

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

**EDINHO FERREIRA PIRES**

**GEOMETRIA PLANA NO DESENVOLVIMENTO DO  
LETRAMENTO MATEMÁTICO:  
UM ESTUDO REALIZADO EM UMA ESCOLA DA REDE  
PÚBLICA**

**FLORIANO  
2024**

EDINHO FERREIRA PIRES

**GEOMETRIA PLANA NO DESENVOLVIMENTO DO  
LETRAMENTO MATEMÁTICO:  
UM ESTUDO REALIZADO EM UMA ESCOLA DA REDE  
PÚBLICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/ *Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves  
Coorientador(a): Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto

FLORIANO  
2024

---

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

---

Pires, Edinho Ferreira

P668g Geometria plana no desenvolvimento do letramento matemático : um estudo realizado em uma escola da rede pública / Edinho Ferreira Pires. - 2024.

83 p.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano, 2024.

Orientador : Prof Dr. Ezequias Matos Esteves .

Coorientador : Prof Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto .

1. geometria plana. 2. letramento matemático. 3. escola pública. I.Título.

CDD - 510

---

**Elaborado por Neuda Fernandes Dias CRB 3/1375**

**EDINHO FERREIRA PIRES**

**GEOMETRIA PLANA NO DESENVOLVIMENTO DO LETRAMENTO  
MATEMÁTICO: UM ESTUDO REALIZADO EM UMA ESCOLA DA REDE PÚBLICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/*Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 24/06/2024

**BANCA EXAMINADORA**

Documento assinado digitalmente  
 **EZEQUIAS MATOS ESTEVES**  
Data: 24/06/2024 11:30:43-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI

**Orientador**

**Guilherme Luiz de Oliveira Neto** Assinado de forma digital por Guilherme Luiz de Oliveira Neto  
Dados: 2024.06.25 15:04:07 -03'00'

---

**Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI

**Coorientador**

Documento assinado digitalmente  
 **RONALDO CAMPELO DA COSTA**  
Data: 25/06/2024 11:52:11-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI

**Avaliador Interno**

Documento assinado digitalmente  
 **KELTON SILVA BEZERRA**  
Data: 24/06/2024 14:12:15-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Dr. Kelton Silva Bezerra**

Universidade Federal do Piauí – UFPI

**Avaliador Externo**

À Deus por guiar-me em seus planos, a meus filhos (José Vicente & Joara Maria), luz que irradia o meu viver, e a minha querida esposa Jayslane que sempre está ao meu lado.

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos a todos que estiveram ao meu lado ao longo desta jornada desafiadora. Em primeiro lugar, agradeço a Nosso Senhor Jesus Cristo, a Nossa Senhora Aparecida, cuja bênção tornou possível a realização de um sonho que parecia distante.

Quero expressar minha gratidão por ter conseguido superar obstáculos significativos. Após várias tentativas no Exame de Acesso - ENA, finalmente alcancei o sucesso. Essa conquista é um testemunho da perseverança e determinação que recebi.

Além disso, não posso deixar de mencionar a vitória sobre o COVID-19 em estado grave no mesmo ano da minha aprovação. Agradeço a Deus por me dar forças para enfrentar essa situação desafiadora e me permitir continuar buscando meus objetivos.

Aos meus dois amados filhos, José Vicente e Joara Maria, por terem sido a base e a minha maior motivação na minha caminhada acadêmica e pessoal. A minha esposa, Francisca Jayslane, que esteve me acompanhando em toda esta minha caminhada acadêmica, fortalecendo-me e apoiando-me sempre.

Agradeço a minha família, meu pai José Ferreira da Silva, minha mãe Francisca Ferreira Pires, meus irmãos Claudete, Claudenice, Wellington, Junior Ferreira, minha sogra Valmira e sogro Zequinha, por sempre estarem do meu lado dando apoio e acreditando que seria possível chegar ao final com sucesso.

Gratidão ao meu orientador, Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves que esteve sempre empenhado e paciente durante a construção deste trabalho. Ao coorientador, Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto por sua colaboração.

Aos colegas da turma do PROFMAT pela convivência harmoniosa e por toda contribuição nesses anos de estudo. Em especial aos meus amigos do grupo de estudo, Ana Jessica, Douglas, Franciel, Laés e Lúcio por toda interação e colaboração nos momentos de dúvidas.

A todos os alunos e professores que participaram da pesquisa e a equipe gestora do Colégio Municipal Osório Batista em São Pedro do Piauí, por ter aceitado a proposta de pesquisa apresentada. À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo suporte financeiro.

A todos os professores do PROFMAT- IFPI pelo exemplo e por todos ensinamentos. E ao IFPI por ter proporcionado a realização de algo muito significativo em minha vida.

*Se cheguei até aqui foi porque me apoiei  
no ombro dos gigantes.  
(Isaac Newton)*

## RESUMO

PIRES, E. F. **Geometria Plana no Desenvolvimento do Letramento Matemático**: um estudo realizado em uma escola da rede pública. 2024. 83f. Dissertação (Mestrado) Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2024.

Esta pesquisa tem como objetivo identificar e analisar o papel do ensino de Geometria Plana no desenvolvimento do letramento matemático em alunos do ensino básico, com ênfase nas escolas da rede pública. A metodologia abrange uma revisão bibliográfica sobre o ensino de Geometria Plana, letramento matemático, BNCC, Matrizes de Referência do PISA, Prova Brasil, materiais concretos e modelagem matemática. A pesquisa foi conduzida em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública, iniciando com a coleta de dados dos alunos através de um teste inicial. Em seguida, foram realizadas atividades pedagógicas incorporando materiais concretos e técnicas de modelagem matemática. Os alunos foram avaliados novamente por meio de um teste final, observações e participação nas atividades teóricas e práticas desenvolvidas. Os questionários aplicados buscaram avaliar o nível de letramento matemático dos alunos e captar suas percepções sobre o ensino de Geometria Plana. Os resultados destacaram a importância do ensino dessa disciplina no desenvolvimento do letramento matemático, revelando a existência de lacunas na compreensão e aplicação dos conceitos geométricos pelos alunos na resolução de problemas. Os resultados revelaram que, após as atividades pedagógicas utilizando materiais concretos e modelagem matemática, os alunos melhoraram seus desempenhos na resolução de problemas envolvendo os conhecimentos sobre Geometria Plana, evidenciados pelas comparações de suas notas nos testes inicial e final. A partir deste estudo podemos contribuir para o debate acadêmico sobre a relevância do ensino de Geometria no contexto escolar, enfatizando a necessidade de estratégias de ensino eficazes.

**Palavras-chave:** geometria plana; letramento matemático; escola pública;

## ABSTRACT

PIRES, E. F. **Flat Geometry in the Development of Mathematical Literacy**: a study carried out in a public school. 2024. 83f. Dissertation (Master's) Federal Institute of Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2024.

This research aims to identify and analyze the role of teaching Flat Geometry in the development of mathematical literacy in primary school students, with an emphasis on public schools. The methodology covers a bibliographical review on the teaching of Plane Geometry, mathematical literacy, BNCC, PISA Reference Matrices, Prova Brasil, concrete materials and mathematical modeling. The research was conducted in classes in the 9th year of Elementary School in a Public School, starting with the collection of data from students through an Initial Test. Next, pedagogical activities were carried out incorporating concrete materials and mathematical modeling techniques. Students were assessed again through a Final Test, observations and participation in theoretical and practical activities. The questionnaires applied sought to assess the students' level of mathematical literacy and capture their perceptions about the teaching of Flat Geometry. The results highlighted the importance of teaching this subject in the development of mathematical literacy, revealing gaps in students' understanding and application of geometric concepts. The results revealed that after pedagogical activities using concrete materials and mathematical modeling, students improved their performance in solving problems involving knowledge about Plane Geometry, evidenced by comparisons of their grades in the Initial and Final Tests. From this study we can contribute to the academic debate about the relevance of teaching Geometry in the school context, emphasizing the need for effective teaching strategies.

**Keywords:** flat geometry; mathematical literacy; public school;

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Pontos-chaves de observação do pensamento criativo em sala de aula.	32
FIGURA 2 – Focos de domínio propostos para a avaliação.	33
FIGURA 3 – Modelo de competência para o teste de pensamento criativo do PISA.	33
FIGURA 4 – Régua.	40
FIGURA 5 – Compasso.	40
FIGURA 6 – Transferidor.	40
FIGURA 7 – Esquadros.	41
FIGURA 8 – Apresentação do Projeto de Pesquisa a Direção e Coordenação Escolar.	45
FIGURA 9 – Alunos do 9º ano A e B respondendo ao Teste Inicial.	46
FIGURA 10 – Canteiro da Praça que foi calculado o perímetro e área.	47
FIGURA 11 – Alunos medindo o perímetro e altura da lixeira da praça.	48
FIGURA 12 – Aula de construções geométricas com os alunos.	48
FIGURA 13 – Alunos do 9º ano A e B respondendo ao Teste Final.	49
FIGURA 14 – Solução da Questão 01 do Teste Inicial utilizando proporcionalidade entre as medidas dos lados de dois triângulos semelhantes.	50
FIGURA 15 – Solução da Questão 01 do Teste Inicial utilizando Teorema de Pitágoras.	51
FIGURA 16 – Solução da Questão 01 do Teste Inicial feita de forma incorreta.	51
FIGURA 17 – Solução da Questão 02 do Teste Final com procedimento correto no cálculo da área de figura plana.	52
FIGURA 18 – Solução da Questão 02 do Teste Inicial com procedimento errado no cálculo de área de figura plana.	53
FIGURA 19 – Solução da Questão 03 do Teste Inicial resultado do cálculo correto efetuado pelo um aluno.	54
FIGURA 20 – Questão 04 do Teste Inicial, resultado do cálculo efetuado pelos alunos.	54
FIGURA 21 – Canteiro da Praça que foi calculado o perímetro e área.	56
FIGURA 22 – Modelo Matemático do Canteiro da Praça, feito pelo aluno.	57
FIGURA 23 – Grupo de alunos realizando as construções geométricas.	57
FIGURA 24 – Resultado da construção feita pelo aluno.	58
FIGURA 25 – Construção feita pelo aluno.	58
FIGURA 26 – Questão 01 do Teste final, cálculo realizado pelo aluno.	60

FIGURA 27 – Questão 02 do Teste Final, cálculo realizado pelo aluno.	61
FIGURA 28 – Questão 02 do Teste Final, cálculo realizado pelo aluno.	61
FIGURA 29 – Questão 03 do Teste Final, cálculos realizados pelo aluno.	62
FIGURA 30 – Questão 04 do Teste Final, cálculos realizados pelo aluno.	62
FIGURA 31 – Questão 04 do Teste Final, cálculos incorretos realizados pelo aluno.	63

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – Número de Acertos e Erros por Questão no Teste Inicial.	55
GRÁFICO 2 – Número de alunos que conhecia os materiais concretos.	63
GRÁFICO 3 – Porcentagem de alunos que após aulas consegue aplicar materiais.	64
GRÁFICO 4 – Avaliação dos alunos referente as aulas usando materiais concretos.	65
GRÁFICO 5 – Conhecimento sobre o termo modelagem matemática.	66
GRÁFICO 6 – Número de Acertos e Erros em porcentagem por Questão no Teste Final.	66
GRÁFICO 7 – Comparativo dos níveis de letramento entre o Teste Inicial e Teste Final.	68
GRÁFICO 8 – Gráfico comparativo de acertos no Teste Inicial x Teste Final.	69

## **LISTA DE QUADROS**

QUADRO 1 – Objetos do conhecimento e habilidades na Matemática segundo a BNCC.	24
QUADRO 2 – Modelo de letramento matemático na prática.	27

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Codificação dos nomes dos alunos participantes da pesquisa.	44
TABELA 2 – Nível de letramento por aluno após Teste Inicial.	55
TABELA 3 – Número de alunos que aprendeu usar materiais concretos nas aulas.	64
TABELA 4 – Avaliação dos alunos em relação ao uso de materiais concretos.	65
TABELA 5 – Conhecimento sobre o termo modelagem matemática.	65
TABELA 6 – Nível de letramento por aluno após Teste Final.	67
TABELA 7 – Notas Teste Inicial x Teste Final.	68

## **LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS**

- BNCC – Base Nacional Comum Curricular
- PISA – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
- OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
- UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura
- EF09MA13 – Décima terceira habilidade de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental
- EF09MA12 – Décima segunda habilidade de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>17</b>
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	<b>21</b>
2.1 O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA.....	21
2.2 O LETRAMENTO MATEMÁTICO.....	25
2.2.1 Letramento matemático e a BNCC.....	29
2.2.3 Níveis de letramento matemático.....	34
2.2.3.1 PISA.....	34
2.2.3.2 Prova Brasil.....	35
2.3 MATERIAIS CONCRETOS E MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE GEOMETRIA PLANA.....	37
2.3.1 Modelagem matemática aplicada na medição de perímetro e área.....	39
2.3.2 Uso da régua, do compasso, do transferidor e esquadros.....	39
<b>3. PROCEDIMENTOS TÉCNICOS E METODOLÓGICOS.....</b>	<b>40</b>
3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	43
3.2 LOCAL DE APLICAÇÃO DA PESQUISA E PARTICIPANTES.....	43
3.3 TÉCNICAS / INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS.....	44
3.4 DESCRIÇÃO DOS MOMENTOS.....	45
3.4.1. Primeira Etapa: Apresentação da Proposta à Escola.....	45
3.4.2. Segunda Etapa: Aplicação do Teste Inicial com os Alunos.....	45
3.4.3. Terceira Etapa: Aulas de Modelagem Matemática e Utilização de Materiais Concretos.....	46
3.4.4. Quarta Etapa: Aplicação do Teste Final.....	48
<b>4. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>50</b>
4.1 SOBRE O TESTE INICIAL.....	50
4.2 SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.....	56
4.3 SOBRE O TESTE FINAL.....	59
4.4 COMPARANDO OS RESULTADOS: TESTE INICIAL x TESTE FINAL.....	67
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>70</b>

5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	70
5.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	71
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>72</b>
<b>APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO..</b>	<b>74</b>
<b>APÊNDICE B – TESTE INICIAL APLICADO AOS ALUNOS DO 9º ANO.....</b>	<b>76</b>
<b>APÊNDICE C – PLANO DE AULA.....</b>	<b>78</b>
<b>APÊNDICE D – TESTE FINAL APLICADO AOS ALUNOS DO 9º ANO.....</b>	<b>80</b>
<b>ANEXO 1 – FOTO DE APRESENTAÇÃO DOS KIT GEOMÉTRICO.....</b>	<b>82</b>
<b>ANEXO 2 – FOTOS DOS ALUNOS NA PRAÇA MEDINDO OS COMPRIMENTOS.....</b>	<b>83</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A Geometria, desde a Grécia antiga, ocupa um lugar especial no desenvolvimento do pensamento, fornecendo uma compreensão do espaço, das formas e das relações, e aplicando-se em diversas áreas do conhecimento. Temos em Euclides de Alexandria importantes contribuições na sistematização desse ramo da matemática, a partir de elementos primitivos, como ponto, reta, plano e alguns postulados e, desde então, a Geometria tem se mostrado uma ferramenta poderosa para estimular o raciocínio lógico e o desenvolvimento de variadas aplicações em outras áreas do conhecimento. No entanto, o processo de acesso ou de transposição didática destes conhecimentos não tem se mostrado acessível ou facilitado pelas metodologias utilizadas para este fim.

Durante anos, na função de professor de Matemática da Educação Básica em escolas da rede pública do município de São Pedro do Piauí, foi percebido que a grande maioria dos alunos do Ensino Fundamental apresentava diversas dificuldades, ou até mesmo desconhecimento, em relação a questões simples da Geometria Plana. Estas dificuldades no processo de aprendizagem da Geometria podem estar associadas, muitas vezes, à falta de motivação dos alunos para o ensino da matemática, à priorização por parte dos professores de outros temas da matemática em detrimento do ensino da geometria ou à não utilização de metodologias diferenciadas que possam levar à aprendizagem dos alunos.

O ensino de Geometria tem enfrentado desafios ao longo do tempo, sendo relegado a um plano secundário em comparação com outras áreas da Matemática. Essa situação pode estar relacionada a diferentes abordagens pedagógicas, desde o formalismo impregnado nas demonstrações ou até mesmo em trabalhar o conteúdo de forma superficial, que não tem contribuído efetivamente para o bom ensino da Geometria.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) tem destacado a Geometria Plana como uma área de conhecimento que promove o desenvolvimento cognitivo, favorece a conexão entre a Matemática e a realidade, desenvolve o pensamento espacial e a compreensão de outras áreas do conhecimento. Enfatiza que ao se ensinar Geometria Plana de maneira significativa e contextualizada, os professores contribuem para uma educação matemática mais efetiva e enriquecedora, preparando os alunos para enfrentarem desafios educacionais e a desenvolverem habilidades essenciais para a vida adulta. Nesta mesma perspectiva, Abrantes (2017), destaca que a Geometria é um campo especialmente propício para a execução de atividades de natureza exploratória e investigativa. Nesse contexto, ela oferece uma oportunidade única para aprofundar a discussão em torno dos pressupostos implicitamente presentes sobre a natureza da

investigação e seu papel no processo de aprendizagem. O autor ressalta a importância de trazer à tona esses conhecimentos matemáticos e reflexões sobre o próprio ato de aprender, destacando a responsabilidade dos professores de Matemática em colocar esses aspectos em destaque durante o processo de ensino.

Pensamos que a inserção de recursos e estratégias no ambiente didático, como a utilização de materiais concretos e técnicas de modelagem matemática, pode contribuir significativamente para a compreensão de conteúdos de Geometria Plana e para o desenvolvimento do letramento matemático em alunos da Educação Básica. Com esse propósito em mente, introduzimos nas aulas construções geométricas com o uso de régua, compasso, esquadro e transferidor, além de aplicar técnicas de modelagem matemática para construir modelos matemáticos para calcular a área e o perímetro de figuras planas. Essa abordagem visa superar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes em relação aos conceitos básicos de Geometria Plana, promovendo, assim, um ambiente propício para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria no Ensino Fundamental.

De maneira mais geral, tanto a BNCC quanto o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) sintetizam no termo letramento matemático o objetivo a ser alcançado pelo ensino da matemática. Estabelecem com o termo a capacidade dos estudantes de compreender, interpretar, utilizar e comunicar ideias e conceitos matemáticos em contextos variados, tanto na vida cotidiana quanto em situações mais complexas. Neste contexto, a Geometria Plana deve desempenhar um papel fundamental.

Dessa forma, este estudo se justifica partindo do pressuposto determinado pela BNCC de que a Geometria Plana tem um papel relevante no desenvolvimento do letramento matemático, esta pesquisa se justifica pela necessidade de verificar o nível de letramento matemático dos alunos do Ensino Fundamental, tendo como referência alunos do nono ano de uma escola da rede pública do município de São Pedro do Piauí e identificação das contribuições do uso de materiais concretos e da modelagem matemática no ensino da Geometria Plana para o aprofundamento do letramento matemático dos alunos pesquisados.

O objetivo geral é investigar o papel do ensino da Geometria Plana no desenvolvimento do letramento matemático em alunos do ensino básico, com foco nas escolas da rede pública.

Como objetivos específicos, buscou-se: identificar as competências e habilidades que caracterizam o letramento matemático no Ensino Fundamental; analisar como o ensino da Geometria plana contribui para o desenvolvimento do letramento matemático e investigar como o uso do material concreto e da modelagem matemática podem contribuir para o alcance do letramento matemático de alunos do Ensino Fundamental através do ensino da Geometria plana.

A metodologia adotada para esta dissertação foi estruturada em quatro fases distintas, visando uma abordagem sobre o impacto do ensino de Geometria Plana no letramento matemático de alunos do ensino fundamental em escolas da rede pública do município de São Pedro do Piauí.

A primeira fase do estudo consistiu na análise de documentos curriculares, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e as Matrizes de Referência do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA). Essa etapa proporcionou uma compreensão dos objetivos e diretrizes estabelecidos para o ensino de Geometria Plana, servindo como base teórica para o desenvolvimento da pesquisa.

A segunda fase da pesquisa teve como foco a avaliação do nível de letramento matemático dos alunos do 9º ano A e B em Geometria Plana. Para isso, foi aplicado um teste inicial para verificar o conhecimento prévio dos alunos nesse domínio. Este teste permitiu estabelecer o planejamento para a terceira fase.

Na terceira fase, foram planejadas e executadas intervenções pedagógicas específicas. Utilizando materiais concretos, como régua, compasso, transferidor e esquadros, além da aplicação de técnicas de modelagem matemática, foram desenvolvidas aulas focadas no ensino de Geometria Plana. Atividades práticas foram propostas para os alunos, visando tornar o aprendizado mais tangível e aplicado à vida real.

A última fase consistiu na aplicação de um segundo teste após as intervenções pedagógicas. O propósito desse teste foi avaliar o impacto das atividades práticas com o uso de modelagem matemática e da utilização de materiais concretos no processo de aprendizagem dos alunos em Geometria Plana.

Além da presente introdução, esta dissertação é composta por mais quatro capítulos, além das Referências, Anexos e Apêndices. O segundo capítulo aborda a revisão de literatura, fornecendo o embasamento teórico necessário para este estudo. Ele examina as perspectivas de vários autores sobre o tema em discussão, destacando o letramento matemático, com ênfase na geometria plana. São utilizadas como referência a BNCC, a Prova Brasil e as Matrizes de Referência do PISA.

O terceiro capítulo destaca a metodologia utilizada para conduzir esta pesquisa. Ele descreve os materiais e métodos empregados para a realização do estudo, incluindo a caracterização da pesquisa, o local de aplicação e os participantes envolvidos. Além disso, são abordadas as técnicas e instrumentos de coleta de dados que foram empregados para obter o material sujeito à análise, juntamente com uma descrição dos momentos relativos aos encontros com os alunos.

O quarto capítulo apresenta os resultados e discussões do estudo. Ele aborda o Teste Inicial, as Atividades desenvolvidas ao longo da pesquisa, bem como o Teste Final. Além disso, inclui uma comparação dos resultados entre o Teste Inicial e o Teste Final, destacando os detalhes dos encontros e momentos com os alunos, incluindo as construções geométricas e o modelo matemático utilizando a modelagem, assim como a realização dos cálculos pelos alunos, entre outras informações pertinentes.

O quinto e último capítulo aborda as considerações finais, onde são apresentadas as principais conclusões do estudo, com ênfase nas habilidades e competências desenvolvidas pelos alunos.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, abordaremos sobre o ensino de Geometria Plana e a sua correlação com o Letramento Matemático no contexto da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e nos fundamentos das avaliações do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA). Além disso, discutiremos os diferentes níveis de Letramento Matemático avaliados no PISA e como isso se relaciona com as avaliações nacionais, como a Prova Brasil. Também abordaremos o uso de Materiais Concretos e a Modelagem Matemática no ensino de Geometria Plana como estratégias de ensino para alcance do letramento matemático relativos à tópicos da Geometria.

### 2.1 O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA

A educação matemática tem contribuído para o desenvolvimento cognitivo e intelectual dos estudantes, contribuindo para a formação de cidadãos capazes de lidar com os desafios do mundo contemporâneo. Nesse contexto, o ensino da Geometria Plana emerge como um elemento essencial no currículo escolar, fornecendo não apenas ferramentas para compreender o mundo ao nosso redor, mas também desenvolvendo habilidades analíticas e logicamente fundamentadas.

De acordo com as considerações da BNCC, a Geometria é muito mais do que a simples aplicação de fórmulas de cálculo de área e volume, bem como a mera base de conhecimentos para resolução de problemas numéricos baseados em teoremas relacionados a figuras geométricas e suas propriedades. Ela enfatiza que a Geometria é uma disciplina que se estende além desses conceitos, abrangendo um amplo conjunto de conhecimentos e habilidades necessárias para a resolução de problemas no mundo físico e em diversas áreas do conhecimento. Além disso, o estudo da posição e deslocamento no espaço, bem como as relações entre elementos de figuras planas e espaciais, desempenham um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos. Portanto, é uma área da Matemática que não apenas contribui para a compreensão das formas e de suas propriedades, mas também promove o desenvolvimento de habilidades analíticas e a capacidade de resolver problemas complexos em diferentes contextos, capacitando os alunos para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo. (BNCC, 2018, p. 271, 272).

De acordo com as observações de Abrantes (2017), a Geometria oferece uma oportunidade única para a realização de atividades de exploração e investigação. Isso se deve

ao fato de que ela permite uma análise mais aprofundada dos pressupostos subjacentes de sua natureza e seu papel na aprendizagem da Matemática. Além disso, o autor destaca a importância de trazer esses conhecimentos à tona e enfatiza a responsabilidade dos professores de Matemática nesse processo.

Dentre as cinco unidades temáticas na área da Matemática no Ensino Fundamental, a Geometria é uma das temáticas abordadas, sendo contemplada de forma ampla em diversas situações para o estudo de conceitos e procedimentos necessários em diversas áreas do conhecimento. Propõe-se desenvolver o pensamento geométrico ao estudar a posição e deslocamento no espaço, as formas e relações entre figuras planas e espaciais (BRASIL, 2018).

No entanto, na prática, o ensino de Geometria nas escolas ainda é negligenciado por alguns professores, principalmente devido à falta de uma apropriação desses conhecimentos de forma mais aprofundada. Consequentemente, há uma priorização de conteúdos como aritmética, álgebra e funções. Quando o tempo é um recurso escasso, a Geometria, de acordo com Itzcovich (2012), muitas vezes acaba sendo deixada de lado. Se não, em muitos casos, a ênfase recai principalmente na explanação de terminologia, definições e na realização de exercícios modelos aos que serão cobrados dos alunos.

Dentro dessa perspectiva, é evidente que a Geometria necessita de uma revisão do seu lugar no currículo e na prática escolar, apoiando as suas capacidades em enriquecer de maneira significativa a formação dos estudantes na Educação Básica. Neste contexto, conforme observações de Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), a Geometria representa uma área da Matemática que fomenta processos mentais, incentiva a descoberta e a exploração, e desempenha um papel crucial no desenvolvimento do pensamento geométrico e raciocínio visual, podendo contribuir, assim, para o aprimoramento do pensamento matemático como um todo.

Estudar geometria é fundamental, pois essa área da matemática proporciona habilidades essenciais para compreender e interpretar o espaço ao nosso redor. A geometria ajuda a desenvolver o pensamento lógico e a capacidade de resolver problemas, habilidades que são aplicáveis em diversas situações cotidianas e profissionais. Além disso, a Geometria oferece oportunidades para o desenvolvimento de habilidades criativas. Neste mesmo pensamento, em suas análises, Bulos (2011) destaca que a Geometria representa um meio para aprimorar habilidades e competências essenciais para a solução de desafios do dia a dia. Ele justifica que isso se deve ao fato de que a compreensão da Geometria capacita o estudante a desenvolver a habilidade de observar, fazer comparações, fazer suposições, generalizar conceitos e abstrair ideias, todas as quais são habilidades cruciais na vida cotidiana.

Segundo as análises de Grando, Nacarato e Gonçalves (2008), é possível observar que até a década de 1960, o ensino da Geometria era predominantemente marcado por um formalismo excessivo. Nesse período, destacava-se uma ênfase significativa nas projeções euclidianas, e prevalecia uma abordagem mais formal e axiomática da Geometria. No âmbito da Matemática escolar, essa perspectiva era amplamente aceita, o que, por conseguinte, resultou na redução do espaço dedicado à Geometria no currículo.

Como consequência do Movimento da Matemática Moderna dos anos de 1960, autores como Pavanello (1989), Pavanello (1993), Lorenzatto (1995), Pires (2000) e Nacarato (2002), evidenciam que o ensino de Geometria, por muito tempo, foi sendo deixado em segundo plano em muitas escolas, sendo inclusive indicado um possível “abandono” do ensino da Geometria. Como consequência, perdemos a oportunidade de desenvolver, por algum tempo, dentre as muitas habilidades possíveis de serem proporcionadas pelo ensino da Geometria.

Este fenômeno ocorre devido a uma lacuna no currículo do Ensino Fundamental, onde a geometria nem sempre é integrada de forma adequada aos demais conceitos estruturais, como álgebra e aritmética. Segundo Machado (2003), na prática, a geometria recebe menos atenção do que outros tópicos, e frequentemente seu ensino é confundido com o ensino de conceitos geométricos isolados, sem que os alunos compreendam seus conceitos e propriedades.

Dada a importância da Geometria para a formação dos estudantes na Educação Básica, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017, p. 271), na unidade temática de Geometria, contemplam os tópicos relacionados à localização e movimentação no espaço, às formas e às relações entre os elementos de figuras planas e espaciais, cujo potencial de contribuição para o desenvolvimento do pensamento geométrico, formulação de conjecturas e a construção de argumentos geométricos sólidos são essenciais para a exploração de propriedades, e aspectos funcionais do estudo da Geometria, com foco nas transformações geométricas e simetrias. Com os tópicos elencados para a Geometria e vislumbrando alcançar os objetivos propostos para a matemática do Ensino Fundamental, a BNCC associa as habilidades desejadas para cada tópico selecionado de Geometria, conforme apresentada no Quadro 1.

O Quadro 1 oferece uma visão abrangente dos objetos do conhecimento e habilidades determinados pela BNCC para a disciplina de Matemática no Ensino Fundamental, conforme comentados nos parágrafos abaixo.

**QUADRO 1** – Objetos do conhecimento e habilidades na Matemática segundo a BNCC

<b>Matemática</b>		
<b>Ano do Ensino Fundamental</b>	<b>Objetos do conhecimento</b>	<b>Habilidades</b>
6º ANO	<p>*Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas.</p> <p>*Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e <i>softwares</i>.</p>	<p>(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.</p> <p>(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou <i>softwares</i> para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros</p> <p>(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.</p> <p>(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou <i>softwares</i> para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.</p> <p>(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.</p>
7º ANO	<p>* Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.</p> <p>* Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero.</p>	<p>(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é <math>180^\circ</math>.</p> <p>(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados.</p>
8º ANO	<p>*Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros</p> <p>*Construções geométricas: ângulos de <math>90^\circ</math>, <math>60^\circ</math>, <math>45^\circ</math> e <math>30^\circ</math> e polígonos regulares.</p>	<p>(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou <i>softwares</i> de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de <math>90^\circ</math>, <math>60^\circ</math>, <math>45^\circ</math> e <math>30^\circ</math> e polígonos regulares.</p>
9º ANO	<p>*Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal.</p> <p>*Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo.</p> <p>*Semelhança de triângulos.</p> <p>*Relações métricas no triângulo retângulo</p> <p>*Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração.</p>	<p>(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.</p> <p>(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.</p> <p>(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.</p>

Fonte: BNCC, 2017

No 6º ano, o foco recai na construção de figuras semelhantes, envolvendo ampliação e redução em malhas quadriculadas, além da habilidade em utilizar instrumentos como réguas e esquadros ou softwares, para a representação de retas paralelas e perpendiculares. Isso é respaldado pelas habilidades específicas, tais como construir figuras planas semelhantes em diferentes contextos, empregando malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais, e determinar medidas de abertura de ângulos por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

No 7º ano, a ênfase se volta para a construção de triângulos, a compreensão da condição de existência desses triângulos em relação às medidas dos lados, e a verificação de que a soma dos ângulos internos é  $180^\circ$ . Adicionalmente, a construção de polígonos regulares como quadrados e triângulos equiláteros é abordada. As habilidades correspondentes incluem a aplicação de técnicas geométricas, como uso de régua e compasso, na construção de triângulos, e a resolução de problemas relacionados ao cálculo de áreas de figuras planas.

No 8º ano, a congruência de triângulos e a demonstração de propriedades de quadriláteros ganham destaque, assim como a realização de construções geométricas, como ângulos específicos e polígonos regulares. A habilidade associada a esses conhecimentos envolve a construção, por meio de instrumentos ou softwares, de elementos geométricos como mediatriz, bissetriz, ângulos específicos e polígonos regulares.

Por fim, no 9º ano, a atenção volta-se para demonstrações de relações entre ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal, relações entre arcos e ângulos em circunferências, semelhança de triângulos, relações métricas em triângulos retângulos e o Teorema de Pitágoras. As habilidades correspondentes incluem o reconhecimento das condições para semelhança de triângulos, a demonstração de relações métricas no triângulo retângulo e a resolução de problemas aplicando o Teorema de Pitágoras ou relações de proporcionalidade em situações com retas paralelas cortadas por secantes.

Além dos conhecimentos adquiridos relativos aos entes geométricos estudados, todo o processo lógico dedutivo do desenvolvimento dos tópicos da geometria plana propiciam a promoção do pensamento lógico, a visualização espacial e a capacidade de trabalhar com conceitos abstratos, habilidades que podem ser aplicadas a muitas áreas da vida, bem como, tomada de decisões cotidianas. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca na competência 5 a importância de "Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados" (BRASIL, 2017, p. 265). Esse processo, que envolve o uso de ferramentas, inclusive digitais, para solucionar problemas do

dia a dia e validar suas estratégias e resultados, faz clara referência às construções geométricas.

## 2.2 O LETRAMENTO MATEMÁTICO

A expressão "letramento" começou a ganhar destaque por volta da década de 1980 e deriva da palavra "literacia", de origem portuguesa, ou "literacy", de origem americana. Essa terminologia foi usada com o propósito de abranger práticas de leitura e escrita que transcendem as habilidades básicas de ler e escrever adquiridas durante o processo de alfabetização. Foi nessa mesma época, no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, que a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) propuseram uma ampliação do conceito de "literacy", instigando avaliações em larga escala de âmbito internacional a incluir uma avaliação mais abrangente das capacidades dos alunos, indo além da mera capacidade de ler e escrever.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

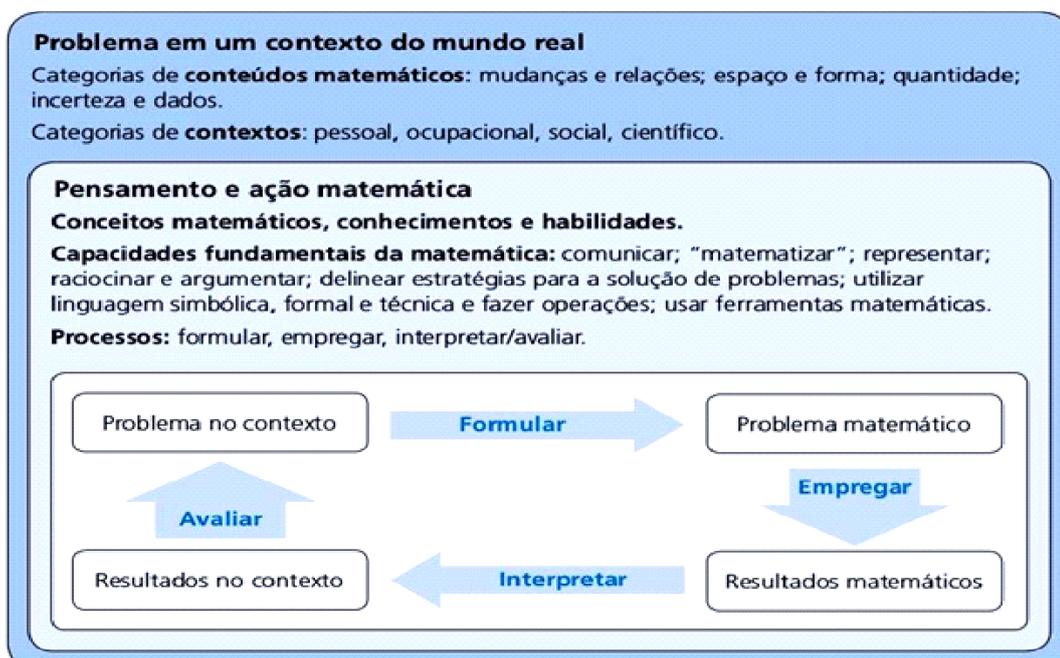
O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (BRASIL, 2018, p. 265.)

Na área da Educação Matemática, a noção de letramento matemático desempenha um papel importante na caracterização dos alunos, podendo variar entre letrados e iletrados. Ortigão, Santos e Lima (2018) adotam a definição de letramento matemático proposta por Fonseca (2004) como base. Segundo os autores, o letramento matemático abrange as habilidades matemáticas como componentes das estratégias de leitura necessárias para a compreensão da diversidade de textos que a vida social nos apresenta, textos esses que se tornam cada vez mais frequentes e diversificados.

Segundo a Matriz de Referência (PISA, 2012), o Letramento Matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. O alcance deste estado é essencial para se ter cidadãos construtivos, engajados e reflexivos e que possam fazer julgamentos bem fundamentados para tomada de decisões assertivas.

Para um melhor entendimento sobre o letramento matemático, o Quadro 2 sintetiza, segundo a Matriz de Referência PISA 2012, os pontos abrangentes que estruturam o letramento matemático.

QUADRO 2 – Modelo de letramento matemático na prática



Fonte: Matriz de Referência PISA, 2012

O modelo de letramento matemático, conforme delineado pela Matriz de Referência PISA 2012, se manifesta de maneira abrangente na prática, envolvendo diversos elementos fundamentais. Primeiramente, destaca-se a necessidade de uma compreensão sólida de conceitos matemáticos essenciais, abrangendo desde números e operações até geometria, estatística e probabilidade. Essa base conceitual robusta forma o alicerce para o desenvolvimento do letramento matemático.

Além disso, o letramento matemático se traduz na capacidade de aplicar esses conceitos em contextos diversos da vida real. Isso implica não apenas entender a matemática teoricamente, mas também ser capaz de utilizá-la em situações práticas, como orçamento doméstico, planejamento financeiro, medição e interpretação de dados estatísticos.

A resolução de problemas é uma dimensão crucial desse modelo, demandando habilidade para analisar, identificar e solucionar questões que envolvem conceitos matemáticos, muitas vezes exigindo abordagens criativas e críticas.

A comunicação matemática também se destaca, pois o letramento matemático inclui a habilidade de expressar ideias matemáticas de maneira clara e eficaz, tanto por escrito quanto oralmente.

A interpretação de dados é outra competência essencial, envolvendo a capacidade de analisar, interpretar e tirar conclusões a partir de informações apresentadas em gráficos, tabelas e outros formatos matemáticos.

Por fim, o desenvolvimento de habilidades de raciocínio lógico é enfatizado, incluindo a capacidade de argumentar e justificar soluções matemáticas. Esse componente reflete a necessidade de uma abordagem estruturada e fundamentada no processo de resolução de problemas matemáticos. Em conjunto, esses elementos formam um panorama completo do letramento matemático na prática, destacando sua importância no contexto educacional e na preparação dos indivíduos para os desafios da sociedade moderna.

Considerando os pontos destacados, observa-se que o letramento matemático é essencial para a participação plena e bem-sucedida na sociedade atual, que está cada vez mais permeada por informações quantitativas e desafios que exigem habilidades matemáticas. Assim, condição de alcance do letramento matemático é uma exigência para o exercício da cidadania, haja vista não ser possível o exercício da cidadania plena sem a capacidade de perceber com clareza uma situação em um contexto social e/ou econômico, sem a capacidade de correlacionar fatos e fazer deduções coerentes e lógicas, sem a capacidade de selecionar, utilizar e analisar dados matemáticos para tomadas de decisões, dentre outras.

### **2.2.1 Letramento matemático e a BNCC**

A BNCC, em seu texto introdutório para a área de Matemática, destaca que o letramento matemático no contexto educacional do Ensino Fundamental é o estado de desenvolvimento das competências e das habilidades dos estudantes serem capazes de raciocinar, representar, comunicar e argumentar de forma matemática. Com esse nível de desenvolvimento, o estudante é capaz de formular conjecturas e de resolver problemas em uma variedade de contextos, fazendo uso de conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (Brasil, 2017).

A BNCC estabelece, no que diz respeito à Matemática, que está desempenha um papel fundamental na formação integral dos indivíduos, preparando-os para exercer plenamente a cidadania. Destaca que o conhecimento matemático é considerado essencial para todos os estudantes da Educação Básica, seja devido à sua ampla aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos e conscientes de suas responsabilidades sociais. Ela não apenas fornece ferramentas práticas para lidar com desafios do cotidiano, mas também promove o desenvolvimento de habilidades analíticas e críticas, capacitando os indivíduos a participar ativamente na vida da comunidade e a tomar decisões conscientes (Brasil, 2017).

Portanto, o alcance do letramento matemático, segundo a BNCC, é um estado fundamental para a formação integral dos estudantes, capacitados não apenas com habilidades

específicas para resolver determinados problemas matemáticos, mas também com a capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar de maneira eficaz além de contextos matemáticos e, assim, exercendo o papel de cidadão crítico e socialmente responsável. O estado de letramento matemático vai além da apropriação de fórmulas e cálculos, é um estado de apropriação de conceitos abstratos aplicáveis a diversos contextos e a capacidade de manipulação matemática dos fundamentos das operações geométricas e algébricas, possibilitando, também, a aplicação dos conceitos matemáticos em situações da vida real para resolver problemas diversos.

Segundo a BNCC, somente com o alcance do letramento matemático, os alunos serão capazes de enfrentar os desafios complexos do mundo contemporâneo, onde o conhecimento matemático desempenha um papel central. Portanto, o letramento matemático é um estado suficiente para a promoção de uma educação de qualidade, alcançando desenvolvimento intelectual e social dos estudantes em consonância com as diretrizes da BNCC.

### **2.2.2 Letramento matemático e o PISA**

A matemática é elemento fundamental na preparação dos jovens para a vida moderna, e permite que eles enfrentem desafios na sua vida profissional, social e científica. Espera-se que os jovens desenvolvam a capacidade de raciocínio matemático, utilizem ferramentas e conceitos matemáticos, possam descrever, explicar e prever fenômenos. Estas competências e habilidades estão no constructo do letramento matemático segundo o PISA, onde enfatiza que a experiência em sala de aula seja suficientemente rica para que o aluno consiga utilizar a matemática numa situação contextualizada (Matriz de Referência PISA 2012).

O PISA é conduzido pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), uma entidade que reúne 34 países membros, além de outros convidados a participar. No contexto brasileiro, a coordenação do PISA é realizada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Este programa de avaliação desempenha um papel significativo na compreensão das competências dos estudantes em matemática e outras áreas, auxiliando na formulação de políticas educacionais mais práticas em todo o mundo.

No âmbito do PISA, a compreensão do letramento está intimamente ligada à habilidade dos alunos em aplicar seus conhecimentos, analisar, raciocinar e comunicar-se eficazmente diante de problemas em diversas situações. Especificamente no campo da Matemática, o letramento refere-se à capacidade do indivíduo de identificar e compreender o papel

desempenhado pela Matemática no mundo real. Isso envolve a tomada de decisões fundamentadas e o engajamento na resolução de questões matemáticas, capacitando o indivíduo a desempenhar um papel consciente, construtivo e reflexivo como cidadão (OCDE, 2019).

Assim, o alcance do letramento matemático vai além da competência matemática básica, abrangendo a capacidade de aplicar esses conhecimentos e habilidades em situações práticas e contextualmente relevantes. A concepção de letramento preconizada pelo Programa está associada a uma aplicação mais ampla e prática da Matemática, exigindo dos estudantes a habilidade de identificar e formular problemas matemáticos em diversas áreas de suas vidas.

No contexto do PISA, o desenvolvimento do letramento é considerado um processo contínuo ao longo da vida, transcendendo a concepção histórica de letramento como mera habilidade de ler e escrever. Isso destaca a importância não apenas de os alunos compreenderem os conceitos matemáticos, mas também de aplicá-los de maneira significativa em contextos do mundo real ao longo de toda a sua vida. Essa abordagem ressalta a relevância da Matemática como uma ferramenta essencial para enfrentar desafios práticos e contribuir para uma cidadania informada e participativa.

O PISA transcende a mera avaliação de conteúdos curriculares, concentrando-se nas competências essenciais para a vida moderna. Na área de Matemática, a avaliação do letramento é delineada por três dimensões fundamentais.

Primeiramente, examina-se o conteúdo matemático, definido em termos de conceitos mais amplos, tais como estimativa, mudança e crescimento, espaço e forma, raciocínio lógico, incerteza e dependências e relações. Esses conceitos são, secundariamente, relacionados a ramos específicos do currículo, como relações numéricas, álgebra, geometria e tratamento da informação.

A segunda dimensão foca no processo da Matemática, evidenciando as competências matemáticas gerais, que abrangem o uso da linguagem matemática, escolha de modelos e procedimentos, bem como habilidades de resolução de problemas. Importante notar que essas habilidades não são isoladas em diferentes itens de teste, uma vez que se presume que um conjunto diversificado de competências é necessário para desempenhar qualquer tarefa matemática. Essas competências são categorizadas em três classes: a realização de operações simples, o estabelecimento de conexões para resolver problemas e, por fim, o raciocínio matemático, generalização e descobertas. Esta última classe demanda que os alunos realizem análises, identifiquem elementos matemáticos em uma dada situação e proponham problemas.

Por fim, a terceira dimensão refere-se aos contextos nos quais a Matemática é aplicada, variando desde situações particulares até questões científicas e públicas mais amplas. Essa

abordagem reconhece a importância de situar o conhecimento matemático em cenários do mundo real, enfatizando a aplicabilidade e relevância dessa disciplina em diversos contextos. Essa abordagem abrangente e integrada reflete o compromisso do PISA em avaliar não apenas o conhecimento matemático, mas também a capacidade dos estudantes de aplicá-lo de maneira significativa em situações do cotidiano e em desafios mais amplos.

Diante disso, para o alcance de toda essa dimensão almejada no letramento matemático, o PISA estabelece a necessidade do desenvolvimento do pensamento criativo na formação dos estudantes. No contexto do PISA o pensamento criativo para estudantes de 15 anos de idade em todo o mundo para o Pisa em 2021 é definido como a competência do estudante de participar produtivamente da geração, avaliação e melhoria de ideias, que pode resultar em soluções originais e eficazes, avanços no conhecimento e expressões impactantes da imaginação;

Em consonância com a definição proposta pelo Grupo de Especialistas em Consultoria Estratégica do Pensamento Criativo (OECD, 2017) e (PISA, 2021), é destacado que os estudantes, em todos os contextos e em todos os níveis da educação, precisam aprender a participar produtivamente da prática de geração de ideias, refletir sobre ideias, valorizando sua relevância e inovação, e iterar as ideias até alcançar um resultado satisfatório.

A criatividade é um motor de avanço em diversas áreas do conhecimento (Hennessy; Amabile, 2009), uma garantia de empregabilidade (OCDE, 2019) e um potenciador da produção científica. Dessa maneira, o pensamento criativo tem ganhado destaque, a ponto de ser avaliado na prova do PISA 2022. Segundo Gontijo (2020), o reconhecimento da criatividade como uma característica crucial para os indivíduos, estudantes e a sociedade em geral justifica a necessidade de que a escola promova o desenvolvimento de habilidades criativas nos alunos. Portanto, considerando a importância da criatividade no processo educacional, espera-se que os sistemas de ensino incentivem o desenvolvimento de competências e habilidades criativas entre os estudantes.

Para avaliar a compreensão do pensamento criativo em sala de aula no contexto do PISA, foram consideradas características específicas. Primeiramente, as abordagens de confluência da criatividade ganham destaque, destacando a importância de recursos internos e do ambiente para uma participação bem-sucedida no trabalho criativo.

Essas abordagens proporcionam um esquema valioso para a avaliação do pensamento criativo no âmbito do PISA. Entretanto, para uma compreensão mais aprofundada do pensamento criativo das crianças, é imperativo contextualizar essas abordagens de maneira relevante para os estudantes em seu cotidiano escolar (Glaveanu et al., 2013; Tanggaard, 2014).

Adicionalmente, a Figura 1 apresenta pontos-chave de observação do pensamento criativo em sala de aula, delineando as relações entre os elementos correspondentes. Esse modelo se fundamenta no modelo tridimensional de pensamento criativo proposto pelo Grupo de Especialistas em Consultoria Estratégica do Pensamento Criativo (OECD, 2017). Essa abordagem proporciona uma estrutura útil para entender e observar o pensamento criativo dos estudantes, promovendo uma avaliação mais abrangente no contexto educacional.

**Figura 1** – Pontos-chaves de observação do pensamento criativo em sala de aula



Fonte: OECD (2019)

No âmbito do PISA de 2021, a compreensão e avaliação do pensamento criativo são aspectos fundamentais no contexto educacional. A Figura 1 destaca os pontos centrais dos facilitadores no contexto individual e social e correlacionando com as fases necessárias para o progresso na construção do processo.

Embora a literatura sugira que a inclusão de diversos domínios melhore a cobertura do construto, as restrições práticas e logísticas do PISA resultaram em considerações cuidadosas sobre os domínios a serem incluídos. Este tópico destaca os desafios e implicações importantes dessa seleção. Na Figura 2 são apresentados os focos de domínio propostos para a avaliação.

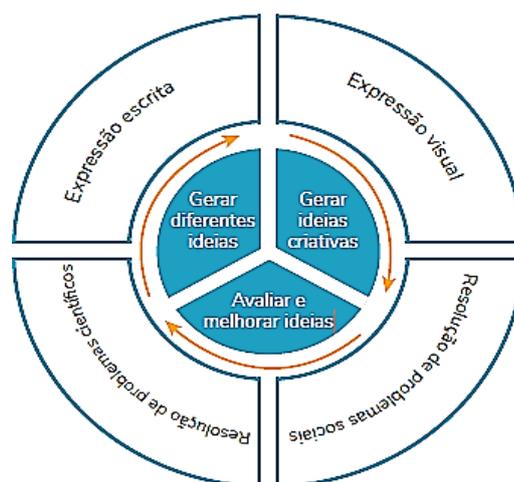
Já a Figura 3 apresenta, segundo o PISA 2021, a correlação entre os domínios apresentados na Figura 2 com as competências para a avaliação do pensamento criativo.

**Figura 2** – Focos de domínio propostos para a avaliação



Fonte: OECD (2019)

**Figura 3** – Modelo de competência para o teste de pensamento criativo do PISA



Fonte: OCDE (2019)

Este modelo de competência, dividido em três facetas mensuráveis ("gerar diferentes ideias", "gerar ideias criativas" e "avaliar e melhorar ideias"), oferece uma compreensão profunda de como o pensamento criativo dos estudantes será avaliado, contribuindo para uma visão mais clara da estrutura do teste.

Note que para o alcance do desenvolvimento do pensamento criativo não é exigido apenas que o estudante tenha a capacidade de criar novas ideias criativas e a capacidade de avaliá-las e reinventá-las, mas tenha a competência de transmiti-las nas mais diversas formas de representações e que possam utilizar essas ideias para soluções de problemas de natureza científica ou social.

Mais especificamente, na área de expressão escrita, os alunos são desafiados a

comunicar ideias de forma clara e coesa, elaborando argumentos convincentes e demonstrando habilidades linguísticas diversificadas. Neste contexto, para garantia do desenvolvimento do pensamento, é exigido dos estudantes a capacidade de interpretar informações visuais, criar composições estéticas e comunicar mensagens de maneira eficaz por meio de elementos visuais.

Na articulação dos conhecimentos adquiridos ou produzidos com suas práticas ativas, é exigido para a apropriação do pensamento criativo o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas sociais, a capacidade de compreender questões sociais complexas, aplicar pensamento crítico, demonstrar empatia e colaborar na busca de soluções éticas e sustentáveis. Já quanto à resolução de problemas científicos, é exigido dos estudantes a habilidade em aplicar o método científico, raciocínio lógico, interpretar dados e comunicar resultados, promovendo assim uma compreensão mais profunda do mundo natural e suas interações.

A avaliação do PISA mensura o nível de conhecimento que os estudantes apresentam com relação aos parâmetros destacados para um estudante com pleno desenvolvimento do letramento matemático e, conseqüentemente, com um bom desenvolvimento do pensamento criativo, de modo que por meio dessas competências possam fornecer informações sobre o desempenho dos sistemas educacionais, orientar políticas educacionais em todo o mundo e preparar os estudantes para os desafios da sociedade moderna.

### **2.2.3 Níveis de letramento matemático**

Os níveis de letramento matemático são categorias usadas para classificar o grau de proficiência em matemática de um estudante.

#### *2.2.3.1 PISA*

No PISA, os níveis de letramento matemático são categorias que descrevem o grau de proficiência dos estudantes na resolução de problemas matemáticos do cotidiano e da vida real propostos na prova do PISA. Os níveis de letramento matemático no PISA são geralmente divididos em seis categorias, do mais baixo para o mais alto nível de proficiência:

No Nível 1, os alunos enfrentam desafios significativos, apresentando habilidades matemáticas limitadas que se refletem em dificuldades para realizar tarefas simples. Este estágio indica uma base inicial e destaca a necessidade de apoio adicional para o desenvolvimento das competências matemáticas básicas.

No Nível 2, observa-se uma melhoria na compreensão matemática, mas os alunos ainda enfrentam obstáculos ao lidar com problemas de complexidade moderada. Este estágio representa um avanço em relação ao Nível 1, indicando um progresso gradual na aquisição de habilidades matemáticas.

Ao atingir o Nível 3, os alunos demonstram uma compreensão razoável dos conceitos matemáticos e a capacidade de resolver tarefas em contextos mais amplos. Este estágio representa uma sólida proficiência, sinalizando uma capacidade razoável de aplicar conhecimentos matemáticos em situações diversas.

Os estudantes do Nível 4 alcançam um bom domínio de conceitos matemáticos, capacitando-os a resolver problemas complexos em contextos variados. Esse estágio indica uma habilidade sólida para lidar com desafios matemáticos mais substanciais.

No Nível 5, os alunos atingem uma proficiência avançada em matemática, sendo capazes de enfrentar problemas difíceis e inovadores em uma variedade de contextos. Esse estágio destaca uma habilidade notável para aplicar conhecimentos matemáticos em situações desafiadoras.

O Nível 6 representa o mais alto grau de proficiência, reservado para alunos que demonstram um domínio excepcional da matemática. Esses alunos são capazes de abordar problemas altamente complexos e inovadores com competência, indicando um nível de habilidade excepcional.

Esses níveis estabelecem uma estrutura clara para avaliar e entender o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos alunos em diferentes estágios educacionais. Essa escala de níveis de competências permite comparar o desempenho dos alunos em diferentes países e regiões, além de orientar os países envolvidos na avaliação no desenvolvimento de políticas educacionais para a melhoria do ensino e da aprendizagem em matemática em escala global.

### *2.2.3.2 Prova Brasil*

A Prova Brasil é uma avaliação educacional aplicada no Brasil para medir o desempenho dos alunos em diferentes disciplinas, incluindo matemática. A Prova Brasil não utiliza os mesmos níveis de letramento matemático que o PISA. Em vez disso, a Prova Brasil segue uma metodologia diferente para avaliar o desempenho dos alunos em relação aos conteúdos programáticos do currículo nacional.

A Prova Brasil é aplicada para alunos da educação básica (ensino fundamental e médio) e tem como objetivo avaliar os conhecimentos dos estudantes em relação ao que é ensinado nas

escolas, de acordo com as diretrizes nacionais de ensino. Os resultados da Prova Brasil costumam ser apresentados em termos de proficiência, que indicam o domínio dos conteúdos programáticos.

Os resultados da Prova Brasil são apresentados de forma descritiva e em relação aos objetivos educacionais estabelecidos pelo Ministério da Educação. Ao se referirem aos níveis de letramento matemático na Prova Brasil, a avaliação se concentra mais no domínio dos conteúdos de matemática de acordo com o currículo escolar nacional do que em categorias específicas de letramento matemático.

O letramento matemático, competência mensurada além do simples acúmulo de informações, avalia os indivíduos na capacidade de compreender, interpretar e aplicar a matemática em diversas situações. No Brasil, a Prova Brasil e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) destacam-se como instrumentos fundamentais na mensuração dessas competências matemáticas.

O letramento matemático é conceituado de forma holística, englobando a habilidade não apenas de manipular números, mas de compreender seu papel na vida cotidiana e aplicá-los em contextos práticos. Essa perspectiva abrangente visa formar cidadãos capazes de enfrentar desafios complexos e participar de maneira informada na sociedade.

No âmbito nacional, a Prova Brasil, aplicada aos estudantes do ensino fundamental, desempenha um papel crucial ao avaliar o letramento matemático. Além de testar o conhecimento específico, a prova busca verificar a capacidade dos alunos de resolver problemas e aplicar conceitos matemáticos em situações do dia a dia. Os resultados obtidos não apenas informam sobre o desempenho dos estudantes, mas também orientam a formulação de políticas educacionais mais eficazes.

Por outro lado, o PISA amplia essa avaliação para uma escala global, permitindo comparações internacionais. Além de testar o conhecimento teórico, o PISA destaca a importância da aplicação prática da matemática em situações do mundo real. Essa abordagem proporciona uma visão abrangente das competências matemáticas dos alunos, contribuindo para a identificação de boas práticas educacionais em nível internacional.

Ambas as avaliações enfrentam desafios, incluindo a adaptação a diferentes contextos culturais e sociais. No entanto, a superação desses desafios oferece oportunidades significativas para aprimorar continuamente as práticas de avaliação e, por consequência, elevar o nível do ensino de matemática.

Verifica-se então que o letramento matemático é fundamental na formação de cidadãos capacitados. A Prova Brasil e o PISA, ao avaliarem essas competências, desempenham papéis

complementares ao oferecerem insights valiosos para a melhoria das políticas educacionais. A reflexão constante sobre os resultados dessas avaliações é essencial para direcionar esforços e recursos na busca por um ensino mais eficaz e inclusivo no Brasil.

### 2.3 MATERIAIS CONCRETOS E MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE GEOMETRIA PLANA

O uso de materiais concretos e a modelagem matemática são estratégias pedagógicas valiosas no ensino de Geometria Plana, pois tornam o aprendizado mais prático, significativo e envolvente para os alunos. Ademais, a utilização de materiais concretos no ensino da Geometria não apenas oferece uma alternativa eficaz aos métodos tradicionais de exposição, mas também desempenha um papel de suporte importante nas aulas expositivas, tornando o processo de aprendizagem da Matemática mais envolvente.

Segundo Silva et al. (2020), o uso de materiais concretos tem a capacidade de cativar o interesse e a atenção dos alunos em relação à Matemática. Essa abordagem não apenas cativa, mas também instiga nos estudantes um maior apreço por esta disciplina, bem como pela Geometria. Isso é possível porque "os materiais concretos possuem um apelo visual que permite aos estudantes, por meio dessa experiência, desenvolver novas linhas de pensamento sobre o objeto em estudo" (Silva et al., 2020, p. 18).

Ao abordar as diversas estratégias que podem ser aplicadas no ensino de Geometria Plana, destacamos algumas abordagens específicas. Primeiramente, a definição de conceitos geométricos é enriquecida pelo uso de materiais concretos, como blocos de construção, peças de quebra-cabeça, régua, compasso e outros objetos tangíveis. Esses recursos possibilitam que os alunos visualizem e manipulem formas e figuras geométricas, auxiliando na compreensão de conceitos básicos.

Outro aspecto relevante é a exploração de propriedades geométricas, como simetria, congruência, semelhança, perímetro e área, por meio desses materiais concretos. Os alunos têm a oportunidade de construir ativamente triângulos congruentes, retângulos com a mesma área e explorar relações geométricas de maneira prática. Além disso, os materiais concretos se revelam fundamentais na resolução de problemas, possibilitando aos alunos modelarem situações de construção de figuras geométricas ou resolver problemas de aplicação da geometria de forma mais palpável.

Por fim, a visualização e espacialização são aprimoradas com a introdução de objetos tridimensionais, como cubos e pirâmides. Esses elementos contribuem para que os alunos

compreendam melhor a geometria, desenvolvendo suas habilidades de visualização e espacialização de maneira mais concreta e tangível.

Já a modelagem matemática, conforme Chaves (2011), surge como um processo que envolve a tradução e organização de situações ou problemas provenientes da vida cotidiana ou de diversas áreas do conhecimento. Esse processo é conduzido mediante a utilização da linguagem simbólica da Matemática, resultando na criação de um conjunto de símbolos ou relações matemáticas, denominado Modelo Matemático. A finalidade desse modelo é representar e estruturar a situação ou problema em questão, com o objetivo de compreendê-los melhor ou encontrar soluções. Dessa forma, a modelagem matemática oferece uma abordagem que permite expressar e resolver problemas do mundo real por meio da linguagem matemática, promovendo a compreensão e a solução de situações complexas de maneira mais aplicada e contextualizada.

No contexto da Geometria Plana, os alunos podem desenvolver modelos para representar fenômenos como sombras, projeções, design de ambientes e movimento de objetos. Essa abordagem não apenas enriquece o entendimento dos conceitos geométricos, mas também possibilitam o alcance do letramento matemático, permitindo que os alunos apliquem esses conceitos de maneira mais ampla e significativa em diferentes contextos.

A conexão direta entre a matemática e o mundo real, promovida pela modelagem matemática, mostra a relevância da Geometria Plana nas vidas diárias dos alunos. Ao evidenciar como os conceitos geométricos estão presentes em diversas situações práticas, essa abordagem contribui significativamente para o letramento matemático, promovendo uma compreensão mais profunda e o reconhecimento da matemática em suas vidas cotidianas.

Além disso, a resolução de problemas complexos, um aspecto intrínseco à modelagem matemática, é uma poderosa ferramenta para o desenvolvimento do letramento. Ao enfrentarem a busca de soluções de desafios geométricos mais complexos e que integrem diferentes conceitos matemáticos, os alunos aprimoram suas habilidades de pensamento crítico e resolução de problemas, contribuindo para um nível mais elevado de letramento matemático.

Por fim, a interdisciplinaridade na modelagem matemática, que frequentemente envolve a integração de conceitos de outras disciplinas, como física e química, não apenas amplia a visão dos alunos sobre o papel da matemática, mas também enriquece seu letramento. Essa abordagem mostra como a matemática se conecta e é aplicada em diferentes áreas do conhecimento, proporcionando uma compreensão mais holística e contextualizada da disciplina.

### **2.3.1 Modelagem matemática aplicada na medição de perímetro e área**

A modelagem matemática é uma estratégia de ensino altamente eficaz no estudo de problemas que envolvem perímetro e área de diversas formas geométricas. Essa abordagem consiste na criação de modelos matemáticos que representam situações do mundo real, permitindo a análise de medidas como perímetro e área. Ao aplicar a modelagem matemática à representação de figuras geométricas simples, como retângulos, quadrados e triângulos, desenvolvemos equações que descrevem de maneira precisa o perímetro e a área em termos das dimensões da figura em questão. Esta abordagem não só oferece uma compreensão mais aprofundada da relação entre medidas e formas geométricas, mas também destaca sua aplicação em contextos do mundo real.

No âmbito da geometria, a precisão nas medições é essencial para a compreensão profunda das propriedades das figuras e a resolução de problemas matemáticos. Nesse contexto, o uso de instrumentos tradicionais como régua, compasso e transferidor desempenha um papel crucial. Essas ferramentas clássicas proporcionam aos estudantes a oportunidade de aplicar conceitos matemáticos de maneira prática e tangível. A exploração desses instrumentos não apenas aprimora as habilidades de medição, mas também desenvolve a destreza e a compreensão das relações geométricas. Ao adentrar o universo do uso de régua, compasso e transferidor, os alunos são capacitados a traduzir conceitos abstratos em representações concretas, estabelecendo uma ponte valiosa entre a teoria matemática e sua aplicação prática. É o que se verá no subcapítulo seguinte.

### **2.3.2 Uso da régua, do compasso, do transferidor e esquadros**

O uso de régua, compasso, transferidor e esquadros é essencial na medição de perímetro e ângulos em geometria. Essas ferramentas permitem que os alunos e os professores de matemática meçam na prática as dimensões de figuras geométricas e ângulos.

A régua, apresentada na Figura 4, é utilizada para medir comprimentos, como os lados de uma figura geométrica plana, que são necessários para calcular o perímetro. Para medir o comprimento de um segmento de reta com uma régua, é preciso colocar a régua ao longo do segmento, alinhando-a com um dos extremos do segmento e, em seguida, lê o comprimento no local onde o outro extremo do segmento se encontra com a régua.

**Figura 4 – Régua**



Fonte: Google Imagens, 2023

O compasso, registrado na Figura 5, é uma ferramenta essencial para desenhar círculos e arcos com precisão, além de servir para transferência de ângulos. Também pode ser usado para medir pequenas distâncias entre pontos em uma figura.

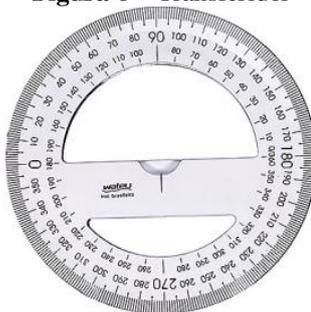
**Figura 5 – Compasso**



Fonte: Google Imagens, 2023

O transferidor, apresentado na Figura 6, é usado para medir ângulos com precisão. Alinha-se o centro do transferidor com o vértice do ângulo que deseja medir. Em seguida, lê-se o grau correspondente ao lado do ângulo ao longo da borda do transferidor.

**Figura 6 – Transferidor**

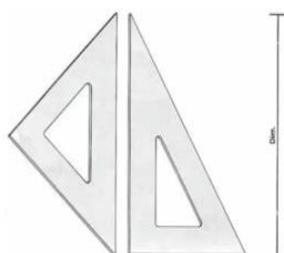


Fonte: Google Imagens, 2023

O par de esquadros, apresentado na Figura 7, é uma ferramenta fundamental em geometria, frequentemente empregada para a solução de diversos problemas de geometria. Consiste em dois esquadros, cada um com propriedades únicas.

O primeiro esquadro ostenta dois ângulos de 45 graus, enquanto o segundo possui um ângulo de 30 graus e outro de 60 graus. A distinção entre esses ângulos torna esses quadros essenciais para diversas aplicações em desenho geometria.

**Figura 7** – Esquadros



Fonte: Google Imagens, 2023

O uso da régua, compasso, transferidor e esquadro é muito importante em geometria. Essas ferramentas não apenas simplificam a realização de tarefas específicas, eles capacitam os estudantes a traduzir conceitos abstratos em representações visuais concretas, tornando o aprendizado mais tangível e aplicável.

### 3. PROCEDIMENTOS TÉCNICOS E METODOLÓGICOS

O presente capítulo apresenta no decorrer de suas seções os procedimentos técnicos e metodológicos desenvolvidos no trabalho, onde será destacado a caracterização da pesquisa, o campo empírico onde ocorreu o estudo, os alunos participantes da pesquisa, as técnicas e instrumentos de produção de dados e a descrição das etapas desenvolvidas para a realização da pesquisa.

Conforme Schmidt, Ribas e Carvalho (1998), é destacado que o processo de ensino não deve se limitar à simples transmissão de conteúdo sistematizado e conclusivo. Pelo contrário, o ensino deve ser concebido como uma oportunidade para potencializar o desenvolvimento de habilidades e estratégias nos estudantes. Essas habilidades e estratégias não apenas auxiliam na compreensão do conteúdo em questão, mas também capacitar o estudante a aplicar esses conhecimentos de forma inteligente e eficaz em situações diversas.

Sendo assim, esta pesquisa seguiu algumas etapas, a saber:

- 1) Inicialmente, foi realizado um estudo sobre o letramento matemático, baseando-se nas diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e nas referências do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA);
- 2) Foi realizada a aplicação de um teste específico sobre Geometria Plana, direcionado aos alunos do 9º ano A e B do Ensino Fundamental. Este teste visou avaliar o nível de conhecimento prévio dos estudantes nesse domínio matemático;
- 3) Realizou-se uma intervenção pedagógica consistindo em dez aulas de uma hora em cada turma. Durante essa etapa, foram empregadas técnicas de modelagem matemática e materiais concretos, como régua, compasso, transferidor e esquadros;
- 4) A fase final da pesquisa envolveu a aplicação de um segundo teste, projetado para avaliar os conhecimentos adquiridos pelos alunos após uma intervenção pedagógica. Além disso, esse teste também foi utilizado para coletar informações relevantes sobre as práticas pedagógicas adotadas durante a intervenção.

### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Quanto à natureza, o método de pesquisa utilizado foi a pesquisa aplicada, que tem como objetivo principal a aplicação prática dos conhecimentos adquiridos para melhorar a prática educacional, resolver problemas específicos encontrados no ambiente escolar e promover melhorias na qualidade da educação oferecida. A pesquisa aplicada caracteriza-se por seu interesse prático, isto é, que os resultados sejam aplicados ou utilizados, imediatamente, na solução de problemas que ocorrem na realidade. (Marconi; Lakatos, 2017).

Quanto à abordagem, a pesquisa realizada desenvolveu uma abordagem mista, integrando tanto elementos qualitativos quanto quantitativos, De acordo com Creswell (2010), o método misto é uma abordagem que combina ou mescla tanto o método quantitativo quanto o qualitativo.

Assim, para fins de objetivos da pesquisa, está é de natureza exploratória, descritiva e explicativa, pois a mesma procurou investigar, coletar dados e entender como se dá o uso de materiais concretos e aplicação de técnicas de modelagem no ensino da Geometria Plana, sendo exploratória porque investiga como tal método pode ser eficaz, descritiva já que descreve a situação atual dos alunos com relação as técnicas aplicadas e explicativa à medida que depreende-se sobre causa e efeitos entre uso dessas técnicas. Portanto, a combinação de abordagens pode enriquecer a compreensão do estudo e explicitar claramente esses objetivos.

Em relação aos procedimentos técnicos a pesquisa é de cunho bibliográfico, uma vez que permite selecionar, analisar e apresentar resultados consistentes, de forma lógica e mental, de todos os procedimentos de investigação- análise, síntese, dedução, indução, etc. -, pois, de acordo com Pizzani *et al.* (2012, p. 54), a pesquisa bibliográfica pode ser entendida como “[...] a revisão de literatura sobre as principais teorias que norteiam o trabalho científico” e o levantamento bibliográfico pode ser realizado “[...] em livros, periódicos, artigo de jornais, sites da Internet entre outras fontes”, a fim de colocar o pesquisador em contato direto com toda a produção escrita sobre a temática que está sendo estudada.

### 3.2 LOCAL DE APLICAÇÃO DA PESQUISA E PARTICIPANTES

O universo desta pesquisa foi o Colégio Municipal Osório Batista, localizada na Rua Cantidiano Ferreira, nº 546, bairro centro, São Pedro do Piauí-PI. A referida escola foi selecionada por ser uma unidade de ensino da educação básica na qual o idealizador deste estudo trabalha, facilitando, assim, a coleta de dados. A pesquisa contou com a participação de

30 (trinta) alunos dos 9º anos, último ano do Ensino Fundamental, com faixa etária de 14 a 16 anos de idade, sendo 18 do sexo feminino e 12 do sexo masculino. Dos 30 alunos participantes, 06 são da zona rural e 24 da zona urbana do mesmo município da escola dos participantes.

Visando preservar a identidades dos participantes, os nomes dos alunos foram substituídos pelos termos  $A_i$ , com o índice  $i$  variando de 1 até 30, conforme a Tabela 1.

**Tabela 1** - Codificação dos nomes dos alunos participantes da pesquisa

Alunos	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>10</sub>	A <sub>11</sub>	A <sub>12</sub>	A <sub>13</sub>	A <sub>14</sub>	A <sub>15</sub>
	A <sub>16</sub>	A <sub>17</sub>	A <sub>18</sub>	A <sub>19</sub>	A <sub>20</sub>	A <sub>21</sub>	A <sub>22</sub>	A <sub>23</sub>	A <sub>24</sub>	A <sub>25</sub>	A <sub>26</sub>	A <sub>27</sub>	A <sub>28</sub>	A <sub>29</sub>	A <sub>30</sub>

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

### 3.3 TÉCNICAS / INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

No primeiro encontro foi feita uma reunião com a Diretora e Coordenadora da escola e foi apresentada a proposta de aplicação da pesquisa, detalhando o número de alunos e o tempo necessário para tal aplicação. A Diretora e a Coordenadora comunicaram os alunos e, com autorização dos pais, se dispuseram a participar da pesquisa. Após esta etapa, foi aplicado um primeiro questionário/teste com o objetivo de verificar o nível de conhecimento dos alunos em alguns tópicos de Geometria Plana e para obter alguns dados dos participantes da pesquisa, como a faixa etária, o sexo e a procedência, se da zona urbana ou rural do município de São Pedro/PI.

Para facilitar a linguagem, foi reportado sobre este questionário/teste como Teste Inicial. O Teste Inicial foi composto por 04 (quatro) questões, sendo duas objetivas e duas subjetivas, contendo questões retiradas da Prova Brasil e PISA, que contemplaram conhecimentos de semelhança de triângulos, cálculo de perímetros e de áreas de figuras planas.

Após uma intervenção pedagógica utilizando materiais concretos e recursos de modelagem matemática, foi aplicado um teste final composto de 05 (cinco) questões, sendo quatro objetivas e uma subjetiva. A última questão teve como objetivo coletar informações dos alunos sobre as atividades de intervenção pedagógica realizada no segundo momento da pesquisa. O teste constou de questões da Prova Brasil e do PISA, e contemplou os conteúdos abordados ao longo das aulas de intervenção.

### 3.4 DESCRIÇÃO DOS MOMENTOS

A condução da pesquisa seguiu um planejamento estratégico em cada uma das etapas que o trabalho foi desenvolvido. A seguir, descrevemos cada uma delas, destacando as atividades e objetivos específicos almejados.

#### 3.4.1. Primeira Etapa: Apresentação da Proposta à Escola

Inicialmente, houve um encontro na escola onde foi desenvolvida a pesquisa com a duração de 1 hora e foi dedicado à apresentação da proposta de pesquisa à direção e coordenação. Nesse momento foi apresentado o projeto, destacando os seus objetivos e a importância da colaboração da instituição no seu desenvolvimento. A Diretora e Coordenadora da Escola comunicou a comunidade escolar da importância de participação e colaboração na pesquisa, A Figura 8 ilustra o momento da apresentação do projeto a direção e coordenação da Escola Municipal Osório Batista.

**Figura 8** - Apresentação do projeto a Direção e Coordenação da Escola



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

#### 3.4.2. Segunda Etapa: Aplicação do Teste Inicial com os Alunos

Esta etapa foi marcada pela aplicação do teste inicial junto aos alunos dos 9º anos do Ensino Fundamental e teve a duração de 2 horas. O teste teve como objetivo avaliar o nível de conhecimento prévio dos estudantes em Geometria Plana e obter alguns dados dos participantes da pesquisa. A Figura 9 ilustra o momento da aplicação do teste inicial nas duas turmas do nono ano do Ensino Fundamental.

**Figura 9** - Alunos do 9º ano A e B respondendo ao Teste Inicial



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

### **3.4.3. Terceira Etapa: Aulas de Modelagem Matemática e Utilização de Materiais Concretos**

Na intervenção pedagógica, durante essa terceira etapa, foram realizados 20 encontros no total, distribuídos entre as turmas do 9º ano A e B. Cada turma teve 10 encontros, com duração de 1 hora cada, totalizando 5 horas dedicadas à aplicação de materiais concretos e 5 horas à aplicação de técnicas de modelagem matemática. Durante essas práticas, os alunos foram distribuídos em grupos pequenos para facilitar o desenvolvimento das atividades. Foram apresentados para os alunos o contexto da atividade e seus objetivos, sendo explicado a importância de se expressar com clareza as ideias matemáticas tanto na forma escrita quanto oral, e exemplificando como os materiais concretos e técnicas de modelagem matemática podem ser utilizados para representar conceitos matemáticos.

O professor pesquisador circulou entre os grupos oferecendo suporte, esclarecendo dúvidas e incentivando a discussão e a reflexão sobre as atividades que estavam sendo desenvolvidas. Posteriormente foram reunidas as turmas para compartilharem as descobertas e os conhecimentos alcançados durante as atividades e para avaliação dos alunos com base em suas participações e expressões das suas ideias matemáticas de forma oral ou através das suas soluções escritas.

Uma atividade específica envolveu levar os estudantes do 9º ano A e B, em momentos separados, para uma praça próxima à escola, onde identificaram e analisaram figuras geométricas presentes no ambiente. Para o desenvolvimento da atividade, os alunos foram divididos em grupos de cinco alunos onde, munidos de trena de 5m, régua de 50 cm, cadernos

e lápis, realizaram anotações das medidas das figuras planas encontradas na praça. Todos os alunos participaram ativamente da atividade.

Posteriormente, já em sala de aula, os grupos realizaram os desenhos dos modelos matemáticos relacionados às figuras geométricas encontradas na praça, além de calcularem perímetros e áreas destas figuras.

Nas aulas seguintes, o foco foi na utilização de materiais concretos para a construção de figuras planas. Cada aluno recebeu um kit geométrico contendo régua, compasso, transferidor e esquadros. O professor organizou os alunos em grupos e fez a apresentação dos materiais concretos, explicando como utilizar cada elemento do kit geométrico. Em seguida, entregou o passo a passo de construções e orientou cada grupo na utilização dos materiais.

No entanto, alguns alunos enfrentaram dificuldades para manusear os materiais, especialmente o compasso. Um aluno do 9º ano A e três alunos do 9º ano B, dois meninos e uma menina, não conseguiram realizar as construções geométricas, apesar dos passos a passo fornecidos pelo professor. Os pais dos alunos relataram para a coordenação da escola que os alunos ficaram motivados com as aulas usando materiais concretos e modelagem matemática.

A Figura 10 ilustra um dos momentos das atividades práticas desenvolvidas durante os encontros de intervenção pedagógica com a utilização de materiais concretos e uso da modelagem matemática.

**Figura 10** - Canteiro da Praça que foi calculado o perímetro e área.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

A Figura 11 está registrando a atividade de medir o perímetro do bordo e a altura de um depósito de lixo no formato de um cilindro circular reto.

**Figura 11** - Alunos medindo o perímetro e altura da lixeira da praça.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

A Figura 12 ilustra um momento das aulas em que os alunos estão fazendo construções geométricas.

**Figura 12:** Aula de construções geométricas com os alunos



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

#### **3.4.4. Quarta Etapa: Aplicação do Teste Final**

Nesta etapa foi aplicado o teste final num encontro de 2 horas e teve como objetivo avaliar a aprendizagem dos alunos após as intervenções com modelagem matemática e uso de materiais concretos. A Figura 13 ilustra o momento da aplicação do teste final nas duas turmas.

**Figura 13** - Alunos do 9º ano A e B respondendo ao Teste Final



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

No próximo capítulo serão feitas as discussões e a apresentação dos resultados obtidos ao longo da pesquisa. Esses dados foram coletados por meio de diversas fontes, incluindo o teste inicial e final, observações realizadas durante as aulas com modelagem matemática e uso de materiais concretos, bem como a participação dos alunos nesses momentos.

## 4. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste momento serão apresentadas as análises dos dados e discutido os resultados obtidos durante o percurso de nosso trabalho.

### 4.1 SOBRE O TESTE INICIAL

Além de avaliar os conhecimentos específicos relacionados aos tópicos de semelhança de triângulo, cálculo de área e perímetro de figuras planas, o teste inicial também avalia a capacidade dos alunos modelarem um problema apresentado de forma literária para uma visualização geométrica e vice-versa, isto é, extrair informações de um problema apresentado em um contexto geométrico.

De acordo com a matriz da prova Brasil, um aluno desenvolve uma certa habilidade, quando ele é capaz de resolver um problema a partir da utilização/aplicação de um conceito por ele já estudado. Neste contexto, a primeira questão do teste afirmou que os dois triângulos apresentados em uma figura eram semelhantes e era fornecido, para cada triângulo, as medidas de dois lados e era solicitado as medidas do terceiro lado de cada triângulo. A questão queria identificar se o aluno associava a informação de que dois triângulos semelhantes equivalem informar que as medidas dos lados correspondentes mantinham uma mesma proporcionalidade, isto é, as razões entre as medidas destes lados correspondentes eram sempre constantes.

**Figura 14** - Solução da Questão 01 do Teste Inicial utilizando proporcionalidade entre as medidas dos lados de dois triângulos semelhantes apresentada pelo aluno A<sub>20</sub>

01. Sabemos que os triângulos abaixo são semelhantes, nessas condições calcule os valores de x e y:

Handwritten solution for the problem:

$$\frac{15}{y} = \frac{9}{6}$$

$$9y = 90$$

$$y = \frac{90}{9}$$

$$y = 10$$

$$\frac{5}{2} = \frac{15}{8}$$

$$5 \cdot 8 = 15 \cdot 2$$

$$40 = 30$$

$$\frac{3}{2} = \frac{x}{8}$$

$$2x = 24$$

$$x = \frac{24}{2}$$

$$x = 12$$

Multiple choice options:

(A) x = 12 e y = 10    (B) x = 10 e y = 12    (C) x = 15 e y = 8    (D) x = 7 e y = 9

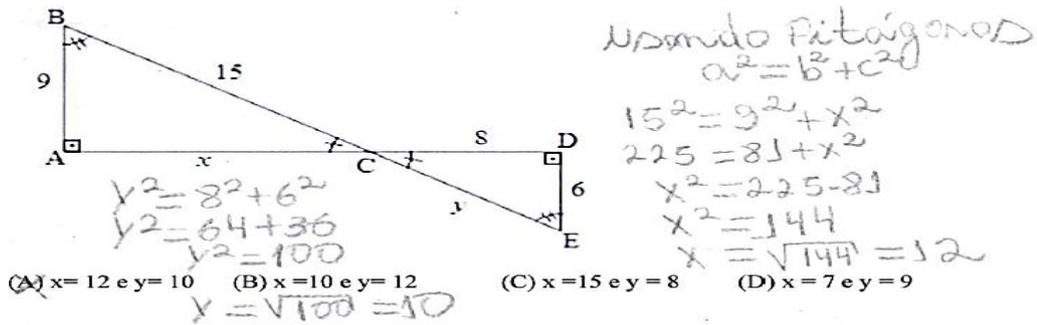
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024)

Dos 30 alunos que responderam a primeira questão, 10 responderam corretamente e escolheram a alternativa correta "A". Dentre estes, as Figuras 14 e 15 apresentam duas resoluções distintas, evidenciando diferentes abordagens utilizadas pelos alunos para resolver o mesmo problema: Um dos alunos aplicou a proporcionalidade para solucionar a questão, o

que está diretamente relacionado com a informação que os dois triângulos são semelhantes, independentemente de os dois triângulos apresentados serem retângulos. Por outro lado, identificando a presença de dois triângulos retângulos na questão, o segundo aluno optou por aplicar o Teorema de Pitágoras como estratégia de resolução

**Figura 15** - Solução da Questão 01 do Teste Inicial utilizando Teorema de Pitágoras apresentada pelo aluno  $A_{12}$

01. Sabemos que os triângulos abaixo são semelhantes, nessas condições calcule os valores de  $x$  e  $y$ :

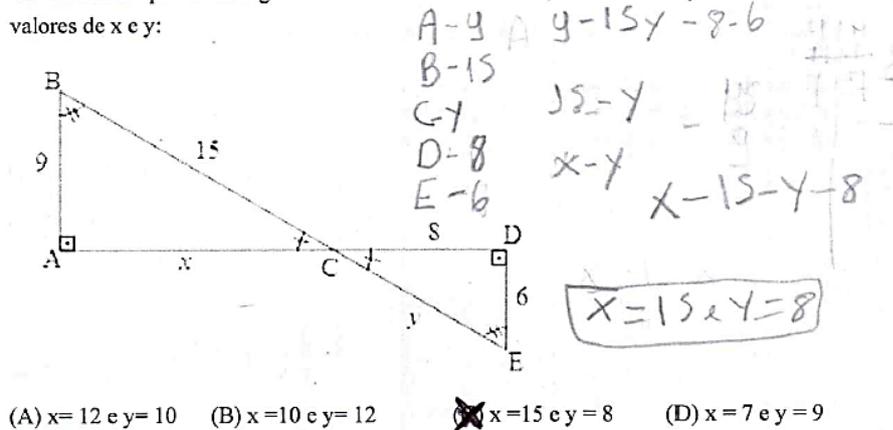


Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024)

Por outro lado, dentre os que não acertaram a questão, a Figura 16 ilustra a solução errada apresentada pelo aluno  $A_1$ . Observe que o aluno já comprometeu sua estratégia para a solução da questão, ao passo que utilizou as letras representativas dos vértices para atribuir os valores dos lados dos triângulos. Daí, então, simplesmente marcou uma alternativa aleatoriamente.

**Figura 16** - Solução da Questão 01 do Teste Inicial feita de forma incorreta pelo aluno  $A_1$ .

01. Sabemos que os triângulos abaixo são semelhantes, nessas condições calcule os valores de  $x$  e  $y$ :



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

Dos mais de 66% dos alunos que não acertaram a questão, os erros foram os mais

variados possíveis, desde não saber equacionar as variáveis envolvidas de acordo com as hipóteses do problema ou até mesmo por erros de cálculo.

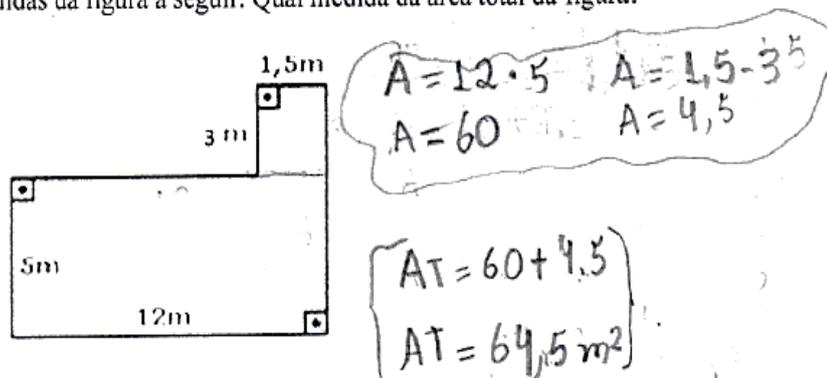
De acordo com a BNCC, segundo a habilidade (EF09MA13), que afirma que um aluno do 9º ano deve “demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos”, concluímos que um percentual significativo dos alunos pesquisados não adquiriu essa competência desejada no seu processo escolar.

Na segunda questão do 1º Teste aplicado aos alunos, que é classificada como de nível fácil, foi abordado uma questão aberta e sem alternativas. O principal objetivo dessa questão foi avaliar a capacidade dos alunos em resolver problemas que envolvem o cálculo da área de figuras planas. Essa habilidade é frequentemente requisitada em situações cotidianas, tais como o cálculo da área de um terreno, do piso de uma residência, ou mesmo da parede de um ambiente específico. Segundo a BNCC, um estudante do 9º ano deve possuir a habilidade (EF07MA32) que requer do estudante a capacidade de “Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas”.

Dos 30 alunos que realizaram o teste, 7 responderam corretamente à questão, concluindo, através de cálculos corretos, que a área procurada era de 64,5 m<sup>2</sup>. Para ilustrar as situações de acertos e erros, nas Figuras 17 e 18 estão apresentadas, respectivamente, uma solução correta e uma solução errada.

**Figura 17** - Solução da Questão 02 do Teste Final com procedimento correto no cálculo da área de figura plana realizada pelo aluno A<sub>6</sub>.

02. Observe as medidas da figura a seguir. Qual medida da área total da figura?

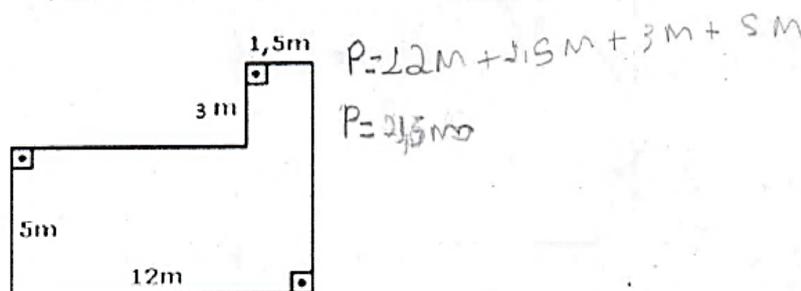


Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

Na Figura 17, observe que o aluno identificou uma maneira de dividir a figura em duas partes. Calculou a área de uma das partes e depois as somou para encontrar a área total.

**Figura 18** - Solução da Questão 02 do Teste Inicial com procedimento errado no cálculo de área de figura plana realizada pelo aluno  $A_4$

02. Observe as medidas da figura a seguir. Qual medida da área total da figura?



*as medidas são áreas de 29,5m*

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

Conforme pode ser observado na Figura 18, o aluno não conseguiu diferenciar os conceitos de área e perímetro. Além deste aluno, mais cinco tentaram resolver o problema fazendo o cálculo do perímetro no lugar do cálculo da área. Essa situação demonstra uma fragilidade no processo de ensino e aprendizagem, considerando que a apropriação dos conceitos é a premissa básica para o letramento matemático.

A terceira questão foi de nível intermediário, porque não traz o suporte da figura e exige o entendimento teórico das condições de semelhança de triângulos que não estão destacados na figura, como as apresentadas no primeiro problema. No entanto, mesmo considerando o nível mais abstrato da questão, 11 alunos fizeram os cálculos corretamente e marcaram a alternativa correta, letra B, demonstrando dominar essa habilidade.

Esta questão requer para sua solução os mesmos cálculos utilizados na primeira questão, no entanto, apesar de não evidenciar nenhuma figura na questão, aparece dentro de um contexto familiar para o aluno. Por esta razão ou por outra, como já ter resolvido um problema similar, a questão apresentou uma taxa de acerto maior em comparação com a primeira questão.

Evidenciando os alunos que apresentaram as soluções corretas apresentadas no teste até aqui, percebe-se que esses alunos alcançaram a habilidade (EF09MA12) destacada pela a BNCC de “Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes”. Para ilustrar a situação apresentada, a Figura 19 mostra a resolução do aluno  $A_{20}$  que respondeu corretamente à questão.

**Figura 19** - Solução da Questão 03 do Teste Inicial resultado do cálculo correto efetuado pelo um aluno A<sub>20</sub>.

03. (PROVA BRASIL - Adaptada) No pátio de uma escola, a professora de matemática pediu que Júlio, que mede 1,60 m de altura, se colocasse em pé, próximo de uma estaca vertical. Em seguida, a professora pediu a seus alunos que medissem a sombra de Júlio e a da estaca. Os alunos encontraram a medida de 2m para sombra de Júlio e de 5m para sombra da estaca.

De acordo com os dados apresentados, a altura da estaca vertical é igual a:

$$\frac{1,60}{x} = \frac{2}{5}$$

$$2x = 8$$

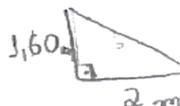
$$x = \frac{8}{2} = 4$$

(A) 3,6 m.

~~(B) 4 m.~~

(C) 5 m.

(D) 8,6 m



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

A quarta questão, e última, é uma questão sem alternativas e de nível intermediário, retirada do teste do PISA, onde são solicitados três itens. O principal objetivo dessa questão foi avaliar a capacidade dos alunos em resolver problemas que envolvem o cálculo de comprimentos e área de figuras planas a partir de uma imagem espacial.

Dos 30 alunos que realizaram o teste, 15 acertaram o item "a", três acertaram o item "b", enquanto nenhum deles acertou o item "c". Os alunos não compreenderam a questão contextualizada do PISA e o desenho apresentado na questão. Este resultado está em conformidade com o último resultado do PISA, divulgado em 05/12/2023, onde o Brasil aparece nas últimas posições. A Figura 20 mostra a questão e resolução do item "a" feita pelo aluno A<sub>7</sub>.

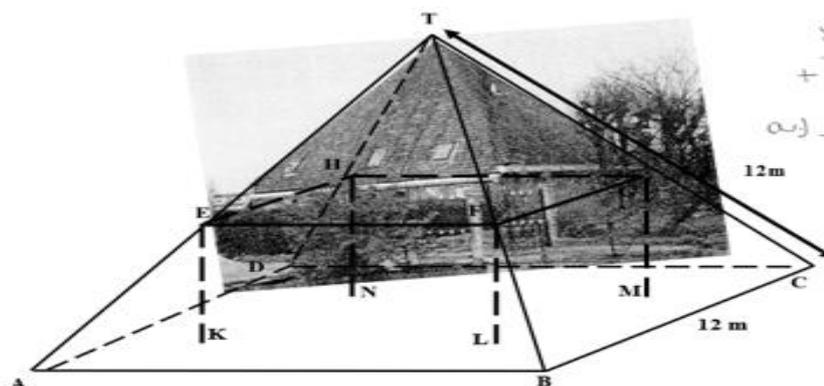
**Figura 20** - Questão 04 do Teste Inicial, resultado do cálculo efetuado pelo aluno A<sub>7</sub>.

04. (PISA) Você pode ver aqui a fotografia de uma casa de fazenda com o telhado em forma de pirâmide.

Abaixo está o modelo matemático do telhado da casa preparado por um estudante e ao qual foram acrescentadas as medidas.

O chão do sótão, denominado ABCD no modelo, é um quadrado. As vigas que suportam o teto são as laterais do bloco (prisma retangular) EFGHKL MN. Veja que E está no meio de AT, F está no meio de BT, G está no meio de CT e H está no meio de DT. Todas as laterais da pirâmide, no modelo, têm o comprimento de 12 m.

- Calcule a área total do chão do sótão ABCD
- Calcule o comprimento de EF, uma das laterais horizontais do bloco.
- Determine a área da superfície de um painel triangular do teto.

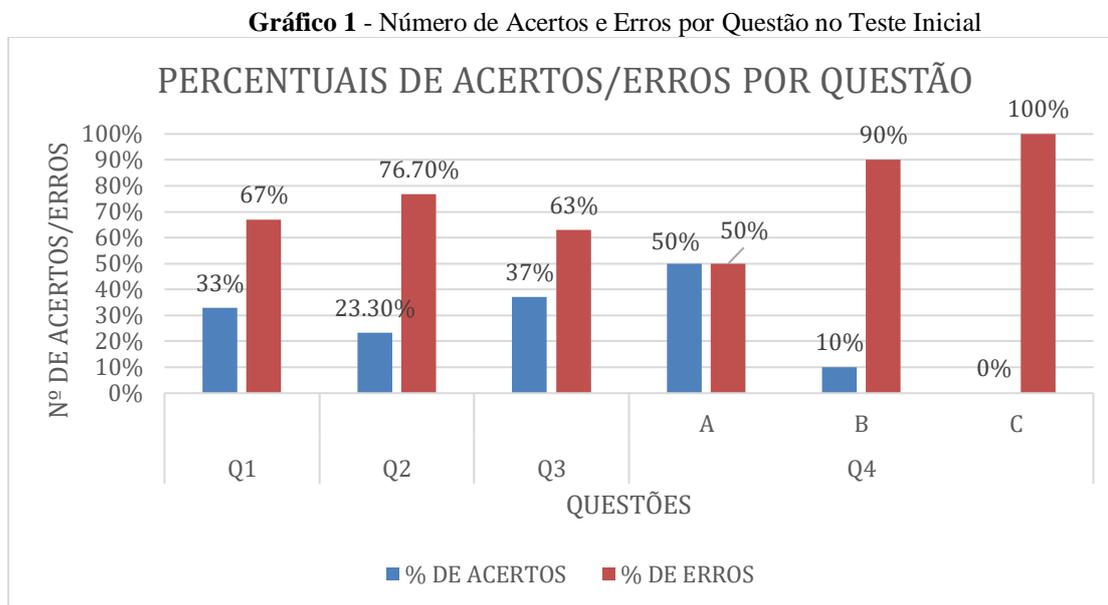


$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 12 \\ \hline + 124 \\ \hline 344 \\ \hline \end{array}$$

a)  $12 \cdot 12 = 144 \text{ m}^2$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

Para uma melhor visualização dos resultados o Gráfico 1, apresenta os percentuais de acertos e erros dos alunos pesquisados referentes as cinco questões analisadas do Teste Inicial.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024)

De acordo com os resultados apresentados no Gráfico 1, a maioria dos alunos errou as questões 01, 02 e 03. Quanto à questão 4, o item “a” foi respondido pela metade dos alunos, enquanto o item “c” não obteve acertos.

Em relação à avaliação do nível de letramento matemático, a partir dos conhecimentos de alguns tópicos de Geometria Plana, e de acordo com os parâmetros definidos pelo PISA e dos resultados apresentados pelos alunos no teste inicial, a Tabela 2 apresenta o posicionamento dos alunos conforme o nível de letramento matemático classificado pelo PISA.

**Tabela 2 - Nível de letramento por aluno após Teste Inicial**

Nível de letramento matemático por	Alunos	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>10</sub>	A <sub>11</sub>	A <sub>12</sub>	A <sub>13</sub>	A <sub>14</sub>	A <sub>15</sub>
	Nível 1		X	X	X	X				X	X	X	X		X	X
Nível 2						X										
Nível 3							X	X					X			
Nível 4																
Nível 5																
Nível 6																
Nível de letramento matemático por	Alunos	A <sub>16</sub>	A <sub>17</sub>	A <sub>18</sub>	A <sub>19</sub>	A <sub>20</sub>	A <sub>21</sub>	A <sub>22</sub>	A <sub>23</sub>	A <sub>24</sub>	A <sub>25</sub>	A <sub>26</sub>	A <sub>27</sub>	A <sub>28</sub>	A <sub>29</sub>	A <sub>30</sub>
	Nível 1	X	X	X	X			X		X	X					X
Nível 2									X				X			
Nível 3																
Nível 4					X											
Nível 5																
Nível 6																
						TOTAL	NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL 4	NIVEL 5	NIVEL 6				
							19	3	3	1	0	0				

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024)

Com base no diagnóstico realizado, é relevante salientar que quatro alunos não acertaram nenhuma questão, resultando na ausência de classificação em qualquer nível. Para os demais alunos, foi realizada uma classificação do nível de letramento matemático com base nos conhecimentos de Geometria Plana apresentados no Teste Inicial. Com isso, foi elaborado um plano de atividades para uma intervenção pedagógica, onde foram empregados materiais concretos e técnicas de modelagem matemática.

A análise dos resultados do Teste Inicial proporcionou a identificação do ponto de partida, direcionando para a formulação de um plano de ensino que visasse superar as lacunas identificadas. O objetivo era promover uma compreensão mais consistente dos conceitos dos tópicos de Geometria Plana estudados de modo a proporcionar uma experiência de aprendizagem mais envolvente e significativa aos alunos.

#### 4.2 SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Nas aulas de modelagem matemática, o professor pesquisador desempenhou o seu papel de orientador, iniciando com uma explicação detalhada sobre o conceito de modelagem matemática. Em seguida, conduziu os alunos para uma praça localizada em frente à escola, proporcionando-lhes a oportunidade de identificar diversas figuras planas no ambiente externo.

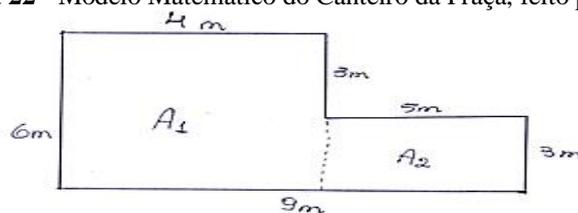
Após os registros das formas e medidas das figuras planas observadas na atividade prática na praça, os alunos desenvolveram atividades de cálculos envolvendo os dados coletados. O processo de tradução das observações e medições em expressões matemáticas que representam os conceitos geométricos observados está apresentados nas Figuras 21 e 22, onde estão registradas, respectivamente, a foto do canteiro da praça e o modelo matemático feito pelo aluno para representar o canteiro, incluindo as operações aritméticas para o cálculo da área e perímetro das figuras planas registradas.

**Figura 21-** Canteiro da Praça que foi calculado o perímetro e área.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

**Figura 22** - Modelo Matemático do Canteiro da Praça, feito pelo aluno.



Dividindo a figura em duas partes, temos retângulos  $A_1$  e  $A_2$ :  $A = b \cdot h$

$$A_1 = 6m \cdot 4m = 24m^2$$

$$A_2 = 5m \cdot 3m = 15m^2$$

$$A_{total} = 24m^2 + 15m^2 = 39m^2$$

o perímetro do canteiro é:

$$P = 6m + 4m + 3m + 5m + 3m + 9m$$

$$P = 30m$$

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Nas aulas que envolveram materiais concretos, como régua, compasso, transferidor e esquadro, os alunos foram divididos em grupos para realizarem as construções geométricas. A Figura 23 ilustra um grupo de alunos fazendo as construções geométricas.

**Figura 23** - Grupo de alunos realizando as construções geométricas

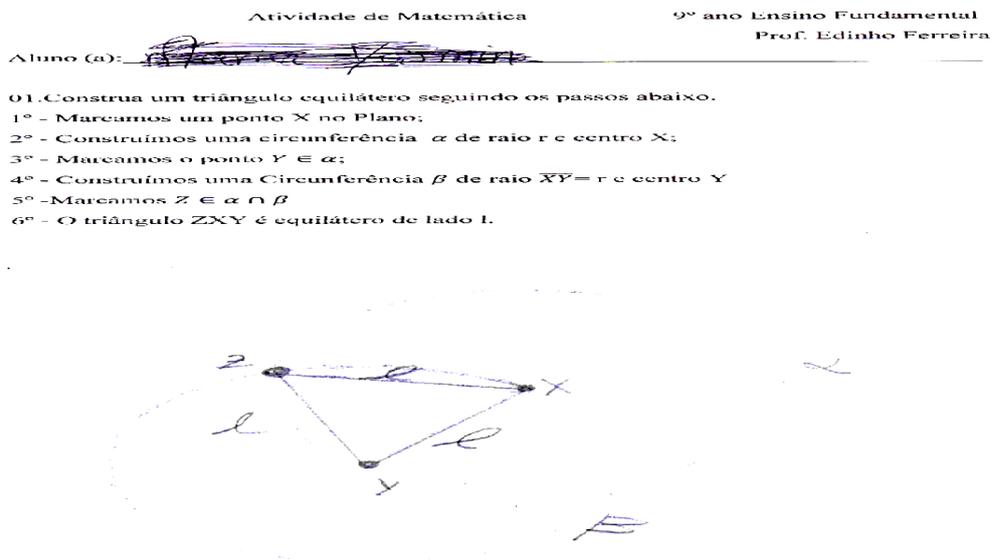


Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Com a orientação do professor, foram abordados temas que incluíram a criação de ângulos e a formação de figuras planas, destacando-se a construção de triângulos equiláteros, triângulos semelhantes e polígonos regulares. Após discussões sobre o processo de construção

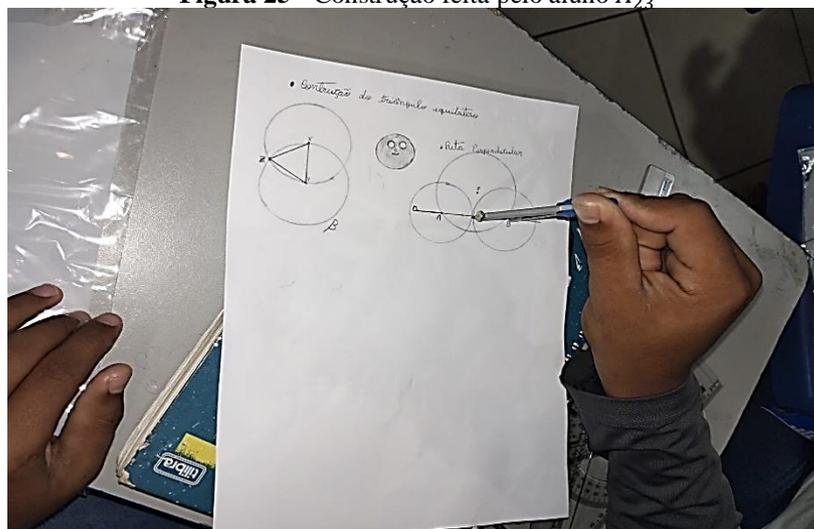
de figuras planas básicas, foi formalizados os passos para essas construções. A título de exemplo, as Figuras 24 e 25 ilustram o processo e a construção do triângulo equilátero realizados pelas alunas  $A_6$  e  $A_{23}$ .

**Figura 24** - Resultado da construção feita pelo aluno  $A_6$



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

**Figura 25** - Construção feita pelo aluno  $A_{23}$



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

A conclusão bem-sucedida dessa tarefa prática não apenas reforçou os conhecimentos teóricos, mas também proporcionou aos alunos uma compreensão tangível e visual das propriedades geométricas discutidas em sala. Essa abordagem prática e envolvente objetiva contribuir para a consolidação dos conceitos, promovendo uma aprendizagem mais significativa.

Durante as aulas que envolveram materiais concretos, a avaliação dos alunos foi realizada de maneira abrangente, considerando tanto as interações durante as aulas teóricas quanto o envolvimento nas atividades práticas. A avaliação não se limitou apenas aos resultados finais, mas buscou avaliar a participação ativa dos estudantes e sua capacidade de aplicar os conceitos aprendidos de forma prática.

As interações em sala de aula foram observadas e analisadas, destacando-se a contribuição dos alunos nas discussões teóricas, na resolução de problemas e no engajamento nas atividades práticas de construção de figuras geométricas. A habilidade dos alunos em utilizar os materiais concretos, como régua, compasso e esquadro, foi considerada como parte integrante da avaliação, evidenciando não apenas o conhecimento teórico adquirido, mas também a aplicação prática desses conhecimentos.

#### 4.3 SOBRE O TESTE FINAL

O teste final, composto por cinco questões, desempenhou um papel crucial na avaliação da aprendizagem dos alunos após sua participação nas atividades utilizando modelagem matemática e materiais concretos. As quatro primeiras questões tinham como propósito verificar a compreensão dos conceitos abordados durante essas atividades práticas.

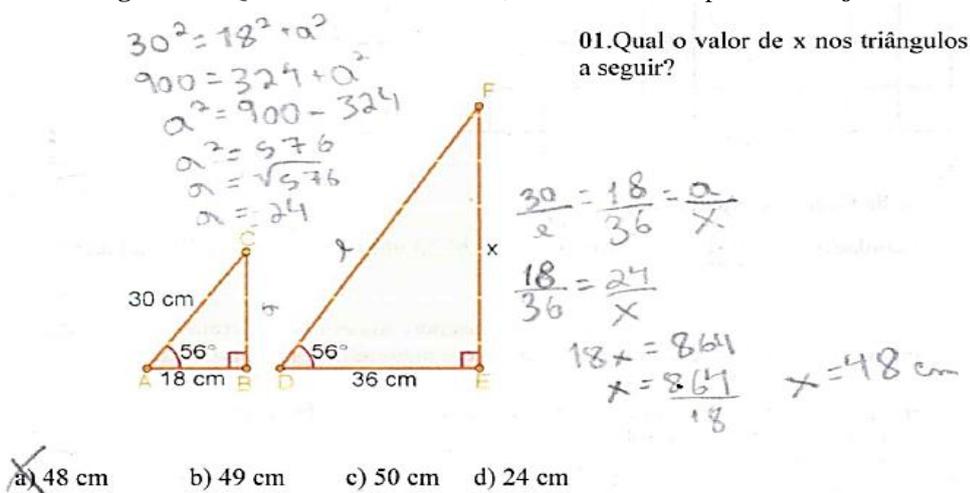
As questões abordaram diretamente os tópicos explorados, fornecendo aos alunos a oportunidade de aplicar os conhecimentos adquiridos na resolução de problemas específicos.

A quinta questão foi direcionada para avaliar o entendimento dos alunos sobre as atividades que envolveram materiais concretos e verificar se eles tinham familiaridade com o conceito de modelagem matemática. Essa abordagem proporcionou uma visão mais abrangente da experiência dos alunos, considerando não apenas a aplicação direta dos conceitos, mas também a capacidade de reflexão sobre o processo de aprendizagem.

O teste final, estruturado dessa maneira, permitiu uma avaliação da aprendizagem dos alunos, abordando tanto os resultados práticos quanto o entendimento conceitual adquirido ao longo das atividades envolvendo modelagem matemática e materiais concretos, analisando o desempenho dos alunos nas questões.

Dos 30 alunos que responderam à primeira questão, de nível intermediário, 21 desenvolveram corretamente os cálculos e escolheram a alternativa correta "A". A Figura 26, abaixo, destaca a resolução do aluno  $A_5$  que aplicou corretamente a habilidade (EF09MA13) da BNCC, “Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos”.

**Figura 26** - Questão 01 do Teste final, cálculo realizado pelo aluno A<sub>5</sub>.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

Por outro lado, aproximadamente 30% dos alunos ainda não conseguiram atingir essa habilidade. Esses alunos não conseguiram aplicar de forma correta o Teorema de Pitágoras e/ou nem aplicar de forma correta a correspondência de proporcionalidade entre os lados correspondentes dos triângulos semelhantes.

A questão 2 neste teste foi similar à questão 3 aplicada no teste inicial. O desempenho nesta questão foi bem satisfatório comparado ao nível de acerto no teste inicial. Dos 30 alunos, 20 conseguiram responder corretamente à questão, superando os 11 que tinham respondido corretamente à questão similar do Teste inicial, onde as mesmas demandavam a aplicação do conceito de semelhança de triângulos e proporção.

Esse aumento é justificado porque nas aulas práticas, foram implementadas atividades envolvendo o uso de materiais concretos para explorar a semelhança de triângulos. A maioria dos alunos conseguiu aplicar adequadamente essa habilidade, conforme preconizado pela BNCC. A Figura 27 ilustra a solução dada pelo aluno A<sub>17</sub> que respondeu corretamente à questão e a Figura 28 reproduz uma solução incorreta fornecida pelo aluno A<sub>13</sub>, que tenta fazer multiplicações entre os números dados na questão.

**Figura 27** - Questão 02 do Teste Final, cálculo realizado pelo aluno A<sub>17</sub>.

02. Para descobrir a altura de um prédio, Luiz mediu a sombra do edifício e, em seguida, mediu sua própria sombra. A sombra do prédio media 7 metros, e a de Luiz, que tem 1,6 metros de altura, media 0,2 metros. Qual a altura desse prédio?

a) 50 metros    ~~b) 56 metros~~  
 c) 60 metros    d) 66 metros

$$\begin{array}{r} 1,6 \\ \times 7 \\ \hline 11,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 \overline{) 12} \\ 10 \phantom{0} \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\frac{x}{7} = \frac{1,6}{0,2}$$

$$0,2x = 11,2$$

$$x = \frac{11,2}{0,2}$$

$$x = 56 \text{ m}$$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

**Figura 28** - Questão 02 do Teste Final, cálculo realizado pelo aluno A<sub>13</sub>.

02. Para descobrir a altura de um prédio, Luiz mediu a sombra do edifício e, em seguida, mediu sua própria sombra. A sombra do prédio media 7 metros, e a de Luiz, que tem 1,6 metros de altura, media 0,2 metros. Qual a altura desse prédio?

a) 50 metros    b) 56 metros  
 c) 60 metros    ~~d) 66 metros~~

$$\begin{array}{r} 1,6 \\ \times 7 \\ \hline 43 \phantom{0} \\ 0,2 \\ \hline 66 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

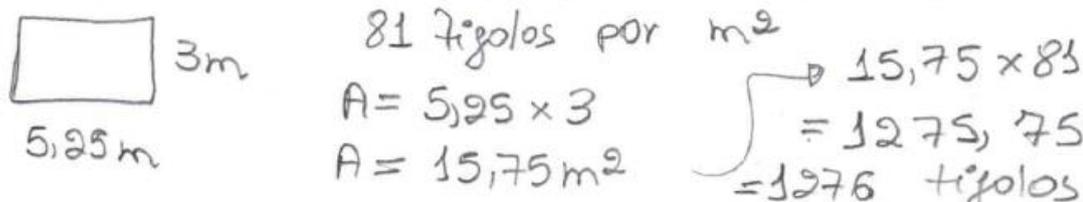
Conforme pode ser observado na Figura 28, o aluno não conseguiu interpretar a questão corretamente. Ele limitou-se a realizar multiplicações incorretas entre os números apresentados na questão, resultando em uma alternativa que não correspondia ao resultado esperado.

A terceira questão abordada neste contexto representa uma questão típica das avaliações do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA). Diferentemente de questões de múltipla escolha, essa questão foi formulada de maneira aberta, exigindo dos alunos a aplicação de conceitos matemáticos fundamentais, como o cálculo de área e multiplicação envolvendo números com vírgula, em um contexto prático do dia a dia. A abordagem do PISA reflete sua preocupação em avaliar não apenas o conhecimento teórico, mas também a capacidade dos alunos de aplicar esses conhecimentos em situações do mundo real.

Dos 30 alunos que fizeram essa terceira questão, 19 demonstraram proficiência ao realizar o cálculo correto da questão proposta, conforme evidenciado na Figura 29. Esse resultado sugere que a abordagem pedagógica das aulas práticas, que incorporaram o uso de materiais concretos e a modelagem matemática, e que os alunos participaram ativamente, atingiu seu objetivo ao promover a aplicação prática dos conhecimentos matemáticos em um cenário contextualizado.

**Figura 29** - Questão 03 do Teste Final, cálculos realizados pelo aluno  $A_{12}$ .

03.(PISA) Nico quer calçar o pátio retangular de sua nova casa. O pátio tem o comprimento de 5,25 metros por 3,00 metros de largura. Ele precisa de 81 tijolos por metro quadrado. Calcule o número de tijolos que Nico necessita para todo o pátio.

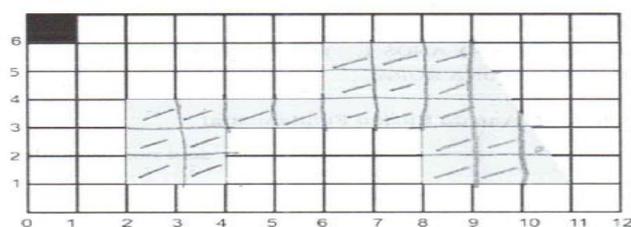


Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

A quarta questão do Teste Final, classificada como de nível intermediário, conforme apresentada na Figura 30, foi uma questão aplicada na Prova Brasil. Nela, os alunos foram desafiados a calcular a área de uma região poligonal inserida numa grade retangular onde cada quadradinho é considerado uma unidade de área. Os alunos que acertam a questão demonstram que compreenderam os conceitos matemáticos básicos, como cálculo de área e manipulação de formas geométricas simples, identificaram os elementos da figura, como os lados da região poligonal e sua disposição dentro da grade retangular, como decomposição em figuras mais simples e contagem dos quadrados. O emprego da modelagem matemática nas aulas desempenhou um papel significativo ao auxiliar os alunos na resolução desse problema específico.

**Figura 30** - Questão 04 do Teste Final, cálculos realizados pelo aluno  $A_{27}$

04. (Prova Brasil) Na ilustração ao lado, o quadrado sombreado representa uma unidade de área.



$21 + 3 = 24$

A área da figura desenhada mede

- a) 23 unidades.     b) 24 unidades.    c) 25 unidades.    d) 29 unidades

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

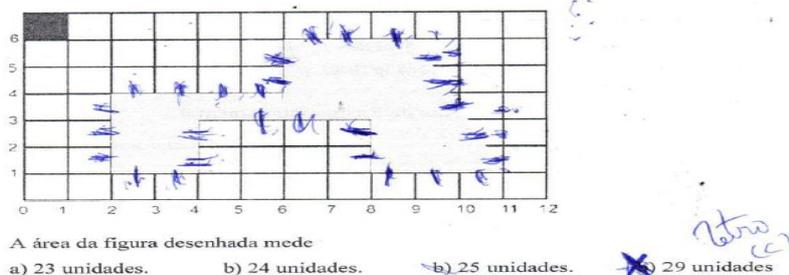
Por outro lado, os alunos que erram essa questão não compreenderam o enunciado, erraram na contagem ou cálculos e erros ao contar os quadrados ou ao aplicar incorretamente fórmulas de cálculo de área.

A Figura 30 ilustra a solução dada pelo aluno  $A_{27}$  que respondeu corretamente à questão contando e completando os quadrados. A Figura 31 reproduz uma solução incorreta fornecida

pelo aluno  $A_{18}$  que não conseguiu perceber que na figura tinha quadrados não inteiros e que deveriam ser completados.

**Figura 31** - Questão 04 do Teste Final, cálculos incorretos realizados pelo aluno  $A_{18}$

04. (Prova Brasil) Na ilustração ao lado, o quadrado sombreado representa uma unidade de área.



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

A quinta questão buscou identificar a opinião dos alunos envolvidos no estudo sobre o desenvolvimento das atividades envolvendo materiais concretos. Os itens questionados contemplam a opinião dos alunos quanto aos conhecimentos e uso dos materiais concretos utilizados nas atividades de intervenção pedagógicas. Além disso, indagavam também sobre grau de satisfação na participação no desenvolvimento das atividades realizadas e se os alunos tinham conhecimento sobre o termo modelagem matemática.

Para uma melhor análise dos resultados da quinta questão do teste final, foi feita a apresentação das respostas dos alunos dos quatro itens em tabelas ou gráficos.

O Gráfico 2 apresenta uma representação visual das respostas apresentadas pelos alunos pesquisados com relação aos conhecimentos prévios sobre materiais concretos e modelagem matemática. Os alunos tiveram a opção de assinalar mais de uma alternativa para essa pergunta.

**Gráfico 2** - Número de alunos que conhecia os materiais concretos



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

De acordo com os resultados apresentados no Gráfico 2, nota-se que ainda é necessário melhorar a utilização de materiais concretos nas aulas de matemática. Recomenda-se que a escola inclua esses materiais na lista de compra de materiais pedagógicos. Vale destacar que dois alunos não estavam familiarizados com nenhum dos materiais utilizados.

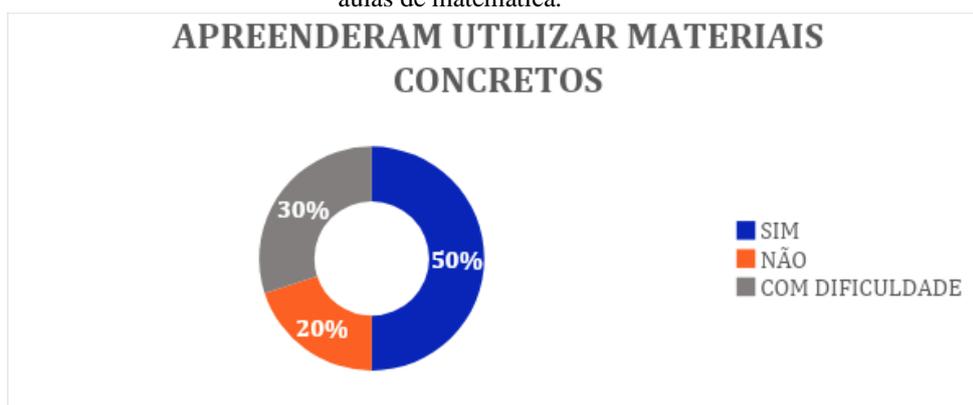
A Tabela 3 oferece uma visão dos dados coletados dos alunos quanto à capacidade deles de aplicar os conceitos aprendidos durante as aulas que envolveram o uso de materiais concretos. Ela destaca o êxito dos alunos em utilizar esses materiais nas atividades subsequentes. O Gráfico 3 complementa essas informações ao apresentar visualmente as respostas dos alunos.

**Tabela 3** - Número de alunos que aprendeu usar matérias concretos nas aulas

<b>APÓS AULAS, CONSEGUIE APLICAR USO DO MATERIAIS CONCRETOS</b>	<b>NÚMERO DE ALUNOS</b>
SIM	15
NÃO	6
COM DIFICULDADE	9

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

**Gráfico 3** - Porcentagem de alunos que após aulas consegue aplicar uso dos materiais concretos nas aulas de matemática.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

De acordo com a Tabela 3 e o Gráfico 3, observamos que metade da turma consegue aplicar os materiais concretos, enquanto a outra parte apresenta dificuldades na utilização. Com o tempo, é esperado que os alunos aprimorem cada vez mais a aplicação dos materiais. Poucos alunos não conseguiram manipular os materiais.

A Tabela 4 oferece uma avaliação das percepções dos alunos em relação às atividades que envolveram o uso de materiais concretos.

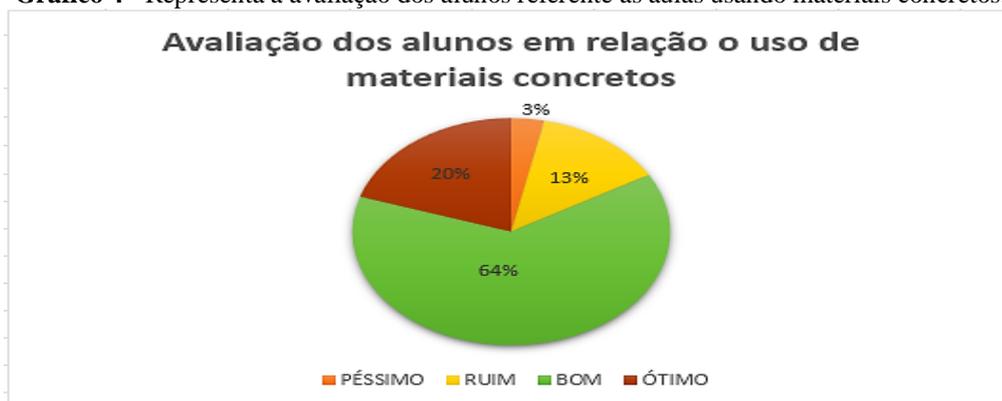
**Tabela 4** - Avaliação dos alunos em relação ao uso de materiais concretos

Avaliação de atividades em aula	Número de alunos
PÉSSIMO	1
RUIM	4
BOM	19
ÓTIMO	6

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024)

Complementando essa análise, o Gráfico 4 fornece uma representação visual das respostas dos alunos, contribuindo para uma compreensão mais intuitiva dos resultados.

**Gráfico 4** - Representa a avaliação dos alunos referente as aulas usando materiais concretos.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

De acordo com os resultados apresentados no Gráfico 4 e na Tabela 4, observa-se que a maioria absoluta dos alunos aprovou a utilização de materiais concretos, classificando-os como bom ou ótimo. Essa avaliação reflete que as atividades foram significativas para os alunos.

A Tabela 5 concentra-se no último item de avaliação relacionado à Questão 05, indagando aos alunos se já conheciam o termo "modelagem matemática" antes das aulas abordarem essa temática. Nessa tabela, são apresentadas as respostas sim ou não, pelos alunos.

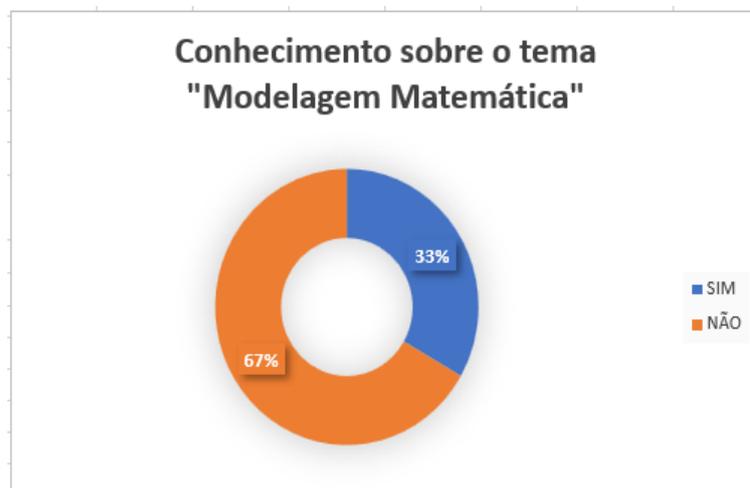
**Tabela 5** - Conhecimento sobre o termo modelagem matemática

USO DE MODELAGEM	NÚMERO DE ALUNOS
SIM	10
NÃO	20

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

Complementando essa análise, o Gráfico 5 proporciona uma representação visual das respostas dos alunos.

**Gráfico 5** - Porcentagem de alunos que já conhecia o termo modelagem matemática antes das aulas práticas

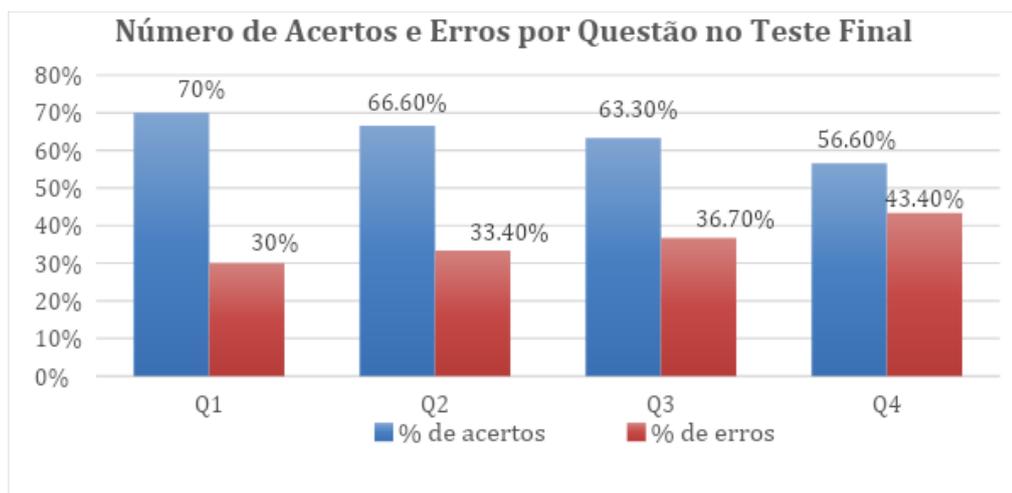


Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024)

Com base no gráfico acima, observa-se que a maioria dos alunos não conhecia o termo "modelagem matemática" e nunca tinha utilizado em aulas. Isso ressalta a importância da pesquisa em proporcionar aos alunos novos conhecimentos e experiências educacionais.

Para uma melhor avaliação dos resultados do teste final, foi feita a apresentação dos valores em percentual do número de alunos que obtiveram acertos e erros em cada questão do teste, conforme apresentados no Gráfico 6.

**Gráfico 06** - Número de Acertos e Erros em porcentagem por Questão no Teste Final



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024)

Analisando o Gráfico 6, observa-se que em todas as questões houve mais acertos do que erros. Por exemplo, na primeira questão, registrou-se 70% de acertos. Ao comparar os números de acertos e erros do teste final com os do teste inicial, percebe-se um avanço significativo em todos os alunos.

Com relação ao teste final e às observações em sala de aula, foi possível identificar o novo nível de letramento em geometria dos alunos. O objetivo foi classificá-los de acordo com os níveis de letramento do PISA mencionados na revisão de literatura. A Tabela 6 apresenta a identificação dos alunos por nível de letramento após as observações em sala de aula e a aplicação do teste final.

**Tabela 6 - Nível de letramento por aluno após Teste Final**

Nível de letramento matemático por aluno	Alunos	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>10</sub>	A <sub>11</sub>	A <sub>12</sub>	A <sub>13</sub>	A <sub>14</sub>	A <sub>15</sub>	
	Nível 1		X		X					X		X		X	X	X	
	Nível 2	X		X						X	X						
	Nível 3					X		X					X				
	Nível 4						X										
	Nível 5																
	Nível 6																
	Alunos	A <sub>16</sub>	A <sub>17</sub>	A <sub>18</sub>	A <sub>19</sub>	A <sub>20</sub>	A <sub>21</sub>	A <sub>22</sub>	A <sub>23</sub>	A <sub>24</sub>	A <sub>25</sub>	A <sub>26</sub>	A <sub>27</sub>	A <sub>28</sub>	A <sub>29</sub>	A <sub>30</sub>	
	Nível 1	X			X		X					X					
	Nível 2		X	X				X		X				X		X	
	Nível 3								X		X		X		X		
	Nível 4					X											
	Nível 5																
	Nível 6																
						NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL 4	NIVEL 5	NIVEL 6						
						TOTAL	11	10	7	2	0	0					

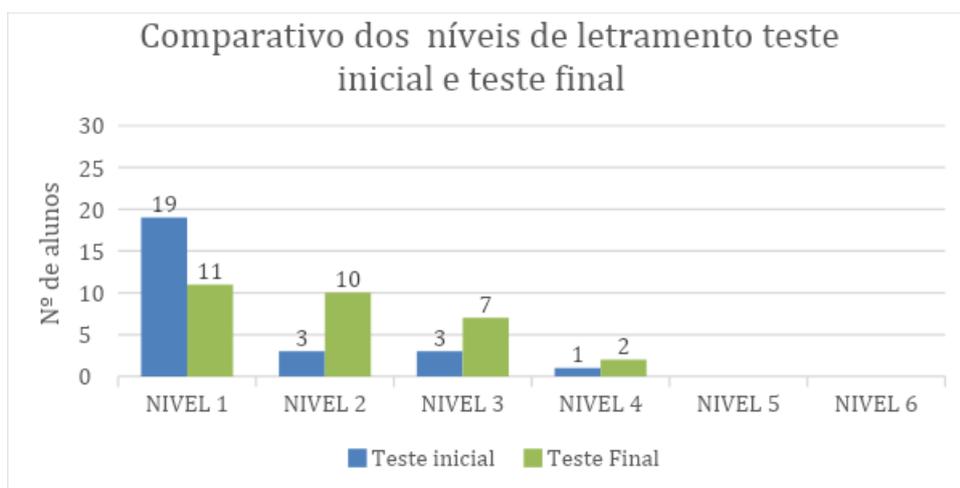
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024)

#### 4.4 COMPARANDO OS RESULTADOS: TESTE INICIAL x TESTE FINAL

Os resultados comparativos do nível de letramento inicial dos alunos em relação ao nível de letramento após a análise das participações nas aulas e no teste final estão apresentados no Gráfico 7.

De acordo com os resultados apresentados no Gráfico 7 e nas Tabelas 1 e 5, observa-se o avanço dos alunos. No início, 04 alunos não pertenciam a nenhum nível, por ter zerado o Teste Inicial, sendo que 19 alunos pertenciam ao nível 1, caracterizado por habilidades matemáticas limitadas que se refletem em dificuldades para realizar tarefas simples.

**Gráfico 7** - Comparativo dos níveis de letramento entre o Teste Inicial e Teste Final



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024)

Após a aplicação do Teste Final, notamos um avanço significativo e todos os alunos agora pertencem a um nível de letramento, com apenas 11 permanecendo no nível 1. Houve um aumento no número de alunos nos níveis 2 e 3 e tendo agora dois alunos no nível 4. Percebemos um grande avanço, mesmo entre os alunos que permaneceram no mesmo nível 1, especialmente em suas motivações em relação às atividades. Com a continuação das atividades, há perspectivas de avanço na aprendizagem para todos os alunos.

**Tabela 7** - Notas Teste Inicial x Teste Final

Alunos	Nota no Teste Inicial	Nota no Teste Final	Alunos	Nota no Teste Inicial	Nota no Teste Final
<i>A</i> <sub>1</sub>	5,8	7,5	<i>A</i> <sub>16</sub>	2,5	2,5
<i>A</i> <sub>2</sub>	3,3	5	<i>A</i> <sub>17</sub>	5	7,5
<i>A</i> <sub>3</sub>	3,3	7,5	<i>A</i> <sub>18</sub>	2,5	5
<i>A</i> <sub>4</sub>	0,8	2,5	<i>A</i> <sub>19</sub>	0,8	2,5
<i>A</i> <sub>5</sub>	5,8	8,3	<i>A</i> <sub>20</sub>	9,1	10
<i>A</i> <sub>6</sub>	8,3	10	<i>A</i> <sub>21</sub>	0	2,5
<i>A</i> <sub>7</sub>	9,1	10	<i>A</i> <sub>22</sub>	2,5	5
<i>A</i> <sub>8</sub>	3,3	5	<i>A</i> <sub>23</sub>	2,5	7,5
<i>A</i> <sub>9</sub>	3,3	7,5	<i>A</i> <sub>24</sub>	0,8	5
<i>A</i> <sub>10</sub>	3,3	6,6	<i>A</i> <sub>25</sub>	2,5	7,5
<i>A</i> <sub>11</sub>	0,8	2,5	<i>A</i> <sub>26</sub>	0	5
<i>A</i> <sub>12</sub>	9,1	10	<i>A</i> <sub>27</sub>	2,5	7,5
<i>A</i> <sub>13</sub>	3,3	3,3	<i>A</i> <sub>28</sub>	0	5
<i>A</i> <sub>14</sub>	0,8	2,5	<i>A</i> <sub>29</sub>	0	5
<i>A</i> <sub>15</sub>	0,8	2,5	<i>A</i> <sub>30</sub>	2,5	7,5

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

Considerando que as quatro questões relativas à Geometria Plana apresentadas nos Testes Inicial e Final valham, cada uma, dez pontos, a Tabela 7 apresenta as notas obtidas pelos 30 alunos nos dois testes. Para cada questão completamente correta, foram atribuídos 2,5 pontos.

Com base nas informações da Tabela 7, obtemos uma visão geral sobre a participação dos alunos nos dois Testes aplicados. Percebe-se avanços na aprendizagem, conforme os resultados apresentados na Tabela 7 e no Gráfico 8.

**Gráfico 8** - Gráfico comparativo de acertos no Teste Inicial x Teste Final



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2024).

Os resultados apresentados no Gráfico 8 e na Tabela 6, concluímos que houve avanço de todos os alunos. No teste inicial, alguns alunos não conseguiram responder nenhuma questão, mas no teste final não houve nenhuma nota zero. Essa melhoria evidencia a importância da intervenção pedagógica e da pesquisa como um todo, mostrando a contribuição da Geometria Plana no processo de aprimoramento do ensino.

Torna-se evidente que ao unir teoria e prática, os estudantes têm a oportunidade de se tornarem participantes ativos na edificação do saber, resultando em ganhos substanciais. Estes resultados estão de acordo com as ideias de Lorenzato (2006), que enfatiza que a combinação de teoria e prática não apenas torna o aprendizado mais envolvente, mas também gera resultados mais significativos. Isso ocorre porque atividades práticas capacitam o aluno a experimentar os conceitos de forma direta, proporcionando uma compreensão mais profunda e duradoura.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Este capítulo apresenta as considerações finais da pesquisa, bem como sugestões para trabalhos futuros. São discutidos os principais resultados alcançados e apontadas possíveis direções para estudos subsequentes, com o objetivo de aprofundar e expandir os conhecimentos abordados neste trabalho.

### **5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Com base nos resultados apresentados, é visível a relevância da metodologia de uso de materiais concretos e da modelagem matemática no ensino da Geometria Plana para impulsionar o desenvolvimento do letramento matemático dos alunos pesquisados. A Geometria, nesse cenário, emerge como um componente fundamental a ser valorizado no processo educacional. A análise realizada sublinha que a utilização de materiais concretos e a integração da modelagem matemática desempenham papéis essenciais, contribuindo de maneira positiva para a aprendizagem dos estudantes.

Nesse contexto, é possível afirmar que o objetivo geral desta pesquisa foi alcançado. A trajetória que envolveu o diagnóstico do nível de conhecimento dos alunos através da aplicação do teste inicial, o desenvolvimento das atividades planejadas e a subsequente aplicação do teste final para mensurar o nível de aprendizagem dos alunos com a utilização dos materiais concretos, demonstraram a importância da Geometria Plana no desenvolvimento do letramento matemático em alunos do ensino básico, com ênfase nas escolas da rede pública.

A comparação entre os resultados do teste inicial e final forneceu dados concretos sobre o progresso alcançado pelos alunos ao longo do período da pesquisa. Este processo permitiu uma avaliação mais completa das estratégias pedagógicas adotadas, oferecendo uma visão mais aprofundada sobre como o ensino da Geometria Plana pode impactar positivamente no letramento matemático, especialmente no contexto específico das escolas públicas.

A análise dos resultados quantitativos, aliada às observações qualitativas obtidas durante as atividades planejadas, destaca-se não apenas a eficácia das práticas pedagógicas adotadas, mas também revela valiosas compreensões sobre como a Geometria Plana pode ser uma ferramenta significativa para promover o letramento matemático, contribuindo, assim, para compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos.

A pesquisa reforça a ideia de que tais estratégias pedagógicas não só enriquecem o ensino da Geometria, mas também oferecem uma abordagem mais abrangente e eficaz para o

desenvolvimento do letramento matemático. A experiência prática proporcionada pelos materiais concretos e a aplicação de conceitos matemáticos na modelagem geram um ambiente de aprendizado dinâmico e envolvente.

Esses resultados corroboram com a necessidade de uma abordagem mais completa no ensino da Matemática, incentivando a aplicação de conhecimentos teóricos em situações práticas do cotidiano dos alunos. Ao reconhecer a interconexão entre letramento matemático, Geometria e práticas pedagógicas inovadoras, esta pesquisa sugere caminhos promissores para aprimorar a qualidade do ensino de Matemática, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

## 5.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, recomenda-se desenvolver e avaliar recursos didáticos específicos que integrem a Geometria e a modelagem matemática, adaptados para diferentes níveis de ensino, para favorecer o desenvolvimento do Letramento Matemático.

## REFERÊNCIAS

- ABRANTES, P. A. A. A exploração e investigação no ensino da geometria plana. *Revista Brasileira de Educação Matemática*, v. 22, n. 42, p. 83-101, 2017.
- ABRANTES, P. *Geometria e Atividades de Exploração e Investigação: Reflexões para o Ensino de Matemática*. 2017.
- ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, H. *A Geometria e o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico*. 1999.
- AMABILE, Teresa M.; HENNESSEY, Beth A. (2009). *Creativity*. *Annual Review of Psychology Creativity*. *Annual Review of Psychology*. Disponível em:  
<https://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev.psych.093008.100416>.
- BEGHETTO, Ronald A.; KAUFMAN, James C. *Teaching for Creativity With Disciplined Improvisation*. *The Journal of Aesthetic Education*, v. 44, n. 4, p. 179-193, 2010.
- BNCC - Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF, 2017.
- BULOS, Adriana Mascarenhas Mattos. *O Ensino da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. In: XIII CIAEM – IACME, Recife, Brasil, 2011.
- FONSECA, M. C. F. *Letramento matemático: explorando um significado no/do cotidiano*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- GIL, AC. *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social*. São Paulo: Atlas, 2011.
- GLĂVEANU, V. P. et al. *Creativity as action: Findings from five creative domains*. *Frontiers in Psychology*, v. 4, p. 176, 2013. Disponível em:  
<<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00176>>.
- GONTIJO, C. H.; FONSECA, M. G. *O lugar do pensamento crítico e criativo na formação de professores que ensinam matemática*. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática*, Passo Fundo, v. 3, n. 3, p. 732-747, ed. Esp. 2020.
- GRANDO, R.; NACARATO, A. M.; Gonçalves, T. R. (2008).
- ITZCOVICH, H. *O Ensino da Geometria no Currículo Escolar*. 2012.
- LORENZATO, S. *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: Autêntica, 2006.
- LORENZATTO, S. (1995). *Geometria e Ensino: Desafios e Propostas*. São Paulo: Edusp.
- MACHADO, Silvia Dias A. (org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 2003.

MARCONI, MA; LAKATOS, EM. Fundamentos de metodologia científica. São Paulo: Atlas, 2017.

MAYER, Richard E. Systematic thinking fostered by illustrations in scientific text. *Journal of Educational Psychology*, vol. 81, no. 2, pp. 240-246, 1989.

NACARATO, A. M. (2002). *Geometria na Educação Básica: Propostas e Reflexões*. Campinas: Papirus.

OCDE - Organization for Economic Co-operation and Development. PISA 2018 Assessment and Analytical Framework. 2019. Disponível em: <<https://www.oecd.org/pisa/PISA-2018-Framework-180222.pdf>>.

ORTIGÃO, J.; SANTOS, L.; LIMA, R. A noção de letramento matemático na caracterização de alunos letrados e iletrados: uma abordagem segundo Fonseca (2004).

PAVANELLO, R. M. (1989). *A Geometria e o Movimento da Matemática Moderna*. São Paulo: Editora Scipione.

PAVANELLO, R. M. (1993). *Ensino da Geometria: Novas Perspectivas*. São Paulo: Editora Scipione.

PAVANELO, R. M. A Matemática nas escolas de 1º grau. Tese de doutorado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1993.

PEREZ, R. F. A Educação Matemática na Escola Elementar: um Estudo de Caso no Distrito Federal. Tese de doutorado, Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, 1991.

PIRES, C. M. (2000). *Didática da Matemática: Reflexões e Práticas*. São Paulo: Cortez.

PIZZANI, L. et al. A arte da pesquisa bibliográfica na busca do conhecimento. *RDBCI: Revista Digital de Biblioteconomia e Ciência da Informação*, Campinas, SP, v. 10, n. 2, p. 53-66, jul./dez, 2012.

PROGRAMME FOR INTERNATIONAL STUDENT ASSESSMENT (PISA). Criatividade no contexto do PISA: Estrutura conceitual e especificações operacionais. Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), 2021.

PROGRAMME FOR INTERNATIONAL STUDENT ASSESSMENT (PISA). Matriz de Referência. Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), 2012.

SCHMIDT, L. M.; RIBAS, M. H.; CARVALHO, M. A. de. A prática pedagógica como fonte de conhecimento. *Olhar de Professor*, v. 1, n. 1, p. 9-23, 1998.

SILVA, AMÉRICO JUNIOR NUNES DA.; PASSOS, CARMEN LÚCIA BRANCAGLION. Formação do professor que ensina matemática, ludicidade e narrativas: o que se pesquisou no Brasil. *Reveduc*, São Carlos, v. 14, p. 1-18, 2020.

TANGGAARD, L. Beyond reflective practice and routine expertise: A decade of research on creativity in healthcare professional education. *Medical Teacher*, v. 36, n. 1, p. 45-51, 2014. <<https://doi.org/10.3109/0142159X.2013.827328>>.

## APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO  
MESTRANDO: EDINHO FERREIRA PIRES**

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

**Título do Projeto de pesquisa:** GEOMETRIA PLANA NO DESENVOLVIMENTO DO LETRAMENTO MATEMÁTICO: UM ESTUDO REALIZADO EM UMA ESCOLA DA REDE PÚBLICA

**Pesquisador Responsável:** Edinho Ferreira Pires

Nome \_\_\_\_\_ do \_\_\_\_\_ participante:

Data de nascimento: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

Você está sendo convidado (a) para ser participante do Projeto de pesquisa intitulado “GEOMETRIA PLANA NO DESENVOLVIMENTO DO LETRAMENTO MATEMÁTICO: UM ESTUDO REALIZADO EM UMA ESCOLA DA REDE PÚBLICA” de responsabilidade do (a) pesquisador (a) Edinho Ferreira Pires

Leia cuidadosamente o que se segue e pergunte sobre qualquer dúvida que você tiver.

Caso se sinta esclarecido (a) sobre as informações que estão neste Termo e aceite fazer parte do estudo, peço que assine ao final deste documento, em duas vias, sendo uma via sua e a outra do pesquisador responsável pela pesquisa. Saiba que você tem total direito de não querer participar.

1. O trabalho tem por finalidade investigar as contribuições Geometria Plana no Desenvolvimento do Letramento Matemático: um estudo sobre o ensino em escola da rede pública;

2. A participação nesta pesquisa consistirá em dez encontros na escola com duração de 10 horas, sendo uma hora para aplicação do teste inicial, oito horas para desenvolvimento das atividades e uma hora para o teste final e ocorrerá nos meses de outubro, novembro e dezembro de 2023, os participantes são os 30 alunos do 9º

ano. Os dados serão coletados pelo pesquisador;

3. Durante a execução da pesquisa poderão ocorrer riscos, mas não são prejudiciais à saúde física e mental, caso ocorra;

4. Os benefícios com a participação nesta pesquisa serão contribuir com o ensino da matemática e ajudar todos os alunos da escola no aprendizado da geometria plana;

5. Os participantes não terão nenhuma despesa ao participar da pesquisa e poderão retirar sua concordância na continuidade da pesquisa a qualquer momento.

6. Não há nenhum valor econômico a receber ou a pagar aos voluntários pela participação, no entanto, caso haja qualquer despesa decorrente desta participação haverá o seu ressarcimento pelos pesquisadores.

7. Os dados coletados serão utilizados única e exclusivamente, para fins desta pesquisa, e os resultados poderão ser publicados.

Qualquer dúvida, pedimos a gentileza de entrar em contato com Edinho Ferreira Pires, pesquisador (a) responsável pela pesquisa, telefone: (86)99482-6618, e-mail: [professoredinho23@gmail.com](mailto:professoredinho23@gmail.com) , Comitê de Ética em Pesquisa com seres humanos do Instituto Federal do Piauí - IFPI localizado na Avenida Presidente Jânio Quadros, nº 330, Santa Isabel, sala 3, CEP: 64053-390, Teresina-PI, telefone: (86) 3131-1441, e-mail: [cep@ifpi.edu.br](mailto:cep@ifpi.edu.br), Horário de funcionamento: de segunda a sexta, das 8h às 12h e das 14h às 18h

Eu, \_\_\_\_\_, RG nº

---

declaro ter sido informado e concordo em ser participante do Projeto de pesquisa acima descrito.

São Pedro do Piauí, 23 de outubro de 2023.

Assinatura do participante

Nome e assinatura do responsável por obter o consentimento

## APÊNDICE B – TESTE INICIAL APLICADO AOS ALUNOS DO 9º ANO



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO  
MESTRANDO: EDINHO FERREIRA PIRES**

- DADOS DOS ALUNOS:

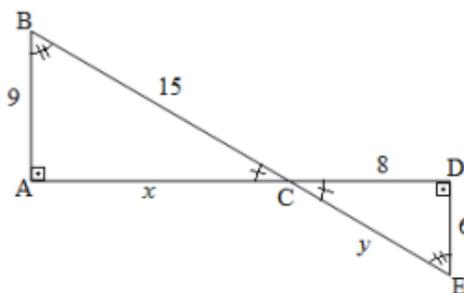
SEXO: ( ) MASCULINO ( ) FEMININO

IDADE: ( ) 13 ANOS ( ) 14 ANOS 15 ( ) ANOS ( ) OUTRA IDADE \_\_\_\_\_

RESIDÊNCIA: ( ) ZONA URBANA ( ) ZONA RURAL

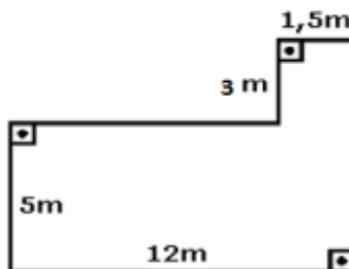
### Questões do 1º - Teste aplicado no 9º Ano do Ensino Fundamental

01. Sabemos que os triângulos abaixo são semelhantes, nessas condições calcule os valores de  $x$  e  $y$ :



- (A)  $x = 12$  e  $y = 10$     (B)  $x = 10$  e  $y = 12$     (C)  $x = 15$  e  $y = 8$     (D)  $x = 7$  e  $y = 9$

02. Observe as medidas da figura a seguir. Qual medida da área total da figura?



**03.(PROVA BRASIL - Adaptada)** No pátio de uma escola, a professora de matemática pediu que Júlio, que mede 1,60 m de altura, se colocasse em pé, próximo de uma estaca vertical. Em seguida, a professora pediu a seus alunos que medissem a sombra de Júlio e a da estaca. Os alunos encontraram a medida de 2m para sombra de Júlio e de 5m para sombra da estaca. De acordo com os dados apresentados, a altura da estaca vertical é igual a:

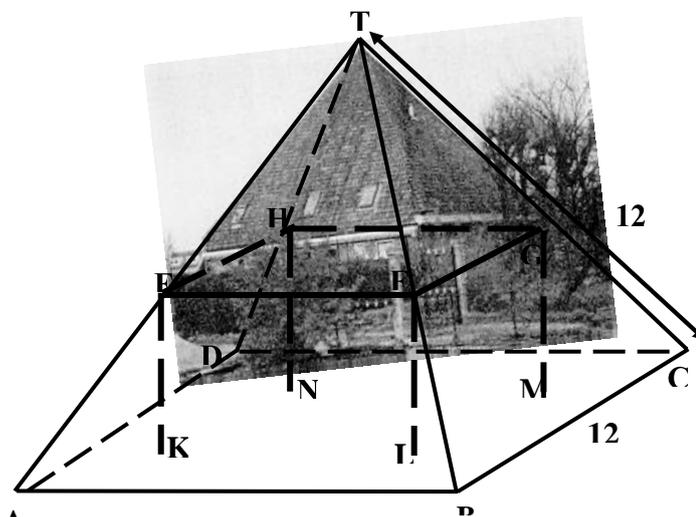
- (A) 3,6 m.                      (B) 4 m.                      (C) 5 m.                      (D) 8,6 m

**04. (PISA)** Você pode ver aqui a fotografia de uma casa de fazenda com o telhado em forma de pirâmide.

Abaixo está o modelo matemático do telhado da casa preparado por um estudante e ao qual foram acrescentadas as medidas.

O chão do sótão, denominado ABCD no modelo, é um quadrado. As vigas que suportam o teto são as laterais do bloco (prisma retangular) EFGHKL MN. Veja que E está no meio de AT, F está no meio de BT, G está no meio de CT e H está no meio de DT. Todas as laterais da pirâmide, no modelo, têm o comprimento de 12 m.

- Calcule a área total do chão do sótão ABCD
- Calcule o comprimento de EF, uma das laterais horizontais do bloco.
- Determine a área da superfície de um painel triangular do teto



<b>APÊNDICE C – PLANO DE AULA</b>					
<b>UNIDADE TEMÁTICA</b>	Geometria Plana				
<b>ANO</b>	9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL				
<b>PERÍODO DE EXECUÇÃO DO PLANO</b>	06/11 a 17/11 de 2023				
<b>COMPETÊNCIAS/HABILIDADES</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.</li> <li>* Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180.</li> <li>* Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor.</li> <li>* Capacitar os alunos a aplicar a modelagem matemática para resolver problemas do mundo real que envolvam o cálculo de áreas e perímetros de figuras geométricas, proporcionando uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e sua aplicação prática.</li> </ul>				
<b>OBJETIVO(S)</b>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;"><b>PROFESSOR</b></td> <td> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Oportunizar aos alunos modelos de problemas envolvendo semelhança de triângulos e cálculo de área de figuras planas.</li> <li>* Abordar o conteúdo de semelhança de triângulos com o uso de materiais concretos, como régua, compasso, esquadro e transferidor e atividades práticas.</li> <li>* Utilizar a modelagem matemática como estratégia para calcular a área de figuras planas.</li> <li>* Ensinar aos alunos a construção de diferentes figuras geométricas usando materiais concretos, como régua, compasso, transferidor e esquadros.</li> </ul> </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;"><b>ALUNO</b></td> <td> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Entender a aplicação dos princípios de semelhança de triângulos para resolver problemas que envolvem proporções e escalas, reconhecendo as relações de semelhança entre figuras geométricas.</li> <li>* Compreender a utilização de materiais concretos e modelagem matemática no cálculo de figuras semelhantes, perímetros e áreas.</li> <li>* Desenvolver a competência e habilidade de identificar no problema os conteúdos matemáticos relacionados aos problemas e ser capaz de aplicar os conhecimentos identificados para resolver o problema.</li> </ul> </td> </tr> </table>	<b>PROFESSOR</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Oportunizar aos alunos modelos de problemas envolvendo semelhança de triângulos e cálculo de área de figuras planas.</li> <li>* Abordar o conteúdo de semelhança de triângulos com o uso de materiais concretos, como régua, compasso, esquadro e transferidor e atividades práticas.</li> <li>* Utilizar a modelagem matemática como estratégia para calcular a área de figuras planas.</li> <li>* Ensinar aos alunos a construção de diferentes figuras geométricas usando materiais concretos, como régua, compasso, transferidor e esquadros.</li> </ul>	<b>ALUNO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Entender a aplicação dos princípios de semelhança de triângulos para resolver problemas que envolvem proporções e escalas, reconhecendo as relações de semelhança entre figuras geométricas.</li> <li>* Compreender a utilização de materiais concretos e modelagem matemática no cálculo de figuras semelhantes, perímetros e áreas.</li> <li>* Desenvolver a competência e habilidade de identificar no problema os conteúdos matemáticos relacionados aos problemas e ser capaz de aplicar os conhecimentos identificados para resolver o problema.</li> </ul>
<b>PROFESSOR</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Oportunizar aos alunos modelos de problemas envolvendo semelhança de triângulos e cálculo de área de figuras planas.</li> <li>* Abordar o conteúdo de semelhança de triângulos com o uso de materiais concretos, como régua, compasso, esquadro e transferidor e atividades práticas.</li> <li>* Utilizar a modelagem matemática como estratégia para calcular a área de figuras planas.</li> <li>* Ensinar aos alunos a construção de diferentes figuras geométricas usando materiais concretos, como régua, compasso, transferidor e esquadros.</li> </ul>				
<b>ALUNO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Entender a aplicação dos princípios de semelhança de triângulos para resolver problemas que envolvem proporções e escalas, reconhecendo as relações de semelhança entre figuras geométricas.</li> <li>* Compreender a utilização de materiais concretos e modelagem matemática no cálculo de figuras semelhantes, perímetros e áreas.</li> <li>* Desenvolver a competência e habilidade de identificar no problema os conteúdos matemáticos relacionados aos problemas e ser capaz de aplicar os conhecimentos identificados para resolver o problema.</li> </ul>				
<b>MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS</b>	régua, compasso, transferidor, esquadro, papel de desenho, Lápis, fita métrica e material de apoio pedagógico (sugerido) e/ou outros materiais didáticos				

<b>METODOLOGIA</b>	<p>* Distribuição de materiais concretos, como régua, compasso, transferidor, esquadros e papel de desenho aos alunos. Os alunos irão construir triângulos escaleno, isósceles, equiláteros, triângulos semelhantes, círculos, quadrados, retângulos e outras figuras planas</p> <p>* Os alunos irão para a praça que fica na frente da escola, onde, aplicando a modelagem matemática, calcularão o perímetro e áreas das figuras planas presentes na praça.</p>
<b>DURAÇÃO DA ATIVIDADE</b>	10 horas
<b>ESTRATÉGIA DE AVALIAÇÃO</b>	<p>Observação da participação dos alunos nas aulas teóricas e atividades práticas.</p> <p>Relatos dos alunos após as atividades</p> <p>Resolução de problemas do 2º Teste.</p>

**Professor Edinho Ferreira Pires**

APÊNDICE D – TESTE FINAL APLICADO AOS ALUNOS DO 9º ANO

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA  
EM REDE NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO  
MESTRANDO: EDINHO FERREIRA PIRES

• DADOS DOS ALUNOS:

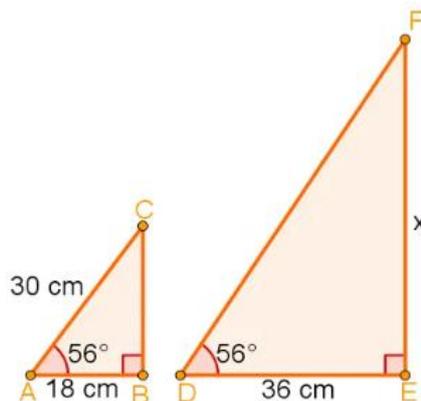
SEXO: ( ) MASCULINO ( ) FEMININO

IDADE: ( ) 13 ANOS ( ) 14 ANOS 15 ( ) ANOS ( ) OUTRA IDADE \_\_\_\_\_

RESIDÊNCIA: ( ) ZONA URBANA ( ) ZONA RURAL

Questões do 2º - Teste aplicado no 9º Ano do Ensino Fundamental

01. Qual o valor de  $x$  nos triângulos a seguir?



- a) 48 cm      b) 49 cm      c) 50 cm      d) 24 cm

02. Para descobrir a altura de um prédio, Luiz mediu a sombra do edifício e, em seguida, mediu sua própria sombra. A sombra do prédio media 7 metros, e a de Luiz, que tem 1,6 metros de altura, media 0,2 metros. Qual a altura desse prédio?

- a) 50 metros      b) 56 metros  
c) 60 metros      d) 66 metros



## ANEXO 1 – FOTO DE APRESENTAÇÃO DOS KIT GEOMÉTRICO



**ANEXO 2 – FOTOS DOS ALUNOS NA PRAÇA MEDINDO OS COMPRIMENTOS**

