



Universidade Estadual do Piauí
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação–PROP
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional



O USO DO GEOGEBRA COMO PROPOSTA DE INTERVENÇÃO NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

Francisco Miranda Barros

Teresina
2024

Francisco Miranda Barros

**O USO DO GEOGEBRA COMO PROPOSTA DE
INTERVENÇÃO NO ENSINO E APRENDIZAGEM
DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual do Piauí, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática. Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico

Prof. Dr. Pedro Antônio Soares Júnior.

Teresina

2024

B277u Barros, Francisco Miranda.

O uso do Geogebra como proposta de intervenção no ensino e aprendizagem da trigonometria no ensino médio / Francisco Miranda Barros. - 2024.

49 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Piauí – UESPI, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, *Campus* Poeta Torquato Neto, Teresina - PI, 2024.

“Área de Concentração: Ensino Básico.”

“Orientador: Prof. Dr. Pedro Antônio Soares Júnior.”

1. Matemática – Ensino. 2. Geogebra. 3. Trigonometria. I. Título.

CDD: 510.07

FRANCISCO MIRANDA BARROS

O USO DO GEOGEBRA COMO PROPOSTA DE INTERVENÇÃO NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UESPI como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Ensino de Matemática

Orientador: Prof. Dr. Pedro Antônio Soares Júnior

Data de aprovação: 08 de junho de 2024.

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 PEDRO ANTONIO SOARES JUNIOR
Data: 13/06/2024 07:51:54-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Pedro Antônio Soares Júnior – Orientador
Universidade Estadual do Piauí – UESPI

Documento assinado digitalmente
 NATA FIRMINO SANTANA ROCHA
Data: 13/06/2024 08:20:17-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Natã Firmino Santana Rocha – Examinador Interno
Universidade Estadual do Piauí – UESPI

Documento assinado digitalmente
 CARLOS HUMBERTO SOARES JUNIOR
Data: 13/06/2024 19:45:38-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Carlos Humberto Soares Júnior – Examinador Externo
Universidade Federal do Piauí – UFPI

|

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial deste trabalho sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

*O nosso verdadeiro lugar de nascimento é aquele em que lançamos pela primeira vez
um olhar de inteligência sobre nós próprios.*

Marguerite Yourcenar

DEDICATÓRIA

À minha esposa Tereza Martins de Lima, pelo incentivo e apoio a mim dedicados;

Aos meus filhos Miranda Júnior e Pedro Neto, que são minha principal motivação.

AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida e pela oportunidade de ter me ajudado durante toda esta longa jornada de crescimento pessoal e profissional.

Aos meus familiares, em especial à minha esposa e aos meus filhos, que me apoiaram durante toda essa caminhada.

Ao Prof. Dr. Natã Firmino Santana Rocha, coordenador do PROFMAT, por ter tornado esta conclusão de curso possível.

Ao Prof. Dr. Pedro Antônio Soares Júnior, pelas orientações, ideias, sugestões e reprimendas.

Aos demais professores do PROFMAT pelo muito que me ensinaram.

Aos meus colegas de turma, Afonso, Vanilson, Delon, José Carlos, Ney, Açucena, Viana, Eugenio, Hisley, Gustavo, Lício, Lucas e, em especial, aos meus amigos Paulo Robson, Erasmo e Edvaldo, que levo como irmãos que a vida e o mestrado me presentearam. Vocês foram muito importantes nessa caminhada e nossa turma mostrou o verdadeiro significado da palavra empatia sem os quais não teria forças suficientes para concluir.

À Escola Dario Catunda, representada por seu diretor Cláudio Régis e aos alunos por abrirem as portas da escola para a realização da minha pesquisa.

Aos meus colegas de trabalho pela compreensão e aos meus alunos que me desafiam todos os dias em sala de aula.

Muito obrigado!

RESUMO

O presente trabalho tem o objetivo de propor uma sequência didática com algumas estratégias, a fim de que o professor de Matemática do 2º ano do Ensino Médio possa utilizá-las, para estruturar uma sequência didática com potencialidades de serem solucionadas e estudadas por alunos com dificuldades nesta disciplina. Foi desenvolvido por meio de uma pesquisa de abordagem qualitativa e quantitativa realizada com alunos de duas turmas do 2º ano do Ensino Médio, na cidade de Ipueiras, no Estado do Ceará. Foi utilizado o software Geogebra, para uma aula lúdica e interativa, onde se usa a tecnologia em favor dos alunos. Ademais, os exercícios matemáticos e a resolução de problemas como metodologia de ensino têm um espaço significativo no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Assim, foi utilizada a pesquisa por meio de referencial teórico de autores ligados à área da matemática dos processos de aprendizagem, através de um estudo de caso, como também foi realizado um levantamento das principais características que geravam indiferença dos alunos em relação às atividades propostas e com base nestes resultados, algumas intervenções foram feitas de modo a aperfeiçoar a sequência didática apresentada neste trabalho. Obteve-se, uma mudança relevante da atitude dos alunos diante da nova sequência didática proposta, com coleta de dados por meio de questionários, no formato de google forms. Portanto, com o método tecnológico do Geogebra, sendo efetivada a pesquisa, foi percebido como a mesma corrobora conjunto com a importância do meio tecnológico e de novas metodologias, para um melhor processo de ensino/aprendizagem da matemática.

Palavras - chave: Alunos; Ensino; Geogebra; Matemática; Trigonometria.

ABSTRACT

The present work aims to propose a didactic sequence with some strategies so that the Mathematics teacher in the 2nd year of high school can use them, to structure a didactic sequence with the potential to be solved and studied by students with difficulties in this subject. . It was developed through qualitative and quantitative research carried out with students from two 2nd year high school classes in the city of Ipueriras, in the State of Ceará. The Geogebra software was used, for a very playful and interactive class, where technology is used to benefit the students. Furthermore, mathematical exercises and problem solving as a teaching methodology have a significant space in the process of teaching and learning mathematics. Thus, research was used using theoretical references from authors linked to the area of mathematics of learning processes, through a case study, as well as a survey of the main characteristics that generated students' indifference in relation to the proposed activities and Based on these results, some interventions were made in order to improve the didactic sequence presented in this work. A relevant change in the students' attitude towards the new proposed teaching sequence was obtained, with data collection through questionnaires, in the format of Google Forms. Therefore, with the Geogebra technological method, the research was carried out, it was perceived that it corroborates the importance of the technological environment and new methodologies, for a better teaching/learning process of mathematics.

Keywords: Students; Teaching; Geogebra; Mathematics; Trigonometry.

Lista de Figuras

1	O SepT Egípcio	8
2	Frações sexagesimais babilônicas	10
3	Triângulo de Menelau	11
4	Quadrilátero inscrito	12
5	O triângulo retângulo	13
6	Semelhança entre triângulos	14
7	Quadrantes círculo trigonométrico	15
8	Quadrantes círculo trigonométrico	15
9	Gráficos das funções cosseno e seno	17
10	Gráficos das funções arco tangente e tangente	18
11	GeoGebra	20
12	Resposta 1	36
13	Resposta 2	37
14	Resposta 3	37
15	Resposta 4	38
16	Resposta 5	39
17	Resposta 6	39
18	Resposta 7	40
19	Resposta 8	40
20	Resposta 9	41
21	Resposta 10	41
22	Resposta 11	42
23	Resposta 12	42
24	Resposta 13	43

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Delimitação do tema	2
1.2	Problema de pesquisa	2
1.3	Objetivo geral	2
1.4	Objetivos específicos	2
1.5	Justificativa	2
2	A trigonometria e uso da tecnologia	4
2.1	O ensino da matemática aliado à tecnologia	4
2.2	A trigonometria	6
2.3	A trigonometria da antiguidade	7
2.4	A trigonometria na Grécia antiga	8
2.5	As razões trigonométricas	12
2.6	Ciclo trigonométrico	14
2.7	As funções trigonométricas	16
2.8	Geogebra utilizado para o entendimento trigonométrico	18
3	O lúdico como vertente da aprendizagem matemática	22
3.1	Contextualizando o lúdico na escola	22
3.2	O lúdico na utilização da Matemática	23
4	Metodologia	25
4.1	Caracterização da pesquisa	25
4.2	Caracterização da instituição de ensino	26
4.3	Público alvo da amostra da pesquisa	27
4.4	Procedimentos e ferramentas para a concretização dos dados	28
5	Sequência didática para o ensino das funções trigonométricas	30
6	Resultados e discussões	36
7	Considerações finais	44
	Referências	46
8	Apêndices	48

1 Introdução

O intuito desse trabalho foi propor uma didática com algumas estratégias, a fim de que o professor de Matemática do 2º ano do Ensino Médio possa utilizá-la para identificar uma didática com metodologias envoltas para alunos com dificuldades em matemática. Nele, a práxis é exposta em algumas reflexões sobre o ensino de matemática, como foco na trigonometria, no 2º ano do Ensino Médio na cidade de Ipueiras no Estado do Ceará, através da resolução de problemas, englobando alguns aspectos, que contemplaram atividades propostas para auxiliar no êxito dessa metodologia facilitadora.

Além disso, apresentando a importância da resolução de problemas, questões e propostas no processo de ensino-aprendizagem através do aplicativo Geogebra, um modelo prático fazendo com que os alunos sintam-se à vontade e possam experimentar o ensino da matemática com uma experiência moderna da tecnologia, mas com a tradição e a base dos fundamentos da matemática desde os seus primórdios, portanto, levando em consideração a parte lúdica, dinâmica e que aplique o socioemocional do discente.

Outrossim, é destacada na literatura da área de Educação Matemática e em documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, a) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998), (Lorenzato; Vila, 1993) e (Antunes, 1998), onde estes citam a resolução de problemas como tendência da Educação Matemática que tem contribuído para a discussão de novas perspectivas teóricas e metodológicas, além de desenvolver a capacidade de investigação, de argumentação, de compreensão e de levantamento de hipóteses.

Nessa perspectiva, para o Ensino da Matemática, esta pesquisa investigou o impacto de algumas objeções comuns entre os estudantes de duas turmas de 2º ano do Ensino Médio sobre os problemas propostos através do conteúdo de Trigonometria, a fim de aperfeiçoar a sequência didática utilizada no processo de ensino-aprendizagem por meio da resolução de problemas. Perante o exposto, apresentamos o tema, o problema, os objetivos e a justificativa desta pesquisa.

O estudo que se apresenta partiu da premissa, de que a compreensão da linguagem matemática colabora para o desenvolvimento da aprendizagem em matemática, ademais a metodologia escolhida utiliza a tecnologia para que melhore a leitura desses dados matemáticos pelos alunos. Nesse sentido, realizou-se uma pesquisa de abordagem qualitativa e quantitativa, a qual buscou, por meio do método interpretativo, analisar como os alunos compreendem a linguagem trigonométrica utilizada no Ensino Médio, com foco nos alunos que sentiam mais dificuldade com a Matemática. Logo, os instrumentos utilizados na análise serão a observação e a aula expositiva, resolução de problemas, análise dos problemas resolvidos dentro do aplicativo Geogebra, aplicação dos questionários pelo Google forms e análise de dados contabilizados em porcentagens em gráficos.

Para situar os leitores no capítulo “Resultados e discussões”, a pesquisa está cons-

truída a partir da interpretação das informações coletadas com os instrumentos utilizados na pesquisa. Bem como, os dados produzidos remetem-se à análise das informações coletadas na pesquisa. Logo, nessa etapa detalha-se com imagens, gráficos e discussões das principais perguntas e questionamentos do embasamento da pesquisa, para compreensão da temática das dificuldades de aprendizagem em trigonometria, por entender da importância do debate sobre esta temática para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

1.1 Delimitação do tema

O uso do Geogebra como proposta de intervenção no ensino e aprendizagem da trigonometria no Ensino Médio.

1.2 Problema de pesquisa

Quais as vantagens com o uso do Geogebra como proposta de intervenção no ensino e aprendizagem da trigonometria no Ensino Médio?

1.3 Objetivo geral

Analisar as vantagens com o uso do Geogebra como proposta de intervenção no ensino e aprendizagem da trigonometria no Ensino Médio.

1.4 Objetivos específicos

1. Identificar as dificuldades de aprendizagens em trigonometria comumente apresentadas por alunos do 2º ano do Ensino Médio, na área Matemática da trigonometria;
2. Verificar os impactos de uma metodologia que englobe os meios tecnológicos;
3. Propor no contexto de interpretação e resolução de problemas trigonométricos, atividades aos alunos do 2º ano do Ensino Médio que possibilitem superar dificuldades de aprendizagem, por meio do Geogebra e realização da pesquisa por meio do questionário;
4. Analisar os questionários e perceber a sintonia dos alunos com a atividade proposta.

1.5 Justificativa

A Matemática é uma área do conhecimento intrínseca a vida humana. Ela desempenha um papel decisivo e realmente obrigatório vivendo em sociedade, pois é através dela, que diversos problemas são decodificados. Ela está presente no mundo do trabalho

e funciona como instrumento essencial para a construção do conhecimento, portanto, é formadora do pensar e necessária para a idealização de premissas do desenvolvimento do pensar dos indivíduos na sociedade.

Entretanto, a sua presença necessita de domínio e de existência em questão do ensino, de exercícios, atividades e muita prática em questão da práxis, de modo que o agir na vivência dessa disciplina necessita de atenção, para a importância. Porém, ocorre a insatisfação e a frustração de alguns jovens aprendizes, em específico nessa pesquisa os estudantes do ensino, da rede de ensino público e integral da escola da cidade de Ipueiras-Ceará. Logo ao se deparar com as conjunturas de alguns alunos, foi pensado e colocado em prática o diálogo e a proposta da pesquisa, com o uso do software Geogebra, a fim de aplicar a dinamização da prática, para identificar os percalços dos alunos na área matemática.

Nesse viés, a interpretação da análise dos dados fomentou a necessidade de olhar para novas metodologias, as quais promovam a realização de um aprendizado lúdico, em ênfase a relação da Matemática ser presente em todos os ramos da vida humana, visto que, com os resultados foi analisado as principais dificuldades de cada aluno. E sendo esses mesmos alunos que utilizaram a pesquisa, os futuros alunos que participarão de provas que são essenciais para a solidificação de suas escolhas no futuro, entre elas podemos citar o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), concursos, vestibulares, graduações e conseqüente em suas vidas.

Bem como o preparo desses alunos para as avaliações do Saeb, Prova Brasil e das avaliações estaduais, ao longo dos anos, abrange também a necessidade de uma discussão sobre como trabalhar de forma mais efetiva sobre os cálculos nas séries iniciais, porque as defasagens averiguadas no Ensino Médio, comprovam falhas deixadas no Ensino Fundamental que deixou algum aspecto de fora ou por motivos de descaso com a importância da Matemática.

Em síntese, a coleta dos questionários e as discussões dos alunos que mais sofrem com o bloqueio matemático, em que convivem é eficaz, para entender, ouvir e buscar novas ferramentas para uma melhor vivência do aluno, com essa área tão essencial na vida dos seres humanos.

2 A trigonometria e uso da tecnologia

Durante essa seção, será abordada uma breve explanação sobre as escolhas e embasamentos para a projeção desse trabalho. Em princípio, inicia-se a apresentação reconhecendo o Ensino da Matemática com o uso da tecnologia, utilizando a mesma como ferramenta de uso para uma efetivação maior do ensino, aprimorando-se a uma nova geração que é imersa aos meios tecnológicos. Nesse sentido utilizando os seguintes autores: (Lorenzato; Vila, 1993), (Verçosa; Rocha, 2010), (Polya, 1945), (Brasil, 2011), entre outros, que serão apresentados e foram utilizados para a sustentação da presente pesquisa.

2.1 O ensino da matemática aliado à tecnologia

Definir uma incógnita matemática não é uma tarefa simples, pois diversas são as definições sobre este conceito. Segundo (Lorenzato; Vila, 1993), (Verçosa; Rocha, 2010), não temos respostas absolutas para explicar o que é um problema. De acordo com (Polya, 1945) o indivíduo está perante um problema quando se confronta com uma questão a que não pode dar resposta ou com uma situação que não sabe resolver usando os conhecimentos imediatamente disponíveis. Os questionamentos fazem parte dessa ciência e busca-se uma melhor interação entre ensino e aluno, dessa maneira, a utilização de uma nova vertente tecnológica é um caminho para aprimorar essa dinâmica.

O uso da tecnologia para o processo de aprendizado da matemática, é um fator que aliado ao objetivo de aprimorar as metodologias do professor auxilia na aproximação dos conhecimentos de mundo do aluno. Nessa perspectiva, entender o sistema sociocultural é determinante para a construção de uma práxis efetiva. Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais de Educação para o Ensino Médio:

Concretamente, o projeto político-pedagógico das unidades escolares que ofertam o Ensino Médio deve considerar: VIII – utilização de diferentes mídias como processo de dinamização dos ambientes de aprendizagem e construção de novos saberes. (Brasil, 2011)

A partir desse fragmento das Diretrizes Curriculares, é observável a urgência da utilização de meios tecnológicos, como novas vertentes metodológicas, ou seja elas estão disponíveis, com uma grande diversidade de opções, para ajudar o aluno e o professor no processo de aprendizagem. Para Moneno,

A didática da Matemática define os problemas como aquelas situações que criam um obstáculo a vencer, que promovem a busca dentro de tudo que se sabe para decidir em cada caso aquilo que é mais pertinente, forçando, assim, a utilização dos conhecimentos anteriores e mostrando-os ao mesmo tempo insuficientes e muito difíceis. Rejeitar os não pertinentes e empenhar-se na busca de novos modos de resolução é o que produz o progresso nos conhecimentos (Moreno, 2006, p.51)

Em suma, uma didática que projeta um espaço de conhecimento, o qual o aluno tem mecanismos de seu mundo moderno como a tecnologia, desenvolve um melhor raciocínio e experiência. Os problemas matemáticos estão presentes desde a tabuada até a descoberta da tangente e caracterizam a posição de uma didática acolhedora, pautada no desenvolvimento de novas técnicas e tendências para auxiliar o aluno.

Logo, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (Brasil, 1998, p.32) preconizam a resolução de problemas como um dos caminhos para se fazer matemática em sala de aula e define problema matemático como sendo uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto, é possível construí-la. Então, a partir dessa premissa, apenas expandir a matemática como problemas e resolução dos mesmos, não contempla a sua profundidade e prejudica o desenvolvimento do conhecimento do aprendiz.

Assim, é essencial que a fonte mediadora de uma educação autônoma na matemática parta do professor, principalmente, diante dos avanços de uma sociedade globalizada onde a ciência e a tecnologia caminham em grande velocidade, é fundamental preparar o aluno para aprender coisas novas incentivando a questionar e resolver problemas e desenvolver o raciocínio. Na atualidade a Matemática crítica defende a tendência pragmática orientada a problemas.

Na Matemática crítica é essencial que os problemas se relacionem com situações e conflitos sociais e fundamentais. É importante que os alunos possam reconhecer os problemas como os seus próprios problemas. Problemas não devem pertencer à realidade de faz de conta sem nenhuma significação exceto como ilustração da Matemática como ciência das situações hipotéticas (Sadovsky, 2007, p.24).

Nesse contexto é importante que o professor conheça as condições de autonomia em resolução e conhecimento das temáticas dos cálculos, pois, é por meio dessa progressão e construção das dificuldades dos alunos que será possível sanar essas prerrogativas e oferecer um melhor desenvolvimento dessa disciplina, sempre refutando a sua importância e o quanto ela está impregnada em todas as partes.

Para (Santaló, 1996, p.11),

A missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar-lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para o seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade.

Portanto, para que ocorra uma aprendizagem efetiva, o aluno precisa ser mediado pela importância da matemática e sempre se sentir questionado sobre o para quê de sua função, pois ele irá acreditar no seu potencial e apresentará maior interesse em adquirir conhecimentos. Encontrar e sanar as dificuldades do aluno é outro ponto crucial para a efetivação do ensino de qualidade.

Já segundo (Lupinacci; Botin, 2004), a Resolução de Problemas é um método a ser utilizado pelo professor, ao ensinar determinado conteúdo de matemática, que distancia a falta de interesse por parte dos alunos, uma vez que os desafiam através da exploração do problema.

A resolução de problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos. (Lupinacci; Botin, 2004, p.1)

Portanto, após as explicações das afirmativas de pensadores, a matemática exige um mediador que é o professor, os seus alunos e uma metodologia que englobe as dificuldades, não só mascare o seu discernimento nas resoluções de questões, mas que eles construam linhas de mecanismos com formas lúdicas e que facilite o seu aprendizado.

Para que o ensino da Matemática aconteça é necessário a quebra de vários paradigmas sobre o modelo de ensino, pois com a modernidade e as tecnologias, assim como, o movimento de ensino de modo geral a necessidade de todos os envolvidos no processo educacional, procurarem se reinventar, buscando sempre a melhoria na qualidade do ensino e aprendizagem, no caso em questão, na área da Matemática.

2.2 A trigonometria

A trigonometria, vocábulo de origem grega que significa trigōnon (triângulo) e metron (medida), é o ramo da matemática interdisciplinar que nasceu a partir das necessidades práticas de efetuar medições. Iniciou-se com medições indiretas de objetos distantes, como morros, pirâmides ou pontes e posteriormente extrapolou-se o alcance, possibilitando a determinação das posições relativas de estrelas, que foi essencial para guiar embarcações nas navegações, além de melhorar a precisão dos calendários e as estações do ano. Nos dias de hoje, a trigonometria continua sendo fundamental para o progresso da Astronomia, Engenharia, Medicina, Agricultura, Física, entre outras ((Dante, 2013)).

O processo de aprendizagem em trigonometria se constitui um desafio pedagógico, pois os alunos possuem resultados insatisfatórios e tendem a ter aversão pelo conteúdo, o que configura a origem do bloqueio desses alunos, tornando um obstáculo para assimilar novos saberes por meio do trabalho desenvolvido pelo docente ((Vazquez, 2010)).

Segundo (Frota, 2010), para que o aluno possua êxito no aprendizado de saberes trigonométricos é necessário que ele consiga correlacionar seus conhecimentos prévios e os novos conhecimentos de forma gradual e sistêmica, assim ele terá que transitar desde conhecimentos básicos de semelhança de triângulo, definição de pi, Teorema de Pitágoras, as razões trigonométricas de um ângulo agudo até suas interpretações sobre o ciclo trigonométrico. Compreendendo que o conhecimento dos conteúdos de trigonometria deve ser

trabalhado de forma integrada, assim noções básicas aprendidas no Ensino Fundamental são revisadas e ampliadas no Ensino Médio, utilizando novas formas de abordagens e representação.

Com o desejo de contornar essa realidade, pesquisadores buscam solucionar, por meio de novas metodologias e recursos didático-pedagógicos, os problemas no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de Trigonometria, destacando-se: História da matemática, jogos, recursos tecnológicos como softwares, apps, práticas desenvolvidas em sala de aula.

2.3 A trigonometria da antiguidade

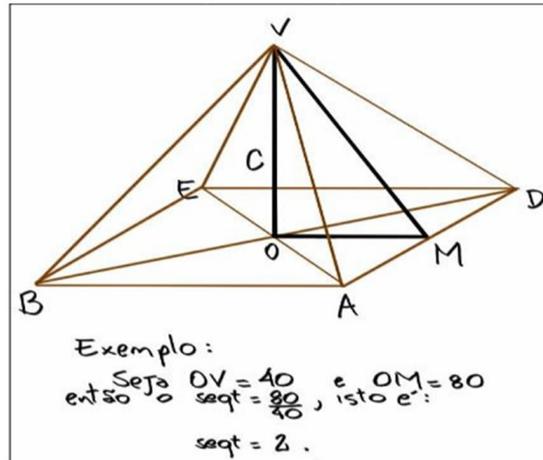
Neste capítulo será abordada a história da Trigonometria no mundo antigo, dando relevância aos principais povos e matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento desse ramo da Matemática. Também me deterei nas contribuições da Trigonometria para as Grandes Navegações, abordando alguns dos principais instrumentos utilizados pelos navegadores no passado.

Para começar a tentar traçar uma história para a Trigonometria é preciso discutir quais os significados que se pode dar ao termo Trigonometria.

Se o tomarmos como a ciência analítica estudada atualmente, teremos a origem no século XVII, após o desenvolvimento do simbolismo algébrico. Mas, se o considerarmos para significar a geometria acoplada à Astronomia, as origens remontarão aos trabalhos de Hiparco, no século II a.C., embora existam traços anteriores de seu uso. Se o considerarmos, ainda, para significar literalmente medidas do triângulo, a origem será no segundo ou terceiro milênio antes de Cristo.(Costa, 2003, p.111)

A origem da trigonometria é incerta, mas provavelmente surgiu no Egito, a partir da necessidade de se medir alturas e distâncias inacessíveis vinculados a Astronomia, a Agrimensura e a Navegação. No Egito, os indícios podem ser observados no Papiro de Ahmes, conhecido como Papiro de Rhind, que é o mais extenso documento egípcio em matemática que chegou aos nossos dias, possuindo 84 problemas matemáticos. Um desses problemas menciona a seqt (o que seria a nossa cotangente nos dias atuais) que nada mais é que razão entre o afastamento horizontal da base (segmento OM) e a elevação vertical de uma pirâmide (medida OV) ((Costa, 2003)), conforme ilustrado na figura 1.

Figura 1: O SepT Egípcio



Fonte: Blum (2022)

2.4 A trigonometria na Grécia antiga

Segundo (Roque; Carvalho, 2012), a trigonometria foi desenvolvida pelos matemáticos gregos, mas recebeu importantes contribuições de outras culturas ao longo do tempo. A trigonometria foi inicialmente desenvolvida para atender às necessidades da astronomia, para prever os movimentos dos corpos celestes e calcular o tempo. Além disso, a trigonometria também foi utilizada na navegação e na geografia para medir distâncias e ângulos em mapas e na superfície da Terra. No entanto, para estudar triângulos esféricos, que são triângulos sobre a superfície de uma esfera, foi necessário desenvolver partes da trigonometria plana, que é o estudo dos triângulos em uma superfície plana.

Essa descrição do modelo grego para descrever os movimentos celestes baseava-se no conceito de esferas concêntricas. A Terra era considerada uma esfera fixa, enquanto os corpos celestes estavam localizados em uma esfera maior, com um diâmetro muito maior. As estrelas fixas eram vistas como estando incrustadas na superfície interna da esfera celeste e pareciam se mover devido ao giro dessa esfera. Essa visão foi desenvolvida desde a época de Platão e foi uma das técnicas utilizadas pelos antigos gregos para medir a posição dos astros. Essas técnicas desenvolvidas no mundo grego incluíam observações astronômicas, estudos matemáticos e a criação de instrumentos como astrolábios e relógios de sol. Essas técnicas permitiam aos gregos medir a posição dos astros, como estrelas e planetas, e estudar seus movimentos no céu.

O modelo grego, que tinha como base as esferas concêntricas, era uma forma de explicar os movimentos celestes de uma maneira simples e intuitiva. Acreditava-se que a Terra estava no centro do universo e que todos os astros giravam ao seu redor. A esfera celeste, por sua vez, era responsável por carregar os corpos celestes e as estrelas fixas. As estrelas fixas eram vistas como pontos fixos na esfera celeste e pareciam se mover devido

ao giro dessa esfera. Essas observações foram fundamentais para o desenvolvimento da astronomia grega e para a compreensão dos ciclos celestes. No entanto, com o avanço da astronomia e a descoberta de novos fenômenos astronômicos, como as fases da Lua e o movimento dos planetas, esse modelo grego foi sendo substituído por modelos mais precisos.

Os gregos acreditavam que todos os corpos celestes, incluindo o Sol, a Lua e os planetas, se moviam de forma uniforme sobre a superfície de uma esfera. Para calcular as posições desses corpos celestes, era necessário utilizar a trigonometria esférica, que lida com triângulos esféricos. No entanto, para resolver problemas de trigonometria esférica, era necessário ter conhecimentos prévios de trigonometria plana. Os problemas que mais interessavam aos gregos eram aqueles relacionados à resolução de triângulos, ou seja, dado alguns elementos de um triângulo, como os lados e ângulos, calcular os outros elementos.

O estudo dos triângulos esféricos na Matemática grega vinha sendo feito antes de Euclides. Euclides, em um de seus trabalhos, os fenômenos, também estudou a geometria esférica. Posteriormente, por volta de 20 a.C., Teodósio compilou o conhecimento dos gregos sobre o assunto em seu livro Sobre a Esfera. Portanto, Aristarco de Samos concluiu que a distância da Terra ao Sol é maior do que 18 vezes e menor do que 20 vezes a distância da Terra à Lua. Além disso, ele observou que os diâmetros do Sol e da Lua têm a mesma proporção que suas distâncias em relação à Terra. A razão do diâmetro do sol para o diâmetro da terra é maior que $\frac{19}{3}$ e menor que $\frac{43}{6}$.

Não podemos atribuir os erros cometidos por Aristarco aos dados experimentais que ele utilizou, pois não foi mencionado na pergunta. Portanto, não podemos afirmar que seus raciocínios dedutivos estavam corretos. Sobre a fundação da trigonometria, Hiparco de Niceia é geralmente considerado o fundador. No entanto, sabemos muito pouco sobre sua vida, assim como muitos outros matemáticos gregos, incluindo Euclides. Nossa compreensão de Hiparco é principalmente devido aos relatos de Ptolomeu, que citou vários resultados de Hiparco sobre trigonometria e astronomia, e fragmentos de descrições de seus trabalhos em obras de outros autores gregos.

Hiparco foi um astrônomo grego que viveu no século II a.C. Ele é conhecido por suas importantes contribuições para a astronomia. Uma de suas principais realizações foi a determinação precisa do nascer e do ocaso de várias estrelas, utilizando uma tabela de cordas que ele mesmo calculou. Essas tabelas foram desenvolvidas especificamente para uso na astronomia e permitiram a Hiparco realizar medições mais precisas dos movimentos das estrelas.

A contribuição de Hiparco em astronomia foi importante, pois ele organizou os dados empíricos babilônicos, criou um catálogo de estrelas e descobriu a precessão dos equinócios. No entanto, para construir sua tabela de cordas, ele precisava de medidas de inclinações ou ângulos. Antes dos Elementos de Euclides, os ângulos eram medidos por múltiplos ou submúltiplos do ângulo reto.

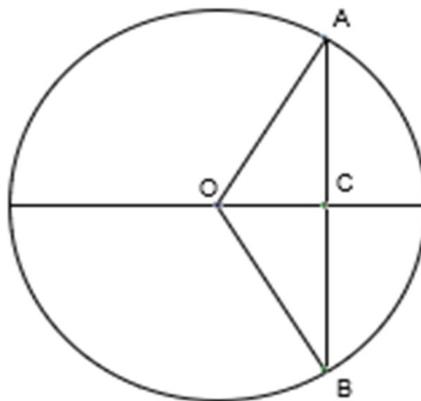
Posteriormente, os astrônomos gregos adotaram o sistema sexagesimal dos babilônicos, em que a circunferência era dividida em 360 partes, cada uma correspondendo a um grau, com subdivisões em minutos e segundos, baseadas no sistema de base sessenta utilizado pelos babilônicos.

A tabela de Hiparco foi mencionada indiretamente em fontes como o Almagesto de Ptolomeu. É provável que a divisão do círculo em 360 tenha se originado com a tabela de cordas de Hiparco. Hiparco provavelmente seguiu a ideia do matemático grego Hipsiclo, que por sua vez havia dividido o dia em 360 partes, possivelmente inspirado na astronomia babilônica. Os matemáticos gregos não usavam o seno de um ângulo, mas trabalhavam com a corda do arco duplo. Dado o ângulo $\alpha = \widehat{AOC}$, o dobro de α é o ângulo \widehat{AOB} , que subtende o arco AB, e a corda do arco duplo AB será o segmento AB.

$$\text{sen}\alpha = \frac{AC}{OA} = \frac{\text{corda}AB}{2OA} = \frac{1}{120}\text{corda}AB$$

Os matemáticos gregos utilizavam as frações sexagesimais babilônicas em seus cálculos devido à facilidade que essas frações introduziam. As frações sexagesimais são baseadas no número 60, o que era conveniente para os gregos, pois eles utilizavam um sistema de numeração sexagesimal. Portanto, o raio de comprimento 60 era utilizado devido à relação com as frações sexagesimais, que facilitavam os cálculos matemáticos dos gregos. Conforme figura 2.

Figura 2: Frações sexagesimais babilônicas



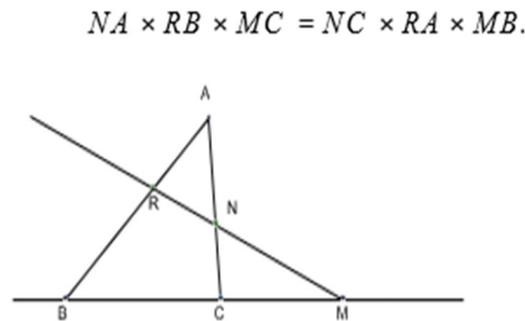
Fonte: (Lima et al., 1997)

O teorema de Menelau afirma que em um triângulo qualquer, se três pontos são colineares, então a multiplicação das razões entre as distâncias desses pontos em relação aos lados do triângulo é igual a 1. Esse teorema é utilizado para resolver problemas envolvendo divisão de segmentos em geometria plana.

Na trigonometria esférica apresentada por Menelau, ele utilizou esse teorema para demonstrar diversos resultados sobre triângulos esféricos. Esses resultados incluem rela-

ções entre ângulos, lados e áreas de triângulos esféricos. Portanto, Menelau contribuiu para o desenvolvimento da trigonometria esférica ao utilizar o teorema de Menelau da geometria plana em suas demonstrações sobre triângulos esféricos. Se o triângulo ABC é cortado por uma secante que intersecta seus três lados como mostrado na Figura abaixo então:

Figura 3: Triângulo de Menelau

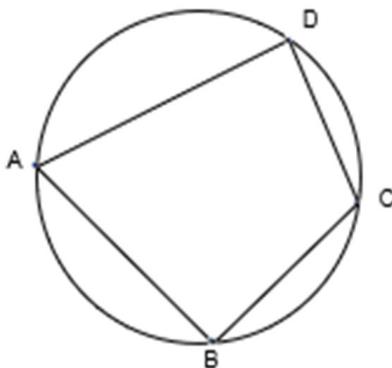


Fonte: (Lima et al., 1997)

Menelau, contemporâneo de Ptolomeu, utilizou o teorema mencionado para provar resultados correspondentes para triângulos esféricos. Ele parece ter escrito o primeiro tratado especificamente sobre trigonometria esférica. Ptolomeu, por sua vez, foi um matemático grego que atingiu o auge da trigonometria grega. Seu principal trabalho, o *Almagesto*, descreve matematicamente o funcionamento do sistema solar, considerando a Terra como o centro. Ptolomeu desenvolveu a trigonometria nos capítulos 10 e 11 do primeiro livro de sua obra, incluindo uma tabela de cordas (senos). Para a construção desta tabela, a partir do fato de que em um quadrilátero inscritível $ABCD$ (Veja a Figura abaixo) vale a relação

$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$$

Figura 4: Quadrilátero inscrito



Fonte: (Lima et al., 1997)

Ptolomeu deduziu que a expressão para se encontrar o produto n a b , utilizando a notação moderna e as funções seno e cosseno, é dada por: $\text{sen}(a + b)$ e $\text{sen}(a - b)$. Além disso, ele demonstrou que $\text{sen}(A)^2 + \text{cos}(A)^2 = 1$, onde A é um ângulo agudo.

2.5 As razões trigonométricas

Segundo (Lima, 1995), a Trigonometria teve seu início na antiguidade remota, quando se acreditava que os planetas descreviam órbitas circulares em redor da Terra, surgindo daí o interesse em relacionar o comprimento da corda de uma circunferência com o ângulo central por ela subtendido. Se c é o comprimento da corda, a é o ângulo e r o raio da circunferência então $c = 2r\text{sen}(\frac{a}{2})$.

Esta é a origem da palavra seno, que provém de uma tradução equivocada do árabe para o latim, quando se confundiu o termo *jiba* (corda) com *jaib* (dobra, cavidade, sinus em latim). O objeto inicial da Trigonometria era o tradicional problema da resolução de triângulos, que consiste em determinar os seis elementos dessa figura (três lados e três ângulos) quando se conhecem três deles, sendo pelo menos um deles um lado.

Posteriormente, com a criação do Cálculo Infinitesimal, e do seu prolongamento que é a Análise Matemática, surgiu a necessidade de atribuir às noções de seno, cosseno e suas associadas tangente, cotangente, secante e cossecante, o status de função real de uma variável real. Assim, por exemplo, ao lado de $\text{cos}A$, o cosseno do ângulo A , tem-se também $\text{cos}x$, o cosseno do número real x , isto é, a função $\text{cos}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Analogamente, têm-se as funções sen , tg , cotg , sec e cossec , completando as funções trigonométricas.

Uma propriedade fundamental das funções trigonométricas é que elas são periódicas. Por isso são especialmente adaptadas para descrever os fenômenos de natureza periódica, oscilatória ou vibratória, os quais abundam no universo: movimento de planetas, som, corrente elétrica alternada, circulação do sangue, batimentos cardíacos, etc. A

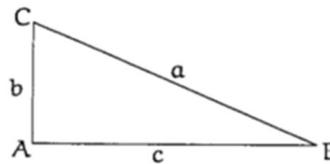
importância das funções trigonométricas foi grandemente reforçada com a descoberta de Joseph Fourier, em 1822, de que toda função periódica (com ligeiras e naturais restrições) é uma soma (finita ou infinita) de funções do tipo $a \cos nx + b \sin nx$.

Para que se tenha uma ideia da relevância deste fato, que deu origem à chamada Análise de Fourier, basta dizer que, segundo o banco de dados da revista *Mathematical Reviews*, o nome mais citado nos títulos de trabalhos matemáticos nos últimos 50 anos é o de Fourier. Como se sabe desde o ensino fundamental, num triângulo retângulo de hipotenusa a e ângulos agudos B, C , opostos respectivamente aos catetos b e c , têm-se as definições:

$$\cos B = \frac{c}{a} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}, \quad \sin B = \frac{b}{a} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

e analogamente, $\cos C = \frac{b}{a}$, $\sin C = \frac{c}{a}$.

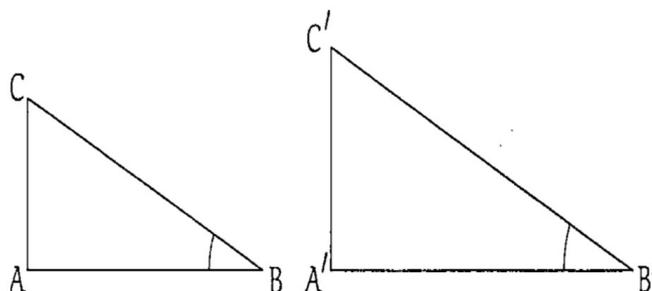
Figura 5: O triângulo retângulo



Fonte: (Lima et al., 1997)

Estas relações definem o seno e o cosseno de um ângulo agudo qualquer pois todo ângulo agudo é um dos ângulos de um triângulo retângulo. É fundamental observar que $\cos B$ e $\sin B$ dependem apenas do ângulo B mas não do tamanho do triângulo retângulo do qual B é um dos ângulos agudos. Com efeito, dois quaisquer triângulos retângulos que tenham um ângulo agudo igual a B são semelhantes.

Figura 6: Semelhança entre triângulos



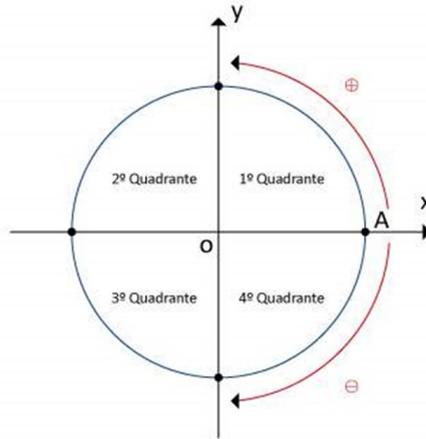
Fonte: (Lima et al., 1997)

Se esses triângulos são ABC e $A'B'C'$, com $B' = B$. então a semelhança nos dá e $a'/b' = a/b$, $c'/a' = c/a$ logo, $\text{sen}B' = \text{sen}B$ e $\text{cos}B' = \text{cos}B$. Portanto o seno e o cosseno pertencem ao ângulo, e não ao eventual triângulo que o contém. Assim, a semelhança de triângulos é a base de sustentação da Trigonometria.

2.6 Ciclo trigonométrico

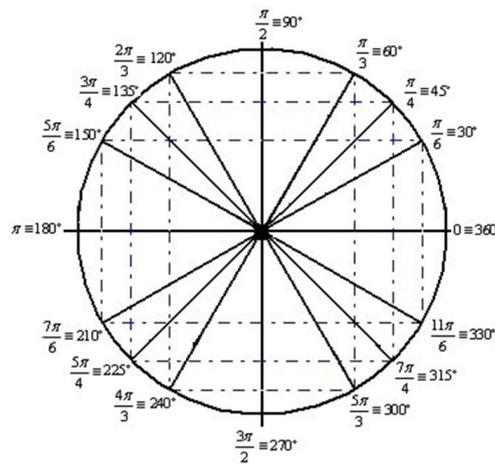
Para (Brasil, 2024), o círculo trigonométrico, também chamado de ciclo ou circunferência trigonométrica, é um elemento circular que possui raio 1 e centro - colocado no ponto $O = (0, 0)$ de um plano cartesiano. Cada ponto do círculo está relacionado a um número real, geralmente expresso em função de p . O círculo trigonométrico também possui duas retas perpendiculares entre si, ambas com o valor 0 (zero) no ponto de interseção. Existem dois sentidos de marcação dos arcos no círculo: sentido negativo (horário) e o sentido positivo (anti-horário), por onde ele geralmente tem início.

Figura 7: Quadrantes círculo trigonométrico



Fonte: (Brasil, 2024)

Figura 8: Quadrantes círculo trigonométrico



Fonte: (Brasil, 2024)

As medidas dos ângulos no círculo podem ser identificadas em graus ou em radianos, pois são diretamente proporcionais. Entenda:

1. 1° corresponde a $\frac{1}{360}$ da circunferência, que é dividida em 360 partes iguais ligadas ao centro, sendo que cada uma delas apresenta um ângulo que corresponde a 1° .
2. 1 radiano corresponde à medida de um arco da circunferência, cujo comprimento é igual ao raio da circunferência do arco que será medido.
3. Os eixos x e y dividem a circunferência em quatro e são chamados de quadrantes. Esses quadrantes também são dispostos no sentido anti-horário e são numerados de 1 a 4.

2.7 As funções trigonométricas

Segundo Elon et al. (2005) as funções $\cos : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $\sin : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, chamadas função cosseno e função seno respectivamente, são definidas pondo-se, para cada

$$t \in \mathbb{R} : E(t) = (\cos t, \sin t).$$

Noutras palavras, $x = \cos t$ e $y = \sin t$ são respectivamente a abcissa e a ordenada do ponto $E(t)$ da circunferência unitária. Segue-se imediatamente desta definição que vale, para todo $t \in \mathbb{R}$, a relação fundamental $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$.

Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se periódica quando existe um número $T \neq 0$ tal que $f(t + T) = f(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$. Se isto ocorre, então $f(t + kT) = f(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$ e todo $k \in \mathbb{Z}$. O menor número $T > 0$ tal que $f(t + T) = f(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$ chama-se o período da função f . As funções seno e cosseno são periódicas, de período 2π . Diz-se ainda que a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é par quando se tem $f(-t) = f(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$. Se se tem $f(-t) = -f(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$, a função f chama-se ímpar.

Para todo $t \in \mathbb{R}$, temos $E(t) = (\cos t, \sin t)$ e $E(-t) = (\cos(-t), \sin(-t))$. Mas, como vimos no fim da seção anterior, quando $E(t) = (x, y)$ tem-se $E(-t) = (x, -y)$. Isto significa que $\cos(-t) = \cos t$ e $\sin(-t) = -\sin t$ para todo $t \in \mathbb{R}$. Assim, cosseno é uma função par e seno é uma função ímpar. De modo análogo, as outras quatro relações estabelecidas no final da seção anterior mostram que, para todo $t \in \mathbb{R}$, valem:

$$\cos(t + \pi) = -\cos t, \sin(t + \pi) = -\sin t,$$

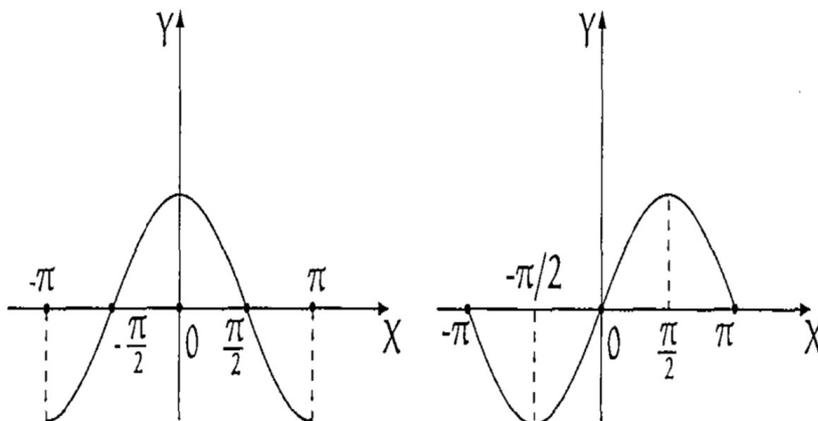
$$\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin t, \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos t,$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \sin t, \sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \cos t,$$

$$\cos(\pi - t) = -\cos t, \sin(\pi - t) = \sin t.$$

As figuras mostram os gráficos de $y = \cos x$ e $y = \sin x$.

Figura 9: Gráficos das funções cosseno e seno



Fonte: (Lima et al., 1997)

Alguns valores particulares das funções seno e cosseno podem ser obtidos mediante argumentos geométricos, alguns dos quais são interessantes exercícios, especialmente quando se usam as fórmulas de adição, que estabeleceremos a seguir. Do ponto de vista numérico, entretanto, é claro que o modo mais eficiente de obter os valores dessas funções é usar uma calculadora, principalmente uma que opere com radianos e com graus. Independentemente de calculadoras, é muito conveniente que se saiba, sem pensar muito, quais os valores de t que satisfazem as equações e outras semelhantes.

$$\text{sent} = 0, \text{cost} = 0,$$

$$\text{sent} = 1, \text{cost} = 1,$$

$$\text{sent} = -1, \text{cost} = -1,$$

$$\text{sent} = \text{cost},$$

$$\text{sent} = \frac{1}{2}, \text{cost} = \frac{1}{2}$$

Para interessantes exemplos, exercícios e um tratamento bastante completo dos assuntos aqui abordados, veja-se o livro *Trigonometria e Números Complexos*, da Coleção do Professor de Matemática (SBM). Das funções *seno* e *cosseno* derivam as outras funções trigonométricas, a saber $\text{tg}x = \frac{\text{sen}x}{\text{cos}x}$, $\text{cotg}x = \frac{\text{cos}x}{\text{sen}x}$, $\text{sec}x = \frac{1}{\text{cos}x}$ e $\text{cosec}x = \frac{1}{\text{sen}x}$.

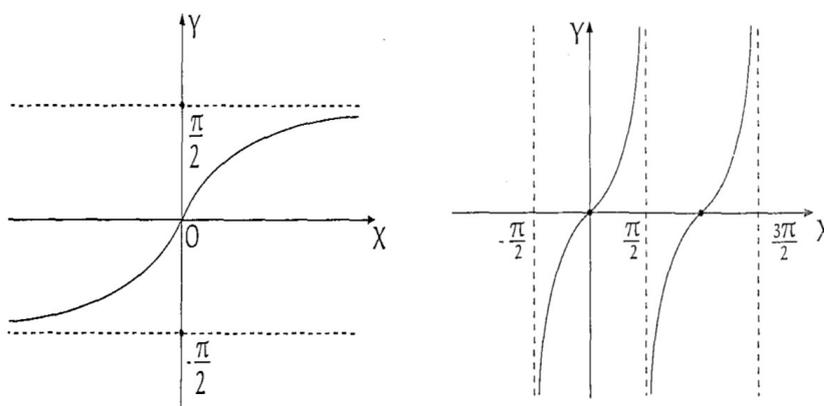
Destas funções (chamadas tangente, cotangente, secante e cossecante), a mais importante é a primeira. Cumpre observar que tais funções, sendo definidas por meio de quocientes, têm seus domínios restritos aos números reais para os quais o denominador é diferente de zero.

Assim, por exemplo, a função tangente, dada pela expressão $\text{tg}x = \frac{\text{sen}x}{\text{cos}x}$, tem como domínio o conjunto dos números reais que não são múltiplos ímpares de $\frac{\pi}{2}$ pois $\text{cos}x = 0$

se, e somente se, $x = (2k+1)\frac{\pi}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2}$ onde $k \in \mathbb{Z}$. Assim, o domínio da função $x \rightarrow \operatorname{tg} x$ é formado pela reunião dos intervalos abertos $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})$, para todo $k \in \mathbb{Z}$. Em cada um desses intervalos [por exemplo $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$] a função tangente é crescente e, na realidade, $x \rightarrow \operatorname{tg} x$ é uma correspondência biunívoca entre um intervalo aberto de comprimento π e a reta inteira \mathbb{R} .

A função tangente, embora não esteja definida para todo número real R , pode ser considerada como uma função periódica, de período π , pois π é o menor número real positivo tal que $\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg} x$ para todo x no domínio da função.

Figura 10: Gráficos das funções arco tangente e tangente



Fonte: (Lima et al., 1997)

A restrição da função tangente ao intervalo $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, sendo uma correspondência biunívoca $\operatorname{tg}(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$, possui uma função inversa, chamada arco tangente, indicada com a notação $\operatorname{arctg} : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, a qual é uma correspondência biunívoca de domínio \mathbb{R} e imagem igual ao intervalo aberto $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

2.8 Geogebra utilizado para o entendimento trigonométrico

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação. Tem recebido vários prêmios na Europa e EUA.

GeoGebra foi criado em 2001 como tese de Markus Hohenwarter e a sua popularidade tem crescido desde então. Atualmente, o GeoGebra é usado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, são mais de 300000 downloads mensais, 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar suporte para o seu uso. Além disso, recebeu diversos prêmios de software educacional na Europa e nos EUA, e foi instalado em milhões de laptops em vários países ao redor do mundo. Algumas características importantes:

1. Gráficos, álgebra e tabelas estão interligados e possuem características dinâmicas;

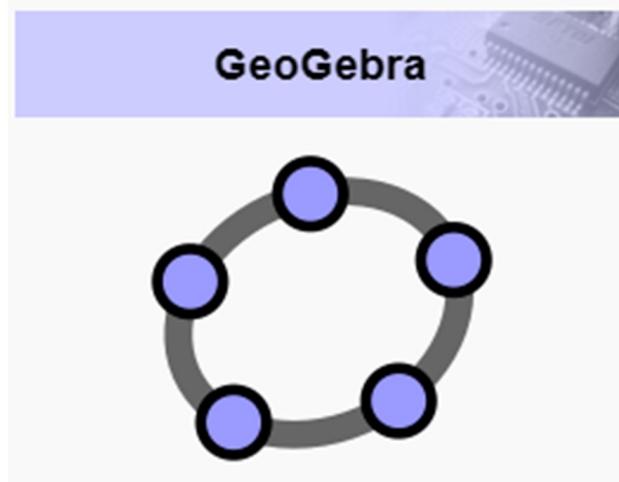
2. Interface amigável, com vários recursos sofisticados;
3. Ferramenta de produção de aplicativos interativos em páginas WEB;
4. Disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo;
5. Software gratuito e de código aberto.

Por ser livre, o software GeoGebra vem ao encontro de novas estratégias de ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria, álgebra, cálculo e estatística, permitindo a professores e alunos a possibilidade de explorar, conjecturar, investigar tais conteúdos na construção do conhecimento matemático. Para Piaget, os principais objetivos da educação são a formação de homens criativos, inventivos e descobridores, de pessoas críticas e ativas, e na busca constante da construção da autonomia.

Cabe ao professor criar um ambiente de tranquilidade, em que o aluno não tenha medo de estabelecer e testar hipóteses, mesmo correndo risco de errar. É uma tarefa, também, mostrar possíveis estratégias de resolução para os problemas e, ao mesmo tempo, abrir espaço para que a classe discuta os vários métodos encontrados pelos próprios alunos, os problemas de Matemática devem envolver muito mais do que a simples aplicação de operações. A educação, como sabemos, deve estar voltada para o desenvolvimento integral do ser humano, tornando-o apto a analisar e criticar o grande volume de informações que recebe, para que possa selecionar aquelas que serão úteis em sua vida diária. (Toledo, 2009, p.84)

Ao representar o gráfico de uma função na tela do computador, outras janelas se abrem apresentando a correspondente expressão algébrica e, por vezes, outra janela com uma planilha contendo as coordenadas de alguns pontos pertencentes ao gráfico. As alterações no gráfico imediatamente são visíveis na janela algébrica e na planilha de pontos. É a apresentação do dinamismo de situações que permitem ao professor e aluno levantar conjecturas e testar hipóteses. Estas são as possibilidades que se apresentam no software GeoGebra:

Figura 11: GeoGebra



Fonte: (GeoGebra, 2024)

O computador é sem dúvida nenhuma uma importante ferramenta de suporte para o processo de ensino e aprendizagem de várias disciplinas, incluindo a Matemática. Vivemos em um mundo cercado por essa tecnologia e a escola não pode ficar a parte desse processo.

[...] a escola tradicional, de funcionamento linear, alicerçada em materiais didáticos estáticos e centrada na ação e no conhecimento do professor, não subsiste mais incólume”. Por esse motivo, existe a necessidade urgente de inserção e apropriação desse recurso, com o objetivo de melhorar a qualidade da educação disponibilizada aos estudantes. (Santos, 2011, p.839)

Além disso, para o uso da referida ferramenta, é necessária a escolha de programas, softwares, que favoreçam de fato a aprendizagem dos alunos. Nesta pesquisa, escolhemos o Geogebra, que é um software livre de matemática dinâmica, que alia geometria, álgebra e cálculo. Foi desenvolvido para aprendizagem e ensino da matemática nas escolas por Markus Hohenwart e uma equipe internacional de programadores, em 2001, na Universidade de Salzburg, na Áustria. Um programa utilizado como recurso metodológico no processo de ensino e aprendizagem da matemática, que pode ser aplicado a todos os níveis de ensino, por meio da álgebra, geometria, gráficos, tabelas, estatística e construções que utilizam pontos, segmentos, retas, ângulos, vetores, cônicas, seções, funções e outras.

(Nascimento; Nunes, 2013, p.45), afirmaram que:

Então, por que usar software livre nas escolas? Pela simples razão de que nos dias de hoje o computador representa papel estratégico para o desenvolvimento da educação, assim como lápis, papel, lousa e outras tecnologias desempenhavam há alguns anos. Nossa sociedade é dependente de computadores para seu funcionamento e a educação não pode ficar de fora, pois quem vai formar a sociedade para o uso das tecnologias de informação e comunicação?

Nas atividades propostas neste estudo, para serem resolvidas com o uso do computador, os alunos tiveram a oportunidade de resolver problemas de uma forma diferente da que conheciam. Utilizaram o software Geogebra que proporcionou o estudo da trigonometria de uma forma dinâmica, possibilitando que uma construção geométrica seja movimentada, no seu todo, pela tela do computador, tablets ou celulares em diferentes posições, ou alterada de tamanho por meio de seus pontos. Isso nos permite pensar em uma forma matematicamente diferente do que se estivéssemos trabalhando com uma construção estática ou apenas falando dela, sem nenhum recurso visual.

Bem como, o uso do Geogebra permite o uso de novas habilidades dos alunos e percepções sobre novos conhecimentos, a BNCC conceitua competências e habilidades, como:

Competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (Brasil, a, p.8)

Dessa forma percebe-se que as competências e habilidades são fundamentais para o desenvolvimento completo do indivíduo, sendo uma o saber conhecer e a outra o saber fazer concomitantemente necessários ao saber ser e conviver já propostos pela UNESCO. Dessa maneira os conjuntos de valores diversos que compõem uma pessoa também fazem parte desses processos pedagógicos de ensino e aprendizagem promovidos pelos educadores nas mais distintas esferas da vida.

No entanto a atualidade necessita de profissionais preparados, dentro da escola, para trabalhar estas aptidões com essa nova geração, sendo assim cabe ao professor trabalhar com seus alunos, no dia-a-dia da escola e nas propostas pedagógicas, sendo essa prática essencial para o desenvolvimento dos estudantes e da construção de uma proposta pedagógica na qual as interações entre estudantes possam ser tratadas como objeto de conhecimento investida do valor que merece nos processos educacionais.

3 O lúdico como vertente da aprendizagem matemática

A educação no Brasil teve um grande avanço quando passou por reformulações e foi promulgada a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/1996), as propostas dos PCNs, e a conseqüente divulgação das Diretrizes Curriculares Nacionais, consideradas assim como um grande avanço na educação brasileira e grande conquista para as escolas.

Estes fatos fizeram com que, na década de 90 (noventa), todas as escolas do Brasil discutissem o assunto. Alguns professores concordaram com tais diretrizes, outros não, no entanto, o importante não foram os posicionamentos, mas as possibilidades de debates que se desencadearam e permitiram o repensar pedagógico.

3.1 Contextualizando o lúdico na escola

A ludicidade, como um estado de inteireza, de estar pleno naquilo que se faz com prazer, pode estar presente em diferentes situações da vida. Algumas escolas tornaram-se um local onde a criatividade e liberdade infantil são deixadas de lado e os jogos e as brincadeiras são ignorados, excluindo o aspecto lúdico da criança.

A utilização do lúdico na escola é um recurso muito rico para a busca da valorização das relações, onde as atividades lúdicas possibilitam a aquisição de valores já esquecidos, o desenvolvimento cultural, e, com certeza, a assimilação de novos conhecimentos, desenvolvendo, assim, a sociabilidade e a criatividade.

(Almeida, 2003, p.18) diz que “o grande educador faz do jogo uma arte, um admirável instrumento para promover a educação para as crianças”. Isso porque, quando a criança ingressa na escola, ela sofre um considerável impacto físico- mental, pois, até então, sua vida era voltada aos brinquedos e ao seu ambiente familiar.

Na escola, a criança é submetida a permanecer durante muitas horas em cadeiras escolares não confortáveis e é impossibilitada de se mover livremente, pela necessidade de se submeter à disciplina escolar, ocasionando em certa resistência em ir à escola. O fato não está apenas no total desagrado pelo ambiente ou pela nova forma de vida e sim por não encontrar canalização para suas atividades preferidas.

Isso ocorre porque ainda hoje se confunde as palavras ensinar com transmitir, sendo o aluno agente passivo da aprendizagem e o professor um mero transmissor do conhecimento.

A escola atual demonstra, em certas situações, que não aprendeu a confiar em seus alunos, porque apenas se limita ao repasse de conhecimento, impondo um saber e restringindo-se apenas ao recebimento desse domínio por parte dos alunos.

(Friedmann, 2001, p.3) diz que “dentro da escola acredita ser possível o professor se soltar e trabalhar os jogos como forma de difundir os conteúdos”. Assim, é papel indispensável a professores e gestores escolares refletir acerca da importância da ludicidade

na prática pedagógica como facilitadora do ensino e da aprendizagem.

É através do lúdico que a criança encontra o equilíbrio entre o real e o imaginário, desenvolvendo a aprendizagem de forma prazerosa e significativa, possibilitando que as aulas sejam um sucesso e resultando na satisfação de professores e alunos.

Ao analisar mais profundamente as crianças, percebe-se que toda sua vida será, em qualquer fase que se encontre, sempre iluminada pelo lúdico. Deve-se, dessa maneira, proporcionar ao discente o encantamento da brincadeira como fator propulsor para a aprendizagem diária.

3.2 O lúdico na utilização da Matemática

A palavra lúdico, de origem latina, deriva de “ludere”, cujo sentido denota “ilusão, simulação”, atos que envolvem a imaginação, o sonho e as capacidades de compreensão e desenvolvimento da criança até o jovem. Nesse sentido, o lúdico na perspectiva da matemática refuta, a observação do professor, essencialmente para o discente que possui uma dificuldade exacerbada com a disciplina de matemática, entendendo como esse processo acontece e ao empregar o lúdico através do Geogebra, possamos auxiliar e melhorar o aprendizado desse indivíduo.

Para (Rodrigues; Sonora,) a dificuldade de entender os objetos matemáticos começa quando os alunos não são questionados e, muitas vezes, não são incentivados pelos professores. Para grande parte dos estudantes falar em Matemática é algo desagradável, pois não conseguem associar os conteúdos a algo tangível em sua realidade. Aos educadores matemáticos, como corrobora (Friedmann, 2001), cabe desconstruir essa imagem e permitir o prazer à descoberta no movimento de matematizar.

Logo, o uso do Geogebra foram os métodos tecnológicos e lúdicos, que mostram as funções e razões trigonométricas palpáveis para esse grupo seletivo, a fim de que, para eles seja algo mais nítido de compreensão e essencialmente, com o uso de uma nova metodologia as principais conjecturas desses alunos sejam sanadas e que haja uma melhoria em seus rendimentos e conseqüentemente em sua aprendizagem. A grande ocorrência da fórmula tradicional e mecânica, supervalorizando a memorização, apresentando uma quantidade mínima de conceitos, acarreta um acanhamento superior para a matemática, em relação as outras disciplinas da matriz curricular. Logo, Segundo (Luckesi, 1994) são aquelas atividades que propiciam uma experiência de plenitude, ações vividas e sentidas. Assim, ao utilizar mecanismos e ferramentas, como as quais foram utilizadas nessa pesquisa, o objeto de estudo na área trigonométrica, gera maior curiosidade, registra uma situação nova, diferente a apenas memorizar e sim uma nova de descoberta e possibilidade de desenvolvimento de conhecimentos.

Outrossim, foi só a partir do século XIX que o jogo passou a ser alvo de estudo de psicólogos e pedagogos. Föebel, Montessori e Decroly realizaram pesquisas sobre as

crianças pequenas e legaram aos jogos e às brincadeiras um importante papel no processo de aprendizagem, sendo assim um grande suporte, que demorou um tempo para ser valorizado e na atualidade necessita de fortalecimento no ensino. Portanto, percebe-se que esta discussão sobre a importância dos jogos e brincadeiras no processo de aprendizagem não é recente, e serve para consolidar a ideia de que brincando a criança se desenvolve integralmente.

A metodologia lúdica na prática pedagógica, em especial, junto ao jovem do Ensino Médio, na concepção da Matemática é de grande importância, pois ao fazer uso do Geogebra e Google Forms, proporcionando o desenvolvimento integral dos adolescentes, sendo o professor (a) peça relevante desse processo.

4 Metodologia

Nossa metodologia para este estudo acadêmico envolveu uma abordagem cuidadosa na seleção de técnicas de pesquisa e análise. Primeiramente, realizamos uma revisão extensiva da literatura relevante para fundamentar nossa compreensão do tema. Em seguida, projetamos um plano de coleta de dados. Nossa metodologia nos permitiu obter uma compreensão abrangente e fundamentada do assunto, contribuindo para o avanço do conhecimento nesta área.

4.1 Caracterização da pesquisa

O referido estudo se caracterizou como uma pesquisa de campo e de abordagem qualitativa, estabeleceu um amplo entendimento da realidade dos fenômenos. A pesquisa foi realizada por meio de questionários semiestruturadas com os alunos do 2^o ano do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Ipueiras - Ceará.

Anteriormente foi discutido a apresentação dos dados encontrados a partir da pesquisa, essa coleta, realização e obtenção de resultados, refuta-se devido ao caráter metodológico, o qual será explanado durante essa seção.

De acordo com (Bagno, 1998) a palavra “pesquisa” tem origem no latim com o verbo “perquirir”, o qual significava procurar; buscar com cuidado; procurar em toda parte; informar-se; inquirir; perguntar; indagar bem; Conforme o autor, a pesquisa é inerente a todas as funções do cotidiano. Realiza-se esse procedimento em todos os campos e áreas do conhecimento, desde um cálculo simples de adição até a realização de um cálculo geométrico. “A pesquisa é, simplesmente, o fundamento de toda e qualquer ciência”. (Bagno, 1998, p. 18) Assim, sem a produção de uma pesquisa não é possível comprovar ou entender com veracidade e verossimilhança sobre determinado assunto ou estudo científico.

Portanto, o referido estudo se caracteriza como uma pesquisa de campo e de abordagem qualitativa e quantitativo, estabelece um amplo entendimento da realidade dos fenômenos. A pesquisa foi realizada por meio de questionários semiestruturadas com os alunos do 2^o ano do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Ipueiras - Ceará. Segundo Pádua define-a deste modo:

Tomada num sentido amplo, pesquisa é toda atividade voltada para a solução de problemas; como atividade de busca, indagação, investigação, inquirição da realidade, é a atividade que vai nos permitir, no âmbito da ciência, elaborar um conhecimento, ou um conjunto de conhecimentos, que nos auxilie na compreensão desta realidade e nos oriente em nossas ações. (Bagno, 1998, p.29)

O nosso objetivo ao propor este projeto de pesquisa, foi o de analisar as principais dificuldades de aprendizagem em trigonometria para o desenvolvimento de alunos de 2^o ano do Ensino Médio, tendo como referência 01 (uma) turma de uma escola do Ensino Médio,

situada na região noroeste do interior do Estado do Ceará. Pretendeu-se desvendar por meio dessas análises, o processo que gerara tais dificuldades, para serem trabalhadas e conseqüentemente, melhorarem o desempenho dos alunos nesta fase de estudo.

Conforme (Toledo, 2009), muitas podem ser as razões desse insucesso, tais como: falta de relação entre a matemática que se aprende nas escolas e as necessidades cotidianas, falta de recursos tecnológicos nas escolas ou mesmo método de ensino inadequado. Por conseguinte, a pesquisa desse objeto de estudo é indagar sobre a constância da dificuldade de diversos alunos em entender a linguagem dos códigos e teoria da disciplina da matemática, refutando que essa indagação é pertinente e impactante dentro do ensino e de suas práticas, bem como o uso de novas práticas, sendo elas um suporte para o auxílio dos estudantes.

4.2 Caracterização da instituição de ensino

Esta pesquisa de campo foi realizada na Escola Estadual de Ensino Profissionalizante Dario Catunda Fontenele, localizada na Rua José Alexandre, nº 570, no município de Ipueiras – CE. A escola foi fundada em 20 de abril de 2012 no governo de Cid Ferreira Gomes.

Segundo fontes da Casa Civil do Governo do Estado do Ceará ((Ceará, 2008)), a escola teve seu funcionamento autorizado através da resolução da lei estadual nº 14.273 de 19 de dezembro de 2008. O espaço físico da referida escola é composto de 12 salas de aulas amplas, arejadas; pátio coberto para recreação, ginásio esportivo que atende a comunidade ipueirense e a programas do governo federal, desenvolvendo atividades, como, por exemplo, o Programa de Erradicação do Trabalho Infantil (PETI).

A estrutura de 4,5 mil metros quadrados tem 12 salas de aula, hall/ foyer, auditório para 201 lugares, biblioteca, bloco pedagógico-administrativo, secretaria, diretoria, reprografia, coordenações, salas de professores, laboratórios de Línguas, Informática, Química, Física, Biologia e Matemática e laboratórios especiais (02 oficinas). Dispõe ainda de bloco administrativo de vivência (cantina, cozinha, vestiários de funcionários, grêmio, refeitório, vivência, oficina de manutenção), quadra poliesportiva, depósito de material esportivo, coordenação de educação física, vestiários para alunos, sala multiuso, teatro de arena e estacionamento (40 vagas). A construção atende à nova concepção de qualidade estabelecida pelo MEC para escolas de educação profissional.

O corpo docente da escola é formado por cinquenta e dois professores distribuídos nos dois turnos de funcionamento, um diretor e três coordenadores pedagógicos, duas merendeiras, uma secretária, três bibliotecários, três vigias, dois porteiros e oito auxiliares de serviços gerais.

O corpo discente é formado por uma clientela de mil, cento e dezessete alunos, sendo 65% da zona urbana e 35% da zona rural (em sua maioria pertencente a famílias

de baixa renda, filhos de agricultores, desempregados e pequenos comerciantes). Esta clientela está distribuída no nível de ensino: Ensino Médio diurno.

A maneira como se trabalha na escola é muito positiva, pois envolve todos os atores envolvidos no processo educativo. A interação entre professores, pais e alunos nas reuniões é fundamental para identificar e superar as dificuldades enfrentadas no dia a dia da escola.

As reuniões dos professores por disciplina para planejar avaliações, conteúdos e aulas é uma prática que possibilita uma melhor organização do ensino, garantindo que os alunos recebam uma educação de qualidade.

O sistema normativo, que prevê o planejamento participativo das ações, é uma ferramenta importante para garantir a eficiência e a coerência das atividades desenvolvidas ao longo do ano letivo. As avaliações dessas atividades em encontros pedagógicos, com o apoio de coordenadores e equipe técnica da Coordenadoria Regional de Ensino (CREDE 13), é uma oportunidade para refletir sobre os resultados alcançados e ajustar as práticas pedagógicas, levando em consideração a formação dos alunos e a dinâmica avaliativa adotada pela escola. Essa forma de trabalho demonstra um compromisso com a qualidade da educação, buscando aperfeiçoar constantemente as práticas pedagógicas e atender às necessidades dos alunos.

4.3 Público alvo da amostra da pesquisa

Tem sua abordagem inicial no 9^o ano do Ensino Fundamental, com aprofundamento e finalização dos estudos na área no 2^o ano, portanto, os alunos têm apenas dois anos teoricamente direcionados a estes conteúdos, ou seja, pouco tempo de estudo sobre a trigonometria, juntado a isso as dificuldades que se apresentam no dia a dia da escola.

Para entendimento de como trabalharemos na pesquisa, necessário se faz entender o contexto da realidade desta Unidade Escolar na área do ensino de trigonometria. No espaço de tempo disposto, serão aproximadamente dispensadas 26 h/a, que equivalem respectivamente à 1300 minutos ou aproximadamente 22 horas.

Diminua-se dessas horas vários problemas que se apresentam no cotidiano escolar e que interferem diretamente na qualidade de ensino/aprendizagem, tais como: feriados, eventos internos e externos na escola, falta de professores por motivos diversos, dias de avaliações internas e externas, palestras, faltas de alunos e mais uma gama de possibilidades negativas que atrapalham as aulas.

Sendo assim e conhecendo a realidade escolar, essas horas/aulas tornam-se mínimas, o que reflete diretamente na aprendizagem dos discentes, principalmente numa área tão complexa como o conhecimento trigonométrico.

Analisando as dificuldades encontradas pelos professores podemos afirmar que tais dificuldades estão intimamente relacionadas à formação escolar das décadas de 70 e 80 caracterizadas, entre outros aspectos, pelo descaso para com a geometria e a trigonometria, pela formalização precoce de conceitos geométricos e trigonométricos – quando esses eram estudados - e pela memorização de procedimentos sem a compreensão deles. (Oliveira, 2006, p.46)

Infere-se que, fatores internos e externos, são preponderantes na qualidade de ensino e dentro dessa perspectiva, passamos a organizar nosso método de trabalho, onde pauta-se sobre o objetivo de descobrir e sanar as principais dificuldades de aprendizagem dos alunos em trigonometria.

A escolha do tema “O uso do Geogebra como proposta de intervenção no ensino aprendizagem da trigonometria no Ensino Médio” surgiu de minha inquietação diante da forma como estes alunos encaravam este conteúdo, de forma desinteressada, vendo estes distantes de seu cotidiano, o que é uma inverdade. Para os (Brasil, 1998):

O conhecimento prévio dos alunos, tema que tem mobilizado educadores, especialmente nas últimas duas décadas, é particularmente relevante para o aprendizado científico e matemático. Os alunos chegam à escola já trazendo conceitos próprios para as coisas que observam e modelos elaborados autonomamente para explicar sua realidade vivida, inclusive para os fatos de interesse científico.

Ou seja, embora não tenha conhecimento, o uso da trigonometria se acha presente e diversos aspectos da realidade social, como por exemplo na construção civil, nas estradas, em obras de um modo geral, fazendo assim, parte do cotidiano dos alunos. Vale destacar esses pontos, devido ao conhecimento prévio que os discentes possuem é uma característica importante, fazer com que estes se reconheçam dentro desse processo de ensino, se mostra mais que um desafio para os docentes, que entre as dificuldades já apresentadas, ainda têm que dirimir estas questões que envolvem o interesse dos alunos.

Estes pontos me mostraram ser pertinente essa pesquisa, com um problema que estão além os muros da escola, pois estão presentes em praticamente todas as Instituições de Ensino secundaristas. Ademais, foi feita a escolha dos alunos do 2^o ano do Ensino Médio por estes já estarem próximos aos anos finais do conteúdo, sendo estes teoricamente já conhecedores das práticas de análise e desenvolvimento da trigonometria.

4.4 Procedimentos e ferramentas para a concretização dos dados

Para a projeção dos dados foi utilizado o software GeoGebra, no qual os alunos conseguiram visualizar melhor gráficos, fórmulas e os principais conceitos trigonométricos. Após o uso desse aplicativo e a interação dele com os estudantes, realizou-se a aplicação dos questionários, com perguntas a serem respondidas de forma subjetiva, a fim de nos

nortearem quanto ao suporte para essa pesquisa, bem como, para maior entendimento das realidades dos discentes, pois estas serão produzidas de forma que a realidade de cada aluno seja colocada como fator de análise, para os resultados que estes tenham obtido nas avaliações, portanto, consorciará estas perguntas, à análise de seus históricos escolares, sendo preservado o sigilo, que tanto fortalece a este tipo de pesquisa.

Bem como, a aplicação do questionário ocorreu em horário de aula eletiva ou de trilhas do conhecimento, ou seja, não atrapalhando o planejamento das aulas dos professores regulares, portanto. Vale ressaltar que, esse momento de interação e os comentários dos alunos era um dos objetivos esperados, para concretizar o objetivo da pesquisa que era entender as dificuldades, percebendo que a inserção do aplicativo GeoGebra e como pode melhorar na contribuição do ensino.

5 Sequência didática para o ensino das funções trigonométricas

1ª Etapa: introdução às razões trigonométricas

Objetivo específico:

- Refletir sobre a importância das razões trigonométricas

Tempo estimado:

- 5 horas/ aulas

Recursos:

- Laboratório de informática • Cópia impressa • Slides

Desenvolvimento da aula

Para a primeira etapa dessa proposta de ensino, propõe-se uma aula expositiva dialogada de introdução ao conteúdo, pesquisa no laboratório de informática sobre o conteúdo e uma produção textual inicial, conforme exposta abaixo:

Atividade 1

Orientações: Caro aluno, hoje discutimos em nossa aula sobre a importância das razões trigonométricas. A partir do que compreendemos em sala e da pesquisa realizada no laboratório de informática sobre as possibilidades de uso desse conteúdo no nosso dia a dia, produza um texto explicativo/expositivo de no mínimo 10 linhas sobre a importância das razões trigonométricas e sua aplicação no cotidiano.

Produção de texto:

2ª Etapa: funções trigonométricas

- Resolver situações problemas envolvendo das funções trigonométricas
- Descrever o passo a passo de resolução das questões.

Tempo estimado:

- 2 horas/ aulas

Recursos: • Quadro acrílico

- Pincel
- Apagador
- Cópia impressa

Desenvolvimento da aula

Para a segunda etapa dessa proposta de ensino, propõe-se uma aula expositiva sobre as funções trigonométricas, seguida da atividade. Para a resolução da atividade, é interessante que o professor explique que o aluno deve fazer o cálculo e descrever o passo a passo que seguiu para a resolução da questão.

Atividade 2

Orientações: Caro aluno, hoje discutimos em nossa aula as noções sobre funções trigonométricas;

• A partir do que compreendemos em sala, responda as situações problemas a seguir, apresentando tanto os cálculos quanto a descrição do passo a passo seguido para a resolução dos problemas.

1. Dada a função $f(x) = \text{sen}x + 3$, construa o gráfico e determine o domínio, a imagem, a amplitude e o período da função.

Espaço para cálculos:

Espaço para descrição da resolução:

2. Conhecendo a função $f(x) = 4\cos(2x) + 1$, podemos afirmar que a imagem da função é igual a:

Espaço para cálculos:

Espaço para descrição da resolução:

3. Uma função trigonométrica possui lei de formação igual a $f(x) = 2\cos(x) - 1$. Construa o gráfico e determine o domínio, a imagem, a amplitude e o período da função.

Espaço para cálculos:

Espaço para descrição da resolução:

4. Dada A função $f(x) = \text{tg}(x)$; Construa o gráfico da função indicada e determine domínio, imagem, amplitude e período.

Espaço para cálculos:

Espaço para descrição da resolução:

5. Dada A função $f(x) = 2 + \text{tg}(x)$ Construa o gráfico da função indicada e determine domínio, imagem, amplitude e período.

Espaço para cálculos:

Espaço para descrição da resolução:

Questões complementares para a atividade 2

Atividade 2

Orientações: Caro aluno, hoje discutimos em nossa aula as noções de funções trigonométricas. A partir do que compreendemos em sala, responda as situações problemas a seguir, apresentando tanto os cálculos quanto a descrição do passo a passo seguido para a resolução dos problemas.

1. ((Brasil, b)) Um satélite de telecomunicações, t minutos após ter atingido sua órbita, está a r quilômetros de distância do centro da Terra. Quando r assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o apogeu e o perigeu,

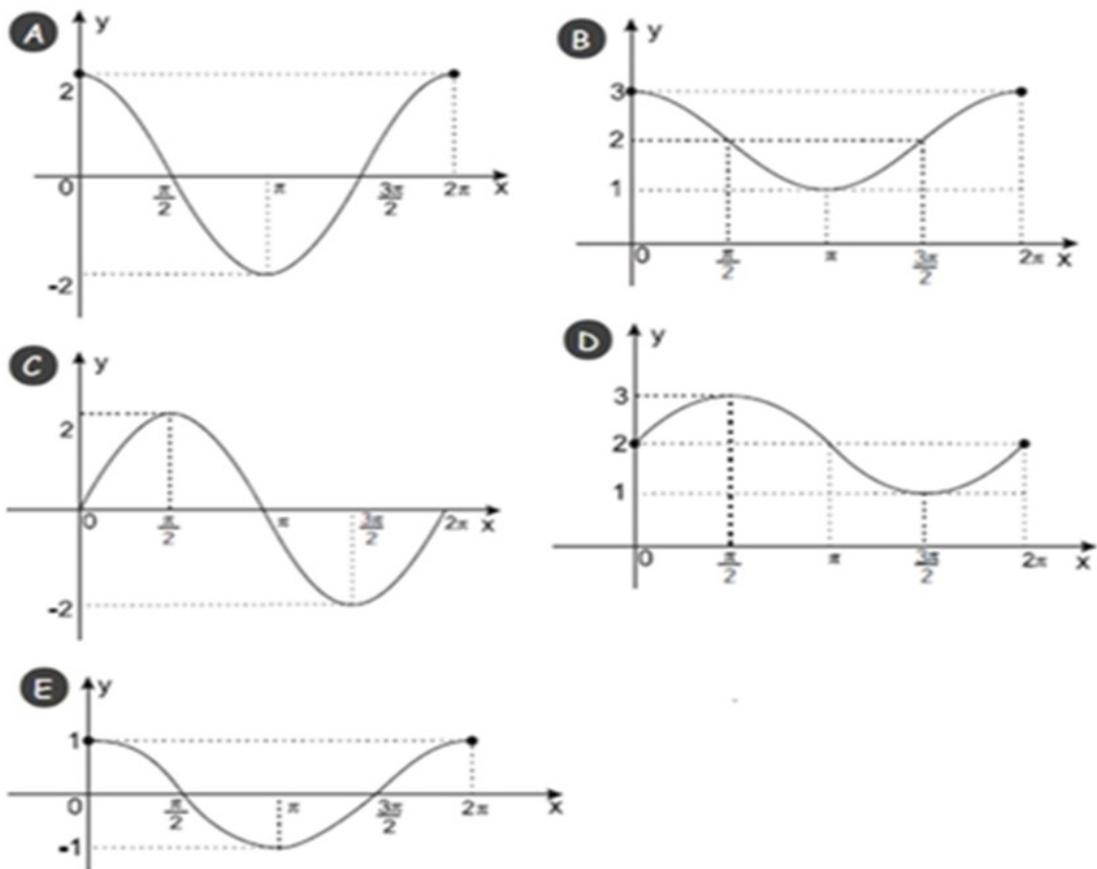
respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de r em função de t seja dado por:

$$r(t) = \frac{5665}{1 + 0,15 * \cos(0,06t)}$$

Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de r , no apogeu e no perigeu, representada por S . O cientista deveria concluir que, periodicamente, S atinge o valor de:

- Espaço para cálculos:
- Espaço para descrição da resolução:

2. (Ceará, 2023). Qual dos gráficos, abaixo, representa a função $y = 2 + \text{sen}x$?



Fonte: (Ceará, 2023)

Espaço para cálculos:

Espaço para descrição da resolução:

3. ((Brasil, c)) Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), produtos sazonais são aqueles que apresentam ciclos bem definidos de produção,

consumo e preço. Resumidamente, existem épocas do ano em que a sua disponibilidade nos mercados varejistas ora é escassa, com preços elevados, ora é abundante, com preços mais baixos, o que ocorre no mês de produção máxima da safra. A partir de uma série histórica, observou-se que o preço P , em reais, do quilograma de um certo produto sazonal pode ser descrito pela função

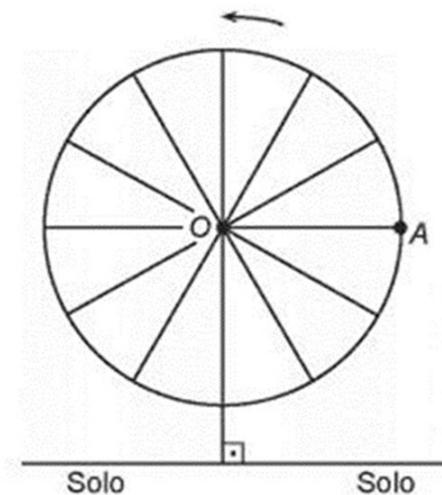
$$p(x) = 8 + \cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right)$$

onde x representa o mês do ano, sendo $x = 1$ associado ao mês de janeiro, $x = 2$ ao mês de fevereiro, e assim sucessivamente, até $x = 12$ associado ao mês de dezembro. Na safra, o mês de produção máxima desse produto é:

Espaço para cálculos:

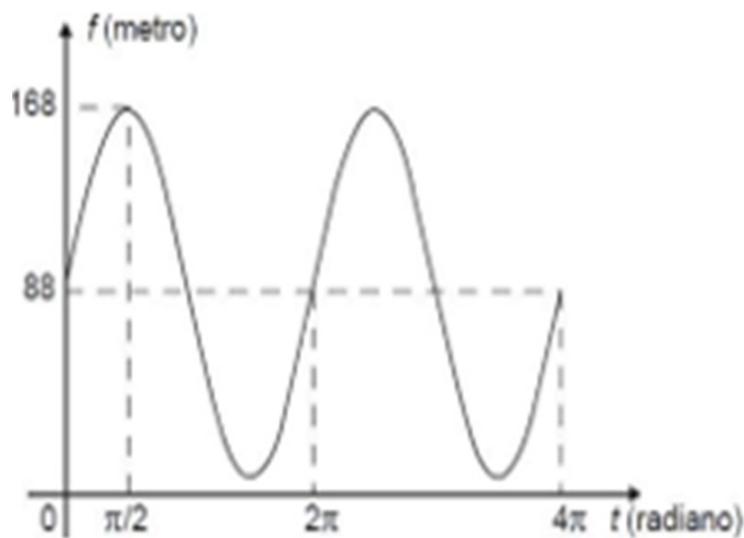
Espaço para descrição da resolução:

4. . ((Brasil, d)) Em 2014 foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a High Roller, situada em Las Vegas. A figura representa um esboço dessa roda-gigante, no qual o ponto A representa uma de suas cadeiras:



Disponível em: <http://en.wikipedia.org>. Acesso em: 22 abr. 2014 (adaptado).

A partir da posição indicada, em que o segmento OA se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a High Roller no sentido anti-horário, em torno do ponto O . Sejam o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e f a função que descreve a altura do ponto A , em relação ao solo, em função de t . Após duas voltas completas, f tem o seguinte gráfico:



Espaço para cálculos:

Espaço para descrição da resolução:

3ª Etapa: produção de gráficos das funções trigonométricas

Objetivo específico:

- Produzir gráficos das funções trigonométricas.
- Refletir sobre o a importância das funções trigonométricas.

Tempo estimado:

- 3 horas/ aulas

Recursos:

- Quadro acrílico
- Pincel
- Apagador
- Cópia impressa

Desenvolvimento da aula

Para a terceira etapa dessa proposta de ensino, propõe-se uma aula expositiva sobre a produção de gráficos seguida da atividade, em que além de produzir os gráficos, os alunos deverão analisar o domínio, a imagem, a amplitude e o período de cada função opinar sobre o posicionamento das mesmas em cada gráfico.

4ª Etapa: o uso do geogebra na construção das funções trigonométricas.

Objetivos específicos:

Familiarizar os alunos com o software GeoGebra; Investigar os efeitos dos parâmetros a , b , c e d em casos particulares das funções: seno, cosseno e tangente.

Tempo estimado:

- 1 hora/ aula

Recursos:

- Aparelho celular

5ª Etapa: avaliação das experiências com o estudo das funções trigonométricas e o uso do aplicativo geogebra.

Objetivo específico:

- Refletir sobre a experiência na construção de gráficos na aprendizagem das funções trigonométricas no Geogebra.

Tempo estimado:

- 2 horas/ aulas

Recursos:

- Cópia impressa

Desenvolvimento da aula

Consideramos a quarta etapa dessa proposta de ensino opcional para aqueles que desejarem aplicar em suas salas de aula. Ressaltamos que ela foi pensada para os propósitos da nossa pesquisa, com o objetivo de avaliar a experiência dos nossos alunos com o estudo das funções trigonométricas e o uso do GeoGebra. No entanto, ela pode sim servir para verificar a opinião dos alunos em relação a tal prática, para que o professor tenha um feedback sobre a aceitação ou não dos alunos em relação a essa metodologia.

Atividade 4

Orientações: Caro aluno, ao longo de nossas aulas anteriores trabalhamos as funções trigonométricas por meio da exposição dos conteúdos, pesquisa orientada e resolução de situações problemas, seguidas de produção de textos expositivos, descritivos e argumentativos, visando a ampliação da capacidade de expressão e argumentação na resolução dos problemas matemáticos. A partir dessa experiência do uso de registros escritos na aprendizagem das funções trigonométricas., responda as questões a seguir.

1. Em relação a aplicação da prática do estudo das funções trigonométricas, descreva quais foram as vantagens para o desenvolvimento do seu aprendizado.
2. Você acha que a prática do estudo das funções trigonométricas, contribuiu de forma positiva para o seu aprendizado?

Justifique sua resposta.

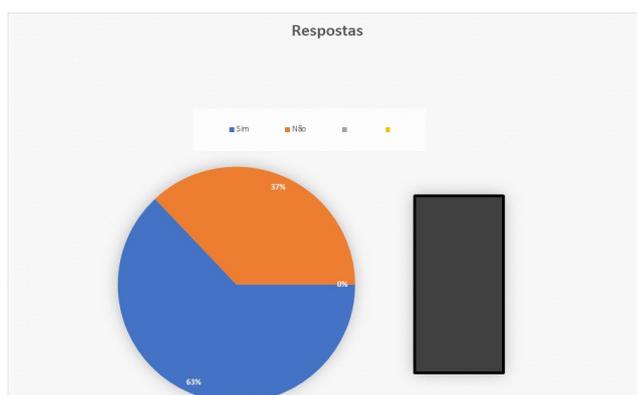
3. Sobre a aplicação do aplicativo GEOGEBRA, você acredita que essa prática pode ser agregada ao uso do livro didático em sala de aula, de forma a contribuir para um melhor aprendizado do conteúdo trabalhado? Descreva quais avanços você notou no seu aprendizado.
4. Descreva suas expectativas no início do estudo das funções trigonométricas, ou seja, o que você esperava em relação ao seu aprendizado, e em seguida responda se tais expectativas foram alcançadas.

6 Resultados e discussões

Em princípio, a análise de dados dessa pesquisa, realizou-se a partir da seleção e interpretação da coleta de dados, iniciado com o questionário aplicado para a turma do 2º ano, que era formada de 27 alunos, sendo eles participantes da pesquisa sobre a interação e direcionamento que o aplicativo Geogebra, acarretou para o aprendizado da trigonometria e conseqüentemente as dificuldades que esses alunos enfrentam na disciplina de matemática. Após a realização dos questionários oferecidos através do Google forms, foi feita a contabilização em porcentagens e organização do comentário das principais questões, que serão apresentadas nessa seção.

Ademais, na primeira questão, foi apresentada a seguinte indagação: Você teve alguma dificuldade em cumprir as atividades desenvolvidas em sala. A seguir o gráfico com as respostas:

Figura 12: Resposta 1



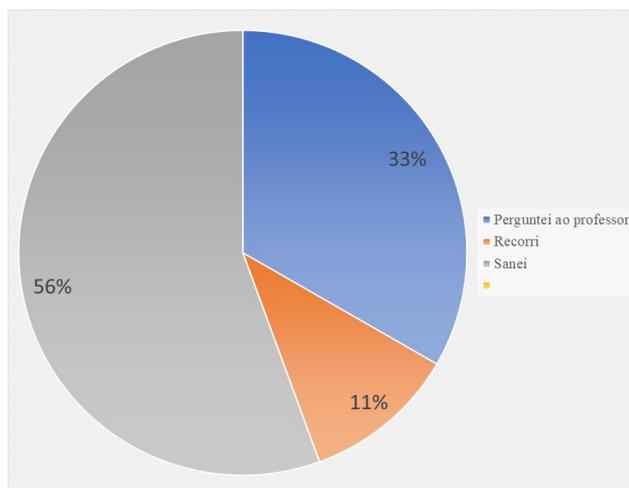
Fonte: Membros da pesquisa (2023)

A seguinte indagação é muito pertinente e inerente à quantidade de alunos que sentem dificuldades com a disciplina de matemática, pois realizar as tarefas de classe ou de casa são de extrema importância para que seja possível a concretização do conhecimento dos estudantes, bem como garante a projeção de uma rotina de estudos. Sendo que, nessa questão 63% dos alunos afirmaram sentir alguma dificuldade na realização das atividades em sala de aula, apresentando dessa maneira que a maioria sentiu a dificuldade das questões, que implica uma defasagem na decodificação dos dados e dificuldades apresentadas no horário da explicação, principalmente no viés da concentração do aluno, que é de suma importância para que ele consiga adquirir novos conhecimentos.

Outrossim, a segunda premissa era especificamente para os alunos que responderam com um sim, na questão anterior e a partir disso de que forma eles tiravam as suas dúvidas?

É perceptível no gráfico a análise das porcentagens e as alternativas propostas.

Figura 13: Resposta 2

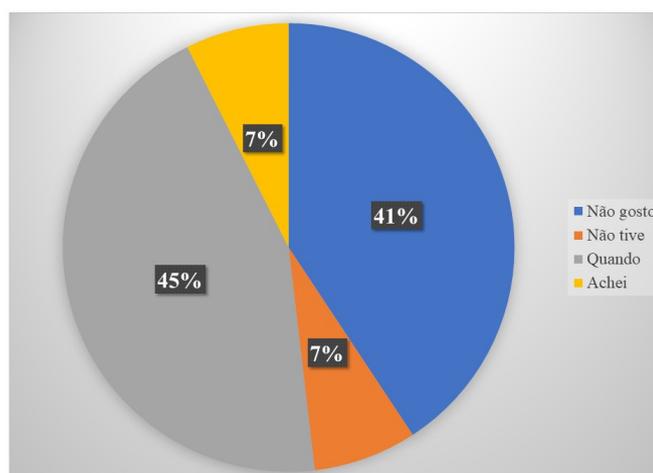


Fonte: Membros da pesquisa (2023)

De um total de 27 alunos, 56% afirmaram que sanaram as dúvidas através das respostas dadas pelo professor, enquanto 33% perguntaram ao professor, e 11% recorreram ao material didático. Dessa maneira, é perceptível que o professor é o principal mediador para o auxílio dos alunos, intrinsecamente quando sentem dúvidas.

No terceiro questionamento os alunos responderam sobre suas dúvidas, essencialmente quando eles tiveram dúvidas e não perguntaram ou questioná-las sobre elas, e por que fizeram isso, por qual motivos.

Figura 14: Resposta 3



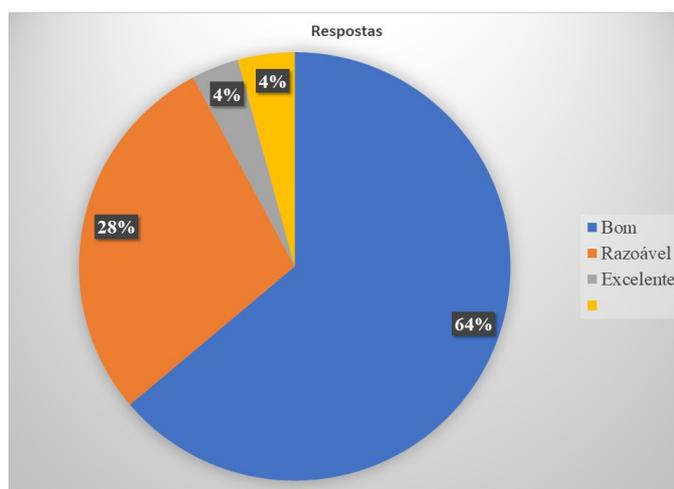
Fonte: Membros da pesquisa (2023)

Em suma, de um total de 27 alunos, 45% dos alunos responderam que quando forem estudar, irão entender o conteúdo proposto, enquanto 41% não gostam de se manifestar em sala de aula, 7% não queriam perguntar, e 7% não deram importância. O presente

percentual que 45% dos entrevistados têm conhecimentos prévios ou uma motivação maior para o estudo da matemática, enquanto que, 41% não gostam de se manifestar. É um ponto a ser ressaltado como preocupante, pois a partir dessas dúvidas guardadas, os conhecimentos do conteúdo são prejudicados, pois o aluno não conseguirá ter êxito em sua aprendizagem.

Logo, na quarta pergunta, era questionado como o aluno classificaria seu nível de atenção à aula. Segue abaixo o gráfico com as resoluções.

Figura 15: Resposta 4



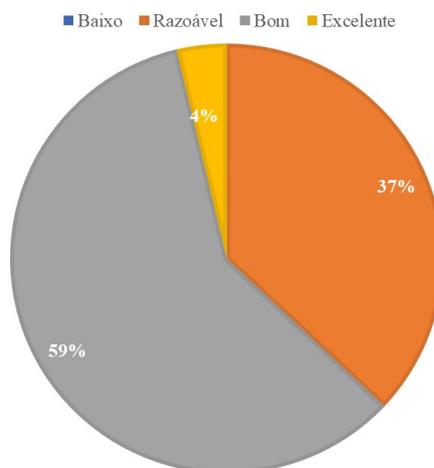
Fonte: Membros da pesquisa (2023)

De um total de 27 alunos, 64% classificou o nível de atenção como bom, 28% razoável, 4% excelente.

Bem como, no quinto questionamento foi proposto como o estudante classificaria o seu nível de aprendizagem durante as aulas. Sendo possível destacar que o mesmo era baixo, razoável, bom ou excelente. Portanto, de 27 alunos, 59% classificou com o bom o nível de aprendizagem, 37% razoável e 4% excelente.

Na quinta proposição foi questionado quais eram as dificuldades que atrapalhou(aram) sua adesão às atividades.

Figura 16: Resposta 5

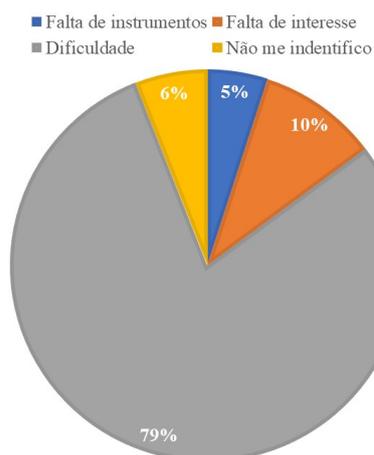


Fonte: Membros da pesquisa (2023)

Sendo essas as seguintes alternativas para realizar a escolha: falta de instrumentos tecnológicos adequados, falta de interesse, dificuldade em compreender o conteúdo ou não me identifico com a disciplina. Assim, de 27 alunos, 79% classificou dificuldade em compreender o conteúdo, 10% falta de interesse, 6% não se identificou, 5% falta de instrumentos.

Além disso, na sexta pergunta do questionário, perguntou-se aos discentes se eles tiveram dificuldades em compreender o conteúdo (funções trigonométricas).

Figura 17: Resposta 6

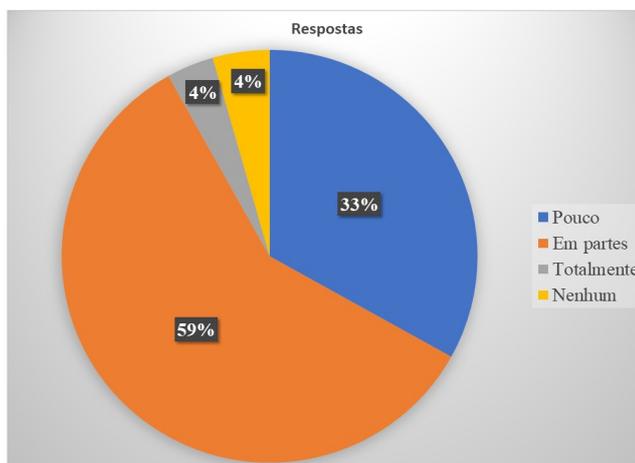


Fonte: Membros da pesquisa (2023)

De 27 alunos, 33% classificou ter pouca dificuldade em compreender o conteúdo, 59% em partes, 4% totalmente, 4% nenhuma.

No gráfico da questão 07, segue a pergunta para avaliar como considera que o meio de comunicação entre professor e aluno foi eficiente.

Figura 18: Resposta 7

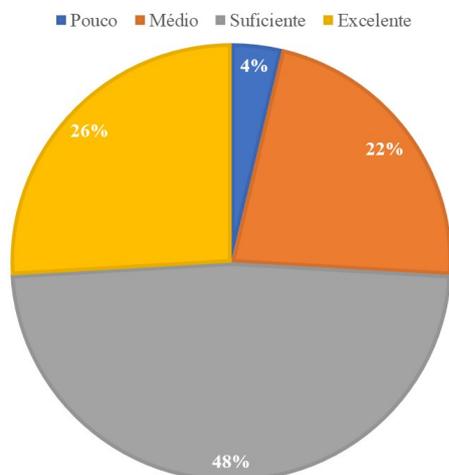


Fonte: Membros da pesquisa (2023)

De 27 alunos, 48% consideraram-se suficiente, para comunicação entre aluno e professor, 26% excelente, 22% médio e 4% pouco.

Na oitava questão seguir a respectiva pergunta: Você considera que o meio de comunicação entre professor e aluno foi eficiente.

Figura 19: Resposta 8

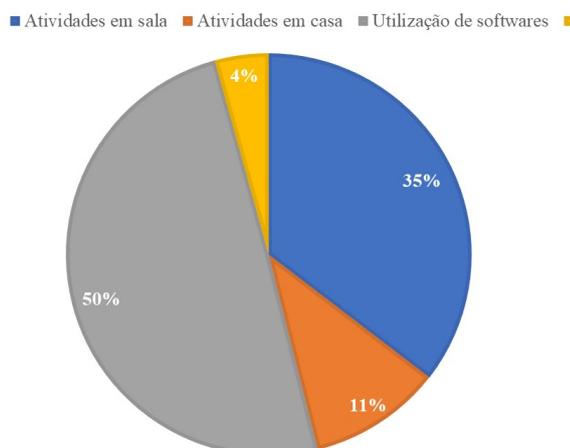


Fonte: Membros da pesquisa (2023)

A maior parte dos alunos respondeu que foi suficiente e eficiente, seguindo o critério da troca de comunicação entre professor e aluno.

A nona indagação feita no questionário, perguntava para os alunos, qual a metodologia a qual eles preferiam encontrar nas aulas, pelo professor.

Figura 20: Resposta 9

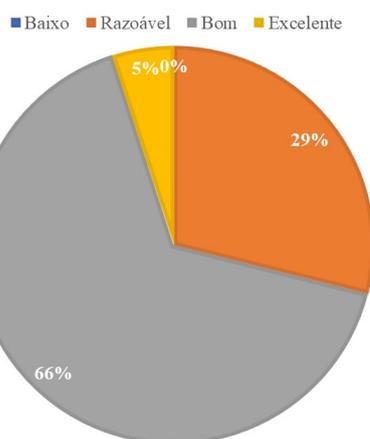


Fonte: Membros da pesquisa (2023)

Sendo assim, através da análise de dados, 50% dos alunos gostam quando os professores utilizam de softwares para a explicação e resolução de atividades. Logo, de 27 alunos, 50% utilizaram atividades em sala, 35% atividades em sala, 11% utilização de softwares 4% não se aplica.

Na indagação de número dez, realizada no questionário do google forms, direcionada aos alunos, como eles consideravam o seu desempenho ao usar o Geogebra.

Figura 21: Resposta 10

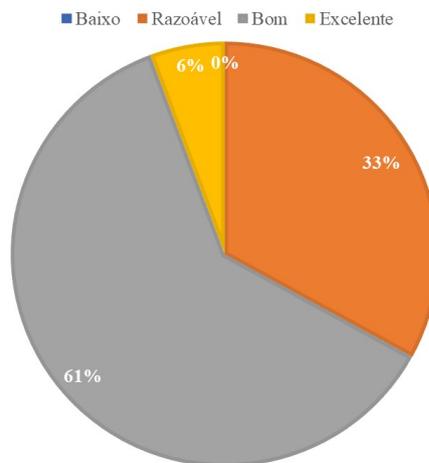


Fonte: Membros da pesquisa (2023)

Por conseguinte, de 27 alunos, 66% responderam bom para o desempenho ao utilizar o Geogebra, 29% consideraram razoável, 5% excelente.

Seguindo as questões do formulário foi questionado sobre o uso do Geogebra, o quanto ele estimulou o interesse em compreender o conteúdo explanado pelo aluno.

Figura 22: Resposta 11

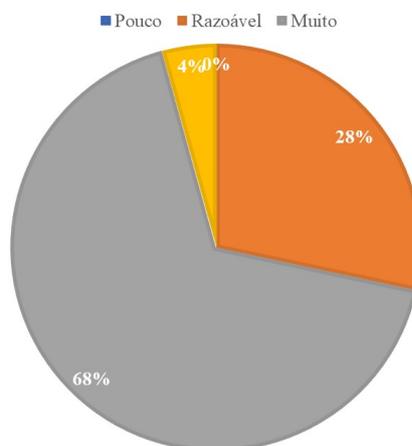


Fonte: Membros da pesquisa (2023)

De 27 alunos, 61% consideraram o Geogebra como um estímulo bom para o aprendizado, 33% razoável, 6% excelente.

Nesse contexto da análise do software Geogebra, na décima terceira questão, perguntava-se aos entrevistados, como a metodologia de ensino das funções trigonométricas favoreceu na sua aprendizagem.

Figura 23: Resposta 12

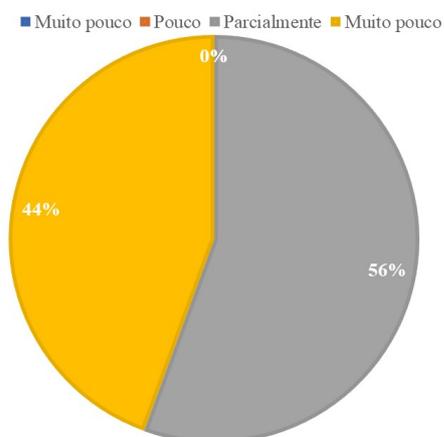


Fonte: Membros da pesquisa (2023)

De 27 alunos, 68% consideraram muito a metodologia apresentada com o uso do Geogebra, enquanto 28% razoável e 4% pouco.

Na última pergunta, foi explanado o quanto o aluno considera que o Geogebra contribuiu para a sua aprendizagem.

Figura 24: Resposta 13



Fonte: Membros da pesquisa (2023)

De 27 alunos, 56% afirmaram que o Geogebra parcialmente ajudou-os, enquanto 44% muito pouco.

7 Considerações finais

Ao longo desta pesquisa, buscamos entender, dinamizar e trabalhar com os alunos do 2º ano do Ensino Médio da escola estadual de Ipueiras, uma pesquisa que englobou principalmente os estudantes que tinham muita facilidade com a disciplina Matemática, mas também com os estudantes que sentiam na matéria dificuldades e tinham a mesma como um grande desafio que entre eles, seria solucionar os problemas trigonométricos, resoluções desde o seno, como o cosseno e a tangente, com o auxílio do mecanismo GeoGebra.

Sendo apresentado a grande importância dessa área dos números perante a vida desses jovens, seja para o Enem, vestibulares, ou em suas profissões e na vida pessoal, mostramos que em todos os instantes e sentidos do meio que nos cerca o viés matemático está inserido, desde um troco de supermercado até problemas matemáticos desenvolvidos em pesquisas, ou seja, convictos de que a matemática está presente em todos os momentos decisórios de nossas vidas.

Percebemos na escola que atualmente, uma das maiores preocupações é com a aprendizagem associada às avaliações externas, e quanto mais os alunos apresentam dificuldades e não externam, maiores serão os resultados negativos, principalmente, nas escolas públicas que apresentam diversos problemas. Porém, para que haja melhorias, essa pesquisa indaga a necessidade de um maior envolvimento de professores e alunos com o desenvolvimento de atividades lúdicas na área da matemática com ênfase na utilização do lúdico através tanto da escolha do aplicativo utilizado (Geogebra), como na aplicação dos questionários, tal como desenvolvemos na nossa pesquisa.

Enfim, as diversas maneiras e caminhos até a chegada do raciocínio dos estudantes mostraram que, dependendo das atividades propostas, os processos matemáticos possibilitam diversas nuances e perspectivas, especificamente aos que sentem uma maior apreensão, pouca desenvoltura de resultados e eficiência em aprendizagem. Os procedimentos desenvolvidos, por meio da implementação das atividades, em que houve a aplicação do lúdico, permitiram que os alunos avançassem em seus níveis de evolução de aprendizagem.

Vale ressaltar que o uso da tecnologia favoreceu a análise, a percepção dos alunos, para uma metodologia nova e abrangente entre conceitos e a geração de ideias, pois o aplicativo Geogebra, tornou-se uma ferramenta de aprendizagem, o que facilitou a interação entre conteúdo e prerrogativas do ensino matemático. Ademais, foi possível a concretização prática de um novo modelo que conecta o aluno ao conteúdo, onde o professor assume a função de mediador.

Com a análise dos dados encontrados, foi possível salientar que o uso da tecnologia é positiva e motiva o aprendizado, pois os meios tecnológicos capturam o olhar novo de uma juventude, que se desmotiva do estudo devido a concentração das conjunturas e poucas modernidades de um conhecimento difundido há muito tempo. Bem como, cabe

ao professor introduzir métodos lúdicos que prendam a atenção desse aluno, para que saia de um papel social coadjuvante e passe a ter um foco central na interação conteúdo e processos de aquisição de novos conhecimentos em que o ponto chave foi a trigonometria.

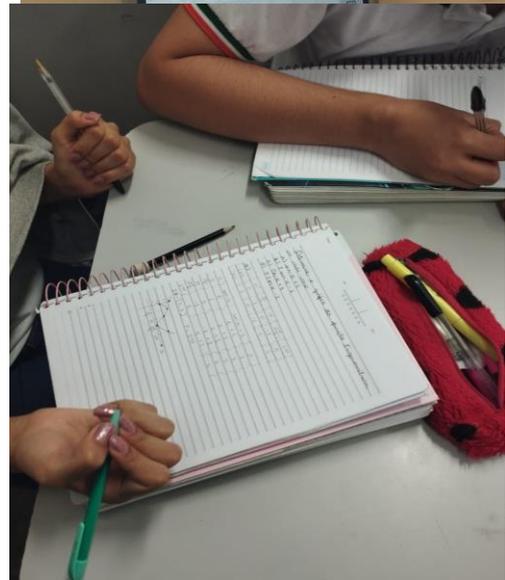
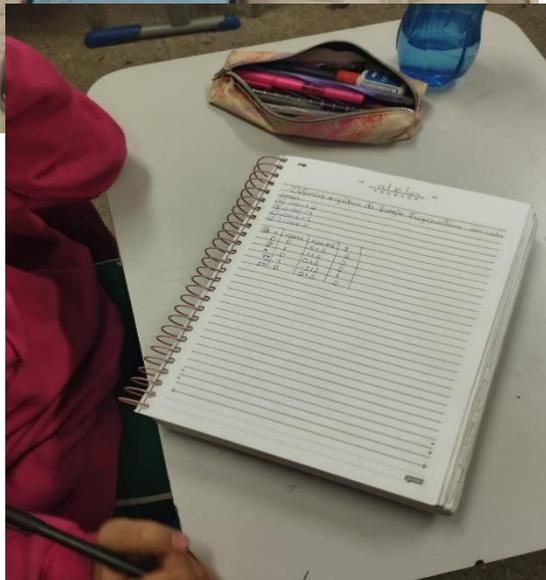
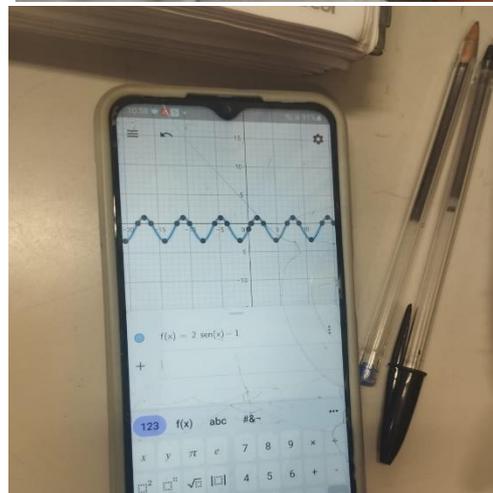
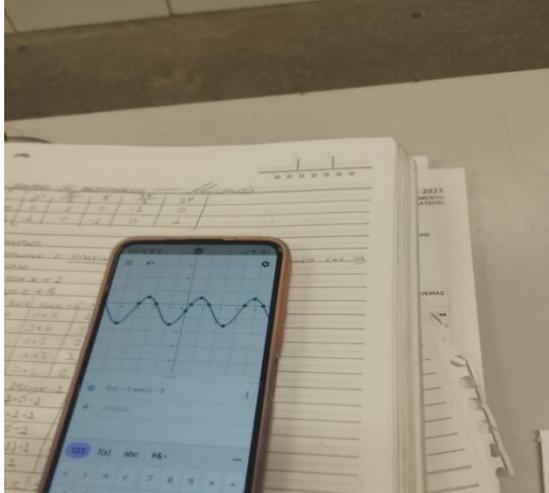
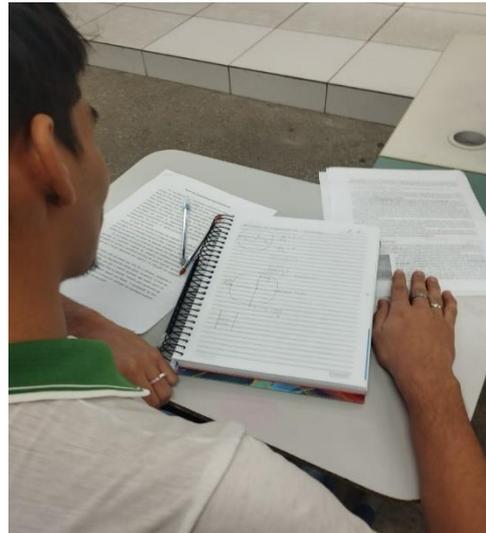
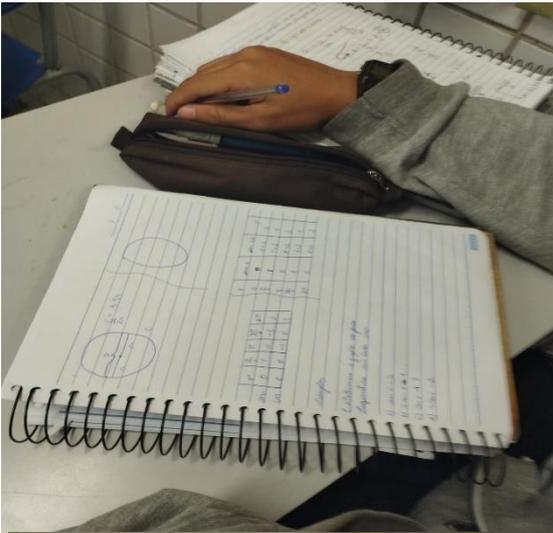
Referências

- ALMEIDA, P. N. d. Educação lúdica: técnicas e jogos pedagógicos. *São Paulo*, 2003. 22
- ANTUNES, C. Jogos para a estimulação de múltiplas inteligências, 13^a edição. *Editora Vozes-Petrópolis-RJ*, 1998. 1
- BAGNO, M. *Pesquisa na escola*. [S.l.]: Edições Loyola, 1998. 25
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. 1, 21
- BRASIL. *Exame Nacional do Ensino Médio*. 31
- BRASIL. *Exame Nacional do Ensino Médio*. 32
- BRASIL. *Exame Nacional do Ensino Médio*. 33
- BRASIL. Ministério da educação. base nacional comum curricular. *Brasília*, 1998. 1, 5, 28
- BRASIL. Diretrizes curriculares nacionais para o ensino médio. *Brasília*, 2011. 4
- BRASIL, E. M. Os triângulos são figuras que compõe o universo geométrico e trigonométrico. *Educa Mais Brasil*, 2024. 14, 15
- Ceará. *LEI N° 14.273. DE 19.12.08* . 2008. Disponível em: <<https://belt.al.ce.gov.br/index.php/legislacao-do-ceara/organizacao-tematica/orcamento-financas-e-tributacao/item/340-lei-n-14-273-de-19-12-08-d-o-23-12-08>>. 26
- COSTA, N. M. L. d. A história da trigonometria. *Educação Matemática em Revista-Revista da SBEM*,(10), p. 60–68, 2003. 7
- DANTE, L. R. Matemática: contexto e aplicações. *São Paulo: Ática*, v. 2, 2013. 6
- FRIEDMANN, A. *Brincar: crescer e aprender-o resgate do jogo infantil*. [S.l.]: Moderna, 2001. 22, 23
- FROTA, M. C. R. Perfis de estilos de aprendizagem matemática de estudantes universitários. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 12, n. 1, 2010. 6
- GeoGebra. *GeoGebra - Matemática Dinâmica*. 2024. Disponível em: <<https://www.geogebra.org>>. 20
- LIMA, E. L. Sobre o ensino da matemática. *Revista do professor de matemática*, n. 28, p. 1–3, 1995. 12
- LIMA, E. L. et al. *A matemática do ensino médio*. [S.l.]: SBM Rio de Janeiro, 1997. v. 6. 10, 11, 12, 13, 14, 17, 18
- LORENZATO S.; VILA, M. d. C. Século xxi: qual matemática é recomendável? p. 41-50. *Zetetike*, v. 1, n. 1, 1993. 1, 4
- LUCKESI, C. C. Filosofia e educação; elucidações conceituais e articulações. In: . [S.l.]: Cortez, 1994. 23

- LUPINACCI M. L. V.; BOTIN, M. L. M. Resolução de problemas no ensino de matemática. *Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife*, p. 1–5, 2004. 6
- MORENO, B. R. d. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. *Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análise e propostas*. Porto Alegre: Artmed, p. 43–76, 2006. 4
- NASCIMENTO K. A. S. D.; NUNES, J. B. C. Formar é preciso: software educativo livre para o ensino de geometria. 2013. 20
- OLIVEIRA, F. C. d. *Dificuldades no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2006. 28
- POLYA G. M., e. a. Inhibition of signal-regulated protein kinases by plant-derived hydrolysable tannins. *Phytochemistry*, Elsevier, v. 38, n. 2, p. 307–314, 1945. 4
- RODRIGUES M. A. P. S.; SONORA, R. V. Uniban/sp. 23
- ROQUE T.; CARVALHO, J. B. P. *Tópicos de história da matemática*. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012. 8
- SADOVSKY, P. Falta fundamentação didática no ensino da matemática. *Nova Escola*. São Paulo, Ed. Abril, 2007. 5
- SANTOLÓ, L. A. Matemática para não-matemáticos. in: Parra, c.; saiz, i. (orgs.) didática da matemática: reflexões psicopedagógicas. trad. juan a. llorens. *Porto Alegre: Artes Médicas*, 1996. 5
- SANTOS, G. L. Uma pesquisa longitudinal sobre professores e computadores. *Educação e Realidade*, v. 36, n. 03, p. 837–848, 2011. 20
- TOLEDO, M. B. d. A. Teoria e prática de matemática: como dois e dois. *São Paulo: FTD*, 2009. 19, 26
- VAZQUEZ, C. M. R. Trigonometria no ensino médio: Construção de alguns conceitos. *X Encontro Nacional de Educação Matemática*, 2010. 6
- VERÇOSA M.; ROCHA, S. T. R. A. d. M. Resolução de problemas matemáticos: aproximações e distanciamentos nos anos iniciais do ensino fundamental. *Revista TCC-Revista de divulgação científica do curso de Pedagogia-UFPE*, v. 1, p. 1–20, 2010. 4

8 Apêndices

01- FOTOS DAS ATIVIDADES EM SALA

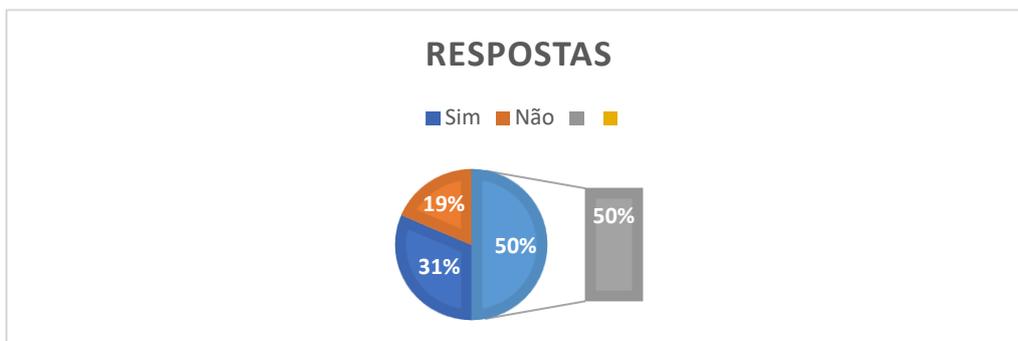


FORMULÁRIO DE PERFIL DA TURMA – 2023

01. Você teve alguma dificuldade em cumprir as atividades desenvolvidas em sala?

Sim

Não



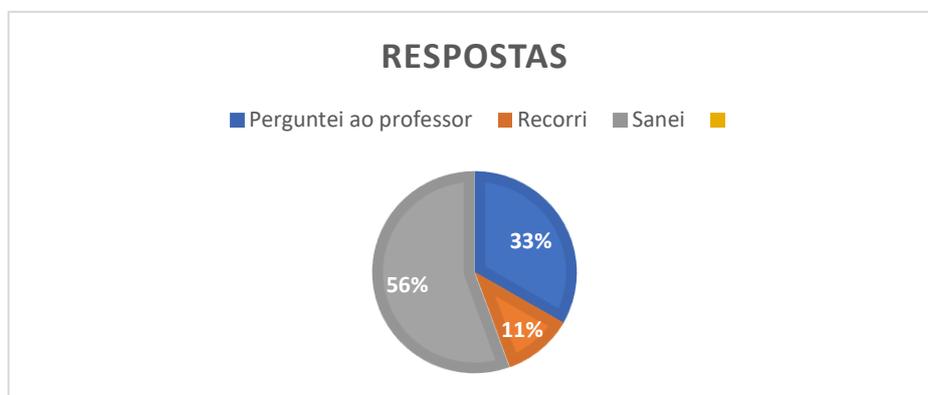
De um total de 27 alunos, 31% responderam que tiveram dificuldade em cumprir as atividades desenvolvidas em sala de aula. Enquanto 19% responderam não.

02. Se respondeu “Sim” na pergunta anterior, de que forma tirou suas dúvidas?

Perguntei ao professor.

Sanei as dúvidas através das respostas dadas pelo professor a uma dúvida de outro colega.

Recorri ao material didático.



De um total de 27 alunos, 56% afirmaram que sanaram as dúvidas através das respostas dadas pelo professor, enquanto 33% perguntaram ao professor, e 11% recorreu ao material didático.

03. Se teve dúvidas e não tirou, aponte o/s motivo/s.

Não gosto de me manifestar em aula.

Não tive tempo de perguntar.

Quando eu for estudar, eu entenderei.

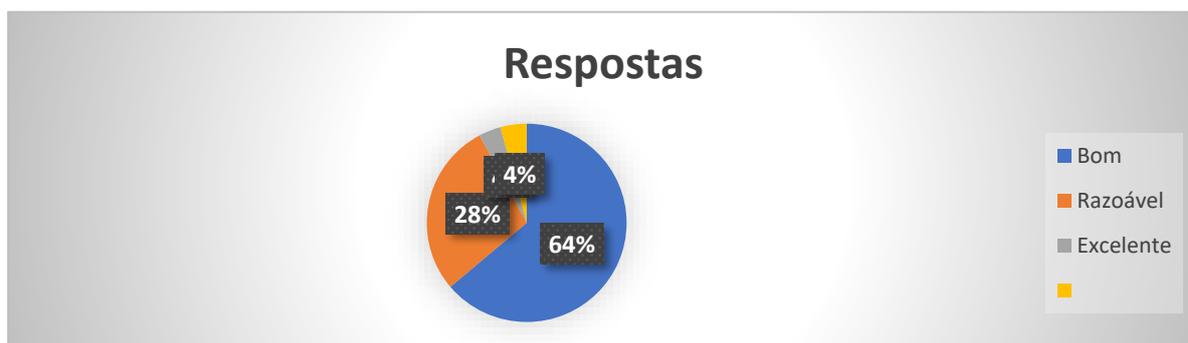
Achei que era uma besteira ou achei que os/as colegas iriam achar uma besteira.



De um total de 27 alunos, 45% dos alunos responderam que quando forem estudar, irão entender o conteúdo proposto, enquanto 41% não gostam de se manifestar em sala de aula, 7% não tiveram tempo de perguntar, e 7% acharão que era uma besteira.

04. Como você classificaria seu nível de atenção à aula?

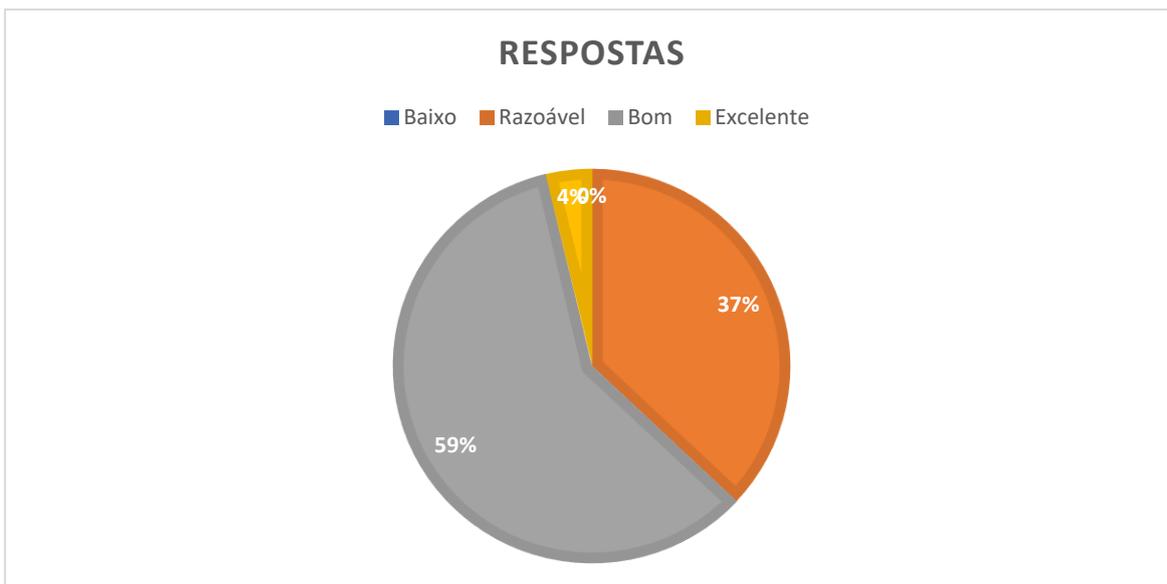
- Baixo
- Razoável
- Bom
- Excelente



De um total de 27 alunos, 64% classificou o nível de atenção como bom, 28% razoável, 4% excelente.

05. Como você classificaria seu nível de aprendizagem durante as aulas?

- Baixo
- Razoável
- Bom
- Excelente



De 27 alunos, 59% classificou como bom o nível de aprendizagem, 37% razoável e 4% excelente.

06. Qual(is) dificuldades atrapalhou(aram) sua adesão às atividades?

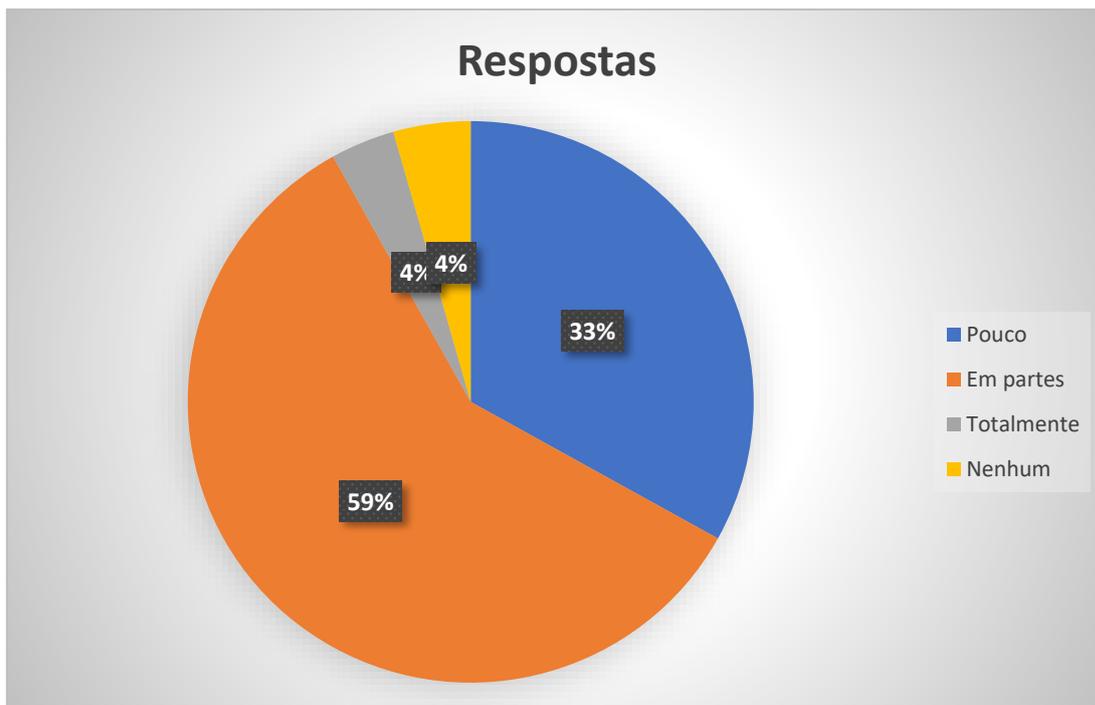
- Falta de instrumentos tecnológicos adequados.
- Falta de interesse.
- Dificuldade em compreender o conteúdo.
- Não me identifiquei a disciplina.



De 27 alunos, 79% classificou dificuldade em compreender o conteúdo, 10% falta de interesse, 6% não se identificou, 5% falta de instrumentos.

07. Você teve dificuldade em compreender o conteúdo (funções trigonométricas)?

- Pouco
- Em partes
- Totalmente
- Nenhum



De 27 alunos, 33% classificou ter pouca dificuldade em compreender o conteúdo, 59% em partes, 4% totalmente, 4% nenhuma.

08. Você considera que o meio de comunicação entre professor e aluno foi eficiente?

- () Pouco
- () Médio
- () Suficiente
- () Excelente



De 27 alunos, 48% consideraram-se suficiente, para comunicação entre aluno e professor, 26% excelente, 22% médio e 4% pouco.

09. Você considera que o meio de comunicação entre professor e aluno foi eficiente?

- () Pouco
- () Médio
- () Muito



10. Que metodologia de ensino você preferiu?

- Atividades em sala.
 Atividades em casa.
 Utilização de softwares (GEOGEBRA).
 Não se aplica.



De 27 alunos, 50% utilizaram atividades em sala, 35% atividades em sala, 11% utilização de softwares 4% não se aplica.

11. Como você considera seu desempenho ao usar o Geogebra?

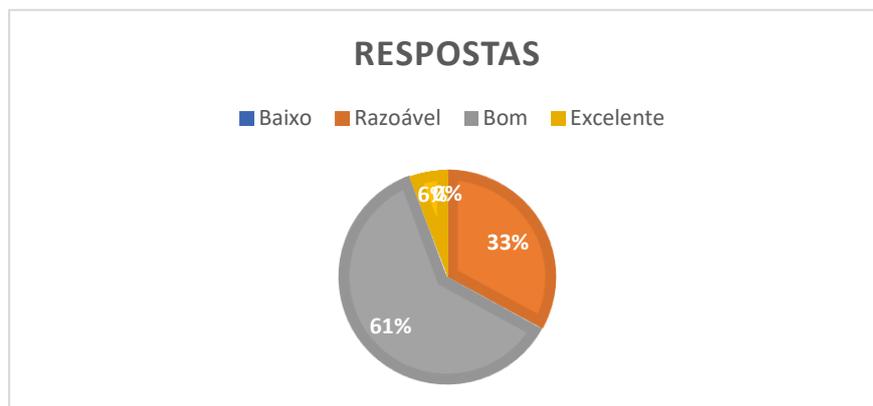
- Baixo
 Razoável
 Bom
 Excelente



De 27 alunos, 66% responderam bom para o desempenho ao utilizar o Geogebra, 29% consideraram razoável, 5% excelente.

12. O uso do Geogebra estimulou seu interesse em compreender o conteúdo?

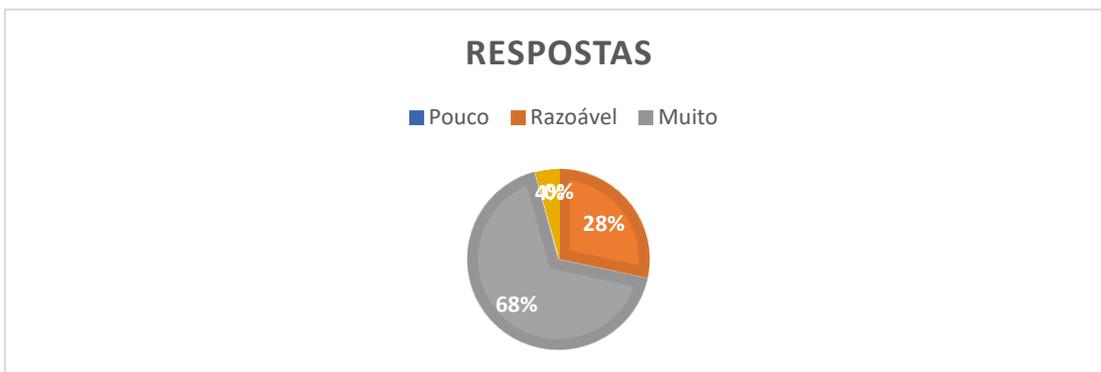
- () Baixo
 () Razoável
 () Bom
 () Excelente



De 27 alunos, 61% consideraram o Geogebra como um estímulo bom para o aprendizado, 33% razoável, 6% excelente.

13. Você considera que o uso do Geogebra como metodologia de ensino das funções trigonométricas favoreceu na sua aprendizagem?

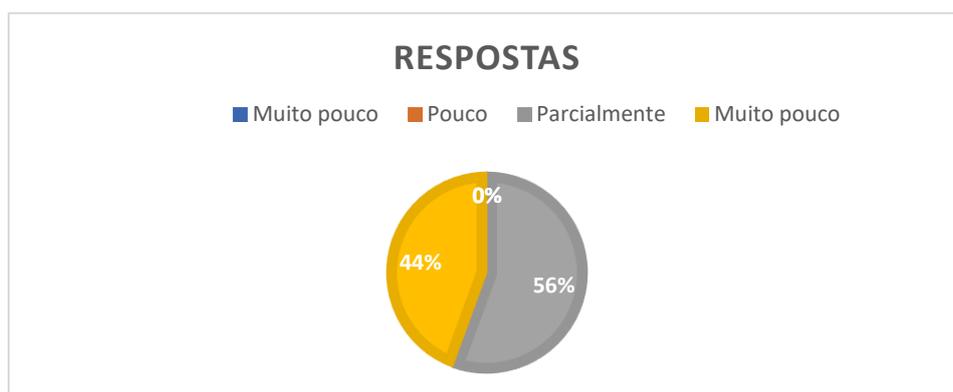
- () Pouco
 () Razoável
 () Muito



De 27 alunos, 68% consideraram muito a metodologia apresentada com o uso do Geogebra, enquanto 28% razoável e 4% pouco.

14. O quanto você considera que o Geogebra contribuiu para a sua aprendizagem?

- () Muito pouco
- () Pouco
- () Parcialmente
- () Muito



De 27 alunos, 56% afirmaram que o Geogebra parcialmente ajudou-os, enquanto 44% muito pouco.

FORMULÁRIO SOCIOECONÔMICO

E-mail:

Nome:

Celular:

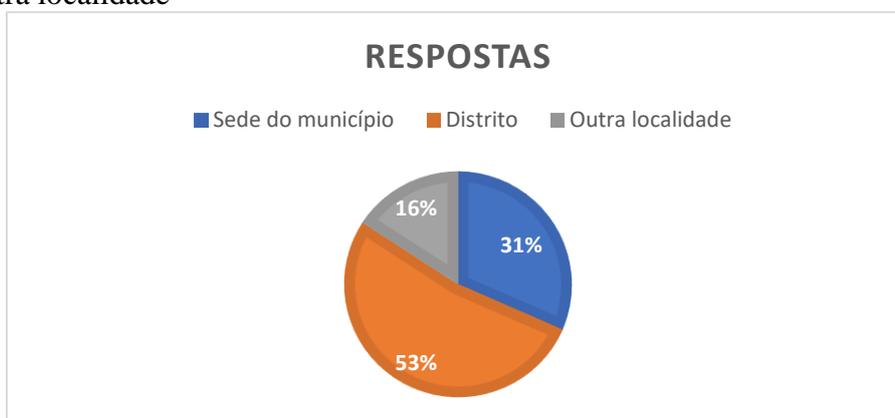
Você reside em qual município/estado?

1. Onde sua residência fica localizada?

Sede do município

Distrito

Outra localidade



De um total de 100%, 53% dos alunos residem em distritos do município, 31% na sede do município, 16% em outra localidade.

2. Com que frequência, em média, você desenvolve algum tipo de atividade que contribui na renda de casa ou que auxilia nas atividades autônomas de seus pais/responsáveis?

1x por semana

2x por semana

3x por semana

4x por semana

5x por semana

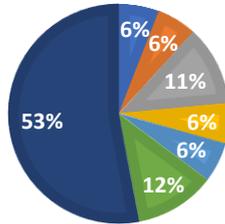
6x por semana

Todos os dias da semana

Não desenvolvo atividade que gere renda

RESPOSTAS

■ 1 x por semana ■ 2 x por semana ■ 3 x por semana ■ 4 x por semana
■ 5 x por semana ■ Todos os dias ■ Não

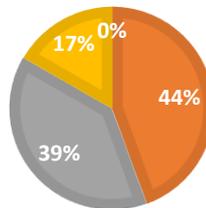


3. Quantas pessoas moram com você atualmente?

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5 ou mais

RESPOSTAS

■ 1 ■ 2 ■ 3 ■ 4 ■ 5

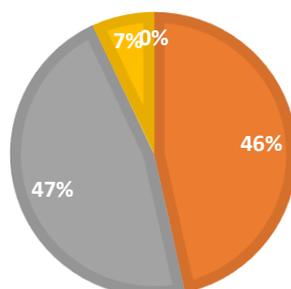


4. Quantos cômodos [executando banheiro/s] têm em sua casa?

- Até 3 cômodos
- Até 5 cômodos
- Até 7 cômodos
- Mais de 7 cômodos

RESPOSTAS

■ Até 3 cômodos ■ Até 5 cômodos ■ Até 7 cômodos ■ Mais de 7 cômodos



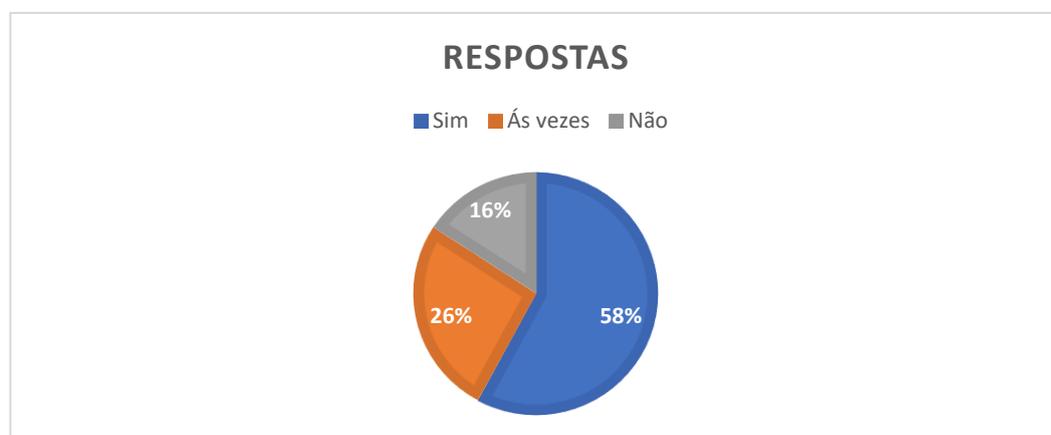
5. Dos cômodos listados abaixo, qual você mais usa para estudar?

- Sala de estar/jantar
- Cozinha
- Quarto
- Quintal
- Calçada
- Outro local



6. Quando você está estudando, esse local é exclusivo para seus estudos?

- Sim
- Às vezes
- Não



7. Qual/is equipamentos, de uso exclusivo seu, você usa para estudar?

- Computador de mesa
- Notebook
- Celular
- Tablet
- Não tenho nenhum equipamento de uso exclusivo



8. Quantas horas diárias você consegue dedicar aos estudos da disciplina e solução de atividades?

- Menos de 1 hora.
- De 1h a 1h59min.
- De 2h a 2h59min.
- De 3h a 3h59min.
- De 4h a 4h59min.
- Mais de 5 horas diárias.

9. Você acha que esse tempo é suficiente para conseguir um bom aproveitamento?

- Sim
- Não
- Talvez

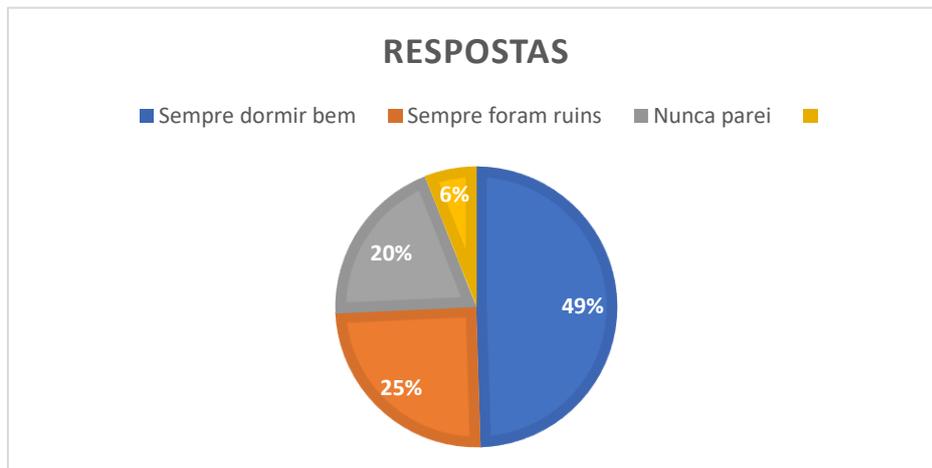


10. Durante o horário dedicado aos estudos, você costuma fazer intervalos?

- Sim, programo meus intervalos.
- Sim, quando necessito, faço intervalos.
- Sim, sempre estou procurando alguma desculpa para fazer um intervalo.
- Não, nunca faço intervalos.

11. Como você avalia suas noites de sono?

- () Sempre dormi bem.
- () Sempre foram ruins.
- () Nunca parei para pensar sobre isso.





PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM TRIGONOMÉTRICA DE ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO E SUAS IMPLICAÇÕES

Pesquisador: FRANCISCO MIRANDA BARROS

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 76961523.3.0000.5209

Instituição Proponente: Universidade Estadual do Piauí - UESPI

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 6.638.367

Apresentação do Projeto:

Pesquisa com 40 alunos do 2º ano do ensino médio, em uma turma da EEMTI Otacílio Mota, na cidade de Ipueiras, situada na região noroeste do interior do Estado do Ceará. Serão utilizados questionários, com 10 perguntas a serem respondidas de forma subjetiva, que darão suporte para maior entendimento das realidades dos discentes.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Analisar as implicações das dificuldades de aprendizagem trigonométrica para o desenvolvimento de alunos de 2º ano de Ensino Médio.

Objetivo Secundário:

-Identificar as dificuldades de aprendizagem em trigonometria comumente apresentadas por alunos do 2º ano do Ensino Médio. -Verificar as implicações das dificuldades de aprendizagem trigonométrica para o desenvolvimento de alunos do 2º ano do Ensino Médio. -Propor no contexto de interpretação e resolução de problemas trigonométricos, atividades aos alunos do 2º ano do Ensino Médio que possibilitem superar dificuldades de aprendizagem.-Propor a inserção de aplicativos que facilitem o entendimento da trigonometria.

Endereço: Rua Olavo Bilac, 2335

Bairro: Centro/Sul

CEP: 64.001-280

UF: PI

Município: TERESINA

Telefone: (86)3221-6658

Fax: (86)3221-4749

E-mail: comitedeeticauespi@uespi.br



Continuação do Parecer: 6.638.367

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Esse estudo apresenta riscos mínimos de origem psíquica, relativos ao estresse com o gasto de tempo do sujeito ao participar da pesquisa. Na esfera física, a pesquisa apresenta risco mínimo de cansaço físico ao responder às perguntas. No entanto, qualquer desconforto causado ao participante, o mesmo poderá a qualquer momento deixar de participar da pesquisa.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Pesquisa viável e de grande alcance social.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Foram apresentados:

- Folha de Rosto preenchida, assinada, carimbada e datada.
- Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), mas não apresentou o Termo de Assentimento (para menor de idade ou incapaz);
- Declaração da Instituição e Infra-estrutura em papel timbrado da instituição, carimbada, datada e assinada;
- Projeto de pesquisa na íntegra (word/pdf);
- Instrumento de coleta de dados EM ARQUIVO SEPARADO(questionário/entrevista/formulário/roteiro).

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

De acordo com a análise, conforme a Resolução CNS/MS N°466/12 e seus complementares, o presente projeto de pesquisa apresenta o parecer APROVADO por apresentar todas as solicitações indicadas na versão anterior.

Alterações realizadas:

1. Os riscos e a forma de assistência foram apresentados na Plataforma Brasil (PB).
2. Análise de dados foi esclarecida na PB.
3. TCLE:
 - A) Os meios de contato do pesquisador responsável e do CEP foram informados.
 - B) TCLE foi elaborado em duas vias originais e foi informado sobre o direito de o participante receber uma via assinada do TCLE.
 - C) O ressarcimento ao participante de pesquisa foi assegurado.
 - D) Foi explicitado no TCLE que o participante de pesquisa tem o direito de buscar indenização.

Endereço: Rua Olavo Bilac, 2335

Bairro: Centro/Sul

CEP: 64.001-280

UF: PI

Município: TERESINA

Telefone: (86)3221-6658

Fax: (86)3221-4749

E-mail: comitedeeticauespi@uespi.br



Continuação do Parecer: 6.638.367

- E) Os benefícios e riscos foram apresentados.
- F) Foi assegurado o direito de recusar-se a participar da pesquisa.
- G) O endosso foi retirado.
- H) As informações do CEP foram inseridas.

4)TALE: foi inserido de acordo com as normas éticas.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2235751.pdf	25/01/2024 11:04:53		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO.docx	25/01/2024 11:03:35	FRANCISCO MIRANDA BARROS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	termodeassentimento.docx	25/01/2024 11:00:12	FRANCISCO MIRANDA BARROS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE1.doc	25/01/2024 10:54:27	FRANCISCO MIRANDA BARROS	Aceito
Outros	questionario.docx	18/01/2024 19:02:10	FRANCISCO MIRANDA BARROS	Aceito
Orçamento	ORCAMENTO.docx	17/01/2024 17:42:51	FRANCISCO MIRANDA BARROS	Aceito
Cronograma	CRONOGRAMA.docx	17/01/2024 17:31:34	FRANCISCO MIRANDA BARROS	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	ANUENCIA.pdf	06/12/2023 15:35:45	FRANCISCO MIRANDA BARROS	Aceito
Declaração de Pesquisadores	pesquisador.pdf	06/12/2023 15:34:18	FRANCISCO MIRANDA BARROS	Aceito
Folha de Rosto	ROSTO.pdf	06/12/2023 15:25:21	FRANCISCO MIRANDA BARROS	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Endereço: Rua Olavo Bilac, 2335

Bairro: Centro/Sul

CEP: 64.001-280

UF: PI

Município: TERESINA

Telefone: (86)3221-6658

Fax: (86)3221-4749

E-mail: comitedeeticauespi@uespi.br



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO
PIAÚÍ - UESPI



Continuação do Parecer: 6.638.367

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

TERESINA, 06 de Fevereiro de 2024

Assinado por:
LUCIANA SARAIVA E SILVA
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Olavo Bilac, 2335

Bairro: Centro/Sul

CEP: 64.001-280

UF: PI

Município: TERESINA

Telefone: (86)3221-6658

Fax: (86)3221-4749

E-mail: comitedeeticauespi@uespi.br

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL –
PROFMAT**

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO-TCLE

Você está sendo convidado(a) a participar livre e voluntariamente da pesquisa **AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM TRIGONOMÉTRICA DE ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO E SUAS IMPLICAÇÕES**, desenvolvido pelo aluno de pós-graduação Paulo Robson Paiva Soares do curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade Estadual do Piauí – UESPI. Este estudo se propõe Analisar as dificuldades de aprendizagem trigonométrica de alunos do 2º ano e suas implicações.

Sua participação consistirá em participar de um questionário semiestruturada com 14 perguntas, a ser feita de forma presencial e com duração média de 20 minutos, ficando o participante à vontade para responder aos questionamentos. Serão garantidos os sigilos de identidade e privacidade dos dados coletados durante todas as fases da pesquisa. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Conforme prevê a resolução 510/2016 em seu Art. 2, o participante da pesquisa que vier a sofrer qualquer tipo de dano resultante de sua participação na pesquisa, previsto ou não no Registro de Consentimento Livre e Esclarecido, tem direito a assistência e a buscar indenização.

Esse estudo apresenta riscos mínimos de origem psíquica, relativos ao estresse com o gasto de tempo do sujeito ao participar da pesquisa. Na esfera física, a pesquisa apresenta risco mínimo de cansaço físico ao responder às perguntas. No entanto, qualquer desconforto causado ao participante, o mesmo poderá a qualquer momento deixar de participar da pesquisa. Todavia, sua participação trará como benefícios o alargamento da produção de conhecimentos sobre esse tema e o fomento à investigação de fatores que possam colaborar para aperfeiçoar os métodos de aprendizagem dos alunos rede estadual de ensino do Ceará.

Os resultados da pesquisa estarão à sua disposição quando finalizada. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a sua permissão. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 anos e, após esse tempo, serão destruídos.

O(a) senhor(a) será esclarecido(a) em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador(a) ou pela instituição.

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma via será arquivado pelo pesquisador responsável, Paulo Robson Paiva Soares, e a outra será fornecida a você. Se você tiver alguma consideração ou dúvida, sobre a sua participação na pesquisa, entre em contato com o pesquisador pelo e-mail profmiranda5@gmail.com ou pelo telefone (88) 9973227924, e com o Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual do Piauí, localizado na Rua Olavo Bilac, 2335 Centro (ccs/uespi), fone: (86) 3221 4749/32216658 – R-30.. Acordando com esse Termo de Consentimento, você autoriza o(a) pesquisador(a) a utilizar os dados coletados em ensino, pesquisa e publicação, estando a sua identidade preservada.

Você concorda com o TCLE?

Sim ()

Não ()

TERESINA-PI, _____ de _____ de 2024.

Assinatura do participante da pesquisa

CPF

Assinatura do pesquisador

TERMO DE ASSENTIMENTO A ESTUDANTES (para menores de 18 anos)

Você está sendo convidado/a para participar de uma pesquisa sobre “*AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM TRIGONOMÉTRICA DE ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO E SUAS IMPLICAÇÕES*”. Meu nome é Francisco Miranda Barros. Seus pais permitiram que você participe. Mas achamos importante você compreender o motivo que nos leva a estudar esse assunto: são as dificuldades que muitos alunos enfrentam no terceiro ano do ensino médio na aprendizagem da matemática financeira. Dessa forma, nos preocupamos em buscar estratégias que possam auxiliar os alunos na resolução dos problemas da matemática financeira.

Os alunos que irão participar dessa pesquisa têm em média 17 anos. Você não precisa participar da pesquisa se não quiser, é um direito seu. Não terá nenhum problema se desistir. A pesquisa será feita na Escola de Ensino Médio em Tempo Integral Monsenhor Aguiar, onde os alunos participarão das aulas de matemática em que serão aplicadas atividades de escrita que promovam a aprendizagem da matemática financeira. Caso você autorize, usaremos a resposta das atividades para análise, sem identificar seu nome ou qualquer outra informação pessoal. Vamos fazer o possível para que você se sinta bem, para que as atividades não atrapalhem a rotina da sala, preservando o seu processo de aprendizagem e a sua concentração nos estudos. Tudo foi planejado para minimizar os riscos de sua participação, porém você pode sentir algum desconforto, dificuldade ou desinteresse no momento da aplicação ou resolução das atividades. Caso sinta algo desagradável poderá interromper a sua participação e, se houver interesse, conversar com o pesquisador sobre o assunto.

Você não receberá remuneração pela participação e, se julgar necessário, terá direito ao ressarcimento de eventuais despesas diretamente decorrentes de sua participação na pesquisa e à indenização por danos resultantes desta, nos termos da Lei.

Em estudos parecidos com esse, os participantes gostaram de colaborar e a sua participação poderá contribuir para o desenvolvimento de estratégias que favoreçam o processo de ensino e aprendizagem da matemática financeira em sua escola, bem como para o desenvolvimento de suas habilidades na resolução de problemas que envolvam a matemática financeira. As suas respostas não serão divulgadas de forma a possibilitar a sua identificação. Além disso, você está recebendo uma via deste termo onde consta o telefone do pesquisador principal, podendo tirar dúvidas agora ou a qualquer momento.

Ninguém saberá que você está participando da pesquisa, não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem o nome verdadeiro dos alunos menores de idade que participaram da pesquisa.

Se você entendeu as coisas negativas e as coisas positivas que podem acontecer, pode dizer “sim” e participar, mas a qualquer momento, pode dizer “não” e desistir sem ninguém ficar chateado com você, nós pedimos que assine estas duas folhas ficando uma delas com você. Muito obrigado!

Prof. Francisco Miranda Barros – (88) 993227924

() aceito participar () não aceito participar

Ipueiras-CE ,.....de.....de 2024

Participante da Pesquisa

O pesquisador informou que o projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UESPI que funciona na SALA DO CEP UESPI – RUA OLAVO BILAC, 2335 CENTRO (CCS/UESPI), - EMAIL: comitedeeticauespi@uespi.br TELEFONE: 3221 4749/32216658 – R-30/ (Luiza). Se necessário, você poderá entrar em contato com esse Comitê o qual tem como objetivo assegurar a ética na realização das pesquisas com seres humanos.

Secretaria de Educação do Estado do Ceará - SEDUC
Coordenadoria Regional de Desenvolvimento da Educação – CREDE 13
ESCOLA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL DARIO CANTUNDA FONTENELE

TERMO DE ANUÊNCIA

Eu, Sr. Antônio Cláudio Régis Oliveira Soares, Diretor da Escola Estadual de Educação Profissional Dario Catunda Fontenele, autorizo a realização da pesquisa “As dificuldades de aprendizagem trigonométrica de alunos do 2º ano do ensino médio e suas implicações” a ser realizada pelo aluno de **pós-graduação Francisco Miranda Barros**, vinculado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, sob orientação do **prof. Dr. Pedro Antônio Soares Júnior**, a ser iniciada após aprovação do comitê de ética em Pesquisa com Seres Humanos da UESPI.

Autorizo o pesquisador a utilizar o espaço da Escola Estadual de Educação Profissional Dario Catunda Fontenele para a aplicação de atividades com os alunos do 2º ano de ensino médio. Afirmando que não haverá qualquer implicação negativa aos alunos que não queiram ou desistam de participar do estudo.

Ipueiras-CE, ____ de Dezembro de 2023

ANTÔNIO CLÁUDIO RÉGIS OLIVEIRA SOARES
DIRETOR ESCOLAR