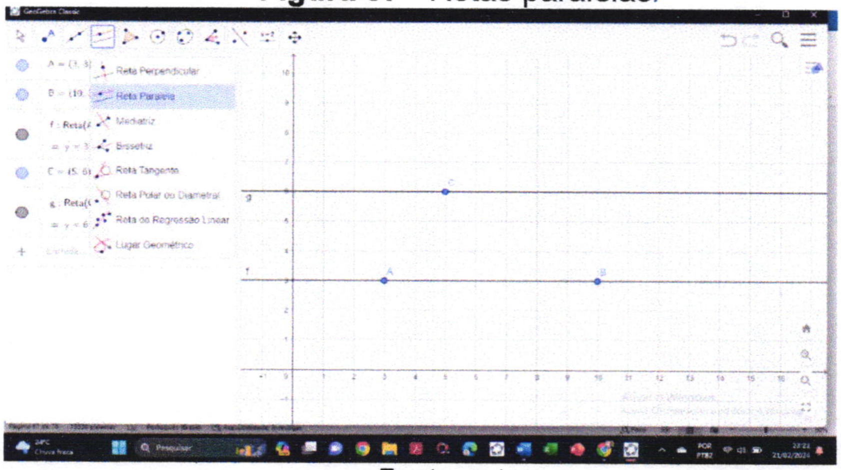
Fonte: autor.

iv) Construção de retas paralelas;

1 – Construa uma reta arbitrária, como indicado em i). 2;

2 – Clique sobre "Reta Paralela" e depois escolha um ponto qualquer no plano e uma reta paralela à primeira se formará;

Figura 37 - Retas paralelas.



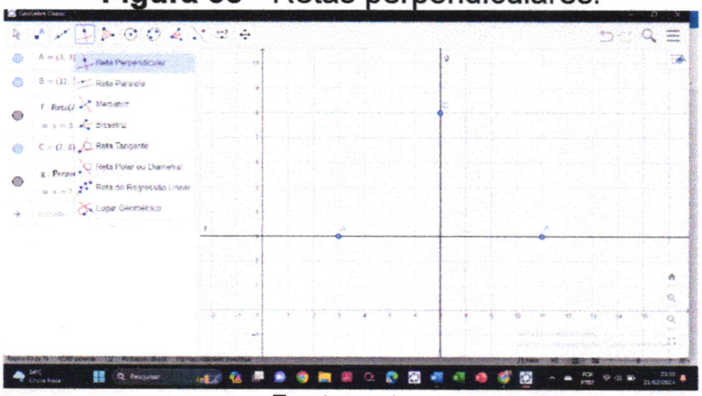
Fonte: autor.

v) Construção de retas perpendiculares entre si;

1 - Como indicado em i). 2, construa uma reta arbitrária e em seguida, no segundo botão selecione a ferramenta “Ponto” e defina um ponto qualquer no plano

2 – No quarto botão selecione a ferramenta “Reta Perpendicular”, logo após, clique no ponto e na reta contidos no plano e uma perpendicular será formada.

Figura 38 - Retas perpendiculares.

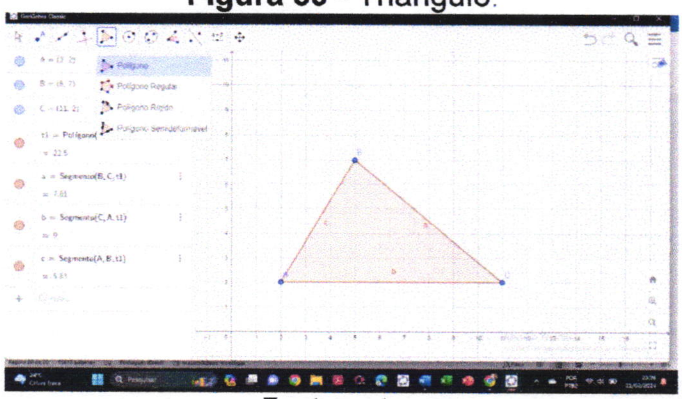


Fonte: autor.

vi) Construção de triângulos:

1 – No quarto botão escolha a opção “Polígono” e depois assinale os pontos no plano que irão representar os vértices do polígono desejado;

Figura 39 - Triângulo.



Fonte: autor.

vii) Obtenção do baricentro de um triângulo:

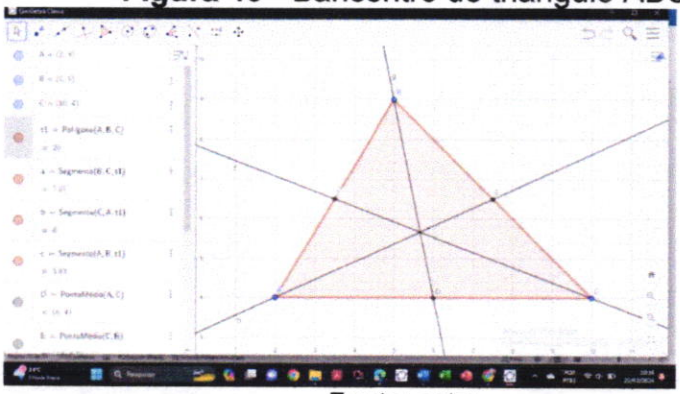
1 – Construa um triângulo como indicado em vii);

2 – Defina o ponto médio de cada um dos lados selecionando “Ponto Médio ou Centro”, no segundo botão;

3 – Construa as retas que passam pelo vértice e o ponto médio do lado oposto a ele seguindo a orientação em i). 2;

4 – O ponto de interseção entre as retas será o baricentro do triângulo.

Figura 40 - Baricentro do triângulo ABC.



Fonte: autor.

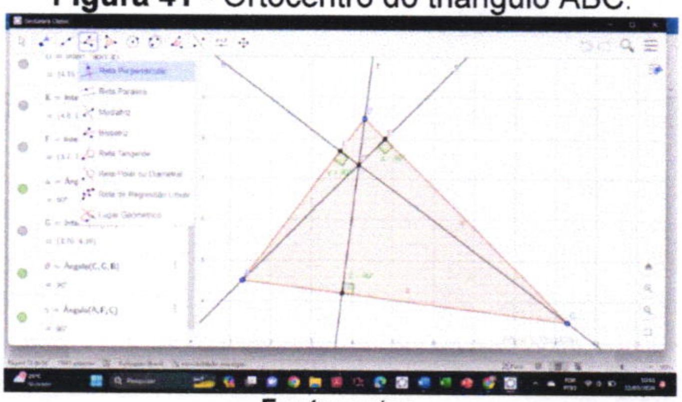
viii) Obtenção do ortocentro de um triângulo:

1 – Repita o processo de vii), para construir um triângulo arbitrário;

2 – No terceiro botão, selecione a ferramenta "Reta Perpendicular" e a construa clicando sobre o vértice do triângulo e o lado oposto a ele, repita o processo para todos os vértices;

3 – O ponto comum às três retas será o ortocentro do triângulo.

Figura 41 - Ortocentro do triângulo ABC.



Fonte: autor.

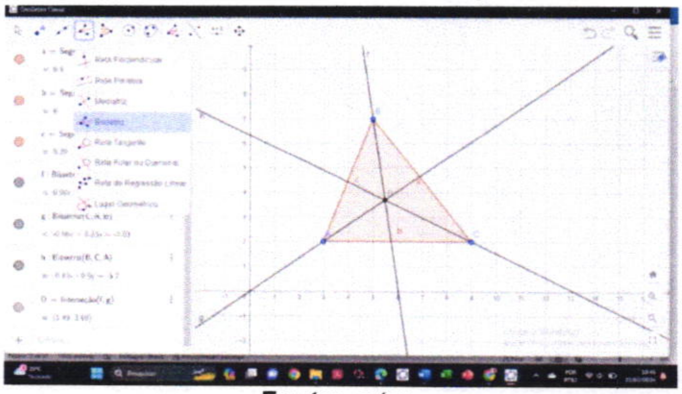
ix) Obtenção do incentro de um triângulo:

1 – Construa um triângulo arbitrário como indica em vii);

2 – Clicando no quarto botão, selecione a ferramenta "Bissetriz" e clique nos pontos dos vértices para obter a bissetriz do ângulo, repita o processo para os três lados;

3 – O ponto comum às três retas será o incentro do triângulo.

Figura 42 - Incentro do triângulo ABC.



Fonte: autor.

x) *Obtenção do circuncentro de um triângulo:*

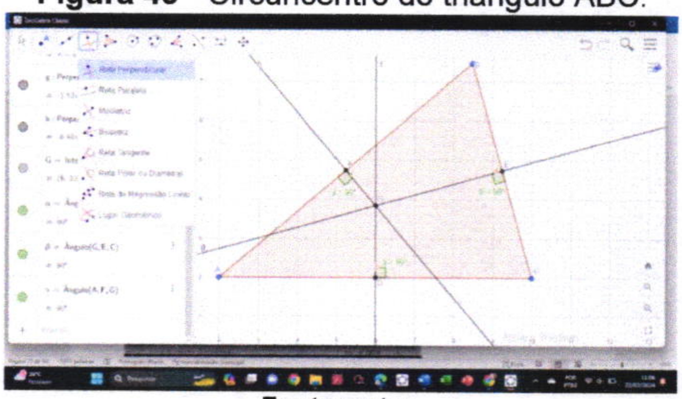
1 – Repita o processo em vii), para construir um triângulo qualquer;

2 – Localize os pontos médios dos lados dos triângulos usando a ferramenta "Ponto Médio ou Centro", no segundo botão;

2 – No quarto botão, selecione a ferramenta "Reta Perpendicular", clique no ponto e no lado ao qual este ponto se encontra, refaça o processo para os três lados;

4 – O ponto de intersecção entre as retas obtidas será o circuncentro do triângulo;

Figura 43 - Circuncentro do triângulo ABC.



Fonte: autor.

4. METODOLOGIA DE PESQUISA

Atrelada à realização de uma pesquisa, tomam-se decisões que busquem retificar saberes consolidados e ratificar conceitos que, por ocasião do desenvolvimento científico e social, tenham se tornado obsoletos, tendo em mente a qualificação do assunto submetido a estudo. Contudo, além de apropriado, mostra-se amplamente profícuo a manutenção da coerência no emprego das técnicas adequadas ao trabalho realizado, assegurando sua coerência e corroborando com as inferências que se desejar acrescer ao tema relacionado. Diante disto, de acordo com Pádua (2000, *apud* Santos, 2010, p.11) "[...] num sentido amplo, a pesquisa é toda atividade voltada para a solução de problemas; como atividade de busca, indagação, investigação, inquietação da realidade[...]."

Ainda em consonância com o propósito do ato de pesquisar, tem-se em Minayo (1998, *apud* Santos, 2010, p.13)

> [...] a pesquisa é um labor artesanal, que se prescinde da criatividade, se realiza fundamentalmente por uma linguagem fundada em conceitos, proposições e técnicas, linguagem esta que se constrói no ritmo próprio e particular. A esse ritmo denominamos *ciclo da pesquisa*, ou seja, um processo de trabalho espiral que começa com um problema ou uma pergunta e termina com um produto provisório capaz de dar origem a novas interrogações.

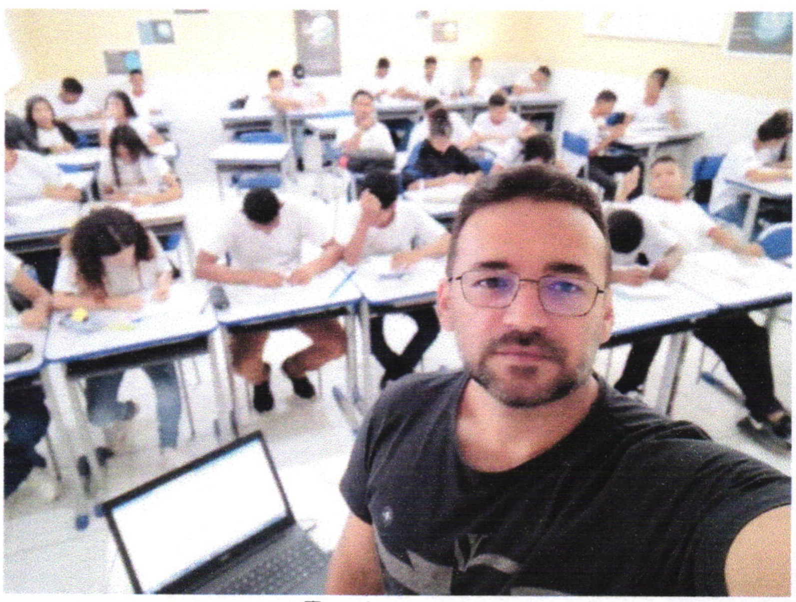
Por esta razão, o pesquisador torna-se instrumento de uma transformação que almeja ser alcançada, a análise de um problema que se apresenta no seu campo de atuação que, para este propósito, é a Educação, especificamente neste trabalho, contemplando o estudo dos Pontos Notáveis do Triângulo e a busca por uma solução viável para o problema considerado. Por esta razão, tal análise pautou-se na reflexão sobre como é possível melhorar a aprendizagem discente com o uso de ferramentas educacionais, analógicas e/ou digitais e como a prática pedagógica docente é favorecida em seu cotidiano, pela abordagem dos conteúdos de uma forma ou de outra.

A delimitação do tema nos conduziu à escolha pela construção dos pontos notáveis do triângulo, por estar tão peculiarmente adequada aos objetivos desta pesquisa, pois, além de ser previsto na nova BNCC – Base Nacional Curricular

Comum[8], também o é no Caderno de Orientações Curriculares para o Ensino Médio da Rede Estadual do Maranhão, na habilidade "EM13MAT105 – Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composição destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras)", é ser amplamente aplicável pelos instrumentos fulcrais desta análise: o *software* GeoGebra, régua e compasso, o que possibilita o estabelecimento claro de paradigmas outorgadores às conclusões a que nos destinamos.

De suma importância para toda pesquisa, os agentes partícipes dela, representam o âmago de suas intenções. Como se trata de uma estudo sobre o processo educacional, é orgânico que as personagens centrais sejam os professores e os alunos, considerando uma escola pública da rede estadual, localizada na cidade de Alto Alegre do Pindaré – MA, tendo em vista se tratar da cidade onde reside e da escola onde este pesquisador atua como professor.

Figura 44 - construção dos Pontos Notáveis do Triângulo com Régua e Compasso - Grupo A.



Fonte: autor.

[8] Base Nacional Comum Curricular, versão final, aprovada em 15 de dezembro de 2017.

Figura 45 - construção dos Pontos Notáveis do Triângulo com o GeoGebra - Grupo B.

Fonte: autor.

A coleta de dados juntos aos docentes foi realizada por meio das respostas atribuídas a um questionário, ao qual os docentes participantes tiveram acesso via *Google Forms*.

Figura 46: socialização dos resultados e das conclusões obtidos na pesquisa.

Fonte: autor.

Com o esse questionário, desejou-se obter respostas objetivas acerca da sua participação em formações continuadas, acesso às inovações no âmbito educacional, a utilização dos recursos disponíveis e à sua prática pedagógica diária, originando dados quantitativos que nortearam conclusões em aspectos gerais para promoção do educador tangentes à sua formação e continuidade no trabalho com o educando.

Outrossim, revelaram-se aspectos competentes à individualidade do professor: compreender sua motivação, vislumbrar sua relação com os alunos e com a instituição onde exerce sua função, sua afinidade quanto ao uso de tecnologias educacionais, seu discernimento sobre as vantagens e desvantagens da utilização de recursos didáticos durante a explanação dos conteúdos, ou seja, conhecer o aspecto humano dos profissionais daquela instituição de ensino, para se estabelecer um ponto de confluência particular entre educação matemática significativa e a prática docente cotidiana, de maneira que essas informações qualitativas possam nortear ações de desenvolvimento social do ambiente escolar.

Os discentes participaram da pesquisa ao responderem a dois questionários objetivos, no qual o primeiro foi aplicado antes das experiências de sala de aula, a fim de estabelecer um parâmetro comparativo com o segundo, a aplicado posterior às aulas ministradas pelo professor/pesquisador. No interim da aplicação dos questionários mencionados, foram ministrados três momentos, de duas horas-aulas cada, com os estudantes, para ministração dos conteúdos previstos nesta pesquisa. Vale frisar que durante a experiência com os estudantes, o professor/pesquisador, estimulou a participação dos alunos, no intento de levantar informações sobre a frequência com que os mesmos participam de aulas, com a utilização de recursos didáticos e os tipos utilizados pelos professores titulares das turmas.

É válido ressaltar que, a análise se deu com dois grupos de estudantes para ministração das oficinas: um dos grupos participou da ministração das aulas utilizando as tecnologias analógicas (régua e compasso) e o segundo grupo, com a aplicação das tecnologias digitais (GeoGebra). Ambos foram submetidos ao mesmo conteúdo matemático: a construção dos Pontos Notáveis do Triângulo.

Por estas razões, crê-se ser possível classificar esta pesquisa como qualitativa, pois, de acordo com Santos (2010):

> Como se observa, a pesquisa qualitativa fundamenta-se na ideia de que um fenômeno pode ser melhor compreendido quando examinado no contexto em que ocorre e do qual faz parte. Para apreciá-lo de forma integrada, o pesquisador deve mergulhar na realidade, procurando interpretá-la a partir da perspectiva das pessoas nela envolvidas (Santos, 2010, p.44).

Por outro lado, a existência da objetividade na coleta dos dados relacionados ao rendimento dos alunos nas avaliações realizadas, conferem à pesquisa um caráter quantitativo, pois, firmado em Wainer (2009, *apud* Santos 2010, p. 49):

> 1. As variáveis a serem observadas são consideradas objetivas, isto é, diferentes observadores obterão os mesmos resultados em observações distintas;
>
> 2. Não há desacordo do que é melhor e o que é pior para os valores dessas variáveis objetivas;
>
> 3. Medições numéricas são consideradas mais ricas que descrições verbais, pois elas se adequam à manipulação estatística.

Por tanto, o usufruto dos aspectos quantitativos e qualitativos, no recolhimento dos dados que servirão de norte para as conclusões resultantes das análises dos dados obtidos, bem como a interpretação do questionário realizado pelos docentes, através das respostas obtidas, firma o entendimento de que se trata de uma pesquisa qualitativa.

Minayo e Sanches (1993), relevam o caráter complementar de pesquisas com esse tipo de abordagem preconizando a integração entre elas, como se vê em:

> A relação entre quantitativo e qualitativo, entre objetividade e sub-jetividade não se reduz a um continuum, ela não pode ser pensada como oposição contraditória. Pelo contrário, é de se desejar que as relações sociais possam ser analisadas em seus aspectos mais "ecológicos" e "concretos" e aprofundados em seus significados mais essenciais. Assim, o estudo quantitativo pode gerar questões para serem aprofundadas qualitativamente, e vice-versa (Minayo e Sanches, 1993, *apud* Souza e Kerbauy, 2017, p.37).

Portanto, as inferências auferidas a partir dos dados obtidos, fundamentam as conclusões vindouras e estão consorciadas à prática de pesquisa qualitativa.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS DA PESQUISA

5.1. A pesquisa com os docentes

Quando se refere à atuação docente, comumente são realizadas inúmeras afirmações sobre sua prática didática ou as ações que justifiquem suas atitudes perante sua rotina. Entretanto, com o propósito de ratificar as conclusões aqui apontadas, ofereceu-se um questionário composto por 21 indagações (apêndice A), acerca da sua experiência, formação acadêmica, prática de sala de aula, jornada de trabalho, afinidade às novas tecnologias ou às tradicionais, planejamento pedagógico e o seu ponto de vista em relação ao envolvimento discente nas aulas de matemática.

Deste modo, serão apresentadas as interpretações acerca das respostas obtidas, pela colaboração de 11 professores de matemática, que atuam no Ensino Médio em uma escola pública do município de Alto Alegre do Pindaré – MA.

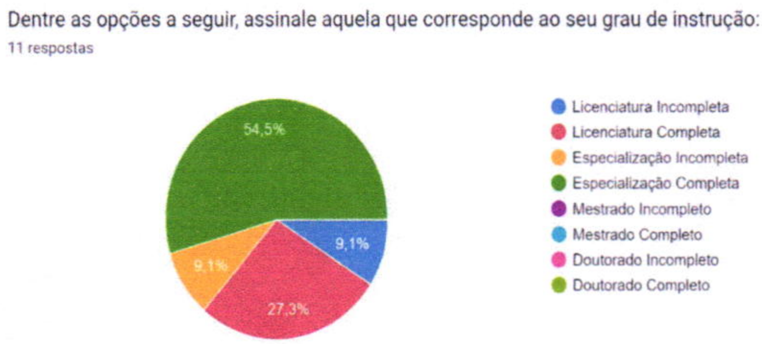
5.1.1. Formação acadêmica e experiência profissional

Incontestavelmente, um dos fatores de maior influência no desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem, está vinculado à capacitação inicial dos profissionais. Em contraponto ao nível de desenvolvimento científico que se experimentou desde a virada do milênio, ainda há profundos abismos quanto ao acesso à educação básica de qualidade e à formação acadêmica daqueles responsáveis por ela. Nesse ponto, como afirma Reis e Fiorentini (2009):

> Para muitos autores, a formação esteve e ainda continua associada à tradição acadêmica; à formação inicial, em que se priorizam os saberes disciplinares, o domínio dos conteúdos disciplinares e as técnicas para transmiti-los; à formação continuada, entendida como forma de atualização das informações e dos conceitos recebidos na formação inicial, bem como à idéia de freqüentar cursos, geralmente, com o formato de disciplinas, nos quais são transmitidos conhecimentos e procedimentos de ensino (Reis e Fiorentini, 2009, p. 125).

Nota-se nesse campo que, dos professores atuantes no Ensino Médio contemplados pela consulta, uma ampla maioria, 91%, possui nível superior completo. Verificou-se que há apenas um docente ainda em formação, o que representa um grande avanço em termos de qualificação inicial, levando-se em consideração a descentralização científica, por se tratar de um município pequeno, jovem e distante da capital, São Luís, quase 400 km, uma marca indelével da acessibilidade à educação superior, proporcionada pelas políticas públicas de desenvolvimento da educação. É válido ressaltar que na cidade não há campus universitário permanente, o que obriga os interessados em cursar uma faculdade, a emigrar em direção aos polos universitários.

Gráfico 1 - Formação acadêmica.



Fonte: autor.

A formação universitária de 100% do corpo docente participante da entrevista, foi ou está sendo realizada em Universidades Públicas, onde a presença da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA) e a Universidade Federal do Maranhão (UFMA), mostram-se como marca inapagável por meio da formação de 81,8% dos entrevistados, despontando como as principais agentes de qualificação profissional através dos seus programas de formação de professores em exercício: o Programa de Qualificação de Docentes (PQD), realizado de 2004 a 2008, o Programa de Capacitação Docente (PROCAD), no período de 1999 a 2003, os dois promovidos pela UEMA e o Programa Especial de Formação de Professores em Educação Básica (PROEB) com duas turmas, sendo a primeira entre 1999 e 2003 e, a segunda, entre 2011 e 2015, todas coordenadas pela UFMA.

Ainda sobre a formação de professores em exercício no magistério, em Reis e Fiorentini (2009), salienta-se que é contraditório a relação entre formar e formar-se quando não há o reconhecimento dos docentes como personagens ativos no processo de formação:

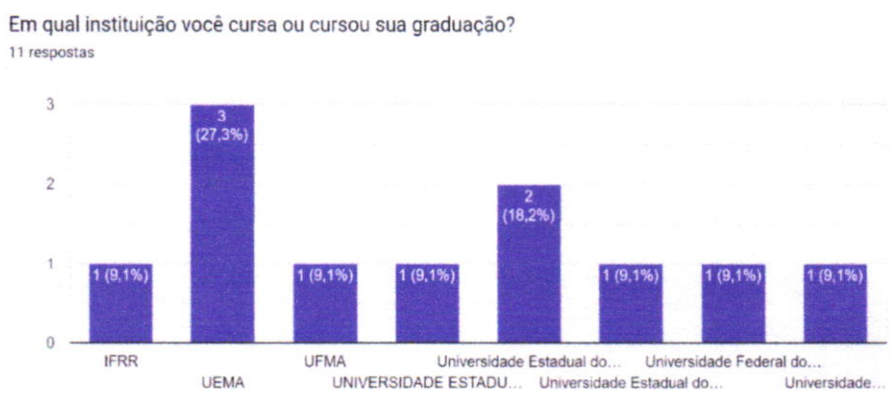
> A formação não se constrói por acumulação (de curso, de conhecimentos ou de técnicas), mas sim através de um trabalho de reflexividade crítica sobre as práticas e de (re)construção permanente de uma habilidade pessoal. Por isso é tão importante investir a pessoa e dar um estatuto ao saber da experiência (Nóvoa, 1992, *apud* Reis e Fiorentini, 2009, p. 126).

Todos os programas foram realizados por meio de convênios entre a Prefeitura Municipal de Alto Alegre do Pindaré e as já citadas instituições de educação superior, através de políticas públicas de profissionalização de professores leigos, em atividade escolar, e suas aulas aconteciam ou no período das férias escolares (PQD e PROCAD) ou aos finais de semana (PROEB), o que assegurava a qualificação concomitante à aplicação das aprendizagens, aliando teoria e prática. Isto representou uma valorização considerável das experiências adquiridas pela prática, pois, de acordo com Da Hora (2013).

> Na formação do professor reflexivo o docente é encarado como um intelectual em contínuo processo de formação, cuja experiência é vista como a fonte do saber, sendo que é a partir dela que se constrói o saber profissional. Por isso a necessidade de valorizar a experiência do professor, considerando o que ele tem para falar sobre sua formação e sua profissão (Da Hora, 2013, p. 9).

Os demais participantes da pesquisa, são provenientes da Universidade Federal de Roraima (UFRR) e Universidade Federal do Piauí (UFPI) e obtiveram sua qualificação em cursos regulares de licenciatura.

Gráfico 2 - Relação de professores x IES[9] de formação.



Fonte: autor.

[9] Instituição de Ensino Superior.

Dos partícipes, exalte-se a formação de 54,5% (figura 44), em nível de pós-graduação *latu senso,* em áreas específicas da docência em matemática, há ainda um dos professores com sua especialização em andamento. Contudo, não se verifica a presença de docentes com formação em níveis de mestrado e doutorado. Carece-se de um despertar para prática da pesquisa científica em função do aprofundamento do arcabouço teórico, oferecendo um novo olhar sobre velhos problemas. Conforme Werle (2012):

> As capacidades de os professores executarem ou colaborarem em investigações contribuem para a sua identidade profissional e aumentam o nível de interacção com os alunos e com os seus pares no terreno da cultura e da identidade. É ainda estimulada a capacidade de desenvolverem a sua aptidão para a prática social (Ozga, 2000, *apud* Werle, 2012, p. 431).

Em conformidade à proposta dos programas de formação inicial em nível superior de professores em atividade na docência, ressalte-se a experiência pedagógica demonstrada pelos professores consultados, onde notabilizamos que aproximadamente 89% têm mais de uma década de experiência em sala de aula, com destaque para um participante com 25 anos de vivência pedagógica.

O que nos conduz a uma indagação inquietante: não há interesse por parte dos profissionais em continuarem suas qualificações, nas modalidades *stricto sensu,* ou, a oferta ao acesso para essas formações, não atendem aos profissionais por serem exclusividades de grandes centros urbanos e, por vezes, com vagas para participação limitadas e mal distribuídas?

5.1.2. Planejamento pedagógico, prática de sala de aula e jornada de trabalho

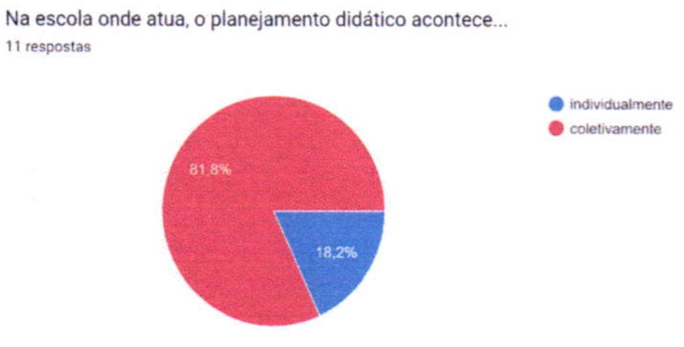
Das práticas pedagógicas que mais exercem relevante influência no processo de ensino-aprendizagem, destaca-se o planejamento didático. Tão importante quanto a formação científica ou sua experiência profissional, é a capacidade que o educador tem de propor ações eficientes e eficazes para auxiliar no desenvolvimento do educando. De acordo com Libâneo (1994)...

> ... o plano é um guia de orientação, pois nele são estabelecidas as diretrizes e os meios de realização do trabalho docente. Como sua função é orientar a prática, partindo das exigências da própria prática, ele não pode ser um documento rígido e absoluto, pois uma das características do processo de ensino é que está sempre em movimento, está sempre sofrendo modificações face as condições reais (Libâneo, 1994, p. 230).

Sendo assim, concebemos o ato de planejar, como uma antecipação das dificuldades rotineiras, ao mesmo passo que nos permitimos presenciar as surpresas que são inerentes à profissão, pois, estamos em constante contato com a mutabilidade social, quer seja no aspecto tecnológico, cultural ou simplesmente pela ação da natureza.

Fortuitamente, observamos que, dada a larga experiência de sala de aula dos professores partícipes desta análise, 81,8% realizam os seus planejamentos de modo coletivo, participando ativamente da elaboração do plano de aula dos colegas, mesmo quando não têm turmas para lecionar naquela série. O que denota um sentimento de unidade e coesão quando se refere ao objetivo primal da escola que é educação de qualidade indistintamente. Quanto aos 18,2% que declararam que seus planejamentos são atos solitários, deve-se levar em conta que a unidade de educação em estudo, possui anexos que distam até 50 km da sede do município, o que os confina ao exercício pedagógico solitário nessas turmas.

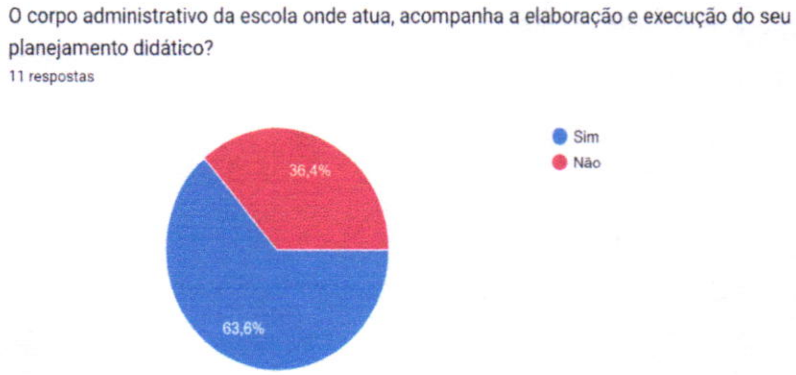
Gráfico 3 - Planejamento didático.



Fonte: autor.

A escola, na esfera administrativa, não é unânime quanto ao acompanhamento à elaboração e aplicação dos planos didáticos produzidos pelos professores. Tal ação, pode significar uma máxima confiança no profissional ou a falta de mão-de-obra para realizar esta tarefa, uma vez que apenas 63,6% dos educadores assinalaram ser assistidos pela direção escolar neste quesito. Se consideramos o ato de planejar como uma ação crucial no processo de ensino-aprendizagem, mostra-se contraditório que esta ação não seja supervisionada na sua etapa de aplicação.

Gráfico 4 - Acompanhamento pedagógico.



Fonte: autor.

Entretanto, um dado obtido pela pesquisa, aponta uma preocupante realidade inerente à docência, que é a larga jornada de trabalho a que os profissionais se submetem pela busca de melhores retornos econômicos. Verificamos que 40% dos docentes têm jornada de 40 horas-aulas semanais, mais alarmante ainda, os demais trabalham os três turnos, com uma jornada de 60 horas-aulas semanais. Essa larga carga de trabalho, exerce reflexos na saúde mental e física dos docentes, não raro nos deparamos com colegas de trabalho que alegam sofrer de ansiedade ou depressão. Some-se a isso, as exigências qualitativas exigidas pelos órgãos administrativos, como o rendimento nas avaliações nacionais, por exemplo, o SAEB[10] e o ENEM[11], e a estadual, SEAMA[12].

[10] Sistema de Avaliação da Educação Básica.
[11] Exame Nacional do Ensino Médio.
[12] Sistema Estadual de Avaliação do Maranhão.

Gráfico 5 - Jornada de trabalho semanal.

Fonte: autor.

No contexto atual, é no local de trabalho onde as pessoas permanecem uma parte considerável das suas horas ativas. Entretanto, comumente as condições físicas desse ambiente obstem às suas condições físicas e psicológicas, o que, agregado ao estresse gerado pelo exercício da função, em muito é agravado e acaba compelindo esses profissionais a buscarem atingir o seu máximo rendimento mediante uma jornada de uma trabalho longa e exaustiva. Em se tratando da Educação, temos outro empecilho primordial, que é o prejuízo estabelecido para a aprendizagem do educando quando isso ocorre.

Os efeitos dessa ampla jornada de trabalho e das expectativas por rendimentos discentes satisfatórios, têm transformado as preocupações discentes em enfermidades, dos onze entrevistados, quatro relataram ter encontros mensais com um profissional de saúde mental e outros três afirmaram sentir os efeitos nocivos que apreensão proveniente do trabalho tem proporcionado.

5.1.3. Tecnologias analógicas e digitais: familiaridade e aplicação no cotidiano escolar

O empenho didático dos professores está arraigado no anseio pela aprendizagem significativa, mantendo o foco pelo primor na adequação dos recursos sem gerar ônus ao processo de ensino. Destarte em Matos (2023):

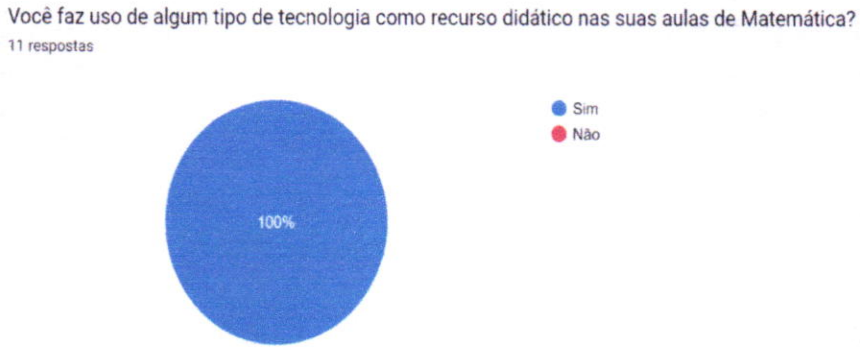
> Os recursos didáticos são materiais utilizados pelo professor para auxiliar o ensino e a aprendizagem de seus alunos em relação ao conteúdo proposto. Deve servir como motivação aos mesmos, predispor maior interesse pelo conteúdo ministrado e facilitar a compreensão do conteúdo proposto. Por

> isso, o uso de bons recursos didáticos que facilitem o desempenho docente é sempre intencionado (Souza, 2007, *apud* Matos, 2023, p. 18)

Além dos obstáculos quanto a existência de recursos didáticos na escola, acresça-se a efemeridade com que são tratados os temas de Geometria, dada a larga ementa curricular de Matemática que privilegia o atendimento de outros campos como, por exemplo, a Álgebra.

De acordo com a pesquisa, a totalidade dos professores recorrem a algum tipo de recurso pedagógico como facilitador da aprendizagem discente. Este resultado evidencia a conexão entre teoria e prática, como fortalecedores do processo de ensino-aprendizagem.

Gráfico 6 - Utilização de recursos didáticos.



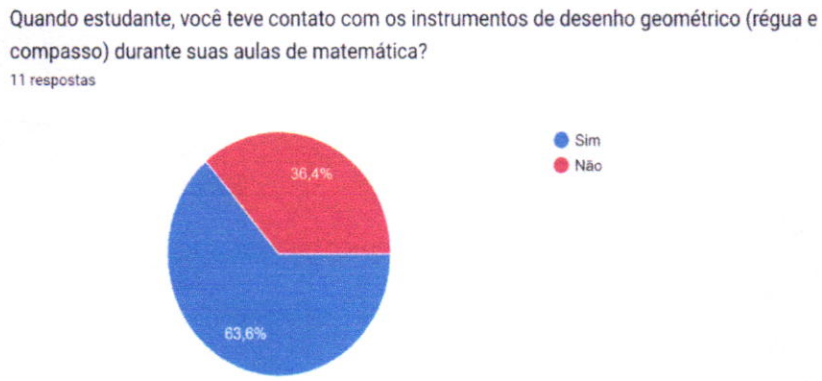
Fonte: autor.

Dentre os recursos registrados pelos professores, despontam como mais usuais, a utilização de projetor de imagens (*Data Show*), televisão, aparelhos de celular, *notebook*, aplicativos matemáticos (GeoGebra, Programa PHET *Interactive Simulations*). Contraditoriamente, não houve menção ao emprego de régua e compasso quando a consulta foi realizada espontaneamente, revelando sua pouca aplicação nas aulas de Geometria.

Apesar de ser uma abordagem tradicional, a construção de figuras planas com instrumentos físicos, sempre se mostrou fundamental para o aprendizado da Geometria, pois, permite um contato mais aprofundado e direto com os conceitos e as propriedades competentes ao assunto. Dessa maneira, o estudante atua como agente produtor de conhecimento e objeto central da sua própria aprendizagem. O professor desempenha o papel de tutor, abandonando a centralidade do ato educativo.

Com relação à experiência com os instrumentos analógicos, em relação à sua prática profissional, aproximadamente dois terços dos professores afirmam fazer uso de régua e compasso para construção de figuras geométricas planas, durante as aulas, porém, apenas esporadicamente. Contudo, torna-se imperativo realçar que a falta desse material didático dentre os recursos disponibilizados pela escola, é um dos fatores que mais se destacam dentre as justificativas para a inaptidão docente e discente quanto à sua utilização.

Gráfico 7 - Uso de régua e compasso.



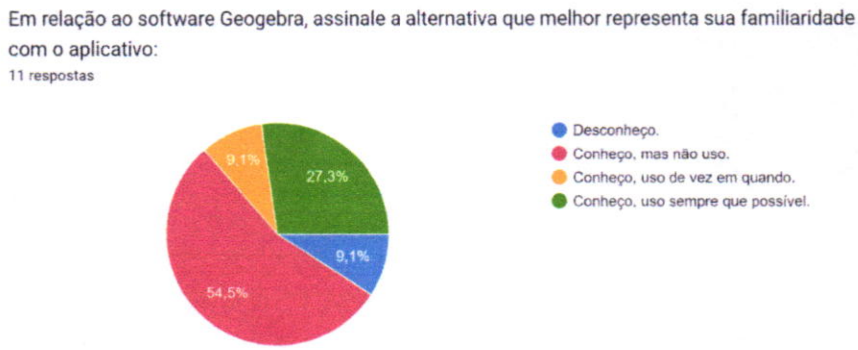
Fonte: autor.

Em consonância às respostas dadas pelos pesquisados, o *software* de geometria dinâmica GeoGebra, destaca-se como um dos recursos mais aplicados na apresentação das figuras planas. Por todas as razões já citadas neste trabalho, o GeoGebra é razoavelmente utilizado nas aulas de Geometria, sobretudo quando há uma profícua familiaridade do educador com a ferramenta.

Ao nos depararmos com o gráfico sobre o grau de conhecimento e uso do GeoGebra, notamos que menos de dez por cento dos consultados desconhecem o aplicativo. Tal resultado o põe como um dos *softwares* mais acessíveis e usuais para aulas de matemática, não se restringindo apenas à Geometria.

Porém, nota-se que mais da metade dos professores consultados conhece o GeoGebra, mas não faz do aplicativo uma ferramenta para sua prática pedagógica, apesar de a unidade de ensino englobada no estudo possuir projetor e computador, requisitos mínimos para a sua utilização.

Gráfico 8 - Familiaridade dos professores com o GeoGebra.



Fonte: autor.

Os resultados observados levantam questionamentos sobre a aplicação de recursos didáticos pelos professores, sejam eles analógicos ou digitais, denotam uma desconexão entre o que apontam estudos acerca do avanço da pática didática e o cotidiano escolar. É evidente a necessidade da massificação do emprego desses elementos, que potencializam a construção do conhecimento no educando e conduzem a uma aprendizagem significativa, sem onerar o professor com o acúmulo de tarefas.

5.2. A pesquisa com os discentes

5.2.1. Análise do questionário social

Com o desígnio de conhecer aspectos pessoais dos alunos, foi oferecido a eles que respondessem a um breve questionário cujas respostas revelariam características pessoais e um pouco da trajetória escolar de cada um. Composto por seis perguntas objetivas, onde as respostas foram conduzidas de modo a se obter um padrão que facilitasse a interpretação e possibilitasse a geração de conclusões certeiras, buscou-se construir uma ideia acerca da personalidade e o cotidiano dos alunos, uma vez que não se deve ignorar as relações subjacentes que compõem a personalidade de cada um. Obviamente seria impossível traçar um perfil preciso e pessoal de cada um dos entrevistados, mas isso não nos impede de tentar conhecer a pessoa além do estudante.

O questionário aplicado corresponde ao apêndice B. A seguir, temos as tabelas-resumos com os seus respectivos resultados para cada uma das questões, acompanhados de comentários.

Um dos fatores que mais influenciam a visão do aluno em relação à escola e aos estudos é sua promoção de série ou não. Por esta razão, a primeira pergunta buscava conhecer a composição da turma nesse aspecto. Afinal, de acordo com a Organização das Nações Unidas para Educação, a Ciência e a Cultura...

> [...] a repetência e o conseguinte atraso escolar, não só implica um desperdício de recursos, tanto públicos quanto das famílias, mas também afeta negativamente as probabilidades de prosseguimento e conclusão dos estudos dos atingidos. Desse ponto de vista, e de acordo com uma concepção da educação como um direito, o "fracasso escolar", habitualmente entendido como um fracasso dos estudantes aos quais a reprovação concede uma "segunda oportunidade", deve ser mais bem visto como um fracasso da operação do sistema educacional que não garante aos estudantes a continuação fluida dos estudos e, finalmente, reduz suas oportunidades em vez de proporcionar-lhes outras novas (Unesco, 2008, p. 57).

Consultando os dois grupos, constatamos que 36% dos estudantes já reprovaram ao menos uma vez (tabela 1). O reflexo deste resultado, em sua maioria, repercute negativamente na vida escolar de cada um e pode representar um divisor de águas quanto ao apreço à sua formação científica.

Tabela 1 – Questionário discente: questão 1.

Você já reprovou alguma vez?	
a) Não.	64%
b) Sim, uma vez.	30%
c) Sim, duas vezes.	2%
d) Sim, mais de duas vezes.	4%

Fonte: autor.

Competente a este fato, a reprovação antecipa a maioridade do aluno, conduzindo-o para uma inserção precoce no mercado de trabalho, compelindo a escola a ocupar um lugar secundário entre suas prioridades. De acordo com a tabela 2, 12% dos entrevistados relataram exercer atividade remunerada, dentre elas em oficina mecânica, empregado(a) doméstico(a), padeiro(a), entregador(a) etc. Exercer atividades não relacionadas à escola, pode limitar o tempo dedicado às suas atividades. Ressalte-se a isso, o fato de apenas 52% dos estudantes dedicarem-se exclusivamente aos estudos. Esses aspectos podem explicar um pouco o porquê de um rendimento tão baixo no diagnóstico inicial (apêndice C), onde o rendimento médio obtido foi de 27,5%, considerado muito baixo, por se tratar de um tema constante no currículo do Ensino Fundamental.

Tabela 2 – Questionário discente: questão 2.

Além de frequentar a escola, você realiza outra atividade?	
a) Não.	52%
b) Sim, faço um curso profissionalizante. Qual?	4%
c) Sim, pratico esporte/frequento academia.	28%
d) Sim, trabalho. Em quê?	12%

Fonte: autor.

Consubstanciando a interpretação à questão anterior, a terceira nos mostra a preferência dos alunos na preparação para o mercado de trabalho (tabela 3), 54%, mais que o dobro daqueles que realizam o curso como preparação para o ENEM ou outros vestibulares, o que os propiciariam acessar uma faculdade e, consecutivamente, oportunidades de acesso a emprego mais rentáveis e realizadores.

Tabela 3 – Questionário discente: questão 3.

Dentre os objetivos abaixo, escolha aquele que melhor indica a razão pela qual você cursa o Ensino Médio:	
a) Preparar-me para o ENEM e outros vestibulares.	26%
b) Preparar-me para provas de concursos e entrevistas de emprego.	54%
c) Apenas porque meus pais querem que me forme.	14%
d) Para não ter que ficar em casa.	4%
e) Para não ter que trabalhar.	2%

Fonte: autor.

Especificamente ao que compete à disciplina de Matemática, apenas a maioria simples dos estudantes demonstraram afinidade pela matéria (tabela 4), quando 54% se mostraram favoráveis a ela. Seria este um reflexo do seu aspecto elitista, pois, comumente se associa a disciplina aos naturalmente aptos? Seja como for, esta é uma barreira a ser transposta o quanto antes, se objetivamos o pleno desenvolvimento de todos os educandos. Em Silva (2024) vemos que...

> ...o significado que a cultura atribui à Matemática revela a crença dos/as estudantes de que, por não compreenderem o conteúdo, não conseguem ver sua aplicabilidade. É possível que a Matemática, muitas vezes, seja tratada de maneira descontextualizada, levando os/as alunos/as a não verem sua importância no dia a dia, encarando-a sem sentido. Com o passar do tempo e o avançar das etapas de ensino, portanto, a ciência dos números pode ir perdendo sentido para os/as estudantes, pois os conteúdos vão tendo um maior nível de abstração (Silva, 2024, p.23).

Desse modo, é cabível a indagação sobre como essa disciplina tem sido apresentada pelos professores, relegando à Rainha das Ciências, o adjetivo de famigerada à Matemática.

Tabela 4 – Questionário discente: questão 4.

Qual a sua opinião sobre a seguinte frase: "Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas".	
a) Discordo totalmente.	8%
b) Discordo.	12%
c) Não concordo nem discordo.	12%
d) Concordo.	42%
e) Concordo totalmente.	12%

Fonte: autor.

Como citado anteriormente, é corriqueira a crença de que a Matemática está destinada a uns poucos abençoados no ato do seu nascimento e, para os demais, resta apenas passar por ela durante sua vida escolar, privando-se das maravilhas que ela pode proporcionar, quando vemos na tabela 5, a metade dos envolvidos na pesquisa aludirem à própria dificuldade de assimilação dos conteúdos.

Tabela 5 – Questionário discente: questão 5.

Em relação à sua capacidade de compreensão dos conteúdos de Matemática, você considera que a disciplina é...	
a) muito fácil	28%
b) fácil	-
c) mais ou menos.	22%
d) difícil.	20%
e) muito difícil.	30%

Fonte: autor.

O eixo Geometria é apresenta conteúdos facilmente perceptíveis no cotidiano do educando, mesmo assim, de acordo com a tabela 6, evidenciou-se que apenas 18% creditaram a ela, um caráter fácil ou muito fácil. Este resultado mostra a desconexão entre as aulas teóricas e práticas, que podem ser trabalhadas pela adoção de tecnologias didáticas, em sua maioria simples e disponíveis para professores e alunos.

Tabela 6 – Questionário discente: questão 6.

Considerando apenas os assuntos de Geometria Plana, você acha que eles são:	
a) muito fáceis.	-
b) fáceis.	10%
c) mais ou menos.	56%
d) difíceis.	26%
e) muito difíceis.	8%

Fonte: autor.

A conveniência da realização do questionário aplicado, tem sua justificativa no fato de que conhecer outras faces dos alunos é essencial na elaboração de atividades didáticas que estimulem a participação e a aprendizagem significativa. Conhecer os porquês da abordagem dos conteúdos em sala de aula e sua relação com a vida do estudante é verdadeiramente benéfico para o processo de ensino e aprendizagem. Portanto, é perfeitamente plausível a continuidade da pesquisa, abordando aos tópicos adjacentes à prática docente, como o desenvolvimento do lúdico, a análise sobre sua comunidade escolar e o conhecimento das dificuldades que aturdem aos principais interessados no sucesso da educação que são os alunos.

5.2.2. Resultados das Avaliações Diagnósticas – inicial e final.

Uma prática amplamente difundida é da realização de avaliações diagnósticas, na intenção de se conhecer o grupo com o qual se vai trabalhar. Para esta pesquisa, sua importância se firma pela necessidade do estabelecimento de um parâmetro comparativo, onde possamos mensurar a efetividade da sugestão aduzida e que se deseja refletir, pois, como já citado algumas vezes, trata da conveniência da abordagem de um tema específico de matemática com a utilização de tecnologias analógicas e digitais.

Dessa forma, como afirma Luckesi (2003):

> Para que a avaliação diagnóstica seja possível, é preciso compreendê-la e realizá-la comprometida com uma concepção pedagógica. No caso, considerarmos que ela deva estar comprometida com uma proposta pedagógica histórico-crítica, uma vez que esta concepção está preocupada com a perspectiva de que o educando deverá apropriar-se criticamente de conhecimentos e habilidades necessárias à sua realização como sujeito crítico dentro desta sociedade que se caracteriza pelo modo capitalista de produção. A avaliação diagnóstica não se propõe e nem existe de uma forma solta isolada. É condição de sua existência e articulação com uma concepção pedagógica progressista (Luckesi, 2003, *apud* Pinheiro e Rebouças, 2018).

Firmados nesses princípios, foram aplicadas duas avaliações diagnósticas junto ao grupo em estudo, ambas versando sobre o mesmo assunto: construção dos pontos notáveis do triângulo. Ressalte-se nesse instante, a efetivação de aulas apresentadas em *slides* para revisão e exposição do tema, no interlúdio entre as avaliações, quando foram reapresentados os conceitos e propriedades inerentes aos mesmos.

Na primeira avaliação, saltou aos olhos e aos ouvidos, a falta de contubérnio com os termos matemáticos que designavam os elementos geométricos, confirmando a hipótese de que a Geometria é pouco abordada na Educação Básica de um modo geral, ou o é muito superficialmente. Claramente, a desconexão entre a nomenclatura e o objeto a ela atrelado, foi fator preponderante no baixo desempenho dos participantes que alcançou um rendimento médio entre os dois grupos, A e B, de apenas 27,5% de proficiência.

Ao isolarmos os resultados individualmente, o grupo A obteve uma produtividade de 29%, enquanto o grupo B, alcançou apenas 26%. A diferença apresentada sugere uma variação relativamente baixa entre os grupos, revelando uma uniformidade nas técnicas aplicadas na rede municipal da cidade, na qual se localiza a unidade de ensino abrangida pela pesquisa, visto que a totalidade dos alunos do ensino médio são oriundos dela.

Os diagnósticos (apêndice C), foram elaborados de modo a ser estritamente necessário, apenas o conhecimento dos termos e das construções relativas. Muito pouco de aritmética ou álgebra foi relacionada, apenas o sumariamente necessário.

Essas avaliações foram compostas, por 23 questões, discursivas e objetivas. O mesmo teste foi aplicado nos dois momentos, o que precedeu às aulas teóricas, bem como o que as sucedeu. O fundamental era arrazoar, com a máxima precisão possível, o conhecimento prévio e o adquirido e, dado a omissão na discussão das questões em sala e dos acertos obtidos individualmente, como medida para se evitar a discrepância no nível de dificuldade entre as atividades, optou-se por sua reaplicação, seguinte às aulas.

Após a ministração do assunto abordado nesta pesquisa, ocorreu a realização do segundo diagnóstico. O grupo A melhorou o seu desempenho em 7%, enquanto o grupo B, alcançou 19% de avanço.

5.2.3. Construção dos pontos notáveis do triângulo

Os dois grupos participantes do estudo, foram expostos a uma revisão sobre os termos relacionados às cevianas internas de um triângulo, a serem construídas e a mediatriz, com destaque para a mediana, a bissetriz e a altura e, por conseguinte, sobre o baricentro, circuncentro, o incentro e o ortocentro, que são os pontos a serem erigidos nesta experiência, estabelecidos de acordo com o plano de aula proposto (apêndice D). A quase totalidade dos estudantes foi categórica ao afirmar sua ignorância sobre os termos supracitados, impelindo à revisão, maior efetividade do que o inicialmente conjecturado.

Para esta etapa, dedicou-se dois tempos de aula, o que permitiu não apenas a apresentação do tema exibido em *slides* (anexo A), como um breve diálogo sobre suas aplicações no cotidiano. Esta prática almejava fomentar o interesse pelo assunto, uma vez que sua percepção nas situações cotidianas desperta o lado curioso e participativo na aula.

Em função de esta etapa ser um denominador comum a ambos os grupos estudados, buscou-se manter a imparcialidade quanto à antecipação das práticas e o equilíbrio na explanação de modo exequível e participativo, visando a equidade no fornecimento de subsídios para aquisição dos novos saberes e ratificação dos conceitos conhecidos.

A partir deste encontro comum, as aulas foram ministradas de modo exclusivo para cada célula em estudo: foi determinado, de modo arbitrário, que o grupo A, participaria do projeto com o uso das tecnologias analógicas e, para o grupo B, a utilização das tecnologias digitais durante a exposição do assunto.

Grupo A: uso de régua e compasso.

No primeiro dos três encontros propostos, foi notável a insegurança dos alunos quanto ao manuseio do compasso. A maioria dos participantes asseverou não ter qualquer contato adrede com o instrumento. Não obstante, foi notável a empolgação do grupo quando se iniciaram as construções.

Com o propósito colaborativo, os alunos foram ordenados em duplas e, seguinte a distribuição dos recursos a serem utilizados (régua, compasso e papel sulfite A4), procedemos às primeiras construções.

O plano didático previsto, apêndice F, para esse encontro, pretendia a realização das seguintes atividades:

- Transporte de um segmento de reta para uma reta;
- Construção de um ângulo e transporte desse ângulo para uma reta;

- Construção da bissetriz de um ângulo;
- Construção de retas paralelas entre si;
- Construção de retas perpendiculares entre si; e,
- Construção do triângulo.

Apenas este último tópico não pode ser contemplado em função do término do tempo. Ainda assim, foi bastante proveitosa a aula em função da participação e empolgação dos estudantes neste momento.

Para o segundo encontro, primou-se pelo atendimento ao item faltante do plano anterior e o cumprimento do destinado para o dia (apêndice G), prevendo:

- Construção do triângulo (remanescente do plano anterior);
- Construção da mediana e obtenção do baricentro;
- Construção da bissetriz e do incentro; e,
- Construção da altura e do ortocentro.

Em função das elaborações exigirem maior destreza que as tarefas predecessoras, houve certa comoção por parte dos alunos, porém, esta sensação foi extirpada pelo sucesso alcançado por eles, mediante considerável esforço. Em relatos pessoais, os estudantes pontuaram o próprio desenvolvimento no tocante ao aprimoramento da habilidade técnica com os instrumentos. Novamente o plano previsto não pode ser totalmente empregado em função do tempo esgotado, relegando ao último encontro o seu cumprimento.

Para o terceiro e último encontro (apêndice H), foram abordados os seguintes tópicos:

- Construção do ortocentro (remanescente do plano anterior); e,
- Construção do circuncentro.

Um aspecto meritório nesse procedimento, foi o despertar da turma para as elaborações por meio dos instrumentos de desenho. Durante as construções foi possível observá-los confabular sobre os conceitos e a percepção das propriedades. Porém, é imperativo aludir para a falta de conhecimento sobre a utilização e, portanto, a dificuldade no entendimento aos processos a serem executados quando apenas referenciados de modo teórico (dito ou escrito), sendo indispensável a participação do professor no acompanhamento paciente e de maneira individual para a maior parte dos alunos.

Grupo B: uso do GeoGebra

Neste grupo, o emprego de recurso tecnológicos já conhecidos pelos alunos (projetor, computador, *software*), através de sua utilização em outras aulas, deixou transparecer um ar de decepção da sua parte. Apenas quando se iniciaram as construções no GeoGebra, o grupo passou a demonstrar mais ânimo, ainda assim, foram parcas e pobres as participações.

O planejamento para este encontro (apêndice E), previa:

- Construção e transporte de um segmento de reta para uma reta;
- Construção de um ângulo e transporte desse ângulo para uma reta;
- Construção da bissetriz de um ângulo;
- Construção de retas paralelas entre si;
- Construção de retas perpendiculares entre si; e,
- Construção do triângulo.

Contudo, em razão da familiaridade da turma com mídias digitais e devido ao fato de o aplicativo ser muito intuitivo, possibilitando o autodidatismo, avançou-se bem mais que o previsto, sendo possível o cumprimento de toda a ementa pertinente à oficina, relegando ao segundo encontro apenas a aplicação do questionário para auferição de rendimento com vistas a comparação entre os grupos.

Um número considerável de alunos instalou o aplicativo em seus *smartphones*, levando a crer na continuidade da sua exploração mesmo depois de realizada e concluída a pesquisa.

Em síntese, foi perceptível a praticidade do GeoGebra na apresentação do assunto, havendo um ganho expressivo no tempo, permitindo um avanço no conteúdo que auxilia no cumprimento da ementa vislumbrada para o curso. Não obstante, o emprego da régua e do compasso nas aulas de Geometria, apresentaram-se como uma novidade para os alunos, pois, pouco ou nenhum contato com estes recursos já tiveram em momentos anteriores. Ao comparamos o rendimento dos grupos, nas duas avaliações a que se submeteram, nota-se quão contraproducente é a utilização deste recurso, quando comparado ao GeoGebra, tendo em vista que os resultados nas avaliações, denotam uma avanço considerável do Grupo B, sobre o Grupo A, em termos de rendimentos.

CONCLUSÃO

Esta análise foi concebida a partir de um estudo qualitativo e quantitativo dos aspectos educacionais, com aplicações das tecnologias digital e analógica. Os dados qualitativos foram obtidos com coleta de técnicas de observações diretas, atentando para as noções prévias de desenho geométrico; conceitos e propriedades das figuras geométricas apreendidas pelos alunos; dificuldades operacionais com as tecnologias; habilidade e escolha no uso das ferramentas; e, desenvolvimento da percepção visual. Nos dados quantitativos foram analisados os desempenhos dos alunos nas avaliações, seguindo os mesmos critérios observados qualitativamente.

Sua catarse, torna evidente o esforço de vários pesquisadores e formadores de professores, em superar a noção de formação apoiada apenas na ideia de acumulação dos conhecimentos científicos, de competências e técnicas, consideradas importantes para posterior aplicação na prática. Em contraposição a essa concepção de formação, surge o conceito de uma formação sob a perspectiva do desenvolvimento profissional, o qual consiste na valorização e na problematização das experiências passadas e presentes do professor e, dos seus saberes mobilizados e produzidos ao longo de sua trajetória discente e docente.

Estudos apontam, que é a partir dos saberes da experiência que os professores avaliam e validam os novos conhecimentos, com os quais passam a ter contato, incorporando-os ou não em sua prática cotidiana. E é por essa razão que consideramos importante que os cursos de formação docente valorizem, explorem e problematizem, os saberes experienciais que os professores ou futuros professores trazem a partir de suas vivências e de seus estudos anteriores. Isso não significa abrir mão dos estudos teórico-acadêmicos durante a licenciatura. Estes continuam importantes, mas deixam de ser o ponto de partida, para se tornarem instrumentos de mediação importantes à compreensão, à problematização e à desnaturalização das práticas de ensinar e aprender historicamente construídas, que são geralmente marcadas pela tradição pedagógica.

É por meio desse processo que os professores, em parceria com os formadores, podem negociar e projetar outras possibilidades de prática que sejam potencialmente formativas e, ao mesmo tempo, engajadoras da participação de jovens e crianças em atividades matemáticas do tipo escolar. Ou seja, um processo de formação docente, mediante o qual os professores podem efetivamente transformar-se e transformar suas práticas de ensinar e aprender matemáticas nas escolas.

Não obstante, o acompanhamento na elaboração e aplicação do plano didático do professor, além de demonstrar apreço à sua produção, tende a incentivar o docente no seu adequado emprego, dando ênfase à sua importância para todos os aspectos formativos do educando, transpondo o caráter meramente burocrático que muitos a ele atribuem. Nesse campo, a pesquisa revelou a falta de recursos humanos suficientes na unidade de ensino analisada e, considerando ainda que esta se localiza a 100 km da URE[13] de Santa Inês, fica, portanto, desassistida do corpo pedagógico formativo.

Outro aspecto proeminente está na formação acadêmica. Constatou-se o sucesso dos programas de qualificação profissionais em exercício que, em parceria com o poder público municipal, foi responsável por quase a totalidade do corpo docente atuante no município, tanto na esfera municipal, quanto na estadual, o que evidencia a baixíssima migração de profissionais nesse campo, relegando aos munícipes, ideias e ideais já arraigados e isentos de discussão por parte de outras perspectivas. Percebeu-se a formação em nível *lato sensu* de mais da metade dos professores atuantes na escola de ensino médio, contudo, apenas um dos professores pertencentes ao quadro está cursando o mestrado, que se trata justamente do autor desta pesquisa. As razões variam entre o desinteresse pessoal, até o pouco acesso e disponibilidade de formações nesse âmbito.

Competente ao uso de recursos didáticos nas aulas de Matemática, sobretudo em Geometria, a falta de insumos foi apontada pela administração escolar e pelos professores como o principal responsável por sua escassez. Contudo, acompanhando os planos didáticos de outras áreas, constatou-se que as aulas são em sua maioria explicativas e expositivas.

Quanto aos resultados obtidos na pesquisa, temos evidente o fato da assimilação dos recursos digitais frente aos analógicos. Parece estar melhor condicionado aos alunos recorrer às mídias digitais, como comprovado pela

---

[13] Unidade Regional de Educação

significativa diferença obtida nas avaliações paramétricas aplicadas, quando os estudantes expostos ao GeoGebra apresentaram um avanço de 19% entre elas, dado que, aos expostos ao mesmo tema, pelo emprego de régua e compasso, esse rendimento foi superavitário em apenas 7%. Além disso, o tempo dispensado para exposição/participação das aprendizagens foi três vezes maior quando utilizados os recursos analógicos. Outro fator importantíssimo, reside na praticidade com a qual o tema pode ser abordado, representando uma oneração ao professor muito menor pelo uso das mídias digitais do que pelo outro método, o que é substancialmente vantajoso para o ensino.

Obviamente, não se pode ser taxativo em afirmar que este é um resultado assegurado, uma vez que atrelado a esta prática está a familiaridade do profissional em utilizar as tecnologias de modo adequado e assertivo.

Podemos estabelecer, com elevado grau de segurança, que não se trata do prevalecimento da utilização de uma categoria de recursos tecnológicos em detrimento do outro, ou ainda, por um caráter exclusivo na sua utilização. Outrossim, é importante relevar o papel que cada conjunto de recursos desempenha em sua época. Como afirmam Miqueletto e Góes (2017, p. 23511)...

> ...tecnologias importantes para a compreensão de conceitos matemáticos, sobretudo de geometria, por meio da construção e exploração foram sendo esquecidos, como a régua e o compasso. É preciso se ater que cada tecnologia tem uma finalidade, e esquecê-las apenas para utilizar um recurso atual, sem algo que acrescenta ou mesmo esquecendo conceitos, não é válido para uma educação crítica.

Desse modo, percebe-se como o emprego dos recursos tecnológicos analógicos ou digitais não devem competir entre si, mas colaborarem, de modo integrado e complementar, oferecendo os saberes que deram origem ao conhecimento e assumindo a contemporaneidade oferecida pelo acúmulo das experiências e pesquisas científicas.

O desenvolvimento das capacidades cognitivas dos estudantes é aprimorado mediante a aplicação dos recursos tecnológicos, sejam eles digitais ou analógicos indistintamente, igualmente ao que se dá com os professores por simplesmente vivenciarem essa experiência (Veiga e Veiga, 2020).

Em função da praticidade e rapidez com a qual podemos abordar o assunto, as aulas ministradas com auxílio de recursos digitais, apresentam maior celeridade e fluidez na exposição do tema, o que favorece o ensino e desonera o professor, permitindo-lhe cumprir a ementa conteudista em tempo hábil.

É salutar a continuidade de pesquisas desta natureza, visando ampliar as conclusões, pois, seria esse resultado peculiar ao ensino de Geometria? A adoção dos recursos digitais é totalmente mais produtiva que os analógicos para qualquer campo da Matemática? Se não, para quais temas ele se mostra vantajoso? Em que nível, a habilidade tecnológica digital dos professores pode impactar nos resultados em sala de aula? Seria esse fator, uma justificativa plausível para a adoção de políticas de reciclagem do corpo docente de maneira periódica? O poder público deve investir mais na qualificação inicial e continuada dos professores e na disposição de recursos didáticos para as escolas da Educação Básica?

São muitas as possibilidades para o prosseguimento da matéria, ao passo que este fértil terreno pode ser explorado em muitos outros trabalhos futuros.

A Educação é um processo dinâmico, adaptável e evolucionista, como denotamos nesta pesquisa. Não se pode ignorar a presença da efetividade dos recursos tecnológicos digitais no ensino e sua eficácia para a aprendizagem. É preciso andarmos em consonância com as novas técnicas didáticas, para bem alcançarmos os objetivos para os quais nos dedicamos: ensinar com qualidade e promover a emancipação do estudante.

REFERÊNCIAS

ABRAHÃO, Maria Helena Menna Barreto. **Professores e alunos:** aprendizagens significativas em comunidades de prática educativa. **EdiPUCRS,** 2008.

ALMEIDA, Paulo Loreço Cruz de. **Contribuições do desenho geométrico no ensino de geometria plana no ensino médio:** uma proposta utilizando o GeoGebra como ferramenta pedagógica . – São Luís, 2023. 98 f Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Maranhão, 2023

ALVES, Sérgio Rodrigues. **TECNOLOGIA EDUCACIONAL:** 21 Dicotomias no Século XXI. **São Paulo: PerSe**, 2014, SP.

AUSUBEL, David P. The psychology of meaningful verbal learning. **Grune & Stratton,** 1963.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva,** v. 27, n. 98, p. 65-74, 2003.

BERNARDES, Adriana Oliveira; LIMA, Adriana de Souza; GIRALDO, Victor. A percepção dos alunos de Ensino Médio de uma escola pública sobre o ensino de Matemática. **Revista Educação Pública**, v. 20, nº 28, 28 de julho de 2020. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/20/28/a-percepcao-dos-alunos-de-ensino-medio-de-uma-escola-publica-sobre-o-ensino-de-matematica. Acesso em: 27 de dezembro de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. **Secretária de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF**, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. **Secretaria de Educação Fundamental, Brasília: MEC/SEF**, 1998. 174 p

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Conselho Nacional de Educação. **Parecer CEB/CNE no**, 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Ministério da Educação. Orientações Curriculares para o Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. **Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica**, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 04 outubro 2023.

BRASIL. **Pró-Letramento**: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Matemática – Secretaria de Educação Básica – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

BRASIL, MDE. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base. **Brasília: MEC**, 2017.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas**. Ática, 2008.

COSTA, André; LACERDA, Geraldo. **O uso do GeoGebra no ensino de Geometria:** um estudo com estudantes do Ensino Fundamental. **Educação, Escola & Sociedade**, v. 6, n. 6, p. 31-42, 2013. Disponível em: https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/rees/article/view/331. Acesso em: 26 de setembro de 2023.

DA HORA, Lícia Cristina Araújo. **OS NOVOS PROFESSORES?** Uma análise da política de formação de professores implantada no Programa de Qualificação de Docentes da UEMA. Disponível em: https://histedbrantigo.fe.unicamp.br/acer_histedbr/seminario/seminario7/TRABALHOS/L/Licia%20cristina%20araujo%20da%20hora%20.pdf. Acesso em: 01 de fevereiro de 2024.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria à prática. **Papirus Editora**, 1996.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Por que se ensina Matemática. **Disponível em https://edisciplinas. usp. br/pluginfile. php/5650788/modresource/content/1/Ubiratan% 20DA mbrosio**, 2013.. Acesso em: 27 de setembro de 2023.

BORBA, Marcelo Carvalho; CHIARI, Aparecida Santana de Sousa. Diferentes usos de Tecnologias Digitais nas Licenciaturas em Matemática da UAB. **Nuances: estudos sobre educação**, v. 25, n. 2, p. 127-147, 2014.

DE MELO, Gilberto Francisco Alves. **Planejar ou não planejar o ensino de matemática**. 2004.

FACHIN, Odília. **Fundamentos de metodologias**. Saraiva Educação SA, 2001.

FIATCOSKI, Daiana Aparecida Stresser; GÓES, Anderson Roges Teixeira. Desenho universal para aprendizagem e tecnologias digitais na educação matemática inclusiva. **Revista Educação Especial**, v. 34, p. 1-24, 2021. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/educacaoespecial. Acesso em: 30 de novembro de 2023.

HAYDT, Regina Célia Cazaux. **Curso de didática geral**. 1ª Edição-São Paulo: Ática, 2011.

GÁLVEZ, Grecia. A didática da matemática. **Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas**, 1996.

LIBÂNEO, José Carlos. O planejamento escolar. **Didática. São Paulo: Cortez**, p. 221-247, 1994.

LIBÂNEO, José Carlos. **didática**. Cortez Editora, 2017.

MARANHÃO. Secretaria de Estado da Educação. Caderno de orientações curriculares para o ensino médio da rede estadual do Maranhão. **São Luís: Secretaria de Estado do Maranhão**, 2022.

MATOS, Avani Barreto. DIDÁTICA NA MATEMÁTICA. **GESTÃO & EDUCAÇÃO**, v. 6, n. 02, p. 17 a 24-17 a 24, 2023.

MENDES, Iran Abreu. Pesquisas em história da Educação Matemática no Brasil em três dimensões. 2012. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160929, 2012. Acesso em: 15 de novembro de 2023.

MERLO, Clinton André; ASSIS, Raquel Trindade de. O uso da informática no ensino da Matemática. **REUNI-Revista Unijales**, v. 5, n. 4, p. 1-27, 2010.

MIQUELETTO, Thadeu Angelo; GÓES, Anderson Roges Teixeira. O ensino de matemática por meio do desenho geométrico–uma proposta de pesquisa. In: **Anais... EDUCERE-Congresso Nacional de Educação**. 2017.

MÜLLER, Iraci. Tendências atuais de educação matemática. **Revista de ensino, educação e ciências humanas**, v. 1, n. 1, p. 133 – 144, jun. 2000.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Geometria**. **Rio de Janeiro: SBM**, 2013.

OLIVEIRA, Lucas Maken da Silva. **Ensinando geometria com régua e compasso, uma proposta para o 8º ano. 2015**. 2015. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Matemática). Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes.

PEREIRA, Maurício Fernandes. Planejamento estratégico. In: **Planejamento estratégico**. 2007.

PERRENOUD, Philippe. Dez novas competências para uma nova profissão. **Pátio: Revista Pedagógica**, v. 5, n. 17, p. 8-12, 2001.

PIVA, Teresa Cristina Carvalho. O Brigadeiro Alpoim: Um expoente do ensino técnico no Brasil colonial. **História da Ciência e Ensino: construindo interfaces**, v. 12, p. 54-69, 2015.

REIS, Maria Elidia Teixeira; FIORENTINI, Dario. Formação profissional de professores de matemática em serviço e políticas públicas. **Zetetike**, v. 17, 2009.

RIBEIRO, Ana Elisa. Tecnologia Digital. In: Centro de Alfabetização, Leitura e Escrita (CEALE). **Faculdade de Educação da UFMG**. Disponível em : http://ceale.fae.ufmg.br/app/webroot/glossarioceale/autor/ana-elisa-ribeiro. Acesso em: 30 de maio de 2020.

SANDES, Joana Pereira; MOREIRA, Geraldo Eustáquio. Educação matemática e a formação de professores para uma prática docente significativa. **Revista@ mbienteeducação**, v. 11, n. 1, p. 99-109, 2018.

SANTOS, Beneval Pinheiros. **A etnomatemática e suas possibilidades pedagógicas**: algumas indicações pautadas numa professora e em seus alunos e alunas de 5ª série. 2002. Dissertação (Mestrado). **Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002**. Disponível em: https://repositorio.usp.br/item/001293071. Acesso em: 27 setembro de 2023.

SANTOS, Maria de Fátima Ribeiro dos; SANTOS, Saulo Ribeiro dos. Metodologia da pesquisa em educação. **São Luis: UEMANET**, 2010.

SILVA, Henrique José de Ornelas. **Construções geométricas com régua e compasso e dobraduras.** 2018. 90f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – **Universidade Federal de Viçosa, Florestal. 2018.**

SILVA, Vinícius Pereira da. **A relação entre a aversão à Matemática e o potencial resiliente apresentado em estudantes do terceiro ano do ensino médio**. 2023. 70 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura Matemática, (Caa-Nfd) - Núcleo de Formação Docente, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2024.

SOUZA, Kellcia Rezende; KERBAUY, Maria Teresa Miceli. Abordagem quanti-qualitativa: superação da dicotomia quantitativa-qualitativa na pesquisa em educação. **Educação e Filosofia**, v. 31, n. 61, p. 21-44, 2017. Disponível em: https://seer.ufu.br/index.php/EducacaoFilosofia/article/view/29099. Acesso em: 25 fev. 2024.

UNESCO. Educação de Qualidade para todos: um assunto de direitos humanos. **2. ed. Brasília: UNESCO, OREALC**, 2008. Disponível em: <http://unesdoc.unesco.org/images/0015/001505/150585por.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2024.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930). **São Paulo: Anna Blume, 1999**.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da educação matemática: considerações sobre suas potencialidades na formação do professor de matemática. **Boletim de Educação Matemática**, v. 23, n. 35A, p. 123-136, 2010.

VEIGA, Daniela Andrade Monteiro; VEIGA, Artur José Pires. Tecnologias digital e analógica no ensino de desenho geométrico. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 6, p. 39114-39119, 2020.

VIDAL, Josep Pont. Metodologia Comparativa e Estudo de Caso (Paper 308). **Papers do NAEA**, v. 22, n. 1, 2013.

VYGOTSKY, Lev Semenovich; DA MENTE, A. Formação Social. o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores–organizadores Michael Cole (et al.); tradução

José Cipolla Neto. **Luis Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche** 6ª edição. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

WAGNER, Eduardo. Uma introdução às construções geométricas. **Rio de Janeiro**, 2009.

WERLE, Flávia. Pós-graduação e suas interlocuções com a educação básica. **Educação**, v. 35, n. 03, p. 424-433, 2012.

WENGER, H. L. *Examples and results of teaching middle school mathematics from an Ethnomathematical Perspective*, **in *First International Congress of Ethnomathematics*, Granada, *Anais*,** s/p, 1998.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Da régua e do compasso:** as construções geométricas como um saber escolar no Brasil. 2001. Disponível em: http://hdl.handle.net/1843/FAEC-85DGQB. Acesso em: 14 de setembro de 2023.

APÊNDICES

APÊNDICE A

PESQUISA PARA ELABORAÇÃO DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (DISSERTAÇÃO) MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL / PROFMAT

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA DO MESTRANDO VANKYS FERREIRA REIS - PROFMAT/UEMA.

* Indica uma pergunta obrigatória

1. TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) *

   Prezados colegas

   Sou mestrando do Programa PROFMAT/ UEMA e estou solicitando por meio deste TCLE sua autorização para o uso das respostas efetuadas no questionário a seguir, para produção dos dados que nortearão a elaboração do relatório da pesquisa de conclusão do curso, a dissertação, como também, poderá constituir artigos científicos que serão apresentados em congressos e publicados em anais e periódicos científicos. O consentimento para a participação é uma escolha livre e voluntária, poderá ser interrompida a qualquer momento, caso você precise ou deseje. Para a garantia de sua privacidade, será mantido o sigilo em relação a quaisquer informações que possam vir a identificá-lo (a) e a instituição na qual desempenha sua atividade profissional. Em caso de dúvidas sobre os procedimentos aqui relacionados, você poderá esclarecê-los com o pesquisador responsável: VANKYS FERREIRA REIS, e-mail: vankysferreira@gmail.com. Em caso de concordância ou discordância, solicitamos que informe a seguir: Concordo (Sim) ou Discordo (Não).

   Marcar apenas uma oval.

   ( ) Sim

   ( ) Não

2. Dentre as opções a seguir, assinale aquela que corresponde ao seu grau de instrução:

Marcar apenas uma oval.

- Licenciatura Incompleta
- Licenciatura Completa
- Especialização Incompleta
- Especialização Completa
- Mestrado Incompleto
- Mestrado Completo
- Doutorado Incompleto
- Doutorado Completo

3. Em qual instituição você cursa ou cursou sua graduação? *

4. Qual o ano de conclusão (em caso de curso não concluído, indicar a previsão)? *

Exemplo: 7 de janeiro de 2019

5. Há quanto tempo você atua na área da docência? *

6. Na área da Educação, você já atuou em outro cargo que não tenha sido em * regência de sala de aula? Se a resposta for sim, indique o setor de atuação.

7. Indique as etapas da Educação Básica em que você já atuou: *

Marque todas que se aplicam.

- Educação Infantil
- Ensino Fundamental Menor (1º ao 5º ano)
- Ensino Fundamental Maior (6º ao 9º ano)
- Ensino Médio (1ª à 3ª série)

8. Assinale o(s) seu(s) vínculo(s) empregatício(s) na área da Educação e o tipo: *

Marque todas que se aplicam.

- Municipal contratado
- Municipal Efetivo
- Estadual Contratado
- Estadual Efetivo

9. Qual a sua carga horária semanal? *

Marcar apenas uma oval.

- 20 horas
- 30 horas
- 40 horas
- 60 horas

10. Quando estudante, você teve contato com os instrumentos de desenho geométrico (régua e compasso) durante suas aulas de matemática? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não

11. Você faz uso de algum tipo de tecnologia como recurso didático nas suas aulas de Matemática?

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não

12. Em caso de resposta afirmativa para item anterior, indique quais tecnologias * você utilizou.

13. Em relação ao *software* GeoGebra, assinale a alternativa que melhor representa sua familiaridade com o aplicativo: *

Marcar apenas uma oval.

Desconheço.

Conheço, mas não uso.

Conheço, uso de vez em quando.

Conheço, uso sempre que possível.

14. Assinale os recursos que você utiliza ou já utilizou ao ministrar aulas de * Geometria Plana:

Marque todas que se aplicam.

Régua

Compasso

Esquadro

Transferidor

15. Desde a sua formação inicial, você já participou de algum curso de Formação Continuada com foco em Geometria e na utilização de recursos didáticos?

Marcar apenas uma oval.

Nunca

Uma vez

Regularmente

16. Caso tenha assinalado afirmativamente ao item anterior, indique quem * promoveu a formação:

Marcar apenas uma oval.

Secretaria Municipal de Educação

Secretaria Estadual de Educação Outro:

17. Na escola onde atua, o planejamento didático acontece... *

Marcar apenas uma oval. individualmente

coletivamente

18. O corpo administrativo da escola onde atua, acompanha a elaboração e * execução do seu planejamento didático?

Marcar apenas uma oval.

Sim

Não

19. Em sua opinião, a utilização de recursos didáticos exerce influência significativa no nível de aprendizagem dos alunos?

20. De acordo com a sua preferência é melhor trabalhar com tecnologias digitais * (*softwares*) ou analógicas (régua e compasso)?

Marcar apenas uma oval.

- Tecnologias analógicas
- Tecnologias digitais

21. Quais as principais dificuldades na prática diária no ensino de matemática? *

APÊNDICE B

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHAO – UEMA
PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO- PPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMATICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

QUESTIONÁRIO PESSOAL

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO- (TCLE)

Prezados estudantes

Sou mestrando do Programa PROFMAT- UEMA e estou solicitando por meio deste TCLE sua autorização para o uso das respostas efetuadas no questionário a seguir, para produção dos dados que nortearão a elaboração do relatório da pesquisa de conclusão do curso, a dissertação, como também, poderá constituir artigos científicos que serão apresentados em congressos e publicados em anais e periódicos científicos. O consentimento para a participação é uma escolha livre e voluntária, poderá ser interrompida a qualquer momento, caso você precise ou deseje. Para a garantia de sua privacidade, será mantido o sigilo em relação a quaisquer informações que possam vir a identificá-lo (a) e a instituição na qual desempenha sua atividade profissional. Em caso de dúvidas sobre os procedimentos aqui relacionados, você pode esclarecê-los com o pesquisador responsável: VANKYS FERREIRA REIS. Em caso de concordância ou discordância, solicitamos que informe a seguir: Concordo ( ) ou Discordo ( ).

01 – Você já reprovou alguma vez?

a) Não.
b) Sim, uma vez.
c) Sim, duas vezes.
d) Sim, mais de duas vezes.

02 – Além de frequentar a escola, você realiza outra atividade?

a) Não.
b) Sim, faço um curso profissionalizante. Qual?
c) Sim, pratico esporte / frequento academia.
d) Sim, trabalho. Em quê?

03 – Dentre os abjetivos abaixo, escolha aquele que melhor indica a razão pela qual você cursa o Ensino Médio:

a) Preparar-me para o ENEM e outros vestibulares.
b) Preparar-me para provas de

concursos e entrevistas de emprego.

c) Apenas porque meus pais querem que me forme.
d) Para não ter que ficar em casa.
e) Para não ter que trabalhar.

04 – Qual a sua opinião sobre a seguinte frase: "Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas".

a) Discordo totalmente.
b) Discordo.
c) Não concordo nem discordo.
d) Concordo.
e) Concordo totalmente.

05 – Em relação à sua capacidade de compreensão dos conteúdos de Matemática, você considera que a disciplina é...

a) muito fácil
b) fácil
c) mais ou menos.
d) difícil.
e) muito difícil.

06 – Considerando apenas os assuntos de Geometria Plana, você acha que eles são:

a) muito fáceis.
b) fáceis.
c) mais ou menos.
d) difíceis.
e) muito difíceis.

APÊNDICE C

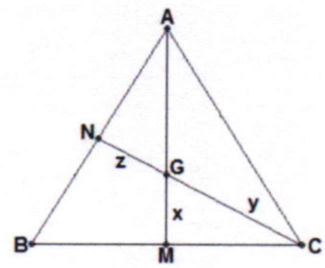
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHAO – UEMA
PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO- PPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMATICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

PROFMAT

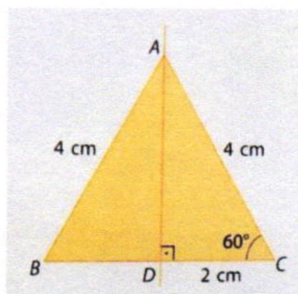
AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA INICIAL

NOME:	TURMA:

1. No triângulo ABC, da figura, $\overline{AM}$ e $\overline{CN}$ são medianas que se interceptam em G. Sendo. $\overline{AG}$ = 10 cm e CN = 18 cm calculex, y e z.



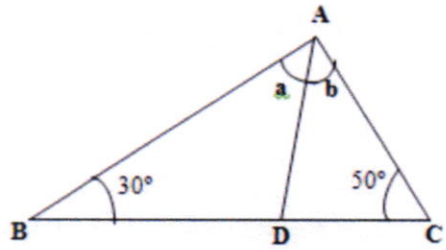
2. Observe e calcule. No ΔABC, $\overleftrightarrow{AD}$ é a mediatriz e $\overline{AD}$ é a altura relativa ao lado $\overline{BC}$.



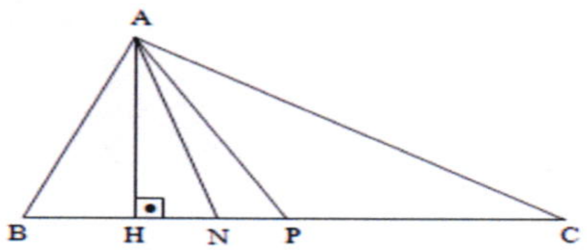
a. Qual é a medida do ângulo $D\hat{A}C$?

b. Qual é o perímetro do ΔABC, ou seja, a soma das medidas de seus lados?

3. Na figura abaixo, $\overline{AD}$ é bissetriz. Calcule a e b:



4. Considere a figura abaixo e determine os segmentos que representam mediana, bissetriz e altura, sabendo que $\overline{BP} = \overline{PC}$ e $\widehat{BAN} = \widehat{NAC}$.



$\overline{AH}$ = ______________________________

$\overline{AN}$ = ______________________________

$\overline{AP}$ = ______________________________

5. O segmento da perpendicular traçada de um vértice de um triângulo à reta do lado oposto é denominado altura. O ponto de intersecção das três retas suportes das alturas do triângulo é chamado:

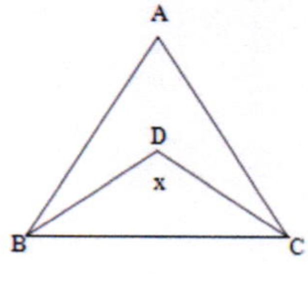
a) Incentro b) Circuncentro c) Mediana d) Baricentro e) Ortocentro

6. O segmento da perpendicular traçada de um vértice de um triângulo à reta suporte do lado oposto é denominado:

a) mediana b) mediatriz c) bissetriz d) altura e) base

7. Na figura, med $\widehat{ABC}$ = 40º, med $\widehat{BCA}$ = 60º. Se D é o incentro do triângulo ABC, então x vale:

a) 40°
b) 100°
c) 120°
d) 130°
e) 150°



8. Considerando seus conhecimentos sobre triângulos, cevianas e pontos

notáveis, julgue os itens a seguir em V (verdadeiro) ou F (falso).

a. ( ) O baricentro é o ponto de encontro das bissetrizes internas de um triângulo.

b. ( ) A mediatriz é um segmento de reta com extremidades no vértice do triângulo e no ponto médio do lado oposto a ele.

c. ( ) As três medianas de um triângulo encontram-se num ponto chamado baricentro.

d. ( ) O ortocentro sempre é um ponto interno ao triângulo.

e. ( ) Uma mediatriz de um triângulo intersecta uma de suas medianas.

f. ( ) O ortocentro de um triângulo retângulo é o vértice do ângulo reto.

g. ( ) Os pontos notáveis de um triângulo equilátero são coincidentes.

h. ( ) O incentro de qualquer triângulo é sempre um ponto interno.

i. ( ) O circuncentro de um triângulo retângulo é o ponto médio da hipotenusa.

j. ( ) O baricentro de qualquer triângulo é o ponto médio da hipotenusa.

k. ( ) Em um triângulo isósceles os seus quatro pontos notáveis são alinhados.

9. No triângulo abaixo, em relação ao triângulo ARS, o segmento $\overline{AD}$ é corresponde a(o)...

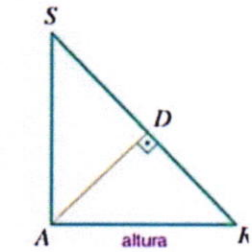
a) mediana

b) bissetriz

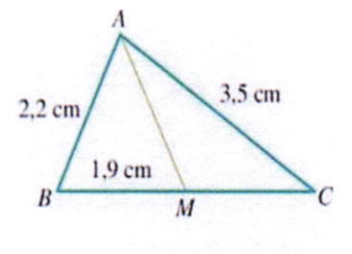
c) altura

d) cateto

e) hipotenusa



10. No triângulo ABC a seguir, $\overline{AM}$ é a mediana. Nessas condições, o perímetro desse triângulo é?



a) 9,5 cm

b) 7,6 cm

c) 2,2 cm

d) 3,5 cm

e) 1,9 cm

APÊNDICE D

PLANO DE ATIVIDADE DOCENTE - 2024

Escola:			**Componente:** MATEMÁTICA
Ano/Série: 1ª	**Turmas:** A e B	**Turno:** TARDE	**Caráter:** Aula Preparatória
Professor (a): VANKYS FERREIRA REIS			**Data:** 04 DE MARÇO DE 2024
Campo de atuação/Categoria: GEOMETRIA PLANA – PESQUISA DE CAMPO			

DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES ESPECÍFICAS	OBJETOS DO CONHECIMENTO	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E RECURSOS	PROCEDIMENTOS AVALIATIVOS
EM13MAT105	Geometria Plana: pontos notáveis do triângulo.	Exposição dialógica dos conceitos, proposições e definições sobre a nomenclatura aplicada aos pontos notáveis dos triângulos; Correlação entre as definições e as suas representações geométricas; Antecipação dos *slides* de conteúdos à turma por meio do grupo de Whatsapp; Computador pessoal, projetor de imagens, *slides* com os conteúdos.	Participação ativa discente; Atividade de identificação dos termos trabalhados em relação às suas representações geométricas.

Referências: MARANHÃO, Secretaria de Estado da Educação. Caderno de orientações curriculares para o ensino médio da rede estadual do Maranhão. **São Luís: Secretaria de Estado do Maranhão**, 2022.

WAGNER, Eduardo. Uma introdução às construções geométricas. **Rio de Janeiro**, 2009.

APÊNDICE E

PLANO DE ATIVIDADE DOCENTE - 2024

Escola:			**Componente:** MATEMÁTICA
Ano/Série: 1ª	**Turmas:** B	**Turno:** TARDE	**Caráter:** 1º encontro
Professor (a): VANKYS FERREIRA REIS			**Data:** 05 DE MARÇO DE 2024
Campo de atuação/Categoria: GEOMETRIA PLANA – PESQUISA DE CAMPO			

DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES ESPECÍFICAS	OBJETOS DO CONHECIMENTO	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E RECURSOS	PROCEDIMENTOS AVALIATIVOS
EM13MAT105	Geometria Plana: • Transporte de um segmento de reta para uma reta: • Construção de um ângulo α de vértice 0 sobre a uma reta r; • Construção a bissetriz de um ângulo; • Construção de retas paralelas; • Construção de retas perpendiculares entre si; • Construção de triângulos; • Construção da bissetriz e do incentro; • Construção da mediana e do baricentro; • Construção da altura e do ortocentro;	Construção das figuras planas sugeridas nos objetos de conhecimento com a utilização do *software* GeoGebra, o professor deverá indicar os passos procedimentais e fazer as construções, caso haja dificuldades; Computador pessoal, projetor de imagens, mesa digitalizadora.	Participação ativa discente; Atividade de identificação dos termos trabalhados em relação às suas representações geométricas.

	• Construção da mediatriz e obtenção do circuncentro.		
Referências: WAGNER, Eduardo. Uma introdução às construções geométricas. **Rio de Janeiro**, 2009.			

APÊNDICE F

PLANO DE ATIVIDADE DOCENTE - 2024

<table>
<tr><td colspan="3">Escola:</td><td>Componente: MATEMÁTICA</td></tr>
<tr><td>Ano/Série: 1ª</td><td>Turmas: A</td><td>Turno: TARDE</td><td>Caráter: 1º encontro</td></tr>
<tr><td colspan="3">Professor (a): VANKYS FERREIRA REIS</td><td>Data: 06 DE MARÇO DE 2024</td></tr>
<tr><td colspan="4">Campo de atuação/Categoria: GEOMETRIA PLANA – PESQUISA DE CAMPO</td></tr>
<tr><td>DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES ESPECÍFICAS</td><td>OBJETOS DO CONHECIMENTO</td><td>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E RECURSOS</td><td>PROCEDIMENTO S AVALIATIVOS</td></tr>
<tr><td>EM13MAT105</td><td>Geometria Plana:
• Transporte de um segmento de reta para uma reta:
• Construção de um ângulo α de vértice O sobre a uma reta r;
• Construção a bissetriz de um ângulo;
• Construção de retas paralelas;
• Construção de retas perpendiculares entre si;
• Construção de triângulos:</td><td>Construção das figuras planas sugeridas nos objetos de conhecimento com a utilização de régua não graduada e compasso, o professor deverá indicar os passos procedimentais e fazer as construções, caso haja dificuldades;
Régua não graduada, compasso, papel A4 branco, lápis, borracha, pinceis para quadro branco;</td><td>Participação ativa discente;
Atividade de identificação dos termos trabalhados em relação às suas representações geométricas.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Referências: WAGNER, Eduardo. Uma introdução às construções geométricas. Rio de Janeiro, 2009.</td></tr>
</table>

APÊNDICE G

PLANO DE ATIVIDADE DOCENTE - 2024

Escola:			**Componente:** MATEMÁTICA
Ano/Série: 1ª	**Turmas:** A	**Turno:** TARDE	**Caráter:** 2º encontro
Professor (a): VANKYS FERREIRA REIS			**Data:** 07 DE MARÇO DE 2024
Campo de atuação/Categoria: GEOMETRIA PLANA – PESQUISA DE CAMPO			

DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES ESPECÍFICAS	OBJETOS DO CONHECIMENTO	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E RECURSOS	PROCEDIMENTOS AVALIATIVOS
EM13MAT105	Geometria Plana: • Construção de triângulos; • Construção da bissetriz e do incentro; • Construção da mediana e do baricentro; • Construção da altura e do ortocentro;	Construção das figuras planas sugeridas nos objetos de conhecimento com a utilização de régua não graduada e compasso, o professor deverá indicar os passos procedimentais e fazer as construções, caso haja dificuldades; Régua não graduada, compasso, papel A4 branco, lápis, borracha, pinceis para quadro branco;	Participação ativa discente; Atividade de identificação dos termos trabalhados em relação às suas representações geométricas.
Referências: WAGNER, Eduardo. Uma introdução às construções geométricas. **Rio de Janeiro**, 2009.			

APÊNDICE H

PLANO DE ATIVIDADE DOCENTE - 2024

<table>
<tr><td colspan="3">Escola:</td><td>Componente: MATEMÁTICA</td></tr>
<tr><td>Ano/Série: 1ª</td><td>Turmas: A</td><td>Turno: TARDE</td><td>Caráter: 3º encontro</td></tr>
<tr><td colspan="3">Professor (a): VANKYS FERREIRA REIS</td><td>Data: 07 DE MARÇO DE 2024</td></tr>
<tr><td colspan="4">Campo de atuação/Categoria: GEOMETRIA PLANA – PESQUISA DE CAMPO</td></tr>
</table>

DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES ESPECÍFICAS	OBJETOS DO CONHECIMENTO	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E RECURSOS	PROCEDIMENTOS AVALIATIVOS
EM13MAT105	Geometria Plana: • Construção da altura e do ortocentro; • Construção da mediatriz e obtenção do circuncentro.	Construção das figuras planas sugeridas nos objetos de conhecimento com a utilização de régua não graduada e compasso, o professor deverá indicar os passos procedimentais e fazer as construções, caso haja dificuldades; Régua não graduada, compasso, papel A4 branco, lápis, borracha, pinceis para quadro branco;	Participação ativa discente; Atividade de identificação dos termos trabalhados em relação às suas representações geométricas.
Referências: WAGNER, Eduardo. Uma introdução às construções geométricas. **Rio de Janeiro**, 2009.			

ANEXO A

Conteúdo da Aula

1 – CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

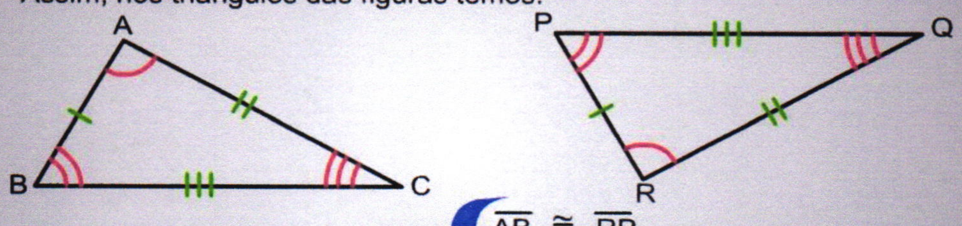
2 – PONTOS NOTÁVEIS DE UM TRIÂNGULO

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

Definição

Dois triângulos são congruentes quando é possível estabelecer uma correspondência entre seus vértices, de modo que os lados e os ângulos correspondentes sejam, respectivamente, congruentes.

Assim, nos triângulos das figuras temos:



$$\Delta ABC \cong \Delta RPQ \iff \begin{cases} \overline{AB} \cong \overline{RP} \\ \overline{BC} \cong \overline{PQ} \\ \overline{AC} \cong \overline{RQ} \\ \hat{A} \cong \hat{R} \\ \hat{B} \cong \hat{P} \\ \hat{C} \cong \hat{Q} \end{cases}$$

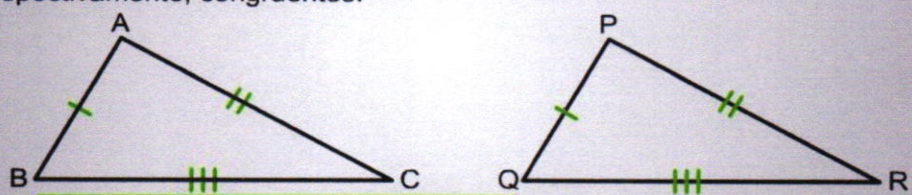
CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

Critérios de congruência

Os critérios de congruência nos permitem concluir que dois triângulos são congruentes, a partir da congruência de três elementos convenientes.

1º Critério: LLL

Dois triângulos são congruentes quando possuem os três lados, respectivamente, congruentes.

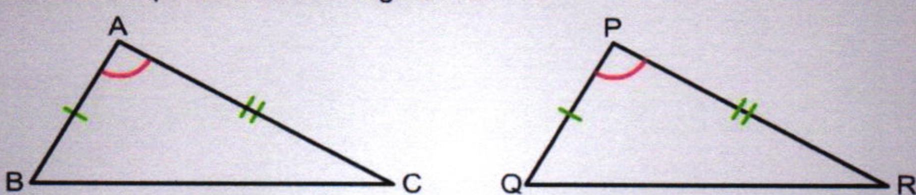


$$\left.\begin{array}{l}\overline{AB} \cong \overline{PQ}\\ \overline{AC} \cong \overline{PR}\\ \overline{BC} \cong \overline{QR}\end{array}\right\} \Longrightarrow \Delta ABC \cong \Delta PQR$$

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

2º Critério: LAL

Dois triângulos são congruentes quando possuem dois lados e o ângulo entre eles respectivamente congruentes.

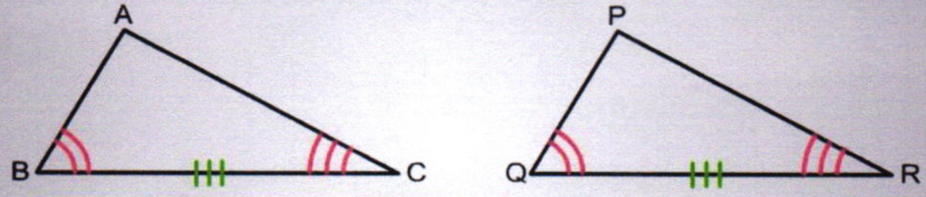


$$\left.\begin{array}{l}\overline{AB} \cong \overline{PQ}\\ \overline{AC} \cong \overline{PR}\\ \hat{A} \cong \hat{P}\end{array}\right\} \Longrightarrow \Delta ABC \cong \Delta PQR$$

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

3º Critério: ALA

Dois triângulos são congruentes quando possuem dois ângulos e o lado entre eles, respectivamente, congruentes.

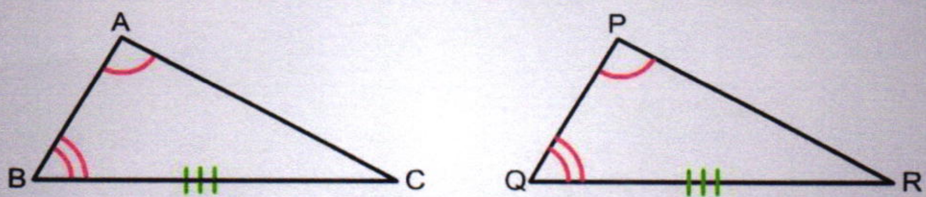


$$\left.\begin{array}{r} \hat{B} \cong \hat{Q} \\ \hat{C} \cong \hat{R} \\ \overline{BC} \cong \overline{QR} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta PQR$$

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

4º Critério: LAAo

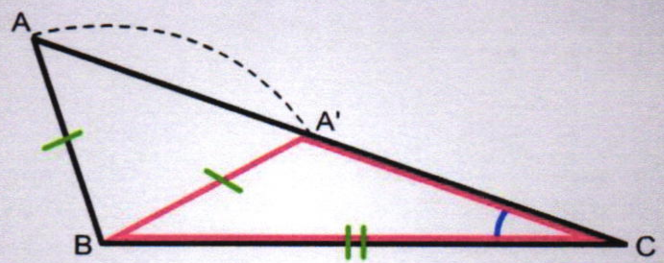
Dois triângulos são congruentes quando possuem um lado, um ângulo e o ângulo oposto a esse lado respectivamente congruentes.



$$\left.\begin{array}{r} \overline{BC} \cong \overline{QR} \\ \hat{B} \cong \hat{Q} \\ \hat{A} \cong \hat{P} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta PQR$$

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

É importante saber que LLA não garante congruência.



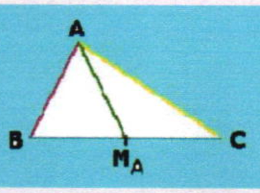
Observe que os triângulos ABC e A'BC não são congruentes,

mesmo com $\begin{cases} \overline{BC} \text{ (lado comum)} \\ \hat{C} \text{ (ângulo comum)} \\ \overline{AB} \cong \overline{A'B} \text{ (raio do arco desenhado)} \end{cases}$, pois AC ≠ A'C.

Mediana , Altura , Bissetriz e Mediatriz de um Triângulo

Mediana

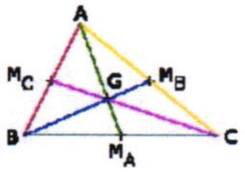
Definição: **Denomina-se mediana de um triângulo o segmento que liga um vértice ao ponto médio do lado oposto a este vértice.**



$\overline{AM}_A$ é mediana do triângulo relativa ao vértice A .

Obviamente o triângulo possui 3 medianas, uma para cada vértice. O encontro das 3 medianas ocorre em um ponto denominado Baricentro.

Baricentro de um triângulo é o ponto de intersecção das suas medianas



$\overline{AM}_A \cap \overline{BM}_B \cap \overline{CM}_C = \{G\}$

G é o Baricentro do Δ ABC. $\overline{AM}_A$, $\overline{BM}_B$, $\overline{CM}_C$ são as medianas do Δ ABC.

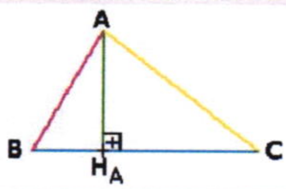
O Baricentro é conhecido como centro de massa ou centro de gravidade, por este motivo adota-se a letra G para representá-lo.

O ponto G divide as medianas em dois segmentos tais que a parte que contém o vértice é igual ao dobro da outra.

Portanto temos: AG = 2 . GMA , BG = 2 . GMB e CG = 2 . GMC

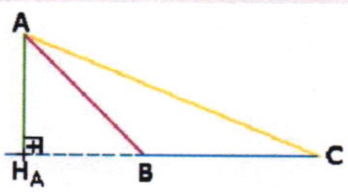
Altura

Definição: Denomina-se altura de um triângulo o segmento de reta que é perpendicular a um lado e contém o vértice oposto a este lado.



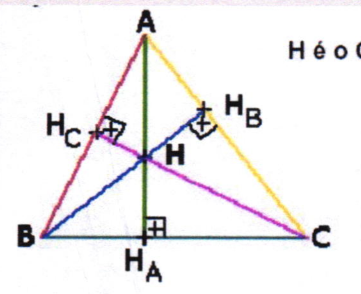
$\overline{AH}_A$ é a altura do triângulo relativa ao vértice A .

Note que a altura pode ser externa ao triângulo, como na figura abaixo:



O ponto H_A é externo.

Define-se Ortocentro de um triângulo como sendo a intersecção das retas que contém as Alturas deste triângulo.



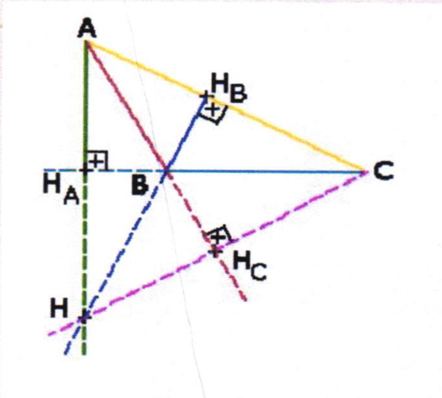
H é o Ortocentro do Δ ABC.

$\overline{AH_A}$, $\overline{AH_B}$ e $\overline{AH_C}$ são as alturas do Δ ABC .

$\overleftrightarrow{AH_A}$, $\overleftrightarrow{AH_B}$ e $\overleftrightarrow{AH_C}$ são as retas que contém as alturas .

$\overleftrightarrow{AH_A} \cap \overleftrightarrow{AH_B} \cap \overleftrightarrow{AH_C} = \{H\}$

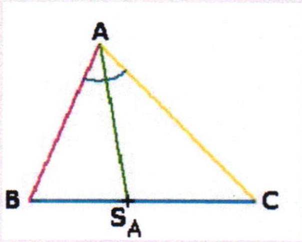
Note que o ponto H (ortocentro) pode ser externo ao triângulo, conforme a figura abaixo:



Como você pode ver o ponto H pertence às retas que contém os segmentos das alturas, H não é o ponto de encontro das alturas e sim das retas que contém as alturas.

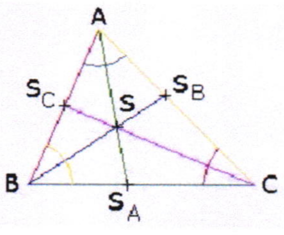
BISSETRIZ:

Definição: Denomina-se bissetriz do ângulo interno de um triângulo o segmento de reta que divide o ângulo interno em duas metades iguais.



Note que a bissetriz de um ângulo é uma semi-reta e a bissetriz de um triângulo é um segmento, note ainda que o triângulo possui três bissetrizes internas, uma para cada vértice.

INCENTRO é o ponto de intersecção das bissetrizes internas de um triângulo.



ıcentro do Δ ABC.

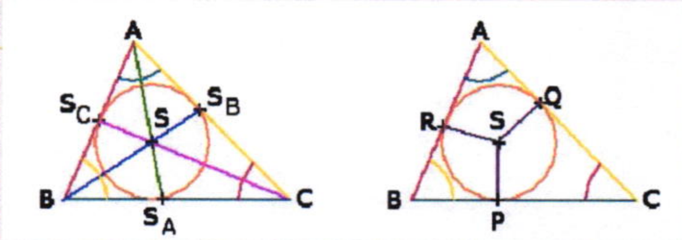
$\overline{BS_B}$, $\overline{CS_C}$ são as

do Δ ABC.

$\overline{AS_A} \cap \overline{BS_B} \cap \overline{CS_C} = \{ S \}$

Propriedades:

1) O Incentro é o centro da circunferência inscrita no triângulo.



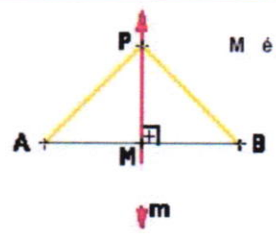
S é o centro da circunferência inscrita no triângulo , ou seja , a circunferência tangência os lados do triângulo nos pontos P , Q e R . Então: SP = SQ = SR

2) As distâncias dos vértices aos pontos de tangência dos lados pertencentes a este vértice são congruentes.

$$\begin{cases} AR = AQ \\ BR = BP \\ CP = CQ \end{cases}$$

Mediatriz:

Definição: Denomina-se **mediatriz** de um segmento de reta, a reta perpendicular ao segmento que passa pelo seu ponto médio.



M é o ponto médio de $\overline{AB}$.

m é perpendicular a $\overline{AB}$.

m é a mediatriz de $\overline{AB}$.

Propriedade: Se $P \in m$, então $\overline{PA} \equiv \overline{PB}$

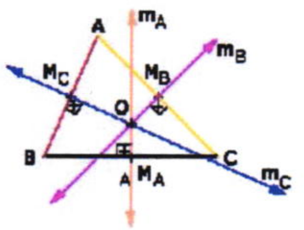
Prova: $\forall P, \; P \in m \Rightarrow \overline{PA} \equiv \overline{PB}$

$$\begin{cases} \overline{MA} \equiv \overline{MB} \text{ pois M é o ponto médio de AB} \\ A\hat{M}P \equiv B\hat{M}P \text{ ângulo reto pois m é perpendicular a } \overline{AB} \\ \overline{MP} \text{ é comum} \end{cases}$$

Por **LAL** $\Delta PMA \equiv \Delta PMB \Rightarrow \overline{PA} \equiv \overline{PB}$ c.q.d.

Obs: Em um triângulo existem 3 mediatrizes, uma para cada lado.

Circuncentro de um triângulo é o ponto de intersecção das mediatrizes dos seus lados.



O é o circuncentro do ΔABC.

m_A , m_B e m_C são as mediatrizes do ΔABC.

$m_A \cap m_B \cap m_C = \{O\}$

Propriedades:

1) O circuncentro é o centro da circunferência circunscrita a um triângulo.

Demonstração:

Se $\{O\} = m_A \cap m_B \cap m_C$ por definição então:

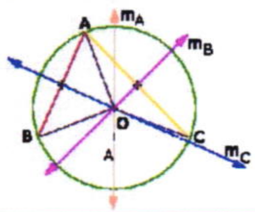
$O \in m_A \Rightarrow \overline{OB} \equiv \overline{OC}$

$O \in m_B \Rightarrow \overline{OA} \equiv \overline{OC}$

$O \in m_C \Rightarrow \overline{OA} \equiv \overline{OB}$

$\Rightarrow \overline{OA} \equiv \overline{OB} \equiv \overline{OC} \Rightarrow R = OA = OB = OC$

Portanto uma circunferência de centro O e raio R passa por A , B e C e circunscreve o ΔABC.



O é o centro da circunferência que contém A, B e C e $OA = OB = OC$.

2) O circuncentro pode ser externo ao triângulo e isto ocorre quando este é obtusângulo.

Casos especiais

1) Em um triângulo equilátero as medianas alturas , mediatrizes e bissetrizes são coincidentes, o que implica que o baricentro, ortocentro, circuncentro e incentro também coincidem.

2) Em um **triângulo isósceles** , o **baricentro** , **ortocentro** , **circuncentro** e **incentro** estão alinhados.