

MARCELO DE SOUZA SANTANA

**A OBMEP E A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO
DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA
VISANDO O ENSINO E APRENDIZAGEM DE
GEOMETRIA PLANA**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY
RIBEIRO - UENF**

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

27 DE MARÇO DE 2024

MARCELO DE SOUZA SANTANA

**A OBMEP E A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA VISANDO O
ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA**

“Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Orientador: Prof. Nelson Machado Barbosa

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO -
UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
27 DE MARÇO DE 2024

MARCELO DE SOUZA SANTANA

**A OBMEP E A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA VISANDO O
ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA**

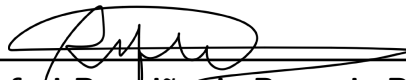
“Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Aprovada em 27 de março de 2024.

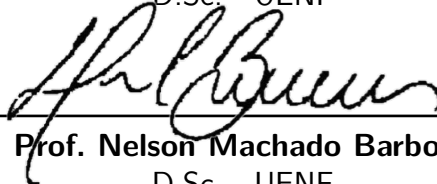
Prof^ª. Adriana Pimenta de Figueiredo
D.Sc. - UNIRIO



Prof^ª. Elba Orocía Bravo Asenjo
D.Sc. - UENF



Prof. Rafael Brandão de Rezende Borges
D.Sc. - UENF



Prof. Nelson Machado Barbosa
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Este trabalho é dedicado a vocês, familiar ou amigo que contribuiu muito na minha caminhada. Sem a ajuda de vocês, não teria conseguido.

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus, que me deu energia e me deu estímulos para que pudesse concluir esse trabalho. Agradeço à minha esposa Débora Damiana e a meus filhos Rafael e Artur, que souberam entender minhas faltas e me deram forças e me incentivaram a concluir esse grande sonho. Agradeço aos meus pais Dorival e Roseli, que sempre me incentivaram a buscar todos os meus objetivos, por todo o tempo em que estudo, através deles que hoje sou reconhecido em tudo o que faço. Agradeço também a meus amigos Fernanda Araújo Monteiro, Eduardo Corrêa dos Santos, César Monteiro que sempre me apoiaram com suas palavras, que me fizeram entender: o que queremos podemos conseguir. Agradeço também ao meu orientador o Prof. Dr. Nelson Machado Barbosa e a todos os professores com quem pude conviver neste tempo do Mestrado. Agradeço também aos meus colegas da turma, que juntos construímos uma grande amizade, que serão lembrados eternamente em minha vida. Também agradeço aos meus alunos que são a principal motivação para concluir a minha dissertação. Enfim, agradeço a todas as pessoas que fizeram parte dessa etapa decisiva da minha vida.

Resumo

O estudo de Geometria é um dos ramos mais importantes do ensino de Matemática, entretanto, temos nos deparado com diversas situações, tais como por exemplo, o desinteresse dos alunos em aprender sobre esses assuntos. Segundo documentos oficiais, que regem a Educação Básica, a Geometria deve estar presente tanto no Ensino Fundamental como também no Ensino Médio. E somando a este fato, a temática vem sendo exigida em diversos exames e provas de concurso, potencializando a importância do aprendizado desse conteúdo. Nesse contexto, buscando impulsionar um ensino de Geometria Plana de maneira mais eficiente, a pesquisa buscou investigar as contribuições e os desafios do estudo de Geometria Plana com a utilização da Metodologia Resolução de Problemas com apoio integrado do material do Programa de Iniciação Científica da Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (PIC/OBMEP). Visando alcançar esse objetivo, foi elaborada uma proposta didática que contou com atividades voltadas para o ensino de Geometria Plana, em especial, ângulos, perímetros e áreas, baseadas nos princípios da Metodologia Resolução de Problemas. A Proposta Didática foi aplicada para os estudantes do Colégio Municipal Botafogo, situado em Macaé- RJ e para os estudantes da Escola Municipal Albertina de Azeredo Venâncio, situada na cidade de Campos dos Goytacazes-RJ. A pesquisa descrita nesse trabalho teve um caráter exploratório, utilizando uma abordagem qualitativa do tipo intervenção pedagógica. Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram a observação do pesquisador, registro dos estudantes nas atividades e análise da aplicação do questionário respondido pelos alunos. Com base na análise dos dados coletados, considera-se que a proposta didática, baseada na metodologia Resolução de Problemas com a utilização do material do PIC/OBMEP, contribuiu significativamente no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Plana, em especial, no estudo de ângulos, perímetros e áreas.

Palavras-chaves: Geometria Plana; Metodologia Resolução de Problemas; OBMEP.

Abstract

The study of Geometry is one of the most important branches of Mathematics teaching, however, we have come across several situations, such as, for example, students' lack of interest in learning about these subjects. According to official documents, which govern Basic Education, Geometry must be present in both Elementary and Secondary Education. And adding to this fact, the topic has been required in several exams and competition tests, enhancing the importance of learning this content. In this context, seeking to promote the teaching of Flat Geometry in a more efficient way, the research sought to investigate the contributions and challenges of studying Flat Geometry using the Problem Solving Methodology with integrated support from the material from the Scientific Initiation Program of the Brazilian Olympics of Mathematics in Public Schools (PIC/OBMEP). Aiming to achieve this objective, a didactic proposal was developed that included activities aimed at teaching Plane Geometry, in particular, angles, perimeters and areas, based on the principles of Problem Solving Methodology. The Didactic Proposal was applied to students at Colégio Municipal Botafogo located in Macaé-RJ and to students at Escola Municipal Albertina de Azeredo Venâncio located in the city of Campos dos Goytacazes-RJ. The research described in this work had an exploratory nature, using a qualitative approach of the pedagogical intervention type. The data collection instruments used were the researcher's observation, recording of students in activities and analysis of the application of the questionnaire answered by the students. Based on the analysis of the collected data, it is considered that the didactic proposal based on the Problem Solving methodology using PIC/OBMEP material contributed significantly to the teaching and learning process of Flat Geometry, especially in the study of angles , perimeters and areas.

Key-words: Geometry; Problem solving methodology; OBMEP.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Heródoto (à esquerda) e Aristóteles (à direita)	23
Figura 2 – Papiro de Rhind ou Moscou	24
Figura 3 – Euclides de Alexandria	25
Figura 4 – Ponto e reta	26
Figura 5 – Semirreta	28
Figura 6 – Régua	28
Figura 7 – Ponto Médio	29
Figura 8 – Ângulo	29
Figura 9 – Ângulo Raso	29
Figura 10 – Bissetriz	30
Figura 11 – Classificação quanto aos lados	31
Figura 12 – Classificação quanto aos ângulos	31
Figura 13 – Retângulo	32
Figura 14 – Losango	32
Figura 15 – Quadrado	32
Figura 16 – Paralelogramo	33
Figura 17 – Trapézio	33
Figura 18 – A Resolução de Problemas e a BNCC	44
Figura 19 – Escola Municipal Albertina Azeredo Venâncio	49
Figura 20 – Colégio Municipal Botafogo	50
Figura 21 – Problemas 1 OBMEP (2006) e 2 OBMEP(2005)	57
Figura 22 – Problema 3 - OBMEP 2014	58
Figura 23 – Questão 1 da segunda fase - OBMEP 2007	59
Figura 24 – Problema 8 da OBMEP 2017	59
Figura 25 – Problema 9 da OBMEP	60
Figura 26 – Problema OBMEP 2008	60
Figura 27 – Problema 7 da OBMEP 2014	60
Figura 28 – Problema 5.15 do livro Círculos de Matemática da OBMEP	61
Figura 29 – Questão 185 - Livro 9 - Fundamentos de Matemática Elementar	61
Figura 30 – Estrutura e Organização do Ensino	64
Figura 31 – Análise de Desempenho - C. M. Botafogo	66

Figura 32 – Análise de Desempenho- E. M. A. A. Venâncio	67
Figura 33 – Problema 1 - resolução errada	68
Figura 34 – Problema 1 - resolução correta	68
Figura 35 – Problema 2 - resolução errada	69
Figura 36 – Problema 2 - resolução correta	69
Figura 37 – Problema 3 - resolução errada	70
Figura 38 – Problema 3 - resolução correta	70
Figura 39 – Questão 1 da segunda fase - OBMEP 2007	71
Figura 40 – Problema 5 - resolução correta	73
Figura 41 – Problema 6 - resolução correta	74
Figura 42 – Problema 7 - resolução correta	75
Figura 43 – Problema 8 - resolução errada	76
Figura 44 – Problema 8 - resolução correta	76
Figura 45 – Problema 9 - resolução correta	77
Figura 46 – Problema 10 - resolução correta	77
Figura 47 – Problema 8 - OBMEP 2006	80
Figura 48 – Problema 1 - OBMEP 2005	82
Figura 49 – Problema 8 - OBMEP 2006	83
Figura 50 – Problema 1 - OBMEP 2007	84
Figura 51 – Problema 8 - OBMEP 2017	85
Figura 52 – Problema 9 - OBMEP 2013	86
Figura 53 – Solução do Problema 9 da OBMEP 2013	87
Figura 54 – Problema 11 - OBMEP 2008	87
Figura 55 – Problema 11 - OBMEP 2008	87
Figura 56 – Problema 7 - OBMEP 2014	88
Figura 57 – Problema OBM 2013	89
Figura 58 – Resolução do Problema da OBM 2013	89
Figura 59 – Questão 185 - Livro 9 - FME	91
Figura 60 – Atividade feita pelos alunos	92
Figura 61 – Questão 1	92
Figura 62 – Exercício 1c	94
Figura 63 – Questão 2	94
Figura 64 – Avaliação - Questão 2 - item a	95
Figura 65 – Avaliação - Questão 2 - item b	95
Figura 66 – Atividade feita pelos alunos - Problema 2	96
Figura 67 – Questão 2 - item c	96
Figura 68 – Avaliação - Problema 3	97
Figura 69 – Avaliação - Problema 3 b	97
Figura 70 – Questão 3 - Triângulos na face do cubo	98

Figura 71 – Atividade feita pelos alunos	99
Figura 72 – Atividade feita pelos alunos	100
Figura 73 – Atividade proporção de áreas	101
Figura 74 – Atividade 2 - Áreas	101
Figura 75 – Problema 5 - Avaliação	102
Figura 76 – Resolução de um aluno	103
Figura 77 – Problema 6 - Avaliação	103
Figura 78 – Questão 4 - Avaliação	104
Figura 79 – Questão 5 - Avaliação	106
Figura 80 – Gráfico de Análise da Avaliação	107
Figura 81 – Gráfico de Análise da Avaliação	107
Figura 82 – Pergunta 1	109
Figura 83 – Pergunta 2	110
Figura 84 – Pergunta 3	111
Figura 85 – Pergunta 4	112
Figura 86 – Pergunta 5	113
Figura 87 – Pergunta 6	114
Figura 88 – Pergunta 7	115
Figura 89 – Pergunta 8	116
Figura 90 – Pergunta 9	117
Figura 91 – Pergunta 10	118
Figura 92 – Pergunta 11	119
Figura 93 – Pergunta 12	120

Lista de quadros

Quadro 1 – Trabalhos sobre Metodologia de Resolução de Problemas	47
Quadro 2 – Cronograma do desenvolvimento detalhado das aulas	54
Quadro 3 – Cronograma do desenvolvimento detalhado das aulas assíncronas	55

Lista de abreviaturas e siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CF	Constituição Federal
CTC	Comitê Técnico-Consultivo
DCNs	Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica
EI	Educação Infantil
EF	Ensino Fundamental
EM	Ensino Médio
IBICT	Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei nº 9.394/96
MEC	Ministério da Educação e Cultura
MCT	Ministério da Ciência e Tecnologia
MCTI	Ministério da Ciência, Tecnologia e Informação
OBM	Olimpíada Brasileira de Matemática
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas públicas
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIC	Programa de Iniciação Científica
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Alunos

PNE	Plano Nacional de Educação
PPP	Projeto Político Pedagógico
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
TEDE	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

Sumário

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Objetivos	19
1.2	Motivação e Justificativa	19
1.3	Metodologia da Pesquisa	20
1.4	Estrutura do Trabalho	22
2	ESTUDO DA GEOMETRIA PLANA	23
2.1	Breve histórico da Geometria	23
2.2	Aspectos Teóricos da Geometria	25
2.2.1	Ponto, Reta e Plano	26
2.2.2	Axiomas da Geometria Plana	27
2.2.3	Semirretas e Segmentos	28
2.2.4	Ângulos	28
2.3	O Ensino-Aprendizagem da Geometria nos Documentos Oficiais	33
2.3.1	Síntese dos Documentos Curriculares (PCN e BNCC)	34
3	REFERENCIAL TEÓRICO	37
3.1	Metodologia de Resolução de Problemas	41
3.2	A Resolução de Problemas e a BNCC	43
3.3	A Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e a Metodologia Resolução de Problemas	44
3.4	Trabalhos Relacionados	46
4	ASPECTOS METODOLÓGICOS	49
4.1	Caracterização da Pesquisa	49
4.2	Os sujeitos da Pesquisa	50
4.3	Instrumentos Empregados para a Coleta de Dados e Abordagem da Pesquisa	51
4.4	Etapas da Pesquisa	52
4.5	Aplicação e Características da Pesquisa	53
4.5.1	1º Encontro	57
4.5.2	2º Encontro	58
4.5.3	3º Encontro	59
4.5.4	4º Encontro	60
4.5.5	5º Encontro	61

5	EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	63
5.1	A Utilização da Metodologia Resolução de Problemas	63
5.1.1	Proposta de Organização de Ensino	64
5.2	Análise da resolução dos Problemas	65
5.2.1	Problema 1 - Noções de área e perímetro	67
5.2.2	Problema 2 - Qual é o perímetro da figura?	68
5.2.3	Problema 3 - Qual é o comprimento desse contorno?	70
5.2.4	Problema 4 - Áreas e perímetros	71
5.2.5	Problema 5 - Qual é o Perímetro?	73
5.2.6	Problema 6 - Qual é sua área?	74
5.2.7	Problema 7 - Qual é a área desse polígono?	75
5.2.8	Problema 8 - Qual é a área sombreada?	75
5.2.9	Problema 9 - Prove que os pontos D, E e F se localizam na mesma reta.	76
5.2.10	Problema 10 - Determine os ângulos deste triângulo	77
5.3	Análise da Aplicação da Proposta Didática	79
5.4	Análise da Avaliação de Verificação	91
5.4.1	Atividade Avaliativa Realizada Pelos Alunos	91
5.5	Análise do Questionário Final	108
	Considerações Finais	122
	REFERÊNCIAS	124

APÊNDICES 127

APÊNDICE A	–	TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA ALBERTINA	128
APÊNDICE B	–	TERMO DE AUTORIZAÇÃO DO BOTAFOGO	130
APÊNDICE C	–	AUTORIZAÇÃO DA PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS DO ALBERTINA E DO BOTAFOGO	132
APÊNDICE D	–	ATIVIDADES AVALIATIVAS REALIZADAS NO ALBERTINA	134
APÊNDICE E	–	ATIVIDADES AVALIATIVAS REALIZADAS NO BOTAFOGO	137
APÊNDICE F	–	ATIVIDADES AVALIATIVAS NAS ESCOLAS ALBERTINA E BOTAFOGO	140
APÊNDICE G	–	ATIVIDADES REALIZADAS NO PRÉ-TESTE	143

APÊNDICE H	–	QUESTIONÁRIO DISSERTAÇÃO ALBERTINA	147
APÊNDICE I	–	QUESTIONÁRIO DISSERTAÇÃO BOTAFOGO	151

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A Geometria desempenha um papel crucial no desenvolvimento e na aprendizagem dos alunos dentro da matemática. Suas aplicações práticas se estendem ao cotidiano, permitindo que os estudantes apliquem efetivamente o conhecimento adquirido em sala de aula em diversas situações. Portanto, é de suma importância não apenas examinar os métodos de ensino da Geometria, mas também buscar maneiras de tornar essa experiência significativa para os alunos.

D'Ambrósio (2012) destaca que

É muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude dos problemas de então, de uma realidade, de percepções, necessidades e urgências que nos são estranhas. Do ponto de vista de motivação contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta. Poderia ser tratada como um fato histórico. (D'AMBRÓSIO, 2012, p. 29)

Entretanto, no âmbito da Educação Básica, a nova BNCC - Base Nacional Comum Curricular - nos apresenta as Competências Específicas para o ensino da Matemática e suas Tecnologias. Acerca desta temática, destaca-se a Competência Específica de “Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Ademais, é notório que a Geometria desempenha um papel significativo no dia a dia dos nossos alunos, sendo um conteúdo de suma importância para o aprendizado, devido à sua aplicabilidade tanto na matemática quanto em diversas outras áreas do conhecimento. Apesar do valor considerável que a Geometria representa para os estudantes, estes enfrentam desafios consideráveis ao tentar alcançar os objetivos propostos no ensino dessa disciplina, conforme destacado por Gehrke (2017),

Conteúdo de Geometria está normalmente no final dos livros didáticos utilizados pelos professores e, além disso, há uma falta de preparo do professor

em Geometria, detectada após o movimento da Matemática Moderna no Brasil, onde a Álgebra é mais valorizada em detrimento da Geometria. (GEHRKE, 2017, p. 13)

Com isso, faz-se necessário o uso de metodologias que facilitem o ensino da Geometria, propiciando, dessa forma a aprendizagem dos estudantes. Uma das possibilidades metodológicas para que possam propiciar uma melhor aprendizagem dos estudantes é a metodologia Resolução de Problemas.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) orienta que os professores utilizem metodologias alternativas no ensino, de modo a facilitar a aprendizagem do estudante, e entre estas, encontra-se a Resolução de Problemas (BRASIL, 2016), utilizada como uma metodologia para o ensino de Matemática, possibilitando um ambiente de aprendizagem investigativo, que traz consequências positivas para o ensino e a aprendizagem.

Nesse sentido, realizou-se um mapeamento de pesquisas acadêmicas voltadas para a Educação Matemática, visando responder à seguinte questão de pesquisa: como a metodologia de Resolução de Problemas pode ser aplicada no ensino e aprendizagem de Geometria? Para abordar esse questionamento, é essencial compreender como os temas estudados podem verdadeiramente fazer sentido para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos. Destaca-se a importância de alinhar os tópicos de Geometria com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Esta, em seus objetivos gerais para o ensino fundamental, enfatiza a necessidade de interpretar, descrever, representar e argumentar, promovendo assim uma comunicação matemática por meio do uso de diversas linguagens e estabelecendo relações entre estas e diferentes representações matemáticas. Johnson (2016) explica um pouco sobre essas relações entre diferentes representações da matemática:

Há uma tendência internacional em direção à inclusão de um eixo de processos matemáticos nos currículos de matemática. A inclusão de um eixo de processos matemáticos garante um desenvolvimento direcionado e sistemático das habilidades e competências necessárias para a matemática em todas as áreas do conteúdo e em todos os anos da formação básica, tais como: raciocinar, resolver problemas, e comunicar (JOHNSON, 2016, p. 4).

O autor ainda explica que as orientações para área da matemática contidas na BNCC estão entrando em consonância com uma tendência internacional de inclusão de um eixo de metodologias alternativas no ensino, a fim de facilitar a aprendizagem do estudante e entre estas, metodologias está a Resolução de Problemas (BRASIL, 2016).

Neste contexto, com intuito de motivar e promover o estudo de Matemática, entre outros objetivos, foi criado um projeto Nacional: a OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), realizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, e promovida com recursos do Ministério da Educação - MEC e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação - MCTI. Um dos

programas deste projeto é o PIC (Programa de Iniciação Científica Jr.), destinado aos alunos premiados da OBMEP, realizado por meio de uma rede nacional de professores em diversos polos espalhados pelo país, com o objetivo despertar nos alunos o gosto pela Matemática e pela Ciência em Geral.

A OBMEP é um projeto de excelência, a qual por meio de materiais e exercícios específicos, desperta o interesse e a curiosidade de professores e estudantes, principalmente pelos conceitos de Geometria.

Entretanto, quando o ensino de Geometria passou a ser estudado em paralelo aos assuntos de Álgebra e de Aritmética no ensino básico, tornou-se necessário oferecer uma maior ênfase à parte de Geometria, uma vez que muitos estudantes possuem diversas dificuldades nessa área como visualização geométrica, resolução algébrica, entre outras, como nos afirma, [Valente \(2014\)](#).

... as referências tidas como importantes, tendo em vista a geometria escolar para o ensino fundamental, com destaque para os anos iniciais, em relação a como e ao que abordar nos primeiros contatos com a geometria. E, neste caso [do quarto capítulo], os temas tratados, conteúdos presentes para serem ensinados nos primeiros anos escolares, foram considerados de um ponto de vista mais avançado, sistematizados e com dose maior de rigor matemático. ([VALENTE, 2014](#), p. 129).

Uma metodologia que vem mitigando este fator é a Metodologia Resolução de Problemas, a qual vem sendo muito utilizada para o ensino da Geometria, [HILLSON; ONUCHIC; GARCIA \(1999\)](#) ressaltam,

Apesar de existirem inúmeras pesquisas e trabalhos relacionados à metodologia de Resolução de Problemas, [...] podemos concluir que: É importante ter a visão de que compreender deve ser o principal objetivo do ensino, apoiados na crença de que o aprendizado de matemática, pelos alunos, é mais forte quando é autogerado do que quando lhes é imposto por um professor ou por um livrotexto. Quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver a sua própria compreensão. À medida que a compreensão dos alunos se torna mais profunda e mais rica, sua habilidade em usar matemática para resolver problemas aumenta consideravelmente ([HILLSON; ONUCHIC; GARCIA, 1999](#), p. 208).

Por esse motivo, será apresentada neste trabalho uma proposta didática que integra essa metodologia ao material didático do PIC/OBMEP, destinada ao Ensino Fundamental, visando proporcionar uma aprendizagem mais eficaz e aumentar o interesse e a motivação dos alunos pelos conteúdos da área de Geometria, possibilitando, assim, melhorar o aprendizado e despertar maior interesse dos alunos nos temas geométricos desta etapa de ensino.

1.1 Objetivos

Diante do apresentado, esta pesquisa reformulou a seguinte questão de pesquisa: Quais as possíveis contribuições e desafios da integração do material da OBMEP inserido na Metodologia de Resolução de Problemas no estudo de Geometria, em especial no estudo de ângulos, perímetros e áreas? Para responder a essa pergunta, traçaram-se os seguintes objetivos.

- **Objetivo Geral:** Investigar as possibilidades para o Ensino Aprendizagem da Geometria no Ensino Fundamental, tendo por base os materiais do Programa de Iniciação Científica da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (PIC/OBMEP) inseridos na Metodologia Resolução de Problemas.

Para atingir o objetivo geral, consideram-se os seguintes objetivos específicos:

- Realizar estudos e pesquisas sobre a Metodologia Resolução de Problemas;
- Estudar e Selecionar problemas e materiais do PIC/OBMEP que melhor se adequem a Metodologia de Resolução de Problemas;
- Elaborar uma Proposta Didática que possibilite associar os materiais do PIC/OBMEP com os conceitos da Metodologia Resolução de Problemas visando o ensino e aprendizado de Geometria, em especial, estudo de ângulos, perímetros e áreas;
- Experimentar a Proposta Didática nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio;
- Averiguar a percepção dos estudantes quanto a metodologia aplicada e o aprendizado nos conceitos supracitados;
- Desenvolver o interesse dos estudantes pelo uso de recursos tecnológicos, como instrumento que pode auxiliar na realização de alguns trabalhos sem anular o esforço da atividade compreensiva.

1.2 Motivação e Justificativa

Durante vários anos como professor de matemática, minha constante preocupação tem sido a aprendizagem e o interesse dos alunos, especialmente no âmbito da Geometria, na qual muitos carecem de conhecimentos fundamentais em outros tópicos matemáticos. Ao atuar como docente no projeto OBMEP nas escolas, aprofundei minha percepção sobre a importância da Geometria no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático em todas as turmas sob

minha responsabilidade. Essa lacuna observada foi o impulso real para a escolha deste tema como foco central desta dissertação.

Outrossim, esta preocupação é corroborada pelas avaliações internacionais do PISA que em Matemática no ano de 2022, o Brasil apresentou um desempenho médio de 379 pontos em matemática. A pontuação é inferior à média do Chile (412), Uruguai (409) e Peru (391) e com nenhuma diferença estatística significativa com Colômbia (383) e Argentina (379). Dos estudantes brasileiros, 73% registraram baixo desempenho nesta disciplina (abaixo do nível 2). Esse nível é considerado pela OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico) o padrão mínimo para que os jovens possam exercer plenamente sua cidadania. Entre os países membros da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico), o percentual dos que não atingiram o nível 2 foi de 31%. E apenas 1% dos brasileiros atingiu alto desempenho em matemática (nível 5 ou superior).

Diante da minha percepção acerca da importância do ensino da Geometria e da minha atuação no projeto OBMEP nas escolas, somada aos dados apresentados no parágrafo anterior, surgiu a convicção de explorar este tema nesta dissertação. Ao longo dos anos em que ministrei a disciplina de Matemática, pude constatar que a maioria dos alunos possui uma compreensão equivocada da disciplina. Frequentemente, percebo que eles não estão genuinamente interessados em aprender; o que buscam, na verdade, é apenas a aprovação. É comum ouvir expressões como "*professor, eu não quero aprender, só quero passar*". Essa realidade se destaca especialmente em turmas regulares.

Recentemente, desde meu início de colaboração com a OBMEP por meio do programa PIC, venho observando um aumento significativo na motivação dos alunos. No entanto, em virtude do meu apreço pela metodologia de Resolução de Problemas e pela incorporação de questões da OBMEP em minhas aulas, identifiquei uma oportunidade para contribuir com o cenário desafiador da Educação em nosso país, especialmente no campo da Matemática. Essa disciplina é frequentemente percebida pelos alunos como desafiadora, e muitos não hesitam em admitir sua dificuldade, contribuindo para um problema cultural no desempenho nessa área.

Diante das informações previamente mencionadas e ao reconhecer o significativo desafio que enfrentamos como professores de Matemática, destaca-se a tarefa crucial de instigar nos alunos o interesse e o desenvolvimento da habilidade de se posicionar em relação à Matemática e, mais especificamente, à Geometria. No contexto do Ensino de Geometria, optei por utilizar a metodologia Resolução de Problemas por meio da OBMEP, buscando, assim, proporcionar uma abordagem mais dinâmica e envolvente para o aprendizado dessas disciplinas.

1.3 Metodologia da Pesquisa

A pesquisa teve revisão bibliográfica e documental e foi desenvolvida em dois lugares, em um colégio da Rede Pública do Município de Macaé – RJ e o outro, uma escola da rede

pública do Município de Campos dos Goytacazes – RJ, com abordagens qualitativa, do tipo intervenção pedagógica, como nos afirma [SOARES \(2005\)](#).

Contudo, as intervenções do educador nos contextos de aprendizagem são de suma importância para reconhecerem suas próprias falhas e carências que podem estar presentes em qualquer situação, seja na sua formação ou dentro da sala de aula. E a partir das intervenções, o aprendiz possa elaborar conceitos provenientes de ações reflexivas internas, as quais não seriam possíveis sem uma provocação do outrem ([SOARES, 2005](#)).

Tendo por base uma aplicação qualitativa, esta foi colocada em prática seguindo as seguintes etapas:

1. Definir a Problemática:

Esse é o primeiro passo de uma pesquisa qualitativa, quando iremos definir o problema. A partir desta pergunta inicial, a partir daí, podem surgir outras perguntas sobre o assunto.

2. Redigir Perguntas:

O problema deve permitir identificar perguntas ou subperguntas relacionadas ao tema da pesquisa. Estas perguntas serão usadas para determinar as principais linhas da pesquisa e os métodos a serem usados para coletar os dados. É possível que todas as questões levantadas exijam métodos diferentes. As perguntas utilizadas devem ser abertas. Isto significa que os respondentes podem se expressar livremente e dar razões para suas respostas. Este tipo de pergunta difere das perguntas fechadas, onde os respondentes são solicitados a explicar suas respostas.

3. Coletar os Dados:

Para coletar dados em uma pesquisa qualitativa, três técnicas podem ser usadas: entrevista, observação e grupo focal. Nessa pesquisa foi utilizado, entrevista e observação.

A entrevista consiste em falar diretamente com os entrevistados para coletar informações. Neste contexto, este exercício pode ser não-diretivo e permitir que o respondente fale livremente; semidiretivo quando um guia de entrevista é criado para enquadrar a troca, e diretivo quando o respondente responde perguntas por escrito.

A observação permite a coleta de dados em situações em que os alunos não desejam falar e expor os seus raciocínios, cabendo ao professor observar sobre o grupo ou individualmente para propor uma melhor alternativa para encontrar a solução de um problema.

4. Analisar os Dados:

A análise dos dados visa estudar as palavras e expressões utilizadas para descrever o que foi estudado nos problemas, verificando assim se realmente entenderam sobre o assunto estudado ao longo das aulas.

5. Compartilhar os resultados:

Compartilhar os resultados é a última etapa da pesquisa. Ela nos permite avaliar sua relevância para o problema definido no início da pesquisa e, assim, demonstrar até que ponto as informações coletadas respondem às perguntas feitas.

Foi aplicado as etapas supracitadas na Metodologia Resolução de Problemas, utilizando o material do PIC/OBMEP, privilegiado os conteúdos de ângulos, perímetros e áreas. Para a coleta de dados, foi aplicado um questionário com dez questões de Geometria subdividido em duas partes, que são: Resolução das Atividades Propostas para aplicação desta Metodologia e da Avaliação, sendo feita individualmente ou em grupos, com o propósito de perceber o real avanço dos alunos em relação a esta metodologia e de como os alunos passaram a questionar, tentando assim, sanar as possíveis dúvidas que os mesmos poderiam ter.

1.4 Estrutura do Trabalho

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos. O Capítulo 1 é a introdução deste trabalho, onde foi abordado os objetivos da pesquisa e as razões que me levaram a escolher esse tema.

O Capítulo 2 abordará um breve histórico sobre a Geometria, desde seu surgimento até sua teoria, destacando as dificuldades enfrentadas pelos alunos ao abordar esse tema em sala de aula regularmente. Também será discutido sobre o Ensino-Aprendizagem da Geometria nos Documentos Oficiais, assim como o projeto PIC/OBMEP e alguns conceitos e Axiomas de Geometria Plana.

O Capítulo 3 explora o Referencial Teórico, abrangendo a Metodologia Resolução de Problemas e sua relação com a BNCC. Além disso, será discutido a inserção da Metodologia Resolução de Problemas nas Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, e a revisão dos trabalhos relacionados ao tema.

No Capítulo 4 detalha os Aspectos Metodológicos, incluindo a Caracterização da Pesquisa, os Sujeitos da Pesquisa, os Instrumentos Empregados para a Coleta de Dados e as Etapas da Pesquisa.

No Capítulo 5, será abordado a Experimentação e Análise dos Dados, detalhando cada passo da pesquisa. Será discutido toda análise do Questionário Final, visando a avaliação e o interesse dos alunos na proposta de ensino baseada na Resolução de Problemas.

Por fim, nas considerações finais, será destacado a eficácia da Metodologia, especialmente quando utilizada em conjunto com questões da OBMEP, apresentando o sucesso alcançado ao longo desta pesquisa.

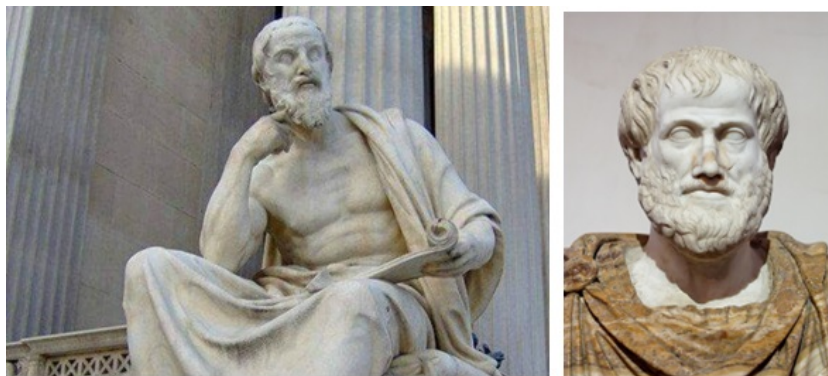
Capítulo 2

ESTUDO DA GEOMETRIA PLANA

2.1 Breve histórico da Geometria

A Geometria Plana, já faz parte dos avanços da Matemática, desde os primórdios de nosso tempo, pois a Geometria surgiu antes do homem saber escrever. E foi somente, nos últimos 6 milênios, que o homem passou a dominar a escrita e leitura. Para o período pré-histórico pouco se sabe, pois o que foi encontrado para esse período, foram alguns artefatos que restaram, e isso só foi possível registrar após a escrita, onde o homem passou a deixar registrado todos os avanços que os mesmos estavam sendo descoberto, o que deixou bem claro para toda a nossa humanidade, através de alguns papiros e gravuras que se encontram em algumas paredes de grutas em diversos locais em que os nossos antepassados viviam. Nos dias de hoje, sabemos que Heródoto e Aristóteles foram os responsáveis por duas teorias opostas quanto à origem da Matemática como podemos verificar na figura 1 a seguir.

Figura 1 – Heródoto (à esquerda) e Aristóteles (à direita)



Fonte: Heródoto-Viena Imagens sem royalties / Aristóteles grego antigo clássico filósofo história estátua ilustração aristóteles grego antigo clássico filósofo história estátua ilustração — Foto de PantherMediaSeller

Com o fato de os geômetras egípcios serem chamados de “estiradores de corda” ou “agrimensores” pode ser tomado com o apoio de qualquer uma das duas teorias. Pois, estes

estiradores de corda usavam cordas para traçar as bases de um sólido qualquer, como os templos que eram construídos naquele período. E foi a partir deste período que a Geometria passou a se tornar mais importante para toda a nossa humanidade. Como sabemos, é comum dividir a humanidade em épocas e períodos. Em particular referência a níveis e características culturais. Por isso, iremos fazer um pequeno registro da parte histórica em berços de nossas civilizações, como vemos na figura 2 que mostra o Papiro de Rhind ou Moscou.

Figura 2 – Papiro de Rhind ou Moscou



Fonte: História da Matemática - p, 7 - Carl B. Boyer - 2009

Conta-se na história da Matemática, que a Geometria surgiu da necessidade do homem em medir terras, cujas demarcações eram feitas pelos “estiradores de corda” às margens do rio Nilo. A origem da Geometria vem do grego, onde Geo = terra e Metria = medida, daí Geometria será (medir a terra) e ela está ligada a diversas práticas do cotidiano, relacionadas ao plantio, construções e movimento dos astros. Sendo, assim, usada para o cálculo de áreas, superfícies e volumes. Seu estudo iniciou-se na antiguidade, nas civilizações egípcia e babilônica, por volta do século XXa.C. (MACIEL; SOUSA, 2020)

Todos os anos o rio Nilo extravasava as margens e inundava o seu delta. Sem marcos fronteiros, os agricultores e os administradores de templos, palácios e demais unidades produtivas fundadas na agricultura não tinham referência clara do limite das suas possessões para poderem cultivá-las e pagarem os impostos devidos. Desta forma, os antigos faraós resolveram passar a nomear funcionários, os agrimensores, cuja tarefa era avaliar os prejuízos das cheias e restabelecer as fronteiras entre as diversas posses. Foi assim que nasceu a Geometria. Esses agrimensores acabaram por aprender a determinar as áreas dos lotes de terreno dividindo-os em retângulos e triângulos (MACIEL; SOUSA, 2020).

Muitos professores não se sentem confortáveis com a Geometria, associando-a a um nível de ensino mais elevado ou encarando-a a um nível de ensino mais elevado ou encarando-a como pouco importante no desenvolvimento de competências matemáticas. Porém, é reconhecido

pela investigação em educação matemática que a compreensão aprofundada da Geometria tem aplicações em outras áreas do currículo pela possibilidade de se estabelecerem conexões fundamentais para uma construção mais sólida do conhecimento matemático. Por exemplo, medida e Geometria estão intimamente ligadas no desenvolvimento de conceitos como perímetro, área e volume. A semelhança geométrica é indissociável do estudo de proporcionalidade e confere uma dimensão única à sua compreensão. As transformações de figuras - rotação, translação, reflexão e dilação - bem como a simetria são essenciais para olhar e compreender o mundo que nos rodeia, pois as experiências geométricas, diversificadas e ricas são indispensáveis para o desenvolvimento do sentido e do raciocínio espacial de cada pessoa, segundo Figueira, et. Al. (2007).

2.2 Aspectos Teóricos da Geometria

Nesta etapa iremos discutir alguns conceitos de Geometria Plana, como iniciou o seu estudo; em seguida, trabalhar tais conceitos com a metodologia de Resolução de Problemas, a fim de ao abordar em sala de aula esses conceitos de maneira mais interessante, buscando despertar, assim, um maior interesse por parte dos alunos, no seu desenvolvimento, levando-os a perceber à grande importância de se estudar.

Podemos entender a Geometria Plana como a parte da Matemática responsável pelo estudo das figuras planas. Os estudos iniciais sobre Geometria Plana estão relacionados à Grécia Antiga, sendo Euclides de Alexandria (360a.C. – 295a.C.) o matemático que mais se dedicou ao tema em sua época que está retratado na figura 3.

Figura 3 – Euclides de Alexandria



Fonte: <https://matematica-life-style.webnode.page/euclides-de-alexandria/>

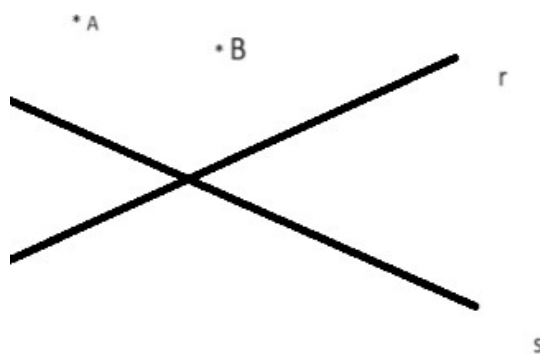
Dessa forma, a Geometria Plana também é conhecida como Geometria Euclidiana ou ainda Geometria Clássica.

2.2.1 Ponto, Reta e Plano

Na Geometria Plana existem três conceitos básicas: ponto, reta e plano; chamados de noções primitivas. Por serem conceitos tão elementares, são objetos matemáticos para os quais não é possível dar uma definição precisa. Assim, faremos uso da intuição para compreendê-los, como afirma (HOLANDA; CHAGAS, 2019). Vamos começar observando o seguinte desenho:

Na próxima figura, vemos dois pontos A e B , duas retas r e s . Geralmente, utiliza-se esta notação: letras maiúsculas para nomear pontos, enquanto retas são nomeadas por letras minúsculas, como veremos na figura 4.

Figura 4 – Ponto e reta



Fonte: O Autor

- Duas retas sobre o mesmo plano são paralelas se elas não têm pontos em comum.

Neste caso, quando temos duas retas distintas e contidas no mesmo plano, temos que considerar quê as mesmas são paralelas ou não. Como veremos a seguir. Tomemos duas retas r e s distintas, logo para serem paralelas a interseção entre elas tem que ser vazia.

$$r \subset \alpha, s \subset \alpha, r \cap s = \emptyset \Rightarrow r \parallel s$$

Logo, como temos três pontos distintos e os três pontos sendo não colineares (contidos em uma mesma reta), temos que as duas retas só podem ser concorrentes. Considerando que as retas só podem ter um único ponto em comum, logo as retas r e s são concorrentes.

$$A \in r, B \in s, C \in r \cap s \Rightarrow r \nparallel s$$

- Duas retas concorrentes se elas têm um ponto em comum.

Neste caso, temos duas retas distintas e se as mesmas possuem um único ponto em comum, podemos provar que essas retas são concorrentes.

$$r \subset \alpha, s \subset \alpha, r \cap s \neq \emptyset$$

Logo, podemos ter um ponto T que pertença a $r \cap s$.

- Um conjunto de pontos é dito colinear se estão todos sobre uma mesma reta.

Tomemos uma reta qualquer contida em um plano. E, como em uma reta possui infinitos pontos, podemos considerar que se tomarmos quantos quisermos de uma reta, podemos concluir que esses pontos serão todos colineares.

Já um plano pode ser entendido como uma folha de papel infinita onde estarão nossos pontos e retas.

2.2.2 Axiomas da Geometria Plana

Mesmo aceitando os conceitos de ponto, reta e plano, é necessário apresentar uma precisão matemática. Assim, iremos estabelecer um conjunto de propriedades fundamentais que todos os pontos, retas e planos devem satisfazer. Abaixo, observem algumas dessas propriedades que são conhecidas como axiomas, verdades matemáticas que são aceitas sem a necessidade de serem demonstradas, como nos diz (HOLANDA; CHAGAS, 2019).

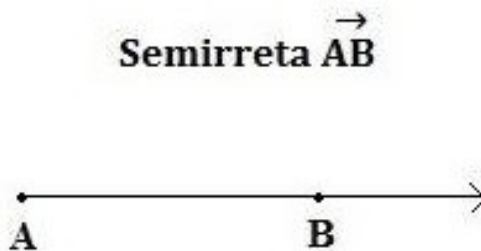
- Por dois pontos distintos passa uma única reta.
- Por três pontos não colineares passa um único plano.
- Para qualquer reta, existem pontos pertencentes a ela e pontos não pertencentes a ela.
- Para qualquer plano, existe uma reta contida neste plano, existe um ponto que pertence ao plano mas não pertence a tal reta, e existe um ponto que não pertence ao plano.

Como relatado anteriormente um Axioma ou Postulado é sempre aceito sem a necessidade de prova ou demonstração; são aceitos como óbvios, pois esses postulados ou axiomas são tidos como verdadeiros; sendo assim, não necessária sua demonstração, outrossim, eles servem como ponto inicial para a demonstração de muitas outras verdades que temos em Geometria. E essa é a ideia principal da Geometria: utilizar fatos já conhecidos para que possamos demonstrar fatos novos.

2.2.3 Semirretas e Segmentos

Um ponto A pertencente a uma reta r a divide em duas partes, chamadas de **semirretas** de origem A . O ponto A pertence a qualquer uma das semirretas e, assim, a intersecção das duas semirretas é formada pelo ponto A apenas. Se $B \in r$, $B \neq A$, a semirreta que contém B é denotada por \vec{AB} .

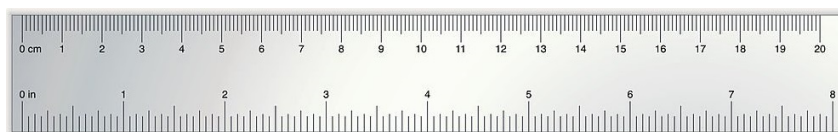
Figura 5 – Semirreta



Fonte: O Autor

Se A e B são dois pontos distintos pertencentes a uma reta r , os pontos que pertencem simultaneamente às semirretas \vec{AB} e \vec{BA} formam uma parte da reta, chamada segmento de reta com extremidades A e B . A distância entre os pontos A e B é a medida do comprimento do segmento de reta que liga o ponto A ao ponto B . Frequentemente, o comprimento do segmento \vec{AB} é representado por AB . O comprimento pode ser obtido de diferentes maneiras. A forma mais usual: medir o segmento de reta que liga os pontos A e B utilizando uma régua pautada; figura 6 podemos comparar seu comprimento em centímetros, metros ou em quilômetros.

Figura 6 – Régua



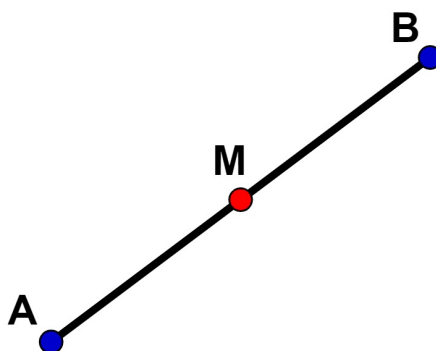
Fonte: O Autor

O ponto médio de um segmento AB é o ponto M que está sobre o segmento AB e é tal que $AM = MB$ como destacamos na figura 7.

2.2.4 Ângulos

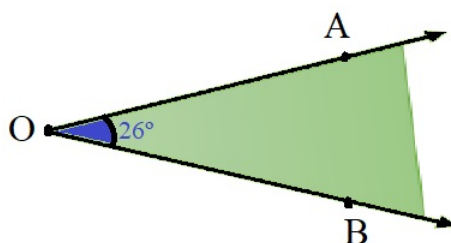
Considerando duas semirretas \vec{OA} e \vec{OB} , com a mesma origem O , dividem o plano em duas regiões, cada uma delas é chamada de ângulo. As semirretas \vec{OA} e \vec{OB} são chamadas de lados do ângulo. Considerando a figura 8 e observando os pontos A e B em relação ao ponto O , temos os ângulos orientados \hat{AOB} e \hat{BOA} .

Figura 7 – Ponto Médio



Fonte: O Autor

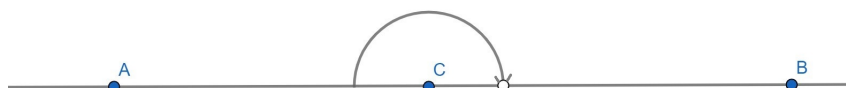
Figura 8 – Ângulo



Fonte: O Autor

Observe que $B\hat{O}A$ tem abertura maior do que a abertura do ângulo $A\hat{O}B$. E por simplicidade iremos utilizar a notação $A\hat{O}B = B\hat{O}A$ para denotar o ângulo entre $B\hat{O}A$ e $A\hat{O}B$ que tiver a menor abertura. No ângulo $A\hat{O}B$, o ponto O é chamado de VÉRTICE, enquanto que os pontos A e B são chamados do EXTREMOS. Considerando que, se os pontos A , O e B forem colineares com o ponto O sobre o segmento \overline{AB} , diremos que o ângulo $A\hat{O}B$ mede 180 graus (180° em símbolos).

Figura 9 – Ângulo Raso



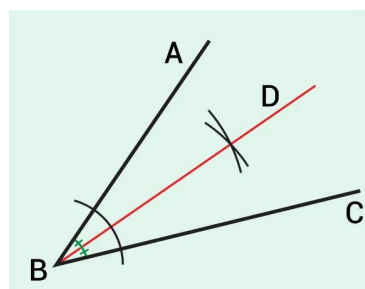
Fonte: O Autor

Também podemos dizer que um ângulo $A\hat{O}B$ mede um grau (1° , em símbolos) quando a soma formada por 180 parcelas iguais a esse ângulo resulta em um ângulo de meia volta, ou

seja, 180 que é um ângulo raso. Neste sentido, podemos dizer que um ângulo mede 1° se for $\frac{1}{180}$ de meia volta, ou $\frac{1}{360}$ de uma volta completa. Uma maneira de visualizarmos e medirmos os ângulos é utilizando o transferidor, fazendo o centro do transferidor coincidir com o vértice do ângulo e a marcação 0 (zero grau) coincidir com um dos extremos do ângulo em questão.

De acordo com a definição de grau, um ângulo de meia volta mede 180° e de uma volta completa mede 360° . Já um ângulo cuja medida é 90° , é chamado de ângulo reto, que corresponde à metade de um ângulo raso ou à quarta parte de um ângulo de uma volta. Se a medida de um ângulo é menor do que 90° , dizemos que esse ângulo é agudo. Se a medida de um ângulo é maior do que 90° , dizemos que esse ângulo é obtuso. Duas retas, contidas no mesmo plano, dizemos ser perpendiculares, logo formam quatro ângulos retos. Dado um segmento \overline{AB} de ponto médio M , a reta passando por M perpendicular ao segmento AB é chamada de mediatriz de AB . Seja P um ponto pertencente a um ângulo $\widehat{A\hat{O}B}$, tal que $\widehat{A\hat{O}P}$ e $\widehat{P\hat{O}B}$ têm a mesma medida. A semirreta \vec{OP} é chamada bissetriz do ângulo $\widehat{A\hat{O}B}$ como veremos no ângulo da figura 10.

Figura 10 – Bissetriz



Fonte: O Autor

Triângulos - Podemos definir um triângulo como um conjunto de três pontos não colineares A, B, C (que são chamados de vértices do triângulo) juntamente com os segmentos AB, BC e AC que são chamados de lados do triângulo. Esse triângulo é representado simbolicamente como $\triangle ABC$ e possui ângulos internos $\widehat{A\hat{B}C}, \widehat{B\hat{C}A}$ e $\widehat{C\hat{A}B}$. A região limitada pelos lados do triângulo será chamada de interior do triângulo. Um triângulo pode ser classificado de duas maneiras: de acordo com as medidas de seus lados ou de acordo com a medida de seus ângulos.

Podemos classificar os Triângulos de acordo com a medida de seus lados da maneira exposta a seguir;

Um triângulo que possui:

- três lados com medidas iguais é chamado de equilátero;
- dois lados de medidas iguais é chamado de isósceles;
- os três lados de medidas diferentes é chamado de escaleno;

Como será visto na figura a seguir.

Figura 11 – Classificação quanto aos lados



Fonte: O autor

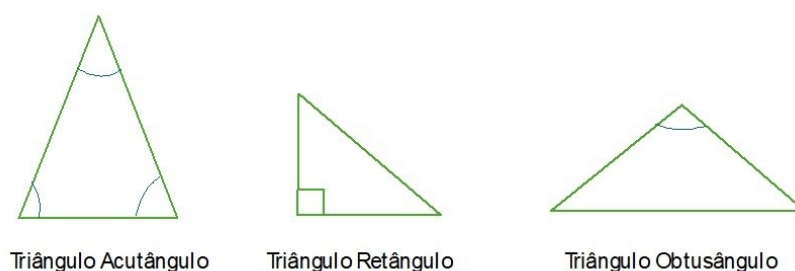
E para fazer a classificação de triângulos quanto a medida de seus ângulos, estabelece-se que;

Um triângulo que possui:

- todos os seus ângulos são agudos é chamado de acutângulo;
- um de seus ângulos é reto e é chamado de triângulo retângulo. (O lado oposto é chamado de hipotenusa e os outros dois lados são chamados de catetos);
- um de seus ângulos é obtuso e é chamado de obtusângulo;

Como será visto na figura ??.

Figura 12 – Classificação quanto aos ângulos

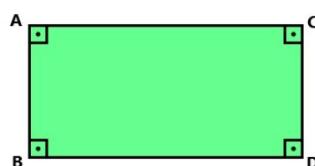


Fonte: O autor

Quadriláteros - Um quadrilátero é um conjunto de quatro pontos A , B , C e D em que não existem três deles colineares e são formados pelos segmentos AB , BC , CD e DA . Dos quadriláteros, alguns possuem nomes especiais devido às suas propriedades. Os quadriláteros de que iremos tratar são:

O **retângulo** é um quadrilátero que possui ângulos retos; segue um exemplo na figura 13.

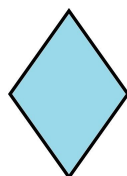
Figura 13 – Retângulo



Fonte: O autor

O **losango** é um quadrilátero que possui todos os lados iguais, como podemos observar na figura 14.

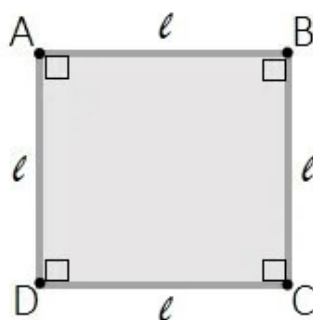
Figura 14 – Losango



Fonte: O autor

O **quadrado** é um quadrilátero que possui todos os ângulos retos (90°) e todos os lados de mesma medida. Portanto, um quadrado é um retângulo e um losango ao mesmo tempo, como podemos observar na figura 15.

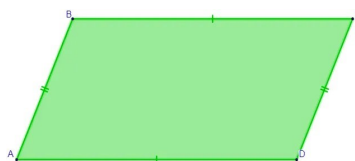
Figura 15 – Quadrado



Fonte: O autor

O **paralelogramo** é um quadrilátero que possui seus pares de lados opostos paralelos e congruentes. Por isso, podemos dizer que o retângulo e o losango são casos especiais de paralelogramos, como veremos na figura 16.

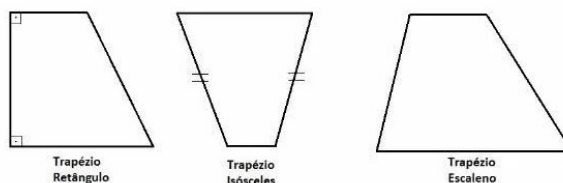
Figura 16 – Paralelogramo



Fonte: O autor

O **trapézio** é um quadrilátero que possui apenas um par de lados paralelos que são chamados de bases, ele pode ser classificado como trapézio retângulo quando possui dois ângulos retos; trapézio isósceles quando os lados não paralelos são congruentes e os ângulos da base também congruentes, ou trapézio escaleno, quando possui todos os lados e ângulos de medidas distintas.

Figura 17 – Trapézio



Fonte: O autor

2.3 O Ensino-Aprendizagem da Geometria nos Documentos Oficiais

Durante esta pesquisa, será vista uma maneira mais significativa de se ensinar Geometria, utilizando situações problemas que estão presentes no dia a dia do educando, quando se pode perceber como esta metodologia tem ganhado espaços significativos nos planejamentos dos professores de matemática de nosso país.

Pensando nisso, iremos mostrar como a Geometria pode estar presente no nosso dia a dia, e para ampliar o ensino desta disciplina de maneira que promova uma maior interação entre os alunos com os assuntos que serão abordados durante as aulas de Geometria, integrando os assuntos com situações problemas do dia a dia dos alunos. Como afirma [Monteiro \(2012\)](#).

A geometria está presente no nosso dia a dia, ao acordarmos basta olharmos ao nosso redor e perceber as inúmeras formas geométricas que nos rodeiam. ...relata que desde a antiguidade a Geometria se destacava devido às necessidades que o homem tinha de resolver questões práticas do dia a dia, como divisões de terras férteis, construções de casas e também observar e prever os movimentos dos astros ([MONTEIRO, 2012](#), p. 4).

Compreendemos que o ensino da Matemática, incluindo a Geometria, enfrentou desafios significativos, especialmente após o advento da pandemia de Covid-19. Este período trouxe consigo um retrocesso no processo de ensino-aprendizagem em nosso país, pois muitos conteúdos geométricos foram negligenciados devido às mudanças abruptas nas práticas educacionais. Em muitos casos, os alunos não tiveram a oportunidade de explorar esses conceitos ou não conseguiram relacioná-los com sua realidade.

Assim, tornou-se essencial encontrar estratégias criativas e eficazes para enfrentar os desafios impostos pela pandemia, garantindo que os alunos continuem a receber uma educação de qualidade, mesmo em circunstâncias adversas. Isso pode envolver a utilização de recursos digitais, adaptação de currículos, implementação de métodos de ensino mais interativos e personalizados, bem como o apoio contínuo aos educadores para que possam se adaptar a esse novo cenário educacional. A superação desses desafios requer uma abordagem colaborativa e inovadora, visando garantir que nenhum aluno seja deixado para trás em seu processo de aprendizagem matemática e geométrica.

Diante desta nova realidade, foi necessário se reinventar como professor, a fim de proporcionar aos alunos uma aula de qualidade, tentando ao máximo desenvolver com os discentes uma capacidade de trabalhar de maneira significativa para construir e desenvolver suas potencialidades nos conteúdos de Matemática como também de Geometria.

Diante disso, consideramos a Resolução de Problemas uma proposta metodológica de ensino que pode ser mais atraente para os alunos, proporcionando assim uma aprendizagem mais consistente, de forma que o aluno perceba que a Matemática usada na escola também pode estar presente em todo o seu cotidiano.

Além disso, o trabalho permite que haja um aprofundamento das questões e conceitos abordados durante as aulas. Fato esse que contribui para um maior entendimento dos conceitos abordados durante a aula, cujo feito é corroborado pelos documentos oficiais como a LDB (Lei de Diretrizes e Base da Educação) (BRASIL, 1996), os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) para o ensino fundamental, médio e de Educação de Jovens e Adultos, bem como a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), cujos documentos regem toda a educação em todo o território nacional, dando autonomia às escolas.

A seguir, abordaremos uma síntese desses documentos, seus objetivos, enfatizando suas finalidades para o Ensino de Matemática, com foco no ensino de Geometria.

2.3.1 Síntese dos Documentos Curriculares (PCN e BNCC)

A década de 1990 ficou marcada para o ensino básico com a criação da nova LDB de 1996 e a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino Fundamental, em 1997 e 1998, e em seguida para o ensino Médio em 1999, estabelecidos pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) de 1996, regulamentada em 1998 pelas Diretrizes

do Conselho Nacional de Educação. Os PCNs são criados tendo como objetivo principal de orientar os educadores por meio de normas fundamentais para cada disciplina, para usarem como referência em seus trabalhos de elaboração de conteúdo, sendo que essas referências podem ser moldadas para cada contexto escolar.

Para fazerem chegar os Parâmetros ao seu destino, um longo caminho foi percorrido. Muitos educadores participaram desta jornada, ficaram muito orgulhosos de poderem estar contribuindo para a melhoria da qualidade do Ensino Fundamental. E isso colaborou muito para que fossem produzidos no contexto das discussões pedagógicas mais atuais. Os PCNs foram criados para servirem de referencial para o trabalho dos professores, respeitando a sua concepção pedagógica própria e a pluralidade cultural de nosso país. E como os PCNs são abertos e flexíveis, eles podem ser adaptados à realidade de cada região de nosso Brasil.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de 1997 foram elaborados para o Ensino Fundamental. Esse documento especifica o ensino em 4 ciclos. Esse documento trata das relações com o saber, o aluno e o professor, destaca os objetivos gerais de ensino, apresenta blocos de conteúdos e aspectos de avaliação. Os objetivos gerais são distribuídos em objetivos específicos para cada ciclo, além de conter blocos de conteúdos, critérios de avaliação e algumas orientações didáticas.

A Geometria é abordada no bloco "Espaço e Forma", esse documento destaca que os conceitos geométricos devem constituir o currículo de matemática, pois, "por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar de forma organizada, o mundo em que vive."(BRASIL, 1997, p. 39). O documento também destaca que a Geometria é fértil para se trabalhar situações problemas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, além de estabelecer conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento.

Desse modo, os PCNs vêm trazer uma mudança para o ensino de matemática, reforçando a importância dos conteúdos geométricos para o desenvolvimento de habilidades nos alunos, relacionando os conceitos estudados em sala de aula com diversas situações do seu cotidiano, e desse modo, proporcionar uma aprendizagem que possa fazer sentido para a vida de cada um deles.

Após vinte anos de os PCNs serem lançados, o Governo Federal anuncia a unificação dos Parâmetros em um único documento, e lançou a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), texto base para toda a Educação Básica brasileira, que "influenciará a formação inicial e continuada dos educadores, a produção de materiais didáticos, as matrizes de avaliações e os exames nacionais que serão revistos à luz do texto homologado da base."(BRASIL, 2018, p. 5).

A BNCC foi homologada pelo Ministério da Educação (MEC) em dezembro de 2017 para as etapas da Educação Infantil e Ensino fundamental, e em dezembro de 2018 para a

etapa do Ensino Médio.

"No que convém à temática Geometria, o documento aborda que envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento"(BRASIL, 2018, p. 227). O documento enfatiza a importância do desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno, necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas, além de produzir argumentos geométricos convincentes.

Essa síntese dos documentos oficiais e da BNCC nos revela como reformas curriculares podem ou não interferir na presença ou ausência de certos conteúdos, como os autores apontam para o caso dos conteúdos Geométricos.

Capítulo 3

REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, realizaremos uma breve análise da metodologia Resolução de Problemas, a qual fundamenta esta pesquisa. O capítulo está estruturado em quatro seções descritas a seguir: a primeira aborda a metodologia Resolução de Problemas e os contextos nos quais ela é integrada para promover o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos; a segunda discute a Resolução de Problemas e a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), percorrendo desde a Constituição de 1988 até a promulgação da BNCC, abrangendo os dias atuais; a terceira seção foca nas Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas e a metodologia Resolução de Problemas, explorando as dificuldades enfrentadas pelos alunos e como a aplicação dessa metodologia, juntamente com questões da OBMEP, pode contribuir para superar esses desafios; por fim, a quarta seção apresenta um levantamento sobre trabalhos científicos correlatos na área da metodologia Resolução de Problemas.

O presente trabalho tem como objeto de estudo a aplicação de conceitos de Geometria para auxiliar os estudantes a pensar e agir na resolução de problemas. Utilizaremos uma seleção de problemas da OBMEP como base para estimular a reflexão e a ação na busca por soluções. Contudo, é imperativo um aprimoramento dos alunos mais substancial nas habilidades geométricas, a fim de prepará-los para enfrentar situações problemas de maneiras diversas. Os conceitos geométricos abordados ao longo deste estudo visam avaliar a compreensão dos alunos e o desenvolvimento de suas habilidades na resolução de exercícios. Para entender melhor a perspectiva do estudante, [Polya \(2006\)](#) destaca:

O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse em suas mentes algum interesse em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades [...]. Quando o professor tenciona desenvolver nos seus alunos as operações mentais correspondentes [...]. ([POLYA, 2006](#), p. 6)

É sabido que a resolução de um problema geométrico está intrinsecamente relacionada à nossa compreensão do tópico em questão. Percebe-se que a habilidade de resolver tal problema está diretamente vinculada aos conhecimentos previamente adquiridos. Portanto, torna-se

necessário realizar uma abordagem prévia dos temas relevantes para facilitar a resolução do problema em questão. Entretanto, nos posicionamos contrários à concepção tradicional do ensino, a qual sempre foi marcada pela reprodução de alguma vivência dos estudantes, como o excesso de fórmulas e cálculos abstratos que podem fazer os alunos perderem o interesse pelo assunto abordado. Segundo [LIBÂNEO](#):

Medeia a relação ativa do aluno com a matéria, inclusive com os conteúdos próprios de sua disciplina, mas considerando os conhecimentos, a experiência e os significados que os alunos trazem à sala de aula, seu potencial cognitivo, suas capacidades e interesses, seus procedimentos de pensar, seu modo de trabalhar. Ao mesmo tempo, o professor ajuda no questionamento dessas experiências e significados, prevê condições e meios cognitivos para sua modificação por parte dos alunos e orienta-os, intencionalmente, para objetivos educativos ([LIBÂNEO, 2011](#), p. 29).

Assim, é de grande importância que se faça uma ligação entre o aluno e o conhecimento matemático, juntamente com as experiências vividas por eles na hora de enfrentar uma situação problema. E neste sentido, sabe-se que o professor deve buscar uma interação ativa entre o aluno e o conteúdo em estudo, possibilitando ao estudante uma forma de se expressar livremente, podendo assim, questionar, demonstrar seus conhecimentos e expor suas dúvidas.

O papel do professor como mediador no processo de ensino-aprendizagem torna-se crucial, especialmente ao explorarmos diversos tópicos da Geometria. O docente deve incentivar nos alunos a construção de significados nos conteúdos abordados nesse domínio. Nesse contexto, a utilização de questões da OBMEP se apresenta como uma ferramenta valiosa para impulsionar o desenvolvimento dos conceitos geométricos dos alunos. Essa abordagem visa instigar neles uma maior vontade e estímulo para aprender e se aprimorar nos temas relacionados ao ensino de Geometria.

Dessa forma, a metodologia Resolução de Problemas será aplicada nesta pesquisa, abrangendo tanto o Ensino Fundamental quanto o Ensino Médio. Para alcançar esse objetivo, é crucial compreender as principais dificuldades enfrentadas pelos estudantes, as quais frequentemente resultam em resistência e limitações no desenvolvimento de competências e habilidades em Geometria. Reconhecemos a importância de apresentar problemas com um nível adequado de dificuldade, permitindo que os alunos vivenciem o processo de construção do conhecimento.

Nesse contexto, é fundamental que o professor crie um ambiente propício para a participação ativa dos alunos, afastando-se de abordagens tradicionais baseadas na mera repetição de conceitos, que muitas vezes negligenciam o diálogo, um elemento essencial para questionar essa metodologia. Segundo [Dante](#),

A resolução de problemas não é uma atividade isolada para ser desenvolvida separadamente das aulas regulares, mas deve ser parte integrante do currículo e cuidadosamente preparada para ser parte integrante do currículo e cuidadosamente preparada para ser realizada de modo contínuo e ativo, usando

habilidades e os conceitos matemáticos que estão sendo desenvolvidos. Não se aprende a resolver problemas de repente. É um processo vagaroso e contínuo, que exige planejamento (DANTE, 1999)

Conforme DANTE (1999), um problema é caracterizado como um desafio a ser superado, algo que instiga no aluno o desejo de vencer e resolvê-lo, demandando um pensamento consciente para alcançar a solução. No entanto, para outros estudiosos, essa definição pode variar de acordo com o estágio de desenvolvimento intelectual e os conhecimentos prévios dos alunos. Além disso, o que pode ser considerado um problema em um determinado contexto pode não ser percebido da mesma forma em outro.

Problema é uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução (LESTER, 2003 apud DANTE, 1999, p. 12).

Um problema é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos específicos para solucioná-la. Com base em DANTE (1999) um problema deve:

- **Ser desafiador para o aluno.**

É uma forma de conquistar os alunos, favorecendo o interesse e desperta o desafio, mesmo diante das dificuldades iniciais. A motivação para encontrar a solução correta se faz necessário. São também evidenciadas à análise das soluções a partir de discussões construtivas.

- **Ser real.**

Esse aspecto permite aos alunos compreender a real importância do aprendizado, permitindo assim o reconhecimento do real propósito da mesma.

- **Ser interessante.**

Perceber a real aplicabilidade das habilidades abordadas no problema para resolver questões que vão além da vida escolar.

- **Ser o elemento de um problema realmente desconhecido.**

O problema deve ser desafiador, para assim motivá-lo a resolvê-lo.

- **Não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas.**

Os problemas não devem ser resolvidos de forma direta, mas sim desafiando aos alunos uma forma mais abrangente e criativa.

- **Ter um nível adequado de dificuldade.**

O nível do problema deve estar de acordo com os temas trabalhados no ano escolar. Quando um desafio é muito difícil pode ocasionar impactos negativos para a turma.

Já na perspectiva das autoras [Onuchic e Allevato \(2011\)](#), durante essa fase, muitos materiais foram desenvolvidos, centrando-se na estratégia de ensino por descoberta, na qual os alunos desempenhavam um papel central nesse processo de aprendizagem.

Ainda que de fato a maioria das pesquisas sobre Resolução de Problemas e seus benefícios terem sido feitas basicamente nos anos 80, George Polya (1887 - 1985) já havia feito estudos e publicações a respeito do tema. Polya é considerado como o pai da Resolução de Problemas, e escreveu um dos principais trabalhos sobre esta metodologia, intitulado "A Arte de Resolver Problemas" ([POLYA, 2006](#)). Nessa obra, o autor descreve os quatro passos para resolver qualquer problema. São eles:

1. **Compreensão do Problema:** Inicialmente, devem-se analisar todos os dados do problema a fim de compreendê-lo. Indagações e sugestões a serem feitas: *Qual é a incógnita? É possível satisfazer a condicionante? Trace uma figura. Adote uma notação adequada.*
2. **Estabelecimento de um Plano:** Alinhar todos os dados a fim de encontrar um plano de resolução. Indagações e sugestões a serem feitas: *Conhece um problema correlato? Considere a incógnita! Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a execução do plano? Utilizou todos os dados? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?*
3. **Execução do Plano:** Colocar em prática e executar o plano estabelecido na fase anterior. Indagações e sugestões a serem feitas: *Verifique cada passo! É possível ver claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que o passo está correto?*
4. **Retrospecto:** Examinar a solução encontrada. Sugestões e indagações a serem feitas: *É possível verificar o resultado? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?*

Durante a resolução de um problema, [Polya \(2006\)](#) aborda o papel do professor em relação aos alunos, sugerindo que atue como um mediador. Nessa posição, o professor realiza intervenções que orientam os alunos na identificação do melhor caminho para encontrar a resposta correta. [Polya \(2006\)](#) destaca que...

Se o aluno não for capaz de fazer muita coisa, o mestre deverá deixá-lo pelo menos alguma ilusão de trabalho independente. Para isto,

deve auxiliá-lo discretamente, sem dar na vista. O melhor é, porém, ajudar o estudante com naturalidade. O professor deve colocar-se no lugar do aluno, perceber o ponto de vista deste, procurar compreender o que se passa em sua cabeça e fazer uma pergunta ou indicar um passo que poderia ter ocorrido ao próprio estudante (POLYA, 2006, p. 1).

Sobre Polya, Onuchic e Allevato (2011) nos diz que

Sua preocupação estava voltada para a melhoria das habilidades da resolução de problemas pelos estudantes e, para que isso ocorresse, era preciso que os professores se tornassem bons resolvedores de problemas e que estivessem interessados em fazer de seus estudantes também bons resolvedores (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 23).

Polya afirma que todas as indagações sobre os temas matemáticos devem ser encaradas de maneira simples e natural. O que ele faz em sua lista é uma ordenação desses passos e sugestões, como destacado por Polya (2006).

Elas indicam uma certa conduta que se apresenta naturalmente a qualquer um que esteja realmente interessado em seu problema e tenha alguma dose de bom senso. Mas aquele que procede de maneira certa geralmente não se preocupa em exprimir o seu procedimento em termos claros, ou possivelmente é incapaz de fazê-lo. A nossa lista procura assim expressar tal fato (POLYA, 2006, p. 3).

3.1 Metodologia de Resolução de Problemas

Em linhas gerais, como sabemos que a **metodologia** é uma palavra derivada de **método**, que vem de origem do latim **methodus** que significa como caminho que se deve percorrer para realizar algo. E Método é o processo que utilizamos para chegar a um objetivo ou conhecimento. Assim, Metodologia é o caminho em que se usa para chegar a um objetivo ou a um conhecimento.

No decorrer deste trabalho, foi empregada a metodologia Resolução de Problemas, visto que ela pode estar relacionada a diversos aspectos envolvidos nos problemas apresentados ao longo desta dissertação. Essa abordagem revela-se particularmente útil para lidar com situações em que vários alunos enfrentam dificuldades. Nesse contexto, torna-se essencial compreender como podemos auxiliar nossos alunos a superar essas barreiras, especialmente quando muitos deles se sentem desmotivados devido à falta de discussão sobre os temas abordados nas aulas de matemática, particularmente no ensino de Geometria. Por isso, optamos por utilizar essa metodologia, um conjunto de estratégias voltadas para a busca de soluções para os problemas específicos que enfrentamos diariamente em sala de aula.

Neste contexto, os professores estão sempre à procura de melhorar a convivência, o relacionamento entre os alunos, para facilitar o entendimento destes sobre o que está sendo desenvolvido em aula.

Frequentemente, o processo de construção do conhecimento é encarado de maneira automática, muitas vezes guiado pela lógica, o que nos permite solucionar problemas de forma intuitiva, sem uma reflexão mais aprofundada. No entanto, será que tudo o que ensinamos aos alunos resultará em sucesso na aprendizagem deles? Creio que não. É por esse motivo que optaremos por utilizar essa metodologia em sala de aula, visando desenvolver nos alunos uma maior capacidade de resolução de problemas. Dessa forma, poderemos avaliar como os alunos podem aprender de maneira mais eficaz todos os conteúdos que abordaremos nesta dissertação.

Entretanto, ao desenvolver esta dissertação, podemos constatar que todo o conhecimento relacionado à matemática, à Geometria e ao ensino de ciências destaca os desafios que essa atividade pode apresentar. Ao direcionarmos nosso olhar para o processo de construção do conhecimento, percebemos que

...ele é dinâmico, caracterizado por incontáveis momentos em que prevalecem resultados obtidos experimental e indutivamente. Quantos não são os casos, na História da Matemática, em que constatamos a construção de conhecimento a partir da busca pela solução de um problema específico? Muitos resultados matemáticos não teriam sido obtidos não fosse a persistência e a criatividade de pessoas motivadas por uma dúvida, por um problema e pela ânsia de resolvê-lo. Não terá sido esse o caso do matemático inglês Andrew Willes, ao demonstrar o Último Teorema de Fermat? A demonstração deste teorema foi um problema que desafiou matemáticos por aproximadamente 350 anos (SINGH, 1998 apud ALLEVATO, 2005, p. 38)

Ao longo da história, inúmeros problemas matemáticos desafiaram os matemáticos, resultando em desafios que por um tempo causaram desconcerto, mesmo entre as mentes mais brilhantes da época. A tentativa de resolvê-los muitas vezes implicou, em diversos casos, processos que levaram à produção de novos conhecimentos, conforme destacado em (BRASIL, 1997)

...a História da Matemática mostra que a Matemática foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Metodologia (BRASIL, 1997, p. 42)

Acredita-se que um dos termos mais comuns durante o processo de ensino-aprendizagem do conhecimento matemático, em todas as etapas educacionais, seja a "Resolução de Problemas". Isso é evidente tanto nas aulas de matemática do Ensino Básico quanto do Ensino Superior. É inegável que, entre as metodologias em destaque atualmente, a Resolução de Problemas se destaca como bastante produtiva, principalmente por estimular nosso alunado a pensar.

Sobre a Resolução de Problemas:

Como as entendemos as aplicações do conhecimento matemático incluem a resolução de problemas, essa arte intrigante que, por meio de desafios,

desenvolve a criatividade, nutre a auto-estima, estimula a imaginação e recompensa o esforço de aprender (LIMA, 2004, p. 141).

Nesse mesmo sentido,

É possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar o raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem no seu dia a dia, na escola ou fora dela (DANTE, 1999, p. 11-12).

3.2 A Resolução de Problemas e a BNCC

No contexto da educação básica brasileira, composta pela Educação Infantil (EI), o Ensino Fundamental (EF) e o Ensino Médio (EM), deparamo-nos com diversos documentos oficiais, como parâmetros, medidas provisórias, leis, entre outros. Esses documentos orientam e regulamentam o funcionamento das unidades escolares no país, além de abordar as propostas pedagógicas das escolas, como o PPP (Projeto Político Pedagógico) de vários cursos de educação no país.

Desde o ano de 1988, quando foi promulgada a Constituição Federal (CF), o direito fundamental à educação é assegurado por seus artigos, colocando-o como uma garantia do Estado, da família e da sociedade. Esse direito é explicitado no terceiro capítulo da CF, em seu artigo 205, que estabelece:

A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (BRASIL, 1988).

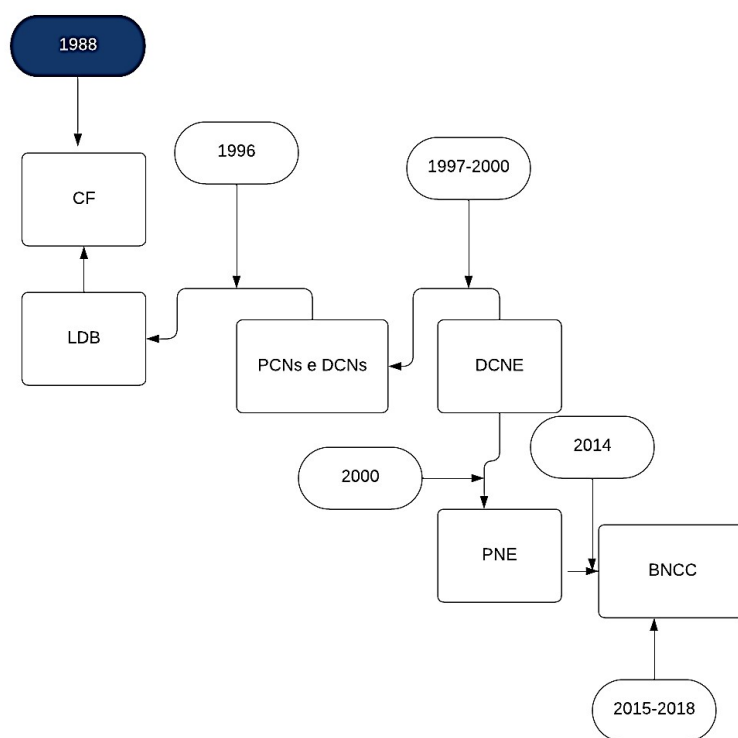
A partir da CF, a educação brasileira tem estabelecido diretrizes e debatido modos de funcionamento dos ambientes escolares, abrangendo não apenas a CF de 1988, mas também a Lei de Diretrizes e Bases (LDB), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs), as Diretrizes Curriculares Nacionais de Educação (DCNE), o Plano Nacional de Educação (PNE) e o documento mais recente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A figura 18 mostra o esquema de evolução desses marcos legais.

Com isso, vamos ver como é feito tendo por base o fluxograma a seguir.

Considerando que esse contexto se inicia com a Constituição Federal (CF), chegamos à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que é apresentada como:

um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica, de modo que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que solicita o PNE (BRASIL, 2018, p. 7)

Figura 18 – A Resolução de Problemas e a BNCC



Fonte: O Autor

3.3 A Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e a Metodologia Resolução de Problemas

No Brasil, como em qualquer outro país, ao abordar a disciplina de Matemática, é comum mencionar o elevado índice de reprovações e os fatores que dificultam a aprendizagem dessa disciplina. Com isso o Ministério da Educação e Cultura (MEC), o Ministério da Ciência e Tecnologia e Inovação (MCTI) e o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), apoiados pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), criaram a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) com a intenção de promover o estudo de Matemática no Brasil. Além disso, é crucial ressaltar que a Matemática vai além de ser apenas uma disciplina escolar, sendo uma ferramenta essencial na resolução não apenas de problemas matemáticos, mas também de questões relacionadas à geometria. Vimos que, desde a criação da OBMEP, o número de escolas e alunos interessados tem consistentemente aumentado. Esse fenômeno tem gerado um significativo interesse por parte dos estudantes, tanto nas provas em si quanto na preparação para enfrentá-las. Vale destacar que a organização da prova disponibiliza um banco de questões de todos os níveis, assim como provas anteriores com suas respectivas correções.

Dessa forma, os alunos interessados podem estudar ou criar grupos de estudos para

analisar os conteúdos abordados e a se preparar para a prova. Entretanto, podemos perceber o enorme quantitativo de alunos que não se preparam, e muitos desses nem sabem o que seja a OBMEP, por isso, se percebe que todas essas dificuldades dos alunos podem ser sanadas pelos professores para que possam suprir as necessidades dos discentes. Com isso, espera-se que em um futuro próximo essa dificuldade diminua nas salas de aula. Utilizando o banco de dados da OBMEP, todos os professores podem ter acesso a todas as provas aplicadas nos últimos anos, bem como a diversas questões juntamente com vídeos explicativos, nos quais são apresentadas diversas resoluções de questões da OBMEP, de outras olimpíadas de matemática no Brasil como também em outros Países. E como as questões da OBMEP são problemas que envolvem, além de conteúdos de sala de aula, como também de diversas situações do dia a dia, como também questões de raciocínio lógico matemático como nos diz a BNCC. Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental (BRASIL, 2018, p. 266).

Em breve, implementaremos estratégias para garantir que os alunos realmente absorvam todo o conhecimento disponível, indo além dos tópicos presos a fórmulas. Isso permitirá que compreendam o método de resolução de problemas, incentivando a busca por abordagens inovadoras. De acordo com os autores GROENWALD et al. (2009) baseado em Garcia e Garcia (1993),

Problema é algo que não pode ser resolvido automaticamente, mediante os mecanismos que normalmente utilizamos, mas que exige a utilização de diversos recursos intelectuais. Um problema não precisa ser uma pergunta explicitamente formulada, (mesmo que, em última instância, sempre se reduza a uma modalidade de pergunta), mas pode ser uma situação incerta que estimula a curiosidade científica, um conjunto de dados difíceis de combinar com conclusões anteriores e que, por isso, obriga a buscar mecanismos de reajuste e compatibilização (GROENWALD et al., 2009, p. 30).

Dessa forma a resolução de problemas permite ao professor propiciar ao aluno uma forma de ele construir o seu próprio caminho, uma vez que tais atividades promovem um tipo de desafio, o que faz com que o discente, sinta vontade de resolvê-lo. Como afirma Polya (2006)

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta (POLYA, 2006, p. 5).

Buscamos estimular a criatividade dos alunos, visando despertar neles a curiosidade, para que se sintam capacitados a resolver problemas. AZEVEDO (2017) endossa essa ideia com o seguinte pensamento:

Problema, para nós, é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer. Assim, problemas com enunciados, exercícios simples ou complexos ou ainda demonstrações, de qualquer natureza, que não sabemos fazer, constituem-se em problemas (AZEVEDO, 2017, p.).

A partir desse enfoque, os alunos encontram menos dificuldades para lidar com os problemas propostos nas atividades. Isso ocorre, pois a maioria deles se mostra mais interessada ao perceber que estão explorando além do conteúdo tradicional de sala de aula. A partir dessa experiência, eles começam a reconhecer que a Matemática pode se manifestar em problemas envolvendo não apenas álgebra e aritmética, mas também Geometria.

Considerando a necessidade, conforme estabelecido na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), de desenvolver as habilidades dos alunos na resolução de problemas, acreditamos que isso não ocorre apenas quando os problemas são abordados, mas também quando há a construção de conceitos dentro da perspectiva da resolução de problemas. Diante desse entendimento, apresentamos uma proposta que visa à organização do ensino, buscando favorecer a aprendizagem de conceitos por meio da resolução de problemas.

3.4 Trabalhos Relacionados

Com o objetivo de engrandecer o aporte teórico desta dissertação, foi feita uma pesquisa na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) sobre a metodologia experimentada, sobre a OBMEP na metodologia Resolução de Problemas.

Nos dias atuais, a BDTD é a maior iniciativa brasileira em termos de bibliotecas digitais de teses e dissertações, com um total de 899.067 teses e dissertações; esta passou por diferentes processos de atualização, desde o sistema em si ao padrão de métodos utilizado:

- 2003: aprovação pelo CTC o projeto de reestruturação do sistema BDTD;
- 2006: lançamento do novo portal do BDTD;
- 2012: Início da revisão do Padrão Brasileiro de Metadados para Descrição de Teses e Dissertações(BDTD) e constituição do grupo de trabalho coordenado pelo IBICT, que contou com a participação de 16 instituições brasileiras de ensino e pesquisa participantes da, hoje chamada, Rede BDTD;
- 2012/2013: Início da atualização tecnológica da BDTD (Portal de busca e coletador) e atualização do Sistema de Publicação Eletrônica de Teses e Dissertações (TEDE);
- 2014: Lançamento do novo Padrão de Metadados da BDTD; do novo Sistema da BDTD (Portal e Coletador) e; do novo TEDE;
- 2016/2017: Atualização e apresentação do novo Portal da BDTD e coletador de metadados;

- 2023: Atualização do leiaute da BDTD e apresentação da interface do gestor de repositórios digitais e bibliotecas locais de teses e dissertações.

Assim, em nossos dias, temos que a BDTD se consolida como uma das maiores iniciativas do mundo, para a disseminação e visibilidade de teses e dissertações.

Considerando a BDTD, identifiquei 112 trabalhos que abordam a OBMEP como tema. Dentre esses, há 4 dissertações e 1 tese que exploram a OBMEP na perspectiva da Resolução de Problemas. Essas 4 dissertações e 1 tese foram fundamentais como base para o desenvolvimento da minha própria dissertação.

Quadro 1 – Trabalhos sobre Metodologia de Resolução de Problemas

TÍTULO	IES	ANO	TIPO	AUTOR
A OBMEP sob uma perspectiva de resolução de Problemas	UNB	2014	Dissertação	Fideles, E. C.
Análise e avaliação das questões do nível 1 e 2 da primeira fase da OBMEP sob uma perspectiva de resolução de problemas	UFERSA	2017	Dissertação	SILVA, P. H das Chagas
A Resolução de Problemas na introdução de conteúdos e conceitos matemáticos: um olhar a partir da das questões Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas	UNICAMP	2023	Tese	SILVA, P. H. das Chagas
A OBMEP sob a ótica da Resolução de Problemas: Um relato de experiência	UFERSA	2020	Dissertação	F. C de Araújo
Programa OBMEP na Escola e o Ensino da Matemática por meio de Resolução de Problemas	UFF	2020	Dissertação	Márcio Jhonny Rosenberg

Fonte: Autoria própria.

Ao longo desta pesquisa, examinei diversos trabalhos relacionados ao tema proposto para a dissertação. Alguns desses trabalhos serão utilizados para validar ou contestar as metodologias adotadas por eles, estabelecendo uma relação com o meu próprio trabalho.

Esses trabalhos foram selecionados durante a pesquisa devido ao seu objetivo comum de estimular o interesse e aprofundar a compreensão de conteúdos matemáticos por meio da metodologia resolução de problemas. Além disso, buscam desenvolver aprendizagens que superem a simples reprodução mecânica de fórmulas prontas. Utilizando como fonte de coleta

de dados os resultados de desempenho de alunos na OBMEP e a observação dos participantes. Os resultados mostraram que o uso da metodologia Resolução de Problemas em sala de aula contribuiu com pontos positivos de ensino, além de proporcionar um bom desempenho dos estudantes na olimpíada.

Vimos também, que a matemática, muitas vezes, é vista como uma ciência extremamente difícil, distante do alcance do aluno e de exclusividade para poucos. Pensamos o oposto. Acreditamos que todos os estudantes devem ter acesso ao conhecimento matemático e que tais ferramentas do saber possibilitam uma melhor inserção do indivíduo na sociedade e na superação de desigualdades. No intuito de superar abordagens tradicionais, centradas excessivamente na transmissão de conteúdos e que, de certa forma, minimizam o potencial dos estudantes, nossa proposta de ensino interveio na inserção de situações-problema em sala de aula como forma de aumentar o interesse e a compreensão dos conteúdos matemáticos. Buscando, nesse processo, tornar o aluno ativo na construção do seu próprio conhecimento.

Esperamos que o que foi relatado aqui, possa favorecer o aluno no seu desempenho em Geometria tanto no Fundamental II, como também no Médio.

Capítulo 4

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, são delineados os aspectos metodológicos fundamentais do presente trabalho. A estrutura deste capítulo é composta por uma análise da coleta de dados, bem como da elaboração da sequência didática, com as respectivas descrições das atividades desenvolvidas com as turmas e a justificativa do trabalho.

4.1 Caracterização da Pesquisa

A proposta desta pesquisa é investigar como a metodologia de Resolução de Problemas pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem nos temas relacionados à geometria. Para alcançar esse objetivo, serão analisadas duas turmas: uma do 7º ano e outra do 8º ano do ensino fundamental, provenientes de duas escolas públicas. A turma do 7º ano pertence a uma instituição pública no município de Campos dos Goytacazes - RJ, na figura 19, enquanto a turma do 8º ano é proveniente de uma escola pública no município de Macaé - RJ, na figura 20.

Figura 19 – Escola Municipal Albertina Azeredo Venâncio



Fonte: O Autor

Assim, esta pesquisa adota uma abordagem qualitativa para analisar os resultados obtidos, visando corroborar como a aplicação dessa metodologia pode contribuir para o

Figura 20 – Colégio Municipal Botafogo



Fonte: O Autor

desenvolvimento de uma aprendizagem mais satisfatória nos alunos.

4.2 Os sujeitos da Pesquisa

A presente pesquisa foi experimentada no Colégio Municipal Botafogo, localizado na Rua Antônio Bichara Filho, 343-415 no bairro Botafogo, no município de Macaé – RJ e na Escola Municipal Albertina de Azeredo Venâncio, localizada na Avenida Antônio Luiz da Silveira, 204 – Centro em Travessão de Campos, Campos dos Goytacazes – RJ. Os termos de solicitação para a realização das atividades, a autorização das escolas para a experimentação da pesquisa e o termo do responsável encontram-se no Apêndice A. O Colégio Municipal Botafogo oferta as seguintes modalidades de ensino: Anos Finais do Ensino Fundamental Regular e EJA (Educação de Jovens e adultos). A escola funciona nos três turnos, e possui um total de 954 alunos, distribuídos em 32 turmas. A estrutura física da escola é modesta: todas as salas são equipadas com quadro branco, ventilador e ar condicionado. Além disso, a escola possui uma biblioteca, uma quadra que está precisando de melhoras e laboratório de informática, onde os alunos tem acesso aos computadores no ambiente escolar. A escolha do Colégio Municipal Botafogo foi motivada pelo apoio entusiástico da direção, dos professores e dos alunos, demonstrando um ambiente propício para o estímulo de pesquisas acadêmicas e o constante desejo de proporcionar o melhor para os alunos. E a outra é a Escola Municipal Albertina de Azeredo Venâncio, que oferta as seguintes modalidades de ensino: Anos iniciais do Ensino Fundamental, anos finais do Ensino Fundamental nas modalidades regular e EJA (Educação de Jovens e adultos). A escola funciona nos três turnos, e possui um total de 814 alunos, distribuídos em 26 turmas. A estrutura física da escola é modesta: todas as salas são equipadas com quadro branco e

ventilador. Além disso, a escola possui uma biblioteca, uma quadra coberta e laboratório de ciências e informática onde os alunos tem acesso aos computadores no ambiente escolar.

É relevante ressaltar que a implementação teve início em abril de 2023. No ano de 2022, foi necessário focar intensamente nos conteúdos básicos de Matemática devido aos desafios decorrentes da pandemia. Os alunos apresentavam uma considerável defasagem nos conceitos que seriam abordados em sua série. Diante desse contexto, optou-se por adiar a aplicação para o ano seguinte.

4.3 Instrumentos Empregados para a Coleta de Dados e Abordagem da Pesquisa

Para a coleta de dados, empregou-se um questionário composto por dez questões de Geometria, dividido em duas partes. Estas partes apresentam questões ilustradas por meio de desenhos que representam os conceitos geométricos a serem abordados.

A primeira parte do questionário consistiu em cinco questões. Na primeira questão, os alunos foram solicitados a contar a quantidade de segmentos formados em diversos polígonos. Na segunda questão, deveriam determinar a quantidade de quadriláteros que poderiam ser formados. Na terceira, era necessário estabelecer a quantidade de ângulos em cada polígono em questão. A quarta questão propunha calcular a soma dos ângulos internos de um polígono qualquer, enquanto a quinta abordava a determinação de retas paralelas, concorrentes ou concorrentes e perpendiculares.

A segunda parte focava em ângulos desenhados em quadriláteros e outros polígonos. Na segunda questão, os alunos deveriam classificar os ângulos como agudos, retos ou suplementares. A terceira propunha considerar e provar que os ângulos opostos pelo vértice são congruentes. Na quarta, explorava-se a relação entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. A quinta abordava diversos problemas relacionados às áreas de figuras planas e figuras espaciais, incluindo o cálculo de volumes.

As respostas dos estudantes serão expostas e discutidas, apresentando os resultados juntamente com as abordagens utilizadas pelos alunos para encontrar as soluções. Realizar-se-á uma análise das respostas para verificar o aprendizado dos alunos em relação aos tópicos abordados em sala de aula.

Considerando uma abordagem qualitativa, as técnicas de observação foram utilizadas como um método de investigação, pois, possibilitam o contato pessoal do pesquisador com o que está sendo pesquisado, para que chegue o mais perto possível das perspectivas dos sujeitos pesquisados com a Resolução de Problemas. Segundo [BOGDAN; BIKLEN](#) "Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico". Isso possibilita que o

pesquisador interprete aquilo que busca realizar em seu trabalho. Ao longo desta pesquisa, é possível perceber um delineamento traçado por diversos educadores que aplicam estratégias de resolução de problemas. Esse processo costuma ser descrito em etapas, tais como:

Identificação da situação: reconhecer que há um problema a ser resolvido;

Distinção do problema: especificamente o que se precisa resolver e como poderá ser feito;

Investigação: estudar formas de chegar ao objetivo, quais meios e objetos que podemos empregar;

Planejamento: desenvolver a solução levantada na investigação, empregando melhorias às ideias iniciais;

Execução: realizar o previsto para atingir a resolução do problema.

Através destas etapas, é possível perceber como o processo de desenvolvimento e construção do conhecimento deve estar alinhado, permitindo que o educando desenvolva suas competências e habilidades.

4.4 Etapas da Pesquisa

Esta seção apresenta as Seguintes etapas para a experimentação desta pesquisa.

a. Tema: Geometria.

b. Conteúdos pré-requisitos: Situações problemas envolvendo conceitos de Geometria.

c. Conteúdos abordados: áreas, perímetros de figuras geométricas planas e operações envolvendo a medida de ângulos.

d. Habilidades da BNCC:

EF07MA26: Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, ...

EF08MA19: Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

EF06MA29: Analisar mudanças que ocorrem no perímetro e na área das figuras planas, quando modificamos a medida de seus lados, fazendo essa análise comparando com sua área.

EF08MA14: Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

EF08MA19: Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em

situações como determinar medida de terrenos.

e. Tempo de execução: 16 aulas

f. Para desenvolver esta sequência didática, foi fundamental iniciar cada dia de aula com a apresentação de um problema como ponto de partida. Após os alunos resolverem o problema, dedicamos tempo para discutir e explicar o conteúdo da aula. Essa abordagem visa proporcionar aos estudantes a capacidade de enfrentar uma variedade de desafios em suas vidas, não apenas os relacionados à Matemática. Além disso, disponibilizamos vídeos aulas sobre os temas abordados em cada encontro. Aos alunos com acesso à internet em casa, fornecemos os vídeos com antecedência para que pudessem assisti-los antes das nossas aulas presenciais.

g. Metodologia de ensino: Resolução de Problemas - Foi feita com as turmas uma série de exercícios, visando aplicar esta metodologia no processo de ensino-aprendizagem.

h. Objetivos: Promover o ensino de geometria e seus conceitos, possibilitando aplicações em diversos assuntos abordados durante as aulas.

i. Público-alvo: Estudantes do 7º e 8º ano do Ensino Fundamental, da Escola Municipal Albertina de Azeredo Venâncio e do Colégio Municipal Botafogo.

j. Instrumentos avaliativos: No final dos Encontros com as turmas foi realizada uma avaliação para verificar como foi a aprendizagem dos alunos.

k. Descrição das aulas: O cronograma do desenvolvimento detalhado das aulas está disposto no Quadro 2.

4.5 Aplicação e Características da Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida com 40 alunos de duas turmas, sendo uma do 7º ano da Escola Municipal Albertina de Azeredo Venâncio, com 20 alunos participando da pesquisa e uma turma do 8º ano do Colégio Municipal Botafogo, também com 20 alunos participando. Os alunos participantes do Albertina serão aqui identificados como A1, A2, A3, ..., A19 e A20, enquanto os alunos do Botafogo como B1, B2, B3, ..., B19 e B20.

Os encontros foram realizados de maneira tanto assíncrona quanto síncrona. Para otimizar o desenvolvimento dos alunos, iniciamos com a apresentação de vídeos, permitindo que fossem assistidos em casa para uma melhor compreensão dos temas a serem abordados nas aulas subsequentes. Esses vídeos fazem parte do Programa de Iniciação Científica (PIC) da OBMEP e foram sugeridos aos alunos como uma forma de proporcionar uma compreensão mais aprofundada dos tópicos a serem explorados nesta pesquisa.

Foram selecionados quatro vídeos, ministrados pelo Professor Marcos Paulo do CEFET-RJ, que estão no quadro 3 todos pertencentes ao PIC da OBMEP. Embora curtos, esses vídeos são excelentes para introduzir os assuntos que serão discutidos durante nossos encontros com a

Quadro 2 – Cronograma do desenvolvimento detalhado das aulas

DATA	MET.	ATIVIDADE	CONTEÚDO	D
03/05/2023 04/05/2023	Síncrona	Apresentação da Metodologia	Geometria – Resolução de Problemas	2 h
10/05/2023 11/05/2023	Síncrona	Explicação do conteúdo tendo por base a Metodologia de Resolução de Problemas	Noções de Perímetro com a Metodologia adotada	2 h
17/05/2023 18/05/2023	Síncrona	Exercícios sobre áreas envolvendo a metodologia de Resolução de Problemas	Noções de áreas de figuras planas	2 h
23/05/2023 24/05/2023	Síncrona	Correção dos problemas com análise das soluções que os mesmos encontraram	Correção dos problemas	2 h
31/05/2023 01/06/2023	Síncrona	Explicação e problemas sobre ângulos envolvendo a metodologia de Resolução de Problemas	Ângulos com a Metodologia de Resolução de Problemas	2 h
14/06/2023 15/06/2023	Síncrona	Situações problemas envolvendo todo o conteúdo abordado em aula e Revisão	Revisão de todo conteúdo estudado pelas turmas durante o corrente mês.	2 h
21/06/2023 22/06/2023	Síncrona	Avaliação dos conteúdos abordados com a utilização desta metodologia.	Avaliação sobre o uso da Metodologia no ensino de Geometria.	2 h

Fonte: Autoria própria.

turma. A utilização dessas videoaulas visa suscitar um maior interesse pelo conteúdo abordado e garantir o desenvolvimento dos alunos.

As videoaulas são curtas, visando ser um facilitador na retenção do conteúdo e auxiliando no desenvolvimento das competências e habilidades nos assuntos abordados durante a pesquisa. Posteriormente, durante nossos encontros síncronos, o professor explicará novamente todo o material abordado nas aulas assíncronas, acreditando que essa abordagem manterá o interesse dos alunos elevado.

É relevante destacar que as videoaulas do PIC têm sido benéficas para muitos alunos, contribuindo para um aumento significativo do interesse nos conceitos matemáticos. O envolvimento dos alunos, tanto na visualização das videoaulas quanto na participação ativa durante as explicações do professor, tem gerado um considerável interesse no desenvolvimento desta metodologia.

Veremos os detalhes desta aplicação no Quadro 3 a seguir

Conforme explicado, a metodologia utilizada foi a Metodologia Resolução de Problemas,

Quadro 3 – Cronograma do desenvolvimento detalhado das aulas assíncronas

Data	Met.	Atividade	Vídeo	Duração
10/04/23 12/04/23	Assíncrona	Geometria - Aula 1 : Usando esquemas geométricos	I. C. OBMEP	15 min.
13/04/23 14/04/23	Assíncrona	Geometria - Aula 2 : Segmento de reta	I. C. OBMEP	15 min.
17/04/23 18/04/23	Assíncrona	Geometria - Aula 3 : Semirretas e retas	I. C. OBMEP	16 min.
20/04/23 21/04/23	Assíncrona	Geometria - Aula 5 : Ângulos	I. C. OBMEP	14 min.

Autoria própria

segundo a proposta de [ALLEVATO](#) (2005).

Isso significa que, quando o professor adota essa metodologia, os alunos podem aprender tanto sobre resolução de problemas, quanto aprendem Matemática para resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática através da resolução de problemas ([ONUCHIC](#); [ALLEVATO](#), 2005, p. 61).

Durante a aplicação desta metodologia com as turmas, vale a pena ressaltar algumas informações que são importantes para verificar o aprendizado dos alunos após a utilização desta metodologia.

O esquema a seguir sintetiza essas ideias com a sugestão das 10 etapas para o desenvolvimento da Metodologia.

- 1. Proposição do problema gerador** - O professor escolhe ou desenvolve um problema que vise a construção do conteúdo que se pretende naquela aula.
- 2. Leitura individual; aluno recorre aos conhecimentos prévios** - Após receber o problema impresso, cada aluno faz sua leitura do problema, na qual poderá entrar em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua interpretação (compreensão) do problema.
- 3. Em pequenos grupos, alunos discutem e aprimoram compreensões** - Após a leitura individual, são formados pequenos grupos, quando os alunos leem novamente o problema e o discutem. O professor atua nesse momento, auxiliando os alunos na compreensão do problema, mas as ações realizadas pelos alunos.
- 4. Alunos em grupos, resolvem o problema** - Nessa etapa, os alunos resolvem o problema gerador utilizando a linguagem matemática e outros recursos, se necessário, como: linguagem, escrita, gráficos, imagens, etc.

5. **Professor incentiva e observa** O professor deve estimular a troca de ideias, incentivando-os a usar conhecimentos prévios, que são conhecimentos já adquiridos em momentos anteriores, além de auxiliá-los em suas dificuldades, mas sem fornecer respostas, de modo que os alunos sejam os responsáveis por suas soluções.
6. **Alunos apresentam resoluções** - Depois de terem as resoluções, um integrante de cada grupo vai à lousa, onde registra a solução do seu grupo, independente da resposta, seja ela correta ou não.
7. **Em plenária, professor e alunos discutem ideias, concepções** - Nessa etapa, alunos e professor discutem juntos as soluções apresentadas na etapa anterior. Os alunos devem defender suas ideias e pontos de vista e avaliar suas próprias resoluções.
8. **Busca de consenso sobre as resoluções** - Novamente em conjunto, alunos e professor discutem as soluções apresentadas, a fim de se chegar a um consenso. Momento oportuno para aperfeiçoar leitura e escrita matemática, fundamentais na construção do conhecimento.
9. **Professor formaliza o conteúdo matemático** - Neste momento, o professor vai à lousa, redige uma resolução correta, formal, utilizando linguagem matemática adequada e estruturada, assim, os conceitos e procedimentos construídos através da Resolução do Problema, são padronizados. Deve ainda, destacar as diferentes técnicas operatórias e se necessário, construir demonstrações.
10. **Proposição e resolução de novos problemas** - Após a formalização do conteúdo, o professor propõe novos problemas a fim de analisar se os conceitos introduzidos através do problema gerador foram compreendidos pelos estudantes. Além disso, esses novos problemas serão úteis na aplicação do conteúdo estudado em exercícios práticos e situações matemáticas.

([ONUCHIC; ALLEVATO, 2011](#)) adotam a nomenclatura Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas por acreditarem que esses três tópicos ocorrem simultaneamente dentro das situações em sala de aula durante a construção do conhecimento pelo aluno, quando o professor atua como mediador. "A avaliação do crescimento dos alunos é feita, continuamente, durante a resolução do problema"([ONUCHIC; ALLEVATO, 2009](#), p. 142).

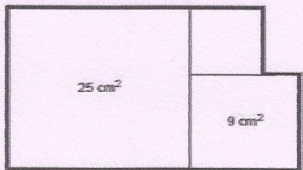
E ainda tem na figura do Professor mediador, questionador, gerador de situações que visem o aprendizado dos alunos pela metodologia apresentada.

4.5.1 1º Encontro

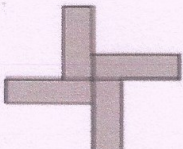
Neste encontro, discutiremos um pouco sobre a aplicação dessa metodologia, abordando o desenvolvimento dos problemas 1 e 2 OBMEP (2024).

Figura 21 – Problemas 1 OBMEP (2006) e 2 OBMEP(2005)

1. (OBMEP 2006) A figura é formada por três quadrados, um deles com área de 25cm^2 e o outro com área de 9cm^2 . Qual é o perímetro da figura?



2. (OBMEP 2005) Tia Anastácia uniu quatro retângulos de papel de 3cm de comprimento por 1cm de largura, formando a figura a seguir. Qual é o perímetro da figura?



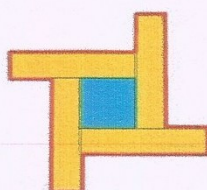
Fonte: Problema 8 OBMEP (2006) nível 1 e Problema 1 OBMEP (2005) 2ª fase

4.5.2 2º Encontro

Neste segundo encontro foram resolvidas as questões 3, 4 e 5; nas quais as competências necessárias para resolver estes problemas que envolvem área de alguns quadriláteros e perímetro, onde todos os problemas os alunos utilizam a metodologia adotada nesta pesquisa. [OBMEP](#) (2024).

Figura 22 – Problema 3 - OBMEP 2014

3. (OBMEP 2014) Juntando, sem sobreposição, quatro ladrilhos retangulares de 10cm por 45cm e um ladrilho quadrado de lado 20cm, Rodrigo montou a figura abaixo. Com uma caneta vermelha ele traçou o contorno da figura. Qual é o comprimento desse contorno?



Fonte: Problema 3 nível 1 da OBMEP 2014

Figura 23 – Questão 1 da segunda fase - OBMEP 2007

4- (OBMEP 2007) João Grilo tem um terreno retangular onde há um galinheiro e um chiqueiro retangulares e uma horta quadrada, cujas áreas estão indicadas na figura.

--- Cerca com 2 fios
 — Cerca com 3 fios
 — Cerca com 4 fios

a) Qual é a área do terreno do João Grilo?

b) Quais são as medidas dos lados do galinheiro?

c) João Grilo cercou a horta, o galinheiro e o chiqueiro com cercas feitas com diferentes números de fios de arame, como indicado na figura. Quantos metros de arame ele usou?

Fonte: Problema 1 da OBMEP 2007 - nível 1

Figura 24 – Problema 8 da OBMEP 2017

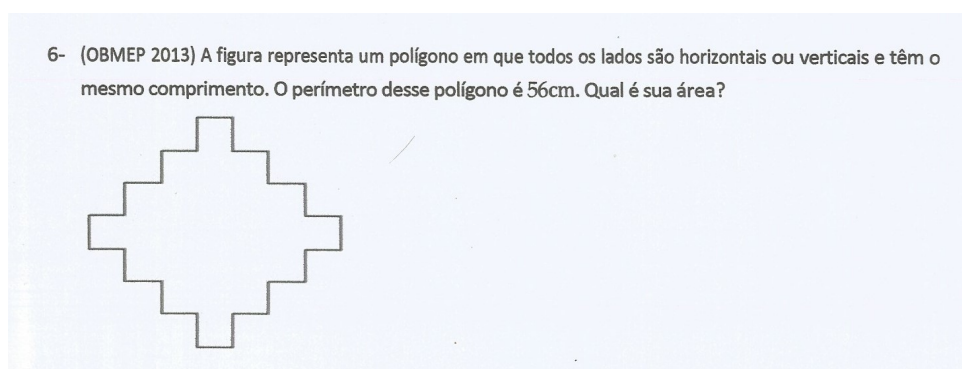
5- (OBMEP 2017) Vários quadrados foram dispostos um ao lado do outro em ordem crescente de tamanho, formando uma figura com 100 cm de base. O lado do maior quadrado mede 20 cm. Qual é o perímetro (medida do contorno) da figura formada por esses quadrados?

Fonte: Avaliação nível 1 da OBMEP 2017

4.5.3 3º Encontro

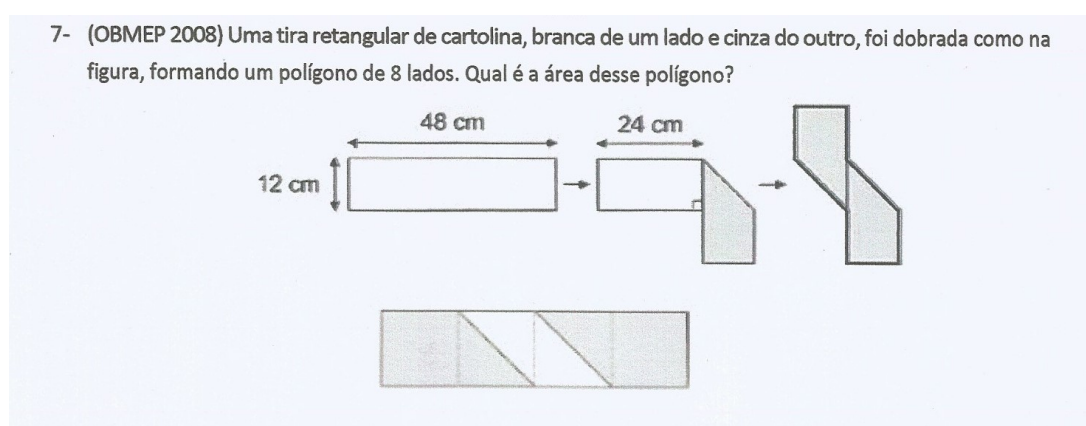
Neste terceiro encontro, foram resolvidas as questões 6 e 7, utilizando como base os exercícios já feitos pelas turmas no decorrer da pesquisa. [OBMEP \(\)\(2024\)](#)

Figura 25 – Problema 9 da OBMEP



Fonte: Avaliação nível 1 da OBMEP 2016

Figura 26 – Problema OBMEP 2008

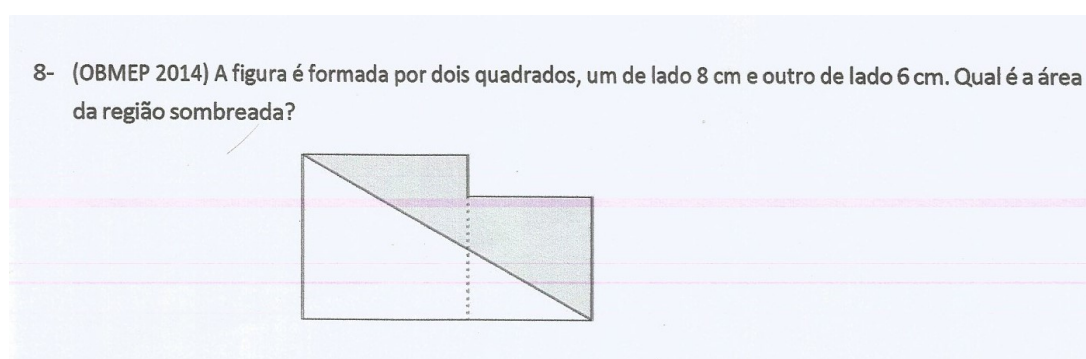


Fonte: OBMEP 2008

4.5.4 4º Encontro

Neste quarto encontro foram feitos os problemas 8 ??) e no problema 9 uma questão do livro [Holanda e Chagas \(2019\)](#)

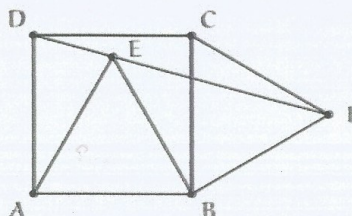
Figura 27 – Problema 7 da OBMEP 2014



Fonte: Avaliação 1 - OBMEP 2014

Figura 28 – Problema 5.15 do livro Círculos de Matemática da OBMEP

9- Construímos dois triângulos equiláteros ABE interno e BFC externo ao quadrado ABCD. Prove que os pontos D, E e F se localizam na mesma reta.

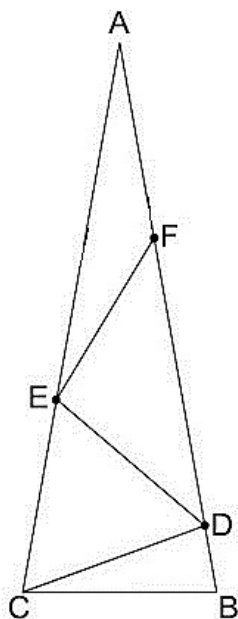


Fonte: Círculos de Matemática da OBMEP - Volume 2

4.5.5 5º Encontro

Neste quinto encontro foi resolvido por eles o problema 10, figura 29 do livro Fundamentos de Matemática Elementar (DOLCE; POMPEO, 2013).

Figura 29 – Questão 185 - Livro 9 - Fundamentos de Matemática Elementar



Fonte: (DOLCE; POMPEO, 2013)

No caso deste problema, os alunos de ambas as turmas enfrentaram dificuldades até mesmo para compreender a resolução. Nem os alunos do 8º ano do Colégio Botafogo, que já tinham domínio do conteúdo de Equações do primeiro grau, nem os alunos do Albertina, que não tinham o mesmo domínio, não apresentaram maior facilidade em comparação. Durante essa aula, o professor utilizou a metodologia Resolução de Problemas para auxiliar os alunos a desenvolverem o raciocínio necessário para chegar à solução do problema.

O envolvimento e interesse dos alunos na proposta permitiram que compreendessem e desenvolvessem competências e habilidades para resolver esse problema. Entretanto, o professor pesquisador tem dúvidas quanto ao entendimento completo de todos os alunos em relação à resolução desse problema. Durante a explicação, notou que muitos alunos estavam apenas copiando a resolução da questão, indicando uma possível falta de compreensão mais aprofundada.

Capítulo 5

EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, vamos realizar uma análise da resolução dos exercícios, bem como, uma análise da avaliação e da aplicação da proposta didática.

5.1 A Utilização da Metodologia Resolução de Problemas

Nesta seção, realizaremos um estudo sobre a aplicação da metodologia Resolução de Problemas, bem como uma análise da proposta de ensino fundamentada nessa abordagem. O objetivo é avaliar a eficácia do ensino de Geometria por meio de problemas, como os propostos pela OBMEP. Alguns alunos conseguem resolver os problemas com facilidade, enquanto outros, que enfrentam desafios nos conteúdos de Matemática e Geometria, buscam desenvolver estratégias, motivação, participação e aprimoramento do conhecimento geométrico. A introdução dos assuntos, já utilizando a metodologia Resolução de Problemas, foi essencial para familiarizar os alunos com os temas e estimular maior interesse no desenvolvimento desta pesquisa.

Inicialmente, foram apresentadas breves explicações sobre os temas a serem abordados nos encontros, sempre utilizando a metodologia Resolução de Problemas. Em cada discussão sobre um conceito geométrico específico, era proposta uma situação-problema para que os alunos pudessem debater entre si, com o professor atuando como orientador e facilitador do processo de ensino-aprendizagem. O objetivo era capacitar os alunos a resolverem e questionarem o entendimento do conteúdo abordado em sala de aula.

Após as discussões em sala de aula, o professor e toda a turma participavam de um debate sobre os conceitos abordados durante a aula, proporcionando um aprofundamento do assunto.

Esse método permitia ao professor desenvolver de maneira mais eficaz o conteúdo,

envolvendo ativamente os alunos no processo de ensino-aprendizagem. Questões-problema relacionadas ao tema da aula eram entregues aos alunos para discussão na aula seguinte. Essa abordagem foi aplicada ao longo do segundo bimestre, abrangendo diversos temas de Geometria dos anos 6º, 7º e 8º do ensino fundamental.

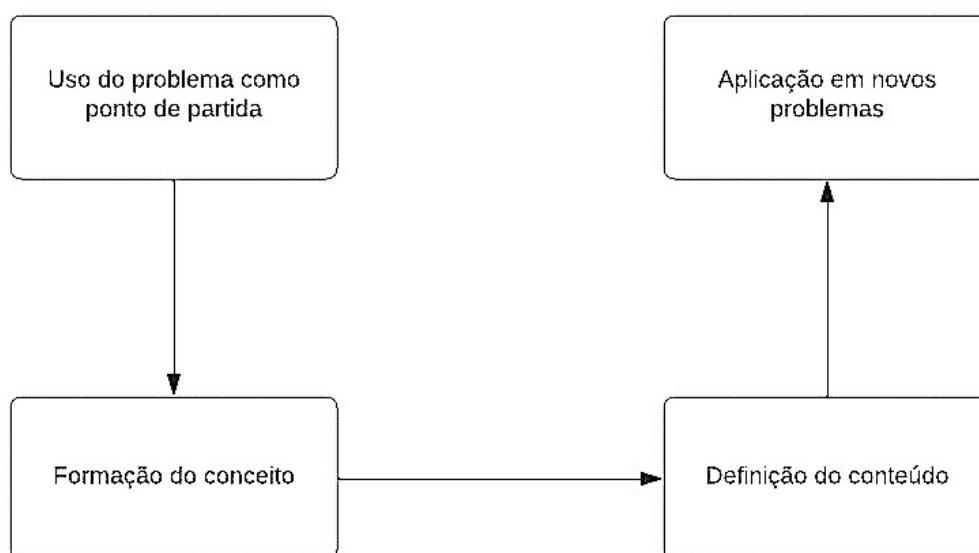
5.1.1 Proposta de Organização de Ensino

A proposta de organização de ensino foi estruturada, conforme a figura 30, sendo dividida em etapas, que correspondem a uma sequência de atividades feitas pelos alunos em sala de aula:

1. Uso de um problema como ponto de partida;
2. Formação de conceito;
3. Definição do conteúdo;
4. Aplicação em novos problemas.

Essa proposta sequencial envolve a combinação do ensino via resolução de problemas e dos ensinamentos sobre e para resolução de problemas, seguindo esta perspectiva de resolução de problemas, o que envolve, também, o trabalho para a construção dos conceitos que serão trabalhados em aula, pois, dessa maneira, os alunos podem apropriar-se dos conceitos geométricos que são utilizados nestes problemas, como mostra na figura 30 a seguir.

Figura 30 – Estrutura e Organização do Ensino



Fonte: O Autor

Utilização do problema como ponto de partida. Nesta etapa, devemos utilizar uma situação problema como ponto de partida para depois podermos introduzir o conteúdo, tra-

zendo suas definições e provando a sua utilização, para que assim o professor possa seguir a implementação da proposta de PROENÇA (2021) denominada de Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução de problemas, cujo o seu desenvolvimento, sugere a utilização de 5 passos para o ensino. Na primeira ação, será a escolha do problema, na qual deve-se selecionar uma situação problema e fazer uma previsão das possíveis estratégias que o aluno possa seguir para encontrar a sua solução. Já na segunda que é a introdução do problema, a qual ocorre em sala de aula, deve-se apresentar o problema aos alunos.

5.2 Análise da resolução dos Problemas

No início do ano letivo de 2023, seguindo a proposta de ensino de Geometria, foi aplicada a metodologia Resolução de Problemas em turmas do 7º ano da Escola Municipal Albertina de Azeredo Venâncio e do 8º ano do Colégio Municipal Botafogo. A primeira turma está localizada no Distrito de Travessão de Campos, na cidade de Campos dos Goytacazes, e a segunda no bairro Botafogo, na cidade de Macaé, ambas no estado do Rio de Janeiro.

A abordagem utilizada foi focada nos problemas de Geometria Plana presentes na prova da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas) de todo o país. Inicialmente, foram trabalhadas questões para que os alunos pudessem aprender conceitos geométricos por meio da metodologia Resolução de Problemas. A matéria foi introduzida com a apresentação de vídeos explicativos sobre conceitos geométricos e a resolução de questões anteriores da OBMEP.

À medida que os alunos se familiarizavam com a metodologia, foram propostas questões para avaliar a compreensão e o interesse dos alunos. Estes foram encorajados a registrar suas dúvidas nos cadernos, e o professor esclarecia essas dúvidas nas aulas seguintes. O diálogo aberto permitiu que os alunos expressassem suas dúvidas e compreensão da metodologia de ensino.

No mês seguinte, o professor propôs uma série de problemas de Geometria. Os alunos discutiram e resolveram esses problemas em sala de aula. Embora nem todos os alunos tenham realizado todos os problemas, ao término da atividade, uma plenária foi conduzida para garantir o entendimento de todos os alunos nas turmas, tanto à do sétimo ano que é o Albertina, quanto à do oitavo que é o Botafogo.

Entretanto, algumas observações precisam ser feitas antes de entrarmos nas resoluções dos problemas:

- Apesar da boa participação dos alunos, em alguns momentos não houve uma interação desejada, principalmente no início, pois acredito que se sentiam envergonhados.
- Nem todos os alunos participaram de todos os encontros, por diversos motivos. Assim, os ausentes ouviam as explicações no próximo encontro e resolviam a que não tinham feito.

- Na dúvida de algum aluno, o professor o auxiliava de forma oral, para que todos os alunos pudessem também prestar atenção.
- Foi explicado aos alunos que em caso de resposta errada, esta deveria ser mantida para que pudessemos ter um resultado mais fidedigno da pesquisa. Entretanto, isso não ocorreu com todos os grupos, pois tinha alguns que apagavam as suas soluções e faziam a correta logo após a explicação ou correção dos problemas após as etapas da Plenária.

A seguir, iremos representar graficamente o aprendizado de dez problemas antes de discutirmos às questões com as turmas para verificar como todos entenderam bem sobre o assunto abordado pelo professor durante a aula.

Agora iremos analisar dos gráficos que fazem uma análise do desempenho dos alunos em ambas as escolas mencionadas.

Figura 31 – Análise de Desempenho - C. M. Botafogo



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 32 – Análise de Desempenho- E. M. A. A. Venâncio



Fonte: Dados da pesquisa

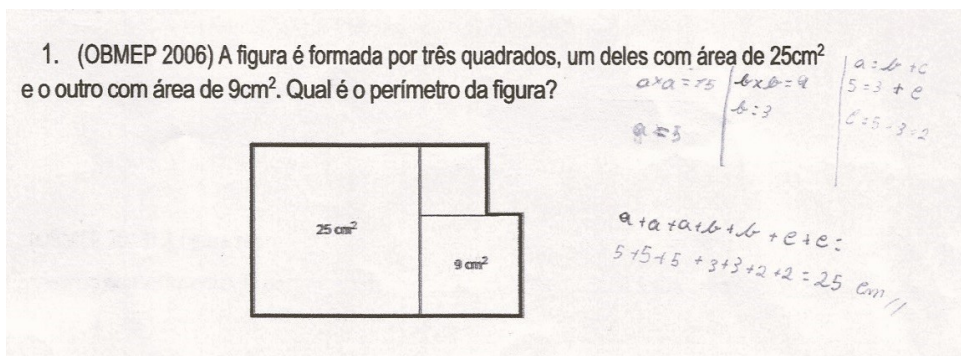
5.2.1 Problema 1 - Noções de área e perímetro

No primeiro encontro, foi introduzido aos estudantes uma noção de área de figuras planas, bem como noções de perímetro, tendo por base a Metodologia de Resolução de Problemas.

Muitos estudantes estão preocupados apenas com o que será cobrado em provas, desejando acertar as questões sem compreender plenamente a solução apresentada. Para muitos, as provas precisam ser quase idênticas às questões discutidas em sala de aula, resultando em uma memorização das respostas sem compreensão do processo de resolução. Diante desse cenário, tornou-se necessário explicar essa metodologia e incentivar um maior interesse dos alunos na resolução dessas atividades.

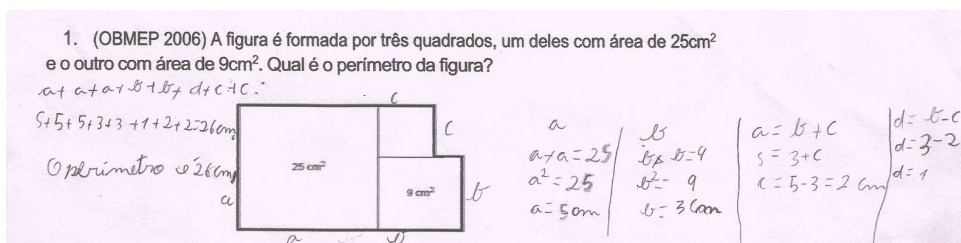
No problema 1, os alunos utilizaram a noção intuitiva de área desenvolvida durante às aulas, para que fosse possível descobrir a fórmula do cálculo da área de um quadrado, através de observações. Embora o problema queira descobrir perímetro da figura, e deu o valor de duas áreas, em seguida, os alunos não tiveram muitas dificuldades para resolvê-lo em ambas as escolas. Durante a plenária, o aluno A4 e na outra a aluno B7 foram explicar oralmente suas respostas, os demais prestaram bastante atenção e disseram que tinham resolvido de maneira correta o problema proposto. Onde os alunos reconheceram que deveriam encontrar a área do menor quadrado para que fosse possível descobrir à medida de seus lados, em plenária o professor observou e interveio algumas vezes, para que pudessem estar mais concentrados para o desenvolvimento das etapas da resolução de problemas, entretanto, a maioria dos alunos de ambas as escolas conseguiram acertar este referido problema. Apenas poucos alunos de ambas as escolas que não conseguiram acertar corretamente, pois não encontraram o lado de medida $1cm$.

Figura 33 – Problema 1 - resolução errada



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 34 – Problema 1 - resolução correta



Fonte: Dados da pesquisa

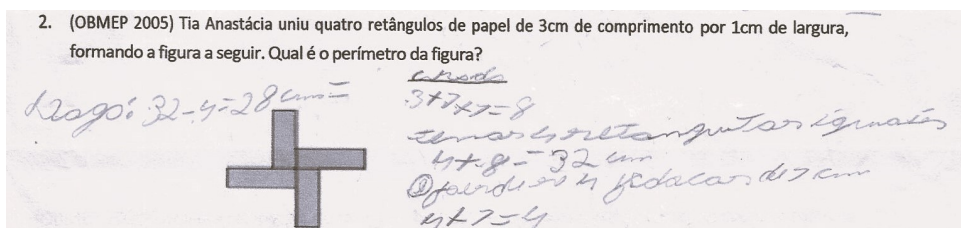
5.2.2 Problema 2 - Qual é o perímetro da figura?

No Problema 2, os alunos participaram de discussões em grupos, compartilhando ideias sobre como resolver o problema. Onde os alunos eram incentivados ativamente a trocar ideias para que fossem capazes de construir seu próprio conhecimento, fato esse que estimulou os alunos a aplicar os conhecimentos que possuíam. E após alguns minutos de debate, alguns alunos foram convidados a ir até à lousa para registrar as respostas de seus grupos. Verificou-se que a maioria dos grupos acertou a questão. Em seguida, o professor revisou a solução no quadro-negro, perguntando se todos os grupos concordavam com as soluções apresentadas. Em ambos os casos, houve grupos em que nem todos os membros concordavam com a resposta apresentada pelos colegas. Nesses casos, os alunos foram convidados a explicar a solução que propuseram. O aluno A3 abordou o problema da seguinte maneira: como a figura era composta por quatro retângulos congruentes, ele calculou o perímetro de um retângulo e multiplicou por 4. Após uma explicação mais detalhada, outros alunos conseguiram ajudá-lo a compreender por que sua solução não estava correta. O aluno B9, ao apresentar sua solução, quase acertou ao identificar que havia um lado comum entre os retângulos, mas não retirou os lados comuns de maneira correta.

Neste ponto, o professor explicou a solução correta e porque a abordagem do aluno não estava correta, despertando grande interesse dos alunos na aprendizagem dos problemas propostos.

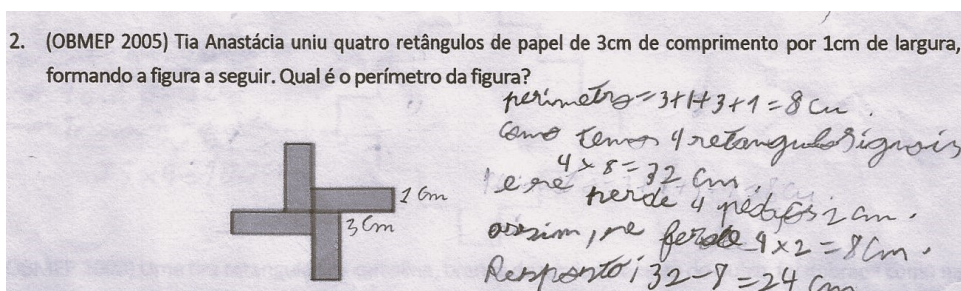
Nesse problema em questão, os alunos enfrentaram mais dificuldades para encontrar a solução. O professor, atuando como mediador, questionador e gerador de situações, guiou os alunos de ambas as turmas pelos 10 passos da metodologia de resolução de problemas. Esse processo permitiu que os alunos descobrissem uma solução satisfatória para o problema. Entretanto, nem todos conseguiram acertar a questão, pois alguns não removeram os lados comuns dos retângulos de maneira correta, como mostrado na figura 35, porém, a grande maioria conseguiu solucionar o problema de maneira satisfatória. A solução correta de um dos alunos está apresentada na figura 36.

Figura 35 – Problema 2 - resolução errada



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 36 – Problema 2 - resolução correta



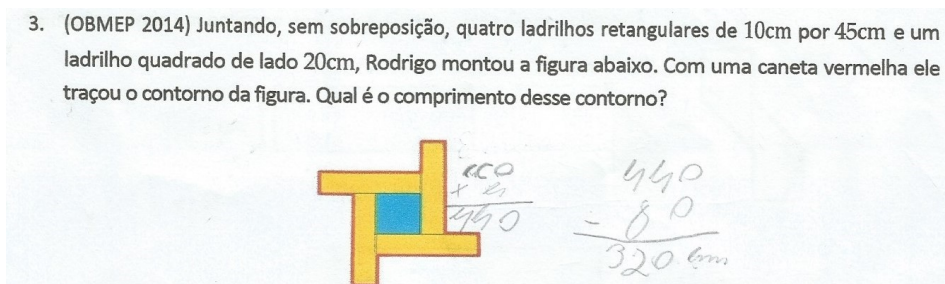
Fonte: Dados da pesquisa

5.2.3 Problema 3 - Qual é o comprimento desse contorno?

No problema 3, consistia em unir 4 ladrilhos retangulares e um ladrilho quadrado sem sobreposição e, em seguida, encontrar o perímetro da figura resultante. Ao seguir as etapas da metodologia adotada nesta pesquisa, ficou evidente o empenho dos alunos no desenvolvimento da resolução, sendo incumbência do professor incentivá-los a buscar as soluções, permitindo que os alunos sejam responsáveis por suas próprias resoluções. Após alguns minutos de reflexão e resolução desse problema, a maioria dos grupos acertou a questão em ambas as escolas. Alguns alunos mencionaram que não erraram, pois lembravam do problema 2, discutido na aula anterior, destacando o incentivo proporcionado pela metodologia Resolução de Problemas.

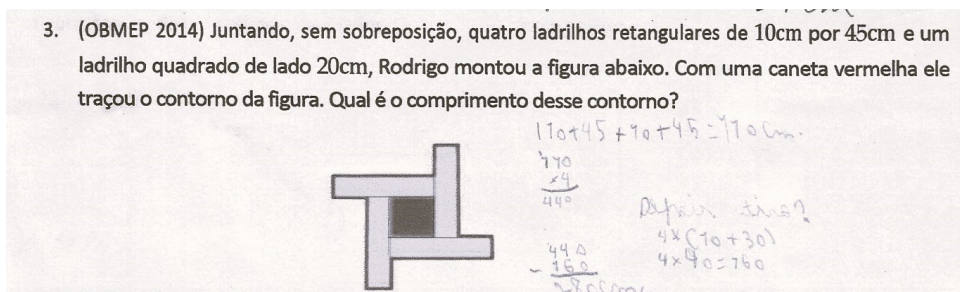
O que se pode concluir, que os alunos resolveram sem dificuldades, pois após a explicação do professor e a discussão com a turma, eles estavam mais interessados em entender e desenvolver a solução. O problema estava correlacionado ao que foi discutido anteriormente, e a maioria dos alunos acertou o problema, finalizando a questão sem maiores dificuldades. A seguir, apresento uma solução correta de um dos alunos que participaram da pesquisa e uma solução na qual o aluno não acertou totalmente a questão.

Figura 37 – Problema 3 - resolução errada



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 38 – Problema 3 - resolução correta



Fonte: Dados da pesquisa

5.2.4 Problema 4 - Áreas e perímetros

No problema 4, apesar de envolver muitos itens para resolver, os alunos consideraram este problema fácil. Eles participaram ativamente das discussões sobre como deveriam posicionar-se de acordo com os dados do problema para resolver cada item. Essa abordagem foi observada em ambas as turmas que participaram da pesquisa. Após o registro das resoluções na lousa pelo aluno A4 e pela aluna B6, o professor e o restante da turma discutiram sobre as soluções apresentadas por eles. Embora todos afirmassem ter acertado, foi constatado que um dos grupos apagou sua solução incorreta e substituiu pela correta.

Nesse momento, o professor solicitou à turma do Botafogo que não apagasse a solução incorreta, para que ele pudesse explicar por que não deveria ser feito daquela forma.

Figura 39 – Questão 1 da segunda fase - OBMEP 2007

4- (OBMEP 2007) João Grilo tem um terreno retangular onde há um galinheiro e um chiqueiro retangulares e uma horta quadrada, cujas áreas estão indicadas na figura.

Chiqueiro 30 m²

Horta 100 m²

Galinhheiro 50 m²

--- Cerca com 2 fios
 ——— Cerca com 3 fios
 ————— Cerca com 4 fios

a) Qual é a área do terreno do João Grilo?

b) Quais são as medidas dos lados do galinheiro?

c) João Grilo cercou a horta, o galinheiro e o chiqueiro com cercas feitas com diferentes números de fios de arame, como indicado na figura. Quantos metros de arame ele usou?

Fonte: Problema 1 da OBMEP 2007 - nível 1

Os alunos afirmaram que entenderam e concordaram em não fazer mais alterações.

No problema 4, mesmo sendo com bastante itens para resolver, os alunos acharam fácil este problema, pois os alunos discutiram bastante sobre como deveriam se posicionar de acordo com os dados do problema, para poder resolver cada item do problema. E isto foi constatado

em ambas as turmas que fizeram parte da pesquisa. Onde o professor falou com as turmas, para não apagar a solução errada, para que o mesmo possa explicar o porquê não deveria ser feito daquela forma. Os mesmos disseram que entenderam e não iriam mais mexer.

Podemos concluir que, a maioria dos alunos de ambas as escolas conseguiu acertar, mesmo sendo uma situação problema não tão simples. Os alunos precisavam prestar uma atenção especial, principalmente nos itens b e c. A maioria dos alunos utilizou as etapas da metodologia de resolução de problemas, alcançando sucesso nesta questão.

5.2.5 Problema 5 - Qual é o Perímetro?

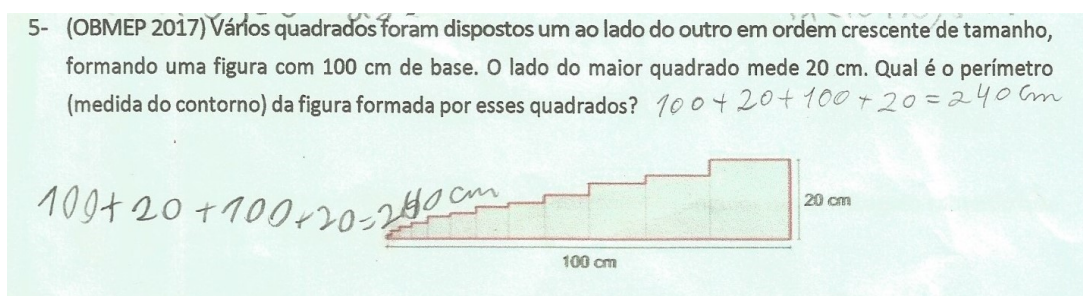
No problema 5, alguns alunos tiveram dificuldades ao resolver, porém, com a utilização da metodologia resolução de problemas, a maioria conseguiu encontrar a solução deste problema após a explicação do professor, onde as turmas de ambas as escolas conseguiram desenvolver o raciocínio para a resolução do problema, porém, nem todos conseguiram resolver com êxito, todas as etapas da metodologia aplicada durante esta pesquisa.

Para solucioná-lo, os alunos seguiram as etapas de Resolução de Problemas, e os alunos, não tiveram dificuldades nesta questão, pois já se sentiam muito mais capazes. Agora, os alunos pensam e tentam resolver de maneira mais simples, o que facilitou o acerto sem grandes dificuldades.

Durante a plenária, foi solicitado a um aluno de ambas as escolas que explicasse o raciocínio no desenvolvimento da questão, sendo o aluno A12 e a aluna B10, e posteriormente o professor detalhou ainda mais a solução.

O aluno B4 do Colégio Municipal Botafogo resolveu esse problema de maneira bastante rápida e compartilhou brevemente sua abordagem. Este aluno se destaca dos demais, demonstrando um raciocínio notável na área de Matemática. Com um pouco mais de estudo, ele poderia se desenvolver ainda mais nesse campo, pois tem a habilidade de visualizar o lado mais simples das questões, como evidenciado na explicação desse problema durante a discussão com a turma. Nesse momento que falou, "gente esse problema é bem simples, vocês só devem completar a figura e logo vão perceber que o seu perímetro será o dobro de $(100 + 20)$, sendo que depois da explicação dele os alunos passaram a dar mais atenção e a pensar um pouco mais, tentando preencher as figuras e criar condições onde fosse possível enxergar como deve proceder em cada problema.

Figura 40 – Problema 5 - resolução correta



Fonte: Dados da pesquisa

5.2.6 Problema 6 - Qual é sua área?

No mencionado problema, os alunos precisavam contar a quantidade de lados na figura. Depois de realizar essa contagem, eles estabeleceram um plano para solucionar o problema. Como já conheciam o perímetro da figura, dividiram esse valor pelo total de lados presentes na figura, encontrando, assim, a medida de cada lado. O enunciado afirmava que os lados eram iguais. Neste momento, em ambas as turmas, os alunos discutiram e propuseram estratégias para resolver o problema. Acredito que todos os alunos tenham compreendido a resolução, mesmo aqueles que erraram, pois a solução foi apresentada em plenária pelos alunos das duas escolas envolvidas nesta pesquisa.

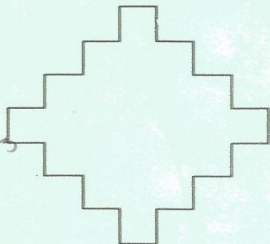
Onde, os alunos calcularam primeiro a medida do lado de cada quadradinho, pois perceberam que os lados eram congruentes, conforme indicado no enunciado, descobrindo a medida de cada lado. Como eles estavam demorando para encontrar a resposta, o professor fez uma sugestão por meio de uma pergunta. "E se fecharmos o quadradinho em cima qual é a sua área? Será que podemos dividir toda a figura em quadradinhos?" A partir desse momento eles pensaram mais um pouquinho e logo conseguiram encontrar a solução deste problema.

Em plenária foi solicitado que algum aluno fosse explicar a sua solução, e no Albertina foi o aluno A4 e no Botafogo a aluna B7 que explicaram as suas resoluções, a aluna A4 acabou errando a questão, pois contou a quantidade de quadradinhos erroneamente, por este motivo não acertou a resposta final, porém outros alunos entenderam e explicaram a ela e a outras pessoas que estavam no grupo. Já o aluno B7 explicou a questão sem maiores dificuldades.

Figura 41 – Problema 6 - resolução correta

6- (OBMEP 2013) A figura representa um polígono em que todos os lados são horizontais ou verticais e têm o mesmo comprimento. O perímetro desse polígono é 56cm. Qual é sua área?

$\frac{56}{28} = 2$
Logo cada quadradinho
Terá 4 cm² de área
Como temos 25 quadradinhos
 $25 \times 4 = 100 \text{ cm}^2$



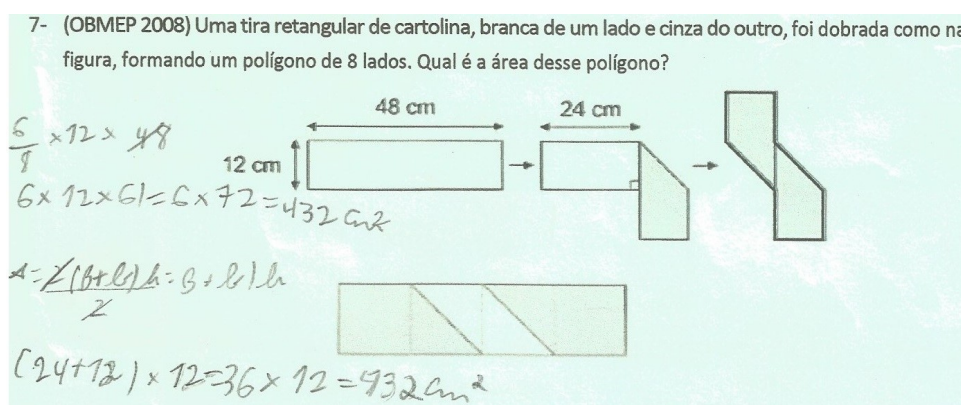
Fonte: Dados da pesquisa

5.2.7 Problema 7 - Qual é a área desse polígono?

Neste problema 7, os alunos demonstraram estar mais familiarizados com a resolução de problemas, seguindo os passos necessários para encontrar uma solução. Foi notável que os alunos abordaram o problema de maneiras diferentes, proporcionando ao professor uma satisfação ao perceber que os alunos estavam compreendendo e apreciando a aplicação dessa metodologia.

Onde os alunos deveriam calcular a área cinza. E todos os grupos conseguiram concluir com êxito em ambas as escolas, porém, todos conseguiram acertar algo desta questão. O professor atuava como um auxiliar dos alunos, visando fazê-los compreender o problema. No entanto, as ações eram realizadas pelos alunos, que discutiam sobre as soluções encontradas.

Figura 42 – Problema 7 - resolução correta



Fonte: Dados da pesquisa

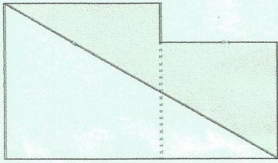
5.2.8 Problema 8 - Qual é a área sombreada?

No problema 8 os alunos não tiveram dificuldades para acertar a sua resolução, pois agora já estão mais familiarizados com a metodologia Resolução de Problemas. Neste problema, os alunos apresentaram diversas maneiras de resolução, e quase todos eles acertaram a questão em ambas as escolas. Apenas alguns poucos alunos deixaram de considerar a área do retângulo, mesmo que não estivesse presente na figura. Além disso, houve casos em que alunos, mesmo conhecendo bem a matéria, optaram por não encontrar uma solução mais simples, resultando em erros na resolução. Esse comportamento ocorreu principalmente no Colégio Municipal Botafogo. Já na Escola Municipal Albertina de Azeredo Venâncio, os erros foram relacionados à falta de concentração no raciocínio para o desenvolvimento da solução.

Neste problema, os alunos de ambas as escolas não tiveram muitas dificuldades para acertar corretamente. Agora, eles estão mais aptos a pensar e discutir com seu grupo, o que contribui para o desenvolvimento da questão. Neste problema, os alunos pensaram na questão como um único retângulo e dividiram por dois para encontrar a metade da figura e depois bastou subtrair de um retângulo imaginário. Durante a plenária, o professor ouviu os

Figura 43 – Problema 8 - resolução errada

8- (OBMEP 2014) A figura é formada por dois quadrados, um de lado 8 cm e outro de lado 6 cm. Qual é a área da região sombreada?

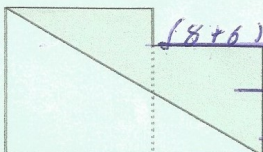


12 12
12 56
0

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 44 – Problema 8 - resolução correta

8- (OBMEP 2014) A figura é formada por dois quadrados, um de lado 8 cm e outro de lado 6 cm. Qual é a área da região sombreada?



$(8+6) \times 8 = 14 \times 8 = 112$ Área do triângulo
 $2 \times 6 = 12$ $112 - 12 = 100 \text{ cm}^2$

Fonte: Dados da pesquisa

alunos e avaliou como a metodologia Resolução de Problemas auxilia no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de Geometria e Matemática.

5.2.9 Problema 9 - Prove que os pontos D, E e F se localizam na mesma reta.

No problema 9, os alunos que acertaram preencheram todos os ângulos de cada triângulo. Esse exercício representou um desafio para a maioria dos alunos, gerando dificuldades durante o processo de resolução.

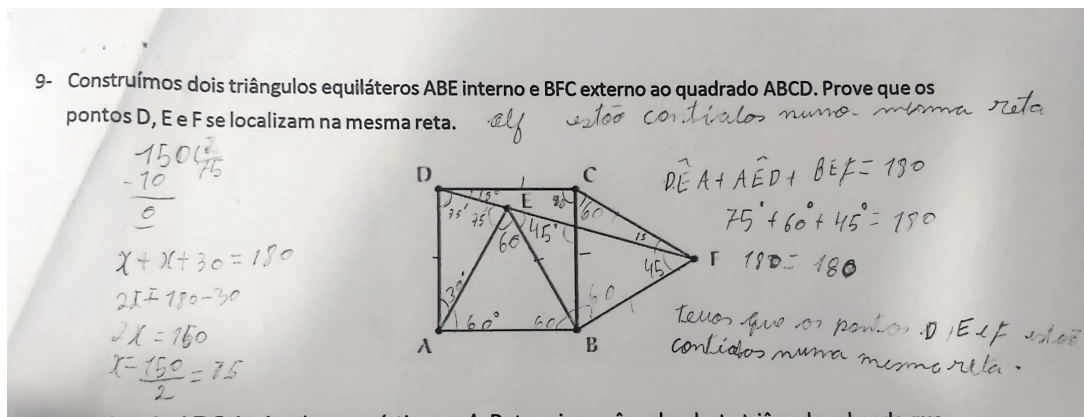
Com a resolução do problema 9, que seguiu a metodologia Resolução de Problemas, mesmo os alunos da Escola Albertina, que não tinham experiência prévia com exercícios desse nível, precisaram da intervenção do professor para encontrar a solução. Após algumas explicações, conseguiram chegar à resposta correta.

Na plenária, os alunos de ambas as escolas conseguiram explicar suas soluções sem dificuldades. Um ponto significativo foi a atenção dos alunos aos colegas de turma, evidenciando uma mudança na forma como enxergam a matemática.

Onde a maioria dos alunos não acertou totalmente a questão inicialmente. Apesar de o professor não ter sido exigente na resolução apresentada pelos alunos, foi necessário intervir

para orientá-los na busca pela solução do problema. Essa intervenção permitiu que os alunos alcançassem uma compreensão mais completa e encontrassem a solução correta.

Figura 45 – Problema 9 - resolução correta

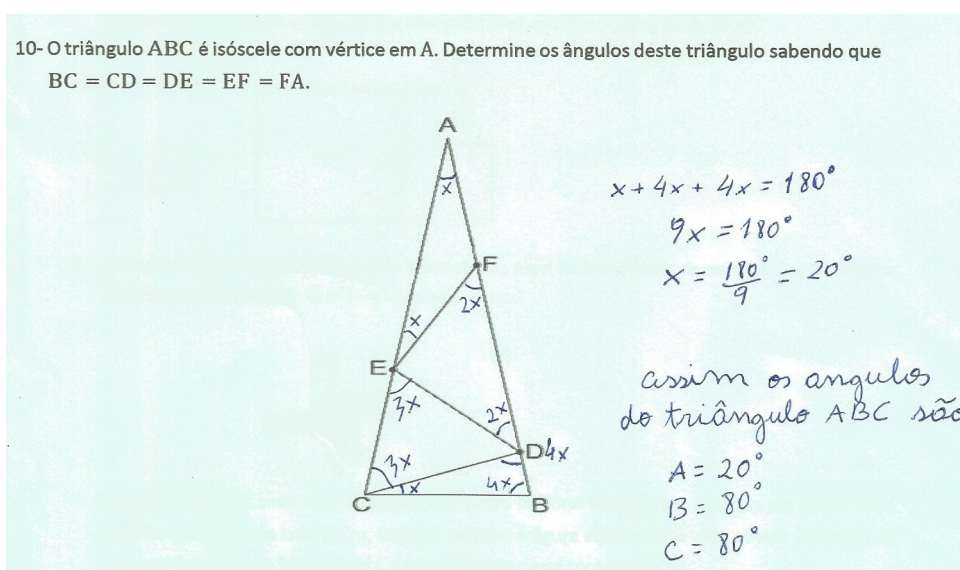


Fonte: Dados da pesquisa

5.2.10 Problema 10 - Determine os ângulos deste triângulo

No problema 10, inicialmente, os alunos enfrentaram muitas dificuldades para encontrar a solução, exigindo intervenções do professor, que forneceu pistas para orientar o processo de resolução. Contudo, devido ao interesse persistente dos alunos em descobrir as medidas dos ângulos, as etapas da metodologia de resolução de problemas foram seguidas. Os alunos aplicaram os conceitos que dominavam e formularam estratégias para encontrar a solução. Com o tempo, a maioria dos alunos alcançou a resolução correta, demonstrando compreensão do problema.

Figura 46 – Problema 10 - resolução correta



Fonte: Dados da pesquisa

No caso deste problema, os alunos de ambas as turmas enfrentaram dificuldades até mesmo para compreender a resolução. Nem os alunos do 8º ano do Colégio Botafogo, que já tinham domínio do conteúdo de Equações do primeiro grau, nem os alunos do Albertina, que não tinham o mesmo domínio, não apresentaram maior facilidade em comparação. Durante essa aula, o professor utilizou a metodologia Resolução de Problemas para auxiliar os alunos a desenvolverem o raciocínio necessário para chegar à solução do problema.

O envolvimento e interesse dos alunos na proposta permitiram que compreendessem e desenvolvessem competências e habilidades para resolver esse problema. Entretanto, o professor pesquisador tem dúvidas quanto ao entendimento completo de todos os alunos em relação à resolução desse problema. Durante a explicação, notou que muitos alunos estavam apenas copiando a resolução da questão, indicando uma possível falta de compreensão mais aprofundada.

5.3 Análise da Aplicação da Proposta Didática

Durante todo o segundo bimestre, as turmas objeto de estudo da proposta de verificar a veracidade da proposta de ensinar Geometria com base na metodologia Resolução de problemas participaram ativamente. Essa abordagem promoveu discussões entre os alunos sobre os temas abordados durante as aulas, resultando em maior participação e interesse dos alunos nos conteúdos geométricos. Foram trabalhados com os alunos uma série de problemas da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas), especialmente problemas de geometria relacionados aos níveis 1 e 2, adequados para as turmas de 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Em cada encontro, os alunos foram desafiados com problemas de geometria, visando desenvolver suas habilidades de interpretação, raciocínio e resolução de exercícios de forma correta.

Durante os primeiros encontros, ambas as turmas apresentaram inicialmente uma participação relutante com a proposta. Muitos alunos expressaram a hesitação em realizar os exercícios, indicando que não sabiam como resolvê-los e preferiam que o professor apresentasse a solução para que pudessem replicar a abordagem em problemas semelhantes. No entanto, é importante ressaltar que esse não era o objetivo da proposta que visava utilizar a metodologia de resolução de problemas para instigar nos alunos o desejo de aprender a resolver uma variedade de questões através dessa abordagem.

Porém, à medida que começaram a compreender a importância da participação, observando que os alunos mais engajados estavam ainda mais envolvidos com a proposta, toda a turma passou a demonstrar maior interesse.

Quando consegui envolver toda a turma no processo de aprendizagem, dividi os alunos em grupos de 4 integrantes cada.

Foi proposta uma série de questões sobre Geometria, com o desafio de resolver uma questão em 20 minutos, enquanto os outros 40 minutos de cada aula foram dedicados à discussão em toda a turma. Durante 10 aulas, discutimos 10 questões de Geometria nas turmas objeto da pesquisa. Nas aulas subsequentes, foram realizados exercícios individuais para avaliar o progresso dos alunos no aprendizado dos conteúdos de Geometria.

Os resultados indicaram uma melhoria significativa no desempenho dos alunos em questões de Geometria. Observou-se que a maioria estava respondendo de maneira adequada, alguns mais rapidamente do que outros, e todos aplicando conceitos geométricos na resolução das questões. A abordagem baseada na metodologia resolução de problemas mostrou-se eficaz, promovendo o entendimento e o sucesso na aprendizagem geométrica. Nesta etapa, as questões abordaram temas como segmentos e perímetros.

A seguir, são apresentados exemplos de questões.

1 - (OBMEP 2006) A figura é formada por três quadrados, um deles com área de 25 cm^2 e o outro com área de 9 cm^2 . Qual é o perímetro da figura?

Figura 47 – Problema 8 - OBMEP 2006



Fonte: Avaliação primeira fase nível 1 OBMEP

Foi observado na resolução deste problema e observando toda a sequência didática que aos estudantes a possibilidade de construir todo o conteúdo de Áreas de Figuras Planas, iniciando pelo cálculo de áreas a partir da contagem de unidades de área, passando pelas fórmulas usuais para cálculo de áreas de quadrados, para que assim, conhecendo como encontramos a área dos quadrados, possamos descobrir as medidas de seus lados, para que assim, fosse possível encontrar a medida dos lados dos polígonos, observando alguns requisitos como veremos a seguir. Portanto, o problema proposto para o 1º encontro, tem por objetivos:

- Proporcionar uma noção intuitiva de área;
- Exercer o cálculo de áreas a partir da contagem de unidades de área, para encontrarmos a medida de seus lados;
- Reconhecer que a medida do lado do menor quadrado é definida pela diferença dos lados do maior quadrado com o quadrado médio;
- E conhecendo a medida do lado do menor quadrado será possível encontrarmos o perímetro da figura toda, como sua solução feita pelos alunos estão detalhadas a seguir.

Nesta questão os grupos de alunos resolveram a mesma utilizando o mesmo raciocínio, porém de maneiras diferentes para encontrar a solução. Como o problema foi dado a área de dois quadrados sendo o maior de área 25 cm^2 e o médio de área 9 cm^2 . Foi possível encontrar

a medida dos lados do quadrado maior que foi 5cm e do quadrado intermediário que foi de 3cm e como o lado do triângulo menor é o que queríamos descobrir um dos grupos chamou de x , sendo assim o lado maior mede $5 = 3 + x$ e, assim, temos: $x = 2$. Portanto a medida do perímetro da figura é $5 + 5 + 5 + 2 + 2 + (3 \times 2) + 3 + 3 = 26\text{cm}$. Outro grupo fez bem parecido, encontrou primeiro a medida do lado do menor quadrado, e depois calculou o perímetro utilizando a expressão $(3 \times 5) + (2 \times 3) + (2 \times 2) + (3 \times 2) = 26\text{cm}$.

Nesta questão, os alunos encontraram a solução utilizando a Metodologia de Resolução de Problemas, que chegou ao Brasil e foi desenvolvida pela pesquisadora Lourdes de la Rosa Onuchic, onde ela reitera que,

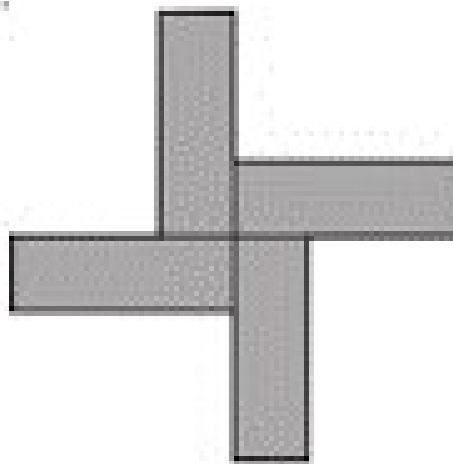
Nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com o [problema gerador] que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 85).

Na resolução deste exercício, defendo a utilização de problemas que podem ser resolvidos, com a utilização desta metodologia que é uma ótima estratégia para o ensino da Matemática e, conseqüentemente, da Geometria. Neste problema, abordamos a noção de perímetro, fornecendo a área de alguns quadriláteros. Observa-se que a figura foi dividida em três quadrados, mas só dispomos da área de dois deles. Surge, então, a questão: Como podemos determinar a área do terceiro quadrado, o menor? Será necessário encontrar essa área? Por quê?

Onde nesse problema, os alunos serão desafiados a criar estratégias para encontrar a solução do mesmo. Em uma turma onde esse método é aplicado, isso se torna um facilitador significativo, pois aumenta o interesse dos alunos no processo de construção do conhecimento matemático, abrangendo tanto a Geometria quanto a Matemática em geral.

2 - (OBMEP 2005) Tia Anastácia uniu quatro retângulo de papel de 3cm de comprimento por 1cm de largura, formando a figura 48. Qual é o perímetro da figura?

Figura 48 – Problema 1 - OBMEP 2005



Fonte: Avaliação segunda fase do nível 1 - OBMEP

Uma das soluções apresentadas por um dos grupos envolveu a formação de quatro retângulos congruentes, cada um com lados 3cm por 1cm . Assim, o perímetro de cada retângulo $3 + 1 + 3 + 1 = 8\text{cm}$, e como são 4 retângulos, o perímetro dos 4 retângulos será $4 \times 8 = 32\text{cm}$. Considerando a perda de 2cm para cada retângulo, o total perdido seria $4 \times 2 = 8\text{cm}$. Portanto o perímetro final seria $32\text{cm} - 8\text{cm} = 24\text{cm}$.

Outra abordagem dos alunos foi colocar as medidas dos lados sobre a figura, resultando em um perímetro igual a $3 + 1 + 2 + 3 + 1 + 2 + 3 + 1 + 2 + 3 + 1 + 2$, que é igual a $4 \times (3 + 1 + 2) = 24\text{cm}$. Esta questão proporcionou uma experiência interessante para os alunos, permitindo que explorassem diferentes maneiras de encontrar a solução. A maioria dos alunos acertou essa questão tanto na Escola Albertina quanto no Colégio Botafogo, demonstrando que, apesar das diferenças de ano escolar, o nível de dificuldade da questão foi semelhante.

Independentemente do ano escolar em questão, durante a resolução desta questão, os alunos discutiram estratégias para resolvê-la. Nesse contexto, é essencial que o professor esteja atento à compreensão dos estudantes, direcionando-os para o desenvolvimento de exercícios que envolvam a resolução de problemas. Isso permite que os professores guiem os alunos na aquisição de competências e habilidades necessárias para enfrentar desafios geométricos, como encontrar o perímetro de uma figura.

Durante a resolução, os alunos abordaram a questão de diversas maneiras, destacando a diversidade de abordagens possíveis ao trabalhar com resolução de problemas. O papel do professor é observar, incentivar e orientar os estudantes ao longo desse processo. A experiência adquirida pelos alunos em cada etapa é crucial para o desenvolvimento de suas habilidades matemáticas, e a observação cuidadosa contribui para identificar possíveis dificuldades e compreender o raciocínio dos alunos em relação à questão. A observação foi muito importante

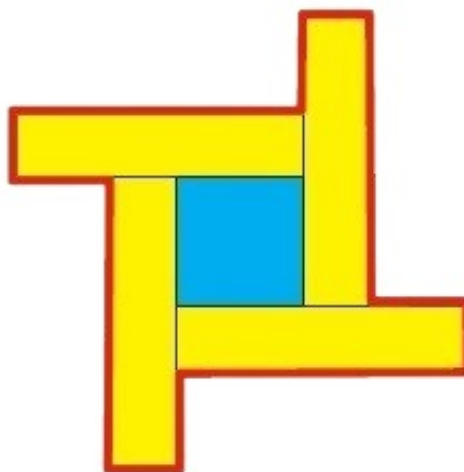
no sentido de identificar as dificuldades dos discentes, bem como o raciocínio dos alunos em relação à questão. Como afirmam [ONUCHIC; ALLEVATO](#) (2011).

O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação, passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho. [ONUCHIC; ALLEVATO](#)

Depois de encontrarmos a solução, os estudantes foram à lousa explicar a solução encontrada, gostei bastante da experiência, pois os alunos de ambas as turmas tiveram um excelente comportamento para ouvir e entender a resolução do colega.

3 - (OBMEP 2014) Juntando, sem sobreposição, quatro ladrilhos retangulares de 10cm por 45cm e um ladrilho quadrado de lado 20cm , Rodrigo montou a figura abaixo. Com uma caneta vermelha ele traçou o contorno da figura 49. Qual é o comprimento desse contorno?

Figura 49 – Problema 8 - OBMEP 2006



Fonte: Simulado primeira fase do nível 1 da OBMEP

Os alunos resolveram esta questão de duas maneiras distintas, a primeira solução que vou comentar é a que encontraram o perímetro de uma peça retangular que era de $10\text{cm} + 45\text{cm} + 10\text{cm} + 45\text{cm} = 110\text{cm}$ depois, multiplicamos por 4 e o resultado foi 440cm , depois, foi retirado a as partes internas, que são

$$4 \times (10 + 30) = 4 \times 40 = 160$$

que deu como resultado final 280cm .

Outra maneira que os alunos resolveram, foi quando eles utilizaram apenas as medidas do contorno da figura. Por isso os alunos resolveram da seguinte forma. $(45cm + 10cm + 15cm) + (45cm + 10cm + 15cm) + (45cm + 10cm + 15cm) + (45cm + 10cm + 15cm) = 4 \times 70cm = 280cm$.

4 - (OBMEP 2007) João Grilo tem um terreno retangular onde há um galinheiro e um chiqueiro retangulares e uma horta quadrada, cujas áreas estão indicadas na figura.

Figura 50 – Problema 1 - OBMEP 2007



Fonte: Prova da segunda fase do nível 1 OBMEP

a) Qual é a área do terreno do João Grilo?

Esse primeiro item da questão, todos os alunos responderam sem maiores dificuldades, pois, a área de cada uma das partes do terreno foi dada na questão, logo bastava adicionar esses valores para calcularmos assim, a área do terreno de João Grilo. Chiqueiro + Galinheiro + Horta.

$$30m^2 + 50m^2 + 100m^2 = 180m^2$$

b) Quais são as medidas dos lados do galinheiro?

Para encontrarmos as medidas do galinheiro, sabendo que a horta é quadrada e tem $100m^2$ de área. Logo cada lado da horta mede $10m$. Assim, o lado comum do galinheiro e da horta mede $10m$. Como a área do galinheiro é igual a $50m^2$, a medida do outro lado do galinheiro é $5m$. Logo as medidas dos lados do galinheiro são $10m$ e $5m$.

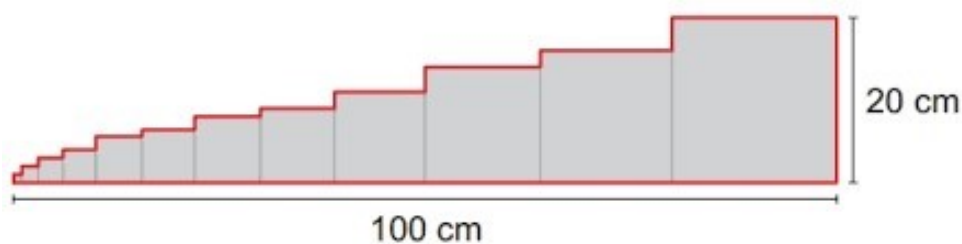
c) João Grilo cercou a horta, o galinheiro e o chiqueiro com cercas feitas com diferentes números de fios de arame, como indicado na figura. Quantos metros de arame ele usou?

O chiqueiro tem um lado formado por um lado da horta e um dos lados menores do galinheiro. Logo esse lado mede $10 + 5 = 15m$. Como a área do chiqueiro é $30m^2$, a medida do outro lado é $2m$. Observando a planta e a legenda indicando o número de fios de cada um dos lados cercados, concluímos que João Grilo usou $2 \times (2 + 2 + 15 + 15) = 68$ metros de fio sobre os lados pontilhados, $3 \times (10 + 10 + 5) = 75$ metros de fio sobre os lados finos e $4 \times (10 + 10) = 80$ metros de fio sobre os lados grossos. Então, ao todo, João Grilo utilizou $68 + 75 + 80 = 223$ metros de fio.

Neste exercício, os alunos não enfrentaram dificuldades significativas, pois discutiram entre si para encontrar uma solução. A colaboração em grupos foi crucial para garantir que todos compreendessem os objetivos da questão. Essa abordagem demonstra como a discussão coletiva pode ser uma ferramenta eficaz no processo de aprendizagem, facilitando a compreensão e o alcance dos objetivos propostos nas questões.

5 - (OBMEP 2017) Vários quadrados foram dispostos um ao lado do outro em ordem crescente de tamanho, formando uma figura com 100 cm de base. O lado do maior quadrado mede 20 cm. Qual é o perímetro (medida do contorno) da figura formada por esses quadrados?

Figura 51 – Problema 8 - OBMEP 2017



Fonte: Prova 1ª fase - Nível 1 OBMEP

Durante a resolução deste problema, acreditava que os alunos teriam certa dificuldade para resolver, porém, estava enganado, pois os mesmos já estavam se lembrando de alguns problemas semelhantes que já tinham resolvido em outros momentos da vida escolar. É esse fato se refere a utilização e compreensão do uso de certas metodologias que os auxiliam no seu desenvolvimento como seres pensantes e que podem construir o seu próprio conhecimento, onde pude constatar, que os alunos não estão respondendo as questões de maneira tão rápida, onde os mesmos pensam um pouco antes de colocar o seu plano de resolução em prática. Logo, toda a turma, estão colocando as suas resoluções tendo por base na utilização da Metodologia de Resolução de Problemas.

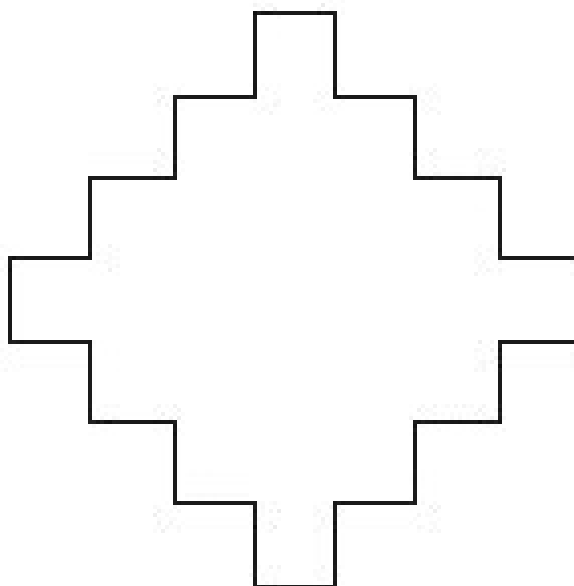
Solução - Para calcular o perímetro da figura, observamos que o contorno é formado por dois segmentos cujas medidas são e um conjunto de segmentos horizontais (que estão acima da base de) e um conjunto de segmentos verticais (que estão à esquerda do quadrado maior de). A soma dos comprimentos dos segmentos horizontais corresponde à soma dos comprimentos dos lados dos quadrados que foram dispostos lado a lado na parte inferior da

figura, e essa soma é 100cm . Por outro lado, a soma dos comprimentos verticais é igual ao comprimento do lado maior quadrado, isto é, 20cm . Logo, o perímetro procurado é:

$$100 + 20 + 100 + 20 = 240\text{cm}$$

6 - (OBMEP 2013) A figura 52 representa um polígono em que todos os lados são horizontais ou verticais e têm o mesmo comprimento. O perímetro desse polígono é 56cm . Qual é sua área?

Figura 52 – Problema 9 - OBMEP 2013



Fonte: Prova 1ª fase - nível 1 OBMEP

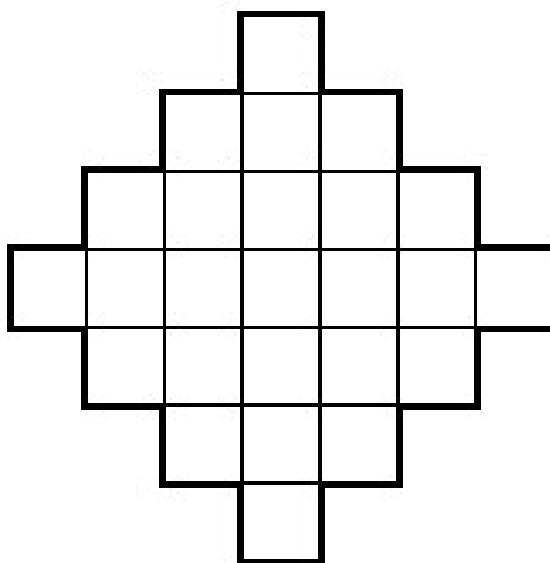
Solução - Os alunos responderam à pergunta da seguinte maneira. Contaram a quantidade de segmentos, para isso escolheram um segmento para iniciarmos a contagem, concluindo assim que o total de segmentos da figura era de 28 lados. E como o perímetro do polígono era de 56cm , dividiu-se o perímetro da figura pelo total de lados que tinha a figura, concluindo assim que a medida do lado deste polígono era de 2cm de lado, como na figura a seguir. E a área de cada polígono foi de 4cm^2 , logo, a área do polígono foi de:

$$25 \times 4 = 100\text{cm}^2$$

Solução alternativa - O polígono tem 14 lados que são segmentos verticais e 14 que são segmentos horizontais. Se o perímetro é a soma dos comprimentos desses 28 segmentos; logo, o comprimento de cada segmento é $\frac{56}{28} = 2\text{cm}$. Podemos agora decompor o polígono em 25 quadrados de 2cm de lado, como na figura a seguir. A área de cada quadrado é 4cm^2 , logo a área do polígono é:

$$25 \times 4 = 100\text{cm}^2$$

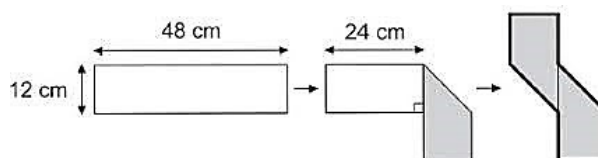
Figura 53 – Solução do Problema 9 da OBMEP 2013



Fonte: Solução da primeira fase do nível 1 - OBMEP

7 - (OBMEP 2008) Uma tira retangular de cartolina, branca de um lado cinza do outro, foi dobrada como na figura, formando um polígono de 8 lados. Qual é a área desse polígono?

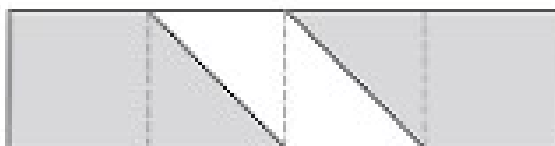
Figura 54 – Problema 11 - OBMEP 2008



Fonte: Avaliação da primeira fase do nível 1 - OBMEP

Solução - Essa questão pode ser resolvida de várias formas distintas, podemos utilizar os aspectos simétricos presentes na figura e observar que a área do polígono formado pela cartolina dobrada é igual à área em cinza na figura 55 que segue:

Figura 55 – Problema 11 - OBMEP 2008



Fonte: Avaliação da primeira fase do nível 1 - OBMEP

Dessa forma, a área cinza representa $\frac{6}{8}$ da área da tira retangular, logo a área pedida é igual a $\frac{6}{8}$ de 12×48 , ou seja, igual a:

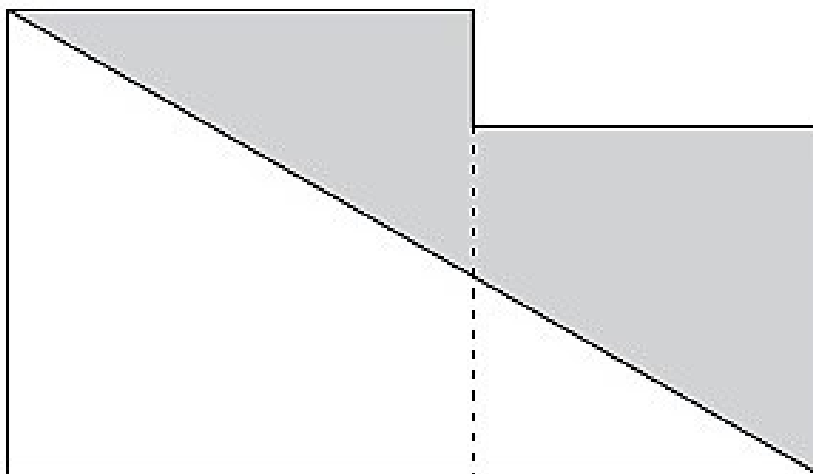
$$432\text{cm}^2$$

Solução alternativa - A maioria dos alunos resolveu esta questão calculando a área do quadrilátero com a dobra, ou seja, resolveram com as dobras feitas, calcularam a área de um trapézio e multiplicou por 2, já que a figura resultante era composta de dois trapézios congruentes, assim essa área ficou:

$$2S = 2 \times \frac{(B + b)h}{2} = (B + b)h = (24 + 12)12 = 36 \times 12 = 432\text{cm}^2$$

8 - (OBMEP 2014) A figura é formada por dois quadrados, um de lado 8cm e outro de lado 6cm . Qual é a área da região sombreada?

Figura 56 – Problema 7 - OBMEP 2014



Fonte: Avaliação da primeira fase do nível 1 - OBMEP

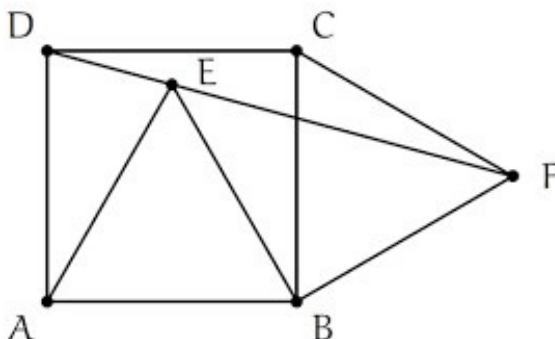
Solução - Nós devemos calcular a área ou a medida da superfície da região cinza. Essa região está contida em dois quadrados, um quadrado de lado 8 e outro quadrado de lado 6.

Como estratégia nós vamos complementar a figura do quadrado menor na região de cima um retângulo de lados 2 e 6. Para calcular a área dessa região cinza, nós podemos fazer a metade da área do retângulo maior que construímos quando acrescentamos a parte de cima com o retângulo de medidas e menos a área do retângulo menor. A área do retângulo maior será $8 \times (8 + 6)$, ou seja, $8 \times 14 = 112\text{cm}^2$. A área do retângulo menor será $2 \times 6 = 12\text{cm}^2$. A área que queremos calcular, que é da região cinza, será a metade do retângulo maior $\frac{112}{2} = 56$ menos a área do retângulo menor, assim, temos que: $56 - 12 = 44\text{cm}^2$.

Esta questão todos os alunos responderam dessa maneira, sendo que alguns completaram o retângulo, com o auxílio de desenho, enquanto outros utilizaram, mas, não houve a necessidade de desenhar. Este é mais um exercício da OBMEP, o qual corrobora e muito com a utilização da metodologia resolução de problemas.

9 - (OBM 2013) Construimos dois triângulos equiláteros ABE interno e BFC externo ao quadrado $ABCD$. Prove que os pontos D , E e F se localizam na mesma reta.

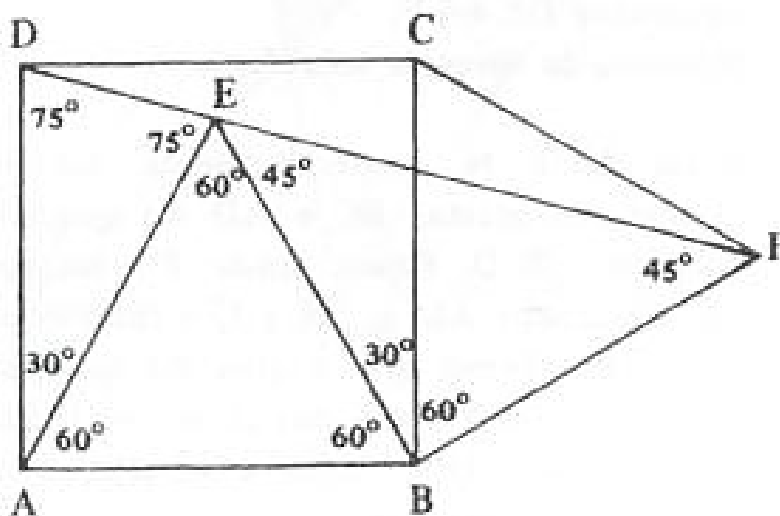
Figura 57 – Problema OBM 2013



Fonte: Marcação de ângulos - Emiliano Chagas PDF (www.obm.org.br)

Solução -

Figura 58 – Resolução do Problema da OBM 2013



Fonte: OBM

Considerar o desenho:

Utilizamos a propriedade de que os ângulos localizados na base de um triângulo isósceles são iguais.

Assim:

$$DEF = 75^\circ + 60^\circ + 45^\circ = 180^\circ$$

logo os pontos D , F e E são colineares.

Solução alternativa - Considerando o mesmo desenho que foi feito na resolução anterior, iremos perceber que o triângulo ADE é isósceles, pois temos dois lados de mesma medida que são \overline{AD} e \overline{AE} , por isso, os ângulos da base medem 75° , e como o triângulo ABE é equilátero, logo os seus ângulos todos possuem a mesma medida que é de 60° , e o triângulo BEF que é retângulo e isósceles ao mesmo tempo logo os seus ângulos medem 90° , 45° e 45° .

E para mostrar que os segmentos DE e EF são opostos, basta provar que DCF formam um triângulo.

$$\overline{CD} \equiv \overline{CF}$$

$$\hat{D} \equiv \hat{F}$$

Logo, formam um triângulo isósceles, pois $\hat{B} \equiv \hat{F} \equiv 15^\circ$

$$\hat{C} = 90^\circ + 60^\circ$$

$$\hat{C} = 150^\circ$$

Então, podemos concluir que se trata de um triângulo e por isso os pontos D , E e F são colineares.

10 - O triângulo ABC é isósceles com vértice em A . Determine os ângulos deste triângulo sabendo que $BC = CD = DE = EF = FA$.

Solução - Seja $\widehat{BAC} = x$, e como $\triangle AFE$ é isósceles, temos que, $\widehat{AEF} = x$ e $\widehat{EFD} = 2x$, pois, é externo ao $\triangle AEF$. $\triangle FED$ isósceles e $\widehat{EDF} = 2x$. Além disso, $\widehat{BED} = 3x$, pois é externo ao triângulo AED .

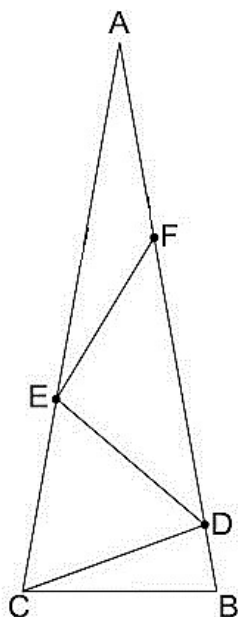
Note que, $\widehat{EBD} = 3x$, pois, $\triangle BED$ é isósceles. Usando o Ângulo externo no $\triangle BDA$, $\widehat{BDC} = 4x$. Logo, $\widehat{BCD} = 4x$.

$$\triangle BDC$$

é isósceles e: temos que o $\triangle ABC$ é isósceles.

Somando agora todos os ângulos do $\triangle ABC$, temos: $x + 4x + 4x = 180^\circ \Leftrightarrow 9x = 180^\circ \Leftrightarrow x = 20^\circ$ Portanto, os ângulos do triângulo são 20° , 80° , 80° .

Figura 59 – Questão 185 - Livro 9 - FME



Fonte: (DOLCE; POMPEO, 2013)

5.4 Análise da Avaliação de Verificação

Para verificar se o processo de construção do conhecimento, pela Metodologia Resolução de Problemas, foi feita com as turmas uma avaliação, para que possamos concluir, como os alunos entenderam e se realmente houve aprendizagem. Nestas atividades os alunos resolveram individualmente e depois discutimos, junto com a turma, sobre a resolução de cada questão.

Veremos agora como os alunos se saíram na resolução destas atividades.

5.4.1 Atividade Avaliativa Realizada Pelos Alunos

Problema Avaliativo 1

A figura a seguir foi desenhada sobre um quadriculado formado por nove quadrados, cada um com área igual a 4cm^2 .

Para resolver esta atividade, foi percebido que os alunos não tiveram muitas dificuldades para solucioná-los; os alunos resolveram as questões de várias maneiras, fato que mostra o real motivo para o desenvolvimento da metodologia utilizada para a resolução dos problemas de Geometria da OBMEP.


a) Calcule a área total pintada de preto?

Solução 1

Como os triângulos coloridos de preto, representam a metade de um quadrado de área 4cm^2 , ou seja, cada triângulo pintado de preto possui área de 2cm^2 , e como são 4 triângulos

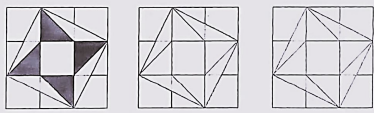
Figura 60 – Atividade feita pelos alunos

1- A figura a seguir foi desenhada sobre um quadriculado formado por nove quadradinhos, cada um com área igual a 4 cm^2 .



(a) Calcule a área total pintada de preto?
 $\frac{4}{2} \times 4 = 2 \times 4 = 8\text{ cm}^2$ *Por que o lado do triângulo: $4 \times 2 = 8\text{ cm}^2$*

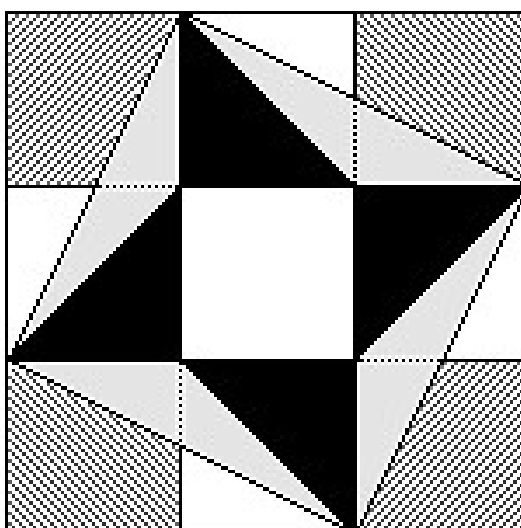
(b) Qual é a área total listrada?
 $4 - 4 \times \frac{1}{2} = 4 - 2 = 2\text{ cm}^2$
 ou $4 - 2 = 2\text{ cm}^2$

(c) Qual é a área total pintada de cinza?


$A_f = 4 \times 2 = 8\text{ cm}^2$ (a)
 $A = 4 \times 2 = 8\text{ cm}^2$

Dados da pesquisa

Figura 61 – Questão 1



Prova OBMEP 2016 - segunda Fase - N1 - Questão 4

de mesma área. A área total colorida de preto é: $4 \times 2\text{ cm}^2 = 8\text{ cm}^2$

Solução 2

Alguns alunos, descobriram a medida dos lados do triângulo considerando que cada quadrado possui 4 cm^2 de área, logo os lados do quadrado, são:

$$x \times x = 4\text{ cm}^2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \sqrt{4}$$

$$x = 2\text{cm}$$

Conhecendo-se o valor de x como sendo 2 cm. Iremos calcular a área dos triângulos como:

$$A = \frac{b \times h}{2} = 4 \times 2\text{cm}^2 = 8\text{cm}^2$$

b) Qual é a área total listrada?

Solução 1

A área listrada equivale a área de 4 trapézios retângulos.

$$A = \frac{(B + b)h}{2}$$

$$B = 2, b = 1 \text{ e } h = 2$$

$$A = \frac{(2 + 1)2}{2} = 3\text{cm}^2$$

E como a figura é composta por 4 trapézios retângulos e todos congruentes, basta multiplicar a área de um trapézio por 4. Assim a área total listrada é:

$$4 \times 3 = 12\text{cm}^2$$

Solução 2

A área listrada equivale a área de cada quadrado menos a área do triângulo que completa o quadrado, logo a área do trapézio será:

$$A_T = A_Q - A_t$$

$$A_T = \frac{2^2 - (1 \times 2)}{2}$$

$$A_T = 4 - 1 = 3\text{cm}^2$$

$A_T \rightarrow$ área do trapézio

$A_Q \rightarrow$ área do quadrado

$A_t \rightarrow$ área do triângulo

c) Qual é a área total pintada de cinza?

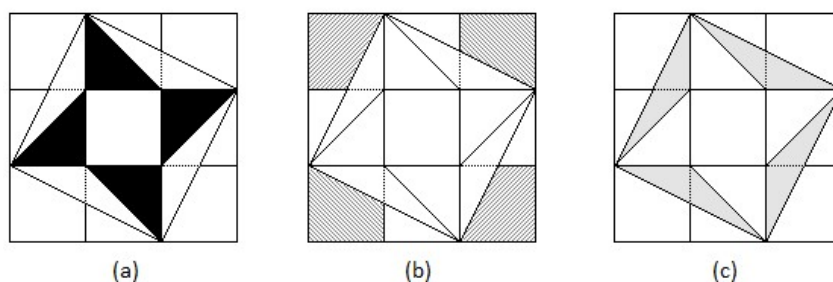


Figura 62 – Exercício 1c

Solução 1

Basta calcular a área do triângulo cinza e multiplicar por 4.

$$4A = 4 \times \frac{(2 + 2)2}{2} = 4 \times 2 = 8cm^2$$

Solução 2

Basta calcular a área cinza como

$$\frac{4 \times 2}{2} = 4cm^2$$

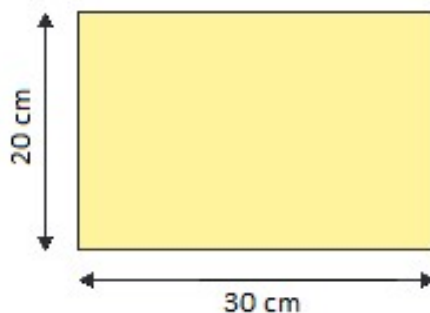
menos a área do triângulo preto, que é igual a $2cm^2$

$$A = 4 \times 2cm^2 = 8cm^2$$

Problema Avaliativo 2

Lucinha tem três folhas retangulares iguais, cujos lados medem $20cm$ e $30cm$.

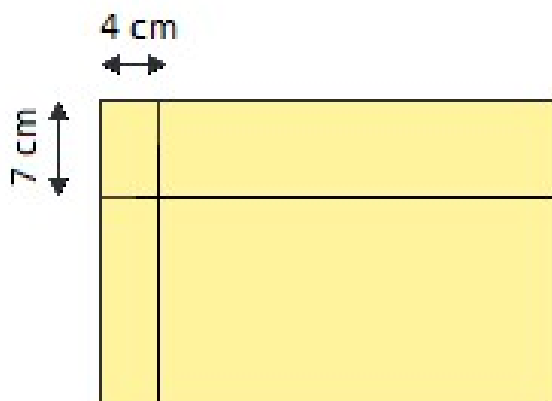
Figura 63 – Questão 2



OBMEP - 2015 Nível 1

(a) Lucinha fez dois traços retos na primeira folha, um a $4cm$ da margem esquerda e outro a $7cm$ da margem superior, dividindo-a em quatro retângulos. Um desses retângulos tem a maior área. Qual é o valor dessa área?

Figura 64 – Avaliação - Questão 2 - item a



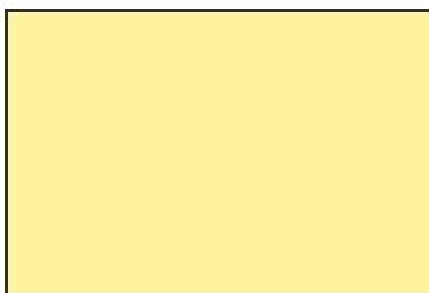
OBMEP - 2015 Nível 1

O maior dos quatro retângulos tem lados de medida $30 - 4 = 26\text{cm}$ e $20 - 7 = 13\text{cm}$. Logo, sua área é $26 \times 13 = 338\text{cm}^2$.

Nesta resolução, os alunos conseguiram abordar adequadamente este item, e a maioria deles acertou. Alguns resolveram utilizando a fórmula da área do retângulo várias vezes para encontrar a solução deste item. Após a resolução, a discussão coletiva com toda a turma sobre como eles encontraram a solução foi realizada, destacando a importância desse método para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos nas turmas envolvidas nesta pesquisa.

(b) Ajude Lucinha a dividir a segunda folha em quadrados iguais, desenhando traços paralelos às margens, de modo que esses quadrados tenham a maior área possível.

Figura 65 – Avaliação - Questão 2 - item b



Fonte: OBMEP - 2015 Nível 1

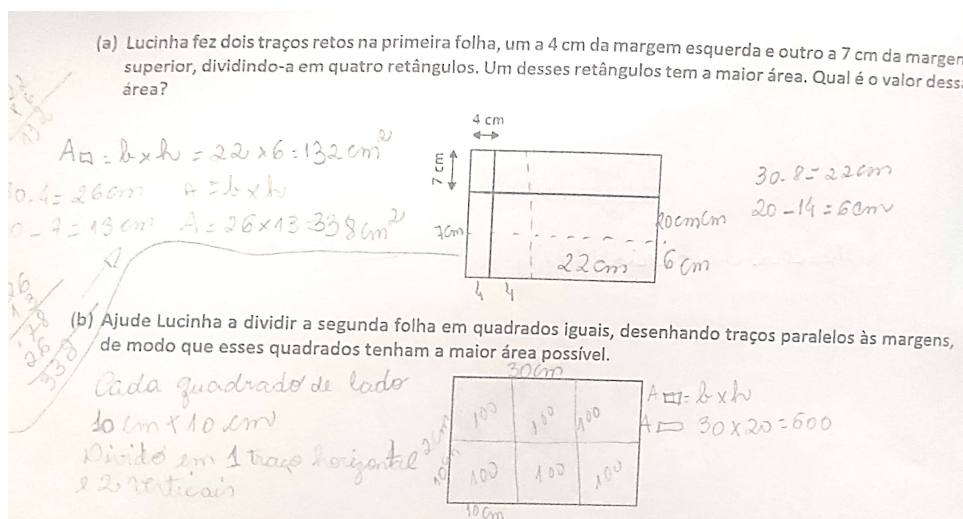
Com um traço horizontal e dois verticais geramos os quadrados de maior área possível. Para formar apenas quadrados, o valor dos lados desses quadrados deve dividir 20 e 30, ou seja, 10cm .

Neste item *b*, os alunos de ambas as turmas não obtiveram um grande índice de acerto, pois, a maioria dos alunos não enxergaram que devia encontrar o valor do $MDC(20, 30)$ que é

10cm, portanto, essa é a solução deste item.

Após a correção da questão com a turma, que os alunos puderam entender bem a sua resolução.

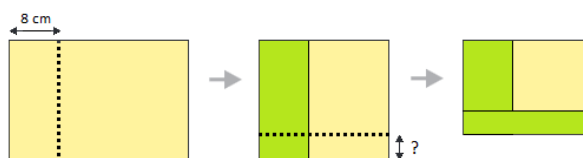
Figura 66 – Atividade feita pelos alunos - Problema 2



Dados da pesquisa

(c) Lucinha pegou a terceira folha, amarela na frente e verde no verso, e fez duas dobras: a primeira a 8cm da margem esquerda e a segunda a uma certa distância da margem inferior, de forma que o perímetro da região não coberta da folha (contorno da região amarela da última figura) fosse de 54cm. Qual é a distância da segunda dobra à margem inferior?

Figura 67 – Questão 2 - item c



OBMEP - 2015 Nível 1

Vamos chamar a distância da segunda dobra até a margem inferior da folha de altura da dobra, como a folha tem 30cm de largura e a primeira dobra foi feita a 8cm da margem direita da folha, a largura da região em amarelo da última figura é igual a 30cm menos duas vezes 8cm, ou seja, $30 - 16 = 14 \text{ cm}$. Após a segunda dobra, o dobro da altura do retângulo amarelo será a diferença entre seu perímetro e o dobro de sua largura, ou seja, $54 - 28 = 26 \text{ cm}$. Portanto, a altura do retângulo amarelo na terceira figura é 13cm. Assim, da altura da folha original sobraram $20 - 13 = 7 \text{ cm}$ para a realização da segunda dobra e, portanto, a altura da dobra é a metade, ou seja:

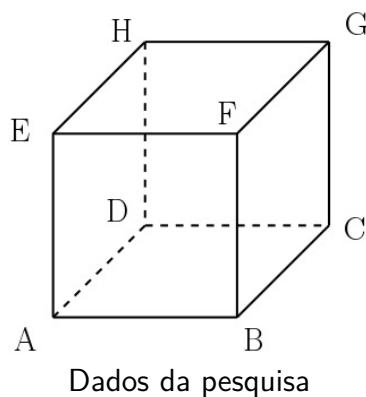
$$\frac{7}{2} = 3,5 \text{ cm}$$

Problema Avaliativo 3

Triângulos no cubo

A figura seguinte mostra um cubo.

Figura 68 – Avaliação - Problema 3



Calcule o número de triângulos cujos vértices são vértices do cubo. Vamos começar fixando um vértice, digamos A , e contando o número de triângulos que usam esse vértice. Cada um desses triângulos será determinado indicando os seus outros dois vértices distintos de A .

Figura 69 – Avaliação - Problema 3 b



Então o número de triângulos que usam o vértice A coincide com o número de formas de escolherem-se dois vértices distintos no conjunto $V = B, C, D, E, F, G, H$. Uma vez escolhido o primeiro vértice, restam 6 possíveis escolhas em V para o segundo vértice. Contaríamos assim 7 (números de vértices em V) vezes 6 pares de vértices em V , mas cada par haveria sido contado duas vezes. Logo há $\frac{7 \times 6}{2} = 21$ maneiras de escolherem-se dois vértices distintos em V .

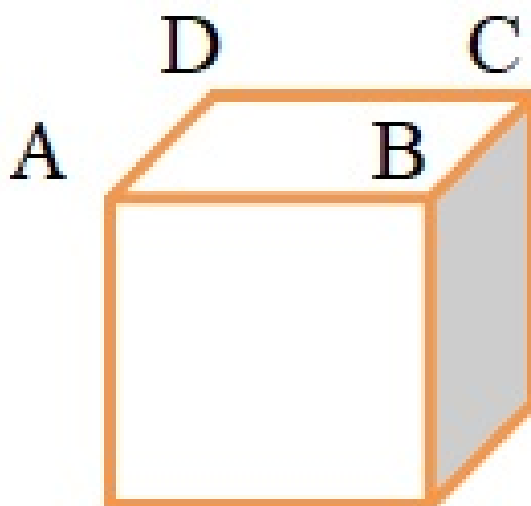
Até aqui provamos que, para cada vértice do cubo, o número de triângulos que usam tal vértice é 21. Como o cubo possui 8 vértices, contaríamos 8×21 triângulos, porém, cada triângulo haveria sido contado três vezes, uma vez por cada um de seus vértices. Então, concluímos que há:

$$\frac{8 \times 21}{3} = 8 \times 7 = 56$$

Triângulos que podem ser formados usando os vértices do cubo.

Quantos desses triângulos não estão contidos em uma face do cubo? Iremos partir da ideia de contar primeiro o número de triângulos que estão contidos em alguma face. Fixemos nossa atenção sobre uma face, digamos a face $ABCD$.

Figura 70 – Questão 3 - Triângulos na face do cubo



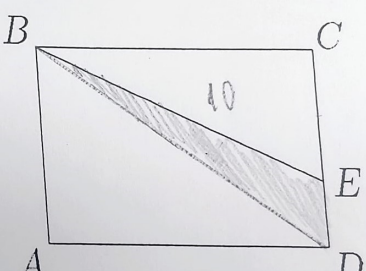
Dados da pesquisa

Para determinar cada triângulo, devemos escolher os seus 3 vértices dentro do Conjunto de vértices A, B, C, D . Escolher um trio em A, B, C, D é equivalente a escolher um elemento no mesmo conjunto, aquele que não pertence ao trio. São então 4 trios e, portanto, 4 triângulos que estão contidos na face $ABCD$. Como o cubo tem 6 faces, contaríamos assim $6 \times 4 = 24$ triângulos. Nessa contagem, cada triângulo foi contado exatamente uma vez, portanto a quantidade total de triângulos que não estão contidos nas faces do cubo é 24. Assim, há $56 - 24 = 32$ triângulos que não estão contidos em uma face do cubo.

Para que os alunos obtivessem sucesso na resolução deste problema, foi necessário que se envolvessem na tarefa, uma vez que o método de solução não era conhecido. Para encontrar a solução, os estudantes precisaram recorrer aos recursos de seu conhecimento, e por meio desse processo, eles alcançaram novas compreensões matemáticas.

Figura 72 – Atividade feita pelos alunos

2- Proporção de áreas
Na figura, ABCD é um retângulo e E é um ponto sobre o segmento \overline{CD} tal que $|CE| = 2|DE|$.



Se a área do triângulo BCE é 10 m^2 , calcule a área do retângulo ABCD.

$A_{\Delta BCD} = 10 + 5 = 15 \text{ m}^2$
 $A_{ABCD} = 2 \times 15 = 15 + 15 = 30 \text{ m}^2$

3- Os Triângulos Equiláteros
Na figura, os dois triângulos CEF e DIH são equiláteros e os ângulos dados em graus.
Determine o valor de x.

Dados da pesquisa

triângulo BED é igual a:

$$(1) \quad \frac{(|ED| \times |BC|)}{2}$$

Por outro lado, a área do triângulo BCE pode ser calculado como:

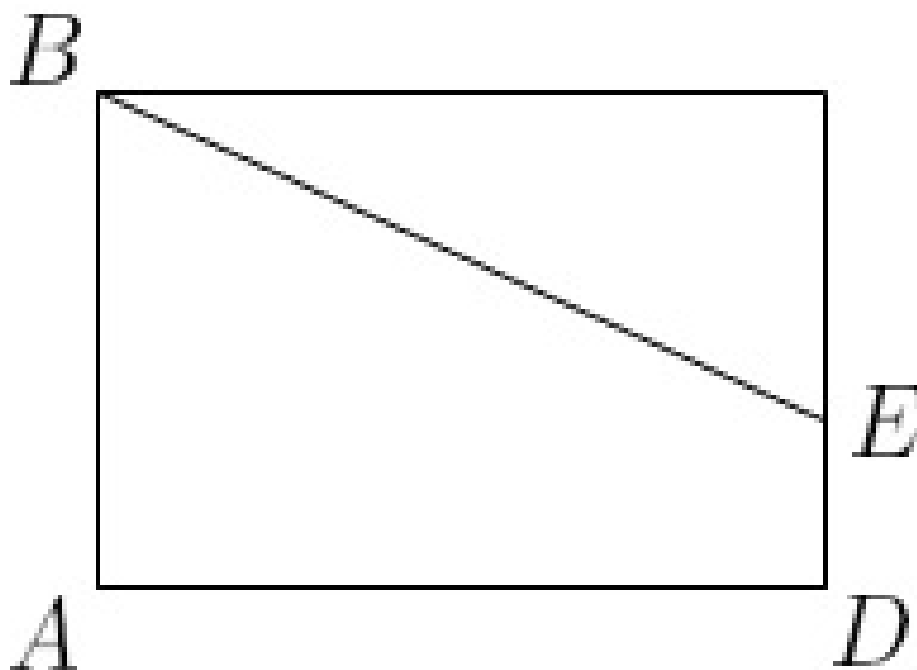
$$(2) \quad \frac{(|CE| \times |BC|)}{2}$$

Comparando as quantidades de (1) e (2) e usando $CE = 2ED$, concluímos que a área do triângulo BCE é igual ao dobro da área do triângulo BED . Portanto a área do triângulo BED é 5m^2 .

Logo, a área do triângulo BCD é igual a $(10 + 5)\text{m}^2$. Finalmente a área do retângulo $ABCD$ é igual ao dobro da área do triângulo BCD e, portanto, a resposta é $2 \times (10 + 5) = 30\text{m}^2$.

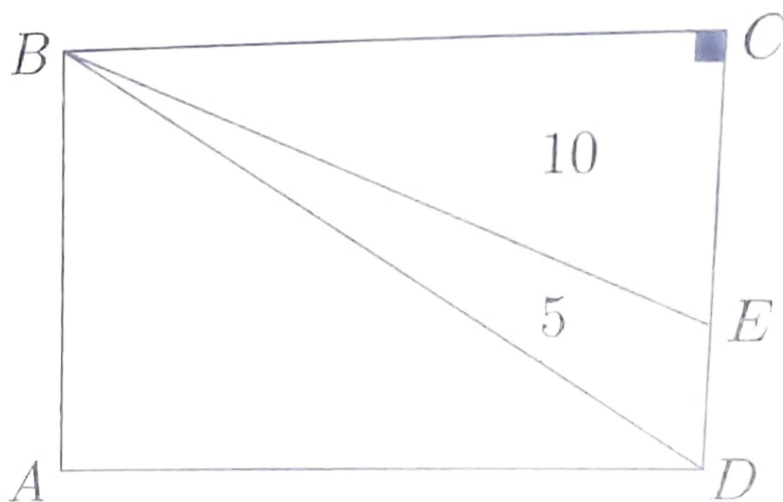
Para resolver esta questão, os alunos não enfrentaram muitas dificuldades, pois se tratava de um conteúdo que todos já haviam estudado. No entanto, nem todos conseguiram encontrar a solução inicialmente. Durante a explicação e correção do problema, foi observado que as turmas de ambas as escolas apresentaram abordagens distintas para a solução. Essa diversidade de estratégias é positiva, evidenciando a eficácia da metodologia utilizada nesta dissertação. Em plenária, os alunos tiveram a oportunidade de compartilhar e explicar as diferentes soluções encontradas para toda a turma.

Figura 73 – Atividade proporção de áreas



Dados da pesquisa

Figura 74 – Atividade 2 - Áreas



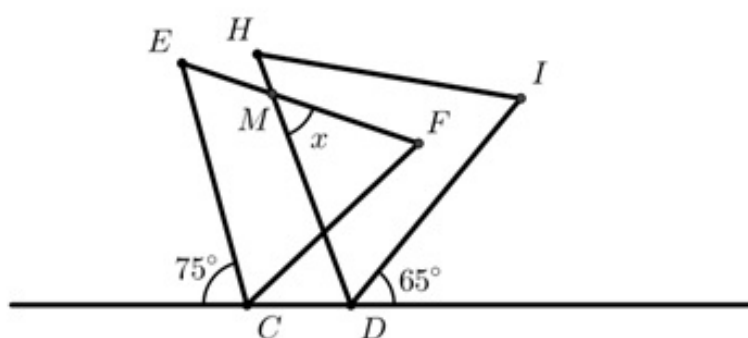
Dados da pesquisa

Problema Avaliativo 5

Na figura, os dois triângulos CEF e DIH são equiláteros e os ângulos dados em graus. Determine o valor de x .

Solução - Tomamos o Ponto P que é a intercessão entre os lados CF e DH . Note que $\hat{C} = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 45^\circ$ e que $\hat{D} = 180^\circ - 65^\circ - 60^\circ = 55^\circ$. Como temos o triângulo

Figura 75 – Problema 5 - Avaliação



Dados da pesquisa

\hat{P} e como sabemos que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180° , temos:

$$\hat{P} = \hat{C} + \hat{D}$$

$$\hat{P} + 45^\circ + 55^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{P} = 180^\circ - 45^\circ - 55^\circ = 80^\circ$$

Portanto para encontrarmos a medida de x basta calcularmos pela soma dos ângulos internos do triângulo MPF :

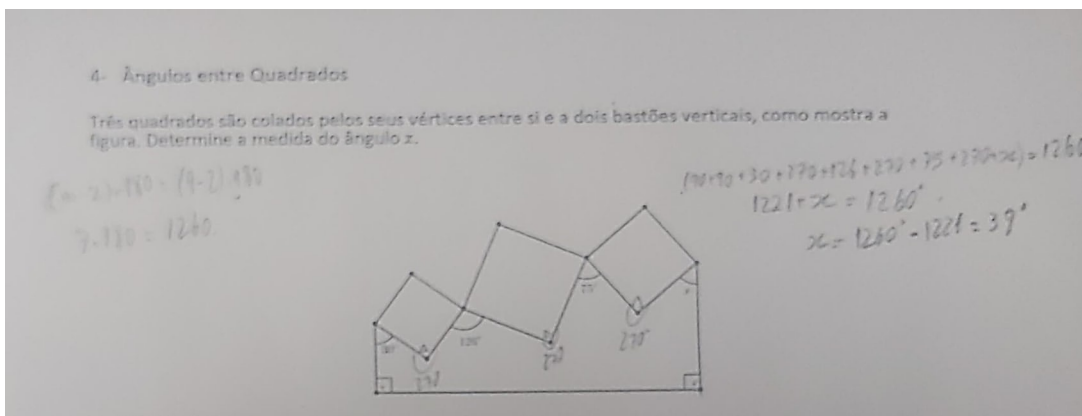
$$\hat{M} + \hat{P} + \hat{F} = 180^\circ$$

$$x + 80^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

Problema Avaliativo 6

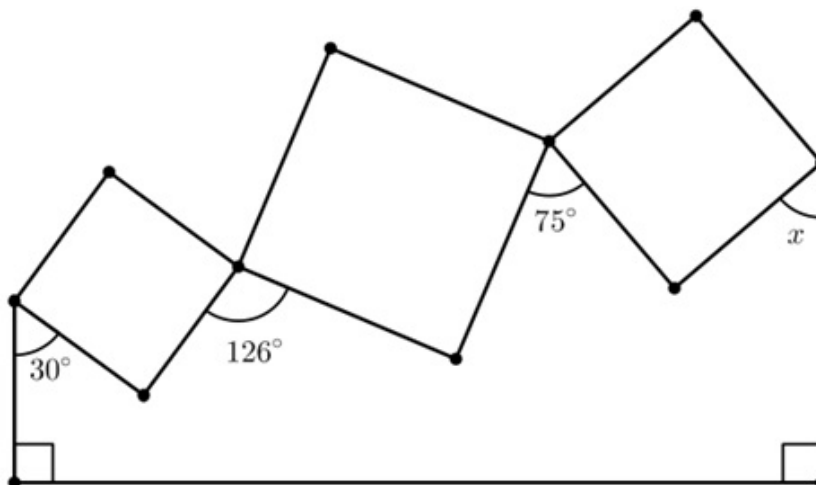
Figura 76 – Resolução de um aluno



Dados da pesquisa

Três quadrados são colados pelos seus vértices entre si e a dois bastões verticais, como mostra a figura. Determine a medida do ângulo x .

Figura 77 – Problema 6 - Avaliação

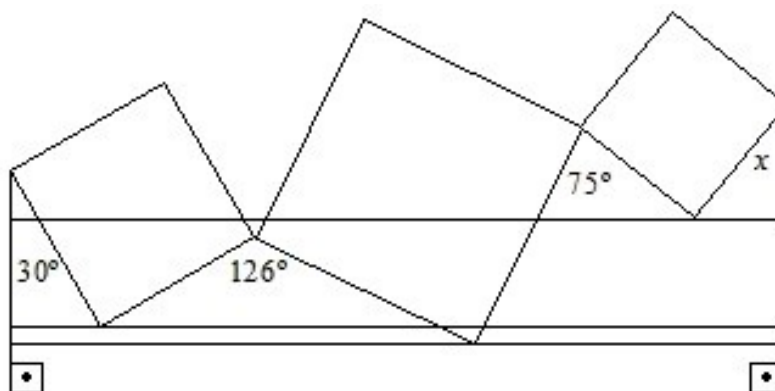


OBM 2006 - Primeira fase - Nível 3

Trace retas horizontais pelos vértices mais baixos dos três quadrados.

Então os ângulos à esquerda e à direita do vértice do quadrado da esquerda são 60° e 30° , respectivamente; os ângulos à esquerda e à direita do vértice do quadrado do meio são respectivamente $180^\circ - 126^\circ - 30^\circ = 24^\circ$ e $90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$; os ângulos à esquerda e à direita do vértice do quadrado da direita são respectivamente $180^\circ - 75^\circ - 66^\circ = 39^\circ$ e $90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$. Enfim, no triângulo retângulo com um dos ângulos igual a x , temos que $x = 90^\circ - 51^\circ = 39^\circ$.

Figura 78 – Questão 4 - Avaliação



OBM 2006 - Primeira fase - Gabarito

Solução alternativa, feita pelos alunos.

Gostei bastante de dois alunos que fizeram a questão de uma maneira bem diferente. Eles observaram que o polígono onde estava o ângulo que queriam determinar sua medida era chamado de x e como o polígono final era um eneágono (Polígono de 9 lados), eles calcularam a soma de seus ângulos internos.

$$S_i = (n - 2) \times 180^\circ$$

E como o valor de $n = 9$. Bastou substituir na fórmula:

$$S_i = (9 - 2) \times 180^\circ$$

$$S_i = 7 \times 180^\circ = 1260^\circ$$

Agora, como a figura possui 3 quadrados cuja medida de seus ângulos internos medem 90° , temos que os ângulos replementares a eles medem 270° e como os outros ângulos são conhecidos, tirando o x que queremos descobrir o seu valor, bastou descobrir o seu valor.

$$x + 90^\circ + 90^\circ + 30^\circ + 270^\circ + 126^\circ + 270^\circ + 75^\circ + 270^\circ = 1260^\circ$$

$$x = 1260^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 30^\circ + 270^\circ + 126^\circ + 270^\circ + 75^\circ + 270^\circ)$$

$$x = 1260^\circ - 1221^\circ = 39^\circ$$

Esta questão foi uma das mais desafiadoras para os alunos, no entanto, devido ao interesse crescente na atividade, eles se envolveram ativamente em sua resolução. A troca de informações entre os alunos foi evidente, e o professor desempenhou um papel observador, fornecendo alguns insights por meio de perguntas para orientar os alunos a pensarem sobre a validade de suas abordagens em relação à solução do problema.

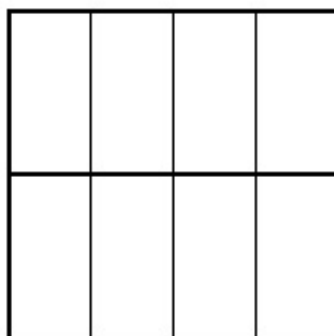
Após encontrar a solução deste problema, foram realizadas discussões com as turmas sobre alguns conceitos que os alunos aplicaram, mesmo que ainda não tivessem estudado formalmente. A observação do problema foi fundamental para orientar os alunos na resolução.

1. Isso é um problema? Porquê?
2. Que caminhos poderiam ser percorridos para se chegar à sua solução?
3. Como observar a razoabilidade das respostas obtidas?

Problema Avaliativo 7

Jonas dividiu um terreno quadrado em oito partes retangulares iguais, conforme a figura, dando uma parte para cada um dos seus oito filhos. Para cercar sua parte, Antônia verificou que o seu perímetro era $120m$.

Figura 79 – Questão 5 - Avaliação



Banco de Questões OBMEP 2020

a) Qual a área do terreno que Jonas dividiu?

Como o terreno inicialmente era quadrado, após a divisão, o comprimento de cada retângulo mede o dobro de sua largura. Sendo assim, a largura mede $\frac{120}{6} = 20m$ e o comprimento $2 \times 20 = 40m$. Portanto, o terreno antes da divisão tinha $80m$ de lado e, conseqüentemente, $80^2 = 6400m^2$ de área.

b) Se representarmos o perímetro de um dos terrenos menores por P , qual a área original do terreno em função de P ?

Repetindo os passos do item anterior, a largura de cada retângulo mede $\frac{P}{6}$ e o comprimento $\frac{P}{3}$. O lado do quadrado mede $\frac{2P}{3}$ e, conseqüentemente, sua área $\frac{4P^2}{9}$.

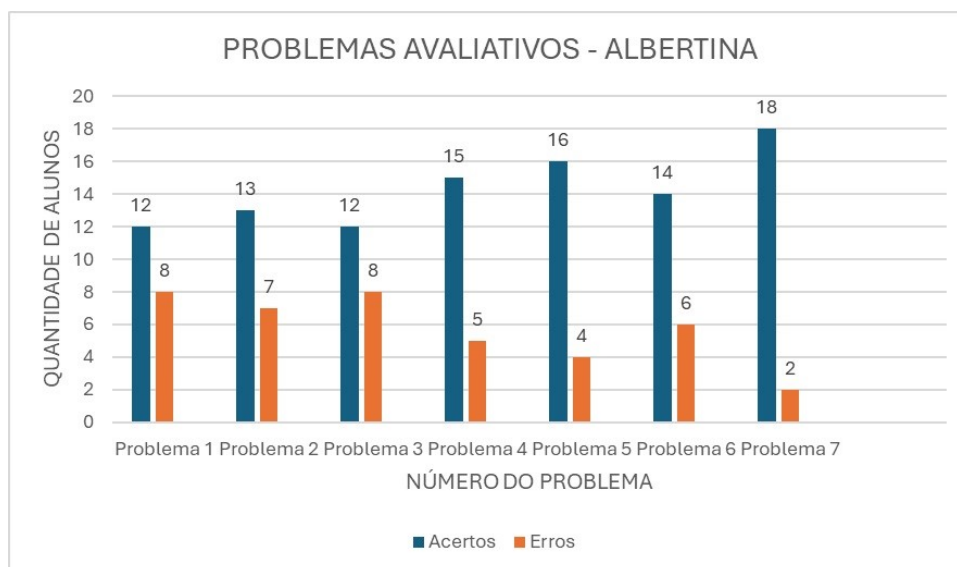
Na análise das respostas encontradas pelos alunos utilizando a metodologia Resolução de Problemas, percebemos um significativo avanço em seu desempenho, especialmente na capacidade de pensar e abordar os problemas de maneira mais estratégica. A aplicação da Resolução de Problemas destaca-se como uma ferramenta eficaz para aprimorar o desempenho dos alunos e como o professor atua, conforme destacado por [Allevato e Onuchic \(2014\)](#).

O professor ajuda os grupos na compreensão do problema e na resolução dos problemas secundários, mas ainda as ações são realizadas, essencialmente pelos alunos. Nessa fase, exercitam a expressão de ideias, para o que necessitarão utilizar e aprimorar a linguagem, a fim de expressar-se com clareza e coerência a fazer-se entender ([ALLEVATO; ONUCHIC, 2014](#)).

Logo, podemos concluir, como a "Resolução de Problemas" possui um caráter extremamente importante para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos em Geometria como

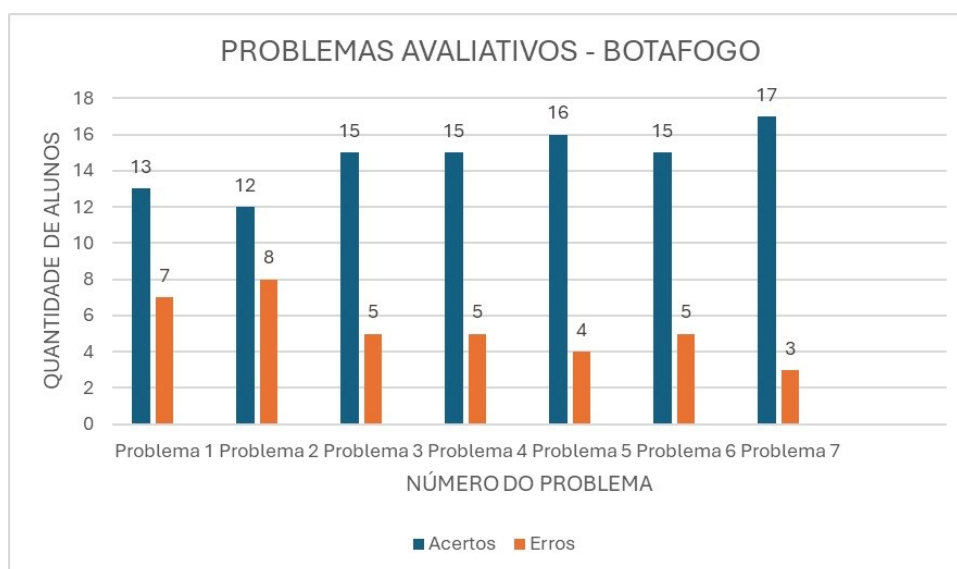
também em Matemática. E para corroborar este fato que será visto nos gráficos a seguir. 80 e 81.

Figura 80 – Gráfico de Análise da Avaliação



Dados da Pesquisa

Figura 81 – Gráfico de Análise da Avaliação



Dados da Pesquisa

5.5 Análise do Questionário Final

Nesta etapa da pesquisa, a análise da Sequência Didática busca avaliar as experiências vivenciadas pelo professor e pelos alunos ao longo do estudo. O objetivo é verificar se os alunos realmente compreenderam e absorveram os conceitos de Geometria através da metodologia Resolução de Problemas. Além disso, a análise visa determinar se a metodologia contribuiu efetivamente para o aprendizado dos alunos.

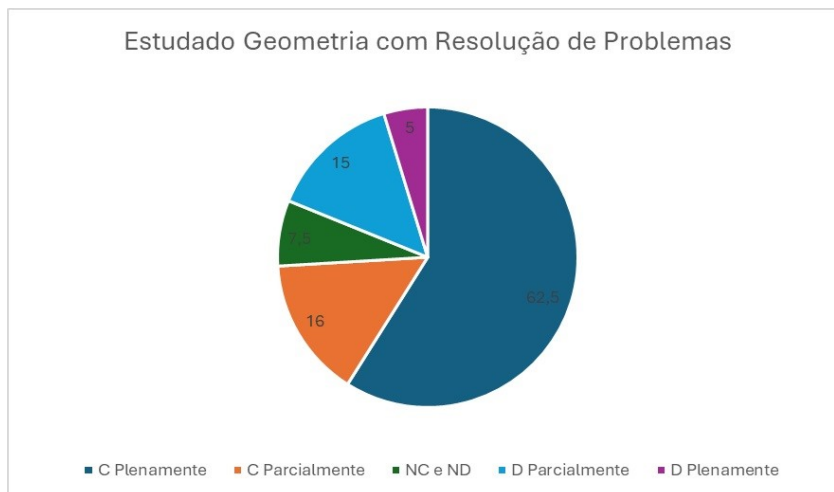
Durante essa avaliação, foram coletados dados que permitiram verificar o nível de entendimento dos alunos em relação aos conteúdos abordados, assim como a percepção deles sobre a eficácia da metodologia utilizada. Os resultados obtidos até o momento indicam que os alunos demonstraram interesse e satisfação ao trabalhar com Geometria por meio da resolução de problemas. Esse envolvimento positivo é um indicativo importante do impacto da metodologia no aprendizado. A constatação de que os alunos passaram a se interessar mais no desenvolvimento de questões, tanto de Geometria quanto de Matemática, é um resultado relevante.

Além disso, a pesquisa busca analisar como a resolução dos exercícios em sala de aula contribuiu para o desenvolvimento da aprendizagem em Geometria e para a assimilação dos conteúdos. A partir dessas análises, será possível avaliar de forma mais abrangente a efetividade da metodologia Resolução de Problemas no contexto do ensino de Geometria.

Vejamos agora alguns gráficos que analisam o desempenho dos alunos no questionário final. Para otimizar a prática de resolver uma atividade diagnóstica de Geometria utilizando a resolução de problemas, foi proposto aos alunos que respondessem a um questionário durante a aula. Isso permitirá realizar uma análise sobre a eficácia dessa metodologia. Foi conduzida uma avaliação detalhada de cada pergunta por meio de gráficos, evidenciando os resultados obtidos com a aplicação da metodologia Resolução de Problemas.

1 - Eu tinha estudado os conteúdos de Geometria com base na resolução de problemas antes dessas aulas.

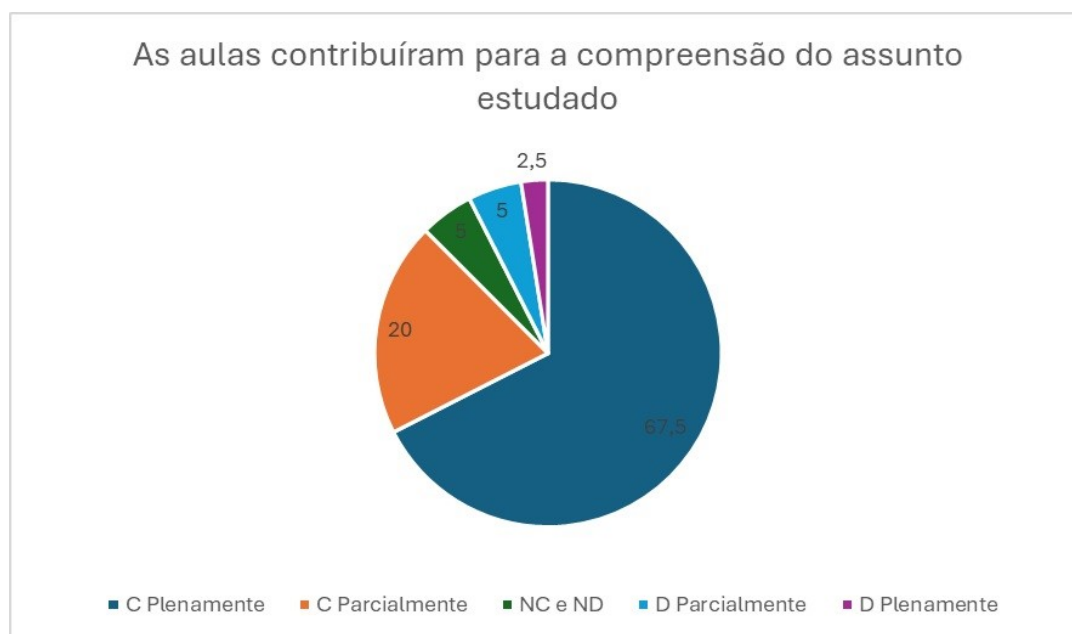
Figura 82 – Pergunta 1



Para esta questão, observou-se que 62,5% dos alunos não haviam estudado conteúdos de Geometria com base na resolução de problemas. Além disso, 15% discordaram parcialmente, 7,5% não concordaram nem discordaram, 10% concordaram parcialmente e apenas 5% afirmaram já ter estudado Geometria pela resolução de problemas. Os alunos relataram que alguns nunca haviam estudado Geometria, enquanto outros afirmaram que, quando estudaram, foi apenas por meio de fórmulas e exercícios de fixação, sem abordar a Geometria através da resolução de problemas.

2 - As aulas contribuíram para a compreensão do assunto estudado.

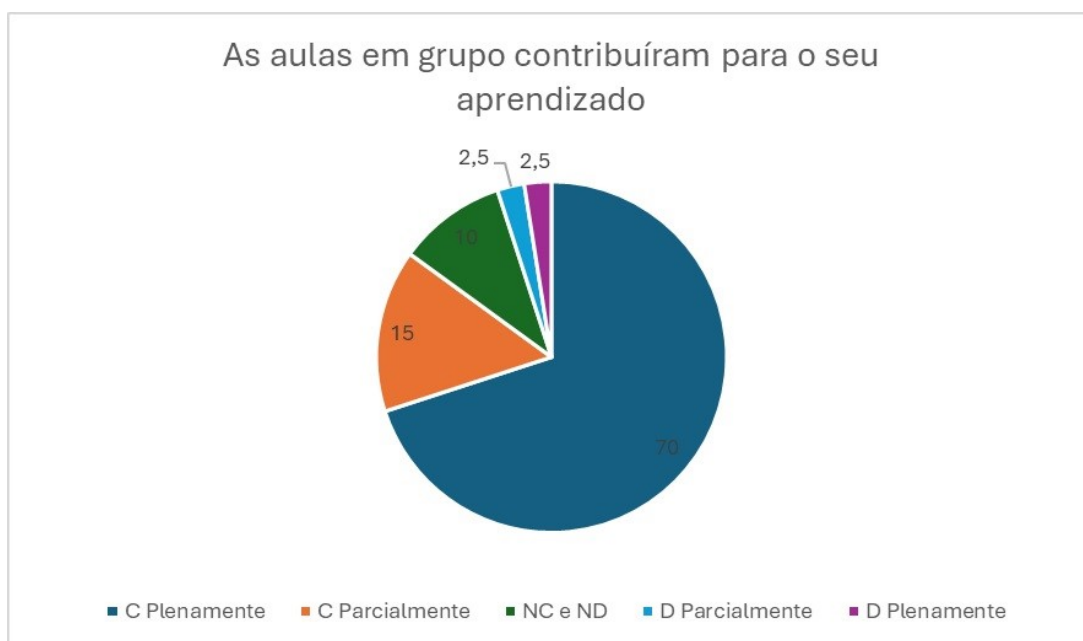
Figura 83 – Pergunta 2



Na segunda pergunta, os alunos destacaram a importância da aula para despertar o interesse e o gosto pela Geometria. Os resultados indicam que 67,5% dos alunos concordaram que a aula contribuiu para a compreensão dos assuntos estudados. Além disso, 20% concordaram parcialmente, 5% não concordaram nem discordaram, 5% discordaram parcialmente e apenas 2,5% discordaram que a aula tenha contribuído para a compreensão dos conteúdos abordados.

3 - As atividades em grupo contribuíram para o seu aprendizado.

Figura 84 – Pergunta 3



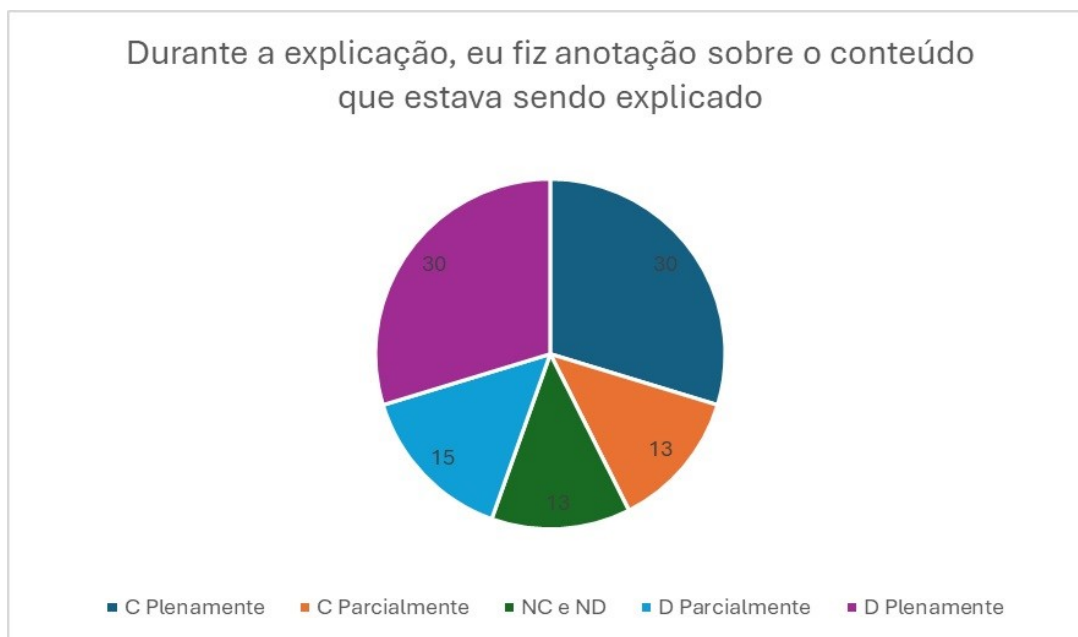
Dados da Pesquisa

Na terceira pergunta, os alunos demonstraram uma receptividade positiva ao trabalho em grupo, indicando que isso contribuiu para o aprendizado. Cerca de 70% dos alunos concordaram plenamente que as atividades em grupo foram benéficas para o aprendizado deles. Além disso, 15% concordaram parcialmente, 10% não concordaram nem discordaram, 2,5% discordaram parcialmente e 2,5% discordaram plenamente.

Cabe ressaltar que os alunos demonstraram uma participação ativa durante as atividades em grupo, explicando suas ideias sobre as questões. O professor adotou uma postura de observação, intervindo apenas ocasionalmente para questionar se a abordagem escolhida pelos alunos estava correta. Esse método foi aplicado de maneira consistente em todas as turmas pesquisadas.

4 - Durante a explicação, eu fiz anotação sobre o conteúdo que estava sendo explicado.

Figura 85 – Pergunta 4

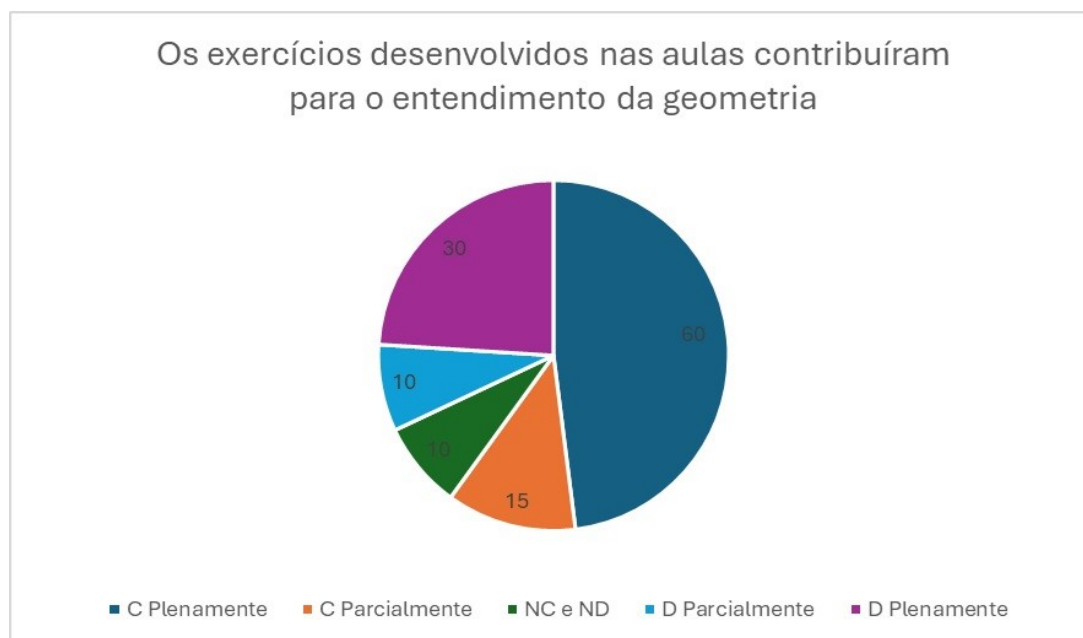


Dados da Pesquisa

Na quarta pergunta, as respostas dos alunos foram bastante divergentes, não apresentando uma maioria em nenhuma das opções. Observou-se que 30% concordaram plenamente, 30% discordaram plenamente, 13% concordaram parcialmente, 13% não concordam nem discordam, e 15% discordaram parcialmente. Essa variedade de respostas sugere que os alunos têm abordagens diferentes em relação à atenção durante as explicações do professor, alguns focando mais nas explicações verbais, enquanto outros preferem tomar notas sobre pontos importantes das questões.

5 - Os exercícios desenvolvidos nas aulas contribuíram para o entendimento da Geometria.

Figura 86 – Pergunta 5

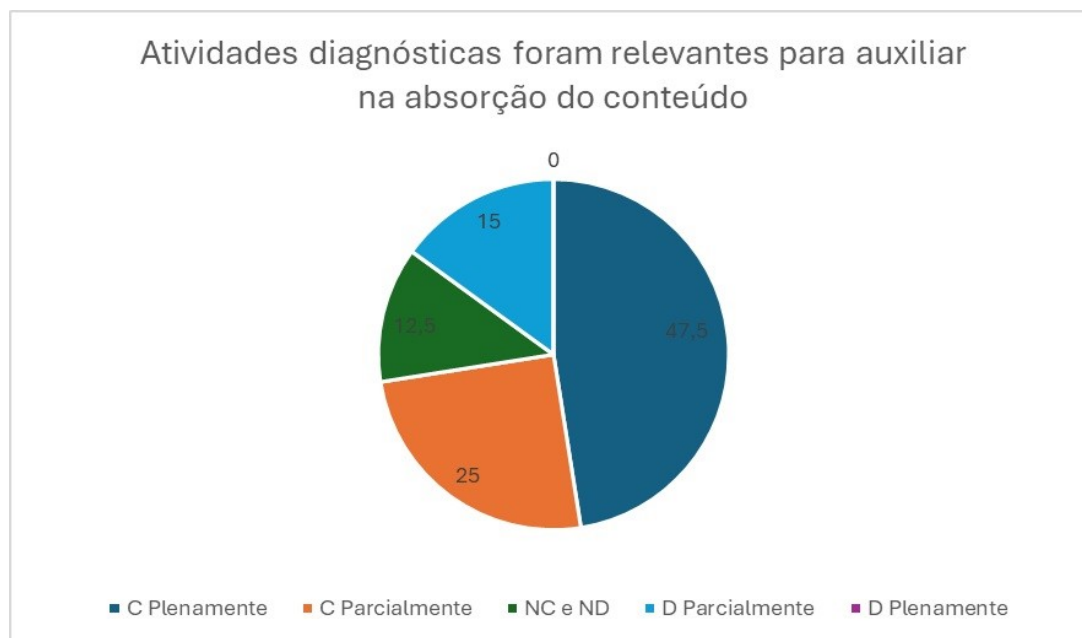


Dados da Pesquisa

Na análise deste gráfico, observa-se que a maioria dos alunos, representando 60%, concordou plenamente que os exercícios ajudam a entender a Geometria. Além disso, 15% concordaram parcialmente, 10% não concordaram nem discordaram, outros 10% discordaram parcialmente e, por fim, 5% discordaram plenamente que as aulas contribuíram para o entendimento da Geometria. Acredito que por ser uma metodologia em que os mesmos não estão acostumados, alguns alunos acham que não sabem ou deixaram de aprender, pois, a grande maioria deles estão acostumados a resolver exercícios como uma espécie de receita, e desse jeito, possuem uma grande dificuldade para mostrar sua solução.

6 - Atividades diagnósticas desenvolvidas ao longo das aulas foram relevantes para auxiliar na absorção do conteúdo.

Figura 87 – Pergunta 6

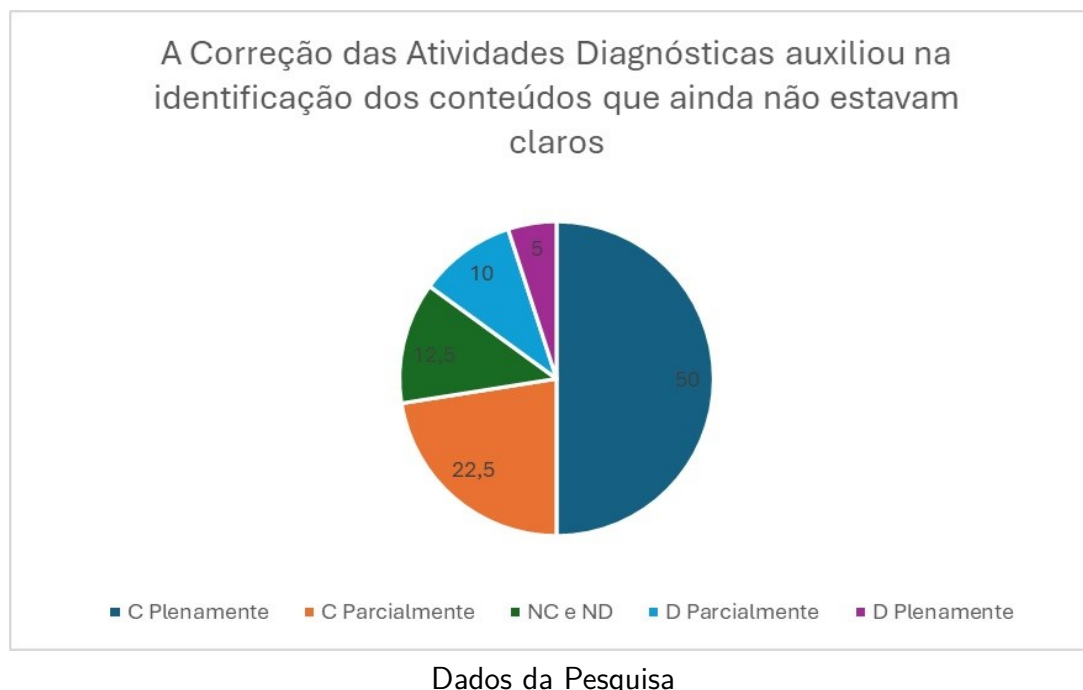


Dados da Pesquisa

Ao analisar esta questão sobre as atividades diagnósticas ao longo das aulas, observamos que uma boa percentagem de alunos considera essas atividades relevantes na absorção do conteúdo. Concretamente, 47,5% concordam plenamente com as atividades, enquanto 25% concordam parcialmente. Além disso, 12,5% não concordam nem discordam, e outros 15% discordam parcialmente. Como mencionado anteriormente, os alunos não estão acostumados a utilizar essa metodologia, e muitos acham as questões desafiadoras, principalmente pelo fato de terem que pensar na melhor maneira de encontrar a solução.

7 - A correção das Atividades Diagnósticas durante as aulas auxiliou na identificação dos conteúdos que ainda não estavam claros.

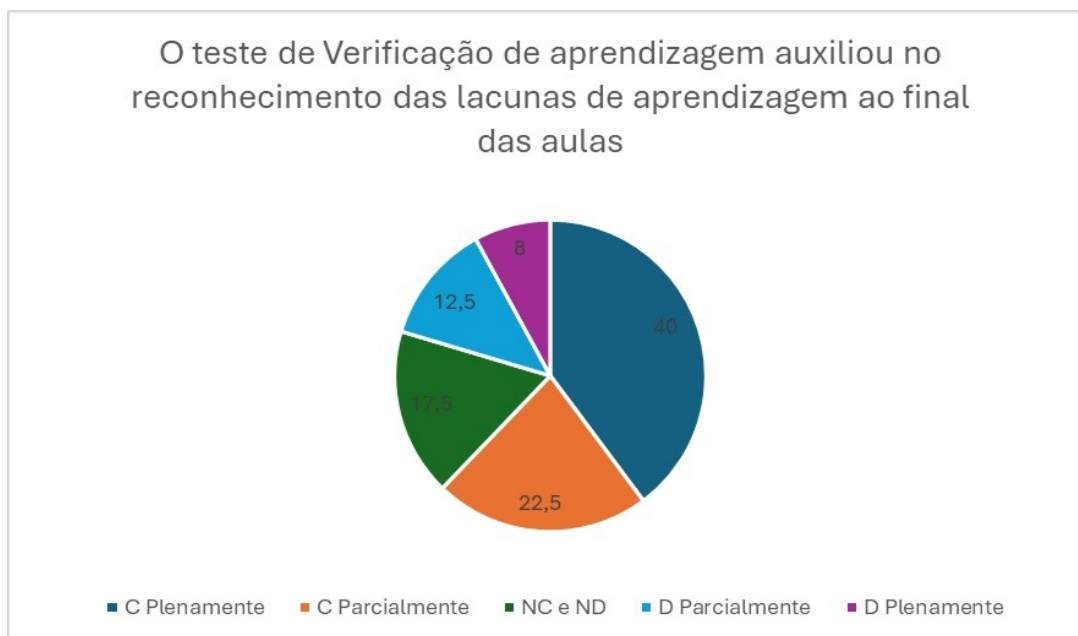
Figura 88 – Pergunta 7



Neste item pesquisado com os alunos, foi de grande relevância para eles, já que aqueles que não conseguiram entender bem o resultado das questões feitas por seu grupo buscaram esclarecimentos, fazendo perguntas. Muitas vezes, a correção foi conduzida por um dos alunos da turma, o que se mostrou muito positivo e interessante, sendo bem recebido por todos. Na correção das atividades, 50% compreenderam plenamente, 22,5% compreenderam parcialmente, 12,5% não compreenderam nem discordaram, 10% discordam parcialmente e 5% discordam plenamente.

8 - O Teste de Verificação de Aprendizagem auxiliou no reconhecimento das lacunas de aprendizagem, ao final das aulas.

Figura 89 – Pergunta 8

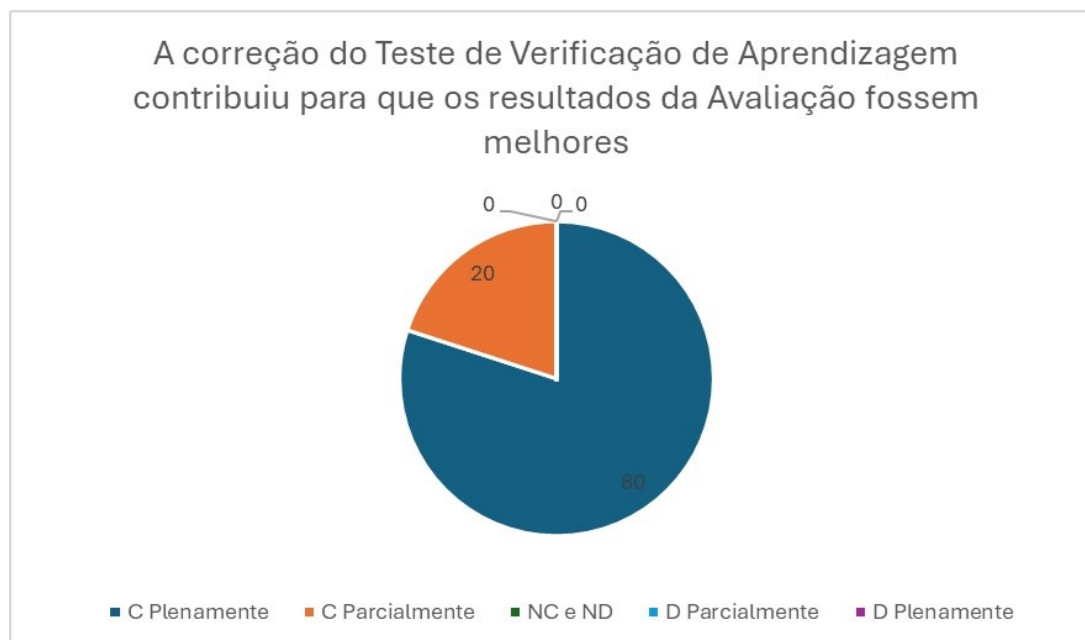


Dados da Pesquisa

Verificamos no teste de verificação de aprendizagem.

9 - A correção do Teste de Verificação de Aprendizagem contribuiu para que os resultados da avaliação fossem melhores.

Figura 90 – Pergunta 9

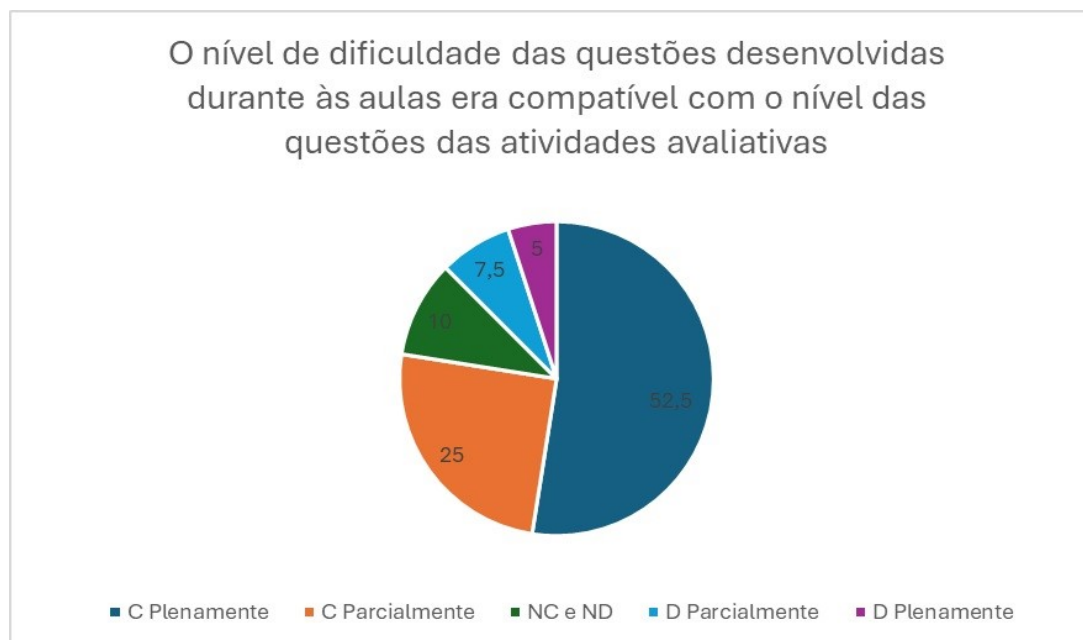


Dados da Pesquisa

Esse teste de verificação de aprendizagem foi fundamental para avaliarmos se os alunos estavam realmente aprendendo. Dos alunos que participaram da pesquisa, 80% concordaram plenamente que a correção ajudou na preparação para a avaliação, enquanto os 20% restantes concordaram parcialmente que essa correção foi útil.

10 - O nível de dificuldade das questões desenvolvidas durante às aulas era compatível com o nível das questões das atividades avaliativas.

Figura 91 – Pergunta 10

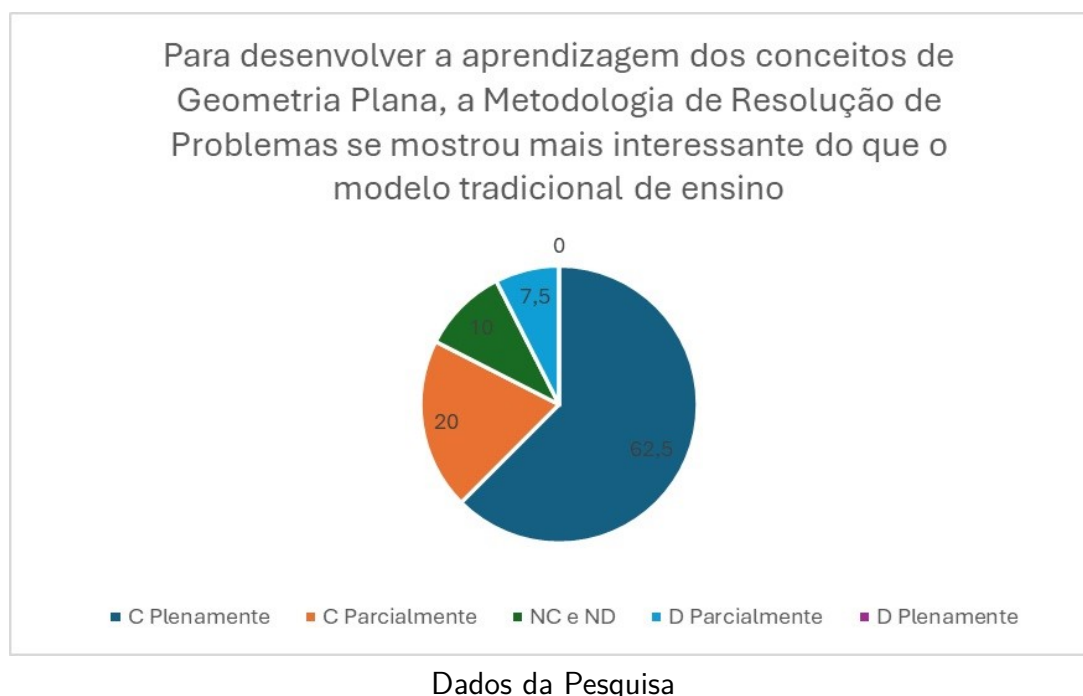


Dados da Pesquisa

Ao analisar essas respostas, percebemos que a maioria dos alunos considerou que as aulas eram compatíveis com as questões na avaliação. Cerca de 52,5% dos alunos acharam que as aulas eram bem semelhantes à avaliação, enquanto 25% as consideraram compatíveis parcialmente. Apenas 10% afirmaram que não concordam nem discordam, 7,25% discordam parcialmente, e 5% discordam plenamente.

11 - Para desenvolver a aprendizagem dos conceitos de Geometria Plana, a metodologia de Resolução de Problemas se mostrou mais interessante do que o modelo tradicional de ensino.

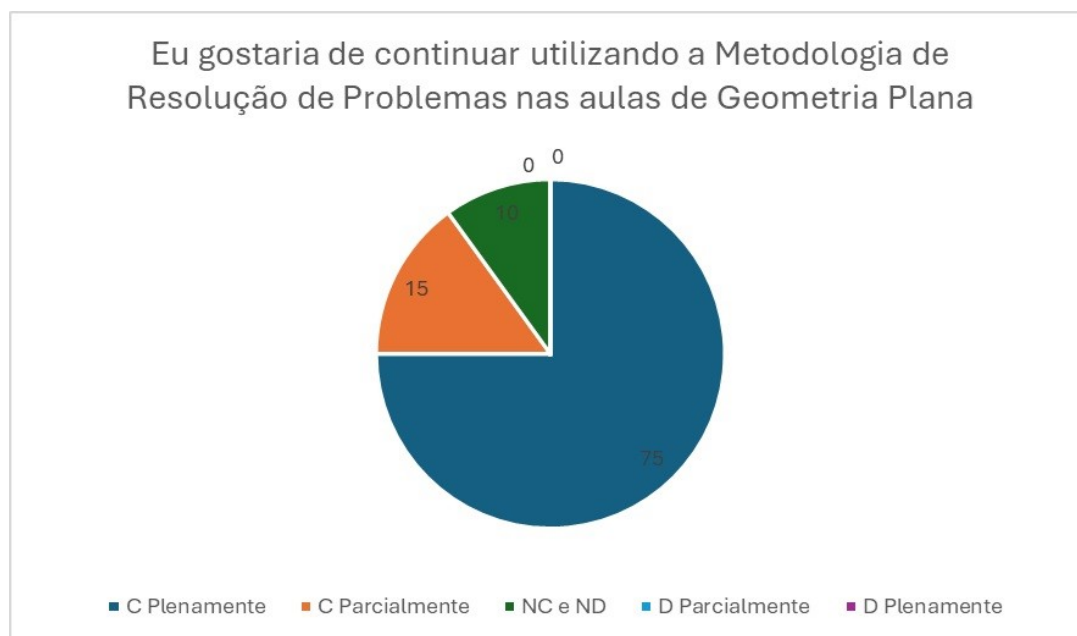
Figura 92 – Pergunta 11



Analisando o gráfico anterior, torna-se evidente a preferência dos alunos pela metodologia Resolução de Problemas. Através dela, os alunos puderam compreender de maneira mais eficaz os conceitos de Geometria abordados durante a pesquisa, demonstrando como essa metodologia pode ser aplicada no cotidiano da sala de aula. Considerando que 62,5% dos alunos concordam plenamente que o uso dessa metodologia é mais eficaz do que o modelo tradicional de ensino, e 20% concordam parcialmente, enquanto 10% não concordam nem discordam, e apenas 7,5% discordam parcialmente. Assim, é possível inferir a importância da Resolução de Problemas para os alunos neste gráfico.

12 - Eu gostaria de continuar utilizando a Metodologia de Resolução de Problemas nas aulas de Geometria Plana.

Figura 93 – Pergunta 12



Agora, considerando a última questão sobre o interesse em utilizar a metodologia Resolução de Problemas nas aulas de Geometria Plana, observa-se sua eficácia para os alunos. Nesse contexto, 75% afirmam concordar plenamente, 15% concordam parcialmente e apenas 10% afirmam não concordar nem discordar da utilização dessa metodologia.

Ainda nesta pesquisa foi pedido aos alunos que listassem os pontos positivos e negativos da metodologia experimentada.

Pontos Positivos:

- Discussão sobre as questões em grupo;
- Utiliza-se todo o conteúdo estudado pela turma;
- Pensar em outros problemas já resolvidos que nos ajudam a resolver o problema atual;
- Facilita o aprendizado, pois temos a necessidade de participar bem mais das aulas, confesso que isso me ajudou muito, já que antes, eu só prestava atenção na revisão de conteúdos;
- Melhor fixação da matéria estudada;
- Melhor para o entendimento da matéria.

Pontos Negativos:

- Falta de tempo para resolver às questões;
- Acho que levamos muito tempo discutindo sobre as questões;
- Acho que deveria ter sido trabalhado mais vezes com a gente, pois, para mim é bem difícil de entender.
- Acho que poderia ser dado exercícios mais simples, para que pudéssemos entender melhor às questões.

Ao analisar as respostas dos alunos em todas as questões do questionário, juntamente com os pontos positivos e negativos da aplicação da metodologia Resolução de Problemas, ficou evidente sua eficácia para desenvolver na capacidade dos alunos de aplicar seus conhecimentos em questões de Geometria, como as apresentadas na OBMEP. A vantagem dessa abordagem é que ela permite que os alunos construam seu próprio conhecimento, com o professor atuando como mediador nesse processo de construção do saber. Dessa forma, os alunos podem pensar e propor suas próprias soluções para problemas de Geometria, tornando-se mais capazes de estudar e aprender de maneira satisfatória os assuntos abordados nesta dissertação.

Considerações Finais

A primeira etapa desta pesquisa foi construir um referencial teórico, para garantir o embasamento necessário para o entendimento dos temas relacionados ao ensino da Geometria tendo por base a metodologia Resolução de problemas.

Durante a pesquisa bibliográfica para a elaboração do referencial teórico, foi possível realizar um estudo aprofundado sobre como empregar essa metodologia em sala de aula, buscando estimular uma participação mais ativa dos alunos. O objetivo é que eles se sintam mais motivados a se envolver no processo de aprendizado, compreendendo de maneira mais satisfatória os conceitos ensinados nas turmas. Essa abordagem visa aprimorar o aproveitamento no ensino-aprendizagem de Geometria, colocando o aluno como protagonista no desenvolvimento do seu conhecimento. Tornando, assim, todo o processo de construção do conhecimento bem mais satisfatório para os discentes em questão.

Nesse sentido, durante a aplicação da metodologia Resolução de Problemas nas turmas que fizeram parte desta pesquisa, os alunos foram incentivados a estudar por meio de videoaulas sobre os tópicos que seriam abordados na próxima semana. Essa estratégia mostrou-se bastante eficaz, pois os alunos demonstraram um maior interesse em relação ao que estava sendo trabalhado. Eles passaram a tirar mais dúvidas e a fazer questionamentos sobre o conteúdo em discussão. E isso foi melhorando com o tempo em que tivemos para realizar esta pesquisa. Em relação à proposta para o ensino da Geometria com a resolução de problemas utilizando questões da OBMEP, pode-se afirmar, de acordo com os resultados obtidos no questionário final, que ela se mostrou bastante eficaz no ensino da Geometria. Isso é evidenciado tanto pela análise dos resultados das atividades realizadas pelos alunos quanto pela avaliação do pré-teste e do questionário final, que demonstraram eficácia no desenvolvimento das atividades de Geometria pelos alunos, assim como na avaliação do pós-teste e da avaliação final.

No entanto, enfrentamos algumas dificuldades ao implementar a metodologia, considerando que em toda turma existem alunos que não querem aprender, apresentando barreiras que prejudicam o seu desenvolvimento como pensadores capazes de resolver diversas situações-problema no dia a dia. Isso se configurou como um limitador no processo de ensino-aprendizagem em que os alunos estavam envolvidos.

No que diz respeito a metodologia de Resolução de Problemas, nos primeiros encontros foi um grande desafio, tanto para mim, quanto para os alunos, pois, os mesmos eram recém

matriculados na escola e muitos ainda estavam se conhecendo, e muitos deles quiseram chamar atenção, por este motivo houve uma certa demora para que todos possam se sentir motivados a desenvolver tal proposta, posso dizer que o Ensino de Geometria, abordando os problemas da OBMEP, foi uma excelente alternativa, pois mostrou aos alunos, como se os mesmos se interessassem, pode ser possível aprender de uma maneira bem mais eficiente sobre os conceitos de Geometria que foram trabalhados ao longo de nossas aulas.

Em relação aos alunos, conforme evidenciado pela avaliação final, fica claro como o emprego desta metodologia pode beneficiar tanto os alunos no aprendizado dos conteúdos quanto os professores, tornando suas aulas mais atrativas e incentivando a participação mais interessada dos alunos. Isso proporciona um processo de ensino-aprendizagem mais satisfatório para a turma em questão. Os resultados obtidos indicam que a utilização dessa metodologia, como a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) - uma abordagem ativa em que problemas são utilizados como veículo para o ensino e a consolidação de conceitos e princípios - pode estimular os alunos a uma compreensão mais profunda dos conceitos geométricos, fundamentais para o desenvolvimento dessa metodologia de ensino.

Diante do exposto, é possível afirmar que a metodologia utilizada favoreceu o processo de ensino-aprendizagem de Geometria, tornando os alunos mais ativos na construção de seu conhecimento. Durante as aulas, os alunos refletiam sobre como resolver os problemas, sendo o professor um mediador, enquanto todas as turmas discutiam entre si a melhor maneira de encontrar a solução para as situações-problema propostas em aula. Essa abordagem alinha-se à resolução de problemas na BNCC para o ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental. A utilização de problemas busca auxiliar na aprendizagem dos alunos, especialmente para favorecer o desenvolvimento do aluno no aprendizado de Geometria e Matemática. Conforme indicado na BNCC, aprender Matemática permite que os alunos apliquem esse conhecimento em situações-problema, como os apresentados na OBMEP, corroborando a pertinência desta metodologia para o desenvolvimento do aprendizado dos alunos.

Nesse sentido, este estudo contribui para evidenciar a importância de os professores fundamentarem suas práticas pedagógicas na resolução de problemas. Nesta dissertação, foi apresentada uma proposta para desenvolver nos alunos uma Proposta Didática voltada para o Ensino e Aprendizagem de Geometria Plana. Utilizaram-se questões da OBMEP, uma prova criteriosamente elaborada que atende a todos os requisitos necessários para promover o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos.

Referências

- ALLEVATO, N. S. G. *Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 55.
- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. d. R. Resolução de problemas: teoria e prática. In: _____. 2. ed. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014. cap. Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas. Citado na página 106.
- AZEVEDO, J. F. d. C. *Modelagem em ensino de matemática*. São Paulo: Autêntica Editora, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Portugal: Porto Editora, 1994. Citado na página 51.
- BRASIL. Lei 9.394/96 lei de diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 1996. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Citado na página 34.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Matemática*. Brasília, DF: Secretaria de Educação Fundamental, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 42.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular - Proposta preliminar*. Brasília, DF: MEC, 2016. Citado na página 17.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. Citado 5 vezes nas páginas 35, 36, 43, 45 e 46.
- BRASIL, S. F. D. *Constituição da república federativa do Brasil*. [S.l.: s.n.], 1988. Citado na página 43.
- D'AMBRÓSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas, SP: Papirus Editora, 2012. Citado na página 16.
- DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de matemática*. São Paulo: Ática, 1999. Citado 3 vezes nas páginas 38, 39 e 43.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de matemática elementar: Geometria Plana*. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 9. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 91.
- GEHRKE, T. T. *Trilhos matemáticos como contexto para o ensino e a aprendizagem da geometria espacial com estudantes do terceiro ano do ensino médio - Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e de Matemática)*. Dissertação (Mestrado) — Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.

- GROENWALD, C. L. O. et al. Educação matemática nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio: Pesquisas e perspectivas. In: _____. 1. ed. São Paulo: Musa Editora, 2009. cap. Teorias dos números no ensino básico - Desenvolvendo o pensamento aritmético. Citado na página 45.
- HILLSON, N.; ONUCHIC, J. N.; GARCIA, A. E. Pressure-induced protein-folding/unfolding kinetics. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Acad Sciences, v. 96, n. 26, p. 14848–14853, 1999. Citado na página 18.
- HOLANDA, B.; CHAGAS, E. A. *Círculos de Matemática da OBMEP: Primeiros passos em Geometria*. Rio de Janeiro, RJ: IMPA, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 60.
- JOHNSON, S. B. *Análise da Base Nacional Comum Curricular de Matemática*. 2016. Disponível em: <https://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2016/08/5.2-Matema%CC%81tica_Ana%CC%81lise-da-ACARA.pdf>. Citado na página 17.
- LESTER, F. *Teaching Mathematics Through Problem Solving: Prekindergarten-grade 6*. 3. ed. EUA: National Council of Teachers of Mathematics, 2003. ISBN 9780873535403. Citado na página 39.
- LIBÂNEO, J. C. *Adeus professor, adeus professora?: novas exigências educacionais e profissão docente*. 13. ed. São Paulo: Cortez, 2011. Citado na página 38.
- LIMA, E. L. *Curso de Análise*. 11. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2004. v. 1. (Projeto Euclides, v. 1). Citado na página 43.
- MACIEL, S. H.; SOUSA, S. R. S. O tangram como uma ferramenta para trabalhar geometria no 6º do ensino fundamental. *Multidebates*, v. 4, n. 5, p. 141–155, 2020. Citado na página 24.
- MONTEIRO, I. A. *O Desenvolvimento Histórico do Ensino da Geometria no Brasil*. São Paulo: [s.n.], 2012. Citado na página 33.
- OBMEP. *OBMEP - Provas e Soluções*. Citado 3 vezes nas páginas 57, 58 e 59.
- ONUCHIC, L. d. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Boletim de Educação Matemática*, v. 25, n. 41, p. 73–98, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 40, 81 e 83.
- ONUCHIC, L. de L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Educação matemática - pesquisa em movimento. In: _____. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2005. cap. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. Citado na página 55.
- ONUCHIC, L. de L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. *Boletim Gepem*, v. 55, p. 133–154, 2009. Citado na página 56.
- ONUCHIC, L. de L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos avançados e novas perspectivas. *Bolema-Boletim de Educação Matemática*, v. 25, n. 41, p. 73–98, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 56.
- POLYA, G. *A Arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático*. 2. ed. Rio de Janeiro, RJ: Interciência, 2006. Citado 4 vezes nas páginas 37, 40, 41 e 45.
- PROENÇA, M. C. de. Resolução de problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. *Revista de Educação Matemática*, v. 18, p. e021008, 2021. Citado na página 65.

- SINGH, S. *O Último teorema de Fermat*. Rio de Janeiro: Record, 1998. Citado na página 42.
- SOARES, C. V. C. de O. *As intervenções pedagógicas em ambientes informatizados: uma realidade a ser construída*. 2005(a). 133 f. Dissertação (Mestrado) — Curso de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2005. Citado na página 21.
- VALENTE, J. A. Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida. *Educar em Revista*, n. 4, p. 79–97, 2014. Citado na página 18.

Apêndices

APÊNDICE A

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA ALBERTINA



TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA
AUTORIZAÇÃO

Prezada Diretor **Willian Ribeiro Gusmão**

Os alunos do 7º Ano da turma 7104 de Ensino Fundamental da Escola Municipal Albertina de Azeredo Venâncio, estão sendo convidados a participarem de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), realizado pelo mestrando MARCELO DE SOUZA SANTANA. A pesquisa será realizada na própria Escola, durante algumas aulas, com o seguinte título: A OBMEP E A APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA VISANDO O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA, onde os alunos irão aprender e aplicar conceitos de geometria baseados em uma abordagem diferenciada. Tendo como objetivo principal a melhora no ensino aprendizagem dos alunos, gostaria de pedir sua autorização para que a Instituição e a referida turma possam participar da pesquisa, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Desde já, agradeço, e se estiver de acordo, peço que destaque e preencha o formulário a seguir:

.....
Eu, Willian Ribeiro Gusmão, diretor da Escola Municipal Albertina de Azeredo Venâncio, autorizo a participação da turma 7104 na pesquisa sobre A OBMEP E A APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA VISANDO O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA, desenvolvida pelo mestrando MARCELO DE SOUZA SANTANA.

E. M. Albertina Azeredo Venâncio
Willian Ribeiro Gusmão
Diretor - Mat.: 19327
Willian Ribeiro Gusmão
ASSINATURA

Travessão de Campos, 06 de fevereiro de 2023.

APÊNDICE B

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DO BOTAFOGO



TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA
AUTORIZAÇÃO

Prezada Diretora **Greyce Yara de Boni**

Os alunos do 8º Ano da turma 8101 de Ensino Fundamental do Colégio Municipal Botafogo, estão sendo convidados a participarem de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), realizado pelo mestrando MARCELO DE SOUZA SANTANA. A pesquisa será realizada na própria Escola, durante algumas aulas, com o seguinte título: A OBMEP E A APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA VISANDO O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA, onde os alunos irão aprender e aplicar conceitos de geometria baseados em uma abordagem diferenciada. Tendo como objetivo principal a melhora no ensino aprendizagem dos alunos, gostaria de pedir sua autorização para que a Instituição e a referida turma possam participar da pesquisa, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Desde já, agradeço, e se estiver de acordo, peço que destaque e preencha o formulário a seguir:

.....
Eu, Greyce Yara de Boni, diretora do Colégio Municipal Botafogo, autorizo a participação da turma 8101 na pesquisa sobre A OBMEP E A APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA VISANDO O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA, desenvolvida pelo mestrando MARCELO DE SOUZA SANTANA.

Assinatura

Greyce Yara de Boni
DIREÇÃO
Matrícula: 28871/43282

MACAÉ, 06 de fevereiro de 2023.

APÊNDICE C

AUTORIZAÇÃO DA PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS DO ALBERTINA E DO BOTAFOGO



TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Prezados Pais ou Responsáveis,

Os alunos do 8º ano da turma de Ensino Fundamental do Colégio Municipal Botafogo da turma 8101, estão sendo convidados a participarem de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), realizado pelo mestrando MARCELO DE SOUZA SANTANA. A pesquisa será realizada na própria Escola, durante algumas aulas, com o seguinte título: A OBMEP E A APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DIDÁTICA VISANDO O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA, onde os alunos irão aprender e aplicar conceitos de geometria baseados em uma abordagem diferenciada. Tendo como objetivo principal a melhora no ensino aprendizagem dos alunos, gostaria de pedir sua autorização para que a Instituição e a referida turma possam participar da pesquisa, e que os registros das atividades possam ser publicados.

Desde já, agradeço, e peço que aprovando a participação do seu filho(a), destaque e preencha o formulário a seguir:

Eu, _____, autorizo a participação de meu filho(a) na pesquisa desenvolvida pelo mestrando MARCELO DE SOUZA SANTANA.

Nome do aluno: _____

Assinatura

Macaé, ____ de _____ de 2023.

APÊNDICE D

ATIVIDADES AVALIATIVAS REALIZADAS NO ALBERTINA



UNIVERSIDADE ESTADUAL NORTE FLUMINENSE

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

PROF ORIENTADOR: Dr NELSON MACHADO BARBOSA

MESTRANDO: MARCELO DE SOUZA SANTANA

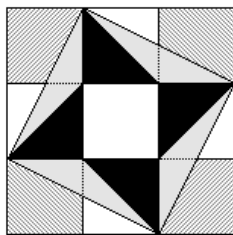
ESCOLA MUNICIPAL ALBERTINA AZEREDO VENÂNCIO



PROFMAT

ALUNO(A): _____

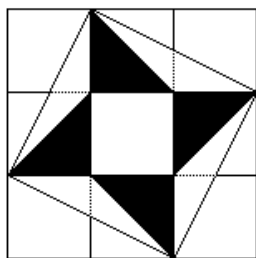
- 1- A figura a seguir foi desenhada sobre um quadriculado formado por nove quadrados, cada um com área igual a 4 cm^2 .



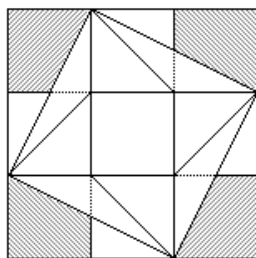
(a) Calcule a área total pintada de preto?

(b) Qual é a área total listrada?

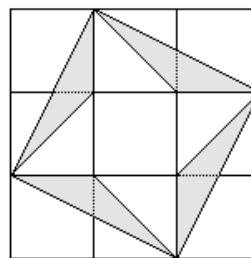
(c) Qual é a área total pintada de cinza?



(a)

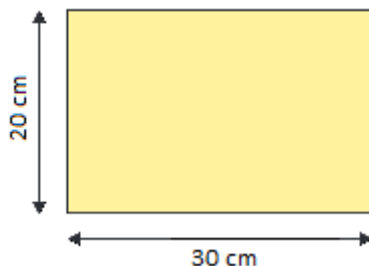


(b)

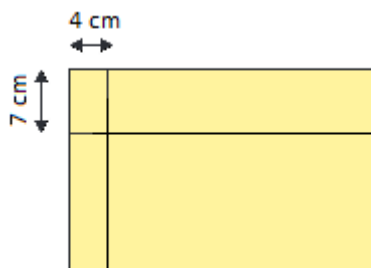


(c)

2- Lucinha tem três folhas retangulares iguais, cujos lados medem 20 cm e 30 cm.



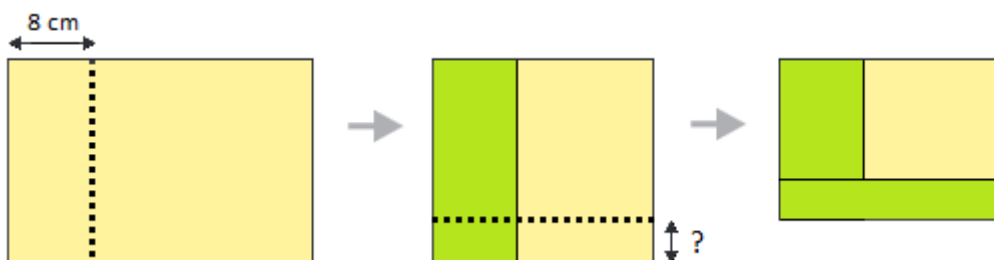
(a) Lucinha fez dois traços retos na primeira folha, um a 4 cm da margem esquerda e outro a 7 cm da margem superior, dividindo-a em quatro retângulos. Um desses retângulos tem a maior área. Qual é o valor dessa área?



(b) Ajude Lucinha a dividir a segunda folha em quadrados iguais, desenhando traços paralelos às margens, de modo que esses quadrados tenham a maior área possível.



(c) Lucinha pegou a terceira folha, amarela na frente e verde no verso, e fez duas dobras: a primeira a 8 cm da margem esquerda e a segunda a uma certa distância da margem inferior, de forma que o perímetro da região não coberta da folha (contorno da região amarela da última figura) fosse de 54 cm. Qual é a distância da segunda dobra à margem inferior?



APÊNDICE E

ATIVIDADES AVALIATIVAS REALIZADAS NO BOTAFOGO



UNIVERSIDADE ESTADUAL NORTE FLUMINENSE

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

PROF ORIENTADOR: Dr NELSON MACHADO BARBOSA

MESTRANDO: MARCELO DE SOUZA SANTANA

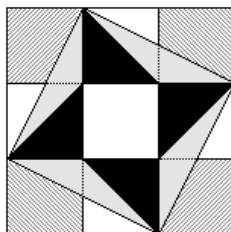


PROFMAT

COLÉGIO MUNICIPAL BOTAFOGO

ALUNO(A): _____

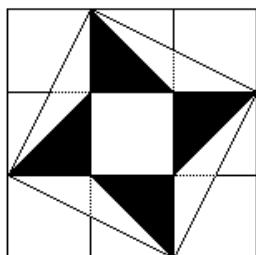
- 1- A figura a seguir foi desenhada sobre um quadriculado formado por nove quadrados, cada um com área igual a 4 cm^2 .



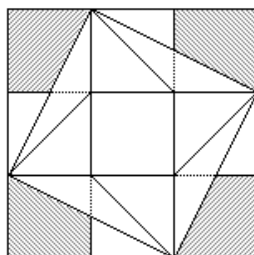
(a) Calcule a área total pintada de preto?

(b) Qual é a área total listrada?

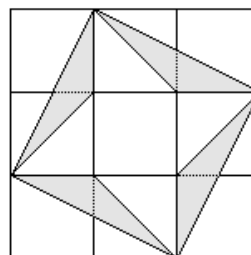
(c) Qual é a área total pintada de cinza?



(a)

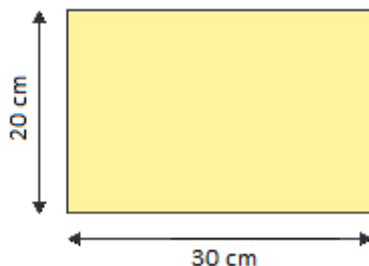


(b)

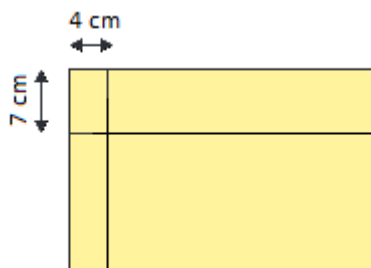


(c)

2- Lucinha tem três folhas retangulares iguais, cujos lados medem 20 cm e 30 cm.



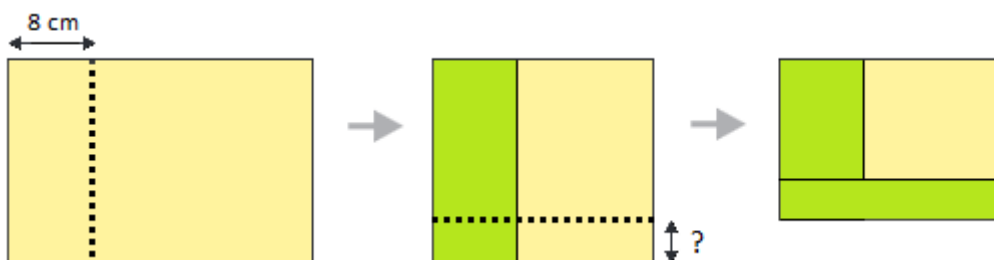
(a) Lucinha fez dois traços retos na primeira folha, um a 4 cm da margem esquerda e outro a 7 cm da margem superior, dividindo-a em quatro retângulos. Um desses retângulos tem a maior área. Qual é o valor dessa área?



(b) Ajude Lucinha a dividir a segunda folha em quadrados iguais, desenhando traços paralelos às margens, de modo que esses quadrados tenham a maior área possível.



(c) Lucinha pegou a terceira folha, amarela na frente e verde no verso, e fez duas dobras: a primeira a 8 cm da margem esquerda e a segunda a uma certa distância da margem inferior, de forma que o perímetro da região não coberta da folha (contorno da região amarela da última figura) fosse de 54 cm. Qual é a distância da segunda dobra à margem inferior?



APÊNDICE F

ATIVIDADES AVALIATIVAS NAS ESCOLAS ALBERTINA E BOTAFOGO

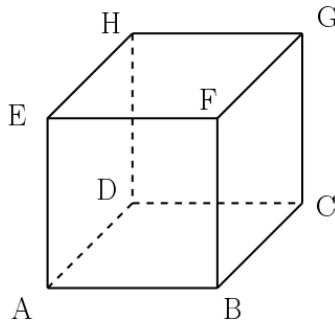


COLÉGIO: _____

ALUNO(A): _____

3- Triângulos no cubo

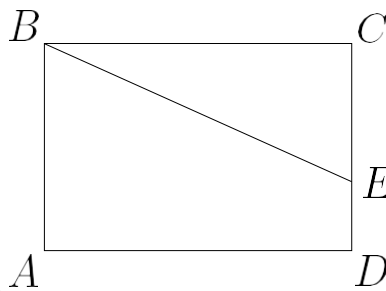
A figura seguinte mostra um cubo.



- Calcule o número de triângulos cujos vértices são vértices do cubo.
- Quantos desses triângulos não estão contidos em uma face do cubo?

4- Proporção de áreas

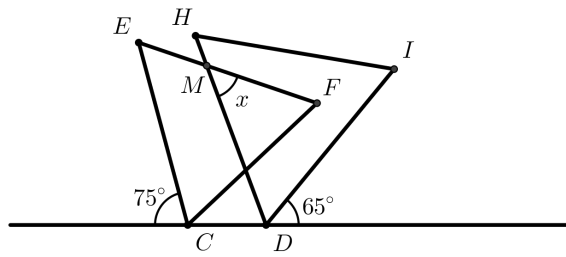
Na figura, ABCD é um retângulo e E é um ponto sobre o segmento \overline{CD} tal que $|CE| = 2|DE|$.



Se a área do triângulo BCE é 10 m^2 , calcule a área do retângulo ABCD.

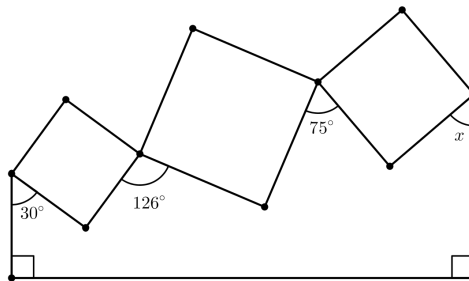
5- Os Triângulos Equiláteros

Na figura, os dois triângulos CEF e DIH são equiláteros e os ângulos dados em graus. Determine o valor de x.



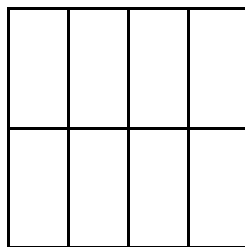
6- Ângulos entre Quadrados

Três quadrados são colados pelos seus vértices entre si e a dois bastões verticais, como mostra a figura. Determine a medida do ângulo x .



7- Divisão do Terreno

Jonas dividiu um terreno quadrado em oito partes retangulares iguais, conforme a figura, dando uma parte para cada um dos seus oito filhos. Para cercar sua parte, Antônia verificou que o seu perímetro era $120m$.



a) Qual a área do terreno que Jonas dividiu?

b) Se representarmos o perímetro de um dos terrenos menores por P , qual a área original do terreno em função de P ?

APÊNDICE G

ATIVIDADES REALIZADAS NO PRÉ-TESTE



UNIVERSIDADE ESTADUAL NORTE FLUMINENSE

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

PROF ORIENTADOR: Dr NELSON MACHADO BARBOSA

MESTRANDO: MARCELO DE SOUZA SANTANA

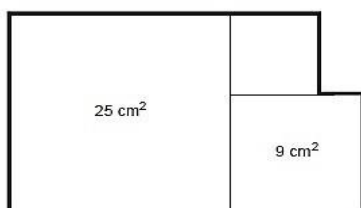


PROFMAT

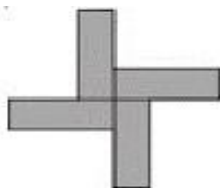
ESCOLA: _____

ALUNO(A): _____ ANO ESCOLAR: _____

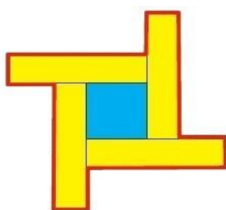
1. (OBMEP 2006) A figura é formada por três quadrados, um deles com área de 25cm^2 e o outro com área de 9cm^2 . Qual é o perímetro da figura?



2. (OBMEP 2005) Tia Anastácia uniu quatro retângulos de papel de 3cm de comprimento por 1cm de largura, formando a figura a seguir. Qual é o perímetro da figura?



3. (OBMEP 2014) Juntando, sem sobreposição, quatro ladrilhos retangulares de 10cm por 45cm e um ladrilho quadrado de lado 20cm, Rodrigo montou a figura abaixo. Com uma caneta vermelha ele traçou o contorno da figura. Qual é o comprimento desse contorno?



- 4- (OBMEP 2007) João Grilo tem um terreno retangular onde há um galinheiro e um chiqueiro retangulares e uma horta quadrada, cujas áreas estão indicadas na figura.

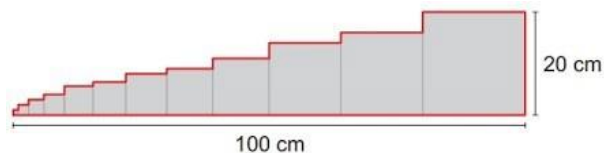


a) Qual é a área do terreno do João Grilo?

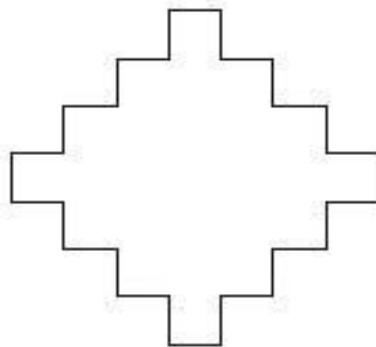
b) Quais são as medidas dos lados do galinheiro?

c) João Grilo cercou a horta, o galinheiro e o chiqueiro com cercas feitas com diferentes números de fios de arame, como indicado na figura. Quantos metros de arame ele usou?

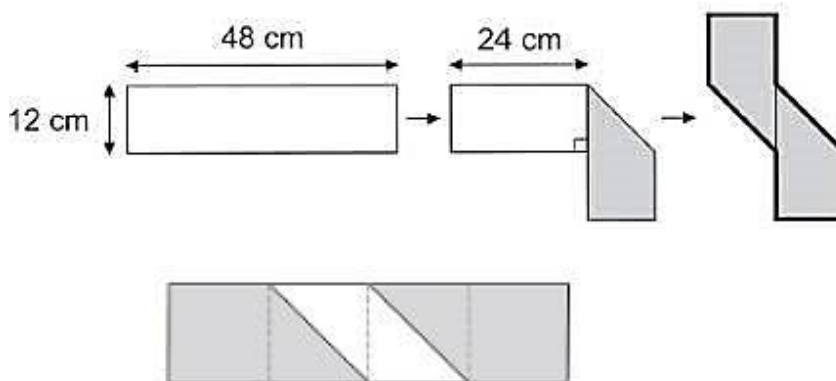
- 5- (OBMEP 2017) Vários quadrados foram dispostos um ao lado do outro em ordem crescente de tamanho, formando uma figura com 100 cm de base. O lado do maior quadrado mede 20 cm. Qual é o perímetro (medida do contorno) da figura formada por esses quadrados?



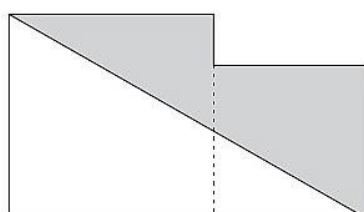
- 6- (OBMEP 2013) A figura representa um polígono em que todos os lados são horizontais ou verticais e têm o mesmo comprimento. O perímetro desse polígono é 56cm. Qual é sua área?



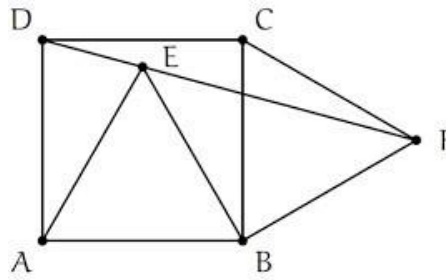
- 7- (OBMEP 2008) Uma tira retangular de cartolina, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada como na figura, formando um polígono de 8 lados. Qual é a área desse polígono?



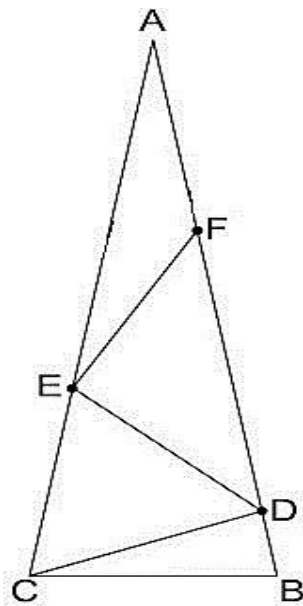
- 8- (OBMEP 2014) A figura é formada por dois quadrados, um de lado 8 cm e outro de lado 6 cm. Qual é a área da região sombreada?



- 9- Construimos dois triângulos equiláteros ABE interno e BFC externo ao quadrado ABCD. Prove que os pontos D, E e F se localizam na mesma reta.



- 10- O triângulo ABC é isóscele com vértice em A. Determine os ângulos deste triângulo sabendo que $BC = CD = DE = EF = FA$.



APÊNDICE H

QUESTIONÁRIO DISSERTAÇÃO ALBERTINA



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

NOME: _____

COLÉGIO MUNICIPAL ALBERTINA

8º ano do Ensino Fundamental – Turma 7A 104

QUESTIONÁRIO

- 1- Eu tinha estudado os conteúdos de Geometria com base na resolução de problemas antes dessas aulas.
 - () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.

- 2- As aulas contribuíram para a compreensão do assunto estudado.
 - () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.

- 3- As atividades em grupo contribuíram para o seu aprendizado.
 - () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.

- 4- Durante a explicação, eu fiz anotação sobre o conteúdo que estava sendo explicado.
 - () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.

- 5- Os exercícios desenvolvidos nas aulas contribuíram para o entendimento da Geometria.
- () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.
- 6- Atividades Diagnósticas desenvolvidas ao longo das aulas foram relevantes para auxiliar na absorção do conteúdo.
- () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.
- 7- A correção das Atividades Diagnósticas durante as aulas auxiliou na identificação dos conteúdos que ainda não estavam claros.
- () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.
- 8- O Teste de Verificação de Aprendizagem auxiliou no reconhecimento das lacunas de aprendizagem, ao final das aulas.
- () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.
- 9- A correção do Teste de Verificação de Aprendizagem contribuiu para que os resultados da avaliação fossem melhores.
- () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.

10- O nível de dificuldade das questões desenvolvidas durante às aulas era compatível com o nível das questões das atividades avaliativas.

- () Concordo plenamente.
- () Concordo parcialmente.
- () Não concordo nem discordo.
- () Discordo parcialmente.
- () Discordo plenamente.

11- Para desenvolver a aprendizagem dos conceitos de Geometria Plana, a metodologia de Resolução de Problemas se mostrou mais interessante do que o modelo tradicional de ensino.

- () Concordo plenamente.
- () Concordo parcialmente.
- () Não concordo nem discordo.
- () Discordo parcialmente.
- () Discordo plenamente.

12- Eu gostaria de continuar utilizando a Metodologia de Resolução de Problemas nas aulas de Geometria Plana.

- () Concordo plenamente.
- () Concordo parcialmente.
- () Não concordo nem discordo.
- () Discordo parcialmente.
- () Discordo plenamente.

13- Liste os pontos positivos da metodologia experimentada.

14- Liste os pontos negativos da metodologia experimentada.

APÊNDICE I

QUESTIONÁRIO DISSERTAÇÃO BOTAFOGO



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

NOME: _____

COLÉGIO MUNICIPAL BOTAFOGO

8º ano do Ensino Fundamental – Turma 8 101

QUESTIONÁRIO

- 1- Eu tinha estudado os conteúdos de Geometria com base na resolução de problemas antes dessas aulas.
 - () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.

- 2- As aulas contribuíram para a compreensão do assunto estudado.
 - () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.

- 3- As atividades em grupo contribuíram para o seu aprendizado.
 - () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.

- 4- Durante a explicação, eu fiz anotação sobre o conteúdo que estava sendo explicado.
 - () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.

- 5- Os exercícios desenvolvidos nas aulas contribuíram para o entendimento da Geometria.
- () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.
- 6- Atividades Diagnósticas desenvolvidas ao longo das aulas foram relevantes para auxiliar na absorção do conteúdo.
- () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.
- 7- A correção das Atividades Diagnósticas durante as aulas auxiliou na identificação dos conteúdos que ainda não estavam claros.
- () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.
- 8- O Teste de Verificação de Aprendizagem auxiliou no reconhecimento das lacunas de aprendizagem, ao final das aulas.
- () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.
- 9- A correção do Teste de Verificação de Aprendizagem contribuiu para que os resultados da avaliação fossem melhores.
- () Concordo plenamente.
 - () Concordo parcialmente.
 - () Não concordo nem discordo.
 - () Discordo parcialmente.
 - () Discordo plenamente.

10- O nível de dificuldade das questões desenvolvidas durante às aulas era compatível com o nível das questões das atividades avaliativas.

- () Concordo plenamente.
- () Concordo parcialmente.
- () Não concordo nem discordo.
- () Discordo parcialmente.
- () Discordo plenamente.

11- Para desenvolver a aprendizagem dos conceitos de Geometria Plana, a metodologia de Resolução de Problemas se mostrou mais interessante do que o modelo tradicional de ensino.

- () Concordo plenamente.
- () Concordo parcialmente.
- () Não concordo nem discordo.
- () Discordo parcialmente.
- () Discordo plenamente.

12- Eu gostaria de continuar utilizando a Metodologia de Resolução de Problemas nas aulas de Geometria Plana.

- () Concordo plenamente.
- () Concordo parcialmente.
- () Não concordo nem discordo.
- () Discordo parcialmente.
- () Discordo plenamente.

13- Liste os pontos positivos da metodologia experimentada.

14- Liste os pontos negativos da metodologia experimentada.
