UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
PROFMAT

Jacqueline Carvalho Lopes

# PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE FRAÇÕES

Vitoria
2024

Jacqueline Carvalho Lopes

# PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE FRAÇÕES

Dissertação apresentada ao PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências Exatas da Universidade Federaldo Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

**Orientador:** Dr. Moacir Rosado Filho

Vitória

2024

Jacqueline Carvalho Lopes

**PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE FRAÇÕES**

**COMISSÃO EXAMINADORA**

Prof. Dr. Moacir Rosado Filho
Universidade Federal do Espírito
Santo Orientador

Prof. Dr. Rosa Elvira Quispe Ccoyllo
Membro Interno – UFES

Prof. Dr. Fidelis Zanetti de Castro
Membro Externo - IFES

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de
Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

---

C331p

Carvalho Lopes, Jacqueline, 1983-
Proposta de sequência didática sobre frações / Jacqueline Carvalho Lopes. - 2024.
112 f. : il.

Orientador: Moacir Rosado Filho.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas.

1. Pandemia. 2. Sequência Didática. 3. Frações. I. Rosado Filho, Moacir. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências Exatas. III. Título.

CDU: 51

---

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**

**Centro de Ciências Exatas**

**Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT**

# “Uma Sequência Didática para o Ensino de Frações”

## Jacqueline Carvalho Lopes

Defesa de Dissertação de Mestrado Profissional submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em 24/04/2024 por:

---

Prof.(a) Dr.(a) Moacir Rosado Filho
Orientador(a) – UFES

---

Prof.(a) Dr.(a) Rosa Elvira Quispe Ccoyllo
Membro interno – UFES

---

Prof.(a) Dr.(a) Fidelis Zanetti de Castro
Membro Externo – IFES

Datas e horários baseados em Brasília, Brasil
**Sincronizado com o NTP.br e Observatório Nacional (ON) em 27/04/2024 às 12:32:56**

## Folha de Assinaturas Jacqueline Carvalho Lopes

Data e Hora de Criação: 25/04/2024 às 13:07:02

**Documentos que originaram esse envelope:**

- Folha de Assinaturas Jacqueline Carvalho Lopes.docx (Documento Microsoft Word) - 1 página(s)

### Hashs únicas referente à esse envelope de documentos

[SHA256]: 6324c4d38f1a8a46250403275b518fbffff8606567dfa593fde6a86040a999e0
[SHA512]: 4a612781137c37286156698568360aa9e0aaf984d695786f4119de1372c263e779e918e7f0f1aa300aad1798c6188bddd16c8c888f7e9ec9f4f020b31d2f7994

### Lista de assinaturas solicitadas e associadas à esse envelope

**ASSINADO - Fidelis Zanetti de Castro (fidelis.castro@gmail.com)**
Data/Hora: 27/04/2024 - 12:32:56, IP: 200.137.75.2, Geolocalização: [-20.192613, -40.222001]
[SHA256]: 767efe2d296a474e67db906ab6eb565466d2956f8de905b880fa052cc52e72b0

**ASSINADO - Moacir Rosado Filho (moacrosa@gmail.com)**
Data/Hora: 25/04/2024 - 14:47:08, IP: 177.159.75.75, Geolocalização: [-20.295036, -40.296780]
[SHA256]: 137382547206a033092a23a18eb2eb674247ade0f3bcfe03668063ed5d7e9810

**ASSINADO - Rosa Elvira Quispe Ccoyllo (rosa.ccoyllo@ufes.br)**
Data/Hora: 25/04/2024 - 13:55:32, IP: 200.137.65.102
[SHA256]: 1697824b0eae9e1fb5538b37999034787931ab082a1f0db47bbf37cbfe7c4fbd

### Histórico de eventos registrados neste envelope

27/04/2024 12:32:56 - Envelope finalizado por fidelis.castro@gmail.com, IP 200.137.75.2
27/04/2024 12:32:56 - Assinatura realizada por fidelis.castro@gmail.com, IP 200.137.75.2
27/04/2024 12:32:51 - Envelope visualizado por fidelis.castro@gmail.com, IP 200.137.75.2
25/04/2024 14:47:08 - Assinatura realizada por moacrosa@gmail.com, IP 177.159.75.75
25/04/2024 13:55:32 - Assinatura realizada por rosa.ccoyllo@ufes.br, IP 200.137.65.102
25/04/2024 13:55:23 - Envelope visualizado por rosa.ccoyllo@ufes.br, IP 200.137.65.102
25/04/2024 13:08:32 - Envelope registrado na Blockchain por ivan.barbosa@ufes.br, IP 200.137.65.109
25/04/2024 13:08:32 - Envelope encaminhado para assinaturas por ivan.barbosa@ufes.br, IP 200.137.65.109
25/04/2024 13:07:06 - Envelope criado por ivan.barbosa@ufes.br, IP 200.137.65.109

## AGRADECIMENTOS

À Deus, por ter me mostrado que sou mais forte do que imaginava, me permitindo concluir este mestrado.

Ao meu pai (em memória) e à minha mãe, cuja dedicação incansável proporcionou minha formação. Tenho certeza de que estão orgulhosos da jornada que percorri.
Ao meu marido e aos meus filhos, gratidão por compreenderem os momentos em que estive ausente, dedicando-me aos estudos.

Ao meu diretor, Glauner Neumeg, expresso minha gratidão por sua confiança e constante incentivo. Agradeço também aos colegas professores, que sempre me apoiaram, perguntando sobre meu progresso e me encorajando a seguir em frente.
Ao Dr. Moacir Rosado Filho, expresso minha gratidão pelo acompanhamento durante as disciplinas do curso e, especialmente, pelas orientações fundamentais para a conclusão deste trabalho.

Aos demais professores do PROFMAT – UFES: Dr. Etereldes, Dr. Florêncio, Dr. Domingos; Dr. Allan e Dra. Rosa, expresso minha profunda gratidão pela dedicação exemplar, pelas aulas inspiradoras, pela paciência e pelos valiosos conhecimentos compartilhados.

Aos colegas da turma do PROFMAT de 2019, agradeço imensamente pelo companheirismo, solidariedade e pelos momentos memoráveis compartilhados ao longo dessa jornada.

À Universidade Federal do Espírito Santo, expresso minha gratidão por acolher o PROFMAT, permitindo a formação de tantos professores em sua busca contínua por conhecimento e desenvolvimento profissional.

## RESUMO

Este documento propõe uma sequência didática como uma estratégia para revisar o conteúdo sobre frações, direcionada às séries finais do Ensino Fundamental II, especialmente à luz dos impactos da pandemia de COVID-19. Esta proposta pode ser usada tanto para revisar o conteúdo perdido durante o período de ensino remoto quanto para introduzir o tema aos alunos. A experiência de retornar às aulas, após mais de um ano, destacou a lacuna e limitação de conteúdo transmitido remotamente, além daqueles que não foram abordados devido ao tempo limitado e ao distanciamento social imposto pela pandemia. Mesmo com os esforços dos professores em transmitir o máximo de conteúdo de forma eficiente, percebeu-se que não foi suficiente para garantir uma continuidade adequada da aprendizagem. Diante desse cenário, os professores enfrentam o desafio de ensinar uma quantidade significativa de conteúdo em um curto período de tempo, com o objetivo de reduzir essa lacuna para que os alunos possam progredir nos anos escolares subsequentes com mais confiança em sua aprendizagem. Portanto, propõe-se esta sequência didática focada no ensino de frações nas séries finais. Aprender frações é essencial por várias razões. Em primeiro lugar, as frações são fundamentais para entender e representar partes de um todo com precisão, sendo úteis em situações cotidianas e em áreas como matemática, ciências e engenharia. Além disso, entender frações desenvolve habilidades de raciocínio e resolução de problemas, exigindo análise, reconhecimento de padrões e aplicação de estratégias de resolução de problemas. Nesta sequência didática, propõe-se um método fundamental de ensino de frações, com o objetivo de capacitar os alunos a entenderem esses conceitos de forma autônoma. O processo educacional abordará interpretações conceituais de frações, operações básicas, resolução de problemas e estratégias de ensino lúdicas, visando promover uma aprendizagem eficaz e duradoura.

**PALAVRAS-CHAVE:** Sequência didática; Frações; Ensino Fundamental II; Pandemia de COVID-19; Ensino remoto; Aprendizagem; Defasagem

## ABSTRACT

This paper proposes a didactic sequence as a strategy to review content on fractions, aimed at the final grades of Lower Secondary Education, especially in light of the impacts of the COVID-19 pandemic. This proposal can be used both to review content lost during the remote learning period and to introduce the topic to students. The experience of returning to classes, after more than a year, highlighted the gap and limitation of content transmitted remotely, in addition to those that were not addressed due to limited time and social distancing imposed by the pandemic. Even with teachers' efforts to transmit as much content as efficiently as possible, it was perceived that it was not enough to ensure adequate continuity of learning. Given this scenario, teachers face the challenge of teaching a significant amount of content in a short period of time, aiming to reduce this gap so that students can progress in subsequent school years with more confidence in their learning. Therefore, this didactic sequence focused on teaching fractions in the final grades is proposed. Learning fractions is essential for several reasons. Firstly, fractions are essential for understanding and representing parts of a whole accurately, being useful in everyday situations and in areas such as mathematics, science, and engineering. Additionally, understanding fractions develops reasoning and problem-solving skills, requiring analysis, pattern recognition, and application of problem-solving strategies. In this didactic sequence, a fundamental method of teaching fractions is proposed, with the aim of enabling students to understand these concepts autonomously. The educational process will address conceptual interpretations of fractions, basic operations, problem-solving, and playful teaching strategies, aiming to promote effective and lasting learning.

**KEYWORDS:** Didactic sequence; Fractions; Lower Secondary Education; COVID-19 pandemic; Remote learning; Learning; Gap

# LISTA DE TABELAS

## LISTA DE FIGURAS

# LISTA DE QUADRO

## SUMÁRIO

# INTRODUÇÃO

Como docente de matemática em escola pública desde 2003, observa-se de forma consistente as dificuldades enfrentadas por muitos estudantes na assimilação de diversos conceitos, especialmente considerando a matemática como uma das disciplinas mais desafiadoras no contexto escolar.

Devido à pandemia, que afastou professores e alunos das salas de aula, colhe-se os reflexos que podem ser vistos em vários conteúdos da disciplina, como Números e Operações: Conceitos básicos de números inteiros, naturais, racionais e irracionais, bem como operações aritméticas como adição, subtração, multiplicação e divisão, trazendo a tona tantas dificuldades de aprendizagem, interpretação, e sendo Matemática, a disciplina em que essas dificuldades alcancem níveis ainda mais preocupantes.

Com o objetivo de auxiliar professores nessa tarefa, vamos apresentar a sequência didática como forma de buscar o conteúdo de frações de forma rápida e mais eficiente, para que haja assimilação deste em caráter de urgência, visando colaborar com o aprendizado e desempenho dos alunos.

No capítulo 1, apresentamos os impactos da pandemia em escolas, dados de estudos externos a este trabalho, mostrando que de fato alguma intervenção será necessária para minimizar os reflexos de tanto tempo de afastamento da sala de aula.

No capítulo 2, apresentamos uma forma de transmitir o conteúdo de frações. Leitura e interpretação de frações; frações equivalentes, as 4 operações básicas e problemas envolvendo frações de forma a dar continuidade e fluidez ao conteúdo. Nos anexos, apresentamos a resolução das atividades propostas.

## 1. IMPACTOS DA PANDEMIA

Com a nova realidade batendo à porta, foi necessário muito estudo para minimizar os impactos causados pela COVID-19. O afastamento da sala de aula causou uma defasagem enorme em série/conhecimento (SOARES; COLARES, 2020).

Alunos que cursavam o 5º ano em 2019, iniciaram o 6º ano em 2020, mas não tiveram 1 mês de aula letivo, e foram promovidos, mesmo não tendo alcançado o mínimo necessário. De acordo com Soares; Colares (2020), em 2021, simplesmente iniciaram o 7º ano ainda à distância e somente retornaram em junho para o ensino presencial, ou seja, não se pode afirmar de forma correta que cursaram o 6º ano e a primeira parte do 7º ano.

Com isso, segundo a SAE DIGITAL (2021), descreve que houve a necessidade de retornar aos conteúdos anteriores se tornou extrema. Os alunos que no ano de 2021 cursaram o 7º ano, estão em 2023 no 9º ano, com conhecimentos mínimos.

A título de ilustração, os alunos matriculados no 7º ano em 2020 foram promovidos sem a exigência de alcançar os requisitos mínimos. No ano seguinte, em 2021, frequentaram o 8º ano, com início do ensino híbrido no segundo semestre. Em 2022, estiveram no 9º ano e, atualmente, em 2023, estão matriculados no Ensino Médio. Esse avanço suscita preocupações. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's, Ensino Médio, parte III), afirmam que:

> "Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver" (BRASIL, 2000, pág. 9).

Sendo assim, se faz necessária, uma intervenção para impedir que os próximos anos letivos sejam desastrosos. O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) divulgou, em 08 de julho de 2021, resultados da pesquisa "Resposta Educacional à pandemia de COVID-19 no Brasil", o levantamento foi realizado entre fevereiro e maio do ano citado, por meio de questionário suplementar através da segunda etapa do Censo Escolar de 2020

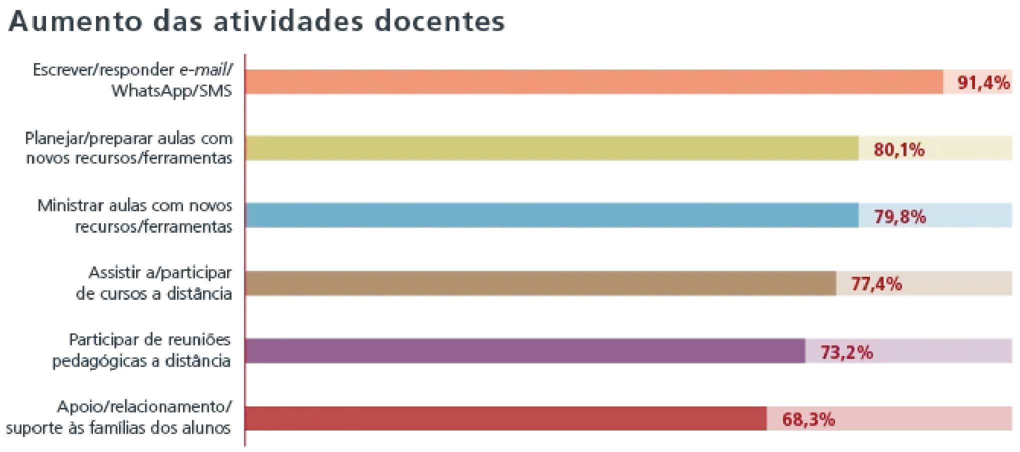
O questionário foi respondido por 94% (168.739) das escolas, o que corresponde a 97,2% (134.606) das escolas públicas e 83,2% (34,133) das escolas privadas. O que permite considerar a pesquisa com um alto grau de relevância (SOARES; COLARES, 2020).

Tal levantamento  mostrou que 99,3% das escolas suspenderam as atividades presenciais e mais de 98% das escolas adotaram algum tipo de ensino não presencial. Através da pesquisa  de Soares; Colares (2020), os autores descrevem que foi possível indicar que os professores e equipe foram orientados através de reuniões virtuais, e que algumas redes, municipais, estaduais e federais ofereceram amparo tecnológico, como notebook, tablet, ou smartphone e até mesmo auxílio internet.

De acordo com Silva; Siva (2021), em relação à comunicação, entre professores com seus alunos e familiares, os mais utilizados foram, e-mail, telefone, redes sociais e aplicativo de mensagem, além disso foi oferecida a retirada de materiais na escola, já impressos

Outra pesquisa, desta vez realizada pelo Departamento de Pequisas Educacionais da Fundação Carlos Chagas, em parceria com a UNESCO do Brasil e com o Itaú Social, com o objetivo de verificar a atividade docente com a necessidade do isolamento social, nos trouxe outras informações:

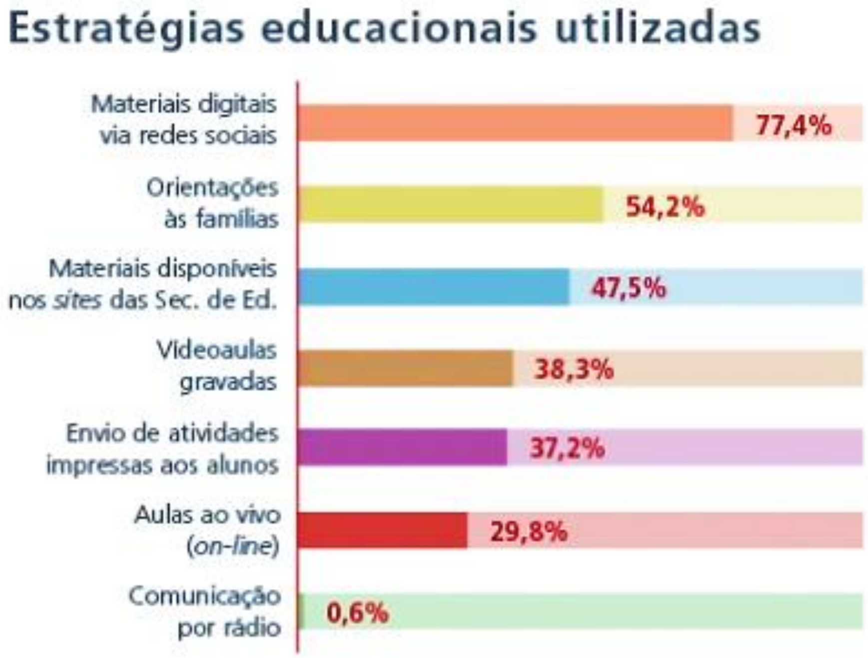
Figura 1 - Rotina de trabalho




Fonte: FUNDAÇÃO CARLOS CHAGAS (2020)

Embora o trabalho docente tenha sido muito questionado a pesquisa mostrou que as atividades docentes aumentaram bastante, fazendo com que toda rotina dos professores fossem alteradas, para mais de 65% o trabalho docente mudou e aumentou, principalmente em relação à utilização de tecnologias. O uso do whatsapp, consequentemente do celular pessoal e em grande parte das vezes uso da internet própria, foi o que mais chamou a atenção (SOARES; COLARES, 2020).

Figura 2 - Estratégias educacionais

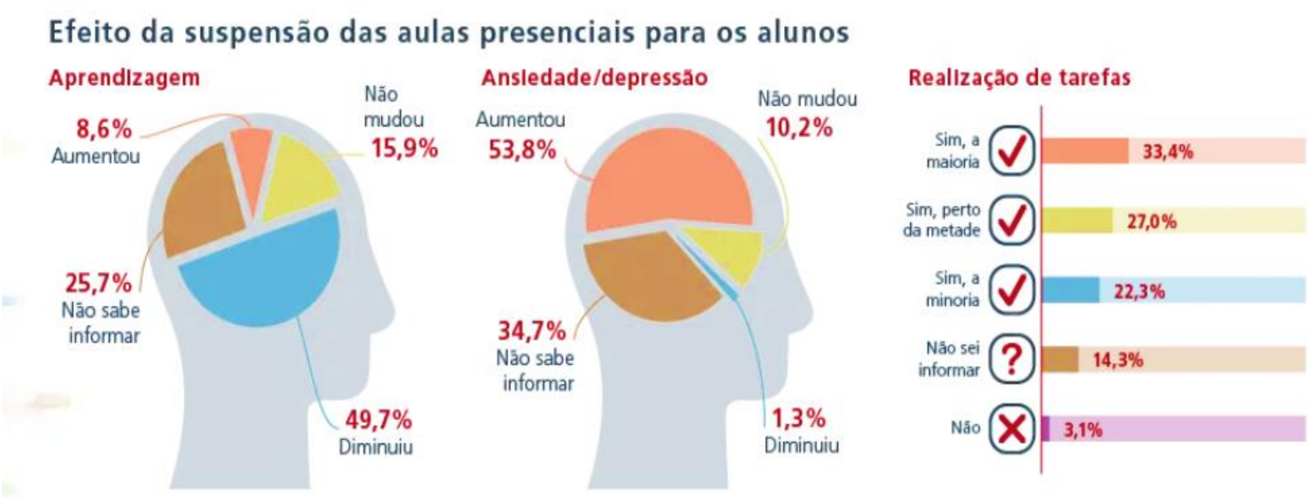



Fonte: FUNDAÇÃO CARLOS CHAGAS (2020)

Em conformidade com Lima et al., (2015), uma das estratégias educacionais era o uso das redes sociais, local onde muito estudantes permanecem por bastante tempo do seu dia. Muito tempo diário dedicado à produzir orientações e incentivos para alunos e responsáveis.

De acordo com Paula; Naves (2010), o tempo gasto para planejar as aulas também aumentou bastante, devido a necessidade de preparar conteúdos explicativos e com as devidas atividades.

Figura 3: - Efeitos do contexto




Fonte: FUNDAÇÃO CARLOS CHAGAS (2020)

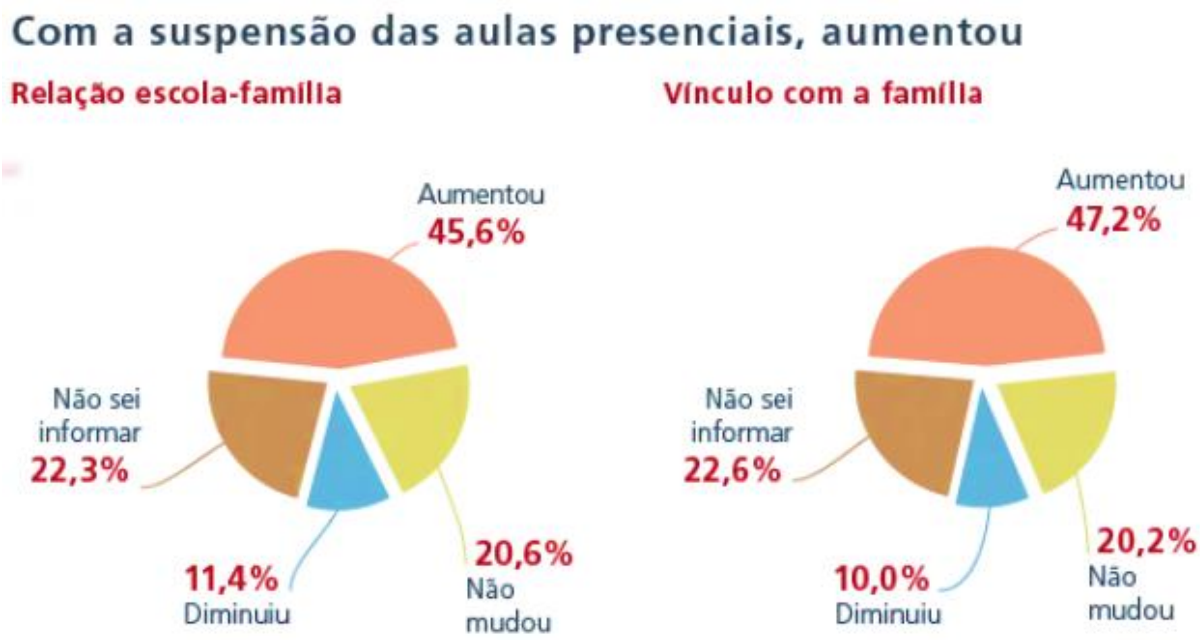
Uma parte muito importante da pesquisa mostrou o impacto na aprendizagem alarmante, assim como o estado mental dos alunos que piorou bastante (SILVA; SILVA, 2021).

A aprendizagem, que já não era a ideal presencialmente, agora está longe de ser satisfatória (FANIZZI, 2022).

Villa-Boas (2021) relata em estudos que o aumento dos casos de depressão preocupou bastante, adolescentes acostumados a conversar diariamente com seus amigos, a reunir-se para estudar ou conversar, paralisaram todas as suas atividades extra curriculares se viram distantes de tudo, principalmente para aqueles que não tem acesso à internet, o que os afastou ainda mais de todos.

Em relação à execução de tarefas, os dados não trazem conforto, por eles é possível perceber que os alunos não estavam estimulados a estudar e se dedicar, já que era através da execução de atividades que era possível aprender o mínimo possível (VILLA-BOAS, 2021).

Figura 4 - A relação entre a escola e a família




Fonte: FUNDAÇÃO CARLOS CHAGAS (2020)

A pandemia fez com que muitos pais se aproximassem da escola, neste momento os pais tem contato direto com o professor através de aplicativo de mensagem e na maioria das vezes não precisando conversar por meio do setor pedagógico ou marcar horário para isso. Contudo, Villa-Boas (2021), descreve que foi possível perceber o descaso de algumas famílias que muitas das vezes culpavam o horário de trabalho para não estar na escola, já que mesmo com a possibilidade de apenas enviar uma mensagem por meio do celular, que utilizamos constantemente, não mudou tal relação.

Com tantas informações através de pesquisas é possível visualizar o ambiente escolar no retorno. Alunos desestimulados por não acompanhar o conteúdo dado, deprimidos com a situação vivida e pressionados com a aprendizagem atual e futura. Professores angustiados com a defasagem conteúdo/ano letivo, fazendo com que os esforços para alinhar os conteúdos e conseguir atingir seus objetivos ampliados e a pressão para que a aprendizagem seja recuperada (SOARES; COLARES, 2020)

Em conformidade com Bacich et al., (2015), é sabido que a disciplina de matemática é complexa para ensinar e para aprender.

> “Diversos estudos destacam os desafios enfrentados na formação de professores de Matemática para as séries iniciais, incluindo deficiências na formação inicial, falta de continuidade na formação ao longo da carreira e necessidade de atualização em relação aos conteúdos e metodologias de ensino” (BEZERRA, 2016, p. 03).

De acordo com Soares; Colares (2020), há professores cuja formação não foi adequada e há alunos com dificuldades imensas que com o passar dos anos só aumentam, e tal cenário só piorou com a pandemia.

> "O desafio da má formação dos professores das séries iniciais no ensino de Matemática requer uma abordagem integral que inclua a revisão dos currículos de formação inicial e continuada, bem como a implementação de políticas educacionais que valorizem a capacitação docente" (BRAGA; MORAIS, 2020, p. 16).

Em conformidade com Silva; Silva (2021, p. 07), “a análise do estudo sobre a má formação dos professores das séries iniciais na disciplina de Matemática destaca a necessidade premente de ações e políticas educacionais direcionadas”, concomitantemente, Braga; Morais (2020), descrevem que após a pandemia, a parceria entre escola e família torna-se ainda mais crucial para promover o bem-estar e o sucesso acadêmico dos alunos.

Se faz necessária a dedicação de ambas as partes, uma parceria escola e família, professores e alunos para que os impactos da pandemia sejam menorizados nos próximos anos. Braga; Morais (2020), descrevem que esta sequência didática sobre frações pode ser aplicada aos 6º e 7º anos e aos 8º e 9º anos como atividade extra aos alunos com dificuldade. Ressaltam ainda que, objetivo principal é o de desenvolver a compreensão dos alunos acerca desse conceito matemático essencial.

No início, os alunos são apresentados ao conceito básico de frações, utilizando objetos palpáveis ou representações visuais para facilitar a compreensão. Posteriormente, após a assimilação do conceito básico, os alunos são introduzidos às operações fundamentais com frações, tais como adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação (SELBACH, 2010).

Eles também aprendem a comparar frações e a colocá-las em ordem numa linha numérica, o que contribui para uma compreensão mais profunda das relações entre diferentes frações. Além disso, Selbach (2010) descreve em seus estudos que, os alunos resolvem uma variedade de problemas que envolvem o uso de frações, fortalecendo sua compreensão e aplicação prática dos conceitos aprendidos.

Durante todo o processo, são realizadas atividades de reforço e revisão para garantir a consolidação dos conhecimentos adquiridos e identificar áreas que demandam maior atenção (SELBACH, 2010).

## 2. NÚMEROS RACIONAIS: AS FRAÇÕES

Em conformidade com os estudos descritos por Sebalch (2010), o início do ensino de frações, no Ensino Fundamental I, se dá através de leitura e desenhos, em seguida, o ensino de operações como adição e subtração com mesmo denominador para que entendam cada parte do processo.

Para o autor acima descrito, o iniciar o 6º ano, inicia-se as adições e subtrações com frações de denominadores diferentes que fazem com que o problema de entendimento e interpretação comece. Contudo, como descreve Tardif (2014), a grande maioria de professores de Ensino Fundamental I não domina matemática, o que impacta diretamente na qualidade do ensino oferecido aos alunos. Os professores sentem-se intimidados ao ter que lecionar tal matéria e o fazem de forma mecanizada, pois não entendem o processo que deveria ser ensinado, iniciando assim a defasagem do aluno. É necessário romper as barreiras criadas entre aluno e a matemática e fazê-lo compreender e não mecanizar as ações (SEBALCH, 2010).

A BNCC (Base Nacional Comum Curricular) de 2017, traz em suas unidades temáticas as frações se iniciando no 4º ano, da seguinte forma:

- Objeto de conhecimento: Números racionais: frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100).
- Habilidades: **(EF04MA09)** Reconhecer as frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.

O tema de Frações reaparece no 5º ano (BNCC, 2017):

- Objeto de conhecimento: Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica;
- Habilidades: **(EF05MA03)** Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.
- Objeto de conhecimento: Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência;

- Habilidades: **(EF05MA04)** Identificar frações equivalentes.

  **(EF05MA05)** Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.
- Objeto de conhecimento: Cálculo de porcentagens e representação fracionária;
- Habilidades: **(EF05MA06)** Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

O tema surge novamente 6º ano (BNCC, 2017):

- Objetivo de conhecimento: Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações;
- **(EF06MA07)** Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

  **(EF06MA08)** Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

  **(EF06MA09)** Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

  **(EF06MA10)** Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

O tema no 7º ano(BNCC, 2017):

- Objeto de conhecimento: Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador;
- **(EF07MA05)** Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.

  **(EF07MA06)** Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

**(EF07MA07)** Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.

**(EF07MA08)** Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

**(EF07MA09)** Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

- Objeto de conhecimento: Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações;
- Habilidades: **(EF07MA10)** Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

  **(EF07MA11)** Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.

  **(EF07MA12)** Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Já no 8º ano(BNCC, 2017):

- Objeto de aprendizagem: Dízimas periódicas: fração geratriz;
- Habilidades: **(EF08MA05)** Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.

Portanto, é evidente a necessidade de adquirir competências na compreensão e interpretação de frações, dado que esse conceito é recorrente e interdisciplinar, permeando diversas áreas da matemática e disciplinas correlatas nas ciências exatas (COSTA et al., 2016).

## 2.1 Sequência didática – parte 1

**Tema**: Fração.
**Objetivos**: Entender o significado da parte/todo.
**Conteúdos**: Fração: Interpretação, leitura.
**Tempo Estimado**: 1 aula.

**Desenvolvimento**:

### 2.1.1 Definição

Fração, do latim fractus, significa “partido”, “dividido” ou “quebrado”. As abordagens de fração podem ser através da divisão de dois números naturais, representando porcentagem, representando probabilidade e todas as formas de apresentação devem ser associadas com critérios de aplicação e demonstração, de preferência aliada ao cotidiano do aluno, sendo o melhor caminho, associar o abstrato ao concreto (BEZERRA, 2016).

Por definição mais simples, fração é a representação de partes de um todo que foi dividido em partes iguais. As frações são empregadas quando a representação por meio dos números naturais ou inteiros não é adequada. Sendo composta por dois números naturais, os termos de uma fração são chamados de ‘numerador’ e ‘denominador’.

$$\frac{2}{3} = \frac{numerador}{denominador}$$

O numerador corresponde ao número de partes que se deseja e o denominador ao número de partes em que o inteiro foi dividido, e que não pode ser negativo ou zero, já que é impossível dividir alguma coisa em zero partes.

Para Bezerra (2016), é importante que o aluno entenda nesse primeiro momento que as frações podem aparecer com outras concepções e leituras em outros conteúdos, pois pode representar, os dois terços aqui mostrado, mas pode ser um simples - dois divido por três, como em razão – dois está para três, ou lido como a cada três tenho dois. E que em cada situação além da leitura, a aplicação e a forma de pensar podem ser diferentes, inclusive tendo uma mesma simbologia.

A fração pode representar:

- Parte/todo: Comi $3$ pedaços de um total de $8$ pedaços da pizza:

$$\frac{3}{8}$$

- Quociente: Vou dividir as 15 balas entre os 3:

$$\frac{15}{3}$$

- Probabilidade: A chance de cair um número par num dado de 6 lados:

$$\frac{3}{6}$$

- Operador multiplicativo: Daniel tomou ¾ de $1$ litro de sorvete:

$$\frac{3}{4}.1$$

- Número: Fração representando um número decimal:
-

$\frac{3}{4}$ representa $0{,}75$ na reta numérica

- Medida: A medida AB é o triplo de CD, logo CD é um terço da medida AB:
-

$\overline{AB} = 3.\overline{CD}$, ou seja, $\overline{CD} = \frac{1}{3}.\overline{AB}$

- Razão: A razão entre o número de meninos e meninas de uma sala
-

$$\frac{6}{8}$$

Aplicação através de aula dialogada seria representada da seguinte forma:

Uma barra de chocolates levada para a sala de aula pode auxiliar no processo de aprendizagem, trazendo o concreto e facilitando o entendimento.

Figura 5 - Barra de Chocolate

FONTE: PIXABAY (2022)

A barra é considerada o inteiro 1(uma) barra. Ela foi dividida em $24$ partes iguais - iguais, é importante salientar.

Podemos iniciar fazendo perguntas para aguçar os alunos antes mesmo de iniciar:

a) Se eu pegar um único pedaço, quantas partes vou comer do total de $24$?

Neste caso, para uma pergunta simples, espera-se que o aluno responda que a professora pegou 1 pedaço de um total de $24$.

De acordo com a quantidade de alunos da sala é possível continuar. O ideal é que a professora retire a parte que ela menciona.

Uma barra inteira = $24$ de um total de  $24$

Retirada a parte da professora, ficamos com: 

b) Quanto sobrou da barra?

Espera-se que os alunos digam que sobrou $23$ partes de um total de $24$.

Para exemplificar, vamos supor que a turma tenha 14 alunos, sendo 8 meninas e 6 meninos, a professora segue com perguntas que se associam:

c) Se eu entregar a mesma quantidade que eu receberia a cada menino da turma. Quantas partes cada menino iria receber?

Espera-se que respondam que cada menino iria receber 1 parte de um total de 24.

d) Se eu entregar a mesma quantidade que eu receberia a cada menina da turma. Quantas partes cada menina iria receber?

Espera-se que respondam que cada menina iria receber 1 parte de um total de 24.

e) Quantas partes os meninos iriam receber? - enfatizando que não se refere a cada um, e sim, ao grupo de meninos.

Espera-se que respondam que os meninos iriam receber 6 partes de um total de 24.

f) Quantas partes as meninas iriam receber? - enfatizando que não se refere a cada uma, e sim, ao grupo de meninas

Espera-se que respondam que as meninas iriam receber 8 partes de um total de 24.

g) Quantas partes os alunos iriam receber?

Espera-se que respondam que os alunos iriam receber 14 partes de um total de 24.

h) Quantas partes sobraram ao final?

Espera-se que os alunos respondam que sobraram 9 partes de um total de 24.

Durante essas perguntas é ideal que a professora esteja manipulando essas divisões de forma que os alunos consigam visualizar os processos.

Assim teremos:

- Parte recebida pela  professora:
- Parte recebida por cada  aluno:

- Parte recebida pelos meninos, sendo 6 meninos:

- Parte recebida pelos meninas, sendo 8 meninas:

- Parte recebida pelos alunos, sendo 14 alunos:

- Parte que sobrou:

O importante agora é pedir que escrevam todas essas informações em forma de fração.

Quadro 1 - Exemplificação das frações.

| | |
|---|---|
| Parte recebida pela  professora: | $\frac{1}{24}$ |
| Parte recebida por cada  aluno: | $\frac{1}{24}$ |
| Parte recebida pelos meninos - sendo 6 meninos:  | $\frac{6}{24}$ |
| Parte recebida pelos meninas - sendo 8 meninas:  | $\frac{8}{24}$ |
| Parte recebida pelos alunos - sendo 14 alunos:  | $\frac{14}{24}$ |
| Parte que sobrou:  | $\frac{9}{24}$ |

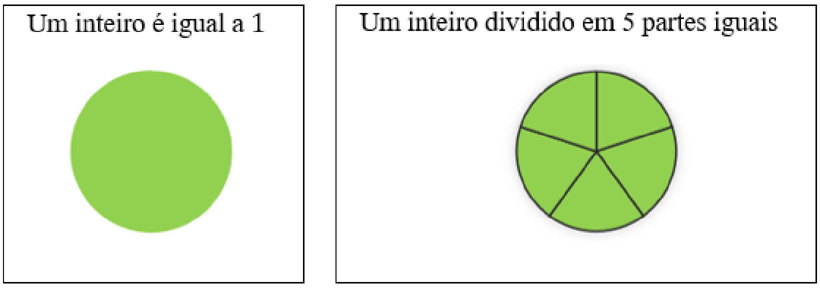
FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Prosseguindo:

Todo número fracionário representa uma parte ou pedaço de um todo. Quando o todo é uma unidade, um inteiro é dividido em quantas partes forem necessárias ou em quantas partes quisermos e é muito importante que sejam partes iguais (GARCIA; SOUZA, 2017).

Por exemplo:

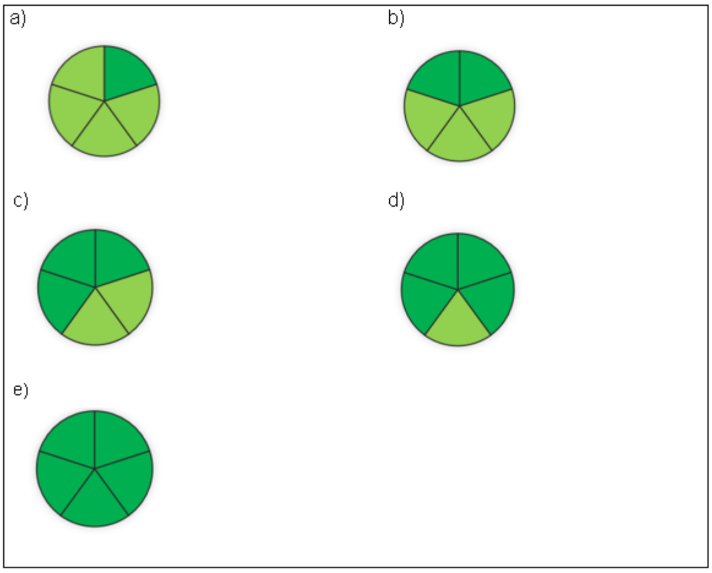
Quadro 2 - Exemplificação de inteiro de uma unidade




FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Pode-se explicar que um inteiro dividido em 5 partes é um inteiro ainda, pois não retiramos pedaços, como um bolo, que apenas cortamos, mas ele continua “inteiro”. Agora, qual fração do inteiro representa a parte escura? (APÊNDICE A)

Quadro 3 - Aplicação após exemplos através de atividades




FONTE: Elaborado pela autora (2022).

### 2.1.2 Leitura e Interpretação

Para lermos uma fração de forma correta é necessário saber que:

- o numerador se lê da forma cardinal, um, dois, três, ....
- o denominador lê-se de formas diferentes para dar o nome da fração. Isso demanda atenção:
    - denominador 2: meio
    - denominador 3: terço
    - denominador 4: quarto
    - denominador 5: quinto
    - denominador 6: sexto
    - denominador 7: sétimo
    - denominador 8: oitavo
    - denominador 9: nono

Para denominadores potências de 10, lê-se:

- denominador 10: décimo
- denominador 100: centésimo
- denominador 1000: milésimo e assim por diante.

Para denominadores acima de 10, que não potências de 10, usamos a leitura cardinal, acompanhada da palavra “avos”.

Vejamos alguns exemplos na Tabela:

Tabela 1 - Interpretação, leitura e representação

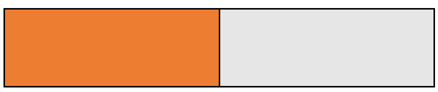
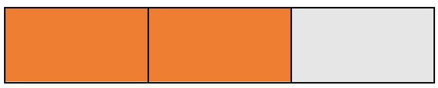
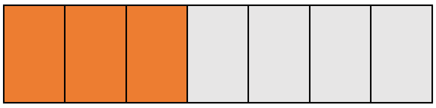
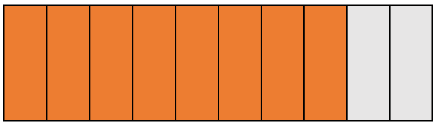
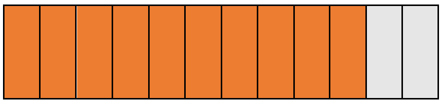
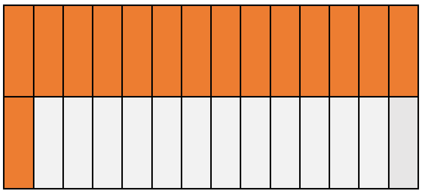
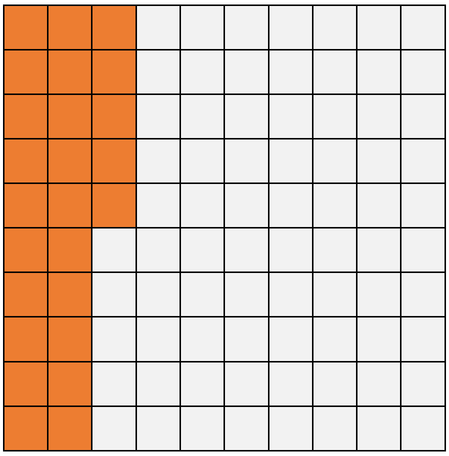
| | | |
|---|---|---|
|  | - Figura dividida em 2 partes: *denominador 2*<br>- Uma parte pintada, hachurada ou destacada: indica que essa é a parte que eu quero: *numerador 1* | Um meio = $\frac{1}{2}$ |
|  | - Figura dividida em 3 partes: *denominador 3*<br>- Duas partes pintadas, hachuradas ou destacadas: indica que essa é a parte que eu quero: *numerador 2* | Dois terços = $\frac{2}{3}$ |

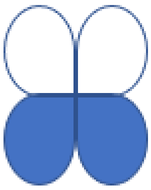
Tabela 1 - Interpretação, leitura e representação (continuação)

| | | |
|---|---|---|
|  | - Figura di vidida em 7 partes: *denominador 7*<br>- Três partes pintadas, hachuradas ou destacadas: indica que essa é a parte que eu quero: *numerador 3* | Três sétimos = $\frac{3}{7}$ |
|  | - Figura dividida em 10 partes: *denominador 10*<br>- Oito partes pintadas, hachuradas ou destacadas: indica que essa é a parte que eu quero: *numerador 8* | Oito décimos<br>= $\frac{8}{10}$ |
|  | - Figura dividida em 12 partes: *denominador 12*<br>- Dez partes pintadas, hachuradas ou destacadas: indica que essa é a parte que eu quero: *numerador 10* | Dez doze avos =<br>$\frac{10}{12}$ |
|  | - Figura dividida em 28 partes: *denominador 28*<br>- Quinze partes pintadas, hachuradas ou destacadas: indica que essa é a parte que eu quero: *numerador 15.* | Quinze vinte oito<br>avos = $\frac{15}{28}$ |
|  | - Figura dividida em 100 partes: *denominador 100*<br>- Vinte e cinco partes pintadas, hachuradas ou destacadas: indica que essa é a parte que eu quero: *numerador 25* | Vinte e cinco<br>centésimos = $\frac{25}{100}$ |

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Aplicação – após exemplos dados, propor a atividade a segui:

Tabela 2 - Completar a tabela segundo informações como no exemplo

| REPRESENTAÇÃO | INTERPRETAÇÃO | DENOMINADOR | NUMERADOR | LEITURA | FRAÇÃO |
|---|---|---|---|---|---|
|  | **Figura dividida em 4 partes iguais, da qual queremos 2 delas.** | **A figura foi dividida em 4 partes iguais: denominador** | **Queremos 2 partes da figura: numerador** | $\frac{2}{4}$ | **Dois quartos** |
|  | | | | | |
| | **Figura dividida em 3 partes iguais e queremos 1 delas.** | | | | |
| | | | | | **Dois terços** |
| | | | | | |
| | **Figura dividida em 7 partes iguais e queremos 3 delas.** | | | | |
| | | | | $\frac{3}{8}$ | |
| | | **A figura foi dividida em 5 partes iguais: denominador** | **Queremos 2 partes da figura: numerador** | | |
| | | | | | **Cinco nonos** |

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

É preciso fazer entender o que é o inteiro, mostrar que um mesmo inteiro pode ser escrito de inúmeras formas de fração.

| |
|---|
| Um inteiro |

| | |
|---|---|
| Um meio | Um meio |

| | | |
|---|---|---|
| Um terço | Um terço | Um terço |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Um quarto | Um quarto | Um quarto | Um quarto |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Um quinto | Um quinto | Um quinto | Um quinto | Um quinto |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Um sexto | Um sexto | Um sexto | Um sexto | Um sexto | Um sexto |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Um sétimo | Um sétimo | Um sétimo | Um sétimo | Um sétimo | Um sétimo | Um sétimo |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Um oitavo | Um oitavo | Um oitavo | Um oitavo | Um oitavo | Um oitavo | Um oitavo | Um oitavo |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Um nono | Um nono | Um nono | Um nono | Um nono | Um nono | Um nono | Um nono | Um nono |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Um décimo | Um décimo | Um décimo | Um décimo | Um décimo | Um décimo | Um décimo | Um décimo | Um décimo | Um décimo |

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

## 2.2 Sequência didática – parte 2

**Tema**: Fração

**Objetivos**: Classificar frações, identificar frações que representam a mesma parte do todo e compará-las.

**Conteúdos**: Fração: classificação, frações equivalentes e comparação de frações.

**Tempo Estimado**: 1 aula.

**Desenvolvimento:**

### 2.2.1 Tipos de Fração: Classificação

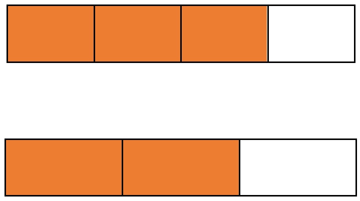
As frações podem ser classificadas em dois tipos: Próprias, Impróprias.

- Fração Própria: o numerador é menor do que o denominador; é menor que o inteiro.

Exemplo:

$\frac{3}{4} =$

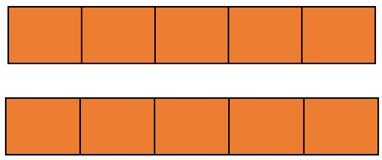
$\frac{2}{3} =$



FONTE: Elaborado pela autora (2022).

- Fração Imprópria: o numerador é maior ou igual ao denominador ou igual a zero.
    - Fração Imprópria Aparente: o numerador é múltiplo do denominador.

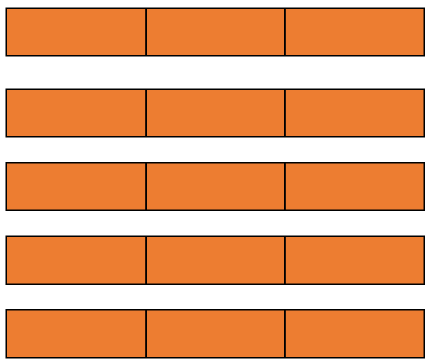
$\frac{10}{5} =$



FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Neste caso, quero dividir um inteiro em $5$ partes, mas queremos $10$ partes, logo, preciso de dois inteiros.

$\frac{15}{3} =$

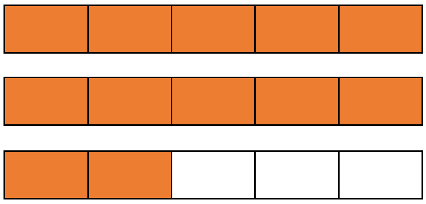


FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Neste caso, quero dividir um inteiro em $3$ partes, mas queremos $15$ partes, logo, preciso de cinco inteiros.

- Fração Imprópria Não-aparente: o numerador não é múltiplo do denominador.

$$\frac{12}{5} =$$

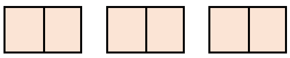
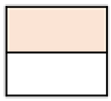
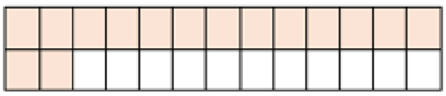
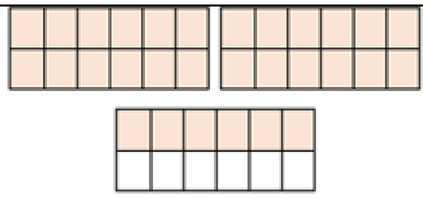
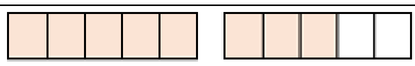
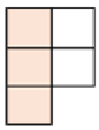


FONTE: Elaborado pela autora (2022).

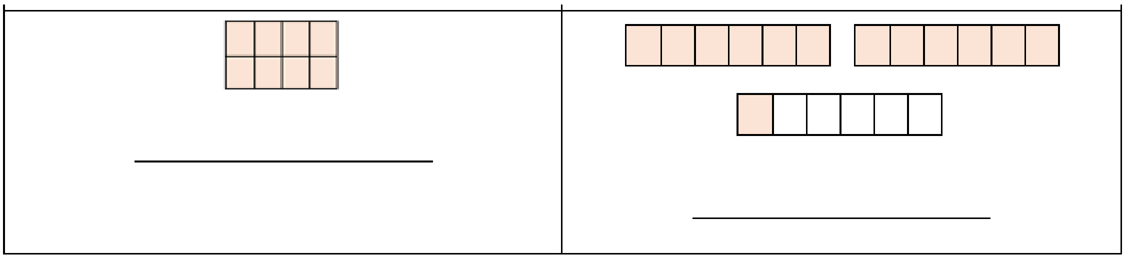
Neste caso, quero dividir um inteiro em $5$ partes, mas queremos $12$ partes, logo, preciso de três inteiros, mas há uma sobra. Quando isso ocorre podemos escrever a fração imprópria de outra forma, e recebe o nome de *Número Misto*, em que aparece uma parte inteira e uma parte fracionária.

Observe que, pela figura acima, temos $\frac{5}{5}$, $\frac{5}{5}$ e $\frac{2}{5}$, ou seja, $2$ inteiros e $\frac{2}{5}$, logo, $2\frac{2}{5}$, é chamado de número misto.

Quadro 4 – Aplicação - Classifique as representações em própria, imprópria aparente e imprópria não-aparente.

| | |
|---|---|
| <br>____________________ | <br>____________________ |
| <br>____________________ | <br>____________________ |
| <br>____________________ | <br>____________________ |

Quadro 4 – Aplicação - Classifique as representações em própria, imprópria aparente e imprópria não-aparente (continuação)

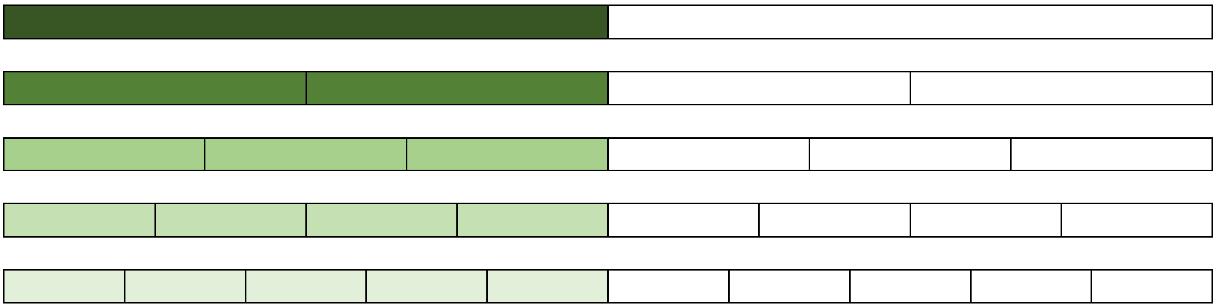


FONTE: Elaborado pela autora (2022).

### 2.2.2 Frações Equivalentes

Frações equivalentes são frações diferentes que indicam a mesma parte do mesmo inteiro. Equivalentes, indicam mesmo valor. Observe as figuras:

Figura 5 - Frações

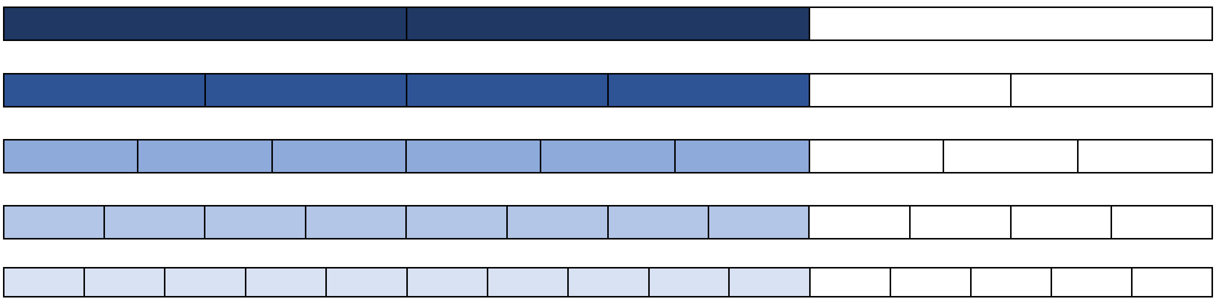


FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Escrevendo suas respectivas frações, temos: $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$, pode ver pelas partes que foram pintadas que tomamos a mesma parte da figura, porém com representações diferentes.

Assim, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$ , ou seja, são frações equivalentes por representarem a mesma parte do inteiro.
Ao final todas elas representam a metade da figura. Vejamos outro exemplo:

Figura 6 - Frações

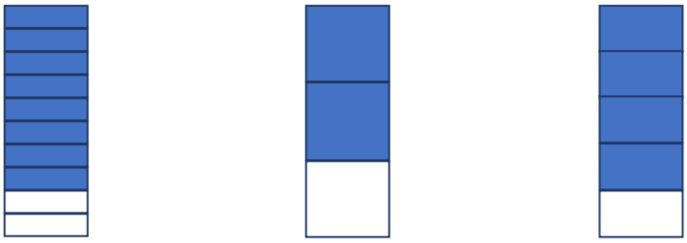


FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Escrevendo as respectivas frações, temos: $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}$, pode-se ver pelas partes pintadas das figuras que todas representam a mesma parte do inteiro, com representações fracionárias diferentes, sendo assim, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15}$, são frações equivalentes.

Quadro 5 - Aplicação – Dê sua representação fracionária e indique quais frações são equivalentes. (APÊNDICE D)

a)



FONTE: Elaborado pela autora (2022).

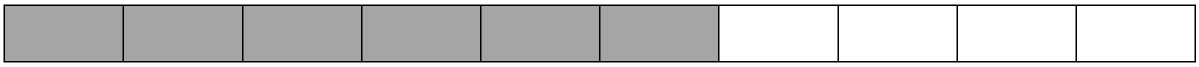
b)

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

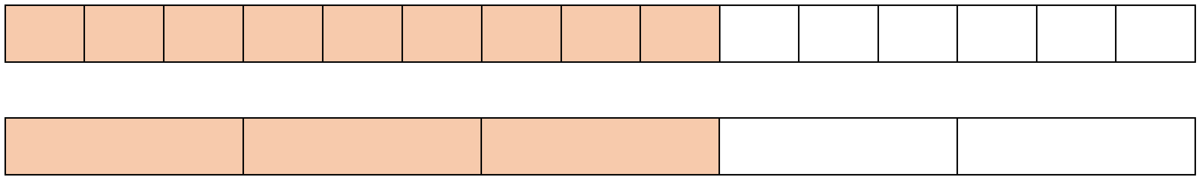
As frações equivalentes, que representam a mesma parte do todo são: $\frac{5}{8}, \frac{10}{16}$.

Para obtermos frações equivalentes basta multiplicar numerador e denominador, pelo mesmo número, ou então dividir numerador e denominador pelo mesmo número. Quando a fração equivalente é encontrada através da divisão dos termos, até que não seja possível realizar outras divisões, encontramos uma fração irredutível, através da simplificação de frações (IMBERNON, 2010).

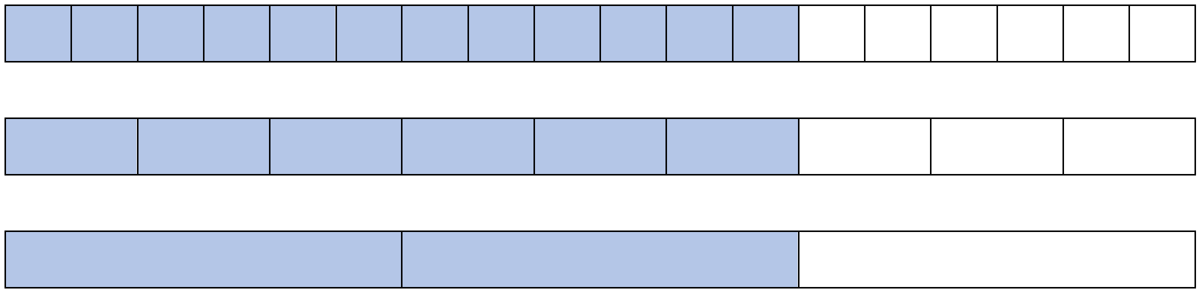
$$\frac{3.2}{5.2} = \frac{6}{10}$$



$$\frac{9:3}{15:3}=\frac{3}{5}$$



$$\frac{12:2}{18:2}=\frac{6:3}{9:3}=\frac{2}{3}$$



FONTE: Elaborado pela autora (2022).

É possível visualizar a equivalência das frações através dos desenhos.

Quando não é possível essa visualização é necessário verificar a equivalência das frações.

A comprovação da equivalência de duas frações pode ser feita igualando as duas equações e verificando se a primeira fração foi multiplicada ou dividida por um mesmo número em ambos os termos – numerador e denominador, obtendo a segunda fração;

Verifique se as frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$ são equivalentes:

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{5}$$

Observando o numerador, vemos que foi multiplicado por $2$, porém multiplicando o denominador por $2$, não obtemos o $5$, logo, não são equivalentes.

$$\frac{2.2}{3.?}\neq\frac{4}{5}$$

Por exemplo, $\frac{4}{6}$ é uma fração equivalente a $\frac{2}{3}$ , pois é obtida ao multiplicar por $2$, tanto o numerador quanto o denominador da fração

$$\frac{2.2}{3.2}=\frac{4}{6}$$

Verifique se as equações $\frac{3}{5}$ e $\frac{9}{15}$ são equivalentes:

Observando o numerador, vemos que foi multiplicado por $3$, e, multiplicando o denominador por $3$, obtemos o $15$ logo, são equivalentes.

$$\frac{3.3}{5.3} = \frac{9}{15}$$

Observe que também é possível verificar que duas frações são equivalentes, se obtemos o mesmo valor ao fazer o produto de forma cruzada.

Verifique se as equações $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$ são equivalentes:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{5}$$

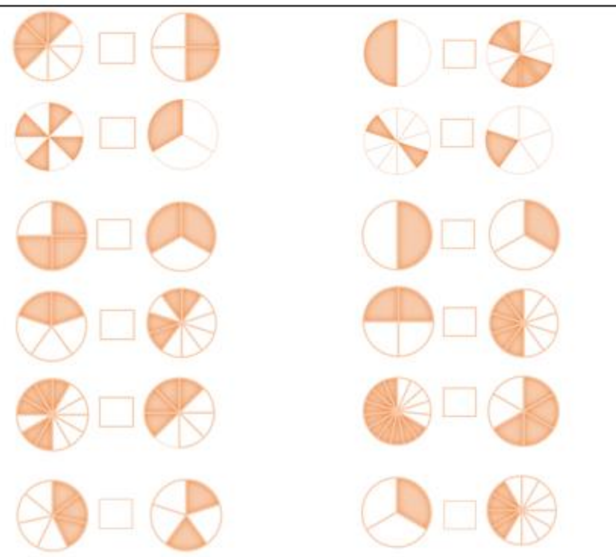
Fazendo o produto de forma cruzada, temos: $2.5 = 3.4$; que resulta $10 = 12$, que não é uma verdade, logo as frações não são equivalentes.

Verifique se as equações $\frac{3}{5}$ e $\frac{9}{15}$ são equivalentes:

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$

Fazendo o produto de forma cruzada, temos: $3.15 = 5.9$; que resulta $45 = 45$, que é uma verdade, logo as frações são equivalentes.

Quadro 6 - Aplicação – Escreva suas respectivas frações e identifique quais são equivalentes utilizando os sinais de igual ($=$) ou diferente ($\neq$).



Fonte: Autoria própria

### 2.2.3 Comparação de Frações

Para realizar a comparação de frações, através de cálculos, precisamos que as frações tenham o mesmo denominador ou mesmo numerador, assim, utilizamos as frações equivalentes no processo (SARAIVA-JUNGES; WAGNER, 2016).

Através do processo de comparação podemos determinar qual fração é maior ou menor. Primeiro identificamos qual fração equivalente torna os denominadores iguais ou os numeradores iguais.

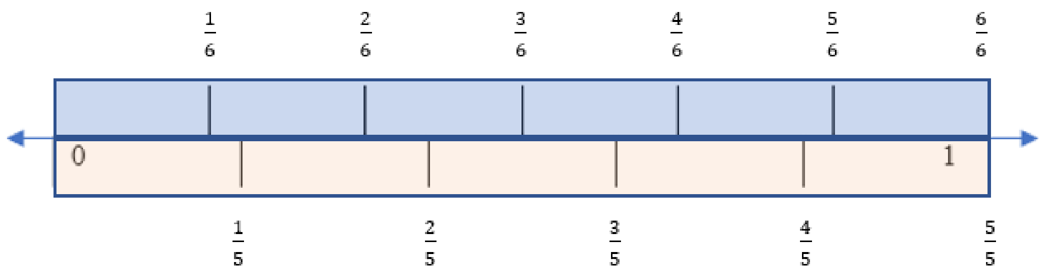
- Caso os numeradores sejam iguais, quanto maior o denominador, menor será o número, observe:

Comparando as frações: $\frac{3}{5}; \frac{3}{6}$.

Fazendo a divisão na reta numérica:

Dividindo o inteiro em $6$ partes, temos cada parte sendo denominada $\frac{1}{6}$.

Dividindo o inteiro em $5$ partes, temos cada parte sendo denominada $\frac{1}{5}$.




FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Através do desenho é fácil visualizar a situação e com precisão determinar que $\frac{3}{6} < \frac{3}{5}$ ou que $\frac{3}{5} > \frac{3}{6}$.

Sendo assim, comparando frações cujo numerador é o mesmo, quanto maior o denominador, menor é esta fração.

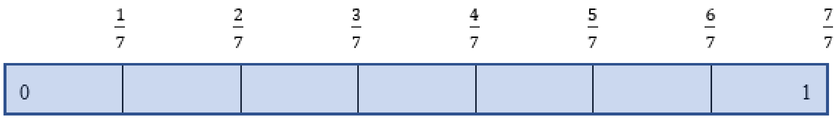
Comparando $\frac{4}{5}$ e $\frac{4}{7}$, podemos afirmar que $\frac{4}{7} < \frac{4}{5}$.

- Caso as frações tenham o mesmo denominador a facilidade é maior, pois dividimos um mesmo inteiro e pegamos parte dele, logo, quanto maior o numerador, maior a fração, observe:

Comparando as frações: $\frac{2}{7}; \frac{4}{7}$.

Fazendo a divisão na reta numérica:

Dividindo o inteiro em 7 partes, temos cada parte sendo denominada $\frac{1}{7}$.




FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Através do desenho é fácil visualizar a situação e com precisão determinar que $\frac{2}{7} < \frac{4}{7}$ ou que $\frac{4}{7} > \frac{2}{7}$.

Sendo assim, comparando frações cujo denominador é o mesmo, quanto maior o numerador, maior é esta fração.

Comparando $\frac{3}{6}$ e $\frac{5}{6}$, é fácil verificar que $\frac{5}{6} > \frac{3}{6}$.

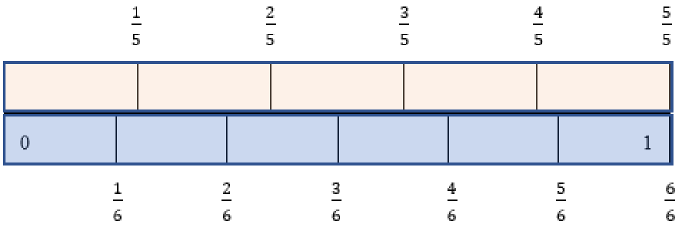
- No caso de não haver numeradores ou denominadores iguais, será necessário encontrar frações equivalentes que nos deem essa condição, observe:

Comparando as frações: $\frac{4}{5}; \frac{5}{6}$

Fazendo a divisão na reta numérica:

Dividindo o inteiro em 5 partes, temos cada parte sendo denominada $\frac{1}{5}$.

Dividindo o inteiro em 6 partes, temos cada parte sendo denominada $\frac{1}{6}$.




FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Através do desenho é fácil visualizar a situação e com precisão determinar que $\frac{4}{5} < \frac{5}{6}$ ou que $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$.

Sem utilizar desenhos, faremos uso das frações equivalentes para tornar iguais os numeradores ou denominadores e assim utilizar um dos casos anteriores.

Comparando novamente $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{6}$, vamos deixar os numeradores iguais, para isso, multiplicaremos os termos da primeira fração por $\mathbf{5}$ e os termos da segunda fração por $\mathbf{4}$, deixando ambas com numerador $20$, podendo assim compará-las.

$$\frac{4.5}{5.5} = \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{25}}; \qquad \frac{5.4}{6.4} = \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{24}}$$

Agora que ambas as frações possuem mesmo denominador, vamos aplicar o fato de que, quanto maior o denominador, menor será o número, assim, temos $\frac{20}{25} < \frac{20}{24}$ ou $\frac{20}{24} > \frac{20}{25}$, que nos dá, $\frac{4}{5} < \frac{5}{6}$ ou $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$.

Comparando novamente $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{6}$, vamos deixar os denominadores iguais, para isso, multiplicaremos os termos da primeira fração por $\mathbf{6}$ e os termos da segunda fração por $\mathbf{5}$, deixando ambas com numerador 30, podendo assim compará-las.

$$\frac{4.6}{5.6} = \frac{\mathbf{24}}{\mathbf{30}}, \quad \frac{5.5}{6.5} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{30}}$$

Agora que ambas possuem o mesmo denominador, vamos utilizar o fato de que, quanto maior o numerador, maior será o número, assim, temos $\frac{24}{30} < \frac{25}{30}$ ou $\frac{25}{30} > \frac{24}{30}$, que nos dá, $\frac{4}{5} < \frac{5}{6}$ ou $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$.

Comparando $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{5}$.

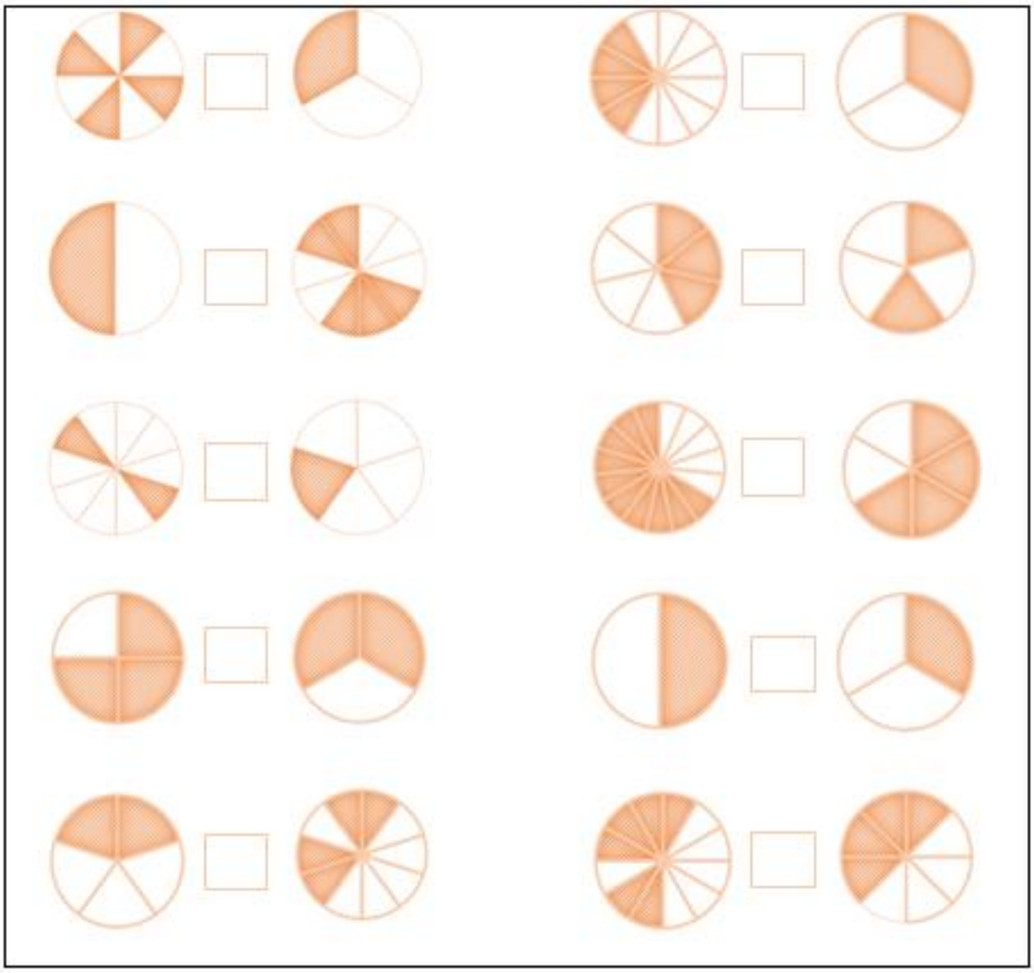
$\frac{2\ .5}{3\ .5} = \frac{10}{15}$; $\frac{3\ .3}{5\ .3} = \frac{9}{15}$, temos que $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$.

Quadro 7 - Aplicação – Compare as frações, aplicando um dos casos vistos (APÊNDICE F)

| | |
|---|---|
| $\frac{2}{5}\ \square\ \frac{3}{5}$ | $\frac{1}{4}\ \square\ \frac{2}{3}$ |
| $\frac{2}{7}\ \square\ \frac{5}{7}$ | $\frac{7}{8}\ \square\ \frac{7}{9}$ |
| $\frac{2}{7}\ \square\ \frac{5}{6}$ | $\frac{2}{5}\ \square\ \frac{3}{4}$ |
| $\frac{4}{9}\ \square\ \frac{2}{3}$ | $\frac{1}{3}\ \square\ \frac{1}{2}$ |
| $\frac{3}{7}\ \square\ \frac{3}{2}$ | $\frac{5}{8}\ \square\ \frac{1}{4}$ |

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Quadro 8 - Aplicação – Compare os desenhos, aplicando um dos casos vistos (APÊNDICE G)



FONTE: Elaborado pela autora (2022).

## 2.3 Sequência didática – parte 3

**Tema**: Fração

**Objetivos**: Operar com frações entendendo sua forma concreta.

**Conteúdos**: Fração: As 6 operações

**Tempo Estimado**: 3 aulas.

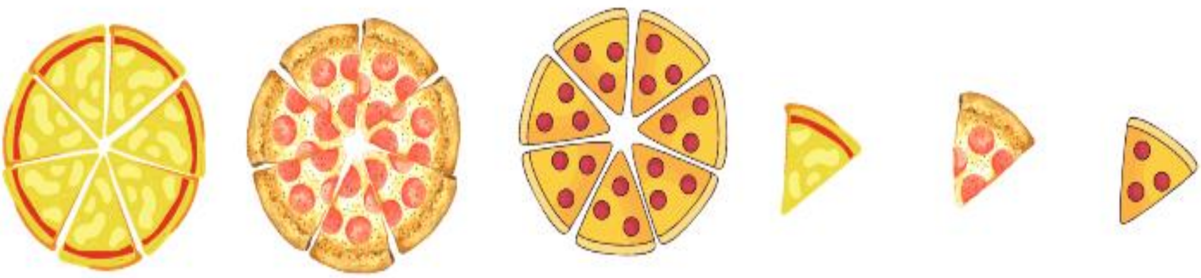
### 2.3.1 Operações com frações

#### 2.3.1.1 Adição de frações com denominadores iguais.

Observe o exemplo:

Imaginemos três pizzas de mesmo tamanho, divididas em uma mesma quantidade de pedaços de mesmo tamanho:

Figura 7 – Adição de Frações



FONTE: Canva (2022).

Cada pizza dividida em 7 pedaços:

Laurita e seus amigos degustaram alguns pedaços das pizzas e ao final da noite a situação era essa:

Figura 8 – Adição de Frações

FONTE: Canva (2022).

Os pedaços mais claros indicam o que foi comido e os escuros os pedaços que sobraram. Quando interpretando o problema, seguem as primeiras perguntas:

Em relação à primeira pizza, quantas partes sobraram? **Quatro**
Ainda em relação à primeira pizza, quantas partes foram comidas? **Três**
Qual a soma das partes comidas e das partes não comidas dessa pizza? **Sete**
Em relação à segunda pizza, quantas partes sobraram? **Uma**
Ainda em relação à segunda pizza, quantas partes foram comidas? **Seis**
Qual a soma das partes comidas e das partes não comidas dessa pizza? **Sete**
Em relação à terceira pizza, quantas partes sobraram? **Nenhuma**
Ainda em relação à terceira pizza, quantas partes foram comidas? **Sete**
Qual a soma das partes comidas e das partes não comidas dessa pizza? **Sete**
Se decidir unir todas as partes que sobraram em uma única caixa, quantos pedaços teremos em relação a uma pizza inteira? **Cinco**

Através desta atividade é possível mostrar aos alunos que quando as partes são de mesmo tamanho, ou seja, neste caso, todas as pizzas foram divididas em 5 pedaços iguais, logo era possível realizar a soma sem maiores problemas.

Assim, faremos as perguntas direcionando às frações:
Qual o nome dado a cada parte? **Provavelmente terão dificuldade neste entendimento, talvez seja necessário dizer que o que se pede é o nome dado a um único pedaço da pizza: Um quinto**
Em relação à primeira pizza, qual fração da pizza sobrou**?** $\frac{2}{5}$ **ou dois quintos**
Ainda em relação à primeira pizza, qual fração da pizza foi comida? $\frac{3}{5}$ **ou três quintos**
Em relação à segunda pizza, qual fração da pizza sobrou? $\frac{1}{5}$ **ou um quinto**
Ainda em relação à segunda pizza, qual fração da pizza foi comida? $\frac{4}{5}$ **ou quatro quintos**
Em relação à terceira pizza, qual fração da pizza sobrou? **0 ou zero**
Ainda em relação à terceira pizza, qual fração da pizza foi comida? $\frac{5}{5}$ **ou cinco quintos ou 1 inteiro**
Se decidir unir todas as partes que sobraram em uma única caixa, qual fração teremos

em relação a uma pizza inteira? $\frac{3}{5}$ **ou três quintos**

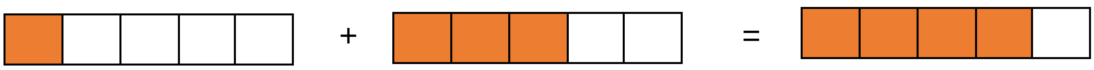
Aqui é possível mostrar a adição de frações:

A soma dos pedaços das três pizzas que sobraram resulta: $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} + 0 = \frac{3}{5}$. Aqui, podemos dizer que: para denominadores iguais, basta repeti-lo e realizar a soma dos numeradores.

Aplicando a adição de frações com denominadores iguais como no modelo a seguir. Dê as frações representadas nas figuras a seguir e em seguida, realize a operação pedida assim como no exemplo:

Pedir que o aluno imagine que vamos juntar na mesma caixa, assim como fizemos no exercício da pizza (APÊNCDICE H).

Figura 9 - Aplicação – Adição de frações com denominadores iguais

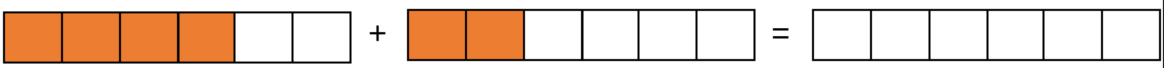



$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

Leitura: Quatro quintos;

Classificação: Fração Própria;

Quanto falta para o inteiro: $\frac{1}{5}$

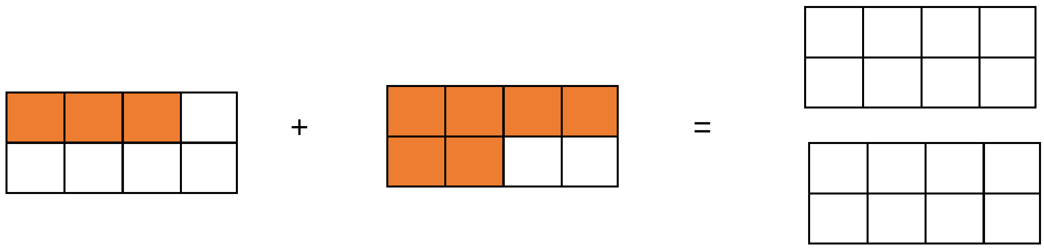



Leitura:

Classificação:

Quanto falta para o inteiro:

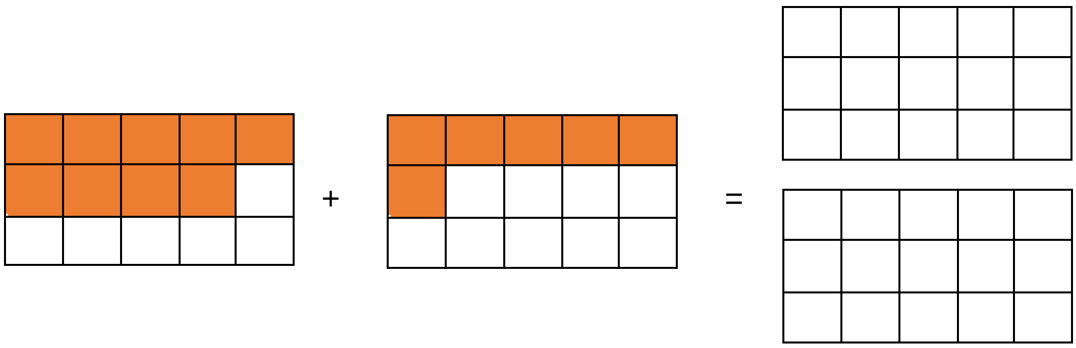
Figura 9 - Aplicação – Adição de frações com denominadores iguais (continuação)



Leitura:

Classificação:

Quanto falta para o inteiro:



Leitura:

Classificação:

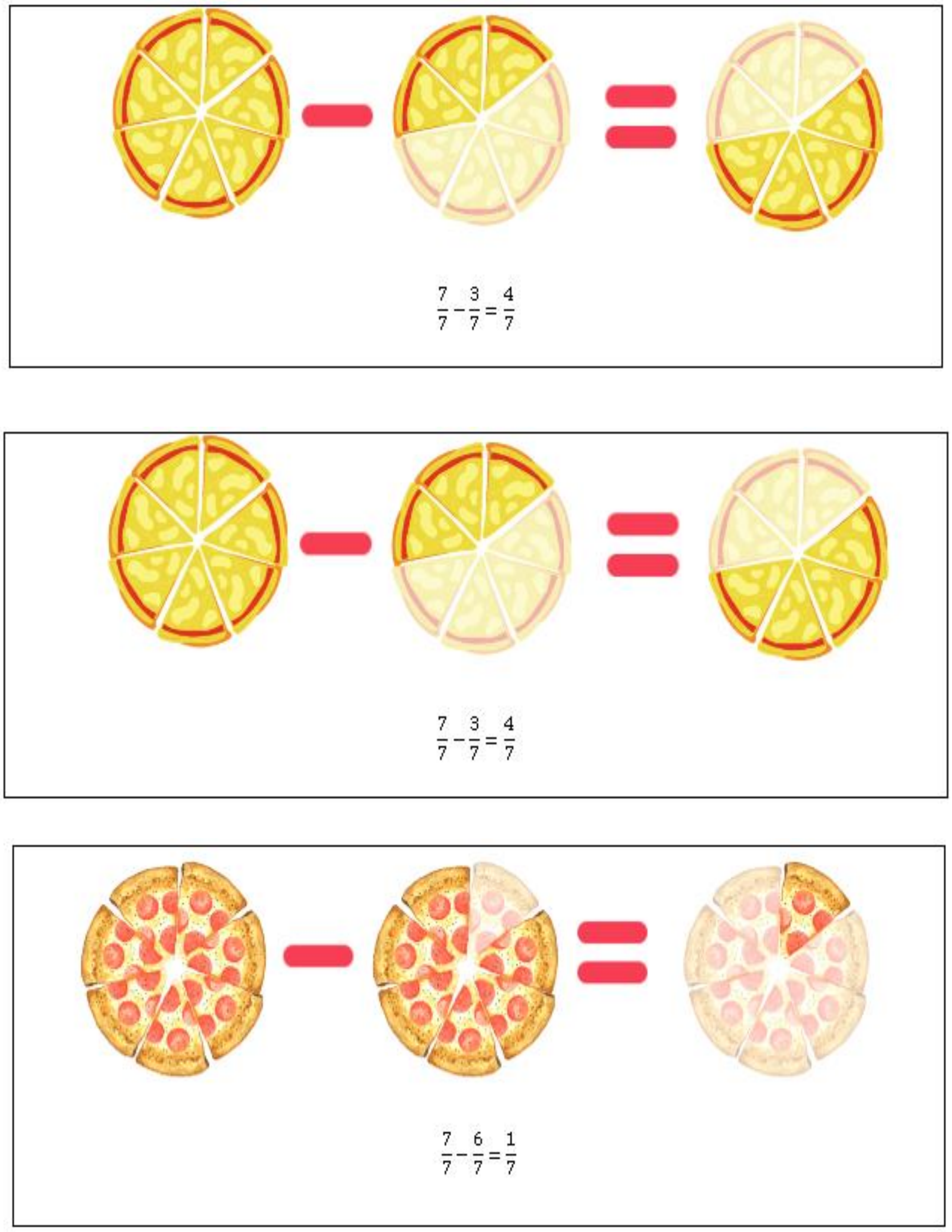
Quanto falta para o inteiro:

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

#### 2.3.1.2 Subtração de frações com denominadores iguais.

Pensando na situação das pizzas, é possível escrever a pizza inteira como $\frac{5}{5}$ e retirar dela três pedaços que serão comidos, ou seja, retirar $\frac{3}{5}$

Figura 10– Subtração de Frações




FONTE: Canva (2022).

Sendo assim, como visto com a adição, para resolvermos a subtração de frações com mesmo denominador, basta repetí-lo e resolver a operação indicada no numerador.

#### 2.3.1.3 Adição  e subtração de frações com denominadores diferentes.

Para resolver adição e subtração com denominadores diferentes, podemos utilizar o m.m.c ou as frações equivelentes, já vistas aqui.

Vamos entender do que se trata o m.m.c.

**M.M.C. – Mínimo Múltiplo Comum**

Em conformidade com Tardif (2014), o m.m.c. compreende-se por etapas: Mínimo (menor), Múltiplo (Número da tabuada, múltiplo do que queremos), Comum (Número que está presente nas duas tabuadas ao mesmo tempo), diferente de zero. Logo, o mínimo múltiplo comum entre dois ou mais números é o menor número comum entre os múltiplos, diferente de zero.

Exemplo 1: $\boldsymbol{m.m.c}\ (\mathbf{3,4})$

Podemos enumerar os múltiplos naturais de cada um desses números, em ordem crescente, ou seja, a tabuada deles:

$$\boldsymbol{M}\ (\mathbf{3}): \{\mathbf{0,3,6,9,12,15,18,21,24,\ldots}\}$$
$$\boldsymbol{M}\ (\mathbf{4}): \{\mathbf{0,4,8,12,16,20,24,28,32,\ldots}\}$$

Dados os múltiplos, procuramos o menor que está presente nas duas tabuadas, ou seja, o múltiplo comum aos dois, diferente de zero.

Daí, o mínimo múltiplo comum, $\boldsymbol{m.m.c.}(\mathbf{3,4})\ =\ \mathbf{12.}$

Exemplo 2: $\boldsymbol{m.m.c}\ (\mathbf{2,7})$

Podemos enumerar os múltiplos naturais de cada um desses números, em ordem crescente, ou seja, a tabuada deles:

$$\boldsymbol{M}\ (\mathbf{2}): \{\mathbf{0,2,4,6,8,10,12,14,16,\ldots}\}$$
$$\boldsymbol{M}\ (\mathbf{7}): \{\mathbf{0,7,14,21,28,35,\ldots}\}$$

Dados os múltiplos, procuramos o menor que está presente nas duas tabuadas, ou seja, o múltiplo comum aos dois, diferente de zero.

Daí, o mínimo múltiplo comum, $\boldsymbol{m.m.c.}(\mathbf{2,7})\ =\ \mathbf{14.}$

Outra forma de determinar o mínimo múltiplo comum é através da fatoração – decomposição em fatores primos.

Para isto, é necessário saber sobre os números primos, ou seja, números naturais diferentes de $1$, que são divisíveis apenas por 1 e por ele mesmo.

Números primos: $\{\mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, \mathbf{7}, \mathbf{11}, \mathbf{13}, \mathbf{17}, \dots\}$.

Exemplo 1: $\boldsymbol{m.m.c.}(\mathbf{3}, \mathbf{4})$

O $\mathbf{3}$ é um número primo, logo, não há fatoração: $\mathbf{3} = \mathbf{3}$.

O $\mathbf{4}$ pode ser escrito como $\mathbf{4} = \mathbf{2.2} = \mathbf{2^2}$.

Multiplicando esses números, temos o $\boldsymbol{m.m.c.}(\mathbf{3}, \mathbf{4}) = \mathbf{2^2 . 3} = \mathbf{12}$.

Exemplo 2: $\boldsymbol{m.m.c.}(\mathbf{2}, \mathbf{7})$

O $\mathbf{2}$ é número primo, logo, não há fatoração: $\mathbf{2} = \mathbf{2}$.

O $\mathbf{7}$ é número primo, logo, não há fatoração: $\mathbf{7} = \mathbf{7}$.

Multiplicando esses números, temos o $\boldsymbol{m.m.c.}(\mathbf{2}, \mathbf{7}) = \mathbf{2}, \mathbf{7} = \mathbf{14}$.

Exemplo 3: $\boldsymbol{m.m.c.}(\mathbf{3}, \mathbf{9})$

O $\mathbf{3}$ é número primo, logo, não há fatoração: $\mathbf{3} = \mathbf{3}$.

O $\mathbf{9}$ pode ser escrito como: $\mathbf{9} = \mathbf{3.3} = \mathbf{3^2}$.

O m.m.c. entre termos de mesma base será o de maior expoente.

Logo, o $\boldsymbol{m.m.c.}(\mathbf{3}, \mathbf{9}) = \mathbf{3^2} = \mathbf{9}$.

Exemplo 4: $\boldsymbol{m.m.c.}(\mathbf{18}, \mathbf{40})$.

O $\mathbf{18}$ pode ser escrito como: $\mathbf{18} = \mathbf{2.9} = \mathbf{2.3.3} = \mathbf{2.3^2}$

O $\mathbf{40}$ pode ser escrito como: $\mathbf{40} = \mathbf{8.5} = \mathbf{2^3.5}$.

O m.m.c. entre fatorações de bases diferentes será um de cada, e o que possuir termo comum, pegamos o que tem maior expoente.

O $\boldsymbol{m.m.c.}(\mathbf{12}, \mathbf{45}) = \mathbf{2^3.3^2.5} = \mathbf{360}$

**Propriedades do M.M.C.**

O m.m.c. ntre dois números, em que um deles é primo e o outro não possuir esse mesmo fator em sua decomposição, será o produto entre eles, como no exemplo 1.

O m.m.c. entre dois números primos é o produto deles, como no exemplo 2.

O m.m.c. entre dois números em que o maior é divisível pelo menor, será o maior deles, como no exemplo 3.

No exemplo 4, podemos utilizar um método de fatoração, que simplifica o processo:

Posiciona-se os números lado a lado, separado por vírgula, e faz-se um traço vertical.

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{18, 40} & \\ & \\ & \\ & \end{array}$$

Em seguida, dividimos esses números, na ordem dos números primos, {2, 3, 5, 7, 11, 13, ...}, ou seja, sempre tentamos dividir por 2, e vamos seguindo a ordem quando nenhum dos dois for divisível e repetir o número que não for divisível pelo primo em questão.

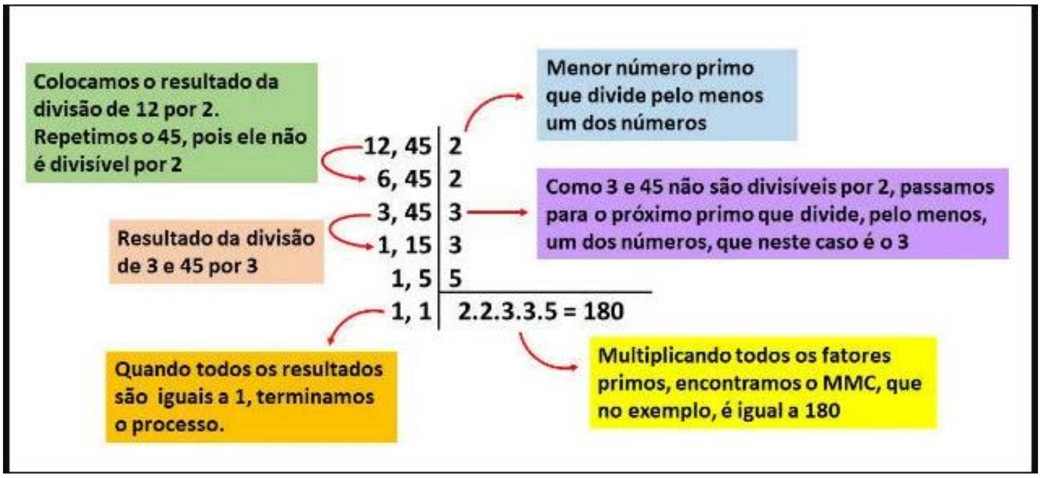
$$\begin{array}{r|l} 18, 40 & 2 \\ 9{,}20 & 2 \\ 9{,}10 & 2 \\ 9{,}5 & 3 \\ 3{,}5 & 3 \\ 1{,}5 & \underline{5} \\ 1{,}1 & 2^3 . 3^2 . 5 = 360 \end{array}$$

Na resolução dada, começamos a dividir por $\mathbf{2}$, o primeiro primo que divide pelo menos um dos dois números. Quando chegamos a $\mathbf{9, 5}$ nenhum dos dois é dividido por $\mathbf{2}$, então seguimos para o próximo primo: $\mathbf{3}$, que divide pelo menos um dos dois números, o $\mathbf{9}$. Como 5 não é divisível por 3, repetimos.

Na linha $\mathbf{3, 5}$, o mesmo acontece, dividimos o $\mathbf{3}$ por $\mathbf{3}$ e repetimos o $\mathbf{5}$. Na linha $\mathbf{1, 5}$ dividimos por $\mathbf{5}$. O cálculo do m.m.c. termina quando encontramos $\mathbf{1}$ em todos os números. Para determinar o m.m.c., basta multiplicar todos os números primos utilizados na fatoração.

Logo, $\boldsymbol{m.m.c.}(\mathbf{18, 40}) = \mathbf{360}$

Observe esse exemplo descrito no site Toda matéria pela autora Gouveia (2022)



Fonte: GOUVEIA (2022)

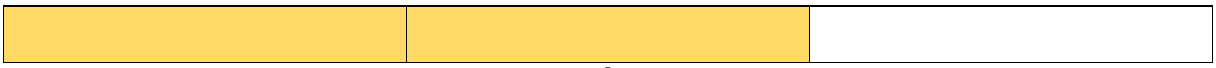
A adição e/ou subtração de frações só pode ser realizada de forma direta quando os denominadores são iguais, e quando não são devemos torná-los iguais e para isso utilizaremos o m.m.c. visto acima.

Exemplo 1:

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} =$$

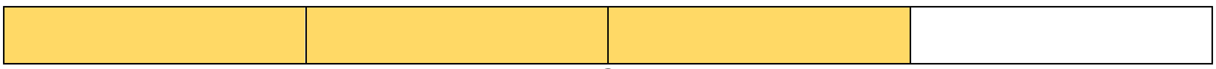
Para realizar esta operação devemos fazer com que os denominadores sejam iguais e para isso vamos utilizar o resultado encontrado no exemplo 1: $\boldsymbol{m.m.c.(3,4) = 12}$

Figura 10 - Solucionando através de desenhos



$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$$

+

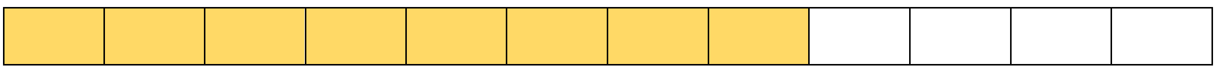


$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$$

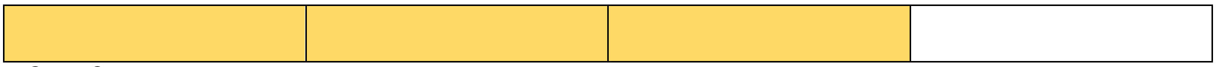
Vamos realizar a divisão dessas figuras em $\mathbf{12}$ partes:

Na primeira, para $\mathbf{3}$ se tornar 12; devemos dividir cada parte por $\mathbf{4}$ iguais:

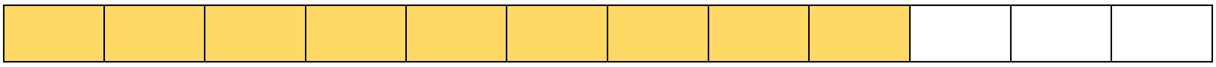
$= \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{12}}$



Na segunda para $\mathbf{4}$ se tornar 12; devemos dividir cada parte por $\mathbf{3}$ iguais:

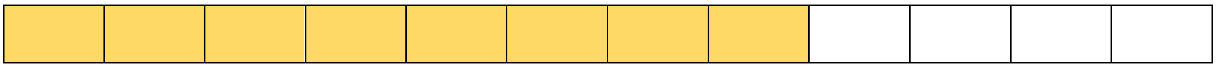


$= \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}}$



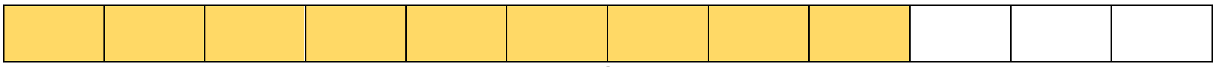
Encontramos figuras equivalentes às primeiras, porém agora, ambas divididas em $\mathbf{12}$ partes, possibilitando a soma:

Logo:



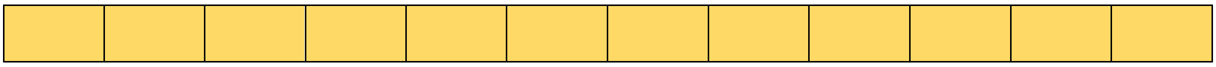
$\mathbf{8/12}$

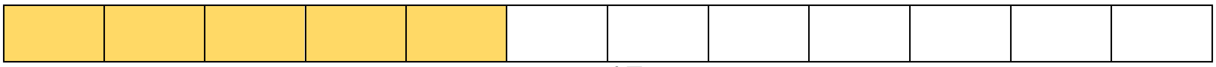
+



$\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}}$

=





$= \frac{\mathbf{17}}{\mathbf{12}}$

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Obtivemos a figura que indica que: de $\mathbf{12}$ partes, queremos $\mathbf{17}$, ou seja, $\frac{\mathbf{17}}{\mathbf{12}}$, ou ainda $\mathbf{1}\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{12}}$.

Podemos realizar o processo utilizando as frações equivalentes, ou seja, encontrar frações equivalentes às dadas com denominador 12:

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} = \frac{?}{\mathbf{12}}$$

Para determinar o numerador, basta ver que para encontrar o denominador $\mathbf{12}$, devemos mutliplicar o $\mathbf{3}$ por $\mathbf{4}$, assim devemos fazer o mesmo com o numerador $\mathbf{2}$: $\mathbf{2 \,.\, 4 = 8}$

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} \cdot \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{12}}$$

Fazendo o mesmo pensamento com a segunda fração:

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} = \frac{?}{\mathbf{12}}$$

Para $\mathbf{4}$ se tornar $\mathbf{12}$, basta mutliplicar $\mathbf{4}$ por $\mathbf{3}$, e fazer o mesmo com o numerador, multiplicando $\mathbf{3}$ por $\mathbf{3}$.

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} \cdot \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{3}} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}}$$

Assim reescrevemos:

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} \qquad \boldsymbol{equivale\ a} \qquad \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{12}} + \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}}$$

Fazendo:

$$\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{12}} + \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}} = \frac{\mathbf{17}}{\mathbf{12}}$$

Outra forma é utilizando o processo em que divide o m.m.c pelo denominador, número de baixo e se multiplica pelo numerador, isto é, pelo número de cima; também conhecido como “divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima” para encontrar exatamente as frações equivalentes cujo denominador é o m.m.c. entre os denominadores.

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$$

$$\frac{\quad}{\mathbf{12}} + \frac{\quad}{\mathbf{12}}$$

Na primeira fração: dividindo o $\mathbf{12}$ pelo de baixo: $(\mathbf{12}:\mathbf{3} = \mathbf{4})$ e multiplicando o resultado pelo de cima: $(\mathbf{4}\ .\ \mathbf{2} = \mathbf{8})$; temos: $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{12}}$

Na segunda fração: dividindo o $\mathbf{12}$ pelo de baixo: $(\mathbf{12}:\mathbf{4} = \mathbf{3})$ e multiplicando o resultado pelo de cima: $(\mathbf{3}\ .\ \mathbf{3} = \mathbf{9})$; temos: $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}}$

Assim, a soma das frações acima é equivalente a:

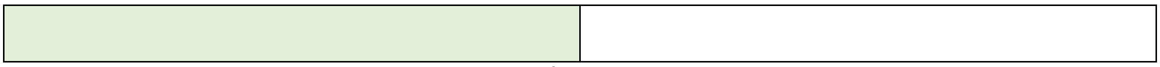
$$\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{12}} + \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}} = \frac{\mathbf{17}}{\mathbf{12}}$$

Exemplo 2:

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}}$$

Sabendo que o $\boldsymbol{m.m.c.}(\mathbf{2},\mathbf{7}) = \mathbf{14}$

Através de desenhos:

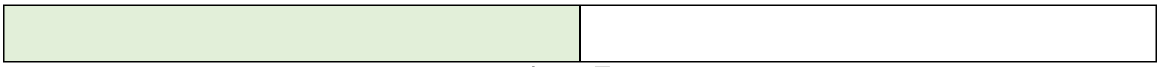


$$\mathbf{\frac{1}{2}}$$

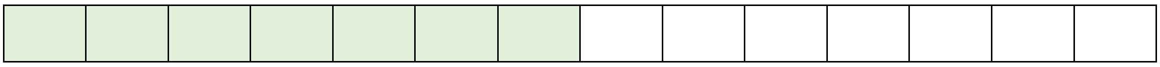
\-

$$\mathbf{\frac{2}{7}}$$

Para tornar ambas as figuras divididas em 14 partes iguais; vamos dividir cada parte da primeira em 7 partes e cada parte da segunda em duas partes iguais:

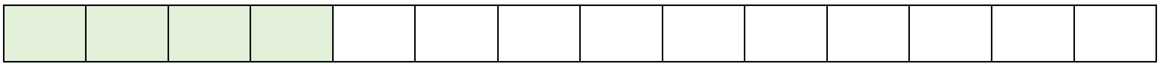


$$= \mathbf{\frac{1}{2}} = \mathbf{\frac{7}{14}}$$

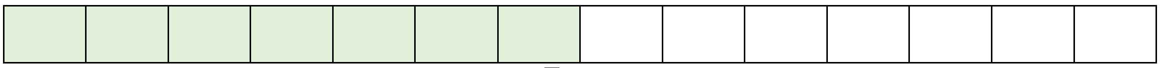


E;

$$= \mathbf{\frac{2}{7}} = \mathbf{\frac{4}{14}}$$

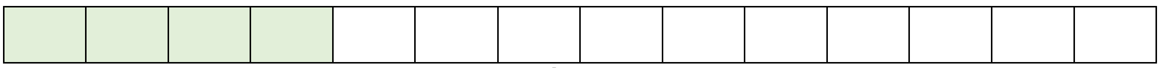


Encontramos figuras equivalentes às primeiras, porém agora, ambas divididas em $\mathbf{14}$ partes, possibilitando a diferença:



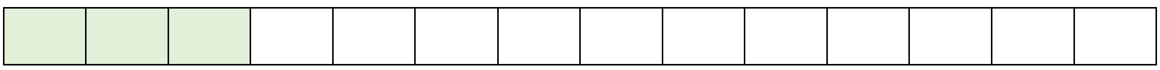
$$\mathbf{\frac{7}{14}}$$

\-



$$\mathbf{\frac{4}{14}}$$

=



Temos:

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{14}} - \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{14}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{14}}$$

Podemos realizar o processo utilizando as frações equivalentes, ou seja, encontrar frações equivalentes às dadas com denominador 14.

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \frac{?}{\mathbf{14}}$$

Para determinar o numerador, basta ver que para encontrar o denominador $\mathbf{14}$, devemos mutliplicar o $\mathbf{2}$ por $\mathbf{7}$, assim devemos fazer o mesmo com o numerador 1: $\mathbf{1.7 = 7}$

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{7}} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{14}}$$

Fazendo o mesmo pensamento com a segunda fração:

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}} = \frac{?}{\mathbf{14}}$$

Para $\mathbf{7}$ se tornar $\mathbf{14}$, basta mutliplicar $\mathbf{7}$ por $\mathbf{2}$, e fazer o mesmo com o numerador, multiplicando $\mathbf{2}$ por 2.

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}} \cdot \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{14}}$$

Assim reescrevemos:

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}} \qquad \boldsymbol{equivale\ a} \qquad \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{14}} - \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{14}}$$

Fazendo:

$$\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{14}} - \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{14}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{14}}$$

Outra forma é utilizando o processo conhecido como “divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima” para encontrar exatamente as frações equivalentes cujo denominador é o m.m.c. entre os denominadores.

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}}$$

$$\frac{\quad}{\mathbf{14}} - \frac{\quad}{\mathbf{14}}$$

Na primeira fração: dividindo o $\mathbf{14}$ pelo número de baixo: $(\mathbf{14 : 2 = 7})$ e multiplicando o resultado pelo número de cima: $(\mathbf{7 \,.\, 1 = 7})$; temos: $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{14}}$

Na segunda fração: dividindo o $\mathbf{14}$ pelo de baixo: $(\mathbf{14 : 7 = 2})$ e multiplicando o resultado pelo número de cima: $(\mathbf{2}\,.\,\mathbf{2} = \mathbf{4})$; temos: $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{14}}$

Então;

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}}$$

$$\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{14}} - \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{14}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{14}}$$

Praticando a aplicação através de frações equivalentes:

Realize as adições e subtrações trabalhando com frações equivalentes, como no exemplo:

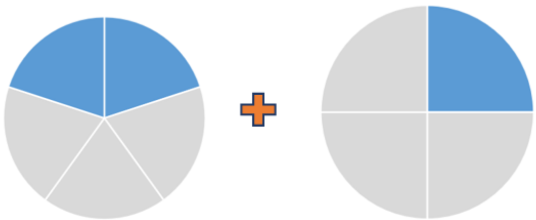
$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$, sendo o $\boldsymbol{mmc}\ (\mathbf{5}, \mathbf{4}) = \mathbf{20}$; vamos determinar as frações equivalentes com esse denominador.

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}} = \frac{?}{\mathbf{20}} \Rightarrow \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}} . \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{20}} \qquad \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} = \frac{?}{\mathbf{20}} \Rightarrow \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} . \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{5}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{20}}$$

Assim reescrevemos as frações, trocando por suas equivalentes:

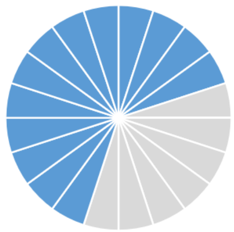
$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{20}} + \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{20}} = \frac{\mathbf{13}}{\mathbf{20}}$$

Figura 11 – Transcrição das frações por suas equivalencias



Para encontrar frações equivalentes, vamos dividir cada parte da primeira figura em 4 partes iguais e cada parte da segunda figura em 5 partes, assim, ambas ficarão divididas em 20 partes.

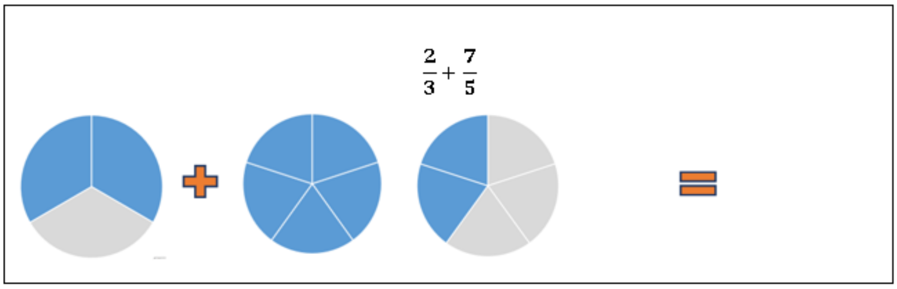
Agora que ambas as figuras estão divididas em 20 partes; podemos juntá-las:

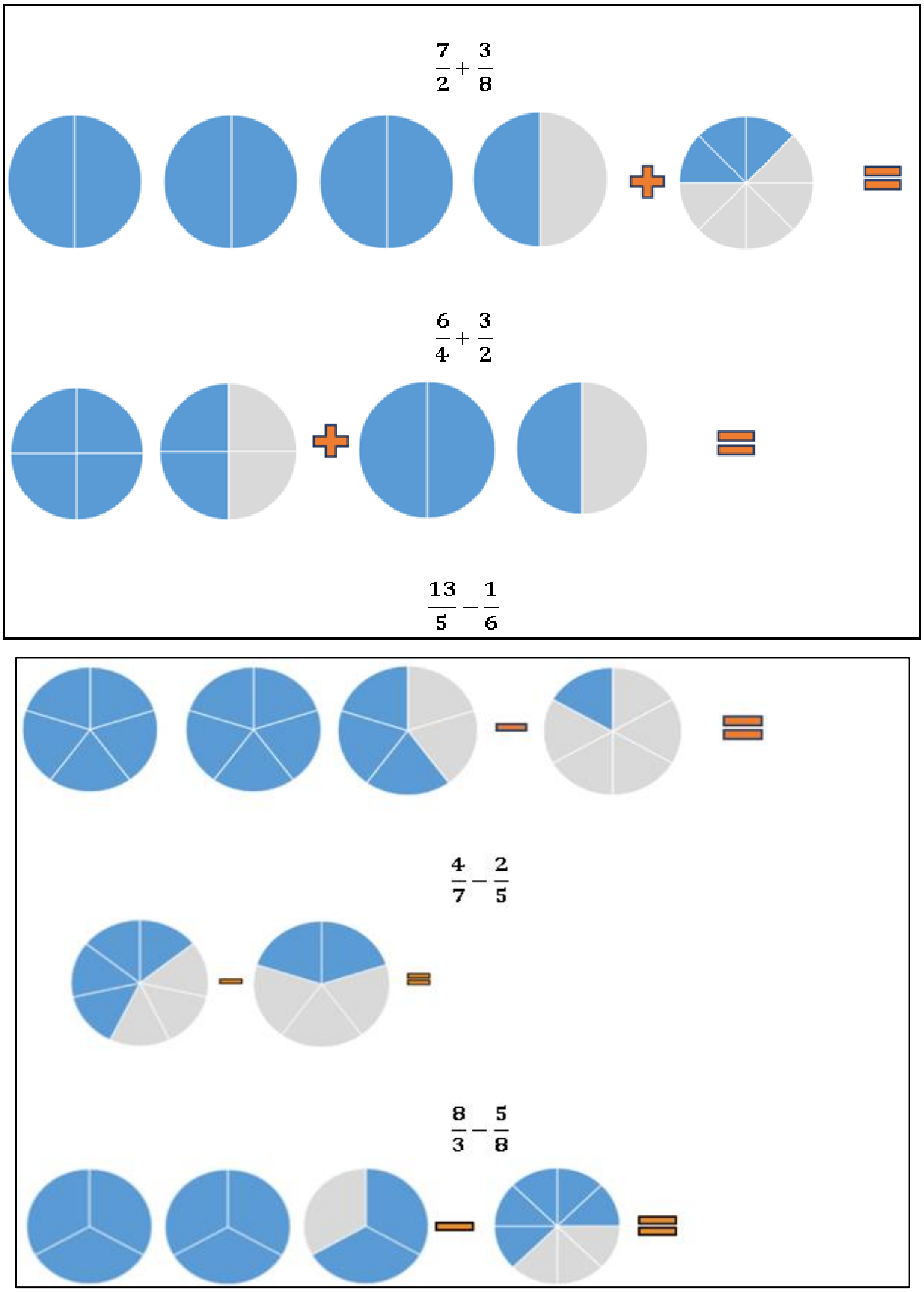


$$\frac{8}{20}+\frac{5}{20}==\frac{13}{20}$$

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Figura 12 – Exemplificando para a prática (APÊNDICE I)






FONTE: Elaborado pela autora (2022).

É importante pedir aos alunos que as resolvam utilizando o método do “divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima” para praticar, já que é o método mais utilizado.

#### 2.3.1.4 Multiplicação de Frações

A ideia de multiplicação vem da soma, então, ao escrevermos, por exemplo: $\mathbf{5+5+5+5}$, podemos substituir por $\mathbf{4\,.\,5}$, pois escrevemos $\mathbf{4}$ vezes o número $\mathbf{5}$ e obtemos $\mathbf{4\,.\,5=20}$.

Assim, ao multiplicarmos um número inteiro por uma fração, estamos fazendo o mesmo processo:

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}+\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}+\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}=\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{5}}$$

O mesmo que $\mathbf{3}\,.\,\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}=\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{5}}$, ou seja, realizamos o produto fazendo a multiplicação entre os numeradores e entre os denominadores.

Multiplicando um número natural por uma fração teremos a mesma resolução, lembrando que embaixo desse número natural existe o número como o denominador $\mathbf{1}$.

Exemplo 1: $\mathbf{2}\,.\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}$

Vamos resolver geometricamente:

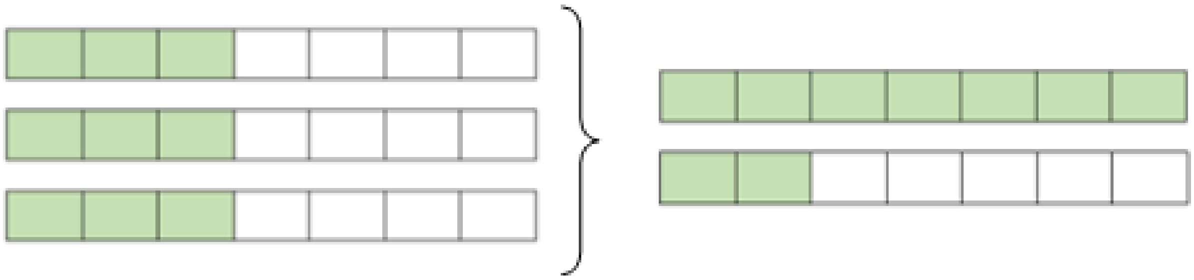
$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}=$

Queremos o dobro dessa medida.

Da mesma forma que quando queremos o dobro de $\mathbf{3}$, fazemos $\mathbf{2\,.\,3=3+3=\ 6}$, faremos $\mathbf{2}\,.\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}=\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}+\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}=\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}$.

Exemplo 2: $\mathbf{3}\,.\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}}$

Para fazer $\mathbf{3}\,.\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}}$, façamos $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}}+\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}}+\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}}$:

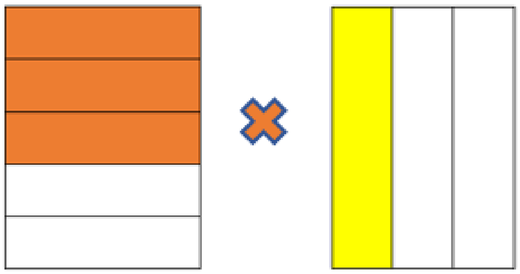


Encontramos $\frac{9}{7}$.

Logo, para realizar qualquer tipo de multiplicação podemos fazer: o produto entre os numeradores, chegando a um novo numerador, e o produto entre os denominadores, chegando a um novo denominador.

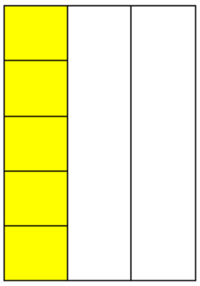
$$\mathbf{3} \cdot \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}} = \frac{\mathbf{3} \cdot \mathbf{3}}{\mathbf{7}} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{7}}$$

Exemplo 3: $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3}$

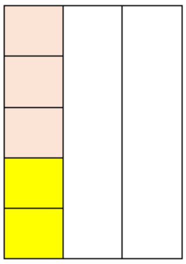


A leitura poderá ser feita como $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{3}$, ou seja, $\frac{3}{5}$ de alguma coisa, que indica dividir em $5$ partes e selecionar $3$ delas.

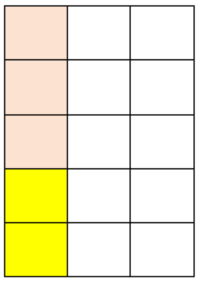
Dividindo $\frac{1}{3}$ em $5$ partes:



Em seguida selecionaremos $3$ delas:

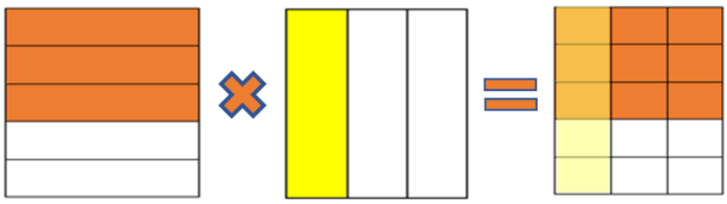


Conforme observamos, nas frações, lidamos sempre com uma figura dividida em partes iguais, portanto, teremos:



Logo, $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{15}$.

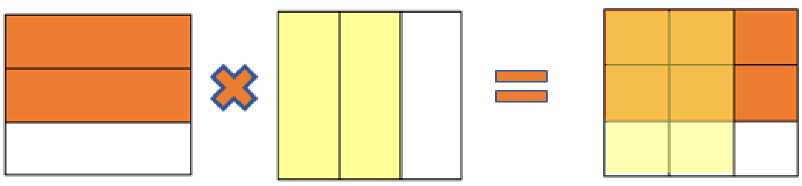
De forma prática, podemos intersectar as figuras e identificar as partes em comum:



Neste caso, há $\mathbf{3}$ partes em que ocorreu intersecção, na nova figura dividida em $\mathbf{15}$ partes.

Logo, $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{15}$

Exemplo 4: $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$



Em resumo, representamos $\frac{2}{3}$, dividimos o todo em $\mathbf{3}$ partes iguais, e selecionamos apenas 2. Assim, teremos $\frac{2}{3}.\frac{2}{3}$.

Neste caso, há $\mathbf{4}$ partes em que ocorreu intersecção, na nova figura dividida em $\mathbf{9}$ partes.

Logo, $\frac{2}{3}.\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$

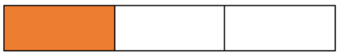
Para que não seja necessária toda essa produção, basta que façamos o produto entre os numeradores, chegando a um novo numerador, e o produto entre os denominadores, chegando a um novo denominador.

Exemplo 1: $\frac{3}{5}.\frac{1}{3}=\frac{3.1}{5.3}=\frac{3}{15}$

Exemplo 2 : $\frac{2}{3}.\frac{2}{3}=\frac{2.2}{3.3}=\frac{4}{9}$

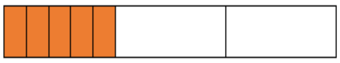
Exemplo 3: $\frac{7}{5}.\frac{1}{2}=\frac{7.1}{5.2}=\frac{7}{10}$

Observe que se escrevermos $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{3}$, vamos fazer $\frac{1}{3}$ e pegar $\frac{3}{5}$ desse $\frac{1}{3}$, assim:

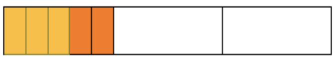
$\mathbf{1/3}$ 

Para determinar $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{3}$, basta encontrar $\frac{3}{5}$ apenas de $\frac{1}{3}$, parte alaranjanda.

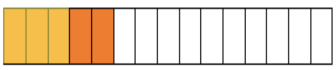
Para isso, vamos dividir a parte alaranjada em $\mathbf{5}$ partes iguais



E agora, selecionando os $\frac{3}{5}$:



Para trabalharmos as frações devemos ter sempre partes iguais de um todo, então dividiremos todas as partes em $\mathbf{5}$ partes, chegando a $\frac{3}{15}$.

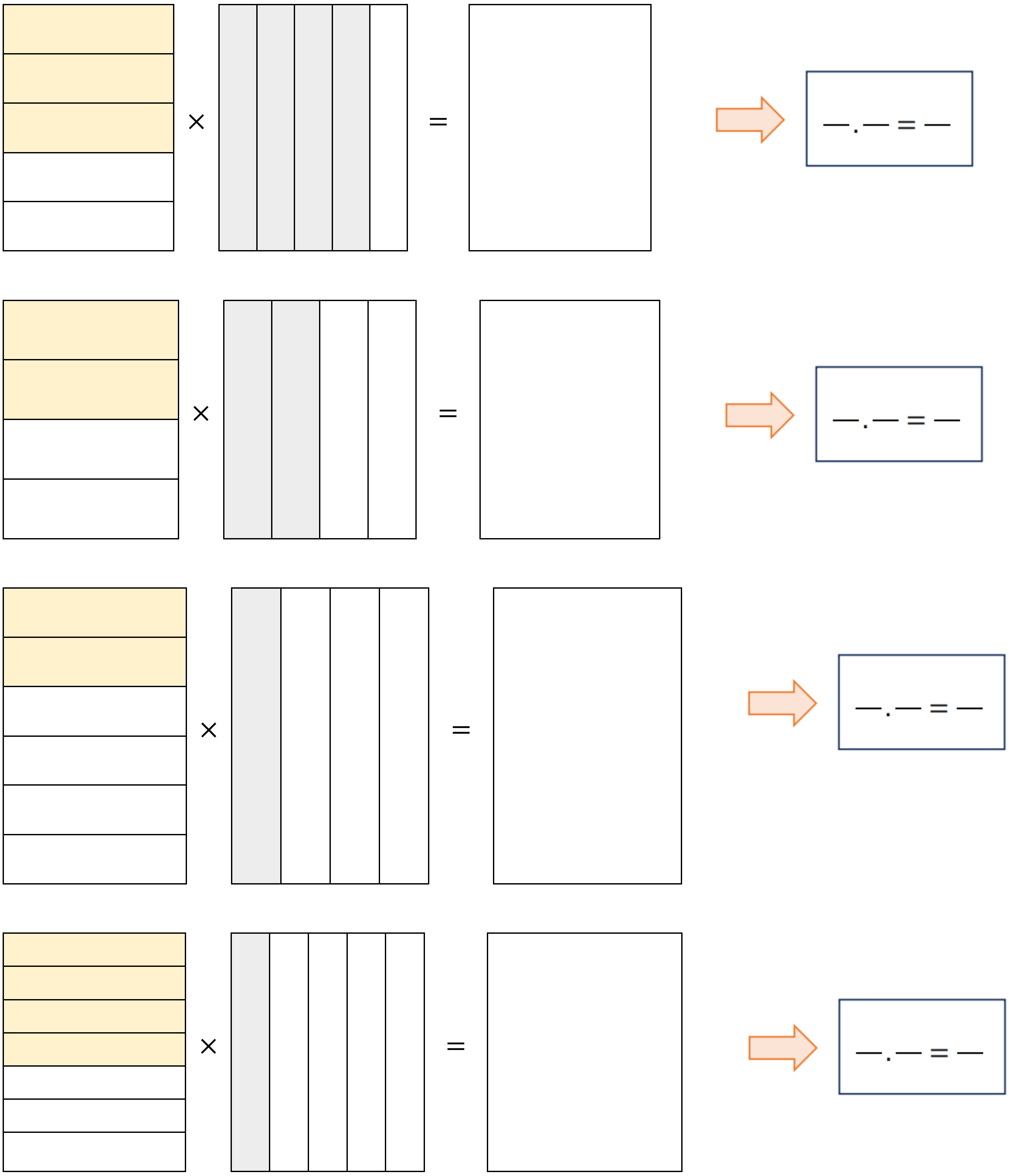


Logo, $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{3}$, é o mesmo que $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{15}$.

Colocando a prática através dos desenhos.

Escreva as frações representadas pelas figuras, realize as multiplicações geometricamente e verifique através das contas.

Figura 13 – Praticando as multiplicações geométricas (APÊNDICE J)




FONTE: Elaborado pela autora (2022).

APLICAÇÃO – operando através do processo prático. Realize o produto das frações, lembrando de simplificar sempre que possível, encontrando frações equivalentes irredutíveis (APÊNDICE K)

$$\boldsymbol{a)}\ \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\cdot\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} =$$

$$\boldsymbol{b)}\ \mathbf{3}.\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}} =$$

$$\boldsymbol{c)}\ \mathbf{7}.\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} =$$

$$\boldsymbol{d)}\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\cdot\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{7}} =$$

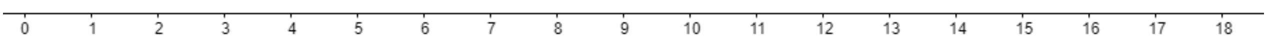
$$\boldsymbol{e)}\ \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}\cdot\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{8}} =$$

#### 2.3.1.5 Divisão de Frações

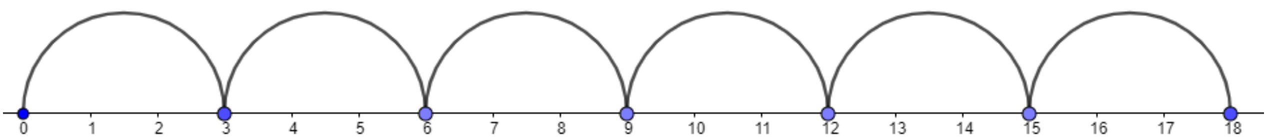
O ideal é mostrar ao aluno que divisão tem o mesmo significado já conhecido quando trabalhamos com números naturais ou inteiros. Uma divisão de números nada mais é do que “Quantas vezes um número cabe dentro de outro?”

Tomando números naturais, fazendo $\mathbf{18:3}$ o que queremos é: “Quantas vezes o número $\mathbf{3}$ cabe dentro do número $\mathbf{18}$. Ou podemos tomar como “Quantos grupos de $\mathbf{3}$ elementos conseguimos fazer com $\mathbf{18}$ elementos?”

Façamos na reta numérica:



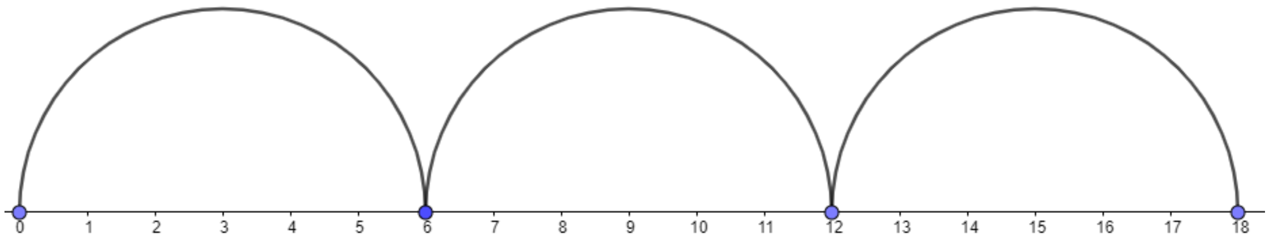

Quantos grupos de 3 conseguimos fazer?




Agrupando a cada $\mathbf{3}$ números, temos $\mathbf{6}$ grupos de $\mathbf{3}$.

Logo, $\mathbf{18:3=6.}$

É interessante mostrar que, se, $\mathbf{18:3=6}$, então, $\mathbf{18:6=3}$.




E que, claro, a multiplicação e a divisão são operações inversas uma da outra, desconsiderando a divisão por zero:

Se, $\mathbf{18}: \mathbf{3} = \mathbf{6}$, então $\mathbf{6} \times \mathbf{3} = \mathbf{18}$.

Se, $\mathbf{18}: \mathbf{6} = \mathbf{3}$, então $\mathbf{3} \times \mathbf{6} = \mathbf{18}$.

Exemplo 1: $\mathbf{9} : \mathbf{3}$ , indica quantas vezes o $\mathbf{3}$ cabe dentro de $\mathbf{9}$, ou seja, $\mathbf{3}$ vezes.

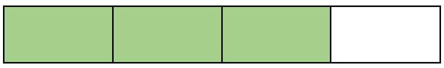
Exemplo 2: $\mathbf{16} : \mathbf{2}$, indica quantas vezes o $\mathbf{2}$ cabe dentro de $\mathbf{16}$, ou seja, $\mathbf{8}$ vezes.

É possível resolver pensando geometricamente, como se segue, pensando nesse mesmo conceito.

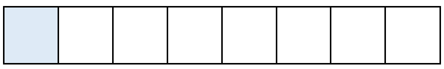
Exemplo 1: $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} : \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}}$

Pela definição de divisão, queremos saber quantas vezes o $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}}$ cabe dentro de $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$.

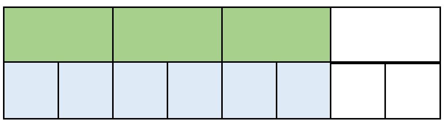
Então, façamos os $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$:



E, $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}}$ do mesmo todo:



Vamos colocar a medida de $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}}$, dentro dos $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$ para encontrarmos quantos oitavos cabem dentro de $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$.



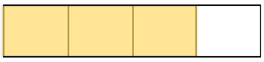
Assim, cabem $\mathbf{6}$ partes de oitavos dentro de $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$, o que nos dá, $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} : \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}} = \mathbf{6}$

Exemplo 2: $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} : \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$

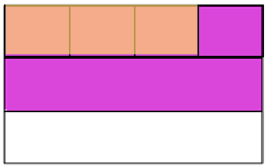
Representação geométrica das frações:

$\frac{2}{3}$

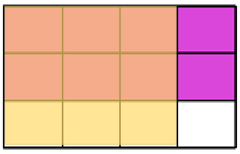
$\frac{3}{4}$



Sobrepondo as figuras:



Dividindo em figuras iguais a $\frac{3}{4}$; temos:



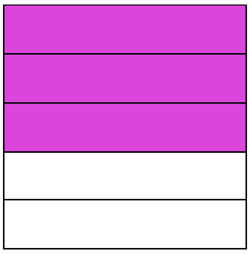
Temos $\mathbf{8}$ partes em “rosa”; nosso numerador e $\mathbf{9}$ partes amarelas; nosso denominador; logo;

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$$

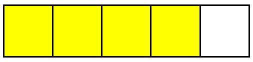
Exemplo 3: $\frac{3}{5} : \frac{4}{5}$

Representação geométrica das frações:

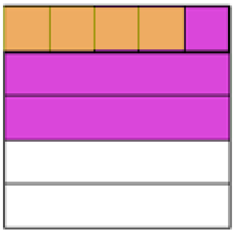
$\frac{3}{5}$



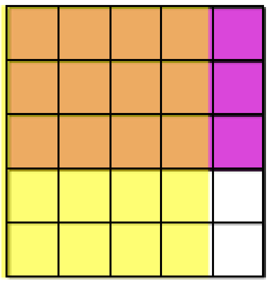
$\frac{4}{5}$



Sobrepondo as figuras:



Dividindo em partes iguais:



Temos 15 partes em “rosa”; nosso numerador e $\mathbf{20}$ partes amarelas; nosso denominador; logo;

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}:\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}=\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{20}}$$

Outra forma de apresentar a divisão de frações é utilizando o seguinte método:

Exemplo (1): $\frac{3}{5}:\frac{1}{4}=\frac{12}{5}$

Queremos $\frac{3}{5}:\frac{1}{4}$, ou seja, queremos saber quantos $\frac{1}{4}$ cabem em $\frac{3}{5}$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $1/4$ | | | |

| |
|---|
| $1/5$ |
| $1/5$ |
| $1/5$ |
| |
| |

Dividindo os $\frac{3}{5}$ em pedaços de $\frac{1}{4}$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $1/4$ | $1/4$ | $1/4$ | $1/4$ |
| $1/4$ | $1/4$ | $1/4$ | $1/4$ |
| $1/4$ | $1/4$ | $1/4$ | $1/4$ |
| | | | |
| | | | |

Logo cabem 12 pedaços de $\frac{1}{4}$ nos 5 pedaços:

Então: $\frac{12}{5}$.

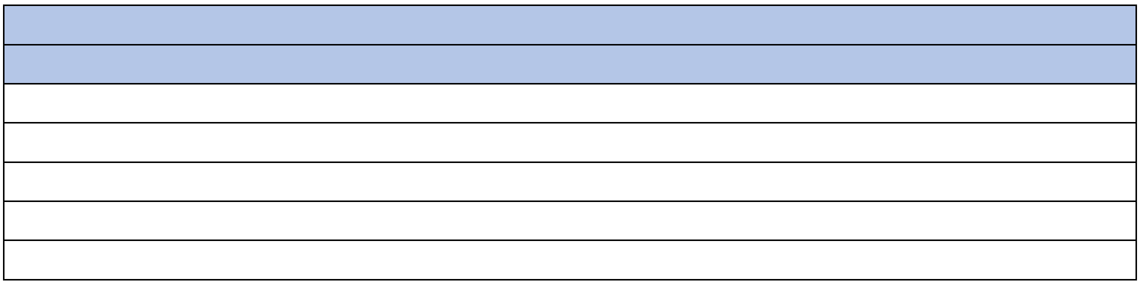
Poderíamos deixar ambos como mesmo denominador:

$$\frac{3}{5}:\frac{1}{4}=\frac{12}{20}:\frac{5}{20}=\frac{12:5}{20:20}=\frac{12:5}{1}=\frac{12}{5}$$

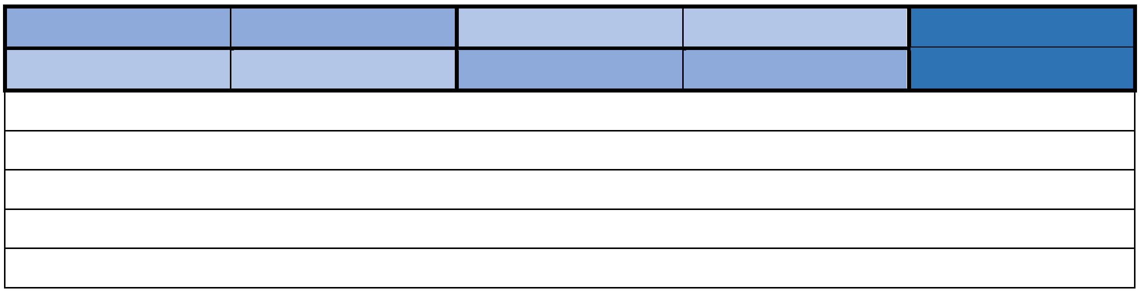
Exemplo (2): $\frac{2}{7}:\frac{2}{5}=\frac{10}{14}=\frac{5}{7}$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

Queremos saber quantos $\frac{2}{5}$ cabem em $\frac{2}{7}$.



Dividindo os $\frac{2}{7}$ em pedaços de $\frac{2}{5}$:



Logo, cabem 5 vezes de $\frac{2}{5}$, nos $\frac{2}{7}$.

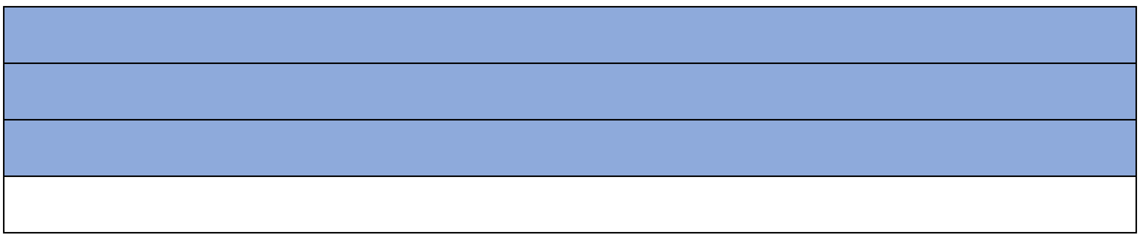
Temos $\frac{5}{7}$.

Como ambos possuem mesmo numerador, podemos dividir e inverter a fração final:

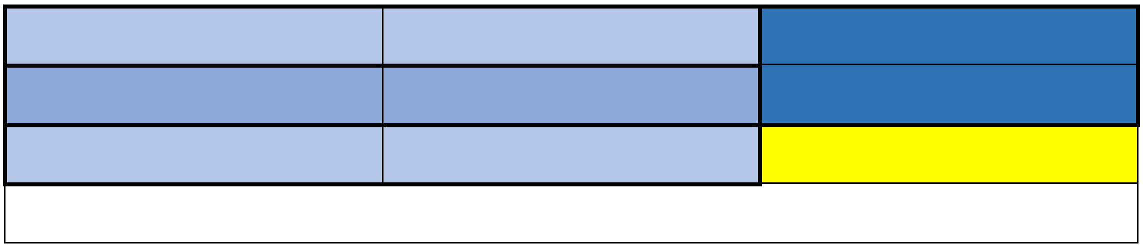
$$\frac{2}{7} : \frac{2}{5} = \frac{2:2}{7:5} = \frac{1}{7:5} = \frac{5}{7}$$

Exemplo (3): $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{9}{8}$

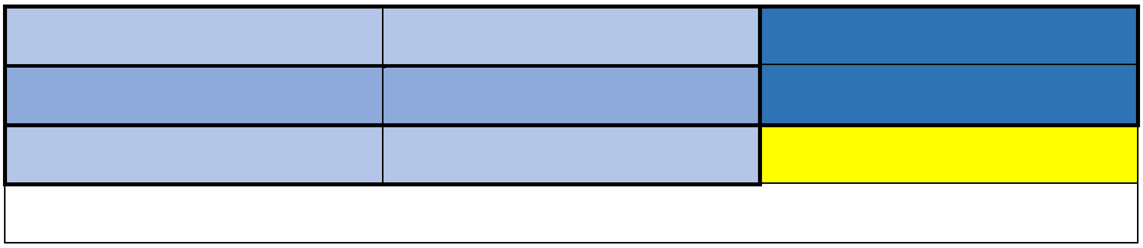
Queremos saber quantos $\frac{2}{3}$ cabem dentro de $\frac{3}{4}$.



Dividindo os $\frac{3}{4}$ em pedaços de $\frac{2}{3}$.



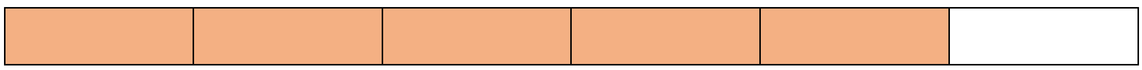
Couberam $4$ partes iguais a $\frac{2}{3}$, sobrando $1$ pedaço – destacado em amarelo; portanto faremos uma nova divisão.



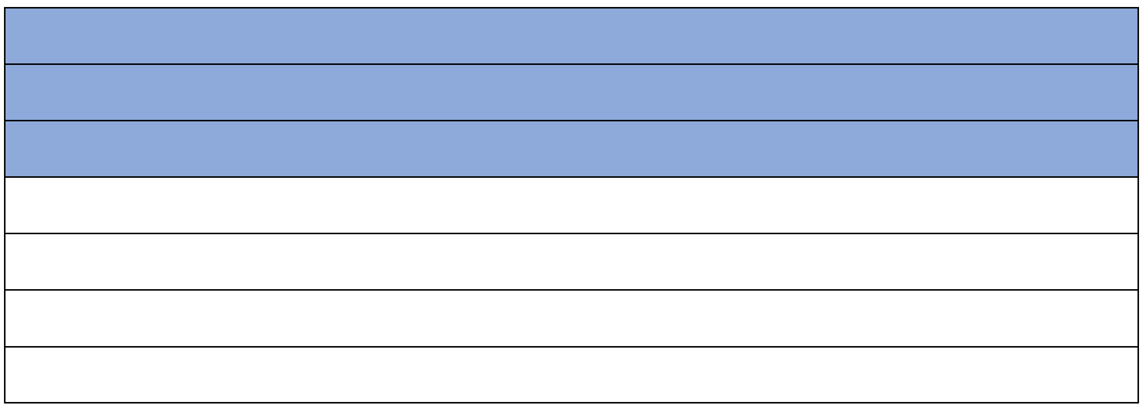
Couberam mais $4$ partes iguais a $\frac{2}{3}$, sobrando mais $1$ pedaço – destacado em amarelo; as duas partes em amarelo, nos dão mais uma parte de $\frac{2}{3}$. Sendo assim, na divisão encontramos $9$ partes iguais a $\frac{2}{3}$.

Cabem $9$ pedaços em $8$ partes, já que precisamos utilizar $\frac{6}{8}$, ao invés de $\frac{3}{4}$, logo $\frac{9}{8}$.

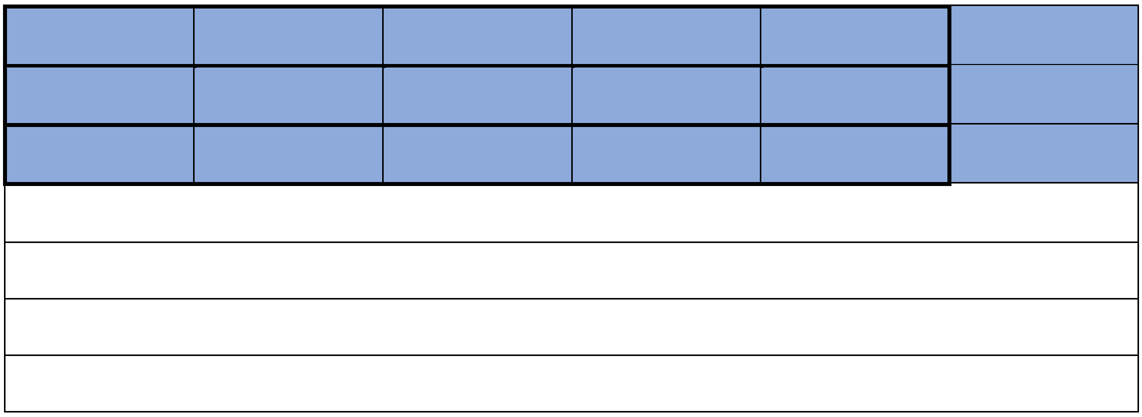
Exemplo (4): $\frac{3}{7} : \frac{5}{6} = \frac{18}{35}$



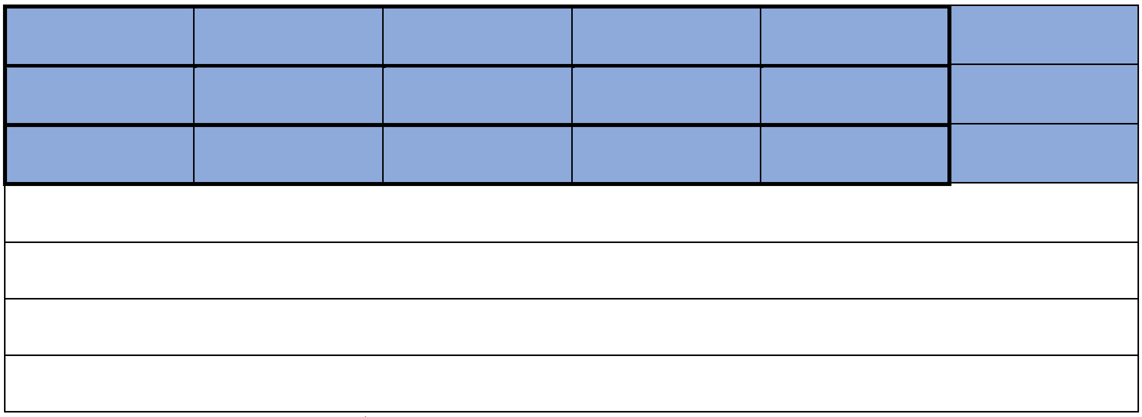
Quantos pedaços de $\frac{5}{6}$ cabem em $\frac{3}{7}$.



Dividindo os $\frac{3}{7}$ em pedaços de $\frac{5}{6}$.



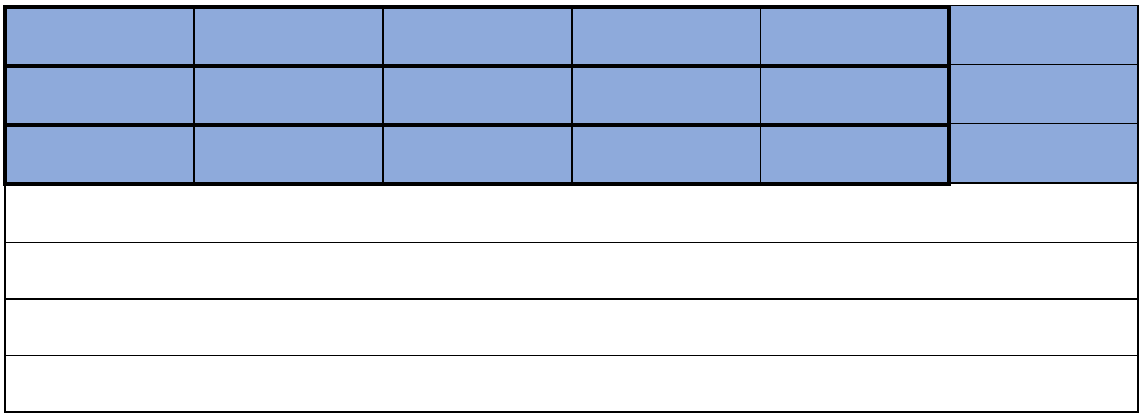
Temos $3$ partes de $\frac{5}{6}$. Sobram 3 pedaços.



Temos mais $3$ partes de $\frac{5}{6}$ e $3$ pedaços sobrando.

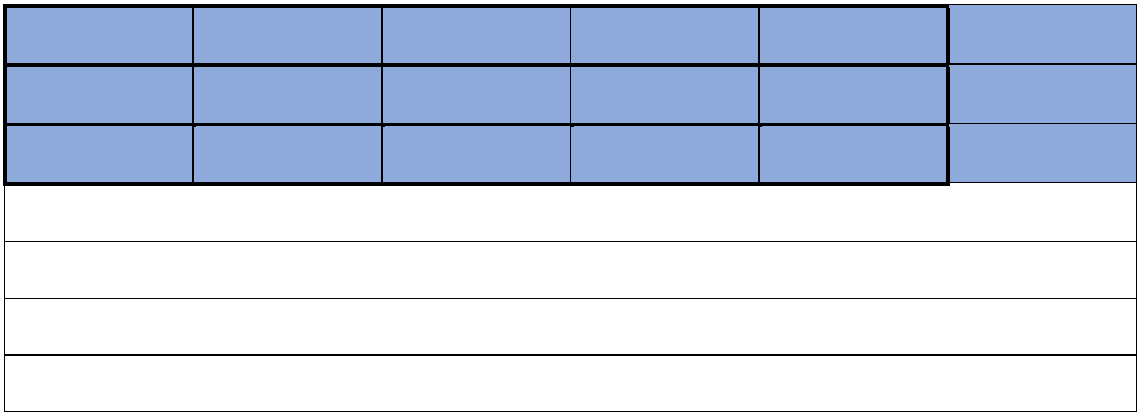
Agora temos $6$ partes de $\frac{5}{6}$ e $6$ pedaços sobrando, que nos dão mais uma parte de $\frac{5}{6}$ e $1$ pedaço sobrando.

Temos $7$ partes de $5/6$ e sobra ainda 1 pedaço.



Temos mais $3$ partes de $\frac{5}{6}$ e mais $3$ pedaços sobrando.

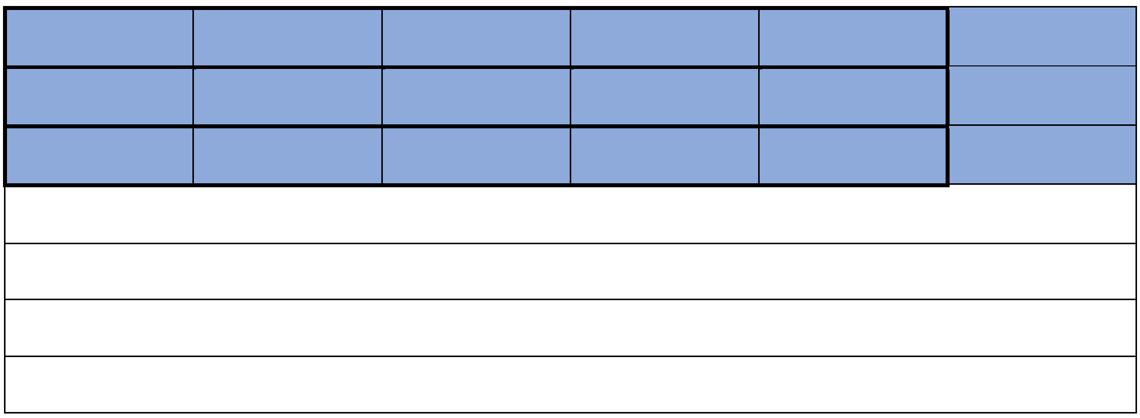
Logo, $10$ partes de $\frac{5}{6}$ e $4$ pedaços sobrando.



Temos mais $3$ partes de $\frac{5}{6}$ e mais $3$ pedaços sobrando.

Agora temos, $13$ partes de $\frac{5}{6}$ e $7$ pedaços sobrando, logo formamos mais $1$ parte de $\frac{5}{6}$, sobrando $2$ pedaços.

Logo, $14$ partes de $\frac{5}{6}$ e $2$ pedaços.



Temos mais $3$ partes de $\frac{5}{6}$ e mais $3$ pedaços sobrando.

Agora temos, $17$ partes de $\frac{5}{6}$ e $5$ pedaços, que nos dão mais uma parte de $\frac{5}{6}$.

Logo, $18$ partes de $\frac{5}{6}$.

Para chegarmos até aqui utilizamos 5 vezes o processo, 5 vezes dos sétimos, logo 35 no total.

Temos: $\frac{3}{7} : \frac{5}{6} = \frac{18}{35}$.

Podemos solucionar a divisão de frações utilizando a muliplicação de frações.

A divisão de frações pode ser resolvida fazendo o produto da primeira fração pelo inverso da segunda fração.

Segue o motivo de podermos realizar tal operação:

Se tivermos a divisão:$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ , realizando uma multiplicação por $\frac{d}{c}$ em ambos os termos da fração, fazendo com que a mesma permaneça inalterada e o denominador se torne 1.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}}{\frac{c}{d}\cdot\frac{d}{c}} = \frac{\frac{a.d}{b.c}}{\frac{c.d}{d.c}} = \frac{\frac{a.d}{b.c}}{1} = \frac{a.d}{b.c}$$

Exemplo 1 : $\frac{3}{4}:\frac{1}{8}$

Primeira fração: $\frac{3}{4}$

Segunda fração: $\frac{1}{8}$; inverso da segunda fração: $\frac{8}{1}$

Realizando o produto da primeira pelo inverso da segunda: $\frac{3}{4}.\frac{8}{1}$

A multiplicação de frações é realizada fazendo o produto entre os numeradores e o produto dos denominadores: $\frac{3}{4}.\frac{8}{1} = \frac{3.8}{4.1} = \frac{24}{4} = \mathbf{6}$

Exemplo 2: $\frac{2}{3}:\frac{3}{4}$

Realizando o produto da primeira pelo inverso da segunda: $\frac{2}{3}.\frac{4}{3}$

A multiplicação de frações é realizada fazendo o produto entre os numeradores e o produto dos denominadores: $\frac{2}{3}.\frac{4}{3} = \frac{2.4}{3.3} = \frac{8}{9}$

Exemplo 3: $\frac{3}{5}:\frac{4}{5}$

Realizando o produto da primeira pelo inverso da segunda: $\frac{3}{5}.\frac{5}{4}$

A multiplicação de frações é realizada fazendo o produto entre os numeradores e o produto dos denominadores: $\frac{3}{5}.\frac{5}{4} = \frac{3.5}{5.4} = \frac{15}{20}$

Exemplo 4: $\frac{3}{5}:\mathbf{5}$

Realizando o produto da primeira pelo inverso da segunda: $\frac{3}{5}.\frac{1}{5} = \frac{3.1}{5.5} = \frac{3}{25}$

APLICAÇÃO – operando através dos desenhos. Escreva as frações representadas pelas figuras, realize as divisões geometricamente e verifique através das contas.

Atividade (1) = $\frac{5}{3}:\frac{3}{5}$

Atividade (2) = $\frac{1}{8}:\frac{9}{7}$

#### 2.3.1.6 Potenciação de Frações

Para resolver a potenciação de uma fração basta aplicar o expoente no numerador e no denominador, ou realizar a multiplicação das frações.

Exemplo 1: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

Ou, $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}.\frac{2}{3} = \frac{2.2}{3.3} = \frac{4}{9}$

Exemplo 2: $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1^3}{4^3} = \frac{1}{64}$

Ou, $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4}.\frac{1}{4}.\frac{1}{4} = \frac{1}{64}$

APLICAÇÃO – Operando Potenciação de Frações. Realize as operações utilizando um dos métodos demonstrados (APÊNDICE L)

Atividade (1) = $\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$

Atividade (2) = $\left(\frac{2}{5}\right)^3 =$

Atividade (3) = $\left(\frac{3}{2}\right)^4 =$

#### 2.3.1.7 Radiciação de Frações.

Para resolver a radiciação de uma fração basta aplicar a raiz no numerador e no denominador .

Exemplo 1: $\sqrt{\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}}} = \frac{\sqrt{\mathbf{4}}}{\sqrt{\mathbf{9}}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$; pois $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

Exemplo 2: $\sqrt{\frac{\mathbf{16}}{\mathbf{25}}} = \frac{\sqrt{\mathbf{16}}}{\sqrt{\mathbf{25}}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}$**,** pois $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$

Exemplo 3: $\sqrt[3]{\frac{\mathbf{27}}{\mathbf{64}}} = \frac{\sqrt[3]{\mathbf{27}}}{\sqrt[3]{\mathbf{64}}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$, pois $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

APLICAÇÃO – Operando Radiciação de Frações. Realize as operações e justifique a resposta (APÊNDICE M)

Atividade (1) = $\sqrt{\frac{81}{225}} =$

Atividade (2) = $\sqrt{\frac{36}{100}} =$

Atividade (3) = $\sqrt[3]{\frac{125}{8}} =$

## 2.4 Sequência didática – parte 4

**Tema**: Fração

**Objetivos**: Resolver problemas envolvendo frações.

**Conteúdos**: Fração:

**Tempo Estimado**: 3 aulas.

### 2.4.1 Aplicação de Frações em problemas – Interpretação

Retomando a definição de fração: fração é a representação de partes de um todo que foi dividido em partes iguais. Através dela faremos as interpretações dos nossos problemas.

A. Uma pessoa receberá como rescisão de seu contrato $5/12$ do seu salário. Recebendo mensalmente o valor de R$ $1.350,00$, de quanto será sua rescisão?

Para dar início à resolução, precisamos entender o significado de $\mathbf{5/12}$, que indica que um todo foi dividido em 12 partes e dela tomaremos 5 dessas partes.
Logo, como o nosso todo é o salário mensal de R$ $\mathbf{1.350,00}$, dividiremos esse valor em 12 partes.

$$\mathbf{1350: 12 = 112,50}$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 112,50 | 112,50 | 112,50 | 112,50 | 112,50 | 112,50 |
| 112,50 | 112,50 | 112,50 | 112,50 | 112,50 | 112,50 |

Dessas 12 partes, queremos 5:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 112,50 | 112,50 | 112,50 | 112,50 | 112,50 | 112,50 |
| 112,50 | 112,50 | 112,50 | 112,50 | 112,50 | 112,50 |

Logo, $\mathbf{5/12}$ de $\mathbf{1350 = 112,50\,.\,5 = 562,50}$

B. Para uma receita é necessário $3/4$ de xícara de leite. Sendo a xícara de $300ml$, quantos ml serão necessários para essa receita**.**

Para dar início à resolução, precisamos entender o significado de 3/4, que indica que um todo foi dividido em 4 partes e dela tomaremos 3 dessas partes.
Logo, como o nosso todo é a capacidade da xícara de $\mathbf{300}\boldsymbol{ml}$, dividiremos esse valor em 4 partes.

$$\mathbf{300: 4 = 75}\boldsymbol{ml}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 75 | 75 | 75 | 75 |

Dessas 4 partes, queremos 3:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 75 | 75 | 75 | 75 |

Logo, $\mathbf{3/4}$ de $\mathbf{300}\boldsymbol{ml} \mathbf{= 75\,.\,3 = 225}\boldsymbol{ml}$.

C. Para realizar uma receita, Paula comprou uma caixa com $12$ ovos. Para a receita seriam necessários $2/3$ dessa caixa. Responda:

a) Quantos ovos serão utilizados?

b) Qual fração da caixa sobrará?

Para dar início à resolução, interpretaremos: queremos $\mathbf{2/3}$, ou seja, um todo será dividido em três partes e tomaremos apenas $\mathbf{2}$.

Nosso todo é representado pelos $\mathbf{12}$ ovos.

Dividindo os $\mathbf{12}$ ovos em três partes: $\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{3}} = \mathbf{4}$

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 4 | 4 |

Tomaremos $\mathbf{2}$ dessas partes:

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 4 | 4 |

Logo, serão utilizados $\mathbf{4\,.\,2 = 8}$ ovos.

A fração da caixa que sobra é a parte não colorida, logo, $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$.

D. Marina montará cachorro-quente para uma festa de aniversário. Ela já preparou $12$ cachorros-quentes, que representam $1/5$ do total necessário. Quantos cachorros-quentes ainda deverá montar?

O total de cachorros-quentes é desconhecido, o que se sabe é que os $\mathbf{12}$ já preparados representam $\mathbf{1/5}$. Logo, o total foi dividido em $\mathbf{5}$ partes e ao se tomar $\mathbf{1}$ parte, tem-se $\mathbf{12}$.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 12 | | | | |

Na fração o todo é dividido em partes iguais, logo, todas as partes representam 12 cachorros-quentes.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 12 | 12 | 12 | 12 | 12 |

Segue que, faltam $\mathbf{4/5}$ de cachorros-quentes para finalizar, partes não coloridas: $\mathbf{4\,.\,12 = 48}$ cachorros-quentes para totalizar os $\mathbf{60}$ necessários.

E. Henrique fará seu aniversário e para a quantidade de convidados serão necessárias $24$ garrafas de refrigerante de $2$ litros. Ele já comprou $2/3$ da quantidade necessária. Quantas garrafas já comprou? Quantas ainda faltam?

São necessárias $24$ garrafas de refrigerante.

Ela já comprou $\frac{2}{3}$ , falta comprar $\frac{1}{3}$ das garrafas.

Como nossa fração é de “terços”, vamos dividir a quantidade de garrafas em $3$ partes.

$$24 : 3 = 8$$

Logo, cada terço terá $8$ garrafas.

Pela leitura, dois terços e interpretação de fração: $\frac{2}{3}$, indica que vamos dividir algo em $3$ partes e vamos pegar apenas $2$ delas, claramente, $\frac{1}{3}$, um terço, indica que vamos dividir algo em 3 partes e vamos pegar apenas $1$ delas.

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 8 | 8 |

Sendo assim, $\frac{2}{3}$ de $24$ garrafas, igual a $16$ garrafas e, $\frac{1}{3}$ de $24$ garrafas, igual a $8$ garrafas.

Logo, ele já comprou $16$ garrafas e faltam comprar $8$ garrafas.

F. Senhor Luiz resolveu dividir o valor de R$ 324.000,00 entre suas 4 filhas. Da seguinte forma: a mais velha receberia $\frac{1}{8}$ do valor, a segunda filha receberia $\frac{1}{5}$ do valor, a terceira receberia $\frac{1}{4}$ e a mais nova ficaria com o restante. Qual o valor recebido por cada filha?

A filha mais velha receberá $\frac{1}{8}$, logo o valor deve ser dividido em $8$ partes: $324.000 : 8 = 40.500{,}00$, e ela receberá apenas $1$ parte: $40.500{,}00$.

A segunda filha receberá $\frac{3}{16}$, logo o valor deve ser dividido em 16 partes: $324.000 : 16 = 20.000{,}00$, e ela receberá apenas $3$ partes: $20.000 \times 3 = 60.000{,}00$.

A terceira filha receberá $\frac{1}{4}$, logo o valor deve ser dividido em $4$ partes: $324.000 : 4 = 81.000{,}00$, e ela receberá apenas $1$ parte: $81.000{,}00$.

A filha mais nova receberá o restante, para isso somaremos os valores recebidos pelas três primeiras e ver o que resta para a última.

$$40.500{,}00 + 60.000{,}00 + 81.000{,}00 = 181.500{,}00$$

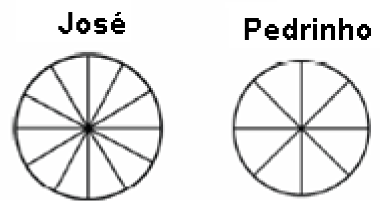
A sobra para a filha mais nova será de: $324.000{,}00 - 181.500{,}00 = 142.500{,}00$

APLICAÇÃO GERAL – Atividades retiradas de Prova Brasil / Descritores 21, 22, 23

As respostas das questões estão destacadas na cor azul

1- Observe as figuras:

Figura 14 – Frações em forma de problema




FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Pedrinho e José fizeram uma aposta para ver quem comia mais pedaços de pizza. Pediram duas pizzas de igual tamanho. Pedrinho dividiu a sua em oito pedaços iguais e comeu seis; José dividiu a sua em doze pedaços iguais e comeu nove. Então:

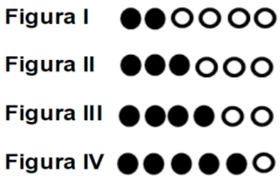
(A) Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.

(B) José comeu o dobro do que Pedrinho comeu.

(C) Pedrinho comeu o triplo do que José comeu.

(D) José comeu a metade do que Pedrinho comeu.

2- Observe as figuras a seguir:




A figura que apresenta $\frac{1}{3}$ de suas bolinhas pintadas é a

(A) figura I.

(B) figura II.

(C) figura III.

(D) figura IV.

3- Em qual das figuras abaixo o número de bolinhas pintadas representa $\frac{2}{3}$ do total de bolinhas?

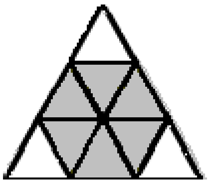
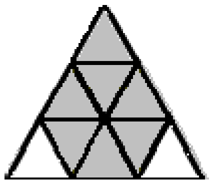
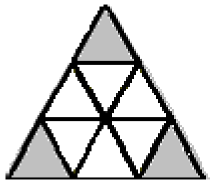
(A) ● ● ○ ○ ○ ○

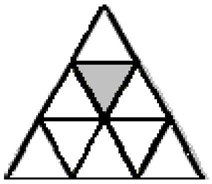
(B) ● ● ● ○ ○ ○

(C) ● ● ● ● ○ ○

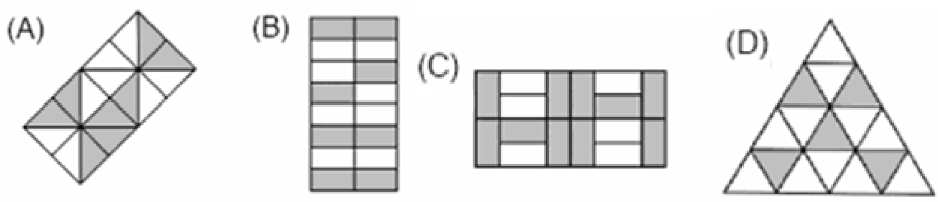
(D) ● ● ● ● ● ○

4- Carlinhos fez uma figura formada por vários triângulos e coloriram alguns. Em qual das figuras abaixo o número de triângulos coloridos representa $\frac{1}{3}$ do total de triângulos:

(A)  (B)  (C)  (D)



5- Cada uma das figuras seguintes está dividida em 16 partes iguais. Em qual delas a parte cinza corresponde a $\frac{5}{8}$ da área total?




(A) A

(B) B

(C) C

(D) D

6- Dos 11 jogadores de um time de futebol, apenas 5 têm menos de 25 anos de idade. A fração de jogadores desse time, com menos de 25 anos de idade, é:

(A) $\frac{5}{6}$ (B) $\frac{6}{5}$ (C) $\frac{5}{11}$ (D) $\frac{6}{11}$

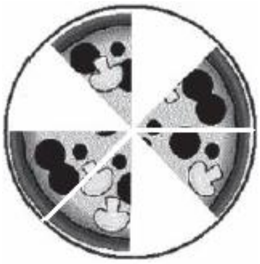
7- Um vendedor tinha 25 carros no pátio da concessionária. No mês de Janeiro ele vendeu 16 carros.

FONTE: GOOGLE IMAGENS (2022).

Considerando-se o total de carros, a fração que representa o número de vendas de carros no mês de janeiro do vendedor foi de:

(A) $\frac{16}{25}$ (B) $\frac{9}{25}$ (C) $\frac{25}{16}$ (D) $\frac{25}{9}$

8- Marli comprou uma pizza grande, dividiu-a em parte iguais e comeu alguns pedaços. Veja, na figura abaixo, o que sobrou dessa pizza.

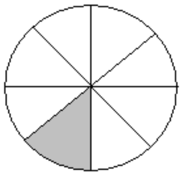
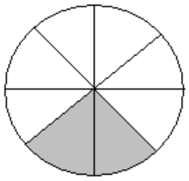
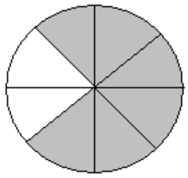
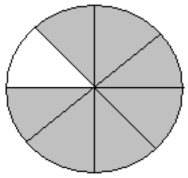


FONTE: CANVA (2022).

A fração que representa os pedaços de pizza que Marli comeu em relação a pizza toda é

(A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) $\frac{8}{3}$

9- A parte colorida representa a quantidade de pedaços de pizza que José comeu. Como José comeu $\frac{1}{4}$ de pizza, a figura que representa a quantidade de pizza comida foi de:

(A)  (B)  (C)  (D) 

10- Rodrigo parou em um posto de gasolina e colocou 20 litros de gasolina, completando o tanque, cuja capacidade é de 60 litros.

FONTE: CANVA (2022).

Podemos afirmar que a gasolina que havia no tanque do carro era equivalente a

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2}{5}$

11- Uma emissora de rádio realizou uma pesquisa para identificar os gêneros musicais preferidos pelas pessoas.

- $\frac{1}{4}$ prefere rock;
- $\frac{1}{2}$ prefere pagode;
- $\frac{1}{5}$ prefere MPB;
- O restante não tem preferência por um gênero especifico.

A fração que representa o número de pessoas que não têm preferência por um gênero específico é

(A) $\frac{1}{20}$ (B) $\frac{2}{10}$ (C) $\frac{3}{40}$ (D) $\frac{2}{30}$

12- Leia os pares de frações que a professora escreveu no quadro.

| | |
|---|---|
| I) $\frac{1}{5}$ e $\frac{12}{20}$ | II) $\frac{2}{9}$ e $\frac{6}{27}$ |
| III) $\frac{9}{6}$ e $\frac{6}{4}$ | IV) $\frac{9}{21}$ e $\frac{3}{7}$ |

Quais desses pares apresentam frações equivalentes?

(A) I e II.

(B) I e III.

(C) II, III e IV.

(D) I , III e IV.

13- (PROVA BRASIL). Quatro amigos, João, Pedro, Ana e Maria saíram juntos para fazer um passeio por um mesmo caminho. Até agora, João andou $\frac{6}{8}$ do caminho; Pedro, $\frac{9}{12}$; Ana, $\frac{3}{8}$ e Maria, $\frac{4}{6}$. Os amigos que se encontram no mesmo ponto do caminho são:

(A) João e Pedro

(B) João e Ana.

(C) Ana e Maria.

(D) Pedro e Ana.

14- Para conseguir certa tonalidade de azul um pintor usa 2 latas de tinta branca para 5 latas de tinta azul escuro. Então quantas latas de tinta branca ele precisa para diluir em 10 latas de tinta azul escuro?

(A) 5 latas de tinta.

(B) 10 latas de tinta.

(C) 4 latas de tinta.

(D) 7 latas de tinta.

15- Quatro alunos estão lendo um livro de 279 páginas que a professora de literatura solicitou. Maria leu $\frac{3}{4}$, Carla $\frac{9}{12}$, Patrícia $\frac{9}{13}$ e Pedro $\frac{5}{7}$. Os alunos que leram a mesma quantidade de página até o momento são:

(A) Maria e Carla.

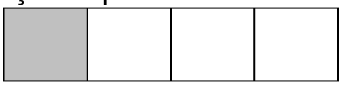
(B) Maria e Pedro.

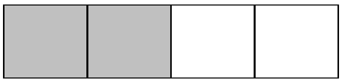
(C) Patrícia e Pedro.

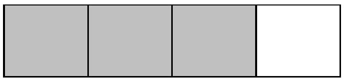
(D) Carla e Patrícia.

16- A figura abaixo representa uma fração.

A fração equivalente a essa mesma barra de chocolate é:

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

17- Ana, Bia, Cris e Dani estão colecionando figurinhas para completar seus álbuns. Ana completou $\frac{2}{6}$ de seu álbum. Bia completou $\frac{2}{3}$, Cris $\frac{4}{6}$ e Dani $\frac{3}{4}$. As amigas que completaram a mesma fração do álbum são:

(A) Ana e Bia.

(B) Ana e Dani.

(C) Bia e Cris.

(D) Bia e Dani.

18- Três irmãos recebem mesadas iguais. Pedro guarda $\frac{1}{4}$ da sua mesada, Antônio guarda $\frac{5}{20}$ da sua mesada e Maria guarda $\frac{3}{12}$ de sua mesada. Assinale a alternativa correta:

(A) Antônio guardou mais dinheiro que Pedro e este guardou mais dinheiro que Maria.

(B) Antônio guardou mais dinheiro que Maria e esta guardou mais dinheiro que Pedro.

(C) Maria guardou mais dinheiro que Pedro e este guardou mais dinheiro que Antônio.

(D) Pedro, Antônio e Maria guardaram igual quantia de dinheiro.

19- Flávia, Beto e Guilherme trabalham na mesma empresa e recebem salários de igual valor.


FONTE: CANVA (2022).

Podemos afirmar que:

(A) Flávia e Guilherme gastaram a mesma quantia.

(B) Flávia e Beto gastaram a mesma quantia.

(C) Beto e Guilherme gastaram a mesma quantia.

(D) Os três gastaram quantias iguais.

## 2.5 ATIVIDADES EXTRAS ENVOLVENDO FRAÇÕES

O aprendizado de fração se torna necessário visto que nas situações cotidianas a aplicação ocorre, às vezes sem percebermos. O conteúdo deve ser trabalhado de forma a incluir o dia a dia, para isso, é interessante e possível trabalhar inicialmente com jogos (FANIZZI, 2022).

Para garantir uma compreensão sólida do conceito de frações, é essencial incorporar métodos de ensino que envolvam materiais concretos e experiências tangíveis, proporcionando aos alunos uma base sólida e prática para seu aprendizado (TARDIF, 2014).

Em conformidade com Zajac (2020), o ensino do conceito de frações e o desenvolvimento da conservação de quantidades, bem como a habilidade em resolver problemas que envolvam os números racionais em geral, são muito importantes, e exigem do professor habilidades para facilitar a ap rendizagem do aluno.

No entanto, em sala de aula, cabe ao professor evitar o ensino desse conceito de forma mecânica, em que se busca apenas a memorização de regras e aplicação direta de técnicas. Sendo assim, aplicar constantes atividades que envolvam a percepção rápida dos desenhos e interpretação é importante para tornar o conteúdo mais leve e atrativo (IMBERNON, 2010).

1. ATIVIDADE PROPOSTA: Dominó de Frações

A função deste jogo é dar apoío ao entendimento da parte e do todo, relacionando a representação numérica e a representação por meio da figura.

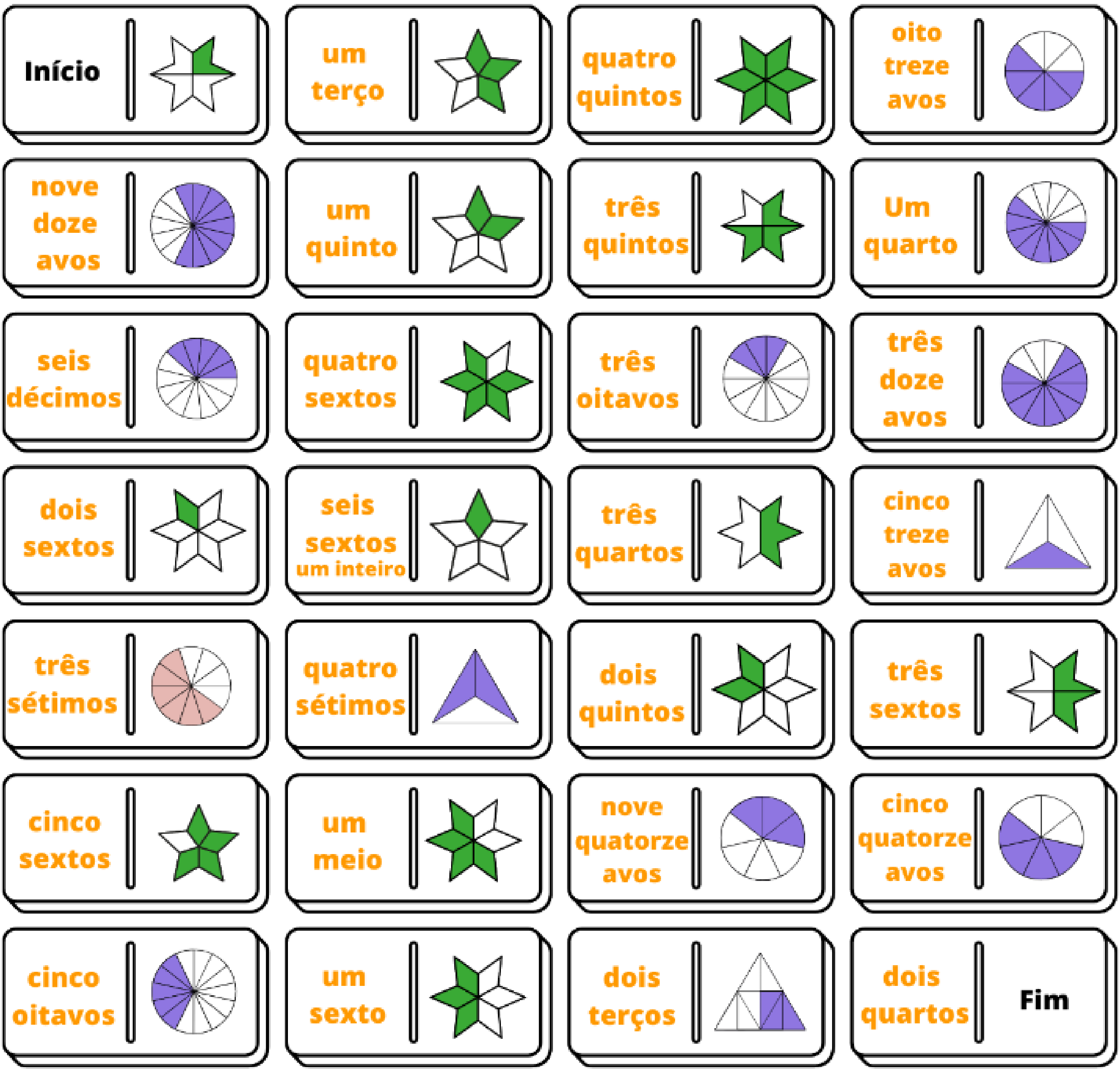
**Material:** Contém 28 peças.
**Jogadores:** 4
**Jogo:** Como um dominó comum, deve-se deixar todas as peças voltadas para baixo e as peças divididas igualmente entre os jogadores.

O jogador a iniciar é aquele que pegou a peça “Início”.

Seguindo uma ordem pré-determinada, cada jogador, na sua vez, deve olhar a última peça da mesa e procurar em sua peças o par dela – representação numérica e desenho – colocando à mesa, caso não possua, deve passar a vez até findar as peças da mão de um jogador, que será o vencedor.

Uma variação do jogo é como uma disputa entre grupos, em que as peças são colocadas distantes da mesa onde a sequência estará montada e cada pessoa do grupo deverá correr até a mesa e encontrar a peça que dá sequência ao jogo, é importante um tempo limite para a procura, dando a vez ao próximo da fila.

Figura 15 – Dominó de Frações




FONTE: Elaborado pela autora (2022).

2. ATIVIDADE PROPOSTA: Jogo da memória

A função deste jogo é dar apoío ao entendimento da parte e do todo, relacionando a representação numérica e a representação por meio da figura.

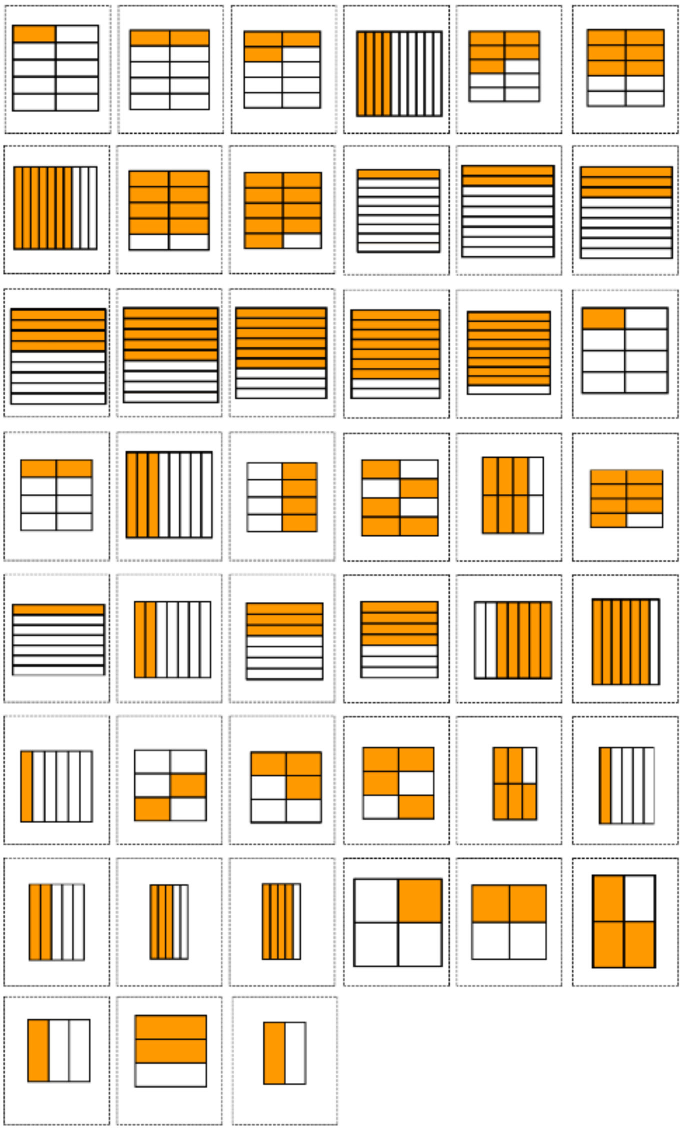
Material: Contém 90 peças, podendo utilizar uma quantidade menor, bastando tirar alguns pares.

**Jogadores:** mínimo de 2.

Para este jogo todas as cartas devem estar viradas para baixo na mesa, em ordem pré-determinada, cada jogador deve desvirar duas cartas, procurando o par, caso encontre terá direito a mais uma jogada, e apenas uma, mesmo que acerte novamente.

Uma variação do jogo é como uma disputa entre grupos, em que as peças são colocadas distantes da mesa onde as cartas estão dispostas e cada pessoa do grupo deverá correr até a mesa e encontrar um par. Neste formato coloca-se todas as cartas viradas para baixo e lê-se em voz alta cada uma para que os outros saibam qual carta está naquele local. Pode-se misturar ou deixar em uma mesa a representação numérica e em outra a mesa a representação por meio da figura.

Figura 16 – Jogo da memória (1)



FONTE: Elaborado pela autora (2022).

Figura 17 – Jogo da memória (2)

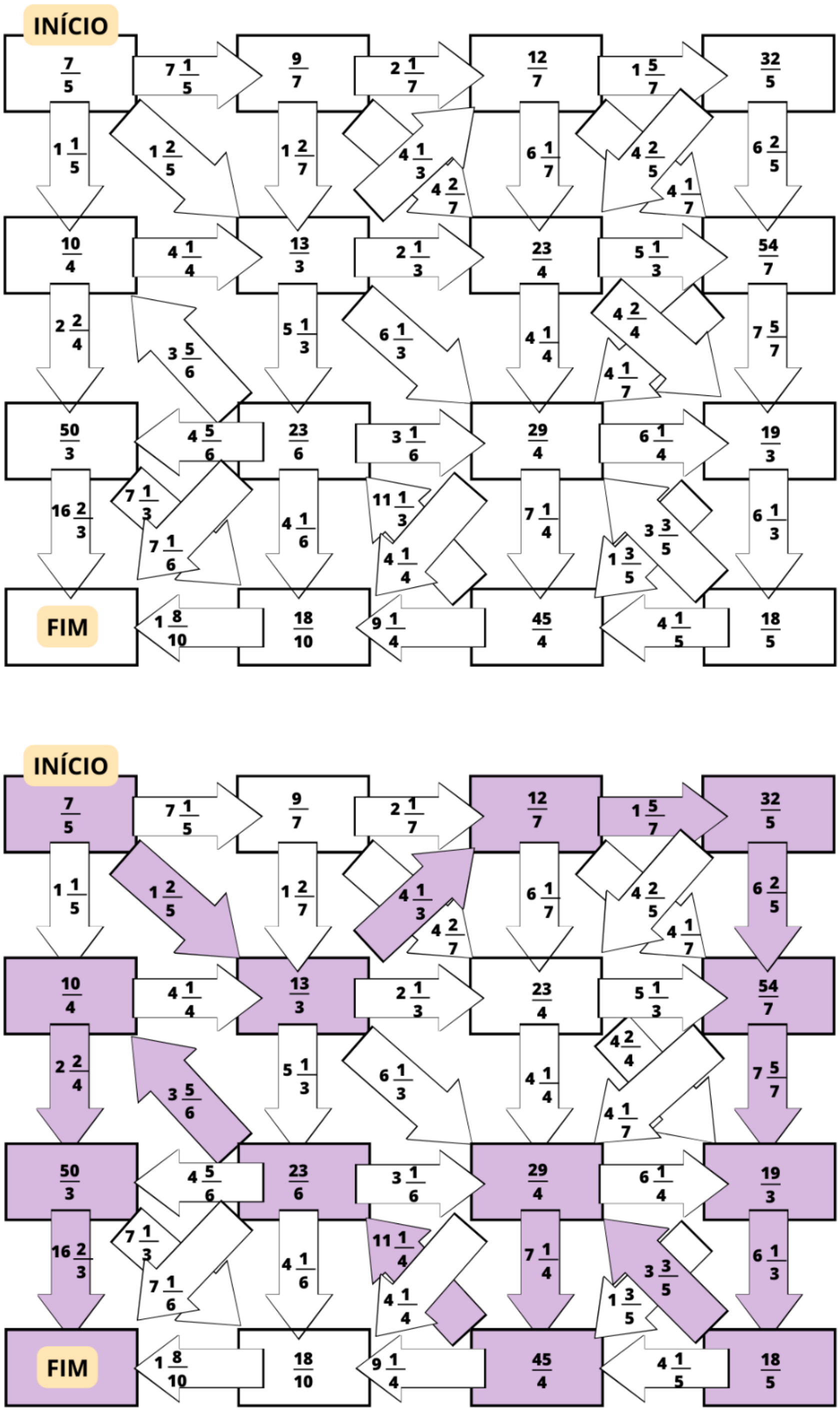
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Um décimo** | **Dois décimos** | **Três décimos** | **Quatro décimos** | **Cinco décimos** | **Seis décimos** |
| **Sete décimos** | **Oito décimos** | **Nove décimos** | **Um nono** | **Dois nonos** | **Três nonos** |
| **Quatro nonos** | **Cinco nonos** | **Seis nonos** | **Sete nonos** | **Oito nonos** | **Um oitavo** |
| **Dois oitavos** | **Três oitavos** | **Quatro oitavos** | **Cinco oitavos** | **Seis oitavos** | **Sete oitavos** |
| **Um sétimo** | **Dois sétimos** | **Três sétimos** | **Quatro sétimos** | **Cinco sétimos** | **Seis sétimos** |
| **Um sexto** | **Dois sextos** | **Três sextos** | **Quatro sextos** | **Cinco sextos** | **Um quinto** |
| **Dois quintos** | **Três quintos** | **Quatro quintos** | **Um quarto** | **Dois quartos** | **Três quartos** |
| **Um terço** | **Dois terços** | **Um meio** | | | |

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

3. ATIVIDADE PROPOSTA: Caminho com frações impróprias e números mistos.

Nesta atividade, a partir do INÍCIO deve-se pintar a primeira fração e encontrar a fração correspondente indicada na seta, que levará a uma outra fração e assim, sucessivamente até chegar ao FIM.

Figura 18 – Caminho com frações impróprias e números mistos




FONTE: Elaborado pela autora (2022).

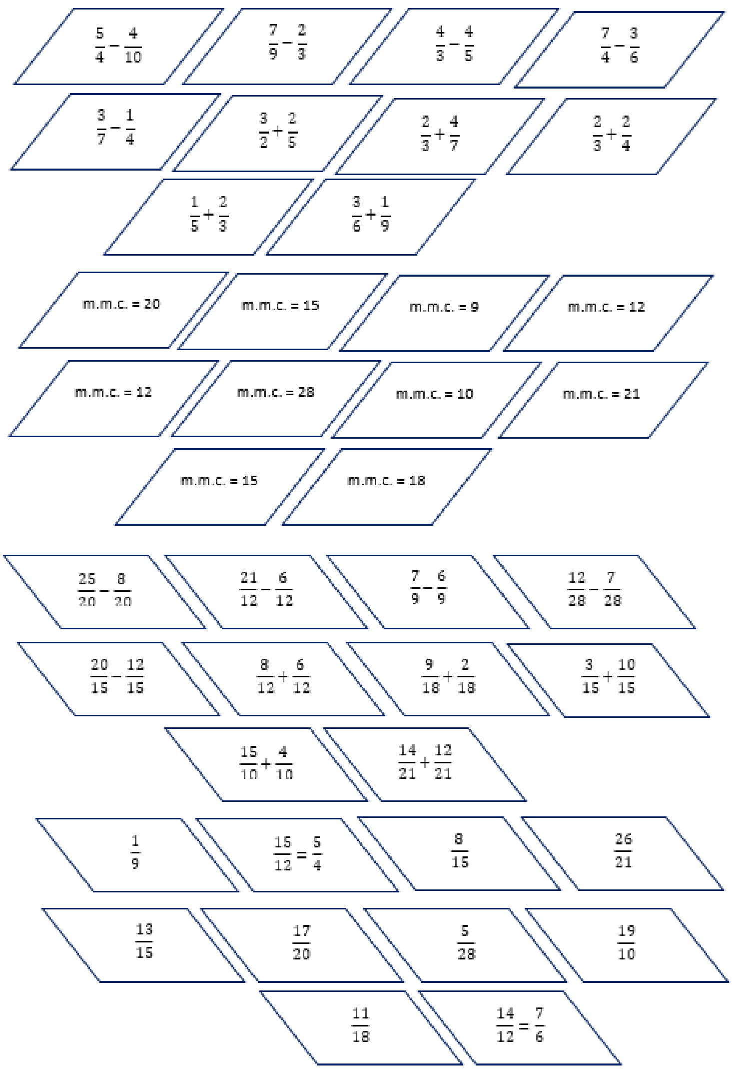
4. ATIVIDADE PROPOSTA: Quebra-cabeça

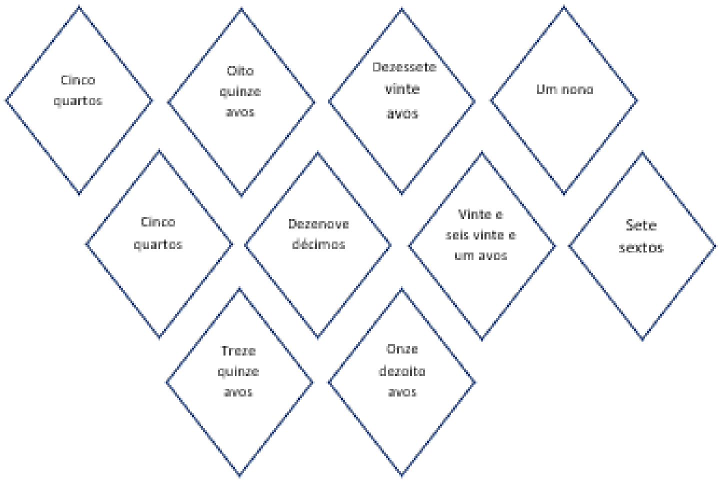
Nesta atividade será possível realizar as operações de adição e subtração de frações e a leitura de frações.

**Material:** Contém 10 conjuntos, divididos em 5 peças cada um.

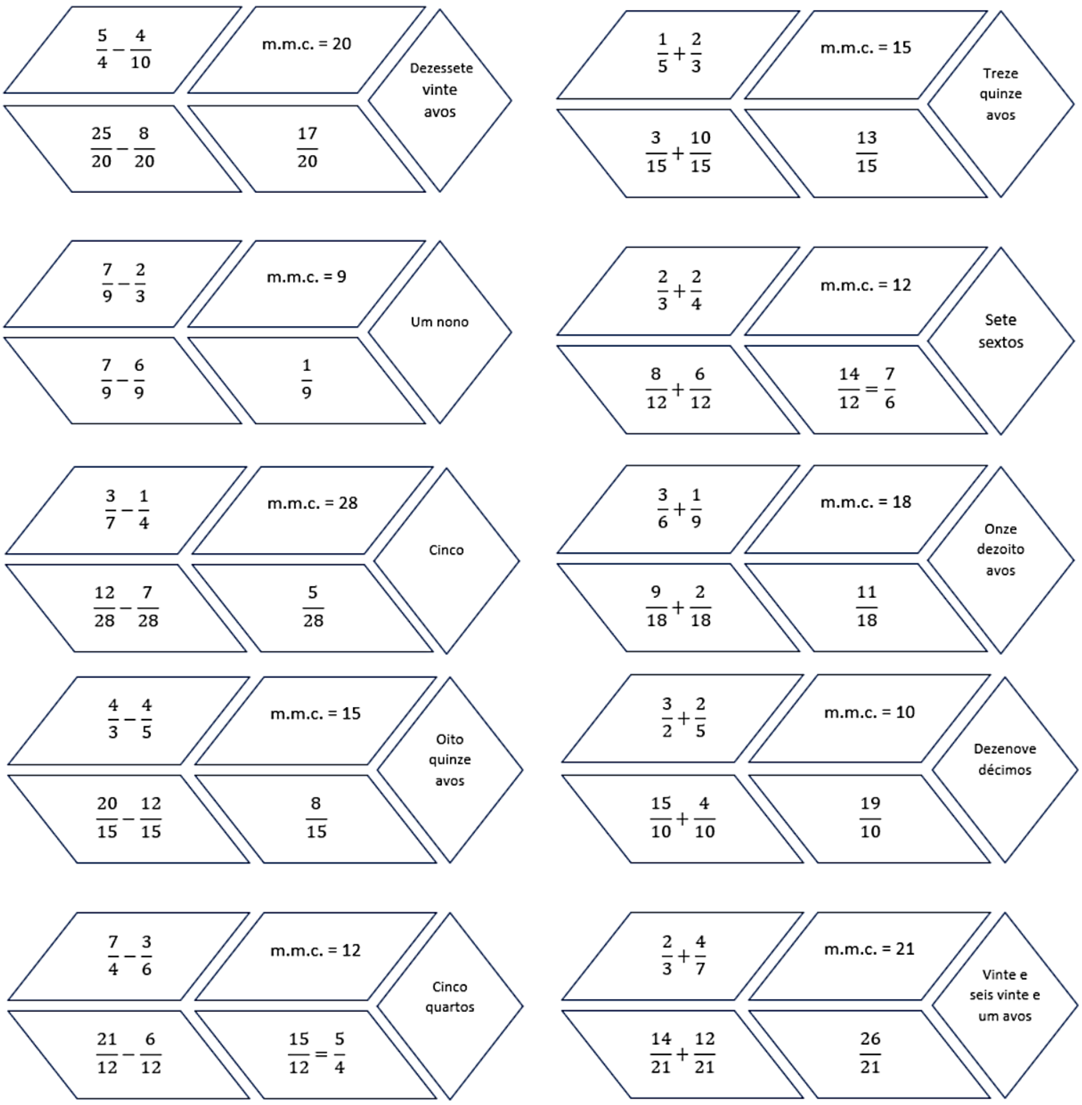
O material deve ser entregue ao aluno já recortado e devem montar formando a adição proposta, o m.m.c. correspondente, as frações equivalentes, o resultado final e sua leitura.

Figura 19 – Quebra-cabeça (1)






MONTAGEM:




FONTE: Elaborado pela autora (2022).

5. ATIVIDADE PROPOSTA: Quebra-cabeça (2)

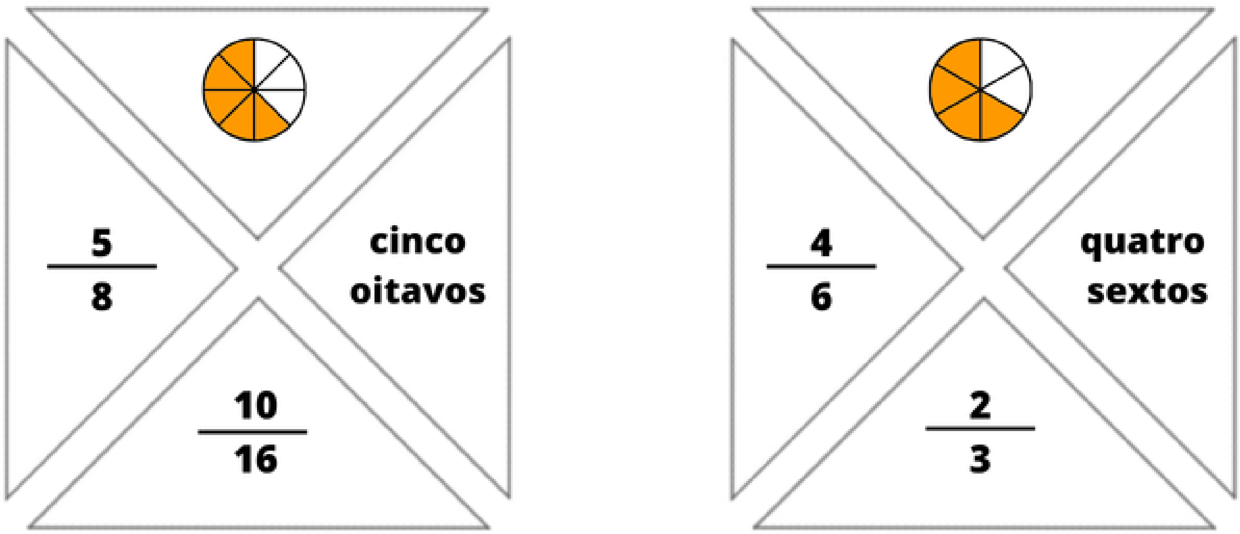
Com este jogo pretende-se relacionar a fração representada por desenho, a leitura da fração, a fração e sua fração equivalente.

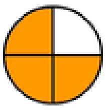
**Material:** Contém 80 peças, sendo 4 peças formando um jogo de combinações de uma fração. Sendo assim, são 20 conjuntos representando uma única fração.

Este jogo pode ser jogado como uma forma de baralho, de 2 a 20 jogadores. Cada jogador recebe 4 peças aleatórias. O que inicia o jogo compra a carta do monte e vê se serve a ele para completar seu conjunto e se a peça não o interessa pode passar para o jogador da direita. E segue da mesma forma a todos os jogadores, até que comecem a fechar o seu conjunto de 4 peças.

Pode ser jogado em grupos de 3 alunos, onde cada grupo recebe uma peça do conjunto e deve achar as peças que completam o quebra-cabeça. O restante das peças devem estar misturados em uma caixa, onde os jogadores de todos os grupos devem encontrar suas partes.

Figura 20 – Quebra-cabeça (2)

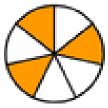




$\frac{3}{4}$

três quartos

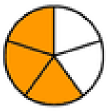
$\frac{6}{8}$



$\frac{3}{7}$

três sétimos

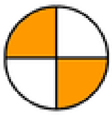
$\frac{21}{49}$



$\frac{3}{5}$

três quintos

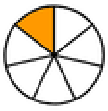
$\frac{6}{10}$



$\frac{2}{4}$

dois quartos

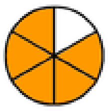
$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{7}$

um sétimo

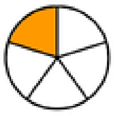
$\frac{2}{14}$



$\frac{5}{6}$

cinco sextos

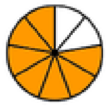
$\frac{10}{12}$



$\frac{1}{5}$

um quinto

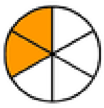
$\frac{10}{50}$



$\frac{7}{9}$

sete nonos

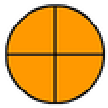
$\frac{14}{18}$



$\frac{2}{6}$

dois sextos

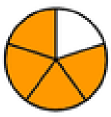
$\frac{4}{12}$



$\frac{4}{4}$

um inteiro

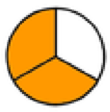
$\frac{8}{8}$



$\frac{4}{5}$

quatro quintos

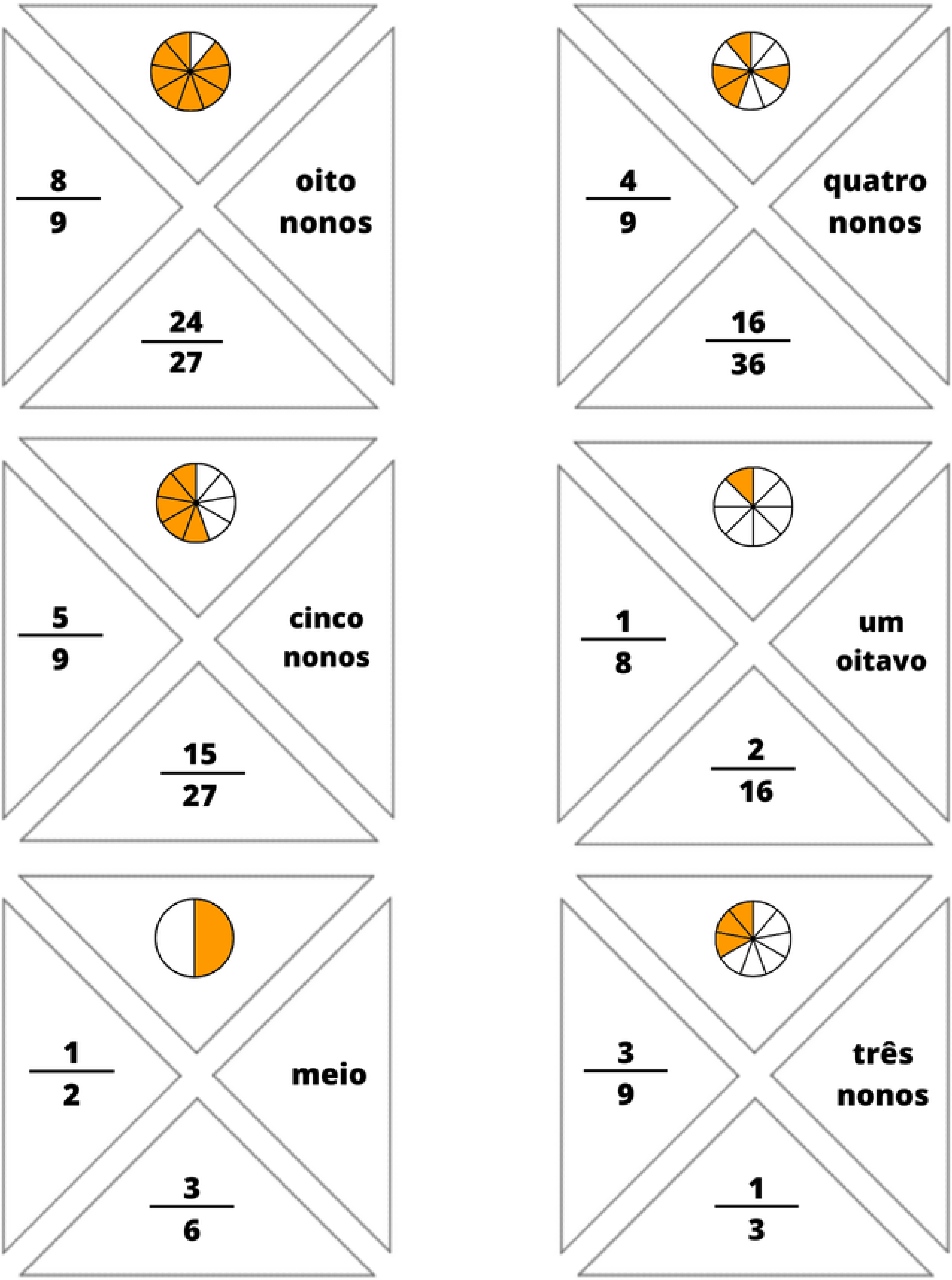
$\frac{8}{10}$



$\frac{2}{3}$

dois terços

$\frac{4}{6}$




FONTE: Elaborado pela autora (2022).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pandemia iniciada em 2020, trouxe diversos aspectos negativos para nossa sociedade. A educação precisou se reinventar para reocupar o espaço na vida dos alunos. Após o sistema educacional ter necessitado fazer uso de celular e internet, internet para dar continuidade às aulas nas escolas, desvincular o uso constante dos estudantes, destes aparelhos, ficou praticamente impossível. Os alunos não amadureceram com a distância da escola, a socialização não ocorreu, a não ser pelo uso, mais uma vez do celular.

Infelizmente o uso do celular em sala de aula ainda não é possível, pois os alunos não conseguem fazer o uso desse aparelho de forma didática, sem acessar as redes sociais ou os jogos. Embora pudesse ser um excelente recurso tecnológico, o uso ainda não é o ideal.

Assim, todo o conteúdo que deixou de ser dado, precisa ser recuperado e ante a defasagem no aprendizado dos alunos, é importante e necessário retomar tópicos de séries anteriores, a cada novo assunto que é abordado.

Desta forma, alunos que hoje estão no nono ano, tiveram um 6º e 7º ano aquem do esperado, o que fez com que sua única disciplina que envolve interpretação, aliada ao cálculo, foi prejudicada. Buscou-se com este trabalho oferecer suporte de recuperação do conteúdo de Frações, visto que antes da pandemia já era um assunto pouco compreendido e após esta, só se tornou um obstáculo maior dentre outros abordados no Ensino Básico.

O assunto de frações deve ser abordado de forma didática, ao invés de forma mecanizada como costuma ser ensinado em sua primeira abordagem no ensino fundamental I, para que assim, no ensino fundamental II, os tópicos da sua sequência sejam melhor compreendidas e não se perca tudo que foi passado anteriormente, para que seja contruído um novo saber conhecer as frações e seus significados através de um novo olhar.

As aulas e atividades aqui propostas tem a intenção de fazer o aluno entender as frações de forma concreta e que este consiga, posteriormente, abstrair a informação de um problema de forma natural, sendo capaz de visualizar mentalmente o que é proposto, a partir do conceito mas simples de fração: uma parte do todo.

O uso de materiais lúdicos no ensino de frações oferece uma abordagem dinâmica e eficaz para alunos de todas as idades. Jogos, manipulativos físicos e atividades práticas podem transformar conceitos abstratos em experiências tangíveis e envolventes. Por exemplo, ao utilizar peças de quebra-cabeça para representar frações, os alunos podem literalmente ver e sentir como as partes se encaixam para formar um todo.

Da mesma forma, jogos de tabuleiro que envolvem a divisão de objetos ou espaços em partes iguais incentivam os alunos a pensar em frações de forma intuitiva, enquanto se divertem. Esses recursos não apenas tornam o aprendizado mais acessível e significativo, mas também estimulam o pensamento crítico, a resolução de problemas e a colaboração entre os alunos, criando uma experiência de aprendizado memorável.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA


BACICH, Lilian; NETO, Adolfo Tanzi; TREVISANI, Fernando de Mello. **Ensino Híbrido:** Personalização e Tecnologia na Educação**.** Porto Alegre: Penso, 2015.

BEZERRA, Pamela dos Santos. **O Ensino de matemática nas séries iniciais:** Desafios e necessidades docentes. XII Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016. Disponível em: <https://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7658_3596_ID.pdf>. Acesso em: 05 de julho de 2021.

BRAGA, Nathália Cristina dos Reis; MORAIS, Marcelo Bezerra de. Desafios da Prática Docente no Ensino de Matemática nos Anos Iniciais: um estudo a partir de três narrativas. **Revista do programa de pós-graduação em educação matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul** (UFMS), Volume 13, número 31 – 2020. ISSN 2359-2842. DOI: 10.46312/pem.v13i31.6059. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/>. Acesso em:10 de junho de 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília. MEC/SEMTEC, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em: mai. 2022.

**CANVA IMAGENS.** Disponível em: https://www.canva.com/pt_br/editor-fotos/. Acesso em: mar. 2022.

COSTA, Jaqueline de Morais; PINHEIRO, Nilcéia Aparecida Maciel; COSTA, Ercules. A formação para matemática do professor de anos iniciais. **Ciência & Educação** (Bauru), v. 22, n. 2, p. 505–522, jun. 2016. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/VP4CpcfCNQqDxqCm5RWn89L/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 10 de fevereiro de 2022.

FANIZZI, Sueli. Formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática: Reflexões e ações complementares. **Cadernos de Pesquisa**, São Luís, v. 29, n. 2, abr./jun., 2022. Disponível em:http://www.periodicoseletronicos.ufma.br/index.php/cadernosdepesquisa. Acesso em: 15 de junho de 2022.

FUNDAÇÃO CARLOS CHAGAS. **Educação escolar em tempos de pandemia**. Inform nº 1. 2020. Disponivel em: https://www.fcc.org.br/fcc/educacao-pesquisa/educacao-escolar-em-tempos-de-pandemia-informe-n-1. Acesso em: 05 de maio de 2021.

GARCIA, Clarice. Aparecida Alencar; SOUZA, Fabiana Cristina de. A relação família-escola através dos tempos. **Temas em Educação e Saúde**. Araraquara, v. 4, p. 59-74, mai. 2017. Disponível em: <https://periodicos.fclar.unesp.br/tes/article/view/9912/6554>. Acesso em: ago. 2022.

**GOOGLE IMAGENS**. Disponível em: <httpp:/googleimagens.com.br/>. Acesso em: mar. 2022

GOUVEIA, Rosimar. MMC - **Mínimo Múltiplo Comum**. Toda Matéria, [s.d.]. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/mmc-minimo-multiplo-comum/. Acesso em: jun. 2022

IMBERNÓN, Francisco. **Formação permanente do professorado**: novas tendências. Editora: Cortez, 2010.

LIMA, Larissa de Eleterio; CARVALHO, Angelita Alves de; SILVA, Denise Britz do Nascimento. Arranjos familiares e desempenho escolar de alunos de 5º e 9º anos no Brasil em 2015. **Revista Brasileira de Estudos de População**. Belo Horizonte, v. 38, n. 1-2-3, 2021. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbepop/a/xCtGGwfcqWtZ4LJntkT6sCM/#>. Acesso em: ago. 2022

PAULA, Andréia Cristina Rezende R. de; NAVES, Marisa Lomônaco de P. O estresse e o bem-estar docente. **Boletim Técnico do Senac**, v. 36, n. 1, p. 61-71, jan/abr, 2010. Disponível em: <https://www.bts.senac.br/bts/article/view/228>. Acesso em: jul. 2022.

SAE DIGITAL. **Educação e Coronavírus** – Quais são os impactos da pandemia?, mar. 2021. Disponível em: <https://sae.digital/educacao-e-coronavirus/>. Acesso em: 02 mai. 2021.

SARAIVA-JUNGES, Lisiane, Alvim; WAGNER, Adriana. Os estudos sobre a Relação Família-Escola no Brasil: uma revisão sistemática. **Educação**, Porto Alegre, v. 39, n. esp. (supl.), p. 114-124, 2016. Disponível em: https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/view/21333. Acesso em: 20 jun. 2022.

SELBACH, Simone. **Matemática e didática.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

SILVA, Allan Vicente de Macedo; SILVA, Nicolly Peçanha do Nascimento. Ensinando Matemática em tempos de pandemia. **Revista Educação Pública**, v. 21, nº 16, 4 de maio de 2021. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/16/ensinando-matematica-em-tempos-de-pandemia>. Acesso em: 05 de maio de 2021.

SOARES, Lucas de Vasconcelos; COLARES, Maria Lília Imbiriba Sousa. **Educação e tecnologias em tempos de pandemia no Brasil**. Debates em Educação, Maceió, v. 12, nº 28, p. 19-41, ago. 2020. Disponível em: <https://www.seer.ufal.br/index.php/debateseducacao/article/view/10157>. Acesso em: 10 abr. 2021.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 17ª Edição: Vozes, 2014.

VILLAS-BOAS, Maria Adelina. **A relação Escola-Família-Comunidade inserida na problemática da formação de professores**. s.d. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/recentes/mpfip/pdfs/adelinavillasboas.pdf>. Acesso em: 5 outubro de 2021.

ZAJAC, Danilo Rodrigues. **A pedagogia das competências na lógica da aprendizagem: BNCC** e a nova morfologia do trabalho. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática) – Universidade Federal do ABC, Santo André/SP, 2020. Disponível em: <https://biblioteca.ufabc.edu.br/mobile/detalhe.php?idioma=ptbr&acesso=web&codigo=122084&tipo=1&detalhe=0&busca=3>. Acesso em: mai. 2022.

# APÊNDICES

**APÊNDICE A –**
**Resoluções das atividades propostas**

APLICAÇÃO

Agora, qual fração do inteiro representa a parte escura?

a)

$= \frac{1}{5}$

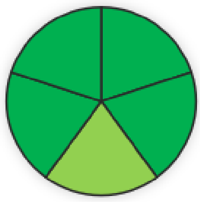
b)

$= \frac{2}{5}$

c)

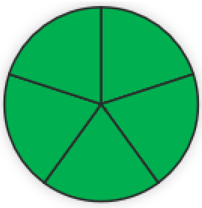
$= \frac{3}{5}$

d)

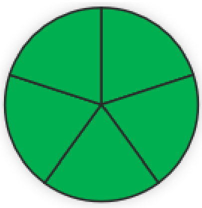


$= \frac{4}{5}$

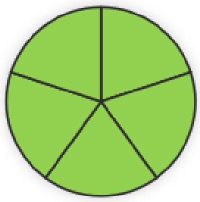
e)



$= \frac{5}{5} = 1$, logo



=

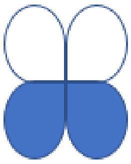
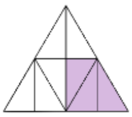
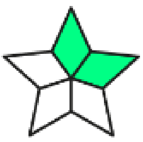
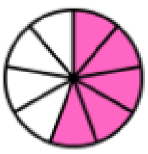


$= 1$,
como dito
acima.

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

## APÊNDICE B –
## Aplicação após exemplos dados propor a atividade a seguir

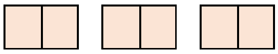
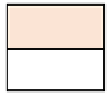
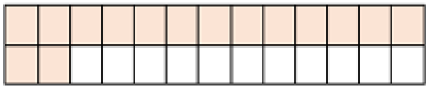
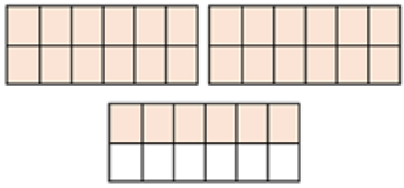
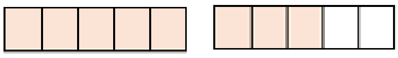
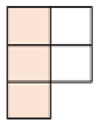
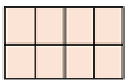
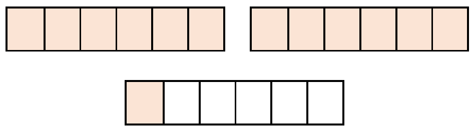
Complete a tabela a seguir com as informações pedidas, como no exemplo:

| REPRESENTAÇÃO | INTERPRETAÇÃO | DENOMINADOR | NUMERADOR | LEITURA | FRAÇÃO |
|---|---|---|---|---|---|
|  | **Figura dividida em 4 partes iguais, da qual queremos 2 delas.** | **A figura foi dividida em 4 partes iguais = denominador** | **Queremos 2 partes da figura = numerador** | $\mathbf{\frac{2}{4}}$ | **Dois quartos** |
|  | Figura dividida em 8 partes iguais, da qual queremos 4 delas. | A figura foi dividida em 8 partes iguais = denominador | Queremos 4 partes da figura= numerador | $\frac{4}{8}$ | Quatro oitavos |
|  | **Figura dividida em 3 partes iguais e queremos 1 delas.** | A figura foi dividida em 3 partes iguais = denominador | Queremos 1 parte da figura= numerador | $\frac{1}{3}$ | Um terço |
|  | **Figura dividida em 3 partes iguais e queremos 2 delas.** | A figura foi dividida em 3 partes iguais = denominador | Queremos 2 partes da figura= numerador | $\frac{2}{3}$ | **Dois terços** |
|  | Figura dividida em 6 partes iguais e queremos 4 delas. | A figura foi dividida em 6 partes iguais = denominador | Queremos 4 partes da figura= numerador | $\frac{4}{6}$ | Quatro sextos |
|  | **Figura dividida em 7 partes iguais e queremos 3 delas.** | A figura foi dividida em 7 partes iguais = denominador | Queremos 3 partes da figura= numerador | $\frac{3}{7}$ | Três sétimos |
|  | Figura dividida em 8 partes iguais e queremos 3 delas. | A figura foi dividida em 8 partes iguais = denominador | Queremos 3 partes da figura= numerador | $\mathbf{\frac{3}{8}}$ | Três oitavos |
|  | Figura dividida em 5 partes iguais e queremos 2 delas. | **A figura foi dividida em 5 partes iguais = denominador** | **Queremos 2 partes da figura = numerador** | $\frac{2}{5}$ | Dois quintos |
|  | Figura dividida em 9 partes iguais e queremos 5 delas. | A figura foi dividida em 9 partes iguais = denominador | Queremos 5 partes da figura= numerador | $\frac{5}{9}$ | **Cinco nonos** |

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

## APÊNDICE C –
## Aplicação após exemplos dados propor a atividade a seguir

Classifique as representações em própria, imprópria aparente e imprópria não-aparente.

| | |
|---|---|
| <br>Fração imprópria aparente | <br>Fração Própria |
| <br>Fração própria | <br>Fração imprópria não-aparente |
| <br>Fração imprópria não-aparente | <br>Fração própria |
| <br>Fração imprópria aparente | <br>Fração imprópria não-aparente |

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

**APÊNDICE D -**

**Aplicação – Dadas as figuras a seguir, dê sua representação fracionária e indique quais frações são equivalentes.**

a)

$= \frac{8}{10}$

$= \frac{2}{5}$

$= \frac{4}{5}$

As frações equivalentes, que representam a mesma parte do todo são: $\frac{8}{10}, \frac{4}{5}$.

b)

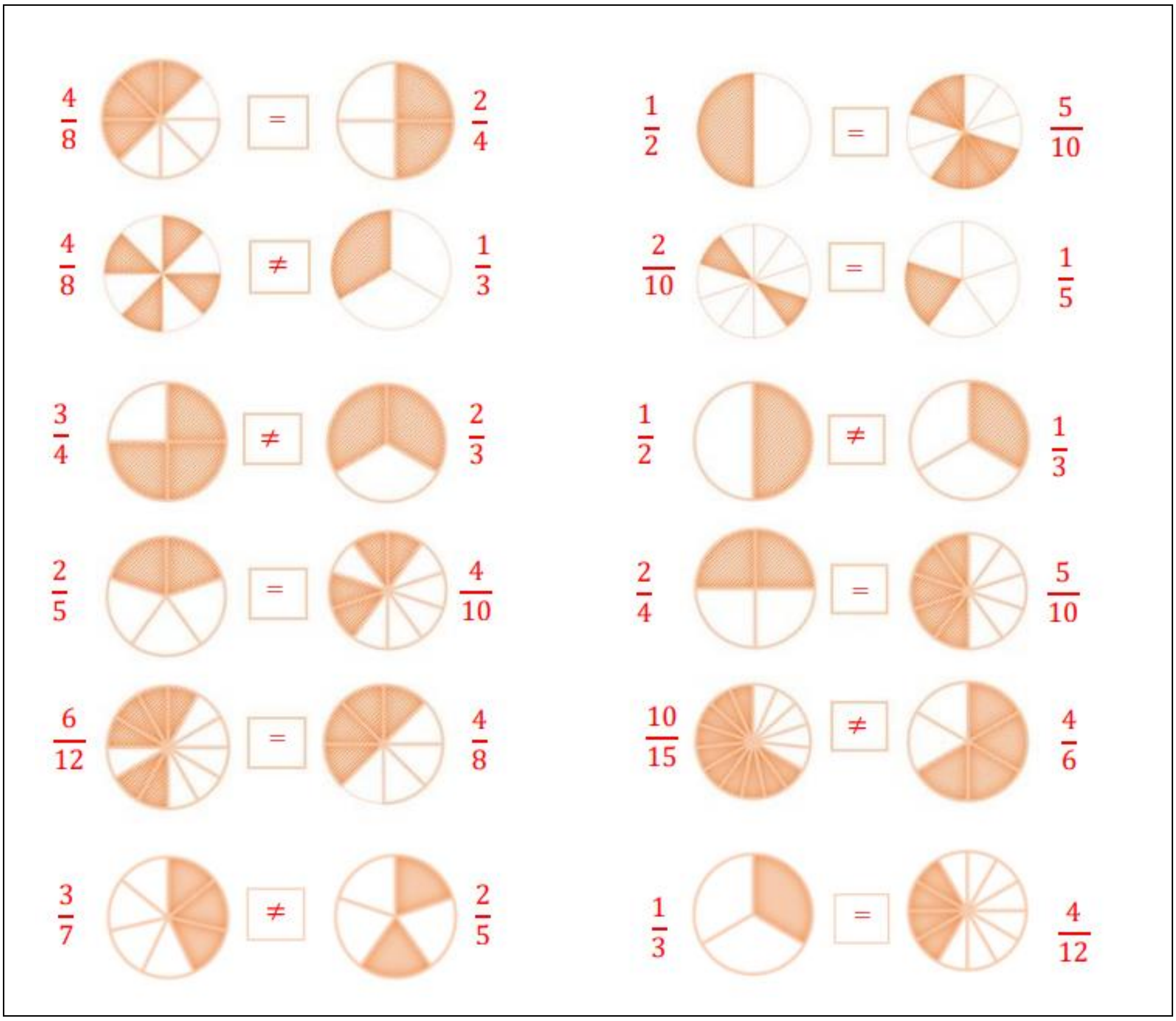
$= \frac{5}{8}$

$= \frac{2}{3}$

$= \frac{10}{16}$

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

**APÊNDICE E -**
**Aplicação – Dadas as representações, escreva suas respectivas frações e identifique quais são equivalentes utilizando os sinais de igual $(=)$ ou diferente $(\neq)$**




FONTE: Elaborado pela autora (2022).

**APÊNDICE F -**

**Aplicação – Dadas as frações a seguir, compare-as, aplicando um dos casos vistos.**

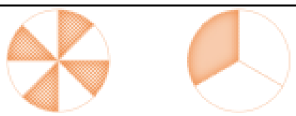
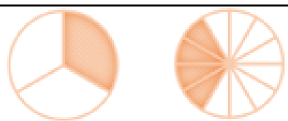
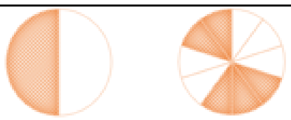
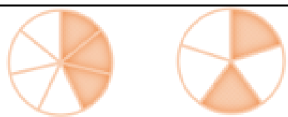
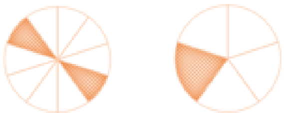
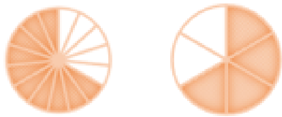
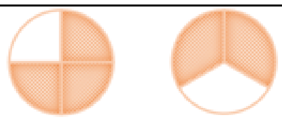
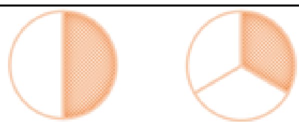
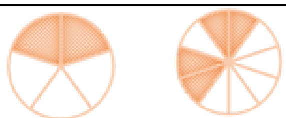
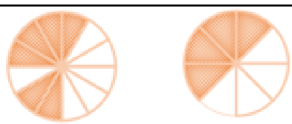
Relembrando: caso os numeradores sejam iguais, quanto maior o denominador, menor será o número; no caso de mesmo denominador, quanto maior o numerador, maior a fração. Caso sejam diferentes, é necessário encontrar frações equivalentes para avaliar os casos anteriores.

| | |
|---|---|
| $\frac{2}{5} \boxed{<} \frac{3}{5}$ | $\frac{1}{4} \boxed{<} \frac{2}{3}$ |
| $\frac{2}{7} \boxed{<} \frac{5}{7}$ | $\frac{7}{8} \boxed{<} \frac{7}{9}$ |
| $\frac{2}{7} \boxed{<} \frac{5}{6}$ | $\frac{2}{5} \boxed{<} \frac{3}{4}$ |
| $\frac{4}{9} \boxed{<} \frac{2}{3}$ | $\frac{1}{3} \boxed{<} \frac{1}{2}$ |
| $\frac{3}{7} \boxed{<} \frac{3}{2}$ | $\frac{5}{8} \boxed{>} \frac{1}{4}$ |

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

**APÊNDICE G -**

**Aplicação – Dadas os desenhos a seguir, compare-os, aplicando um dos casos vistos.**

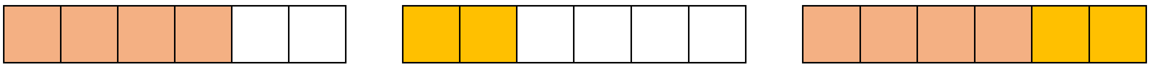
| | |
|---|---|
|  $\frac{4}{8}=\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ |  $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ |
|  $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ |  $\frac{3}{7}=\frac{6}{14} > \frac{2}{5}=\frac{6}{15}$ |
|  $\frac{2}{10}=\frac{1}{5} = \frac{1}{5}$ |  $\frac{9}{14} > \frac{3}{5}=\frac{9}{15}$ |
|  $\frac{3}{4}=\frac{6}{8} > \frac{2}{3}=\frac{6}{9}$ |  $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ |
|  $\frac{2}{5}=\frac{4}{10} = \frac{4}{10}$ |  $\frac{6}{12}=\frac{1}{2} = \frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ |

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

## APÊNDICE H -
## Aplicação – Adição de frações com denominadores iguais

Dê as frações representadas nas figuras a seguir e em seguida, realize a operação pedida assim como no exemplo: *Pedir que o aluno imagine que vamos juntar na mesma caixa, assim como fizemos no exercício da pizza.*

---



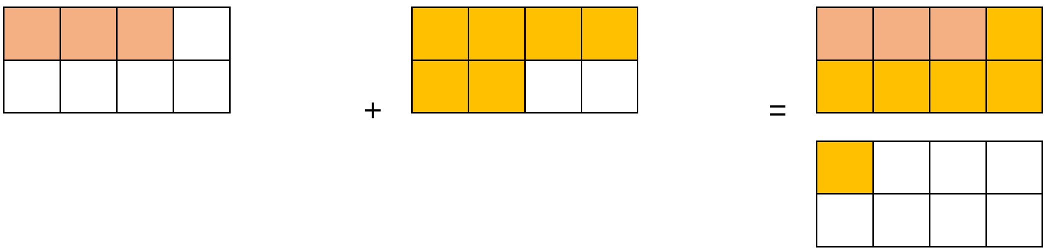
$$\frac{4}{6}+\frac{2}{6}=\frac{6}{6}=1$$

Leitura: seis sextos = um inteiro

Classificação: Fração imprópria aparente

Quanto falta para o inteiro: é um inteiro

---



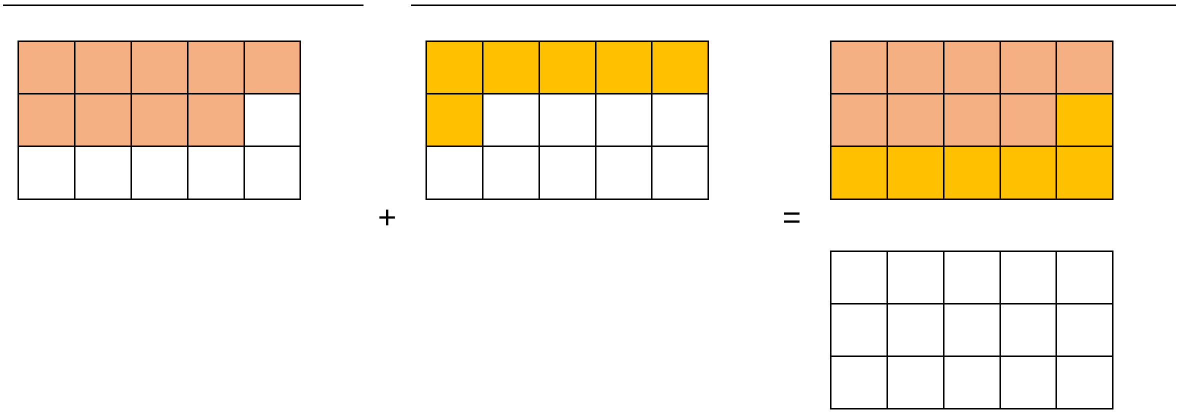

$$\frac{3}{8}+\frac{6}{8}=\frac{9}{8}=1\frac{1}{8}$$

Leitura: Nove oitavos ou um inteiro e um oitavo

Classificação: Fração imprópria não-aparente

Quanto falta para o inteiro: Para 2 inteiros, faltam $\frac{7}{8}$.

---



$$\frac{9}{15} + \frac{6}{15} = \frac{15}{15} = 1$$

Leitura: quinze quinze avos ou um inteiro

Classificação: Fração imprópria aparente

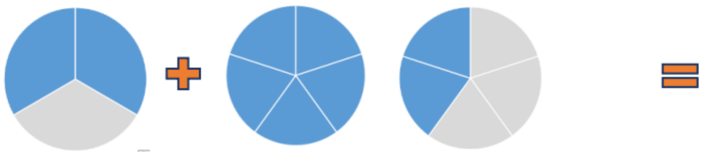
Quanto falta para o inteiro: já temos um inteiro

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

**APÊNDICE I -**

**Aplicação – Através de frações equivalentes, vamos praticar**

$$\frac{2}{3}+\frac{7}{5}$$

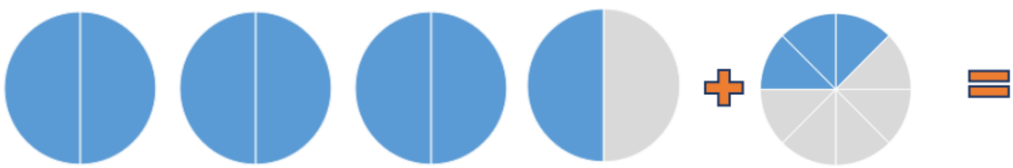


Será necessário dividir em 15 partes, pois o $m.m.c.(3,5) = 15$ ou seja, na primeira representação, dividiremos cada terço em 5 partes. Na segunda fração representada, dividiremos cada quinto em três partes.

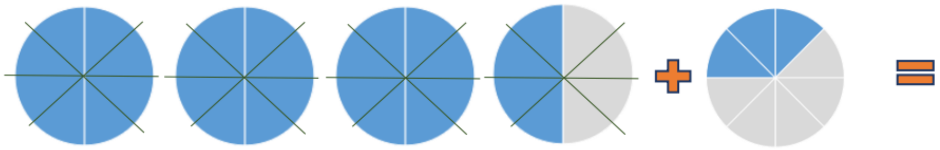
$\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$ $\frac{7}{5}=\frac{21}{15}$ $\frac{10}{15}+\frac{21}{15}=\frac{31}{15}=\frac{30}{15}+\frac{1}{15}=2\frac{1}{15}$

É importante mostrar ao aluno que as frações encontradas agora, são equivalentes às dadas na atividade, e podem ser encontradas como visto anteriormente.

$$\frac{7}{2}+\frac{3}{8}$$

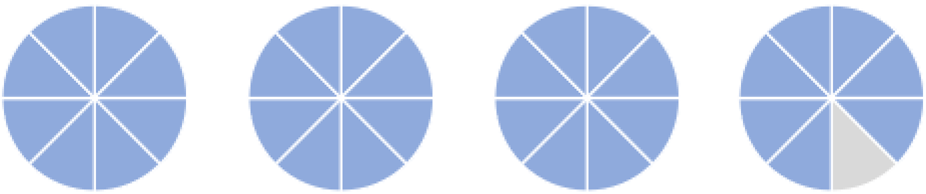


Utilizando o $m.m.c\,(2,8) = 8$, vamos dividir cada metade em $4$ partes, assim, teremos todas as frações divididas em oitavos.



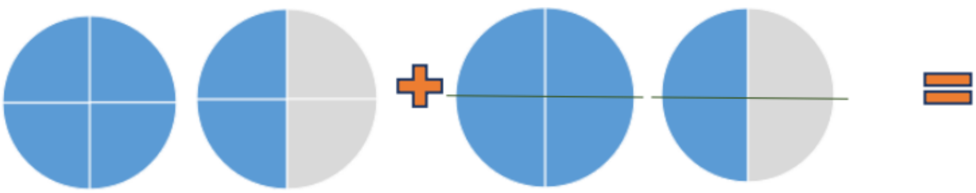
$\frac{7}{2} = \frac{28}{8}$ $\frac{3}{8}$

$$\frac{28}{8} + \frac{3}{8} = \frac{31}{8} = \frac{24}{8} + \frac{7}{8} = 3\frac{7}{8}$$

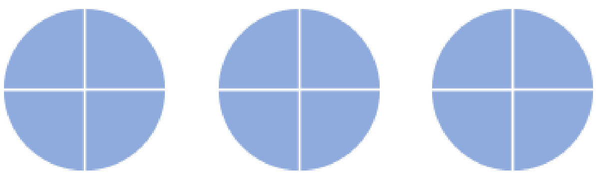


$$\frac{6}{4} + \frac{3}{2}$$

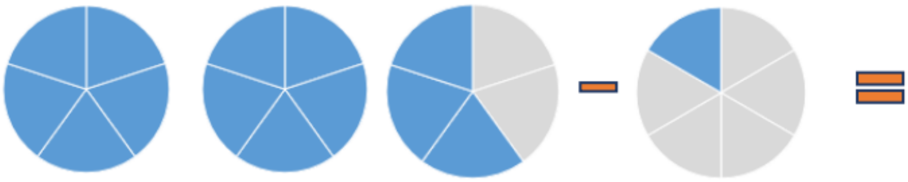
Utilizando o $m.m.c\ (4,2) = 4$, vamos dividir cada metade em 2 partes, assim, teremos todas as frações divididas em quartos.



$$\frac{6}{4} + \frac{6}{4} = \frac{12}{4} = 3$$



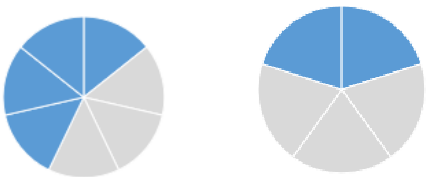
$$\frac{\mathbf{13}}{\mathbf{5}}-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}$$



Utilizando o $m.m.c\ (5{,}6)\ =\ 30$, vamos dividir cada quinto em 6 partes, e cada sexto em 5 partes, assim teremos divisões em 30 partes, da mesma forma demonstrada anteriormente:

$$\frac{78}{30}-\frac{5}{30}=\frac{73}{30}=\frac{60}{30}+\frac{13}{30}=2\frac{13}{30}$$

$$\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{7}}-\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}$$



Utilizando o $m.m.c.(7,5)\ =\ 35$, vamos dividir cada quinto em 7 partes, e cada sétimo em 5 partes, assim teremos divisões em 35 partes.

De forma análoga às anteriores:

$$\frac{20}{35}-\frac{14}{35}=\frac{6}{35}$$

$$\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{3}}-\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{8}}$$

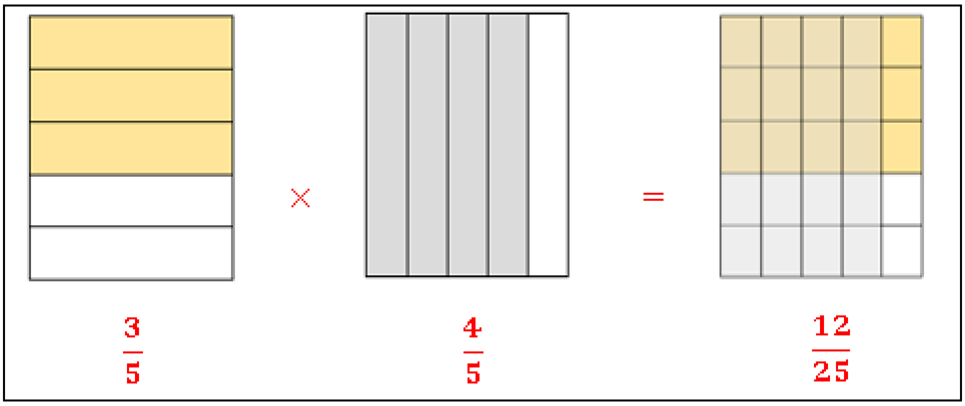
Utilizando o $m.m.c.(3,8) = 24$, vamos dividir cada terço em $8$ partes, e cada oitavo em 3 partes, assim teremos divisões em 24 partes.

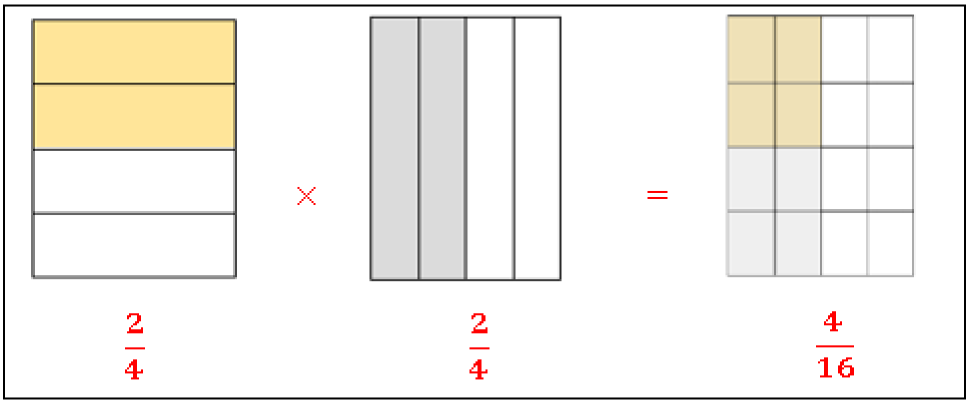
De forma análoga às anteriores: $\frac{64}{24} - \frac{15}{24} = \frac{49}{24} = \frac{48}{24} + \frac{1}{24} = 2\,\frac{1}{24}$

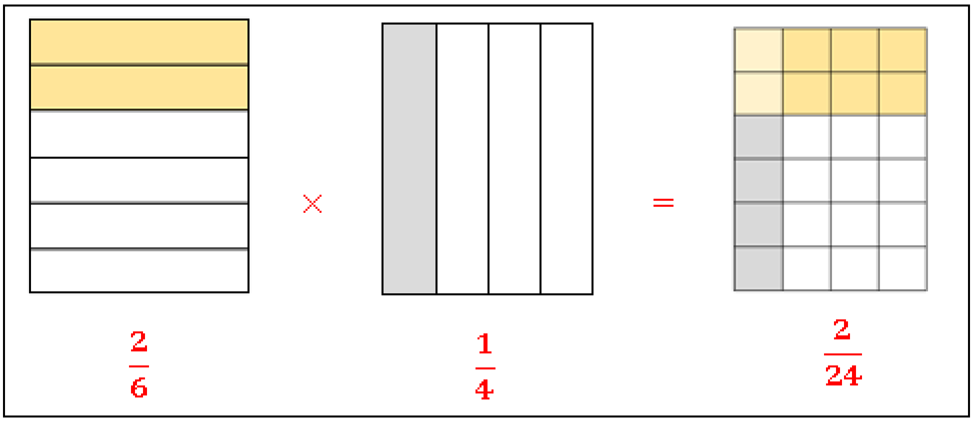
FONTE: Elaborado pela autora (2022).

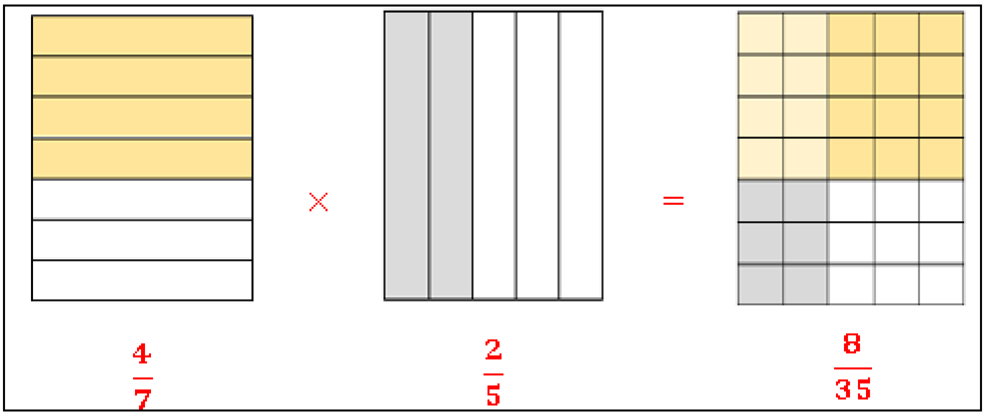
## APÊNDICE J -

**Aplicação – operando através dos desenhos. Escreva as frações representadas pelas figuras, realize as multiplicações geometricamente e verifique através das contas.**






FONTE: Elaborado pela autora (2022).

**APÊNDICE K -**

**Aplicação – operando através do processo prático. Realize o produto das frações, lembrando de simplificar sempre que possível, encontrando frações equivalentes irredutíveis.**

$$a)\ \frac{2}{3}.\frac{1}{4} = \frac{2}{12}$$

$$b)\ 3.\frac{2}{5} = \frac{6}{5}$$

$$c)\ 7.\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$$

$$d)\ \frac{1}{4}.\frac{6}{7} = \frac{6}{28}$$

$$e)\ \frac{4}{5}.\frac{2}{8} = \frac{8}{40}$$

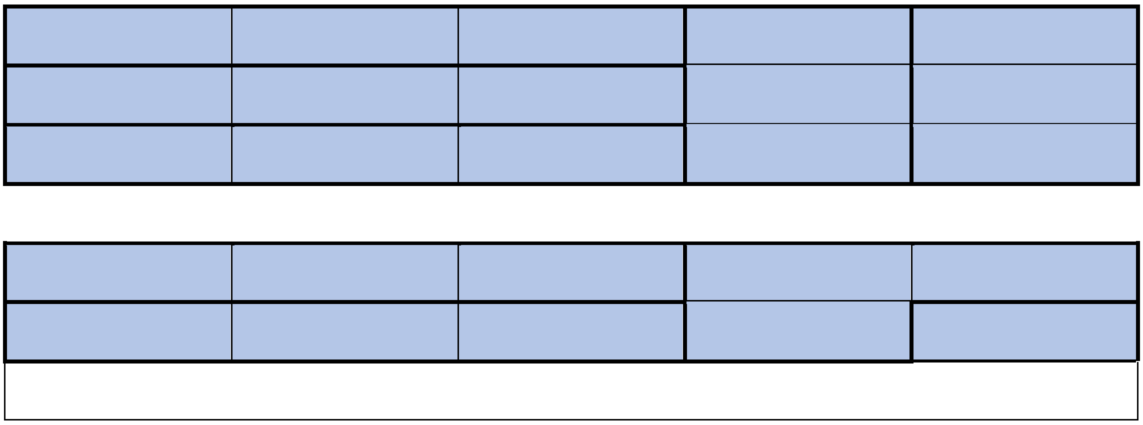
**Aplicação – operando através dos desenhos. Escreva as frações representadas pelas figuras, realize as divisões geometricamente e verifique através das contas.**

Atividade (1) = $\frac{5}{3}:\frac{3}{5}$

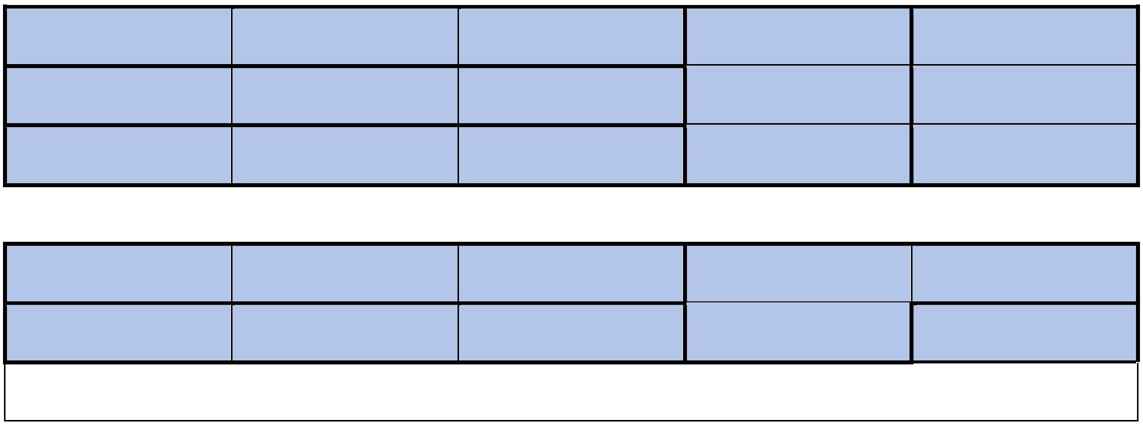
$$\frac{3}{5}$$

Quantos pedaços de $\frac{3}{5}$ cabem em $\frac{5}{3}$.

Dividindo os $\frac{5}{3}$ em pedaços de $\frac{3}{5}$.

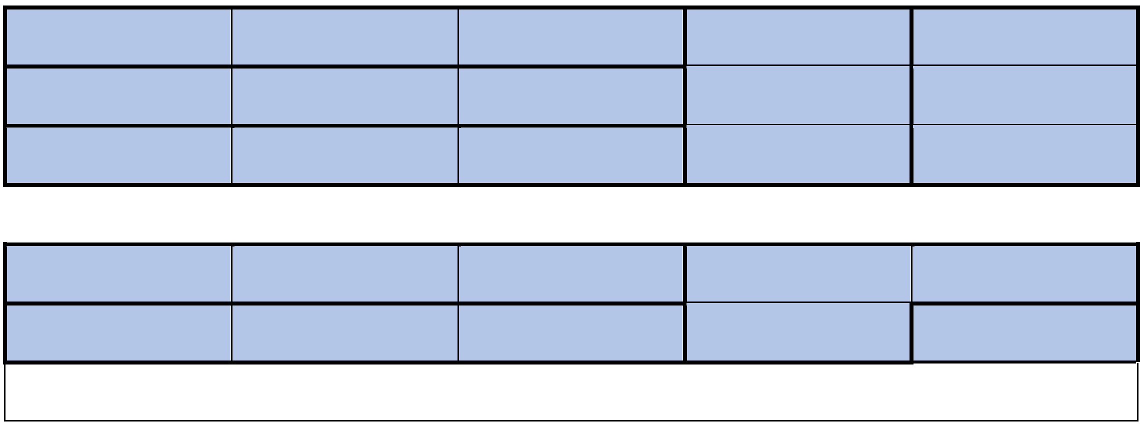


Temos $8$ partes de $\frac{3}{5}$, e sobrando $1$ pedaço.



Temos mais $8$ partes de $\frac{3}{5}$, e sobrando mais $1$ pedaço.

Sendo assim, temos $16$ partes de $\frac{3}{5}$, e sobrando $2$ pedaços.



Temos mais $8$ partes de $\frac{3}{5}$, e sobrando mais $1$ pedaço.

Sendo assim, temos $24$ partes de $\frac{3}{5}$, e sobrando $3$ pedaços, que nos dão mais uma parte de $\frac{3}{5}$.

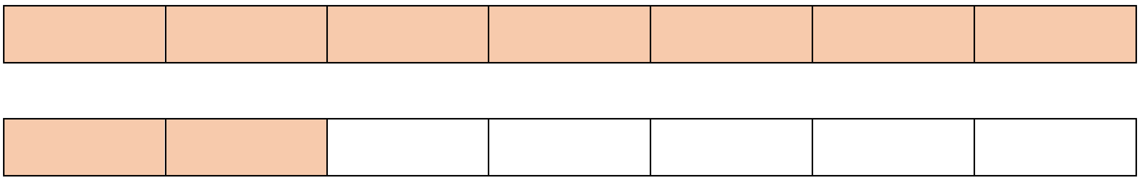
Então, $25$ partes de $\frac{3}{5}$.

Para chegarmos até aqui utilizamos 3 vezes o processo, 3 vezes dos terços, logo 9 no total.

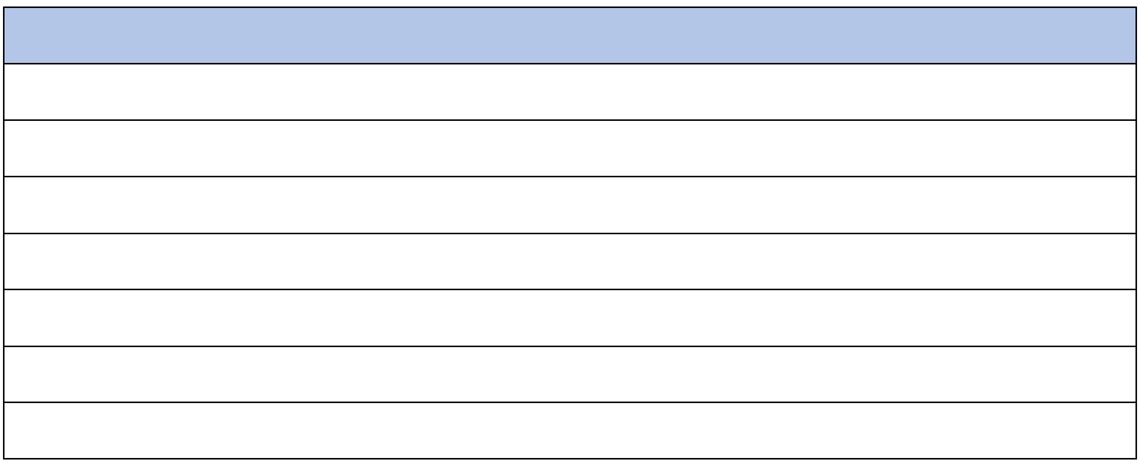
Logo,

$$\frac{5}{3} : \frac{3}{5} = \frac{25}{9}$$

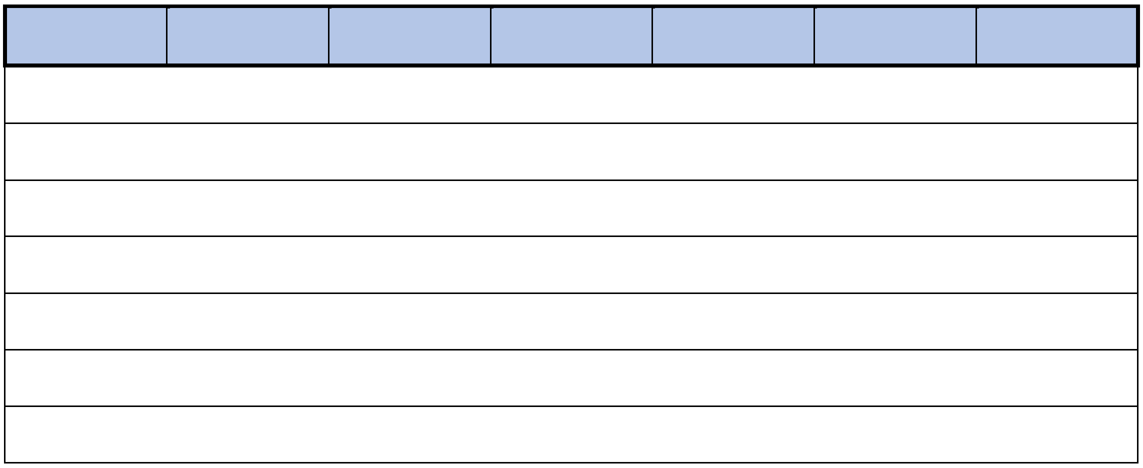
<u>Atividade (2)</u> = $\frac{1}{8} : \frac{9}{7} = \frac{7}{72}$

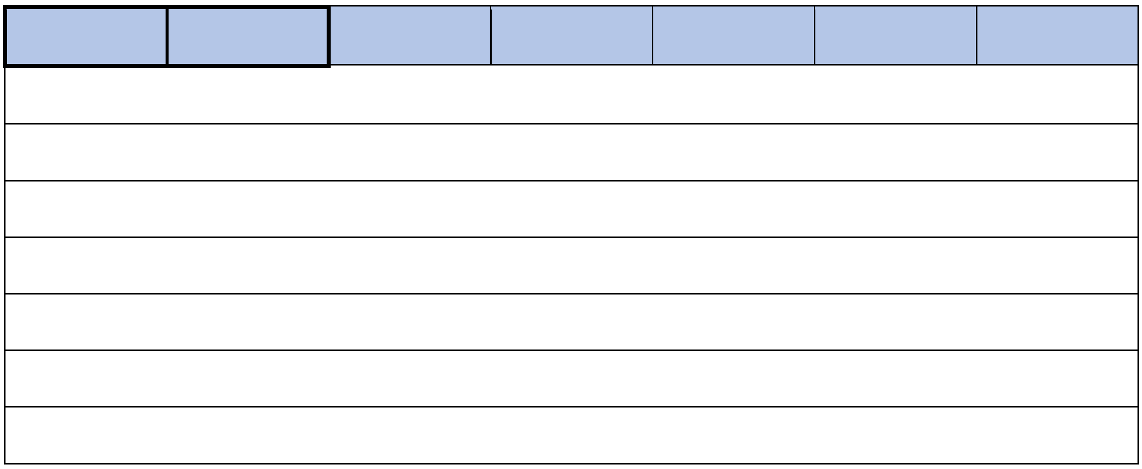


Queremos saber quantos $\frac{9}{7}$ cabem em $\frac{1}{8}$.

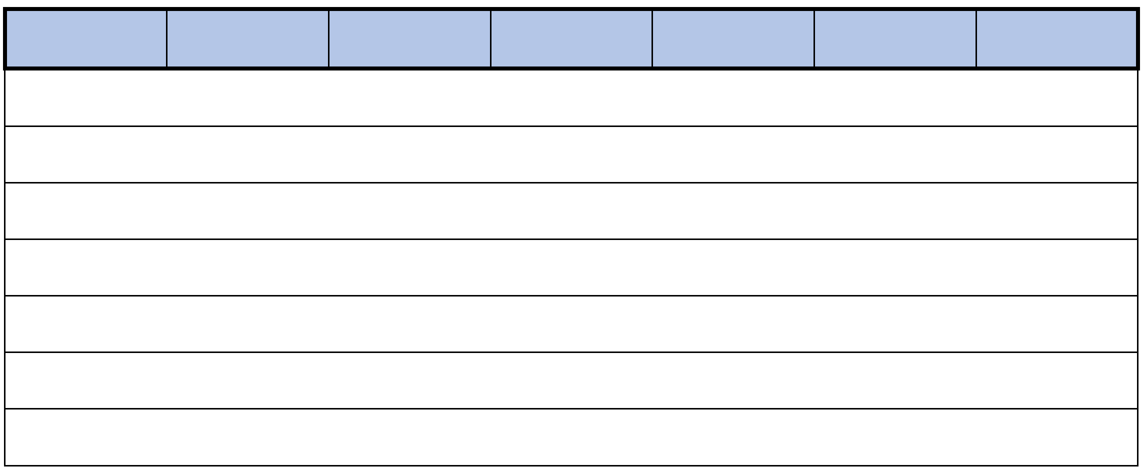


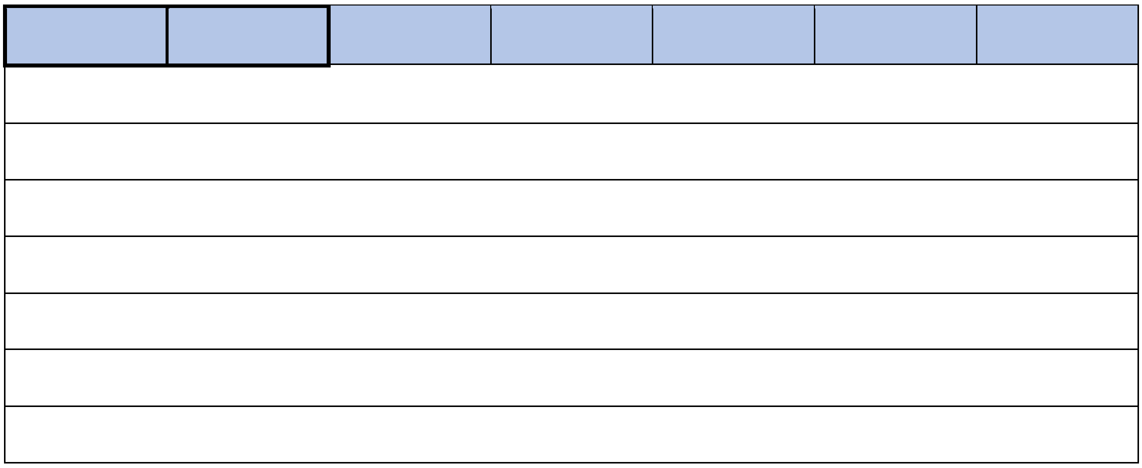
Dividindo $\frac{1}{8}$ em partes de $\frac{9}{7}$.





Temos 1 parte de $\frac{9}{7}$ e 5 pedaços sobrando.

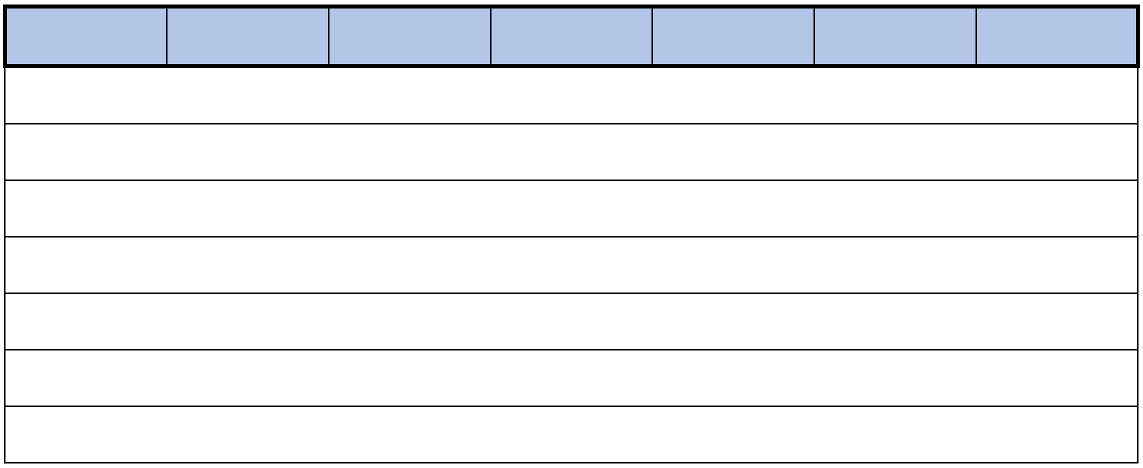


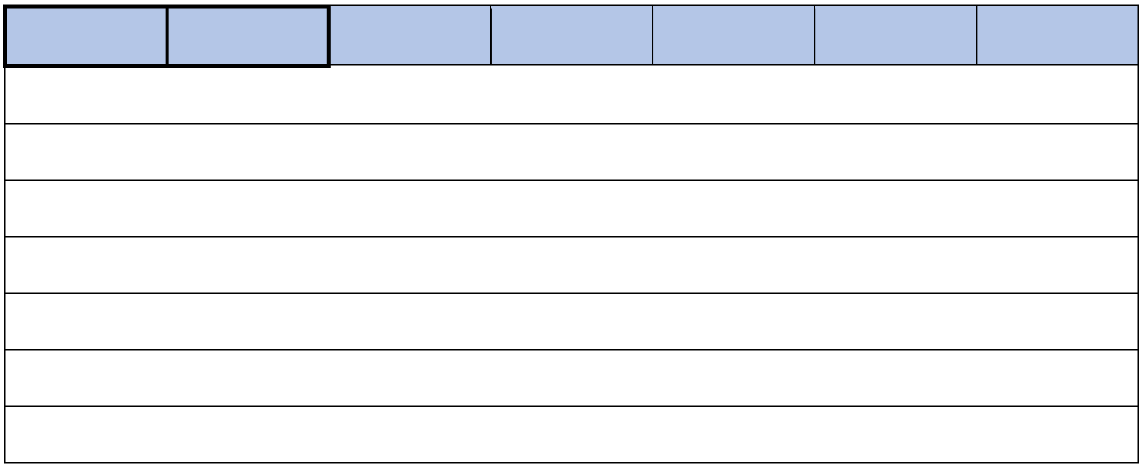


Temos mais $1$ parte de $\frac{9}{7}$ e mais 5 pedaços sobrando.

Assim temos: 2 partes de $\frac{9}{7}$ e $10$ pedaços, que nos dão mais uma parte de $\frac{9}{7}$ , sobrando um pedaço.

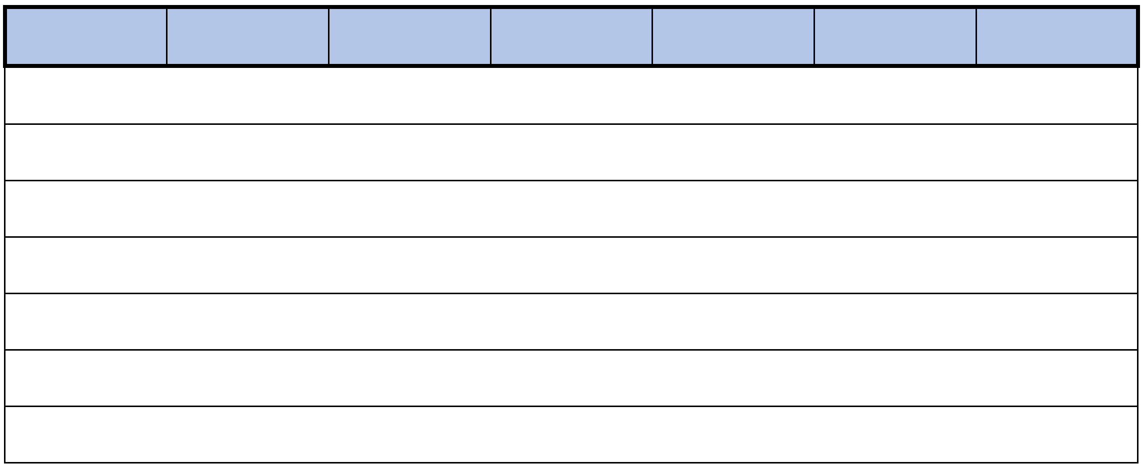
Logo, $3$ partes de $\frac{9}{7}$ e a sobra de um pedaço.

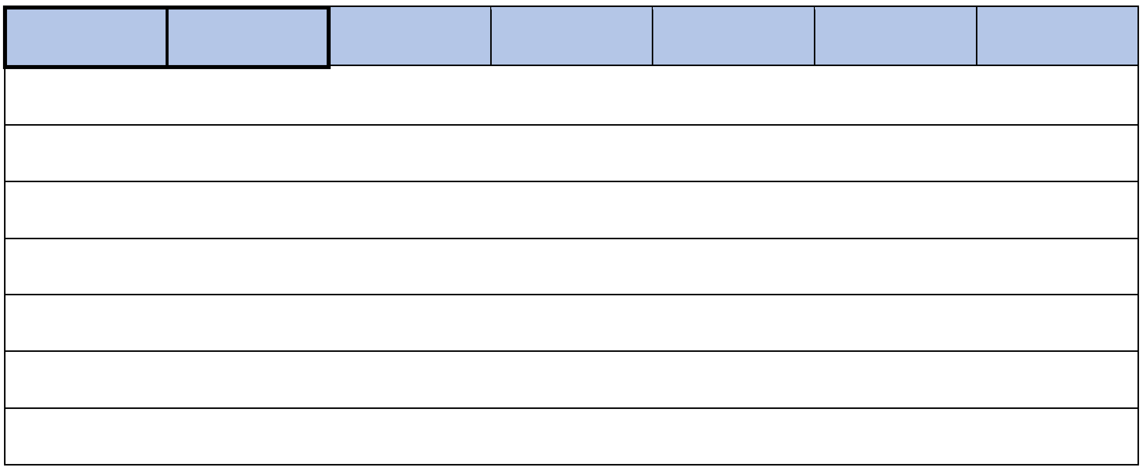




Temos mais 1 parte de $\frac{9}{7}$ e mais 5 pedaços sobrando.

Assim temos: 4 partes de $\frac{9}{7}$ e 6 pedaços sobrando

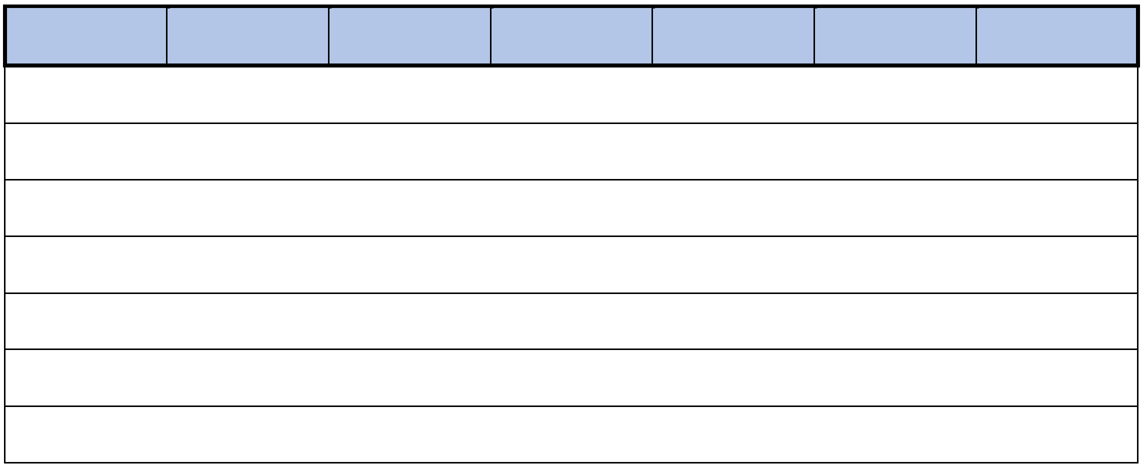


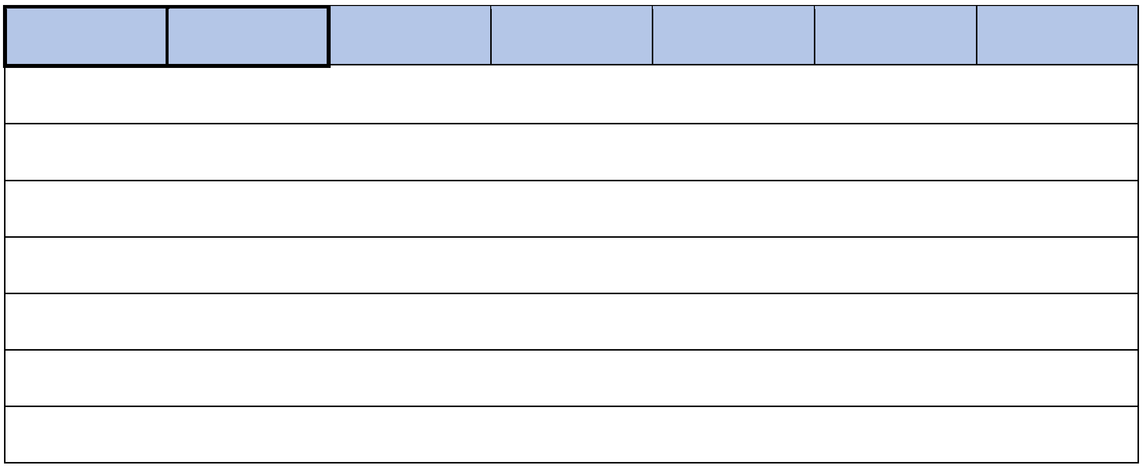


Temos mais 1 parte de $\frac{9}{7}$ e mais 5 pedaços sobrando.

Assim temos: 5 partes de $\frac{9}{7}$ e 11 pedaços, que nos dão mais uma parte de $\frac{9}{7}$, sobrando 2 pedaços.

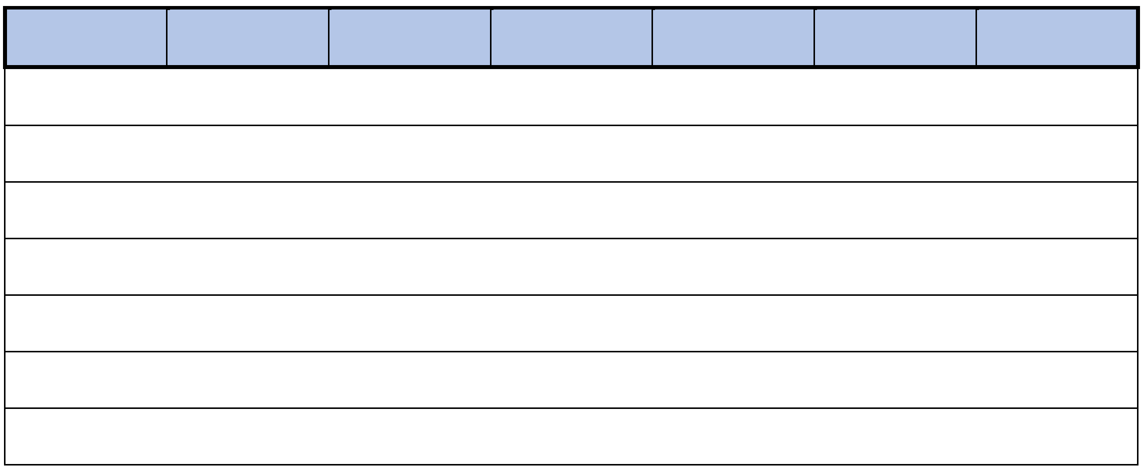
Logo, 6 partes de $\frac{9}{7}$ e a sobra de dois pedaços.

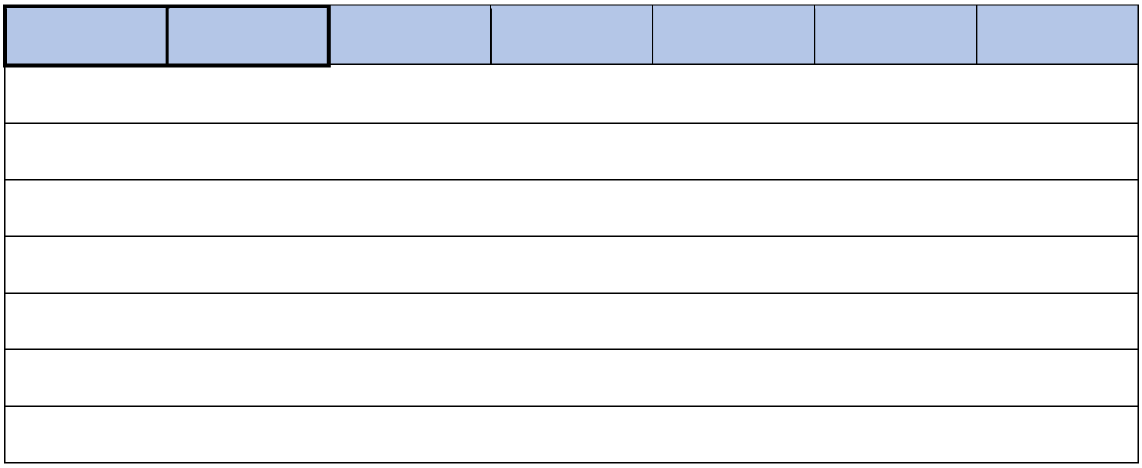




Temos mais 1 parte de $\frac{9}{7}$ e mais 5 pedaços sobrando.

Assim temos: 7 partes de $\frac{9}{7}$ e 7 pedaços.

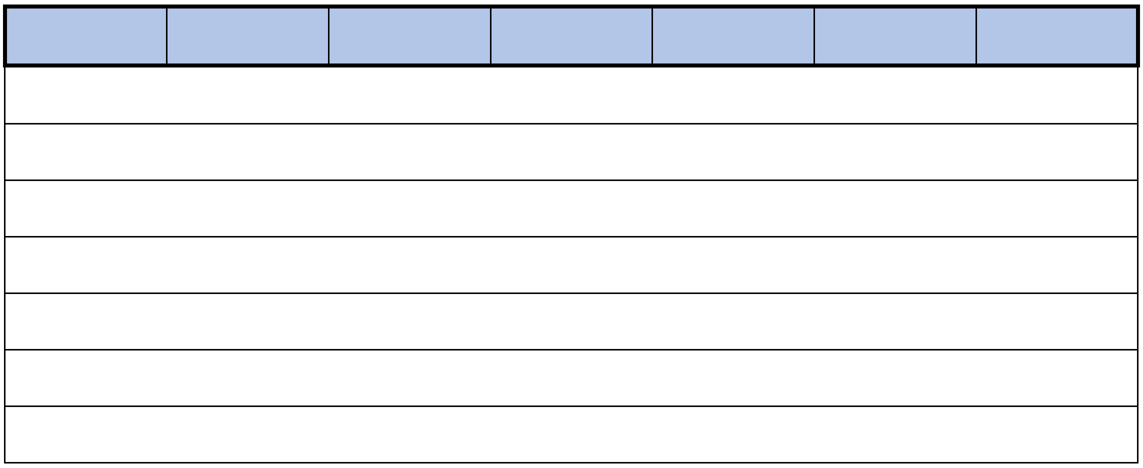


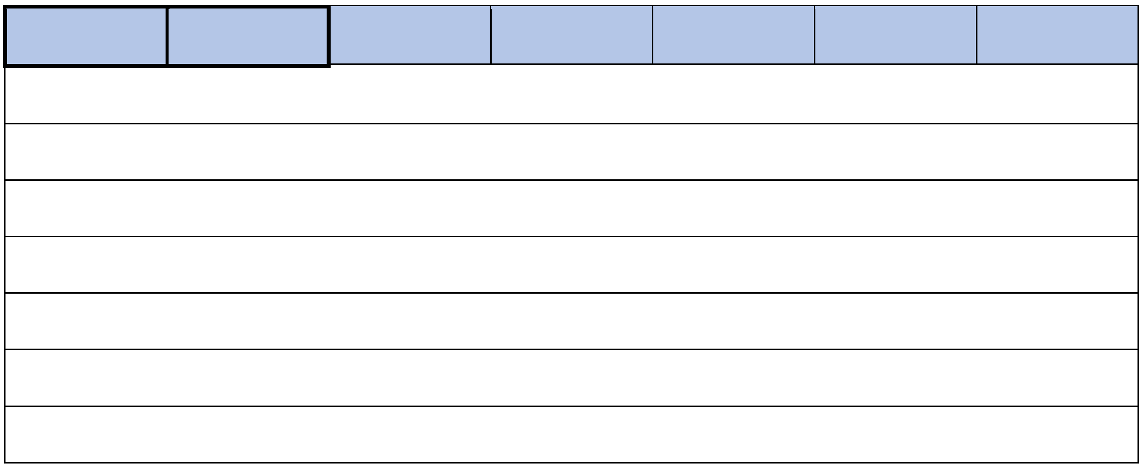


Temos mais 1 parte de $\frac{9}{7}$ e mais 5 pedaços sobrando.

Assim temos: 8 partes de $\frac{9}{7}$ e 12 pedaços, que nos são mais uma parte de $\frac{9}{7}$, sobrando 3 pedaços.

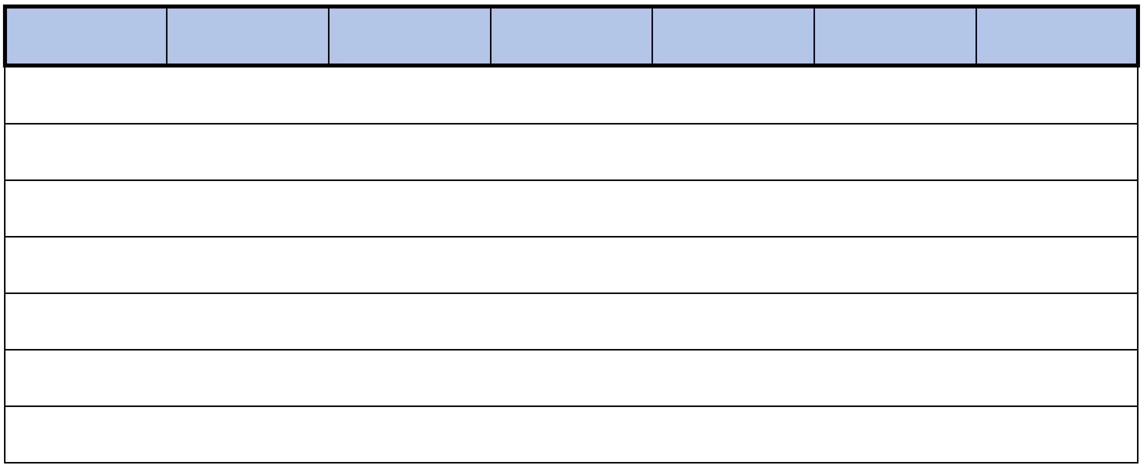
Logo, temos: 9 partes de $\frac{9}{7}$, e sobra de 3 pedaços.

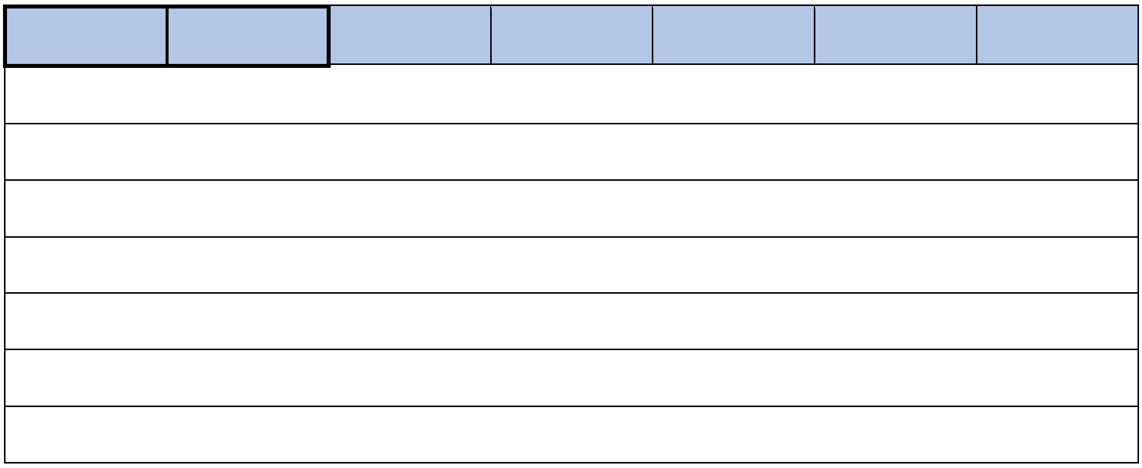




Temos mais $1$ parte de $\frac{9}{7}$ e mais 5 pedaços sobrando.

Assim temos: $10$ partes de $\frac{9}{7}$ e $8$ pedaços.

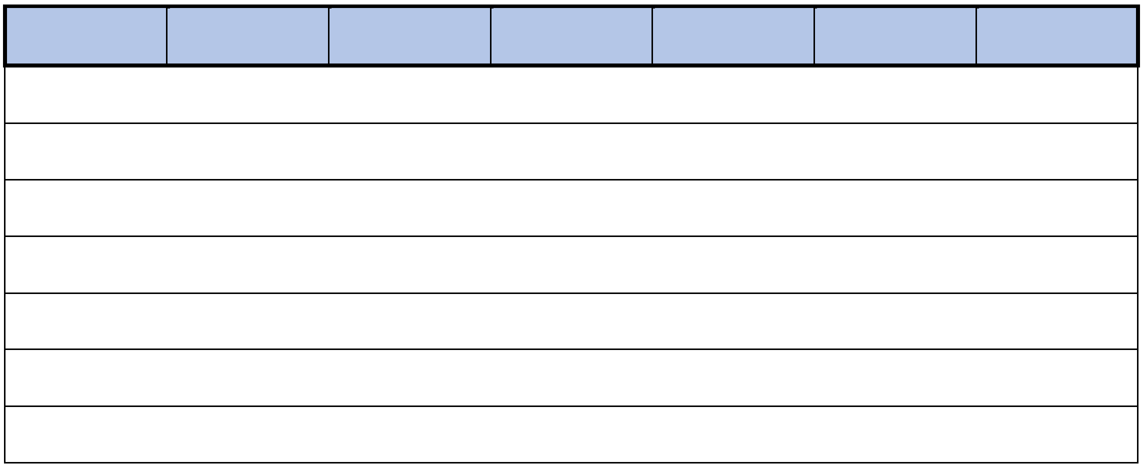


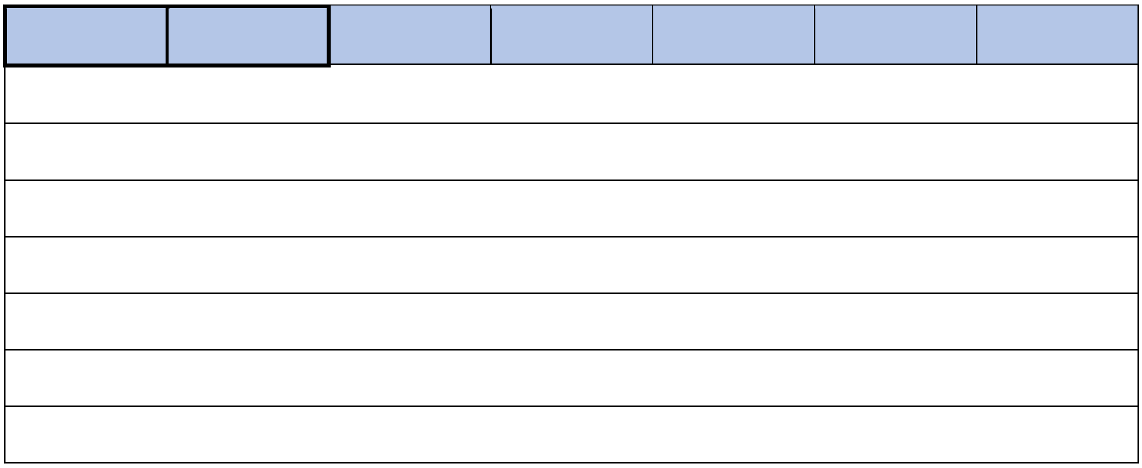


Temos mais $1$ parte de $\frac{9}{7}$ e mais 5 pedaços sobrando.

Assim temos: $11$ partes de $\frac{9}{7}$ e $13$ pedaços, que nos dá mais uma parte de $\frac{9}{7}$.

Logo, temos: $12$ partes de $\frac{9}{7}$, e sobra de $4$ pedaços.





Temos mais $1$ parte de $\frac{9}{7}$ e mais 5 pedaços sobrando.

Assim temos: $13$ partes de $\frac{9}{7}$ e $9$ pedaços que nos dá mais uma parte de $\frac{9}{7}$.

Logo, temos $14$ partes de $\frac{9}{7}$.

Para chegarmos até aqui utilizamos 9 vezes o processo, 9 vezes das duas partes de oitavos, logo $9 * 2 * 8 = 144$ no total.

Logo,

$$\frac{14}{144} = \frac{7}{72}$$

$$\frac{1}{8} : \frac{9}{7} = \frac{7}{72}$$

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

**APÊNDICE L -**

**Aplicação – Operando Potenciação de Frações. Realize as operações utilizando um dos métodos demonstrados:**

Atividade (1) = $\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$

Método 1: $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$

Método 2: $\left(\frac{3}{4}\right) . \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$

Atividade (2) = $\left(\frac{2}{5}\right)^3 =$

Método 1: $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$

Método 2: $\left(\frac{2}{5}\right) . \left(\frac{2}{5}\right) . \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{8}{125}$

Atividade (3) = $\left(\frac{3}{2}\right)^4 =$

Método 1: $\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$

Método 2: $\left(\frac{3}{2}\right) . \left(\frac{3}{2}\right) . \left(\frac{3}{2}\right) . \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{81}{16}$

FONTE: Elaborado pela autora (2022).

**APÊNDICE M -**

**Aplicação – Operando Radiciação de Frações. Realize as operações e justifique a resposta.**

Atividade (1) = $\sqrt{\frac{81}{225}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{225}} = \frac{9}{15}$, pois $\left(\frac{9}{15}\right)^2 = \frac{81}{225}$

Atividade (2) = $\sqrt{\frac{36}{100}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{100}} = \frac{6}{10}$, pois $\left(\frac{6}{10}\right)^2 = \frac{36}{100}$

Atividade (3) = $\sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{5}{2}$, pois $\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8}$

FONTE: Elaborado pela autora (2022).