



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**COMBINAÇÃO SIMPLES E PROBABILIDADES DE EVENTOS
SUCESSIVOS E INDEPENDENTES: UMA APLICAÇÃO DA
DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL VIA *SENSEMAKING* NA EDUCAÇÃO
BÁSICA**

DOUGLAS ENISON CARDOSO DA SILVA

**Orientador: Prof. Dr. Igor Ferreira do Nascimento
Coorientador: Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares**

**FLORIANO
2024**

DOUGLAS ENISON CARDOSO DA SILVA

**COMBINAÇÃO SIMPLES E PROBABILIDADES DE EVENTOS
SUCESSIVOS E INDEPENDENTES: UMA APLICAÇÃO DA
DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL VIA *SENSEMAKING* NA EDUCAÇÃO
BÁSICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/ *Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática

Orientador(a): Prof. Dr. Igor Ferreira do Nascimento

Coorientador(a): Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares

**FLORIANO
2024**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Silva, Douglas Enison Cardoso da
S586c Combinação simples e probabilidades de eventos sucessivos e independentes : uma aplicação da distribuição binomial via sensemaking na educação básica / Douglas Enison Cardoso da Silva. - 2024.
120 p.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano, 2024.

Orientador : Prof Dr. Igor Ferreira do Nascimento.

Coorientador : Prof Dr. Roberto Arruda Lima Soares.

1. combinação. 2. probabilidade em eventos sucessivos e independentes.
3. distribuição binomial. 4. sensemaking. I.Título.

CDD - 510

Elaborado por Neuda Fernandes Dias CRB 3/1375

DOUGLAS ENISON CARDOSO DA SILVA

**COMBINAÇÃO SIMPLES E PROBABILIDADES DE EVENTOS SUCESSIVOS E
INDEPENDENTES: UMA APLICAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL VIA
SENSEMAKING NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/*Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 25/06/2024

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Igor Ferreira do Nascimento
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Orientador

Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Coorientador

Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Avaliador Interno

Prof. Dr. Rondinelle Marcolino Batista
Universidade Federal do Piauí – UFPI
Avaliador Externo

Dedico este trabalho à minha família, cujo apoio e incentivo foram essenciais em cada etapa desta jornada de estudo e dedicação. Agradeço profundamente ao meu Senhor Jesus Cristo pela bênção e conquista alcançada, e rendo a Deus toda a honra, glória e louvor.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, expresso minha gratidão ao Senhor Deus, que tornou possível a realização deste sonho e por ter me abençoado com a maior fonte de inspiração: minha filha, Louise Neiva Cardoso.

Agradeço imensamente à minha família: meu pai, Antônio de Pádua da Silva Filho; minha mãe, Benedita Cardoso da Silva; e minha esposa, Conceição de Maria Neiva Cardoso. O apoio incondicional destes e a crença que eles tiveram em minha capacidade, foram fundamentais para enfrentar os desafios e dificuldades ao longo deste caminho, e alcançar o sucesso no final.

Expresso minha profunda gratidão ao meu orientador, Prof. Dr. Igor Ferreira do Nascimento, cujo empenho foi fundamental para a construção e desenvolvimento deste trabalho. Ao coorientador, Dr. Roberto Arruda Lima Soares, agradeço pela colaboração, amizade e por me ensinar, por meio de suas atitudes, a ser um profissional melhor.

Aos meus amigos do PROFMAT, em especial ao Edinho e Ana Jéssica, expresso minha sincera gratidão pela parceria estabelecida ao longo desta jornada. Também agradeço aos demais amigos e amigas pelas interações e colaboração nos momentos acadêmicos de dificuldades.

A todos os alunos e professor responsável que participaram da pesquisa, manifesto meu reconhecimento pelo apoio e pela acolhida calorosa à proposta do estudo, permitindo que fosse realizada.

Por último, mas não menos importante, expresso meu agradecimento a todos os professores do PROFMAT do Instituto Federal do Piauí - IFPI de Floriano, pelas motivações e contribuições ao longo de toda a jornada do curso.

“A matemática, senhora que ensina o homem a ser simples e modesto, é a base de todas as ciências e de todas as artes”.

Malba Tahan

RESUMO

Este trabalho apresenta os passos teóricos para que discentes do ensino básico melhorem o entendimento sobre combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes através da distribuição binomial. Neste estudo foi apresentado conteúdos básicos métodos de contagem e alguns conceitos de estatística. Abordou-se tais conteúdos de duas formas: a primeira através de uma aula ministrada de forma expositiva, e a segunda foi realizada através de uma abordagem prática segundo duas situações do cotidiano dos discentes à qual tinha o objetivo de proporcionar aos discentes sentido e aprimoramento dos conhecimentos. Essa abordagem é conhecida como *sensemaking*. Na primeira situação foi realizado a interpretação, através da distribuição binomial, das medidas contra a doença COVID-19: restrição de contato social (*lockdown*), ampliação de leitos e vacinação. Na segunda foi realizado o cálculo da probabilidade de uma etiqueta que transmitia sinal de identificação por rádio frequência (RFID) ser ou não lida ao passar por um portal que possui um leitor de sinal de RFID. Na aplicação relacionada à COVID-19 foi criado uma situação-problema com um dado número de pessoas infectadas e um número reduzido de leitos de UTI, sendo os objetivos a mensuração do risco da fila de espera por leito e as ações para minimizá-lo. Já para a análise da leitura da etiqueta de com RFID, os discentes deveriam se comportar como técnicos(as) dentro de uma empresa que estava diretamente envolvido em melhorar o sistema de RFID fornecido pela mesma e o objetivo era mensurar o risco de uma carteirinha ser lida ou não para que, dependendo do resultado, se pudesse encontrar meios de melhorar o sistema. As referências teóricas forneceram uma base para o desenvolvimento do roteiro do estudo realizado. Foi proposto o uso de aplicativos e planilhas eletrônicas para a aplicação da distribuição binomial subsidiando um elo entre a teoria apresentada e o comportamento digital da aplicação. A apuração dos resultados foi realizada através do desempenho individual na realização das tarefas do trabalho, analisando a desenvoltura nas atividades e questionários. Conforme esperado, no final do trabalho percebeu-se que os alunos aprimoraram o conhecimento sobre combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes.

Palavras-chave: combinação; probabilidade em eventos sucessivos e independentes; probabilidade; distribuição binomial; *sensemaking*.

ABSTRACT

This work presents the theoretical steps for elementary school students to improve their understanding of simple combinations and probability in successive and independent events through the binomial distribution. In this study, the basic contents of counting methods and some statistical concepts were presented. This content was approached in two ways: the first through a lecture, and the second through a practical approach based on two situations from the students' daily lives, the aim of which was to give the students a sense of and improve their knowledge. This approach is known as sensemaking. The first situation involved interpreting, using the binomial distribution, the measures against the COVID-19 disease: restriction of social contact (lockdown), expansion of beds and vaccination. In the second, the probability of a tag transmitting a radio frequency identification (RFID) signal being read or not being read when it passes through a portal with an RFID signal reader was calculated. In the application related to COVID-19, a problem situation was created with a given number of infected people and a reduced number of ICU beds, the objectives being to measure the risk of the waiting list for a bed and the actions to minimize it. As for the analysis of RFID tag reading, the students had to behave like technicians within a company who were directly involved in improving the RFID system provided by the company and the objective was to measure the risk of a card being read or not so that, depending on the result, ways could be found to improve the system. The theoretical references provided a basis for developing the roadmap for the study. The use of applications and spreadsheets was proposed for the application of the binomial distribution, providing a link between the theory presented and the digital behavior of the application. The results were measured through individual performance in carrying out the work tasks, analyzing resourcefulness in the activities and questionnaires. As expected, at the end of the work it was clear that the students had improved their knowledge of simple combinations and probability in successive and independent events.

Keywords: combination; probability in successive and independent events; probability; binomial distribution; sensemaking.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Passos para a resolução da situação-problema via <i>sensemaking</i>	37
Figura 2 - Proposta de sequência didática para o ensino de combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes	74

LISTA DE FOTOGRAFIAS

Fotografia 1 - Aula Expositiva Turma A	40
Fotografia 2 - Aplicação do Primeiro Teste	41
Fotografia 3 - Resolução da Situação-Problema envolvendo a COVID-19 – Turma A	44
Fotografia 4 - Resolução da Situação-Problema envolvendo o sistema RFID – Turma B	46
Fotografia 5 - Resolução através do Excel da Situação-Problema envolvendo RFID	47
Fotografia 6 - Imagem frontal da instituição onde ocorreu a pesquisa	120

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Questionário 1 – Q1 – Turma A.....	49
Gráfico 2 - Questionário 1 – Q1 – Turma B.....	49
Gráfico 3 - Questionário 1 – Q2 – Turma A.....	50
Gráfico 4 - Questionário 1 – Q2 – Turma B.....	50
Gráfico 5 - Questionário 1 – Q3 – Turma A.....	50
Gráfico 6 - Questionário 1 – Q3 – Turma B.....	50
Gráfico 7 - Questionário 1 – Q4 – Turma A.....	51
Gráfico 8 - Questionário 1 – Q4 – Turma B.....	51
Gráfico 9 - Questionário 1 – Q5 – Turma A.....	52
Gráfico 10 - Questionário 1 – Q5 – Turma B.....	52
Gráfico 11 - Questionário 2 – Q1 – Turma A.....	54
Gráfico 12 - Questionário 2 – Q1 – Turma B.....	54
Gráfico 13 - Questionário 1 – Q1 – Turma A.....	56
Gráfico 14 - Questionário 1 – Q1 – Turma B.....	56
Gráfico 15 - Questionário 2 – Q2 – Turma A.....	57
Gráfico 16 - Questionário 2 – Q2 – Turma B.....	57
Gráfico 17 - Questionário 2 – Q3 – Turma A.....	57
Gráfico 18 - Questionário 2 – Q3 – Turma B.....	57
Gráfico 19 - Questionário 1 – Q2 – Turma A.....	58
Gráfico 20 - Questionário 1 – Q2 – Turma B.....	58
Gráfico 21 - Questionário 1 – Q3 – Turma A.....	59
Gráfico 22 - Questionário 1 – Q3 – Turma B.....	59
Gráfico 23 - Questionário 2 – Q4 – Turma A.....	61
Gráfico 24 - Questionário 2 – Q4 – Turma B.....	61
Gráfico 25 - Questionário 2 – Q5 – Turma A.....	61
Gráfico 26 - Questionário 2 – Q5 – Turma B.....	61
Gráfico 27 - Questionário 1 – Q4 – Turma A.....	62
Gráfico 28 - Questionário 1 – Q4 – Turma B.....	62
Gráfico 29 - Questionário 3 – Q1	66
Gráfico 30 - Questionário 3 – Q2	67
Gráfico 31 - Questionário 3 – Q3	67
Gráfico 32 - Questionário 3 – Q4	68

Gráfico 33 - Questionário 3 – Q5	69
Gráfico 34 - Questionário 3 – Q6	69
Gráfico 35 - Questionário 3 – Q7	70
Gráfico 36 - Questionário 3 – Q8	71

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Características distintivas de uma aula ministrada de forma expositiva e outra via sensemaking	38
Quadro 2 - Questões a serem resolvidas sobre COVID-19.....	42
Quadro 3 - Questões a serem resolvidas sobre RFID	46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Informações sobre o nível de isolamento	43
Tabela 2 - Custo efetivo de um novo leito de UTI	43
Tabela 3 - Desempenho dos discentes na q1 do questionário 1	55
Tabela 4 - Desempenho dos discentes na q1 do questionário 2	55
Tabela 5 - Desempenho dos discentes na Q2 e Q3 do questionário 1	60
Tabela 6 - Desempenho dos discentes na Q2 e Q3 do questionário 2.....	60
Tabela 7 - Desempenho na Q4 do questionário 1	63
Tabela 8 - Desempenho na Q4 do questionário 2.....	64

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
COVID-19	Coronavirus Disease 2019
DFSA	Dynamic Frame Slot ALOHA
Fiocruz	Fundação Oswaldo Cruz
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
Pag.	Página
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Q1	Questão 1
Q2	Questão 2
Q3	Questão 3
Q4	Questão 4
Q5	Questão 5
Q6	Questão 6
Q7	Questão 7
Q8	Questão 8
RFID	Identificação por Radiofrequência
SARS-CoV-2	Coronavirus 2 da Síndrome Respiratória Aguda Grave
SUS	Sistema Único de Saúde
UTI	Unidade de Terapia Intensiva

LISTA DE SÍMBOLOS

\leq	Menor igual a
$=$	Igual a
$\frac{n(A)}{n(u)}$	$n(A)$ sobre $n(B)$; $n(A)$ dividido por $n(B)$
$\binom{n}{x}$	Combinação de elementos n objetos tomados de x em x objetos
$P(A)$	Probabilidade de um evento A ocorrer
$n!$	n fatorial
$p!$	p fatorial
$P(E_1 E_2)$	Probabilidade para que se produza a sucessão $E_1 E_2$
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
$X:S \rightarrow \mathbb{R}$	Função X que associa elementos do espaço amostral S a valores de \mathbb{R}
p_1	Probabilidade de um evento 1
p_2	Probabilidade de um evento 2
E_1	Evento 1
E_2	Evento 2
$p_1 \cdot p_2$	Produto entre as probabilidades p_1 e p_2
$1 - p$	Subtração de 1 com p
$P(X = x)$	Probabilidade da Variável Aleatória X assumir o valor x
$n - x$	Subtração de n com x
$3^\circ A$	Terceiro ano do ensino médio turma A
$3^\circ B$	Terceiro ano do ensino médio turma B
Km	Quilômetro
$\%$	Porcentagem
$n - r$	Subtração de n com r
$\binom{n}{x}$	Combinação de elementos n objetos tomados de r em r objetos
$\mathbb{R}\$$	Real
$\frac{1}{n}$	Divisão de 1 por n
$\text{Pr}[R = r]$	Probabilidade da Variável Aleatória R assumir o valor r
\cong	Aproximadamente
\geq	Maior igual

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	19
2 REVISÃO DE LITERATURA	23
2.1 <i>SENSEMAKING</i>	23
2.2 COMBINAÇÃO SIMPLES	24
2.3 PROBABILIDADE.....	25
2.3.1 Probabilidade em eventos sucessivos e independentes	26
2.4 DISTRIBUIÇÃO BIOMIAL.....	26
3 REFERENCIAL METODOLÓGICO.....	29
3.1 DA PESQUISA	29
3.1.1 Sobre a importância da pesquisa segundo as habilidades e competências na área de Matemática e suas Tecnologias da BNCC	34
3.2 DOS MATERIAIS E MÉTODOS	37
3.2.1 Sobre a aula realizada de forma expositiva	39
3.2.2 Sobre a atividade relacionada a COVID-19	41
3.2.3 Sobre a atividade relacionada ao RFID	44
4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS.....	48
4.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO 1	48
4.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO 2	53
4.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO 3	65
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
REFERÊNCIAS	76
APÊNDICE A – SOLUCIONÁRIO DA QUESTÃO ENVOLVENDO À COVID-19.....	82
APÊNDICE B – PLANILHA CONSTRUÍDA COM OS DISCENTES PARA A SOLUÇÃO DAS QUESTÕES RELACIONADA À DOENÇA COVID-19.....	86
APÊNDICE C – SOLUCIONÁRIO DA QUESTÃO ENVOLVENDO RFID.....	87

APÊNDICE D – PLANILHA CONSTRUÍDA COM OS DISCENTES PARA A SOLUÇÃO DAS QUESTÕES RELACIONADA AO RFID	89
APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO 1	90
APÊNDICE F – QUESTIONÁRIO 2	91
APÊNDICE G – QUESTIONÁRIO DE SATISFAÇÃO	92
APÊNDICE H – CARTA DE APRESENTAÇÃO	94
APÊNDICE I – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO	95
APÊNDICE J – DECLARAÇÃO DO PROFESSOR RESPONSÁVEL PELAS TURMAS.....	98
APÊNDICE K – TERMO DE DE AUTORIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO.....	100
APÊNDICE L – PLANO DE AULA DO ENCONTRO 1.....	102
APÊNDICE M – PLANO DE AULA DO ENCONTRO 2	105
APÊNDICE N – PLANO DE AULA DO ENCONTRO 3	108
APÊNDICE O – PLANO DE AULA DO ENCONTRO 4 – TURMA A	112
APÊNDICE P – PLANO DE AULA DO ENCONTRO 4 – TURMA B.....	116
ANEXO A – VISTA FRONTAL DA INSTITUIÇÃO ONDE OCORREU A PESQUISA	

1 INTRODUÇÃO

A distribuição binomial é muito utilizada para representar dados de variáveis aleatórias discretas. Tal distribuição está associada a problemas de contagens em que uma variável de interesse X representa o número de vezes que um particular evento ocorre em n repetições independentes de um experimento aleatório.

Acredita-se que abordar a distribuição binomial de maneira dinâmica, com o suporte de ferramentas tecnológicas e exemplos relacionados a situações do cotidiano dos discentes, como a propagação do vírus da COVID-19 ou a leitura de etiquetas dotadas da tecnologia de identificação por radiofrequência (RFID), tem o potencial de tornar o processo de ensino e aprendizagem mais cativante nas disciplinas de matemática e estatística do ensino médio.

Uma situação relacionada a COVID-19 que chamou bastante a atenção da população aconteceu em março de 2021, quando os pesquisadores da Fiocruz apontaram o maior colapso sanitário e hospitalar da história do Brasil, no então momento, no pico da pandemia, quase todos os leitos disponibilizados pelo Sistema Único de Saúde (SUS) para tratamento da COVID-19 estavam ocupados, inclusive os de UTI (Castro, 2021).

Já a tecnologia RFID é usada em diversas situações, dentre elas: contagem, separação, e transporte de estoques, pagamento via celular, rastreamento em tempo real de encomendas, pagamentos de pedágios e controle de acesso de pessoas a locais específicos. Em todos esses contextos é esperado que se tenha um protocolo anticolisão de sinais eficiente para evitar erro de leitura nas etiquetas, garantindo assim o funcionamento de qualidade do sistema RFID.

Devido as situações acima, acredita-se que tanto em relação à COVID-19, no tocante a modelagem do número de leitos para pessoas infectadas pelo vírus, quanto na modelagem de protocolo anticolisão de sinais para leitura correta de uma etiqueta de RFID, possam chamar a atenção dos discentes para o aprendizado de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes através da aplicação da distribuição binomial.

A motivação do presente estudo, em trabalhar com distribuição binomial via *sensemaking* para aprimorar o aprendizado de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes, deu-se principalmente devido tal distribuição relacionar na fórmula do seu cálculo esses dois conteúdos e ainda por existir a possibilidade de ser utilizada para tomada de decisão em diversas situações problemas, o que encaixa bem na abordagem *sensemaking*, que segundo Blandford y Attfield (2010), é definido como o processo no qual o significado é analisado dada uma informação recebida para uma posterior tomada de decisão.

O uso do *sensemaking* com este propósito corrobora com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que no artigo 35, inciso IV, deixa evidente que uma das finalidades do Ensino Médio como etapa final da educação básica é a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

Um estudo sobre o ensino de combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes na educação básica, aplicando a distribuição binomial através do *sensemaking*, é justificado, entre outros, pela relevância curricular, aplicabilidade prática e alinhamento com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A BNCC enfatiza o desenvolvimento de competências matemáticas, essenciais para resolver problemas e interpretar informações, destacando a importância desses conceitos no currículo de matemática.

O conhecimento dessas áreas ajuda no desenvolvimento do pensamento lógico e crítico, permitindo a compreensão de situações cotidianas que envolvem incertezas e possibilidades. Além disso, a aplicação prática desses conceitos é ampla, abrangendo a análise de dados em diversas áreas como ciências, tecnologia e economia.

Muitos alunos enfrentam dificuldades com esses conceitos devido à sua abstração e ao ensino tradicional. Assim, explorar o *sensemaking*, que envolve experiências práticas e contextualizadas, apresenta-se como uma estratégia eficaz para superar esses desafios, estimulando a criatividade e o engajamento dos alunos. O *sensemaking* promove a autonomia e a autodireção na resolução de problemas, além de encorajar a exploração de diferentes perspectivas.

O objetivo geral deste trabalho foi investigar como a abordagem via *sensemaking* pode contribuir para a aprendizagem de combinação simples e probabilidades consecutivas e independentes com aplicação da distribuição binomial na educação básica, visando o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e tomada de decisões informadas pelos estudantes.

Como objetivos específicos, tem-se:

- Identificar as dificuldades e desafios específicos enfrentados pelos estudantes no aprendizado de métodos de contagem e probabilidades consecutivas na educação básica;
- Explorar e analisar os fundamentos teóricos do *sensemaking* como abordagem pedagógica para o ensino de combinação e probabilidade fazendo uso da aplicação da distribuição binomial;

- Ratificar que a distribuição binomial é obtida por meio do conhecimento sobre métodos de contagem e probabilidade em eventos consecutivos;
- Desenvolver uma estratégia baseada em aplicações da distribuição binomial via *sensemaking*, para o ensino de combinação e probabilidade com intuito de tornar esses conteúdos mais compreensíveis para os alunos da educação básica;
- Avaliar os resultados das intervenções, analisando o desempenho dos estudantes, engajamento e compreensão conceitual;
- Propor uma sequência didática para a implementação efetiva da aplicação da distribuição binomial via *sensemaking* no ensino de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes na educação básica;
- Contribuir para o avanço do conhecimento na área da educação matemática, fornecendo meios para a compreensão e solução de problemas pela rápida captação mental dos elementos e relações adequadas, através de uma abordagem inovadora para o ensino de combinação e probabilidade.

A dissertação é composta por 5 capítulos. No capítulo 1, é apresentada uma visão geral do estudo, abordando a relevância, motivação e justificativa para a educação matemática, focando nos conceitos de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes através do *sensemaking* e da distribuição binomial. Também são detalhados os objetivos gerais e específicos da pesquisa.

No capítulo 2, é feita uma revisão dos principais conceitos teóricos: *sensemaking*, combinação simples, probabilidade, probabilidade em eventos sucessivos e independentes, e distribuição binomial.

O capítulo 3 detalha os procedimentos metodológicos do estudo, incluindo os materiais e métodos, a aula expositiva, e as aplicações relacionadas à COVID-19 e ao RFID, ambas através do *sensemaking*.

O capítulo 4 apresenta e analisa os resultados obtidos dos questionários sobre a aula expositiva, a aula via *sensemaking* e a satisfação dos alunos com as metodologias aplicadas, usando gráficos e tabelas.

O capítulo 5 conclui o trabalho com as considerações finais, destacando os principais resultados, contribuições do estudo e a importância de pesquisas futuras na área.

Após o quinto capítulo, são listadas as referências bibliográficas que sustentaram o estudo e os apêndices que complementaram a pesquisa, incluindo solucionários, planilhas de

resolução, questionários, termos de consentimento e autorizações. Finalmente, um anexo mostra uma imagem frontal da instituição onde a pesquisa foi realizada.

A metodologia do trabalho utilizou aspectos teóricos e práticos da combinação simples e probabilidade em eventos consecutivos e independentes aplicados à distribuição binomial em cenários como a lotação de leitos por pacientes com COVID-19 e a leitura de sinais de etiquetas RFID. O uso do software Excel foi integrado para tornar a aula mais envolvente.

Os resultados indicam que a abordagem do *sensemaking* no ensino desses conceitos tem grande potencial no processo de ensino-aprendizagem. Os alunos mostraram maior interesse e melhor desempenho com essa abordagem. Assim, o trabalho oferece contribuições valiosas para o aprendizado de estudantes do Ensino Médio em matemática e estatística, especialmente nos temas de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 SENSEMAKING

No cotidiano, existem momentos em que a partir de uma dada situação deve-se processar as informações, dar sentido a elas para daí tomar uma decisão. Segundo Weick (1995), a realidade é construída a partir do significado que se atribui ao que está acontecendo. Essa é a premissa da abordagem *sensemaking* que procura estudar como a informação passa a fazer sentido para as pessoas perante situações em que se deve decidir sobre algo.

Essa abordagem começa com a primeira impressão de que certa situação causa, então através de uma perspectiva, ponto de vista ou quadro teórico, pode-se compará-la com uma referência para que assim possa ser realizado algo sobre tal situação (Klein, Moon y Hoffman, 2006).

Partindo da abordagem *sensemaking*, acredita-se que os discentes são inteligentes, criativos e capazes de compreender o sentido das situações através da incorporação de conhecimento tanto advindo do mundo exterior como dele próprio. Quando não tem dúvidas ou indecisões quanto as suas necessidades, eles se movem continuamente em direção aos seus objetivos. Entretanto, lacunas aparecem frequentemente e a ponte necessária para transpô-las encontra-se na criação de estratégias e utilização de potenciais informações para solucionar o problema, Dervin (1983a).

O *sensemaking* pode ser dividido em três etapas, sendo a primeira o scanning, que é o processo de monitoramento e coleta das informações advindas do ambiente. Então com as informações coletadas, passa-se para a segunda etapa, onde dá-se início a um processo de interpretação e atribuição de significado, através de percepções e construção de mapas cognitivos. O terceiro estágio é caracterizado pela ação, quando as percepções e interpretações são colocadas em prática (Daft; Weick, 1984).

O *sensemaking* mostra-se essencialmente interdisciplinar, no sentido de que se apropria e estende conceitos de muitos campos diferentes do conhecimento, como Educação, Psicologia, Filosofia e Sociologia, por exemplo (Russel et al., 1993). Devido a essas características, a abordagem *sensemaking* tem sido aplicada para simplificar a compreensão de ideias em muitas áreas diferentes, abrangendo desde a área da educação (Duffy, 1995) até a saúde e tecnologias (Rhodes et al., 2016), por exemplo.

A metodologia do *sensemaking* busca simplificar as representações dos elementos, tornando-as claras para facilitar a execução de tarefas, conforme apontado por Dervin (1983). Devido a essas características, acredita-se que essa abordagem seja uma excelente maneira para os estudantes aprenderem sobre combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes por meio da distribuição binomial.

2.2 COMBINAÇÃO SIMPLES

Conforme Morgado et al. (1991), a Análise Combinatória é um ramo da Matemática que estuda as estruturas e relações discretas, ocupando-se da existência e da contagem de subconjuntos de conjuntos finitos que satisfazem determinadas condições. Para realizar tal processo de contagem, não existe a obrigatoriedade de listar ou enumerar todos os elementos que compõem um conjunto ou subconjunto (Pessoa; Borba, 2009). No Ensino Básico, a contagem é discutida em termos de produto cartesiano, permutações simples, arranjos simples e combinações simples.

Dentre todas as formas que um problema de análise combinatória possa aparecer, aqueles que envolvem combinação simples se evidenciam como os mais problemáticos para o entendimento dos alunos (Alves; Segadas, 2012; Pessoa; Borba, 2009; Correa; Oliveira, 2011). Uma das maiores dificuldades que os discentes possuem é encontrar formas de diferenciar as combinações simples dos arranjos, (Pessoa; Borba, 2009; Santos-Wagner; Bortoloti; Ferreira, 2013).

De maneira simplificada, as combinações simples referem-se à seleção de p objetos de um conjunto contendo n objetos (onde $p \leq n$), em que diferentes ordenações dos mesmos objetos não resultam em novas possibilidades. Em outras palavras, na combinação simples, a ordem de escolha dos elementos é irrelevante (Morgado et al., 1991; Lima, 2004). Segundo estes mesmos autores esse cálculo pode ser realizado por meio da fórmula a seguir:

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} \quad (1)$$

que em outras palavras pode-se dizer que a equação acima representa a combinação simples de n objetos tomados de p em p , ou seja, a quantidade de subconjuntos distintos formados ao escolher p objetos do conjunto P .

Tomando a definição do parágrafo anterior, a dificuldade de compreensão e operacionalização ocorre, segundo Correia e Fernandes (2007), pelo fato dos alunos considerarem a ordem em que os elementos são selecionados como respostas diferentes.

Assim, pensando em melhorar o entendimento conceitual, a interpretação e resolução de problemas de combinação simples, surgiu o interesse em apresentar uma forma alternativa e envolvente de como ministrar tal conteúdo para os alunos, o que possibilitaria um melhor aprendizado.

2.3 PROBABILIDADE

Laplace, em sua definição de probabilidade, enuncia que a probabilidade de um evento A ocorrer é definida conforme a equação abaixo:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} \quad (2)$$

onde $n(U)$ denota o número total de resultados possíveis do experimento aleatório e $n(A)$ denota o número de resultados que conduzem à ocorrência do evento A.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997), estabelecem que a principal finalidade para o estudo de probabilidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola por meio de experimentos e observação de eventos (Brasil, 1997, p. 56).

Sobre a natureza da probabilidade e as finalidades de seu ensino na educação básica, Bantero (2006), destaca que a probabilidade é parte da matemática e base de outras disciplinas e é essencial para preparar os estudantes, visto que o acaso e os fenômenos aleatórios estão presentes no cotidiano.

Segundo Carvalho e Oliveira (2002), é comum os conceitos probabilísticos não serem estudados no Ensino Fundamental e Médio e, quando são considerados, sua abordagem reduz-se à resolução mecânica de exercícios padrões. Na maioria das vezes é suficiente aplicar uma fórmula.

Corbalán (2002) considera que, como os conteúdos de probabilidade são de grande dificuldade para o alunado do Ensino Médio, por motivos intrínsecos e porque, em geral, ainda

não estudaram probabilidade até essa idade, deveria ser feito um grande esforço para apresentar esses temas de forma lúdica.

Coutinho (2001) destaca a importância de trabalhar a noção de probabilidade com a dualidade, na perspectiva em que oferece aos alunos situações didáticas que envolvam problemas que devem ser resolvidos experimentalmente (simulação) e validados pelo cálculo a priori de uma probabilidade, pela definição laplaciana. Assim, os alunos podem construir passo a passo o conceito de probabilidade.

2.3.1 Probabilidade em eventos sucessivos e independentes

Um tópico importante sobre o ensino de probabilidades é quando esta ocorre em eventos sucessivos e independentes. Segundo Ara (2006), o estudo deste tópico desempenha um papel significativo em diferentes disciplinas, incluindo matemática, estatística, engenharia, ciências naturais e sociais, entre outras. Esta área concentra-se na análise e na previsão de resultados em experimentos ou situações em que uma série de eventos ocorre em sequência.

Para Bekman, Neto e Costa (2009), quando os eventos são independentes, o cálculo da probabilidade de ocorrerem vários eventos em uma sequência de experimentos, se dá quando a ocorrência de um evento não afeta o acontecimento do outro. Por exemplo, ao lançar uma moeda duas ou mais vezes, o resultado de um lançamento não possui influência sobre o resultado de um outro.

Conforme Totomasina (1992), o princípio fundamental da probabilidade composta aplicado a eventos que sejam independentes é dado pela equação:

$$P(E_1 E_2) = P_1 \cdot P_2, \quad (3)$$

onde P_1 é a probabilidade de um evento E_1 , P_2 é a probabilidade de um evento E_2 quando E_1 é produzido e $P(E_1 E_2)$ é a probabilidade para que se produza a sucessão $E_1 E_2$.

2.4 DISTRIBUIÇÃO BIOMIAL

Sabendo que experimentos aleatórios são experimentos onde, mesmo tomando todas as precauções, não é possível conhecer o valor exato do resultado, que uma variável aleatória é uma função X que associa elementos do espaço amostral S a valores numéricos de IR , ou seja, $X: S \rightarrow IR$ e que espaço amostral é o conjunto que possui todos possíveis resultados de um

experimento aleatório, (Morgado; Carvalho; Fernandez, 1991), pode-se então conceituar distribuição binomial.

Para Grangé (1997) a distribuição binomial apresenta-se como um experimento aleatório com apenas dois resultados possíveis (sucesso e fracasso) em um ensaio de Bernoulli. É comum na literatura a notação S para sucesso e F para fracasso para os eventos elementares associados a esses resultados e eles têm probabilidade respectiva p e $q = 1 - p$.

Se for considerado um experimento que consiste em repetir n vezes o ensaio de Bernoulli com interesse na variável aleatória X : número de ocorrências do evento S . Obtém-se então para X a lei binomial ou distribuição binomial. (Grangé, 1997, p.370).

Uma variável binomial é definida por uma repetição independente de ensaios de Bernoulli, que são experimentos aleatórios cujo apresentam apenas dois pontos no seu espaço amostral, como por exemplo, no lançamento de uma moeda, aparece cara ou coroa; no lançamento de um dado, aparece face par ou ímpar; uma pessoa tem olhos verdes ou não. Aqui se interessa na ocorrência de um sucesso ou um fracasso, Grangé (1997).

Conforme Meyer (2010), utilizando a distribuição binomial, é possível calcular a probabilidade de o sucesso ocorrer determinado número de vezes, dentre todas as repetições dos ensaios de Bernoulli, através da seguinte fórmula:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

em que n é o número de vezes que o ensaio é repetido, x é o número de sucessos, p é a probabilidade de sucesso no ensaio de Bernoulli e $\binom{n}{x}$ é a combinação simples de n elementos tomados de x em x .

Observa-se que a fórmula da distribuição binomial compreende diferentes conceitos matemáticos, incluindo a combinação simples e a probabilidade. Além disso, a distribuição binomial é aplicável na resolução de vários problemas práticos do dia a dia (Crespo, 2009). Daí surge o interesse em explorar a distribuição binomial como uma ferramenta para aprimorar o entendimento dos discentes nos conteúdos de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes.

Dessa forma, conjecturou-se que abordar a combinação simples e a probabilidade em eventos sucessivos e independentes por meio da distribuição binomial, utilizando exemplos do cotidiano e uma abordagem lúdica, poderia contribuir significativamente para o aprendizado

desses conteúdos. Nesse contexto, o emprego do *sensemaking* surge como uma alternativa promissora para facilitar essa abordagem.

3 REFERENCIAL METODOLÓGICO

3.1 DA PESQUISA

O desenvolvimento deste trabalho trata da aprendizagem de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes através da distribuição binomial via abordagem *sensemaking* para discentes da educação básica. A pesquisa é de natureza aplicada, pois possui a finalidade de investigar, gerar conhecimento para a aplicação prática e apresentar uma alternativa que seja eficaz para o ensino de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes. Em relação a abordagem do problema trata-se de pesquisa qualitativa, quantitativa e de caráter descritivo - exploratório.

Esta pesquisa também é adequada à visão interpretativista, uma vez que se buscou compreender o significado atribuído pelos atores à realidade que os cerca, bem como suas motivações e intenções. A vertente interpretativista aponta que, a fim de compreender determinada ação, deve-se compreender antes o significado dessa ação para o seu executor (Schwandt, 2006).

O presente estudo procurou avançar na linha de pesquisa da cognição estratégica, ao tentar compreender os aspectos que permitem aos alunos identificarem meios para a solução de problemas de combinação simples e probabilidade de eventos sucessivos e independentes.

Devido ao fato de que a relação entre o pesquisador e o objeto é subjetiva, que estes estão ligados pela interatividade, e que as descobertas são criadas através dos procedimentos de investigação, reafirma-se o paradigma da pesquisa apontando a perspectiva interpretativista.

O presente trabalho procurou explorar a influência do *sensemaking* no processo de ensino-aprendizagem de combinação simples e probabilidade de eventos sucessivos e independentes, através da distribuição binomial e devido a esse aspecto, a presente pesquisa se caracteriza como exploratória. Segundo Gil (2002) pesquisas exploratórias têm como objetivo proporcionar maior familiaridade do agente com o problema.

A pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa, pois visa responder o seguinte problema: considerando o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas, raciocínio e tomada de decisões transpassadas pelos estudantes, quais são as contribuições da abordagem *sensemaking* para o aprimoramento da aprendizagem de combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes via aplicação da distribuição binomial na educação básica?

Para responder a essa pergunta foi realizada uma análise da aplicação do *sensemaking* no ensino de tais conteúdos, o que foi realizado através de situações-problemas que poderiam ser solucionados por meio da distribuição binomial.

Para Weick (1995), as metodologias que se mostraram mais adequadas à pesquisa via *sensemaking* são metodologias quantitativas com viés qualitativas como a investigação naturalista, análise semiótica e a observação do participante.

Como a pesquisa busca verificar a capacidade da aprendizagem dos discentes envolvidos, com base em interpretações, capacidade de tomada decisão na resolução de problemas matemáticos que envolvem combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes através da distribuição binomial e retenção de conhecimentos, esta pesquisa se caracteriza de forma qualitativa.

Por outro lado, este trabalho possui uma abordagem quantitativa na medida que apresenta resultados através de dados quantitativos sobre o desenvolvimento dos alunos mediante aplicações questionários relacionados às práticas metodologias investigadas e aplicadas, para assim efetuar a análise e comparação entre resultados através de gráficos e porcentagens.

Com as realizações dos questionários foram coletados dados sobre os desempenhos dos alunos para saber sobre as contribuições do *sensemaking* na aprendizagem de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes. De acordo com Aliaga e Gunderson (2002), pode-se entender a pesquisa quantitativa como a explicação de fenômenos por meio da coleta de dados numéricos que serão analisados através de métodos matemáticos (em particular, os estatísticos).

Na pesquisa quantitativa considera-se que tudo pode ser quantificável, o que significa traduzir em números em informações para organizá-las, classificá-las e analisá-las através de recursos e de técnicas estatísticas (porcentagem, média, moda, mediana, desvio-padrão, etc.), Gil (2002).

Em função dos objetivos deste trabalho, e norteando-se em Gil (2002), esta pesquisa é classificada como exploratória e descritiva, visto estar ela diretamente relacionada aos fenômenos de atuação prática e por proporcionar uma nova visão dos entes pesquisados, que no estudo em questão trata-se da aprendizagem da combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes através da distribuição binomial via *sensemaking*.

De acordo com Ijiri (in Abdeil-Khalik e Ajinkya, 1979, p. 15), a investigação de caráter exploratório busca oportunizar maior ligação com o problema a ser pesquisado e a de

cunho descritivo coleta as informações por meio de questionários para posterior análise, interpretação e indicação de resultados da pesquisa, essas duas características estão contempladas, auxiliam e corroboram no presente trabalho.

Como o pesquisador esteve inserido no ambiente de pesquisa e participou ativamente das atividades dos grupos estudados de forma a compreender suas dinâmicas, comportamentos, práticas, valores e ainda propôs metodologias ativas de aprendizagem para os alunos a fim de obter informações e conhecimentos a respeito de uma situação-problema, trata-se, quanto aos procedimentos técnicos, de um estudo de campo, Lakatos e Marconi (2007).

A pesquisa foi realizada em uma escola da rede federal de ensino da cidade de Angical do Piauí, município situado a 129 km ao sudoeste da cidade de Teresina, capital do estado do Piauí. Nessa instituição são oferecidos o ensino médio concomitante ao técnico, ensino técnico subsequente e ensino superior na modalidade presencial.

A escola conta, entre outras, com duas turmas de terceiro ano do ensino médio integrado ao técnico em informática. Tais turmas somam 38 alunos divididos da seguinte forma: 20 discentes do terceiro ano do ensino médio do curso técnico integrado em informática de uma turma A (3º A) e 18 alunos também do terceiro ano do ensino médio do curso técnico integrado em informática, mas de uma turma diferente, terceiro ano B (3º B),

A escolha da instituição mencionada no parágrafo acima para se realizar a pesquisa, ocorreu de forma aleatória dentre as que o pesquisador tinha mais acesso para a realização do estudo. Enquanto que a pesquisa teve como participantes alunos do terceiro ano do ensino médio pelo motivo de ser nessa etapa do ensino que os alunos estudam combinação simples, probabilidade e estatística, que eram os requisitos necessários para a participação neste trabalho.

Optou-se por trabalhar com alunos do curso de informática devido à utilização da tecnologia RFID em uma das aplicações deste estudo, o que está diretamente relacionado aos conhecimentos abordados no curso. A intenção era propor uma aplicação prática vinculada ao campo de estudo dos discentes, especificamente a informática relacionada ao RFID, além de outra aplicação geral, não diretamente ligada aos conhecimentos do curso.

O primeiro contato com a instituição de ensino ao qual realizou-se o presente trabalho se deu por meio de uma visita do autor à direção da escola, momento em que foi entregue a carta de apresentação (disponível no apêndice H, pag. 91), documento este em que discriminava além das informações pessoais e acadêmica do mestrando, o motivo da visita.

Nesta oportunidade também foi repassado ao gestor da instituição o termo de autorização da instituição (disponível no apêndice K, pag. 88) que versava sobre o tema, os objetivos e como ocorreria a pesquisa, além dos aspectos legais para a realização da pesquisa.

O segundo contato com a escola aconteceu nas turmas onde ocorreu a pesquisa e contou com a presença do professor titular da disciplina. Nesta oportunidade foram apresentados ao professor titular da disciplina o modelo de declaração (disponível no apêndice J, pag. 86) que também continha as informações sobre o tema, objetivos e desenvolvimento da pesquisa, e aos alunos o termo de consentimento livre esclarecido (disponível no apêndice I, pag. 83) que além do tema, objetivos e metodologia, tratava dos aspectos legais para a realização da pesquisa.

O termo de consentimento livre esclarecido foi entregue aos alunos menores de idade e informados que os mesmos deveriam levar para casa e entregar aos pais ou responsáveis, para ciência e autorização, ou não, da participação na presente pesquisa. Os alunos maiores de idade foram informados que tinham autonomia para responder sobre a participação e efetuar a assinatura no mencionado documento.

O processo de coleta de dados foi executado em oito encontros, sendo quatro encontros de uma hora em cada uma das turmas dos terceiros ano (A e B) da instituição onde ocorreu a pesquisa. Destes quatro encontros dois foram dedicados a aulas conteudistas, enquanto que os demais para o ensino mediante a atividade prática do *sensemaking*.

Devido os alunos ainda não terem estudado os conteúdos de análise combinatória e probabilidade, tanto o primeiro quanto o segundo encontro foram utilizados para a realização, em cada uma das turmas, de aulas exclusivamente expositivas sobre os seguintes conteúdos: fatorial, arranjo simples, combinação simples, probabilidade e probabilidade em eventos sucessivos. Ao final destas aulas foi realizado um teste contendo cinco questões envolvendo os conteúdos nelas ministradas.

Os dois últimos encontros foram administrados com a realização de duas aulas, a primeira através de slides, contendo apenas o conceito e um exemplo básico de variável aleatória, ensaio de Bernoulli e distribuição binomial, e a segunda mais detalhada por meio de um exemplo prático sobre distribuição binomial, em que se detalhou o funcionamento e as características de cada ente que compõe a fórmula da distribuição binomial.

Com intuito de deixar a aula mais interessante para os discentes o terceiro encontro foi realizado no laboratório de informática da instituição, onde foi mostrado aos alunos os procedimentos para se resolver problemas solucionáveis por distribuição binomial através do

Excel, na ocasião os alunos também tiveram a oportunidade de resolver um problema com o acompanhamento do professor pesquisador.

No quarto encontro foi realizado e solucionado um problema que simulava uma situação prática inerente ao contexto da vida real e que poderia ser resolvido por meio da distribuição binomial.

Para abordar o problema na turma A, foram selecionados três participantes para simular a situação-problema. Optou-se por um grupo pequeno de participantes para facilitar a visualização e compreensão prática dos termos que compõe a distribuição binomial. Após ser resolvido o problema de forma prática, apresentou-se a mesma situação resolvida no Excel para uma quantidade de pessoas mais ampla.

Quanto ao problema da turma B, foi simulada uma situação relacionada à informática, mais especificamente aos *slots* (portas que recebem ou não sinal de uma etiqueta) de um sistema de RFID. Esse tema foi escolhido por haver conexões com o curso em que os discentes participantes da pesquisa estudam. Assim como na turma A, foi limitado o número de etiquetas para apenas três, visando também facilitar visão e compreensão do problema. Após ser resolvido o problema de forma prática, também foi apresentado a solução no Excel para um maior número de etiquetas.

Ao final dos dois últimos encontros foram realizados dois questionários: o primeiro composto por questões envolvendo os conteúdos ministrados, enquanto que o segundo continha questões que versava sobre a opinião dos discentes referente ao aprendizado dos conteúdos conforme as metodologias utilizadas durante o desenvolvimento da pesquisa.

Para Pessoa Borba, Pessoa e Rocha (2013), a importância do estudo de análise combinatória e probabilidade se dá devido ao desenvolvimento do pensar matemático, além de ser útil no pensar de outras áreas do conhecimento e em aplicações práticas do cotidiano.

A pesquisa foi realizada com base nos questionários aplicados aos discentes e os dados referentes aos acertos e erros das questões dos foram organizados por meio do gráfico de barras e em seguida analisados. Buscou-se também, através da observação das atitudes dos discentes, perceber se houve interesse, comprometimento, motivação e atenção dos mesmos na execução das atividades.

3.1.1 Sobre a importância da pesquisa segundo as habilidades e competências na área de Matemática e suas Tecnologias da BNCC

O presente estudo teve foco, dentre outros, nos seguintes conteúdos do ensino básico: combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes ministrados através da aplicação da Distribuição Binomial.

Tais conteúdos possuem importante papel no processo de desempenho cognitivo dos alunos, pois, conforme a BNCC (Brasil, 2018), os conceitos de contagem e probabilidade em eventos sucessivos são relevantes para o desenvolvimento das competências e habilidades dos estudantes.

Observando o capítulo 5, tópico 2 da BNCC, que aborda as competências específicas e habilidades da área de Matemática e suas Tecnologias no ensino médio, o desenvolvimento desta pesquisa contemplou importantes aspectos desse capítulo e tópico.

Como por exemplo ao utilizar questões que faziam alusão a situações do cotidiano, como a COVID-19 e a tecnologia RFID, para explicar combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes, a pesquisa abordou e integrou de maneira prática e relevante a seguinte competência e habilidade:

- **Competências Específica 1:**

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral (Brasil, 2018, p.533).

- **habilidade EM13MAT106:**

Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.) (Brasil, 2018, p.532).

Ao utilizar recursos didáticos como computadores e a planilha do software Excel, o presente estudo, também buscou contemplar a competência específica 2 que diz:

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas

sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática (Brasil, 2018, p.534).

E a habilidade específica (EM13MAT203) que traz o seguinte texto:

Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões (Brasil, 2018, p.534).

Este trabalho, em relação ao comportamento dos métodos, investigou se a abordagem *sensemaking*, voltada para o ensino de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes, atende ao princípio da BNCC, da área de matemática e suas tecnologias, de propor a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais, de modo inter-relacionado, a fim de possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da matemática na perspectiva teórica e de aplicação à realidade, conforme trata a habilidade (EM13MAT301) da competência específica 3, (Brasil, 2018, p.536).

Na presente pesquisa, foram estudados os conteúdos de combinatória e probabilidade voltados para o ensino médio, de forma correlacionadas e com uso de aplicações. Essa metodologia segue o pensamento de Lima e Borba (2019), que afirma existir a necessidade de que nos livros adotados no ensino básico sejam abordadas mais relações entre a combinatória e a probabilidade e a proposição de problemas que explorem articulações entre elas.

Esta pesquisa teve o propósito de explorar o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático por meio da resolução de problemas e da tomada de decisões. O intuito foi garantir que a compreensão dos conceitos e aplicações de combinação simples e probabilidade ocorresse de forma significativa, possibilitando que os alunos desenvolvessem habilidades de raciocínio crítico e analítico.

O estudo também procurou aperfeiçoar nos estudantes a capacidade de resolver problemas, aplicar conceitos matemáticos em outras áreas do conhecimento e em situações do cotidiano. Exemplos incluem a previsão de resultados em contextos de incerteza e a tomada de decisões baseada em dados probabilísticos, seguindo assim as orientações das habilidades (EM13MAT301) e (EM13MAT310) da competência específica 3 da BNCC (Brasil, 2018, p.536).

Além disso, ao utilizar uma situação-problema do cotidiano para explicar um conteúdo, este trabalho buscou desenvolver nos discentes, habilidades e competências, relacionadas à comunicação e à argumentação. Essa metodologia capacita os alunos a expressar ideias matemáticas, discutir e justificar soluções. Conforme a BNCC (Brasil, 2018), ao estruturar pensamentos, os alunos são capazes de identificar possíveis erros, reformular estratégias e consolidar o entendimento dos conceitos de conteúdos abordados.

Com a finalidade de proporcionar aos estudantes uma visão sobre a aplicação prática da matemática em diversos contextos, o enriquecimento da compreensão e um aprendizado mais relevante ao ponto que integra outras disciplinas, no desenvolvimento da pesquisa foi explorado uma importante característica da combinação simples e da probabilidade em eventos sucessivos, que é de se comunicar com outras áreas do conhecimento de forma interdisciplinar, atendendo a habilidade (EM13MAT301 da competência específica 3 (Brasil, 2018, p.536).

Como exemplo, temos que na biologia, a combinação simples e a probabilidade são usadas para modelar a genética de populações e prever a frequência de certos genes em uma geração (Silva, 2010). Nesse estudo, combinação simples e da probabilidade em eventos sucessivos e independentes, foi utilizado através da distribuição binomial para modelar situações de saúde pública e tecnologia da informação.

Como a BNCC (Brasil, 2018) realça a importância de integrar tecnologia ao ensino, este trabalho utilizou os conceitos de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes de forma aplicada a contextos tecnológicos.

Em uma das situações, tais conceitos foram ensinados através da distribuição binomial mediante uma situação prática do cotidiano relacionada a leitura ou não de uma carteira munida de uma antena de identificação por rádio frequência (RFID) de um aluno ao passar por um portal com leitor de RFID.

Em outro contexto, combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes, também foram ministrados por meio de distribuição binomial, mas aplicados a simulação de um cenário do mundo real relacionada a medidas contra o avanço da doença COVID-19. Para tornar a aprendizagem dos alunos mais significativa, tanto nesta, quanto na situação prática mencionada no parágrafo anterior, foram utilizados computadores e o software Excel para variações de resolução dos problemas.

A integração e aplicação da distribuição binomial, com ênfase na utilização da combinação simples e da probabilidade em eventos sucessivos e independentes, em outras áreas do conhecimento não apenas aprimora o aprendizado matemático, mas também prepara os

estudantes para lidar com desafios de diferentes tecnologias. Essa abordagem promove um entendimento mais profundo e prático de conceitos, preparando os alunos para aplicar as habilidades em diversos contextos do mundo real.

3.2 DOS MATERIAIS E MÉTODOS

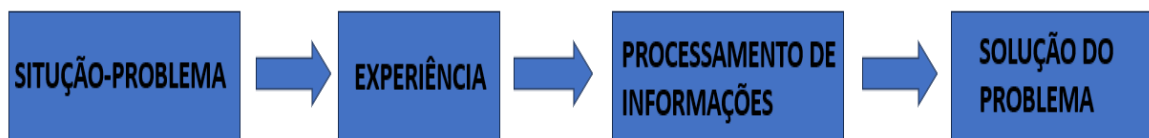
A objeto norteador do nossa estudo era saber se a abordagem *sensemaking* tinha alguma eficácia para o aprendizado de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes quando ensinado através de problemas solucionáveis por distribuição binomial. Essa abordagem foi selecionada pelo fato de apresentar um método lógico para o mapeamento das necessidades de informação e solução de problemas sob a ótica do usuário.

A abordagem *sensemaking* foi utilizada neste trabalho através da distribuição binomial em eventos sucessivos e independentes que envolvem probabilidade. A opção por esse método é que ele aparenta ser uma ferramenta útil para o processo de ensino-aprendizagem de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes, tendo em vista que o discente ao se deparar com um problema, na busca de uma solução, ao utilizar o *sensemaking*, irá ser submetido a uma realidade em que ele pode vivenciar na prática, processar as informações, dar sentido a elas e tomar uma decisão para solucioná-lo.

No presente trabalho o discente se deparou com uma situação-problema solucionável por meio da distribuição binomial e teve que entender o motivo da combinação simples e das probabilidades fazerem parte da fórmula. Para isso o aluno teve a experiência de vivenciar a situação na prática, através da abordagem *sensemaking*, para daí processar as informações e buscar solucionar o problema.

O esquema da figura 1 abaixo mostra os passos seguidos para a resolução da situação-problema.

Figura 1 - Passos para a resolução da situação-problema via *sensemaking*



Fonte: O autor (2024).

Os discentes, personagens da pesquisa, tiveram as identidades preservadas para não oferecer risco a privacidade. Os mesmos antes do decorrer da pesquisa já tinham sido

informados, através do termo de consentimento livre esclarecido, sobre os objetivos da pesquisa e que teriam assegurados o sigilo, à proteção a imagem, a privacidade, o respeito aos valores morais, sociais e éticos.

O método de coleta de dados para o estudo foi a análise dos dados adquiridos através das observações realizadas nas atividades, dos questionários contendo perguntas objetivas sobre os conteúdos estudados e do último questionário que tinha o objetivo de saber a opinião dos alunos em relação as aulas que foram ministradas.

Os dados sobre o aprendizado de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes foram obtidos através de aulas expositivas e de uma aula prática via abordagem *sensemaking* em que houve uma simulação de duas situações que se assemelham a contextos da vida real dos estudantes e possíveis de serem analisadas através da distribuição binomial, a saber, medidas contra a doença do vírus da COVID-19 e o uso da tecnologia RFID.

Com base nas ideias de Piletti (1987), que afirma que a técnica mais tradicional de ensino é a aula expositiva, centrada na figura do professor e consiste na apresentação de um tema logicamente estruturado; de Weick (1995), que define *sensemaking* como o processo de produzir sentido; e de Waterman (1990), cujas reflexões indicam que o *sensemaking* pode ser analisado também sob a ótica da estruturação do desconhecido, apresenta-se o quadro 1 a seguir com as características distintivas de uma aula ministrada de forma expositiva e outra via *sensemaking*.

Quadro 1 - Características distintiva de uma aula ministrada de forma expositiva e de uma outra via *sensemaking*

ABORDAGEM DA AULA	CARACTERÍSTICA
<i>SENSEMAKING</i>	O foco está na construção ativa do conhecimento pelos alunos, por meio da exploração de situações reais, discussões em grupo e resolução colaborativa de problemas. Os alunos são incentivados a refletir sobre o conteúdo, a relacioná-lo com experiências pessoais e a buscar significado para o que estão aprendendo.
EXPOSITIVA	O professor desempenha um papel mais central na transmissão do conhecimento, apresentando informações de forma mais passiva aos alunos. Geralmente, essa abordagem envolve aulas em que o professor fala e os alunos ouvem, com pouca interação e participação ativa por parte destes últimos.

FONTE: O autor (2024).

Antes da realização do experimento foi explicado o porquê do uso, em quais situações é utilizada e o papel dos entes que compõem a distribuição binomial (combinação simples e probabilidade).

Durante a realização da simulação das situações, os alunos foram interpelados sobre o uso da combinação simples e das probabilidades inerentes à fórmula da distribuição binomial para que fosse percebido o nível de entendimento de tais conteúdos e efetuar, se necessário, uma intervenção para o aprimoramento do conhecimento.

Com o objetivo de avaliar o resultado da pesquisa, ao final do experimento foi aplicado um questionário com problemas que poderiam ser através dos conteúdos abordados. Os dados constantes nas respostas desses testes foram coletados, tabulados, demonstrados em gráficos e posteriormente tiveram os resultados explorados.

No final da pesquisa foi aplicado um outro questionário, apresentado no apêndice G (pag. 80), desenvolvido por meio de questões fechadas, que segundo Fachin (2006), são aquelas em que o pesquisador classifica as alternativas em um conjunto de categorias, possibilitando ao pesquisado a liberdade na expressão de sua opinião em umas questões e em outras não.

3.2.1 Sobre a aula realizada de forma expositiva

As aulas expositivas foram ministradas de forma básica e sem aprofundamento de conteúdo, com conceitos e exemplos sobre fatorial, permutação simples, arranjo simples, combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes, através de slides, quadro de vidro e pincéis.

Fotografia 1 - Aula Expositiva Turma A

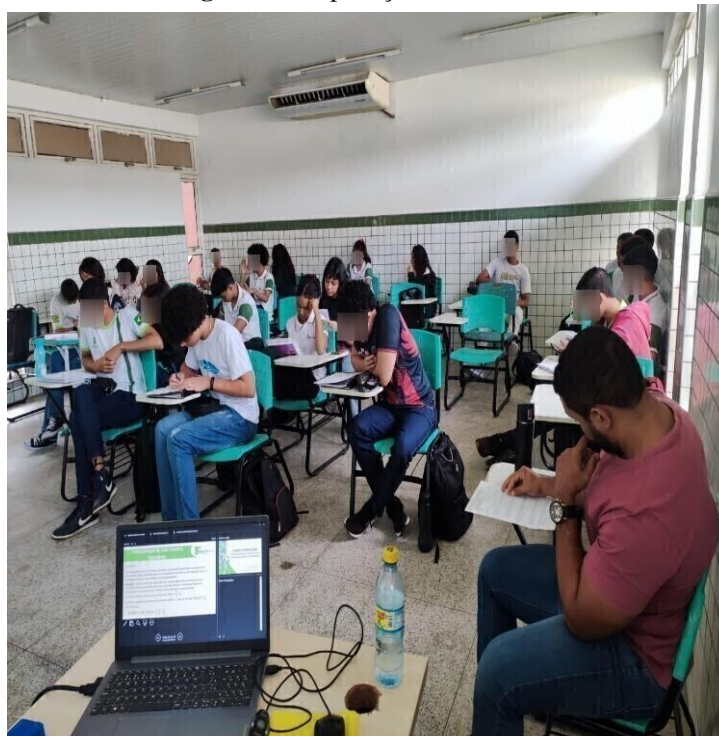


Fonte: O autor (2024).

Após as aulas foi realizado nas duas turmas (A e B) um questionário (disponível no apêndice E, pag. 78) com os mesmos problemas, contendo cinco questões abertas que poderiam ser solucionadas através dos conteúdos ministrados nas aulas. Dentre as questões foi colocado uma questão que poderia ser resolvida através de permutação ou arranjo simples para saber, mais precisamente, se usariam combinação simples de forma errônea para resolvê-la.

O questionário ainda contou com duas questões que poderiam ser resolvidas através da fórmula da combinação simples e duas questões de probabilidade passíveis de serem solucionadas com os conhecimentos de probabilidades em eventos sucessivos. Nestas questões, com o intuito de verificar se o aluno saberia identificar o que eram eventos independentes, foi colocado uma questão em que o evento ocorria de forma independente e uma segunda em que um evento era dado de forma condicionado.

Fotografia 2 - Aplicação do Primeiro Teste



Fone: O autor (2024).

3.2.2 Sobre a atividade relacionada a COVID-19

Na aplicação relacionada a COVID-19, foram simuladas medidas contra o avanço da doença causada pelo vírus SARS-CoV-2.

Nessa aplicação um discente foi identificado como um(a) técnico(a) dentro da secretaria de saúde do município de uma cidade hipotética, estando diretamente envolvido nas ações de recrudescimento da propagação da COVID-19. Foi estipulado que existiam um número 3 de pessoas infectadas com a doença e 2 leitos de UTI, sendo que um dos objetivos da atuação técnica seria mensurar o risco da fila de espera por leito e ações para minimizá-lo. Ainda que diferente da realidade, as pessoas infectadas foram consideradas homogêneas com relação à severidade da doença.

Para completar as informações da aplicação e com o intuito de tornar a situação-prática mais real, foi utilizado uma reportagem do portal g1.Amazonas (g1.globo/Amazonas, 2021), que tratava dos percentuais de internados devido a COVID-19 na cidade de Manaus-AM . O trecho da notícia para embasamento da situação-problema respondida pelos discentes trazia o seguinte texto:

No domingo (31/10/2021), havia 67 pacientes internados pela Covid-19 nos hospitais da rede pública e privada da capital. Desses, 32 encontravam-se em leitos clínicos e 35 em leitos de UTI, ou seja, aproximadamente 52% estavam em leitos de UTI.

Do total de 67 pacientes, 49 (73,2%) não apresentam nenhuma dose de vacina, 6 (8,9%) apresentam esquema vacinal incompleto e 12 (17,9%) apresentam esquema vacinal completo, isto é, cerca de 82% não completaram o esquema de vacinação (não se vacinaram ou apresentam esquema vacinal incompleto) contra a doença COVID-19 (g1.globo/Amazonas, 2021).

A situação-problema foi dado pela seguinte pergunta: Com base nos trechos da reportagem apresentada acima, qual a probabilidade de que essa quantidade de leitos não seja suficiente?

Para resolver o problema foi realizado uma simulação de uma situação em que envolveu três alunos (que seriam os pacientes que estavam com a doença COVID-19), para que se pudesse ver, perceber e entender melhor todas as combinações simples possíveis de pacientes que estavam com a doença COVID-19 e necessitava de UTI, bem como as probabilidades envolvidas nessa situação.

Após o momento explanado no parágrafo anterior, afim de tornar a aula e o problema mais significativo, foi pedido aos discentes que, eles próprios se considerando um(a) técnico(a) dentro da secretaria de saúde do município de Manaus-AM, resolvessem, com o auxílio do professor (autor da pesquisa), através do Excel e utilizando os dados fiéis constantes na reportagem acima as seguintes questões que são passíveis de solução por distribuição binomial:

Quadro 2 - Questões a serem resolvidas sobre COVID-19

1	Qual é a probabilidade de que essa quantidade de leitos não seja suficiente?
2	Caso não houvessem mais doses de vacinas quantos leitos devem ser comprados e qual o impacto econômico para que o risco de superlotação fique abaixo de 1%?
3	Considerando a mesma quantidade de pacientes internados (67). Supondo que o esquema vacinal completo é composto por duas doses da vacina, que a probabilidade de uma pessoa com esquema vacinal completo precisar de UTI é de 18% e que toda população foi vacinada, quantos leitos a cidade pode reduzir para manter o risco de superlotação abaixo de 1%?
4	Considere que 73% de pacientes com COVID-19 precisam de UTI. Conforme as tabelas 1 e 2, qual deve ser o nível de isolamento para que o risco de superlotação fique abaixo de 1% e qual o respectivo custo econômico para tal nível de restrição?
5	Qual é a probabilidade de que 17 ou 18 dos leitos de UTI estejam ocupados, ou seja, “mais ou menos” a metade?

FONTE: O autor (2024).

Para auxiliar na resolução destas perguntas foi considerado que Manaus tinha 35 leitos de UTI disponíveis para pacientes com a doença COVID-19 e as tabelas 1 e 2 hipotéticas criadas pelo autor, uma com informações sobre o nível de isolamento e a outra informado sobre o custo efetivo de um novo leito de UTI, a saber:

Tabela 1 - Informações sobre o nível de isolamento

SE O NÍVEL DE ISOLAMENTO FOR:	A MÉDIA DE HOSPITALIZADOS VAI PARA:	CUSTO ECONÔMICO
Lockdown (100%)	40	R\$ 1.000.000,00
Flexibilização de 50%	50	R\$ 500.000,00
Flexibilização de 25%	55	R\$ 250.000,00
Flexibilização de 10%	60	R\$ 125.000,00
Sem restrição de isolamento (0%)	67	R\$ 0

Fonte: O autor (2024).

Tabela 2 - Custo efetivo de um novo leito de UTI

CUSTO DE UM NOVO LEITO	CUSTO DA VACINA POR PESSOA	CUSTO DE UM PACIENTE INTERNADO NA UTI
R\$ 100.000,00	R\$ 10,00	R\$ 150.000,00

Fonte: O autor (2024).

Para que não fosse perdido muito tempo com a resolução das questões, as mesmas foram organizadas, desenvolvidas e explicadas com auxílio do solucionário apresentado no apêndice A (pag. 70). A planilha do Excel apresentada no apêndice B (pag. 74) mostra os dados que foram construídos junto com os discentes para a solução das questões.

Fotografia 3 - Resolução da Situação-Problema envolvendo a COVID-19 – Turma A



Fone: O autor (2024).

3.2.3 Sobre a atividade relacionada ao RFID

Na aplicação relacionada ao sistema de identificação por rádio frequência, foram simuladas situações sobre a probabilidade da leitura ou não de uma etiqueta localizada na carteira de identificação do aluno através de um portal com leitor de RFID, para que se tivesse o controle de acesso dos discentes em uma instituição de ensino hipotética.

Nessa aplicação os discentes foram identificados como técnicos(as) dentro de uma empresa que estava diretamente envolvido em melhorar o sistema de RFID fornecido pela mesma.

Para a realização da situação-problema foi estipulado que um grupo de três estudantes munidos de suas respectivas carteirinhas com etiquetas que transmitem sinal de RFID estivessem passando por um portal receptor e leitor de sinais destas etiquetas, e um dos objetivos dos(as) técnicos(as) era mensurar o risco de uma carteirinha ser lida ou não para que, dependendo do resultado, se pudesse encontrar meios de melhorar o sistema.

Antes de realizar a aplicação do problema foi reservado um momento para a apresentação e explicação de como funciona o sistema RFID e o protocolo anticóllisão de recepção de sinais dos algoritmos probabilísticos DFSA (Dynamic Framed Slotted Aloha) que

gerenciam a quantidade de *slots* (intervalos de tempo) disponíveis a serem ocupados pelos sinais das etiquetas.

Esse protocolo foi abordado no presente trabalho para a criação da situação-problema devido o número de sinais emitidos por etiquetas de RFID que competem por *slots* em um quadro (conjunto de *slots*) ser dado, segundo Eom-Lee (2010), pelo cálculo da distribuição binomial abaixo:

$$\Pr[R = r] = \binom{n}{r} p^r (1 - p)^{n-r}, \text{ com } r = 0, 1, \dots, n, \quad (5)$$

cujo os termos da fórmula são designados da seguinte forma:

$\Pr[R = r]$: Probabilidade da Variável Aleatória assumir o valor r ;

n : Número de realizações independentes do experimento aleatório, ou seja, realização de ocupação ou não de cada etiqueta em um *slot*;

R : Variável Aleatória que indica a quantidade r de etiquetas que ocupam esse *slot* do quadro;

r : Quantidade de etiquetas que ocupam o mesmo *slot* do quadro;

p : Probabilidade do Sucesso (ocupação do *slot*) dado por: $\frac{1}{n}$.

A situação-problema que a empresa repassou ao(a) técnico(a) para que fosse resolvida foi a seguinte:

Suponha que uma instituição de ensino desejando otimizar a segurança e o controle de acesso dos estudantes para o interior da mesma, resolve implantar um sistema de RFID que utiliza o algoritmo probabilístico DFSA, conforme o modelo de protocolo anticollisão ensinado na aula, para saber quais alunos frequentaram a instituição em um determinado dia, a que hora cada um destes ingressaram, bem como a hora em que foram embora.

Para implantar esse sistema, foi construído na instituição um portal com receptores e leitores de sinal de RFID logo após o portão de entrada, e confeccionado carteiras com etiquetas que possuía as informações pessoais de cada aluno para serem lidas no instante em que estivessem passando pelo portal.

Sabendo disso suponha agora que um grupo de três estudantes munidos de suas respectivas carteirinhas com etiquetas que transmitem sinal de RFID estejam passando pelo portal, então pergunta-se:

Quadro 3 - Questões a serem resolvidas sobre RFID

a)	Qual é a probabilidade de que a mensagem de uma etiqueta qualquer tenha as informações corretamente interpretadas?
b)	Qual é a probabilidade de que nenhuma etiqueta tenha o sinal lido?
c)	Qual é a probabilidade de que a mensagem de uma etiqueta qualquer não tenha as informações corretamente interpretadas?
d)	Qual é a probabilidade de que exatamente duas etiquetas sejam lidas por um mesmo <i>slot</i> ?
e)	Qual é a probabilidade de haver uma colisão de sinais em um <i>slot</i> ?

Fonte: Próprio autor (2024).

Para resolver o problema, realizou-se uma simulação na qual três estudantes, portando suas carteirinhas com etiquetas RFID, atravessaram um portal. O objetivo era que os alunos pudessem visualizar, perceber e compreender todas as combinações simples que poderiam ocorrer ao ler os sinais emitidos pelas etiquetas que passavam pelo portal, bem como as probabilidades associadas à situação.

Fotografia 4 - Resolução da Situação-Problema envolvendo o sistema RFID – Turma B



Fone: O autor (2024).

Depois de resolver a situação-problema relacionada ao RFID, com o intuito de tornar a aula mais interessante e proporcionasse um maior aprendizado aos discentes, semelhante ao que ocorreu com aula relacionada à doença COVID-19 aplicado na turma A, foi pedido aos alunos que resolvessem com o auxílio do professor (autor da pesquisa) e através do Excel o mesmo problema, mas com um número maior de estudantes passando pelo portal.

Também na situação-problema do RFID, para que não fosse perdido muito tempo com a resolução das questões, as mesmas foram organizadas, desenvolvidas e explicadas com o auxílio do solucionário apresentado no apêndice C (pag. 75). A planilha do Excel apresentada no apêndice D (pag. 77) mostra os dados que foram construídos junto com os discentes para a solução das questões.

Fotografia 5 - Resolução através do Excel da Situação-Problema envolvendo RFID



Fone: O autor (2024).

Após as aulas envolvendo as aplicações práticas que foram resolvidas através da distribuição binomial foi realizado nas duas turmas (A e B) um novo questionário (disponível no apêndice F, pag. 79), com as mesmas questões, também contendo cinco perguntas abertas que poderiam ser solucionadas através de todos os conteúdos ministrados nas aulas anteriores.

Dentre as questões do questionário também foi colocado uma que poderia ser resolvida através de permutação ou arranjo simples para saber se os discentes iriam se confundir e utilizar combinação simples.

No questionário, foi incluída uma questão sobre distribuição binomial para avaliar se os alunos conseguiriam, a partir dos dados fornecidos, formular a equação, compreender a razão e a função de cada termo na fórmula. Isso inclui entender por que há uma combinação simples em vez de um arranjo simples, além de compreender a razão para o uso das probabilidades e seus expoentes.

O questionário ainda contou com duas questões que poderiam ser resolvidas através da fórmula de combinação simples e uma questão de probabilidade que poderia ser solucionada com os conhecimentos de probabilidades em eventos sucessivos e independentes.

4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos através dos questionários realizados com os 38 alunos para verificação da eficácia ou não da aplicação do *sensemaking* via distribuição binomial visando o aprendizado de combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes para discentes na educação básica.

Inicialmente, foi considerado o questionário aplicado em ambas as turmas (A e B), conduzido após a aula conteudista, visando uma análise quantitativa e qualitativa dos resultados obtidos neste teste.

Posteriormente, semelhante ao primeiro questionário, também foi realizada uma análise quantitativa e qualitativa sobre os resultados do segundo, aplicado após a aula ministrada através da aplicação da distribuição binomial, via abordagem *sensemaking*, para o aprendizado da combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes.

No terceiro momento foi realizado uma análise quantitativa e qualitativa sobre o questionário fechado que possuía o intuito de saber a concepção dos discentes sobre o aprendizado e os métodos utilizados na pesquisa.

Após essas análises, os dados foram submetidos a um tratamento estatístico, permitindo a extração das conclusões significativas deste estudo.

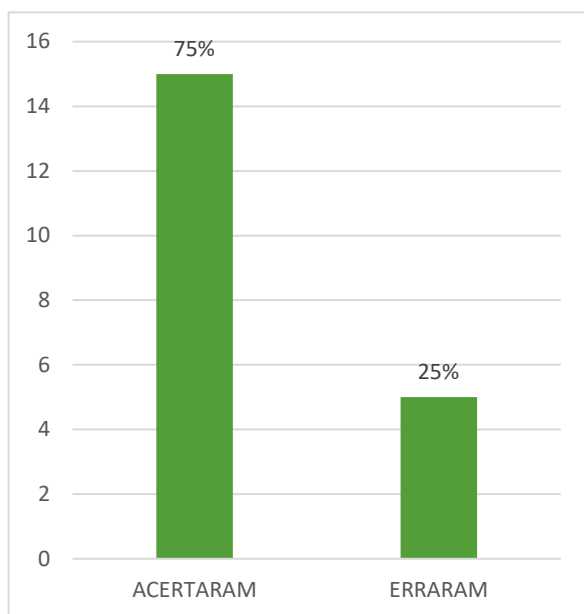
4.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO 1

Serão exibidos neste tópico as análises dos dados que foram colhidos através das questões do questionário – 1 que se encontra no apêndice E. (pág. 78).

A primeira questão era possível ser resolvida através dos conceitos de arranjo simples. Conforme já mencionado neste trabalho o objetivo dessa questão era saber se os alunos iriam se equivocar e aplicar o conteúdo de combinação simples para resolver a questão.

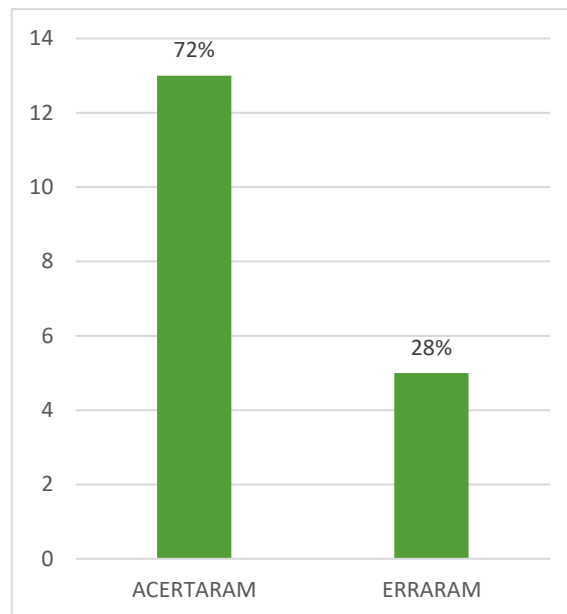
Os gráficos abaixo mostram os desempenhos dos discentes das turmas A e B na questão 1 (Q1) do questionário 1.

Gráfico 1 - Questionário 1 – Q1 – Turma A



FONTE: O autor (2024).

Gráfico 2 - Questionário 1 – Q1 – Turma B



FONTE: O autor (2024).

Conforme o apresentado nos gráficos 1 e 2, observa-se que 75% ou 15 dos 20 discentes da turma A acertaram a questão 1, enquanto que 72%, ou seja, 13 dos 18 conseguiram êxito nessa mesma questão.

Pode-se observar através destes resultados que os alunos assimilaram razoavelmente bem o conteúdo de arranjo simples através da aula expositiva, pois constata-se que, se houve confusão na interpretação da questão em ela ser de arranjo simples ou combinação simples, foram poucas, visto que a grande maioria dos discentes acertaram a questão.

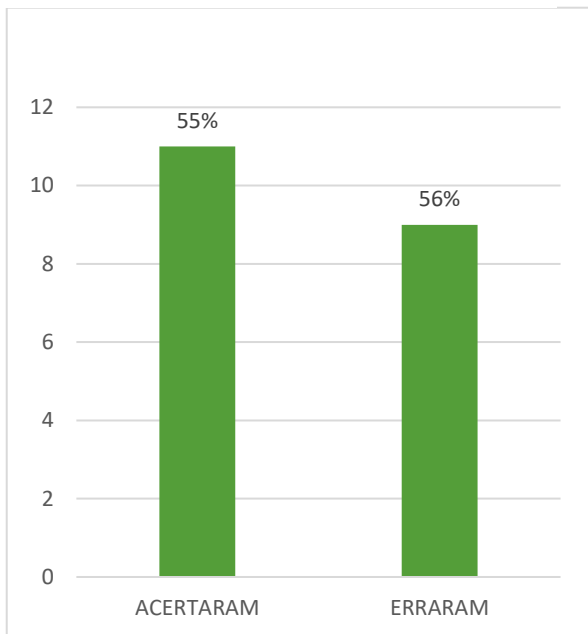
Analisando este resultado por outro ângulo vê-se que, dos 38 alunos que participaram da pesquisa, 28, ou seja, aproximadamente 74% acertaram a questão 1. Ressalta-se aqui que todos os alunos responderam, ou pelo menos, tentaram responder essa questão, isto é, não teve aluno algum que deixou a questão em branco, o que mostra também que os alunos estavam empenhados em aprender os conteúdos ministrados.

A segunda e a terceira questão, conforme os assuntos abordados, poderiam ser resolvidas através dos conhecimentos de combinação simples. O propósito dessas questões era

saber se os discentes iriam saber quais dos conteúdos ministrados deveria ser utilizado para que a questão fosse solucionada.

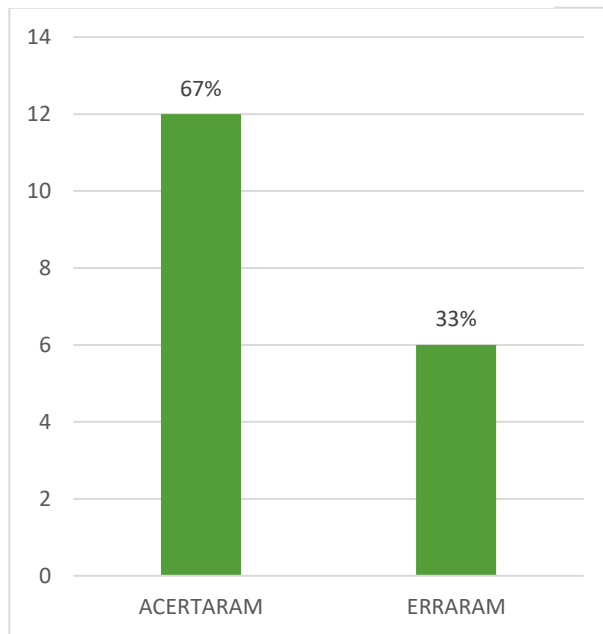
Os gráficos 3, 4, 5 e 6 a seguir mostram os desempenhos dos discentes das turmas A e B nas questões 2 (Q2) e 3 (Q3) do questionário 1.

Gráfico 3 - Questionário 1 – Q2 – Turma A



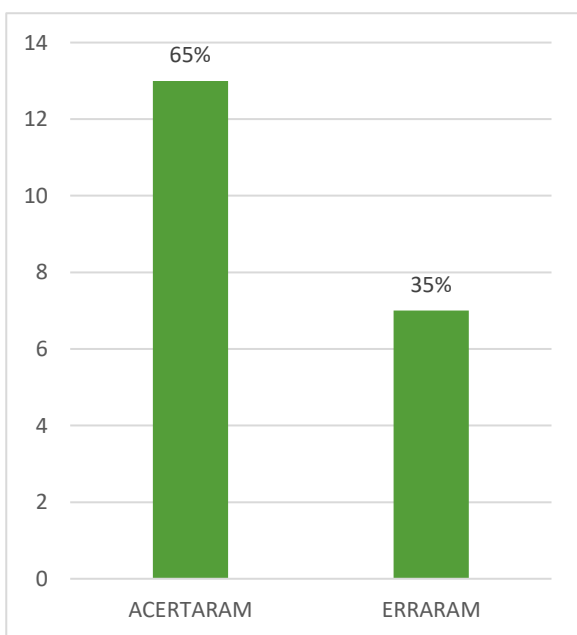
FONTE: O autor (2024).

Gráfico 4- Questionário 1 – Q2 – Turma B



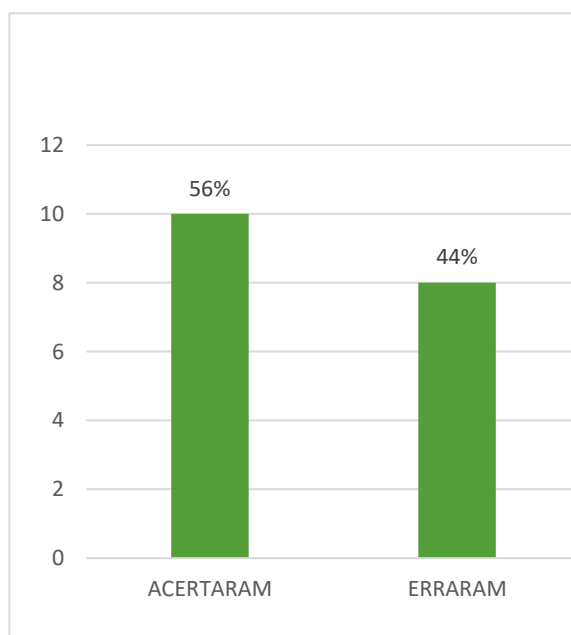
FONTE: O autor (2024).

Gráfico 5 - Questionário 1 – Q3 – Turma A



FONTE: O autor (2024).

Gráfico 6 - Questionário 1 – Q3 – Turma B



FONTE: O autor (2024).

Pelos gráficos 3 e 4, nota-se que 55% ou 11 dos discentes da turma A acertaram a questão 2, enquanto que 67%, ou seja, 12 acertaram essa mesma questão na turma B.

Já pelos gráficos 5 e 6 vê-se que 65%, ou seja, 13 dos discentes da turma A acertaram a questão 3, enquanto que a mesma questão quando resolvida pelos alunos da turma B o aproveitamento foi de 56%, ou seja, 10 acertaram.

Percebe-se que mais da metade dos discentes acertaram as questões 2 e 3 que tratavam de combinação simples, indicando assim que a maioria dos alunos tiveram um bom desempenho no aprendizado deste conteúdo por meio das aulas expositivas.

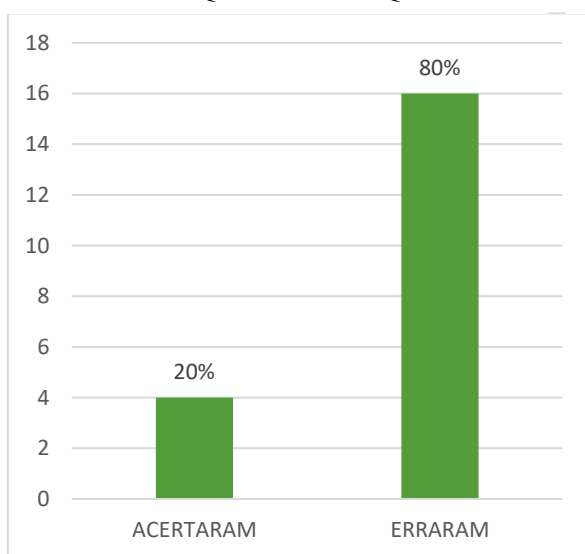
Observa-se ainda que, enquanto a turma A obteve um desempenho superior na questão 3 (65%), a turma B teve um melhor rendimento na questão 2 (67%). Esses resultados indicam um equilíbrio entre as turmas em relação ao acerto das questões e à compreensão do conteúdo, demonstrando um entendimento similar em relação as aulas ministradas.

Além dessas leituras observa-se também por meio dos gráficos 3 e 4 que considerando todos alunos, aproximadamente 61% acertaram a questão 2, percentual este igual ao de acerto da questão 3. Números que corroboram com o que foi descrito no parágrafo anterior.

A quarta e a quinta questão do questionário 1 poderiam ser resolvidas por meio dos conceitos de probabilidades em eventos sucessivos. A finalidade dessas questões era saber se os discentes tinham assimilado os conteúdos relativos à probabilidade e se saberiam aplicar os mesmos na resolução de questões.

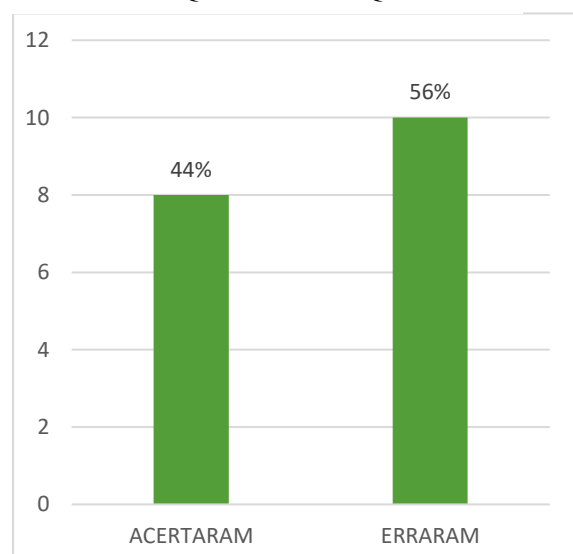
Os gráficos 7, 8, 9 e 10 a seguir mostram os desempenhos dos discentes das turmas A e B nas questões 4 (Q4) e 5 (Q5) do questionário 1.

Gráfico 7 - Questionário 1 – Q4 – Turma A



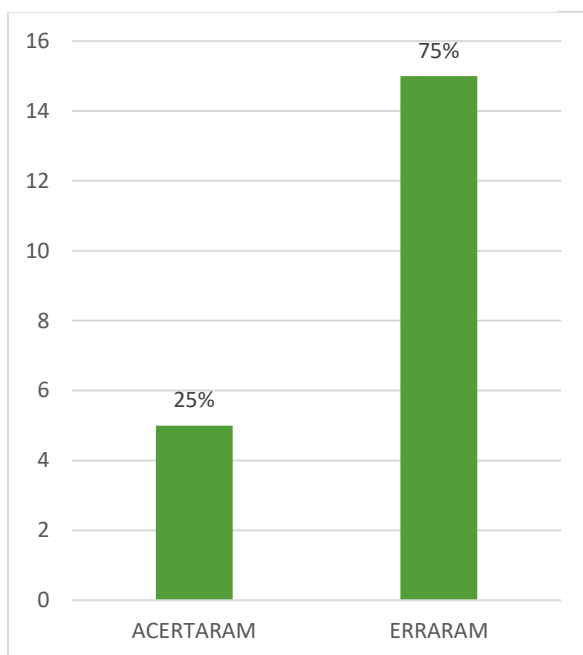
FONTE: O autor (2024).

Gráfico 8 - Questionário 1 – Q4 – Turma B



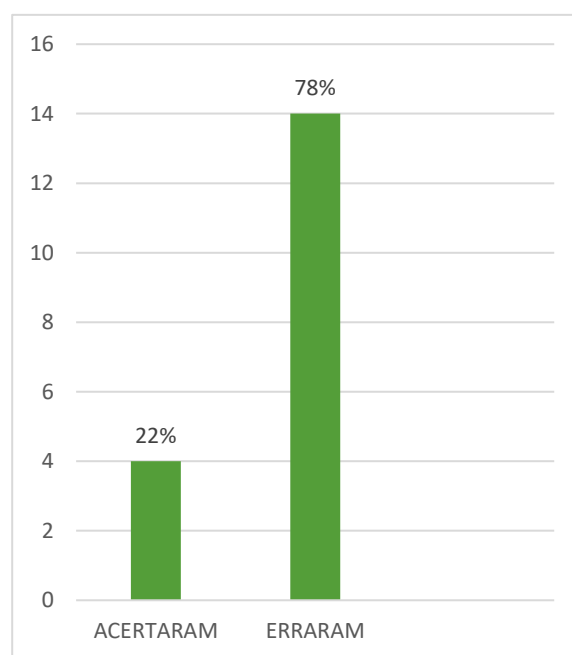
FONTE: O autor (2024).

Gráfico 9 - Questionário 1 – Q5 – Turma A



FONTE: O autor (2024).

Gráfico 10 - Questionário 1 – Q5 – Turma B



FONTE: O autor (2024).

Com base nos gráficos 7 e 8, observa-se que apenas 20% dos alunos da turma A, ou seja, 4 discentes, responderam corretamente à questão 4, enquanto 44% dos alunos da turma B, o que equivale a 8 alunos, acertaram essa mesma questão.

A questão 4 envolvia probabilidade em eventos sucessivos e independentes, e pelo obtido nos gráficos, fica evidente aqui que o desempenho dos alunos de ambas as turmas foi baixo, destacando-se negativamente o fraco desempenho dos estudantes da turma A. Os resultados sugerem que a abordagem conteudista da aula não contribuiu significativamente para que os alunos retivessem os conhecimentos para resolver esse tipo de questão.

Analisando os gráficos 9 e 10, observa-se que apenas 25% dos alunos da turma A, ou seja, 5 discentes, responderam corretamente à questão 5, enquanto que na turma B o percentual de acerto não ultrapassou os 22% (4 alunos) para a mesma questão. Este item abordava a probabilidade em eventos sucessivos dependentes, sendo-o selecionado para avaliar o discernimento dos alunos na diferenciação com os eventos sucessivos independentes.

Da mesma forma que nas questões 7 e 8, os alunos de ambas as turmas apresentaram um alto índice de erro, com uma média de 79% nas questões 9 e 10. Isso sugere que a abordagem conteudista da aula não teve um efeito positivo no aprendizado dos alunos nos conteúdos por elas abordada.

No geral, ao analisar os dados dos gráficos de todas as questões do questionário 1, constatou-se que as aulas ministradas de maneira expositiva proporcionaram aos alunos um

nível de conhecimento mediano, tendo em vista que na média os alunos da turma A obtiveram um percentual de acerto de 50,2%, enquanto os alunos da turma B alcançaram 52,2%. Dessa forma a média geral de acertos das duas turmas foi de 51,2%.

Cabe ressaltar aqui que essas porcentagens não traduzem o resultado quando a análise é realizada por conteúdo, pois, nas questões que poderiam ser resolvidas por arranjo simples e combinação simples a média de acerto nas turmas A e B foram de aproximadamente 79% e 63,25% respectivamente.

A média de acerto nas questões que envolviam o conteúdo de probabilidade foi notavelmente baixa. Apenas 32% dos alunos conseguiram acertar as questões sobre probabilidade em eventos sucessivos e independentes, e apenas 23,5% acertaram as questões sobre probabilidade em eventos sucessivos e dependentes. Esses resultados ficaram bastante abaixo das médias observadas nos demais conteúdos.

Esses resultados sugerem que a abordagem conteudista de ensino não teve um impacto significativo no ensino de probabilidade em eventos sucessivos. No entanto, funcionou consideravelmente bem para a compreensão da combinação simples, já que, em média, mais de 60% dos alunos conseguiram responder corretamente às questões relacionadas a esse conteúdo.

4.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO 2

Nesta seção serão apresentadas as considerações sobre as informações derivadas do estudo das soluções elaboradas pelos alunos das turmas A e B no questionário 2, conforme detalhado no apêndice F (pág. 79). O referido questionário foi estruturado com base no questionário 1, o que significa que as questões dos dois questionários seguem a mesma ordem de resolução por conteúdo, com exceção da última questão, que enquanto no questionário 1 a tratava de probabilidade em eventos sucessivos, no questionário 2 abordava um problema que poderia ser resolvido por distribuição binomial.

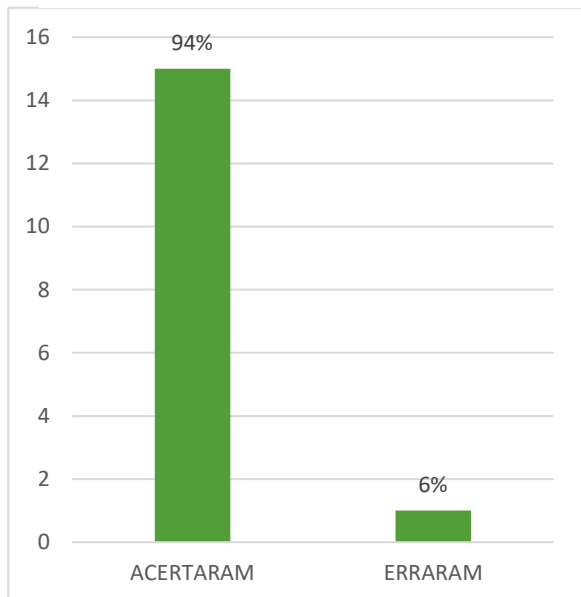
O objetivo da questão 1 no questionário 2, era avaliar se os alunos haviam compreendido os conceitos de combinação simples após a aula em que foi utilizado a abordagem *sensemaking* aplicada na distribuição binomial. Para essa avaliação, foi verificado dentre outros possíveis erros, se foi usado combinação em vez de arranjo simples.

Ressalta-se que houve uma diminuição no número de participantes que realizaram o segundo questionário. Na turma A, 16 alunos fizeram o segundo teste, o que representa 4 a

menos em comparação com o primeiro. Já na turma B, houve uma redução de 3 alunos que responderam ao segundo questionário, totalizando 15 discentes presentes.

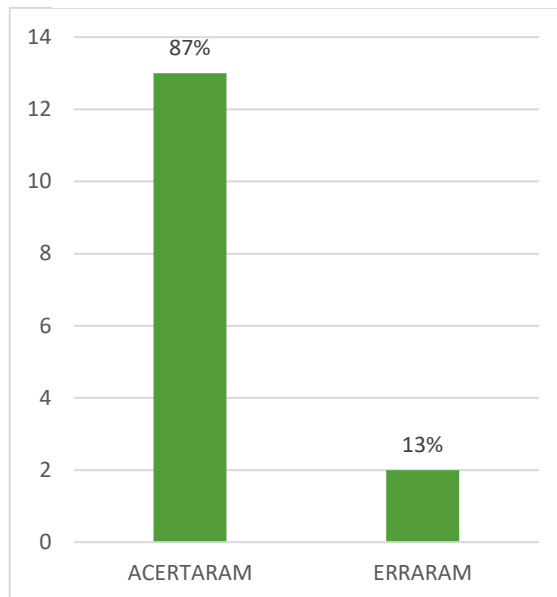
Os gráficos abaixo traduzem os desempenhos dos discentes das turmas A e B na questão 1 (Q1) do questionário 2.

Gráfico 11- Questionário 2 – Q1 – Turma A



FONTE: O autor (2024).

Gráfico 12 - Questionário 2 – Q1 – Turma B



FONTE: O autor (2024).

Ao analisar os gráficos 11 e 12, destaca-se que 94% dos alunos da turma A, o que equivale a 15 discentes, acertaram a questão 1 do questionário 2, enquanto que na turma B, 87%, ou seja, 13 alunos, obtiveram o mesmo resultado nessa questão.

Esses resultados indicam que, devido ao alto índice de acertos, os alunos continuaram a lembrar do conteúdo de Arranjo Simples e melhoraram os conhecimentos em combinação simples, alcançando uma maior taxa de acertos em comparação com o primeiro questionário.

Ao comparar o percentual de acertos da questão 1 do questionário 1 nas turmas A e B, excluindo os alunos ausentes no segundo questionário, observa-se um aumento no percentual de acertos no segundo questionário.

Na turma A, o percentual de acerto na Q1 do questionário 1 permaneceu constante em 75% após a exclusão dos alunos que não realizaram o segundo questionário, valor menor que os 94% de êxito no questionário 2. Já na turma B, para a mesma Q1 do questionário 1, o percentual de acerto aumentou de 72% para 73,3% após a exclusão dos alunos que não participaram do segundo questionário, em contraste com os 87% de acerto no segundo questionário, indicando um aumento no desempenho das turmas após a aula com aplicação do *sensemaking*.

As tabelas 3 e 4 a seguir condensam os resultados apresentados acima.

Tabela 3 - Desempenho dos discentes na q1 do questionário 1

DISCENTES	DESEMPENHO NA Q1 DO QUESTIONÁRIO 1
Da turma A que fizeram o questionário 1	75%
Da turma A que fizeram o questionário 1, mas descontando os alunos ausentes no segundo	75%
Da turma B que fizeram o questionário 1	72%
Da turma B que fizeram o questionário 1, mas descontando os alunos ausentes no segundo	73,3%

FONTE: O autor (2024).

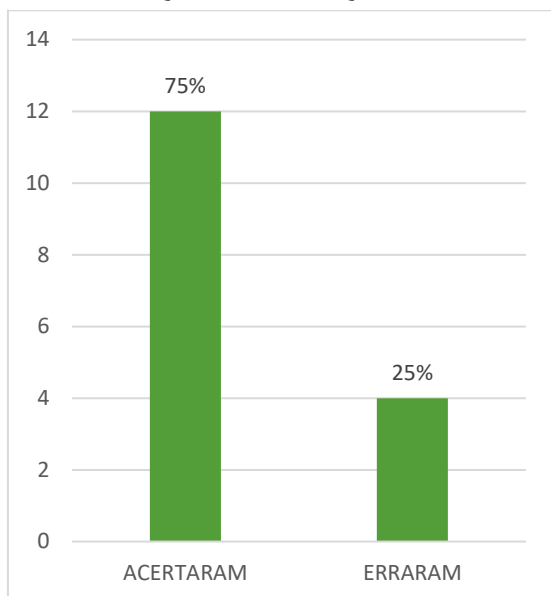
Tabela 4 - Desempenho dos discentes na q1 do questionário 2

DISCENTES	DESEMPENHO NA Q1 DO QUESTIONÁRIO 2
Da turma A	94%
Da turma B	87%

FONTE: O autor (2024).

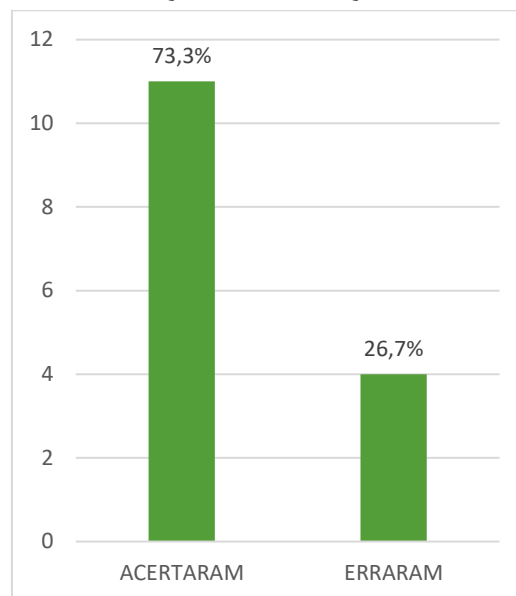
Os gráficos 13 e 14, a seguir, exibem os percentuais de acerto da questão 1 do questionário 1 nas turmas A e B, respectivamente, desconsiderando aqueles alunos que não realizaram o segundo teste.

Gráfico 13 - Questionário 1 – Q1 – Turma A



FONTE: O autor (2024).

Gráfico 14 - Questionário 1 – Q1 – Turma B



FONTE: O autor (2024).

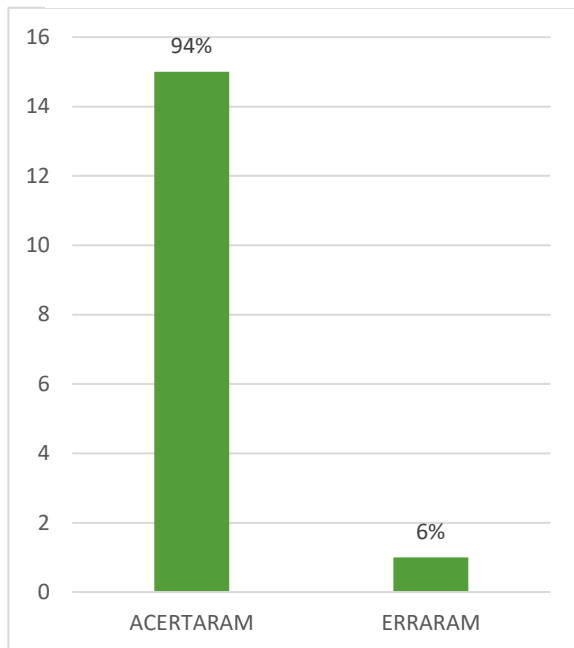
No geral, considerando todos os alunos que participaram da pesquisa, houve um aumento no desempenho dos discentes na Q1, passando de 74% no primeiro questionário para 90% no segundo. Se considerado apenas os alunos que participaram de ambos os questionários (31 alunos), obtém-se praticamente o mesmo comparativo, mas com uma pequena diferença no percentual do questionário 1 (74,19%), corroborando com as conclusões acima.

Analisando este resultado por outra perspectiva, observa-se que, dos 38 alunos que participaram da pesquisa, 30, ou seja, aproximadamente 79% acertaram a questão 1. É importante ressaltar que todos os alunos responderam, ou pelo menos tentaram responder essa questão, ou seja, não teve aluno algum que deixou a questão em branco, o que evidencia o engajamento dos discentes em aprender os conteúdos ministrados.

Neste momento será analisado a segunda e a terceira questão do questionário 2, que de acordo com os assuntos abordados após a aula ministrada seguindo a abordagem *sensemaking*, poderiam ser solucionadas através da noção e dos fundamentos da combinação simples. O desígnio dessas questões era saber se o *sensemaking* foi eficaz em tornar os alunos mais familiarizados com o conteúdo de combinação simples, melhorando, assim, a compreensão sobre esse tema.

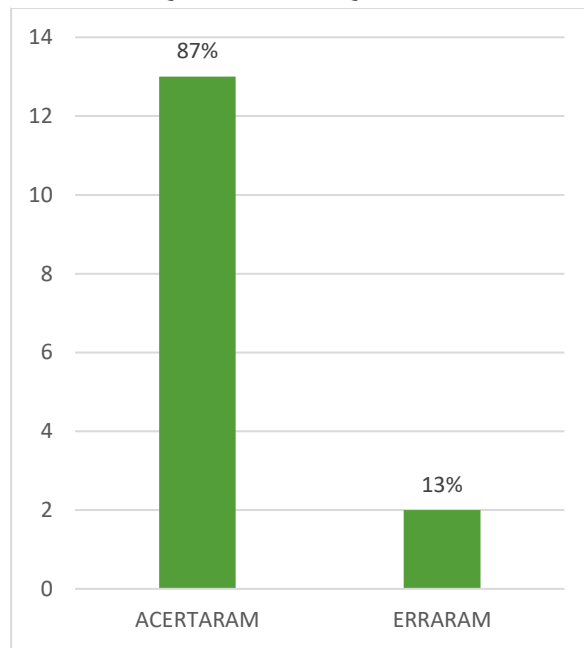
Os gráficos 15, 16, 17 e 18 abaixo apresentam o desempenho dos alunos das turmas A e B nas questões 2 (Q2) e 3 (Q3) do questionário 2.

Gráfico 15 - Questionário 2 – Q2 – Turma A



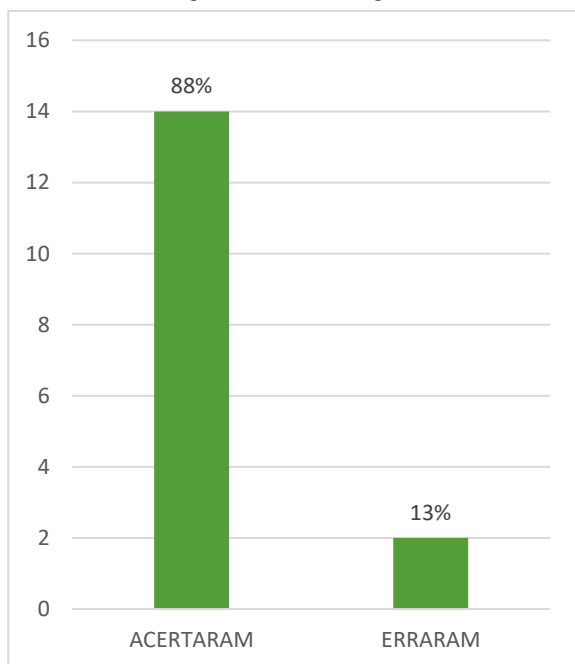
FONTE: O autor (2024).

Gráfico 16 - Questionário 2 – Q2 – Turma B



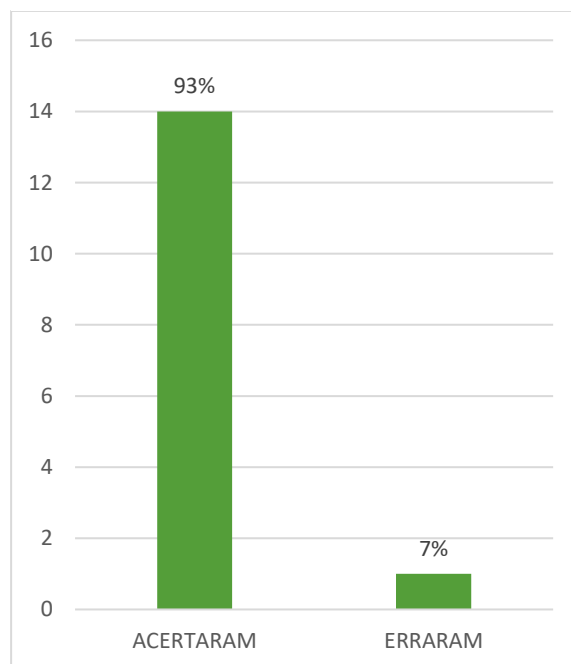
FONTE: O autor (2024).

Gráfico 17 - Questionário 2 – Q3 – Turma A



FONTE: O autor (2024).

Gráfico 1832 - Questionário 2 – Q3 – Turma B



FONTE: O autor (2024).

Ao analisar os gráficos 15 e 16, constata-se que 94% dos alunos da turma A, o que equivale a 15 discentes, acertaram a questão 2, enquanto na turma B, 87%, ou seja, 13 alunos, obtiveram o mesmo resultado nessa questão. Por outro lado, nos gráficos 17 e 18, nota-se que

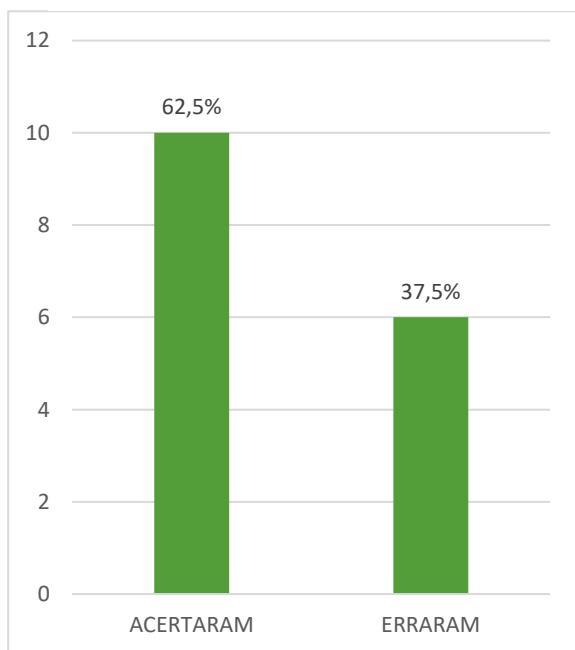
88% dos alunos da turma A, ou seja, 14 discentes, acertaram a questão 3, enquanto na turma B, o aproveitamento foi de 93%, o que corresponde a 14 alunos também acertando.

Esses altos percentuais indicam um excelente desempenho dos alunos nas questões relacionadas à combinação simples, sugerindo uma boa eficácia das aulas com a abordagem *sensemaking*.

Diferentemente do primeiro questionário, verifica-se que, enquanto a turma A teve um melhor aproveitamento na questão 2 (94%), a turma B apresentou um rendimento superior na Q3 (93%). No entanto, assim como no questionário 1, os resultados sugerem que os alunos de ambas as turmas demonstraram desempenhos semelhantes, além de um melhor entendimento do conteúdo.

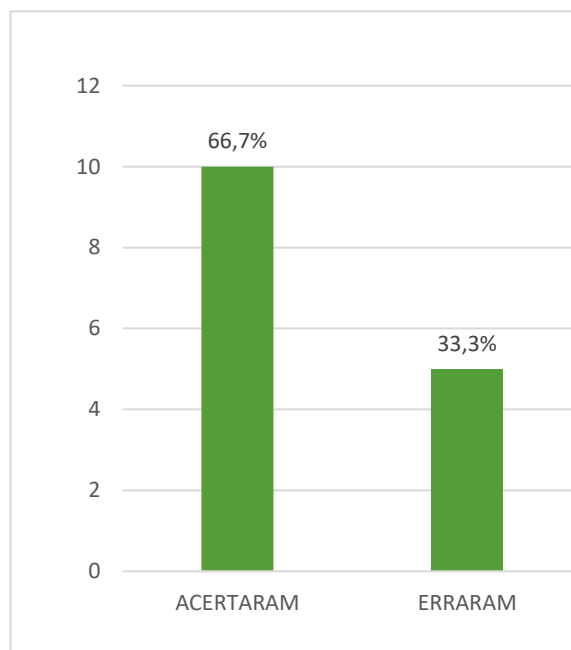
Levando em consideração apenas os alunos que participaram de ambos os questionários 1 e 2, os resultados para a Q2 e a questão 3 do questionário 1 nas turmas A e B são expostos nos gráficos 19, 20, 21 e 22 a seguir:

Gráfico 19 - Questionário 1 – Q2 – Turma A



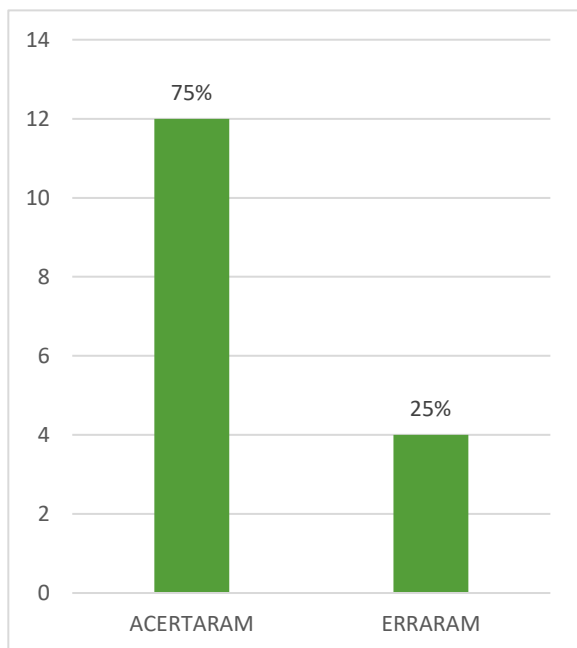
FONTE: O autor (2024).

Gráfico 20 - Questionário 1 – Q2 – Turma B



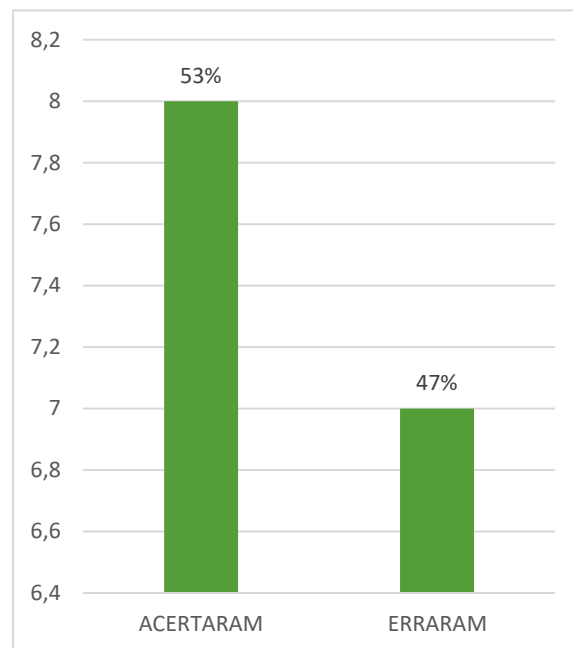
FONTE: O autor (2024).

Gráfico 21 - Questionário 1 – Q3 – Turma A



FONTE: O autor (2024).

Gráfico 22 - Questionário 1 – Q3 – Turma B



FONTE: O autor (2024).

Ao analisar os resultados do questionário 1, desconsiderando os alunos ausentes no segundo questionário, conforme os gráficos acima, percebe-se que na questão 2, a turma A aumentaria seu percentual de acerto de 55% para 62,5%, ainda abaixo dos 94% de acerto no questionário 2. Já na turma B, o percentual permanece praticamente o mesmo, mudando de 67% para 66,7%, mas ainda abaixo dos 87% de acerto no questionário 2.

Explorando os gráficos 21 e 22 na mesma perspectiva do parágrafo anterior, observa-se que o aproveitamento da turma A na questão 3 passou de 65% para 75% quando considerados apenas os alunos que participaram dos dois questionários, enquanto na turma B, essa contagem mudou de 56% para 53%. Esses rendimentos ainda são inferiores aos alcançados tanto pela turma A (88%) quanto pela turma B (93%) no segundo questionário.

As tabelas 5 e 6 a seguir condensam os resultados apresentados nos dois últimos parágrafos acima.

Tabela 5 - Desempenho dos discentes na Q2 e Q3 do questionário 1

DISCENTES	DESEMPENHO NA Q2 DO QUESTIONÁRIO 1	DESEMPENHO NA Q3 DO QUESTIONÁRIO 1
Da turma A que fizeram o questionário 1	55%	65%
Da turma A que fizeram o questionário 1, mas descontando os alunos ausentes no segundo	62,5%	75%
Da turma B que fizeram o questionário 1	67%	56%
Da turma B que fizeram o questionário 1, mas descontando os alunos ausentes no segundo	66,7%	53%

FONTE: O autor (2024).

Tabela 6 - Desempenho dos discentes na Q2 e Q3 do questionário 2

DISCENTES	DESEMPENHO NA Q2 DO QUESTIONÁRIO 2	DESEMPENHO NA Q3 DO QUESTIONÁRIO 2
Da turma A	94%	88%
Da turma B	87%	93%

FONTE: O autor (2024).

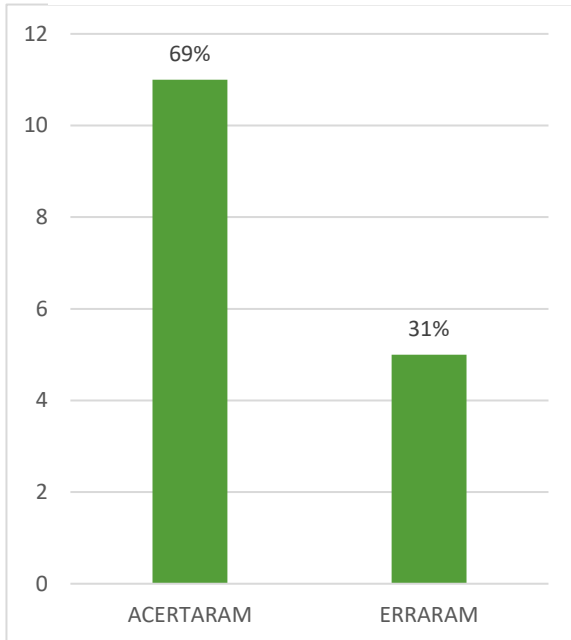
Considerando o total de alunos que participaram do estudo, houve um aumento no aproveitamento nas duas turmas tanto na Q2 quanto na Q3, passando de 61% para 90,32%. No entanto, ao considerar apenas os alunos que estavam presentes nos dois questionários (31 alunos), obtém-se um rendimento de 64,51% para as turmas, ainda inferior aos 90,32% do rendimento geral.

As informações extraídas a partir dos gráficos 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 e 22, bem como o exposto nas tabelas 3 e 4, reforçam que houve um aumento no desempenho dos alunos em relação ao conteúdo de combinação simples após as aulas com a abordagem via *sensemaking*.

Agora, serão analisadas as informações extraídas dos gráficos 23, 24, 25 e 26, que mostram o desempenho dos alunos das turmas A e B nas Questões 4 (Q4) e 5 (Q5) do questionário 2. Essas questões abordam probabilidades em eventos sucessivos e distribuição

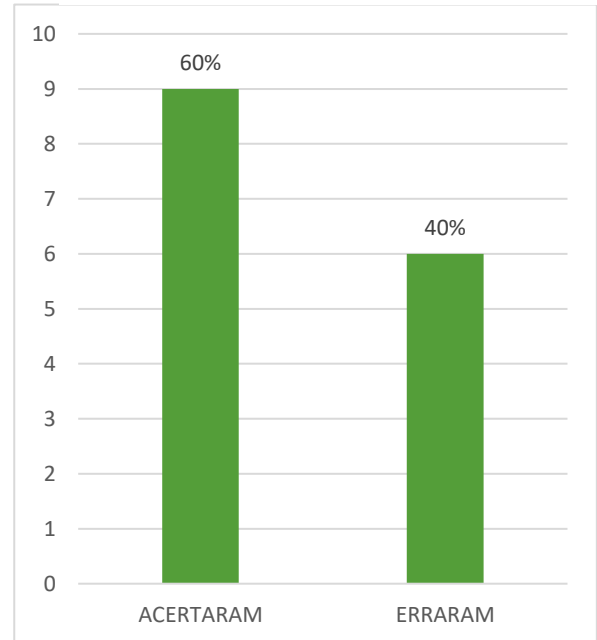
binomial, e o intuito delas era verificar se os alunos tinham compreendido probabilidade e combinação simples através da aplicação prática via abordagem *sensemaking*.

Gráfico 23 - Questionário 2 – Q4 – Turma A



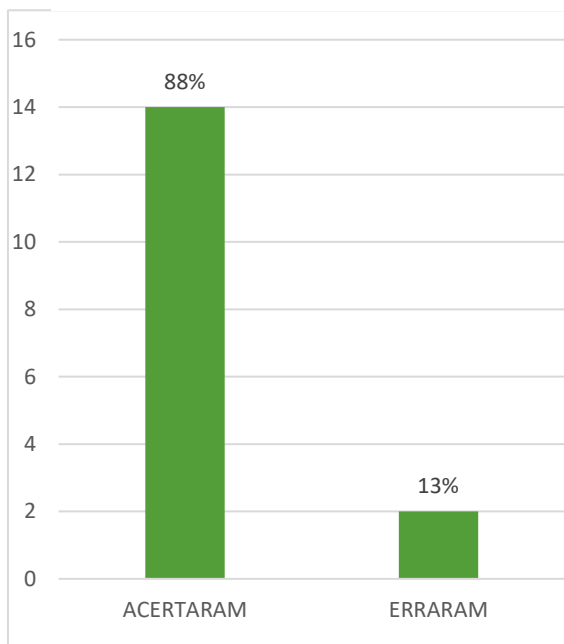
FONTE: O autor (2024).

Gráfico 2443 - Questionário 2 – Q4 – Turma B



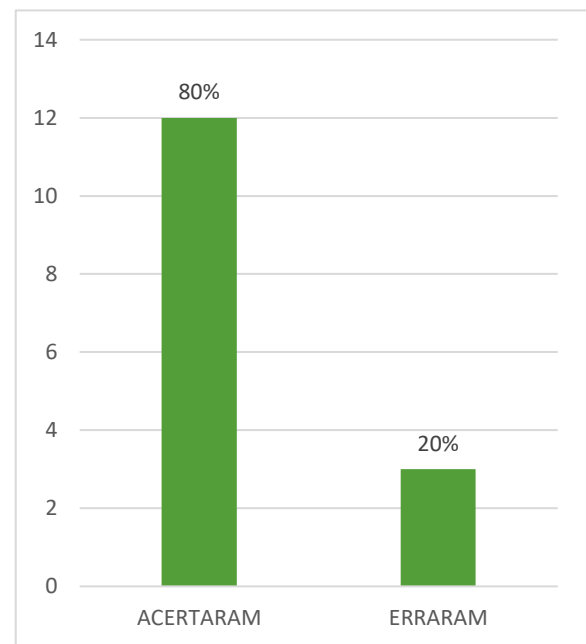
FONTE: O autor (2024).

Gráfico 25 - Questionário 2 – Q5 – Turma A



FONTE: O autor (2024).

Gráfico 26 - Questionário 2 – Q5 – Turma B



FONTE: O autor (2024).

Ao verificar os gráficos 23 e 24, percebe-se que na questão 4, relacionada à probabilidade em eventos sucessivos e independentes, 69% dos alunos da turma A, ou seja, 11 discentes, acertaram, enquanto na turma B, esse percentual foi de 60%, representando 9 alunos que lograram êxito na mesma questão.

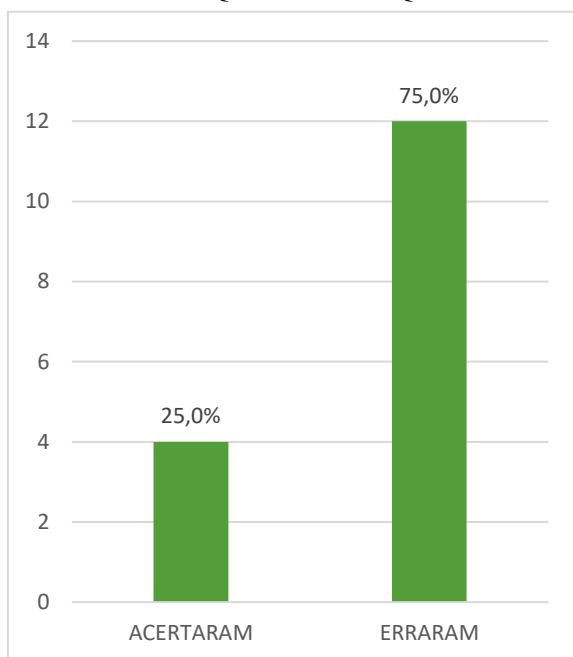
Já nos gráficos 25 e 26, constata-se que 88% dos alunos da turma A, ou seja, 14 discentes, acertaram a questão 5, que era relacionada a distribuição binomial, enquanto na turma B, o aproveitamento foi de 80%, com 14 alunos também acertando.

Esses resultados apontam que os alunos obtiveram desempenhos significativos nas questões que abordavam a distribuição binomial e probabilidade em eventos sucessivos e independentes, sugerindo que as aulas com a abordagem *sensemaking* proporcionaram uma melhora no aprendizado.

Comparando a questão 4 do primeiro com a do segundo questionário, relacionadas à probabilidade em eventos sucessivos e independentes, nota-se um desenvolvimento no aprendizado desse conteúdo em ambas as turmas. Enquanto no primeiro questionário o aproveitamento médio foi de 32%, no segundo questionário o percentual médio foi de 64,5%, o que mostra a evolução na atuação dos alunos após as aulas via abordagem *sensemaking*.

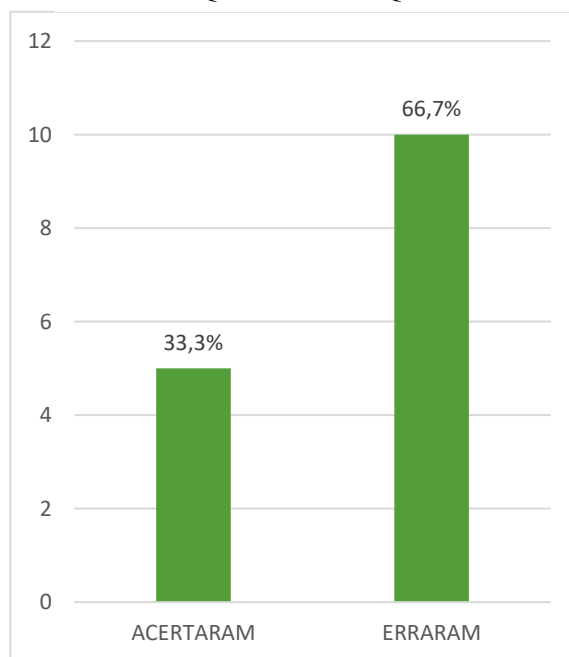
Os gráficos 27 e 28, exibidos abaixo, trazem informações sobre a performance dos alunos na quarta questão (Q4) do questionário 1, considerando aqueles que realizaram ambos os questionários 1 e 2.

Gráfico 27 - Questionário 1 – Q4 – Turma A



FONTE: O autor (2024).

Gráfico 28 - Questionário 1 – Q4 – Turma B



FONTE: O autor (2024).

Na turma A, o percentual de acertos da questão 4 do questionário 1 foi de 20% (gráfico 7), isto é, 5% menor que o percentual de acertos quando considerados apenas os alunos que fizeram aos dois questionários (gráfico 27). Na turma B, houve uma redução nos percentuais, passando de 44% (gráfico 8) para 33,3% quando comparados os alunos que realizaram a questão 4 no questionário 1 e os alunos da mesma turma descontado os ausentes no questionário 2 (gráfico 28).

Levando em consideração o desempenho dos alunos na questão 4 do questionário 1 em ambas as situações (quando considerado todos os alunos que resolveram o questionário 1 e quando considerado somente aqueles que também fizeram o questionário 1, mas desconsiderando os que não fizeram o segundo), verifica-se, pelo questionário 2, que houve uma melhora na performance dos discentes após a segunda aula.

Os resultados para a Q4 nos questionários 1 e 2 estão sintetizados nas tabelas 7 e 8 abaixo:

Tabela 7 - Desempenho na Q4 do questionário 1

DISCENTES	DESEMPENHO NA Q4 DO QUESTIONÁRIO 1
Da turma A que fizeram o questionário 1	20%
Da turma A que fizeram o questionário 1, mas descontando os alunos ausentes no segundo	25%
Da turma B que fizeram o questionário 1	44%
Da turma B que fizeram o questionário 1, mas descontando os alunos ausentes no segundo	33,3%

FONTE: O autor (2024).

Tabela 8 - Desempenho na Q4 do questionário 2

DISCENTES	DESEMPENHO NA Q4 DO QUESTIONÁRIO 2
Da turma A	69%
Da turma B	60%

FONTE: O autor (2024).

Ao analisar os resultados expostos na seção 4.2, verifica-se que as aulas conduzidas por meio da abordagem *sensemaking* resultaram em uma compreensão mais eficaz dos conteúdos, em comparação com as aulas tradicionais. Essa melhoria é evidente tanto entre os alunos que responderam a ambos os dois primeiros questionários quanto entre todos aqueles que participaram do primeiro.

Após analisar a média geral dos percentuais de acertos nas questões do questionário 2, verifica-se que os alunos da turma A obtiveram um percentual médio de acertos de 86,6%, enquanto os da turma B alcançaram uma média geral de 81,4%, resultando em uma média geral de acertos de 84% nas questões.

Se considerado os alunos que realizaram ambos os questionários 1 e 2, a média percentual geral de acertos da turma A no questionário 1 foi de 53,7%, enquanto para a turma B foi de 49,26%, resultando em uma média percentual geral de 51,48% de acertos. Esses percentuais são semelhantes aos obtidos por todos os alunos que realizaram o questionário 1 (como visto no penúltimo parágrafo do tópico 4.1).

Percebe-se então que, tanto levando em consideração o desempenho dos alunos no questionário 1 apenas daqueles que fizeram aos questionários 1 e 2 (51,2%), quanto contando com todos que fizeram questionário 1 (51,48%), o resultado atingido pelos discentes no questionário 2 foi bem superior (84%) o que faz transparecer o êxito da abordagem *sensemaking* no aumento do desempenho e conseqüentemente aprendizado dos discentes.

Após análise do desempenho dos alunos no questionário 2, foi verificado que o percentual médio de acertos foi de 90,5% para as questões (Q1, Q2, Q3) que envolviam arranjo simples e combinação simples, de 64,5% para a questão (Q4) relacionada à probabilidade em eventos sucessivos e independentes, e de 84% para a questão (Q5) que exigia conhecimentos sobre distribuição binomial.

Fazendo um paralelo dos resultados acima, com os obtidos pelos alunos no questionário 1, onde os percentuais médios foram de 79% para arranjo simples, 63,25% para combinação simples e apenas 32% para probabilidade em eventos sucessivos e independentes, fica evidente que o desempenho no questionário 2 é superior.

Mesmo se considerado os percentuais médios por questão no questionário 1 dos alunos que participaram de ambos os questionários 1 e 2 (74,15% para arranjo simples, 64,3% para combinação simples e 29,15% para probabilidade em eventos sucessivos e independentes), percebe-se que o desempenho geral continua sendo superior no questionário 2.

Ao examinar os percentuais de desempenho apresentados nos parágrafos anteriores, é evidente o progresso dos alunos nas questões relacionadas à combinação simples. No questionário 1, os índices de acertos foram de 63,25% e 64,3%, abrangendo tanto os alunos que responderam exclusivamente ao questionário 1 quanto aqueles que participaram de ambos os questionários 1 e 2, respectivamente. No entanto, no questionário 2, houve um notável aumento para 90,5%.

Além disso, é perceptível a evolução dos discentes nas questões que tratavam de probabilidade em eventos sucessivos e independentes. No questionário 1, os percentuais médios de acerto foram de 32% e 29,15%, considerando tanto os alunos que responderam apenas ao questionário 1 quanto aqueles que participaram de ambos os questionários. Contudo, no questionário 2, esse percentual aumentou significativamente para 64,5%.

Os resultados apresentados indicam uma melhora substancial no aprendizado dos alunos após as aulas práticas via abordagem *sensemaking* em comparação com as aulas ministradas de forma conteudista.

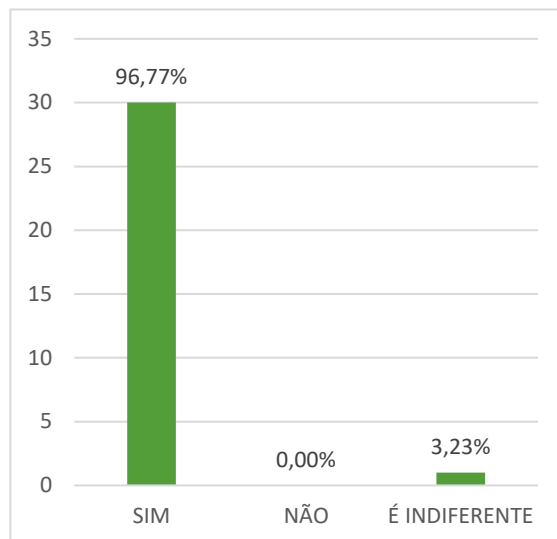
4.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO 3

Neste item serão explorados os resultados obtidos por meio da avaliação dos dados extraídos do questionário 3, disponível no apêndice G (pag. 80), respondido pelos alunos das turmas A e B que participaram de ambos os questionários 1 e 2.

O questionário 3, composto por perguntas fechadas, foi elaborado para investigar a satisfação, motivação e o aumento da capacidade dos alunos em resolver questões após as aulas utilizando a abordagem do *sensemaking*. A primeira pergunta do questionário buscava avaliar a percepção dos alunos em relação à atividade prática realizada para ensinar combinação

simples e probabilidades de eventos sucessivos e independentes por meio da distribuição binomial, indagando se eles haviam gostado da experiência.

Gráfico 29 - Questionário 3 – Q1

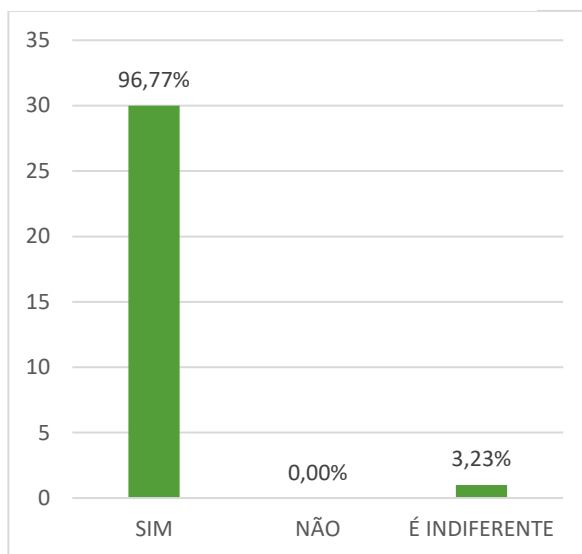


FONTE: O autor (2024).

De acordo com o gráfico 29, observa-se que 96,77%, ou seja, 30 discentes afirmaram ter gostado da atividade prática de ensino de combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes através da distribuição binomial, enquanto nenhum aluno expressou desagrado. Apenas 3% indicaram que a forma como a aula foi ministrada era indiferente.

A segunda pergunta do questionário investigava a preferência dos alunos em relação à abordagem das aulas, se pelo *sensemaking* ou pelo método conteudista. Conforme o gráfico 30, os resultados foram consistentes com os apresentados no gráfico 29, indicando uma clara preferência pela abordagem do *sensemaking*.

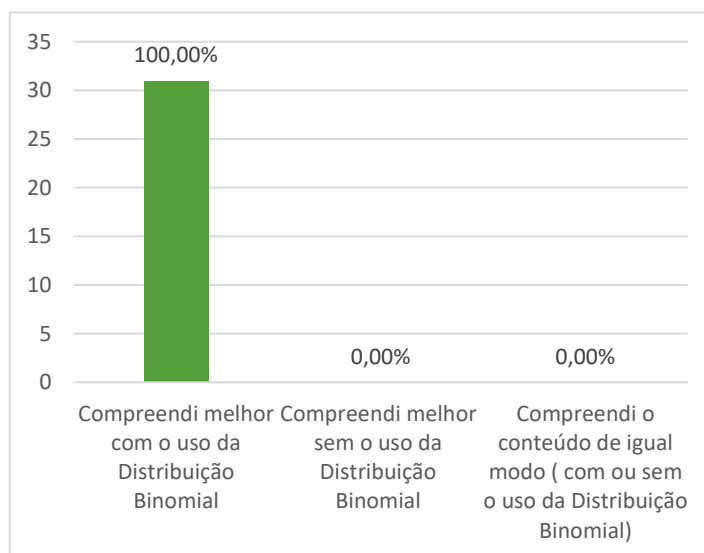
Gráfico 30 - Questionário 3 – Q2



FONTE: O autor (2024).

A terceira pergunta indagava aos discentes sobre a compreensão dos conteúdos: combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes ministrada através da distribuição binomial.

Gráfico 3160 - Questionário 3 – Q3



FONTE: O autor (2024).

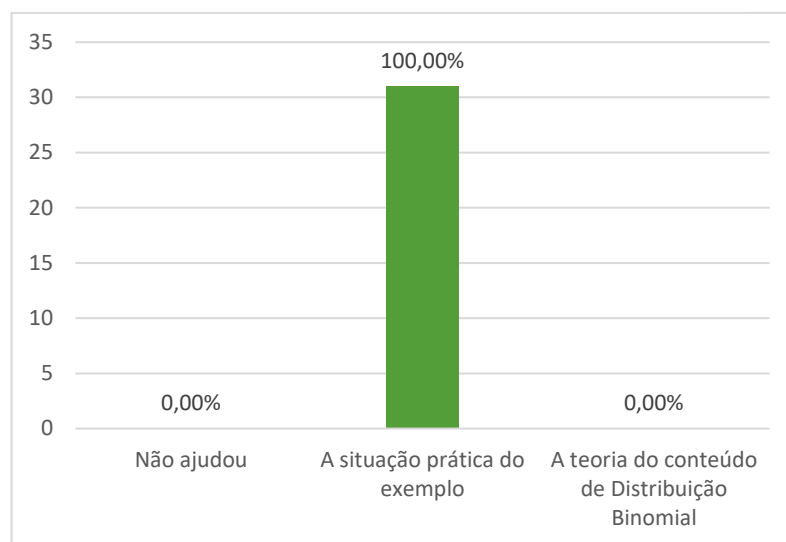
Segundo o gráfico 31, 100% dos alunos afirmaram ter compreendido melhor os temas através do uso da distribuição binomial, ou seja, pela abordagem do *sensemaking*.

Aqui, percebe-se que empregar um conteúdo mais abrangente, que se origina de outros conceitos, utilizando o *sensemaking* como método de ensino, revela-se eficaz. Tomando a

distribuição binomial como exemplo, que incorpora tanto combinação simples quanto probabilidade em sua formulação e foi empregada para ensinar nesses conceitos subjacentes, evidencia-se que essa abordagem proporciona aos alunos uma compreensão mais sólida e significativa do assunto estudado.

Na quarta pergunta, os alunos foram questionados sobre o motivo que mais os ajudaram a melhor compreender combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes através da distribuição binomial. O gráfico 32 logo abaixo expõe o sentimento dos alunos para essa questão.

Gráfico 32 - Questionário 3 – Q4

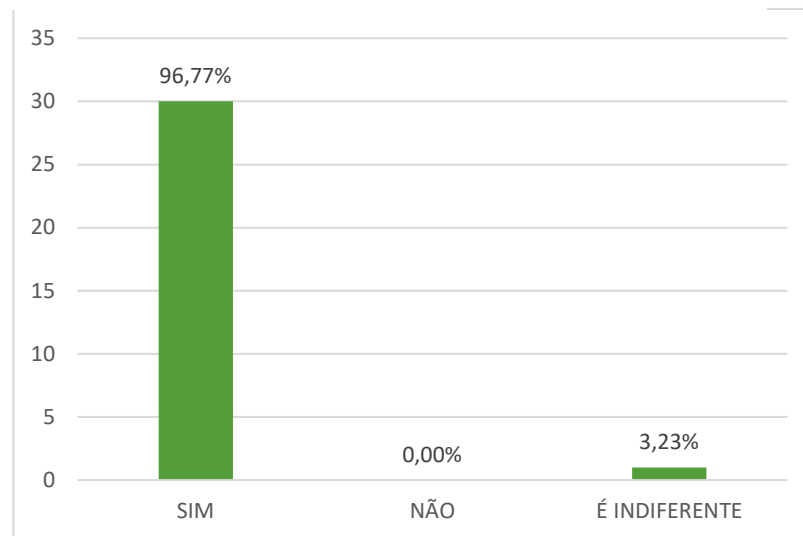


FONTE: O autor (2024).

Pelo gráfico nota-se que todos os alunos apontaram a situação prática do exemplo, ou seja, a aula ministrada via *sensemaking*, como o principal motivador para a compreensão dos conteúdos estudados.

Na Q5, os alunos foram interpelados sobre o estímulo para resolver o segundo questionário após a aula utilizando o *sensemaking*. Observando o gráfico 33, verifica-se que quase todos os alunos (96,77%) se sentiram mais estimulados após a aula prática, enquanto apenas 1 aluno expressou indiferença em relação à forma de ensino.

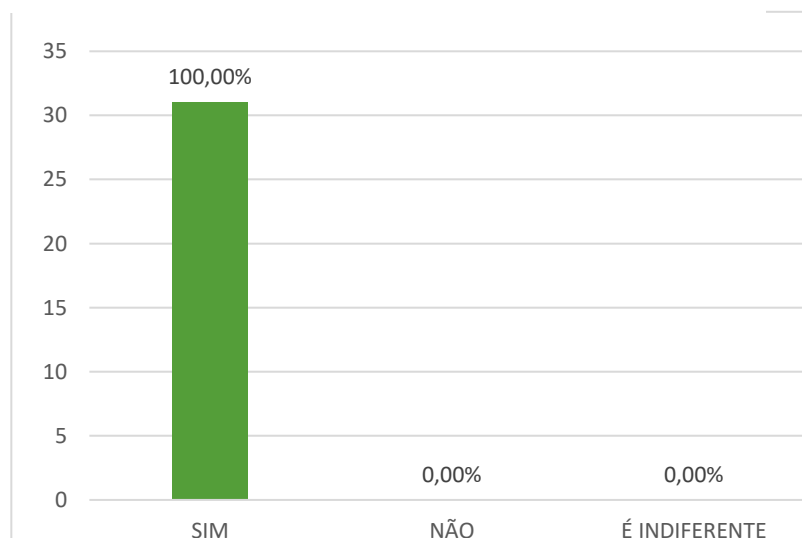
Gráfico 33 - Questionário 3 – Q5



FONTE: O autor (2024).

Para avaliar a evolução da sensação de expertise dos alunos após a aula prática ministrada através do *sensemaking*, foi analisado o gráfico 34 abaixo, que aborda a questão 6. Nela, os alunos foram questionados se sentiram mais criativos para resolver o segundo questionário após a aula utilizando a abordagem *sensemaking* através da distribuição binomial.

Gráfico 3467 - Questionário 3 – Q6



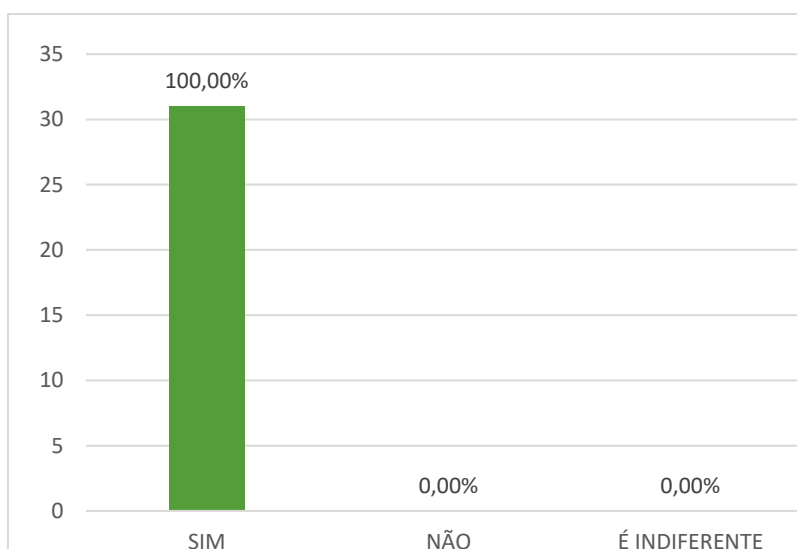
FONTE: O autor (2024).

A partir do gráfico acima, fica evidente que todos os alunos se sentiram mais criativos para resolver o segundo questionário.

Pelo gráfico acima, vê-se que todos os alunos se sentiram mais criativos para resolver o segundo questionário, após a aula via abordagem *sensemaking* através da distribuição binomial. Esse resultado é relevante, pois quando um aluno se percebe mais criativo, há uma maior probabilidade dele se sentir mais confiante, além de despertar um maior interesse e motivação pelos estudos.

O gráfico 35 apresentado logo adiante possui os dados relativos às respostas dos estudantes à questão 7, que interrogava se os discentes tinham conseguido memorizar melhor o conhecimento de combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes, através da aula ministrada utilizando a abordagem *sensemaking*.

Gráfico 35 - Questionário 3 – Q7

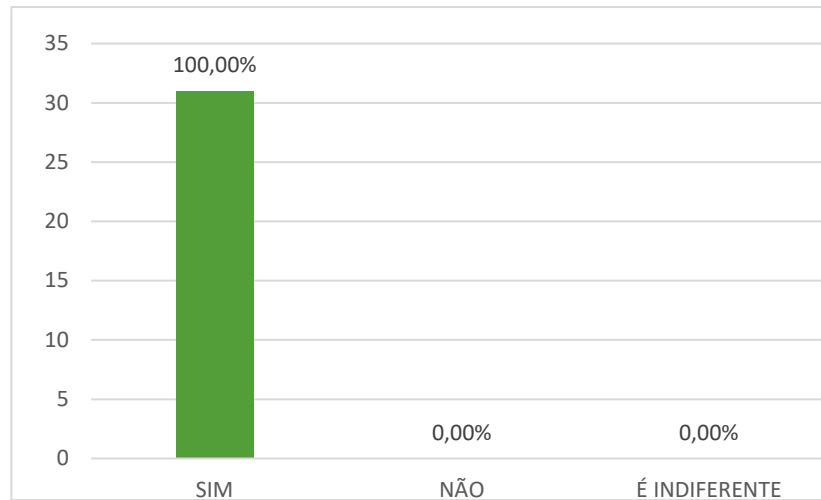


FONTE: O autor (2024).

Com base no gráfico, tem-se por unanimidade dos pesquisados, que houve uma melhor retenção do conhecimento sobre os conteúdos abordados por meio da aula ministrada com a abordagem *sensemaking*. Esse resultado indica a importância dessa metodologia no processo de ensino-aprendizagem para a fixação dos conteúdos.

A oitava questão explorava a opinião dos alunos sobre a aula de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes era mais atrativa quando apresentada por meio do *sensemaking* em comparação com a abordagem conteudista. O gráfico 36, apresentado a seguir, revela a perspectiva dos alunos sobre esse aspecto.

Gráfico 36 - Questionário 3 – Q8



FONTE: O autor (2024).

Observa-se pelo gráfico que todos os alunos afirmaram que a abordagem *sensemaking* tornava a aula sobre combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes mais envolvente do que a abordagem expositiva. Este resultado foi claramente perceptível pela participação ativa, interação, empolgação e dedicação dos discentes durante as aulas, demonstrando interesse em compreender como cada situação prática se conectava com a teoria dos conteúdos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final da pesquisa, após observar os comportamentos dos alunos durante o desenvolvimento das aulas e analisar os resultados dos três questionários aplicados, tornou-se evidente que a utilização da abordagem *sensemaking*, através da distribuição binomial, contribuiu significativamente para o aprendizado de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes.

Essa abordagem se destaca por proporcionar práticas que conferem sentido ao conteúdo estudado, resultando em uma expansão da capacidade de memorização, concentração e interpretação mais precisa de problemas matemáticos por parte dos discentes.

Com base no tema escolhido e no parágrafo precedente, verificou-se ao final da pesquisa que o objetivo geral foi contemplado, pois conseguiu-se identificar potenciais que uma aula ministrada para o ensino de combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes realizada de forma prática, através de uma situação-problema em que o discente está intrínseco e é parte direta do contexto (abordagem *sensemaking*).

Em consonância com o tema escolhido e com o parágrafo precedente, ao final da pesquisa constatou-se que o objetivo geral foi alcançado, pois foi possível identificar o potencial de uma aula ministrada utilizando a abordagem *sensemaking*, para o ensino de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes. Essa abordagem, centrada em uma situação-problema em que os alunos estão envolvidos de forma intrínseca, demonstrou-se eficaz na construção de significados e na compreensão significativa dos conteúdos.

Entre os potenciais identificados, destacam-se o desenvolvimento de habilidades para a resolução de questões, o estímulo à inteligência coletiva, a contextualização de experiências pessoais para a formulação de interpretações, a motivação para enfrentar desafios, o estímulo ao pensamento investigativo e a geração de ideias para a resolução de problemas.

Durante as aulas e a aplicação dos questionários, foram identificadas algumas dificuldades específicas enfrentadas pelos alunos no aprendizado de métodos de contagem e probabilidades consecutivas. Estas incluíam a subjetividade e o raciocínio lógico dos conceitos, a compreensão de termos e linguagens apresentados nos problemas, a falta de conhecimento em operações matemáticas básicas e a transição da memorização para a compreensão dos conceitos.

Foi possível superar essas dificuldades por meio de uma aula ministrada através da materialização dos conteúdos em forma de problemas práticos contextualizados à realidade dos

discentes. A utilização de situações-problema do mundo real, permitiu explorar os fundamentos teóricos do *sensemaking* como abordagem pedagógica para o ensino de combinação e probabilidade, utilizando a distribuição binomial.

Durante o curso das aulas, tanto ao empregar os exemplos práticos relacionados à COVID-19 quanto à tecnologia RFID, os alunos puderam constatar empiricamente que a distribuição de probabilidade binomial é obtida por meio dos conhecimentos de métodos de contagem e probabilidade em eventos consecutivos.

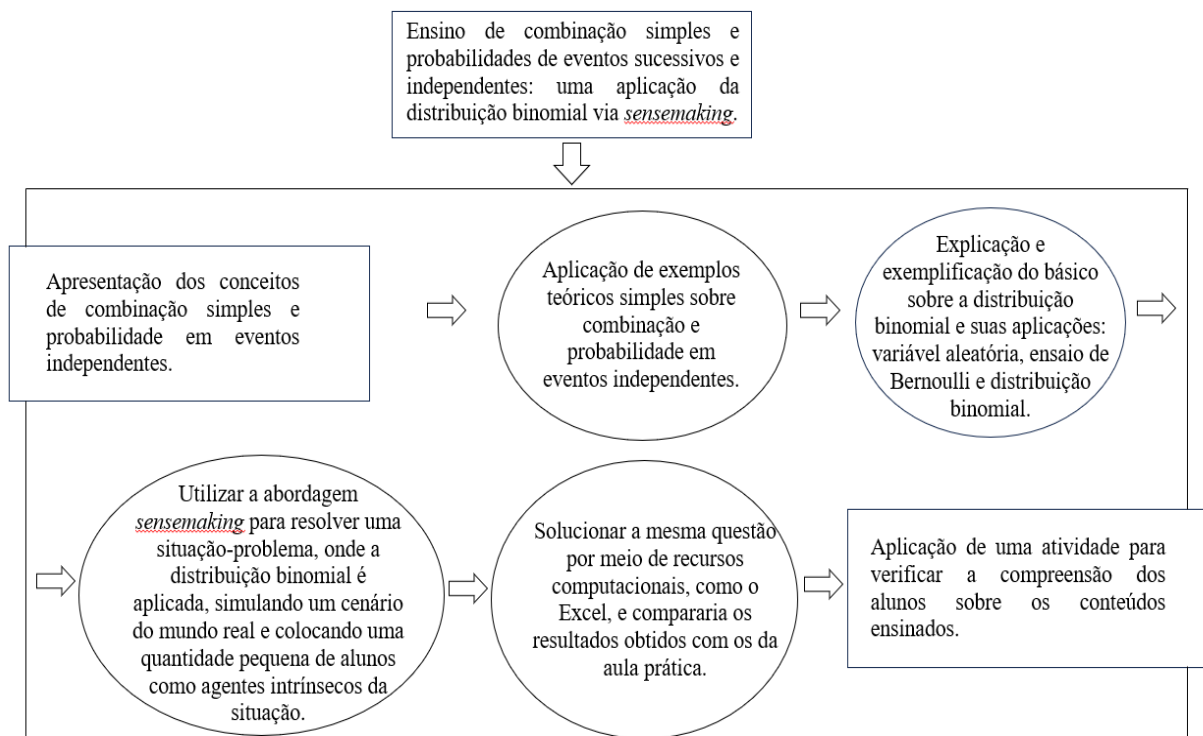
Nas aulas práticas mostrou-se de que forma se apresentavam as probabilidades de sucesso e fracasso, bem como as combinações para a seleção dos possíveis eventos. Por exemplo, no contexto da COVID-19, os alunos exploraram a probabilidade de ocupação de leitos; já na temática do RFID, investigaram as probabilidades associadas à quantidade de etiquetas e à correta leitura das mensagens em cada uma delas.

Os bons resultados obtidos nos questionários, favoráveis à abordagem prática em detrimento da conteudista, indicam que a abordagem *sensemaking* revelou-se uma estratégia interessante para a aprendizagem de combinação e probabilidade por meio da distribuição binomial. A construção de significados a partir da experiência e da reflexão proporcionada pela exploração de problemas em cenários que imitam situações reais foi a característica principal destacada pelos alunos no terceiro questionário.

Durante a aula experimental, observou-se o engajamento dos alunos na busca pelo aprendizado, esta observação foi corroborada pelos resultados do questionário aplicado após a aula prática, que indicaram uma evolução significativa em relação ao primeiro questionário. Os alunos demonstraram maior apreço, preferência e compreensão dos conteúdos, além de se sentirem mais motivados, pela aula ministrada por meio da abordagem *sensemaking*.

Com base na experiência obtida neste estudo, observou-se que uma sequência didática para o ensino de combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes, empregando a abordagem *sensemaking*, poderia ser estruturada seguindo o esquema proposto por Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004), conforme ilustrado na Figura 2 abaixo:

Figura 2 - Proposta de sequência didática para o ensino de combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes



FONTE: O autor (2024).

A abordagem de *sensemaking*, ao enfatizar a contextualização dos conteúdos por meio de situações reais relevantes e significativas para os alunos, aliada ao trabalho em equipe com discussões conceituais e resolução colaborativa de problemas, além do uso de recursos tecnológicos como o Excel, demonstrou um potencial significativo para o avanço da educação matemática. Especificamente neste estudo, essa abordagem revelou-se promissora no ensino de combinação simples e probabilidade.

A análise dos dados obtidos nas aplicações foi realizada de maneira estatística, empregando gráficos de colunas e visando uma avaliação qualitativa. Além disso, essa conduta foi alinhada às perspectivas de outros teóricos que estudam o *sensemaking*, as quais serviram como suporte para a condução das atividades.

Conforme abordado, nesta pesquisa foram administrados três questionários: o primeiro que foi realizado após uma aula expositiva, o segundo após uma aula em que se utilizou a abordagem *sensemaking* e um terceiro que teve como objetivo avaliar, segundo a perspectiva dos alunos, qual das duas metodologias foi mais eficaz. Os resultados indicaram que os alunos obtiveram uma aprendizagem mais significativa através da abordagem *sensemaking*.

Portanto, evidencia-se que a introdução da abordagem *sensemaking* no ensino de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes pode ter um

impacto relevante na compreensão desses temas pelos alunos do ensino básico. Além disso, essa metodologia pode se transformar em uma ferramenta pedagógica agradável, ao proporcionar simultaneamente descontração, interatividade e aprendizado.

Com base nesta pesquisa, também se identificou que cada aluno possui um estilo de aprendizagem único, o que sugere a necessidade de uma investigação mais abrangente sobre o processo de aprendizado de combinação simples e probabilidade. A amostra de estudantes utilizada, embora significativa, não representa totalmente a diversidade existente, uma vez que cada aluno tem necessidades e exigências próprias. Portanto, seria também viável conduzir estudos personalizados para compreender mais profundamente as necessidades específicas de cada aluno.

REFERÊNCIAS

ABDEL-KHALIK, A. R.; AJINKYA, B. B. Empirical research in accounting – a methodological viewpoint. Sarasota: AAA-American Accounting Association/Accounting Education Series, 1979. nº 4, 125 p.

ALIAGA, M.; GUNDERSON, B. Interactive Statistics. Thousand Oaks: Sage, 2002.

ALLARD-POESI, F.; MARECHAL, C. Constructing the Research Problem. In: THIETART, Raymond-Alain. Doing Management Research: A Comprehensive Guide. London: Sage Publications, 2001.

ALVES, Renato; SEGADAS, Claudia. Sobre o ensino da análise combinatória: fatores a serem considerados, lacunas a serem evitadas. Acta Scientiae, Canoas, v. 14, n. 3, p. 405-420. Canoas, 2012.

AGRESTI, Alan; FINLAY, Barbara. Métodos estatísticos para as ciências sociais. Penso Editora, 2012.

AMAKU, Marcos. Estudo de parâmetros epidemiológicos através de modelamento matemático: aspectos estacionários, espaciais e temporais. 2001. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

ARA, Amilton Braio. O ensino de Estatística e a busca do equilíbrio entre os aspectos determinísticos e aleatórios da realidade. 2006. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

Attfield S. & Blandford A. (2010) Discovery-led Refinement in e-Discovery Investigations: Sensemaking, Cognitive Ergonomics and System Design. Artificial Intelligence and Law - Special Issue on e-Discovery, 18.4, 387-412.

BATANERO, C. Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo. In: FLORES, P.; LUPIÁÑEZ, J. (Ed.). Investigación en el aula de matemática. Estadística y Azar. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales, 2006. CD ROM.

BAUMAN BERTTI, Caroline Vanessa et al. Proposta de um experimento para a compressão da meia-vida radioativa com o uso de poliedros físicos e virtuais. Revista de enseñanza de la física, v. 35, n. 1, p. 109-118, 2023.

BEKMAN, Otto Ruprecht; NETO, Pedro Luiz de Oliveira Costa. Análise estatística da decisão. Editora Blucher, 2009.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB. 9394/1996. BRASIL.

BRASIL, Ministério da Educação, (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF.

BONANGELO, Rafael Vieira. Educação Estatística na Escola Básica: introduzindo software CODAP na análise descritiva e árvore de decisão. 2023. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; PESSOA, Cristiane Azevêdo dos Santos; ROCHA, Cristiane de Arimatéa. Como estudantes e professores de anos iniciais pensam sobre problemas combinatórios. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 15, n. esp. p. 895-908, 2013.

CARVALHO, D. L.; OLIVEIRA, P. C. Quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na licenciatura em matemática: clássica, frequentista, subjetiva e formal. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25., 2002, Caxambu. Anais... Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2002. 1 CD.

CASTRO, Regina. Observatório Covid-19 aponta maior colapso sanitário e hospitalar da história do Brasil. AGÊNCIA FIOCRUZ DE NOTÍCIA, 16 março 2021. Disponível em: <https://agencia.fiocruz.br/observatorio-covid-19-aponta-maior-colapso-sanitario-e-hospitalar-da-historia-do-brasil>. Acesso em: 12 novembro 2023.

https://www.terra.com.br/byte/como-referenciar-um-site-normas-abnt,5b236e49d9f470047a474c36a330e7459u7dnenn.html?utm_source=clipboard

CORBALÁN, F. Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato. Madrid: Editorial Síntesis, 2002.

CORREA, Jane; OLIVEIRA, Gisele. A escrita do problema e sua resolução: o entendimento intuitivo acerca da combinatória. The written text of mathematical word problems and the success of solution. Educar em Revista, Curitiba, n. esp. 1, p. 77-91, 2011.

CORREIA, Paulo Ferreira.; FERNANDES, José Antônio. Estratégias intuitivas de alunos do 9º ano de escolaridade na resolução de problemas de combinatória. Libro de Actas do Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia, 2007.

COUTINHO, C. Q. S. Introduction aux situations aléatoires dès le collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II. 2001. 330 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Université Joseph Fourier, Grenoble I, França.

CRESPO, Antônio Arnot. Estatística fácil. 19. ed. atual. São Paulo: Saraiva S.A. - Livreros Editores, 2009, 218. p.

DAFT, Richard L.; WEICK, Karl. Toward a model of organizations as interpretation systems. Academy of Management. The Academy of Management Review (pre-1986), v. 9, p. 284, abr. 1984.

DA SILVA, Telles Timóteo; COUTINHO, Thamara Carvalho. Introdução a Genética Matemática. UFSJ, Ouro Branco, 2010.

DERVIN, B. An overview of sense-making research: Concepts, methods, and results to date. [S. l.]: A autora, 1983.

DERVIN, B. An overview of Sense-Making research: concepts, methods and results to date. In: International Communications Association Annual Meeting, Dallas, May, 1983.

DOLZ, Joaquim; NOVERRAZ, Michèle. Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. In: SCHNEUWLY, Bernard; DOLZ, Joaquim (org.). Gêneros orais e escritos na escola. Tradução e organização de Roxane Rojo e Glaís Sales Cordeiro. 3. ed. Campinas: Mercado de Letras, 2013.

DO NASCIMENTO, Igor Ferreira; DA COSTA, Ronaldo Campelo. Ensino da distribuição Binomial via Sensemaking: modelagem da superlotação de leitos da COVID-19. Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 10, n. 1, 2023.

DUFFY, M. Sensemaking in classroom conversations. In: Openness in research: The tension between self and other. Van Gorcum, 1995. p. 119–132.

FACHIN, Odília. Fundamentos de metodologia. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2006. Citado na página 22.

g1.globo/Amazonas, 2021. Disponível em:
<https://g1.globo.com/am/amazonas/noticia/2021/11/02/mais-de-80percent-dos-internados-com-covid-em-manaus-nao-tem-esquema-vacinal-completo.ghtml>.

GIL, A. C. (2002) Como elaborar projetos de pesquisa. 4ª. ed. São Paulo: Atlas S/A.

GIL, A.C. 2002. Como elaborar projetos de pesquisa. São Paulo, Atlas, 175 p.

GRANGÉ, Jean-Pierre. Probabilité conditionnelle et indépendance. In: IREM de Reims. Enseigner les probabilités au lycée. Reims: IREM de Reims, 1997. pp. 339-374.

EOM, Jun-Bong; LEE, Tae-Jin. Accurate Tag Estimation for Dynamic Framed-Slotted ALOHA in RFID Systems. IEEE Communications Letters, v. 14, n. 1, p. 60–62, 2010.

KLEIN, Gary A.; MOON, Brian M.; HOFFMAN, Robert R. Making sense of sensemaking 1: alternative perspectives. IEEE Intelligent Systems, v. 21, n. 4, p. 70-73, 2006.

LIMA, E.; BORBA, Rute. A articulação entre Combinatória e Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental: um olhar para o currículo prescrito no Brasil. In: Anais do Congresso International Virtual de Educación Estadística – III CIVEEST, Granada, 2019.

LIMA, Elon Lages et al. A matemática do ensino médio. 5. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004. v.2 (Professor de Matemática).

LIMA-RIBEIRO, M. de S.; DINIZ-FILHO, JOSÉ ALEXANDRE FELIZOLA. Modelando a distribuição geográfica das espécies no passado: uma abordagem promissora em paleoecologia. Revista Brasileira de Paleontologia, v. 15, n. 3, p. 371-385, 2012.

MACGILLIVRAY, Helen. Valuation challenges in statistics and data science curricula. *Teaching Statistics*, v. 41, n. 3, 2019.

MARCONI, MA.; LAKATOS, EM. Metodologia do trabalho científico. São Paulo: Atlas, 2007.

MEYER, Paul L. Probabilidade Aplicações a Estatística. Paul L. MEYER; tradução Rui de C. B. Lourenço filho.-[Reimpr.]-Rio de Janeiro: LTC, 2010.

MORGADO, Augusto C.; CARVALHO, João B.P. de; Carvalho, Paulo César P.; FERNANDEZ, Pedro – Análise Combinatória e Probabilidade – 9ª ed. - Rio de Janeiro: SBM, 1991.

PESSOA, Cristiane Azevedo dos Santos; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. *Zetetiké*, Campinas, SP, v. 17, n. 31, p.105-150, jun. 2009.

PILETTI, Claudino. Didática geral. 8. ed. São Paulo: Ática, 1987. p.106.

RHODES, P.; MCDONALD, R.; CAMPBELL, S.; DAKER-WHITE, G.; SANDERS, C. Sensemaking and the co-production of safety: a qualitative study of primary medical care patients. *Sociology of Health & Illness*, v. 38, n. 2, p. 270–285, 2016.

RUSSELL, D. M.; STEFIK, M. J.; PIROLI, P.; CARD, S. K. The cost structure of sensemaking. In: ACM. Proceedings of the INTERACT'93 and CHI'93 conference on Human factors in computing systems. [S. l.], 1993. p. 269–276.

SANTOS-WAGNER, Vânia Maria Pereira; BORTOLOTTI, Roberta D'Angela Menduni; FERREIRA, Juliana Rodrigues. Análise das resoluções corretas e erradas de combinatória de futuros professores de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 15, n. 3, p. 606-629, 2013.

SCHWANDT, Thomas A. Três posturas epistemológicas para a investigação qualitativa: interpretativismo, hermenêutica e construcionismo social. In: DENZIN, Norman K.; SILVA, Gabrielle Desiree Gonçalves. Customer success: marketing preditivo como estratégia de sustentabilidade para empresa de receita recorrente. 2022.

Silveira, Z.C. Análise estatística e otimização de parâmetros de projeto em componentes de sistemas mecânicos. 185p. Tese (doutorado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 2003.

LINCOLN, Yvonna S. O Planejamento da Pesquisa Qualitativa: teorias e abordagens. Porto Alegre: Artmed, 2006.

TOTOHASINA, A. Méthode implicative en analyse de données et application à l'analyse de Conceptions d'étudiants sur la notion de probabilité conditionnelle. [S.l.], 1992. Tese (Doutorado) — Université de Rennes 1.

WATERMAN JR., R. H. Adhocracy: the power to change. Memphis, TN: Whittle Direct Books, 1990.

WEICK, K. E. Sensemaking in organizations. Thousand Oaks. Sage publications, 1995.

YIN, Robert K. The Case Study Crisis: Some Answers. Administrative Science Quarterly, Vol. 26, No. 1, pp. 58-65, Mar., 1981

APÊNDICES

APÊNDICE A – SOLUCIONÁRIO DA QUESTÃO ENVOLVENDO À COVID-19

Uma reportagem de 02 de novembro de 2021 que consta no site do g1.globo Amazonas localizada no endereço <https://g1.globo.com/am/amazonas/noticia/2021/11/02/mais-de-80percent-dos-internados-com-covid-em-manaus-nao-tem-esquema-vacinal-completo.ghtml>, afirmava que:

- No domingo (31/10/2021), havia 67 pacientes internados pela Covid-19 nos hospitais da rede pública e privada da capital. Desses, 32 encontravam-se em leitos clínicos e 35 em leitos de UTI, ou seja, aproximadamente 52% estavam em leitos de UTI.

- Do total de 67 pacientes, 49 (73,2%) não apresentam nenhuma dose de vacina, 6 (8,9%) apresentam esquema vacinal incompleto e 12 (17,9%) apresentam esquema vacinal completo, isto é, cerca de 82% não completaram o esquema de vacinação (não se vacinaram ou apresentam esquema vacinal incompleto) contra a doença COVID-19.

Tomando como base a notícia acima, considerando as informações das tabelas abaixo e que na cidade, à época da notícia, houvesse 35 leitos de UTI, pergunta-se:

Tabela 1

SE O NÍVEL DE ISOLAMENTO FOR:	A MÉDIA DE HOSPITALIZADOS VAI PARA:	CUSTO ECONÔMICO
Lockdown (100%)	40	R\$ 1.000.000,00
Flexibilização de 50%	50	R\$ 500.000,00
Flexibilização de 25%	55	R\$ 250.000,00
Flexibilização de 10%	60	R\$ 125.000,00
Sem restrição de isolamento (0%)	67	R\$ 0

Tabela 2

Custo de um novo Leito	R\$ 100.000,00
Custo da Vacina por pessoa	R\$ 10,00
Custo de um paciente internado na UTI	R\$ 150.000,00

1) Qual é a probabilidade de que essa quantidade de leitos não seja suficiente?

Solução:

$$\begin{aligned} \Pr[X \geq 36] &= \left(\binom{67}{36} (0,52)^{36} (1 - 0,52)^{67-36} + \binom{67}{37} (0,52)^{37} (0,48)^{30} + \dots \right. \\ &\quad \left. + \binom{67}{67} (0,52)^{67} (0,48)^0 \right) = 0,436600518 \cong 43,66\% \end{aligned}$$

2) Caso não houvessem mais doses de vacinas quantos leitos devem ser comprados e qual o impacto econômico para que o risco de superlotação fique abaixo de 1%?

Solução:

Efetuada os cálculos binomiais chega-se ao seguinte resultado:

$$\Pr[X \geq 45] = \left(\binom{67}{45} (0,52)^{45} (1 - 0,52)^{67-45} + \binom{67}{46} (0,52)^{46} (0,48)^{21} + \dots + \binom{67}{67} (0,52)^{67} (0,48)^0 \right) = 0,00856364 \cong 0,87\%$$

Logo deve se montar 10 leitos de UTI e como um leito custa R\$ 1.000.000,00, o município teria um custo de R\$ 10.000.000,00 de reais.

3) Considerando a mesma quantidade de pacientes internados (67). Supondo que o esquema vacinal completo é composto por duas doses da vacina, que a probabilidade de uma pessoa com esquema vacinal completo precisar de UTI é de 18% e que toda população foi vacinada, quantos leitos a cidade pode reduzir para manter o risco de superlotação abaixo de 1%?

Solução:

Efetuada os cálculos binomiais chega-se ao seguinte resultado:

$$\Pr[X \geq 21] = \left(\binom{67}{21} (0,18)^{21} (1 - 0,72)^{67-21} + \binom{67}{22} (0,18)^{22} (0,72)^{45} + \dots + \binom{67}{67} (0,18)^{67} (0,72)^0 \right) = 0,005752877 = 0,57\%$$

Assim se uma dose da vacina custa R\$ 10,00, a população de Manaus é de dois milhões de pessoas e o esquema de vacinação completa é dado por duas doses, o custo do município para que toda população fosse vacinada foi de R\$ 4.000.000,00. Estando todas as pessoas vacinadas como a probabilidade de uma pessoa com esquema vacinal completo precisar de UTI é de 18%, foi considerado 67 pessoas internadas, lembrando que o município possui 35 leitos de UTI e que a superlotação abaixo de 1% se dá, nessas condições, a partir de 21 leitos, concluímos que poderíamos reduzir 15 leitos de UTI, o que acarretaria uma economia de R\$ 2.500.000,00. Subtraindo desse valor o custo da vacina, haveria então uma economia de R\$ 1.500.000,00.

4) Considere que 73% de pacientes com COVID-19 precisam de UTI. Conforme a tabela 1, qual deve ser o nível de isolamento para que o risco de superlotação fique abaixo de 1% e qual o respectivo custo econômico para tal nível de restrição?

Solução:

- Cálculo para nível de restrição de lockdown (100%):

$$\Pr[X \geq 36] = \left(\binom{40}{36} (0,73)^{36} (1 - 0,73)^{40-36} + \binom{40}{37} (0,73)^{37} (0,27)^3 + \dots + \binom{40}{40} (0,73)^{40} (0,27)^0 \right) = 0,007957282 \cong 0,79\%$$

Logo o nível de restrição seria de 100% e o custo econômico, conforme, a tabela seria de R\$ 1.000.000,00.

- Cálculo para nível de restrição 50%:

$$\Pr[X \geq 36] = \left(\binom{50}{36} (0,73)^{36} (1 - 0,73)^{50-36} + \binom{50}{37} (0,73)^{37} (0,27)^{13} + \dots + \binom{50}{50} (0,73)^{50} (0,27)^0 \right) = 0,633119567 \cong 63,31\%$$

- Cálculo para nível de restrição 25%:

$$\Pr[X \geq 36] = \left(\binom{55}{36} (0,73)^{36} (1 - 0,73)^{55-36} + \binom{55}{37} (0,73)^{37} (0,27)^{18} + \dots + \binom{55}{55} (0,73)^{55} (0,27)^0 \right) = 0,918287043 \cong 91,83\%$$

- Cálculo para nível de restrição 10%:

$$\Pr[X \geq 36] = \left(\binom{60}{36} (0,73)^{36} (1 - 0,73)^{60-36} + \binom{60}{37} (0,73)^{37} (0,27)^{23} + \dots + \binom{60}{60} (0,73)^{60} (0,27)^0 \right) = 0,990146525 \cong 99,01\%$$

- Cálculo para nível de restrição 0%:

$$\Pr[X \geq 36] = \left(\binom{67}{36} (0,73)^{36} (1 - 0,73)^{67-36} + \binom{67}{37} (0,73)^{37} (0,27)^{30} + \dots + \binom{67}{67} (0,73)^{67} (0,27)^0 \right) = 0,99977364 \cong 99,98\%$$

5) Qual é a probabilidade de que “mais ou menos” a metade dos leitos de UTI estejam ocupados, ou seja, 17 ou 18?

Solução:

$$\Pr[X = 17] + \Pr[X = 18] = \left(\binom{67}{17} (0,52)^{17} (0,48)^{50} + \binom{67}{18} (0,52)^{18} (0,48)^{49} \right)$$

$$\Pr[X = 17] + \Pr[X = 18] = 5,77995 \cdot 10^{-6} + 1,73934 \cdot 10^{-5} = 2,31733 \cdot 10^{-5}$$

$$\Pr[X = 17] + \Pr[X = 18] \cong 0,000023\%$$

APÊNDICE B – PLANILHA CONSTRUÍDA COM OS DISCENTES PARA A SOLUÇÃO DAS QUESTÕES RELACIONADA À DOENÇA COVID-19

Arquivo Página Inicial Inserir Layout da Página Fórmulas Dados Revisão Exibir Ajuda Diga-me o que você deseja fazer				
Tabela Dinâmica		Tabelas Dinâmicas		Tabela
Tabelas		Tabelas Dinâmicas		Tabela
Imagens		Formas		SmartArt
Modelos 3D		Ícones		Instantâneo
Ilustrações		Gráficos		Recomendados
		Mapas		Gráfico Dinâmico
		Mapa 3D		Tours
		Linha		Coluna
		Ganhos/Perdas		Minigráficos
A2 p: Probabilidade de pacientes que precisam de UTI				
1	n: números de pacientes internados com COVID-19	67		
2	p: Probabilidade de pacientes que precisam de UTI	0,52		
3	q: Probabilidade de pacientes que não precisam de UTI	0,48		
4				
5				
6	LEITOS	TOTAL	PROBABILIDADE DO "SUCESSO"	SUPER LOTAÇÃO
7	35	67	5%	13,81498%
8	Internações	Probabilidade	Acumulada	Custo
9	0	4,39707E-22	4,39707E-22	R\$ 0,00
10	1	3,19154E-20	3,23551E-20	R\$ 150.000,00
11	2	1,14097E-18	1,17333E-18	R\$ 300.000,00
12	3	2,67812E-17	2,79545E-17	R\$ 450.000,00
13	4	4,64208E-16	4,92162E-16	R\$ 600.000,00
14	5	6,33643E-15	6,82859E-15	R\$ 750.000,00
15	6	7,09328E-14	7,77614E-14	R\$ 900.000,00
16	7	6,6964E-13	7,47401E-13	R\$ 1.050.000,00
17	8	5,44082E-12	6,18822E-12	R\$ 1.200.000,00
18	9	3,86399E-11	4,48281E-11	R\$ 1.350.000,00
19	10	2,42788E-10	2,87616E-10	R\$ 1.500.000,00
20	11	1,36292E-09	1,65054E-09	R\$ 1.650.000,00
21	12	6,89032E-09	8,54086E-09	R\$ 1.800.000,00
22	13	3,15806E-08	4,01215E-08	R\$ 1.950.000,00
23	14	1,31962E-07	1,72083E-07	R\$ 2.100.000,00
24	15	5,05121E-07	6,77205E-07	R\$ 2.250.000,00
25	16	1,77845E-06	2,45565E-06	R\$ 2.400.000,00
26	17	5,77995E-06	8,2356E-06	R\$ 2.550.000,00
27	18	1,73934E-05	2,5629E-05	R\$ 2.700.000,00
28	19	4,85947E-05	7,42236E-05	R\$ 2.850.000,00
29	20	0,000126346	0,00020057	R\$ 3.000.000,00
30	21	0,000306339	0,000506909	R\$ 3.150.000,00
31	22	0,000693905	0,001200814	R\$ 3.300.000,00
32	23	0,001470776	0,00267159	R\$ 3.450.000,00
33	24	0,002921125	0,005592714	R\$ 3.600.000,00
34	25	0,005443029	0,011035744	R\$ 3.750.000,00
35	26	0,009525301	0,020561045	R\$ 3.900.000,00
36	27	0,015669708	0,036230753	R\$ 4.050.000,00
37	28	0,024250739	0,060481491	R\$ 4.200.000,00
38	29	0,035330818	0,095812309	R\$ 4.350.000,00
39	30	0,048481733	0,144294042	R\$ 4.500.000,00
40	31	0,062687402	0,206981444	R\$ 4.650.000,00
41	32	0,076400271	0,283381716	R\$ 4.800.000,00
42	33	0,08778314	0,371164856	R\$ 4.950.000,00
43	34	0,095098402	0,466263257	R\$ 5.100.000,00
44	35	0,097136225	0,563399482	R\$ 5.250.000,00
45	36	0,093538587	0,656938069	R\$ 5.400.000,00
46	37	0,084901015	0,741839083	R\$ 5.550.000,00
47	38	0,07261271	0,814451793	R\$ 5.700.000,00
48	39	0,058493572	0,872945365	R\$ 5.850.000,00
49	40	0,044357625	0,91730299	R\$ 6.000.000,00
50	41	0,031645379	0,948948369	R\$ 6.150.000,00
51	42	0,021222496	0,970170865	R\$ 6.300.000,00
52	43	0,013366882	0,983537748	R\$ 6.450.000,00
53	44	0,007898612	0,99143636	R\$ 6.600.000,00
54	45	0,004373491	0,995809851	R\$ 6.750.000,00
55	46	0,002265975	0,998075826	R\$ 6.900.000,00
56	47	0,001096828	0,999172655	R\$ 7.050.000,00
57	48	0,000495096	0,999667751	R\$ 7.200.000,00
58	49	0,000207974	0,999875725	R\$ 7.350.000,00
59	50	8,11099E-05	0,999956835	R\$ 7.500.000,00
60	51	2,92897E-05	0,999986125	R\$ 7.650.000,00
61	52	9,76323E-06	0,999995888	R\$ 7.800.000,00
62	53	2,99344E-06	0,999998881	R\$ 7.950.000,00
63	54	8,40751E-07	0,999999722	R\$ 8.100.000,00
64	55	2,15283E-07	0,999999937	R\$ 8.250.000,00
65	56	4,99764E-08	0,999999987	R\$ 8.400.000,00
66	57	1,04483E-08	0,999999998	R\$ 8.550.000,00
67	58	1,95155E-09	1	R\$ 8.700.000,00
68	59	3,22502E-10	1	R\$ 8.850.000,00
69	60	4,65836E-11	1	R\$ 9.000.000,00
70	61	5,79113E-12	1	R\$ 9.150.000,00
71	62	6,07134E-13	1	R\$ 9.300.000,00
72	63	5,22007E-14	1	R\$ 9.450.000,00
73	64	3,53442E-15	1	R\$ 9.600.000,00
74	65	1,76721E-16	1	R\$ 9.750.000,00
75	66	5,80145E-18	1	R\$ 9.900.000,00
76	67	9,38046E-20	1	R\$ 10.050.000,00

APÊNDICE C – SOLUCIONÁRIO DA QUESTÃO ENVOLVENDO RFID

Suponha que um grupo de 3 estudantes munidos de suas respectivas carteirinhas com etiquetas que transmitem sinal de RFID estejam passando pelo portal pergunta-se:

a) Qual é a probabilidade de que a mensagem de uma etiqueta qualquer tenha as informações corretamente interpretadas?

Solução:

Temos os seguintes dados:

- Variável aleatória R: Etiquetas que ocupam o mesmo *slot*

$$- n = 3$$

$$- p = \frac{1}{3}$$

$$- q = 1 - p = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$- r = 1$$

Vamos considerar uma situação bastante específica: uma etiqueta qualquer tem seu sinal lido por um *slot* e não deve ser lido por outro *slot* do quadro. Qual seria a probabilidade desse evento?

$$T_1 \text{ e } T_2 \text{ e } T_3 \\ \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2^2}{3^3} = \frac{4}{9}$$

Porém, essa é apenas uma situação do sinal ser lido e dos outros sinais não serem lidos, ou seja, poderia ter tido por exemplo a situação de que a etiqueta B fosse lida em vez da A. Assim qual a quantidade de maneiras de uma etiqueta ter seu sinal lido?

A ordem importa? Não! Logo calcula-se o total de maneiras por combinação.

$$\binom{3}{1} = \frac{3!}{1!(3-1)!} = \frac{3!}{1!2!} = 3$$

Logo a probabilidade de uma etiqueta qualquer ter seu sinal lido é:

$$\Pr[R = 1] = \binom{3}{1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{3-1} = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 0,44444444 \dots \cong 44,44\%$$

b) Qual é a probabilidade de que nenhuma etiqueta tenha o sinal lido?

Solução:

A probabilidade de nenhuma etiqueta ter seu sinal lido é dado quando a variável aleatória for igual a zero, logo:

$$\Pr[R = 0] = \binom{3}{0} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{3-0} = 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 0,296296296 \dots \cong 29,63\%$$

c) Qual é a probabilidade de que a mensagem de uma etiqueta qualquer não tenha as informações corretamente interpretadas?

Solução:

A probabilidade de que a mensagem de uma etiqueta qualquer não tenha as informações corretamente interpretadas vai ser dado quando os sinais das etiquetas não forem lidos por nenhum *slot* ou quando um *slot* receber mais de um sinal, logo:

$$\Pr[R = 0] + \Pr[R = 2] + \Pr[R = 3] = 1 - \Pr[R = 1] = 1 - 0,4444444 \dots \cong 55,56\%$$

d) Qual é a probabilidade de que exatamente 2 etiquetas sejam lidas por um mesmo *slot*?

Solução:

$$\Pr[R = 2] = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 = 0,111 \dots \cong 11,11\%$$

e) Qual é a probabilidade de haver uma colisão de sinais em um *slot*?

Solução:

$$\Pr[R = 2] + \Pr[R = 3] = 1 - (\Pr[R = 0] + \Pr[R = 1]) \cong 1 - (0,2963 + 0,4444) = 1 - 0,7407 = 0,2593 = 25,93\%$$

APÊNDICE D – PLANILHA CONSTRUÍDA COM OS DISCENTES PARA A SOLUÇÃO DAS QUESTÕES RELACIONADA AO RFID

Situação Problema COVID - Excel

Arquivo Página Inicial **Inserir** Layout da Página Fórmulas Dados Revisão Exibir Ajuda Diga-me o que você deseja fazer

Tabela Dinâmica Tabelas Dinâmicas Recomendadas Tabelas

Imagens Formas Ícones Modelos 3D Ilustrações SmartArt Instantâneo

Gráficos Recomendados Gráficos Mapas Gráfico Dinâmico Mapa 3D Tours

Linhas Colunas Ganhos/Perdas Minigráficos

B14 =DISTR.BINOM(A14;\$A\$33;\$B\$2;FALSO)

	A	B	C	D	E
1	n: Números de etiquetas	24			
2	p: Probabilidade do sinal de uma etiqueta ocupar um slot (1/24) =	0,041666667			
3	q: Probabilidade do sinal de uma etiqueta não ocupar um slot (1-(1/24)) =	0,958333333			
4					
5					
6		TOTAL	PROBABILIDADE DO "SUCESSO"		
7		24	52%		
8	Quantidade de etiquetas que ocupam um mesmo slot	Probabilidade	Acumulada		
9	0	0,360079389	0,360079389		
10	1	0,375735015	0,735814404		
11	2	0,187867507	0,923681912		
12	3	0,059899785	0,983581697		
13	4	0,013672777	0,997254474		
14	5	0,002377874	0,999632348		
15	6	0,000327388	0,999959736		
16	7	3,66024E-05	0,999996339		
17	8	3,38175E-06	0,999999721		
18	9	2,61391E-07	0,999999982		
19	10	1,70472E-08	0,999999999		
20	11	9,43326E-10	1		
21	12	4,4432E-11	1		
22	13	1,78322E-12	1		
23	14	6,09176E-14	1		
24	15	1,76573E-15	1		
25	16	4,31836E-17	1		
26	17	8,83551E-19	1		
27	18	1,49393E-20	1		
28	19	2,05116E-22	1		
29	20	2,22952E-24	1		
30	21	1,84639E-26	1		
31	22	1,0947E-28	1		
32	23	4,13875E-31	1		
33	24	7,49774E-34	1		

APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO 1



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – *CAMPUS FLORIANO*



Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano

Angical do Piauí, 26, de fevereiro de 2024.

Participante da Pesquisa: _____

Mestrando: Douglas Enison Cardoso da Silva

Questionário de Pesquisa - 1

- 1) Uma pessoa deseja fazer uma salada de frutas e possui em sua cozinha as frutas abacaxi, banana, kiwi, manga e uva. Utilizando apenas 3 frutas, quantas saladas diferentes são podem ser feitas?
- 2) Quantas palavras diferentes podem ser construídas utilizando 3 letras dentre as iniciais dos nomes das frutas da questão anterior, ou seja, com o conjunto de letras $\{a, b, k, m, u\}$?
- 3) Durante os experimentos sobre genética, Mendel precisou escolher 3 mudas diferentes de ervilha para serem cobaias do mesmo experimento. Sabendo que ele tinha disponível 10 mudas naquele dia, de quantas de maneiras distintas ele poderia escolher as cobaias?
- 4) Em uma cesta, temos oito bombons de morango, dez bombons de maracujá e quatro bombons de uva. Determine a probabilidade de retiramos sucessivamente com reposição, três bombons de maracujá.
- 5) Uma urna contém 10 etiquetas identificadas pelas letras A, B, C, D, ..., I, J. Duas delas são retiradas ao acaso, sucessivamente. Qual a probabilidade de saírem duas vogais, se a extração é feita sem reposição?

APÊNDICE F – QUESTIONÁRIO 2



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano

Angical do Piauí, 26, de fevereiro de 2024.

Participante da Pesquisa: _____

Mestrando: Douglas Enison Cardoso da Silva

Questionário de Pesquisa – 2

- 1) Quantas palavras de 4 letras podemos construir utilizando as letras do conjunto $\{A, B, C, D, E, F\}$?
- 2) Uma escola fará um sorteio de três ingressos, um para cada aluno, entre os 10 primeiros colocados na olimpíada de matemática. Após a realização da prova e conhecendo os 10 primeiros colocados, calcule as combinações possíveis para o resultado do sorteio.
- 3) Em uma concessionária de automóveis, há 3 carros de um modelo específico que devem ser transportados para outra concessionária. Se houver um total de 12 carros desse modelo, quantas opções estão disponíveis para o transporte dos carros?
- 4) Uma urna contém 12 bolas identificadas enumeradas do 1 ao 10. Duas delas são retiradas ao acaso, sucessivamente com reposição. Qual a probabilidade de saírem dois números ímpares?
- 5) Em uma prova de 6 questões do tipo V ou F, um aluno escolhe as questões ao acaso. Qual é a probabilidade de que ele acerte a metade das questões?

APÊNDICE G – QUESTIONÁRIO DE SATISFAÇÃO



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



Angical do Piauí, 26, de fevereiro de 2024.

Participante da Pesquisa: _____

Mestrando: Douglas Enison Cardoso da Silva

Questionário 3 de Satisfação

1) Você gostou da atividade prática realizada para o ensinamento de Combinação Simples e Probabilidades de Eventos Sucessivos e Independentes através da Distribuição Binomial?

Sim Não É indiferente

2) Se tivesse que assistir novamente a aula sobre Combinação Simples e Probabilidades de Eventos Sucessivos e Independentes através da Distribuição Binomial, você iria preferir que ela fosse ministrada de forma conteudista ou via abordagem *sensemaking*?

Prefiro Não Prefiro É indiferente

3) Você compreendeu melhor sobre Combinação Simples e Probabilidades de Eventos Sucessivos e Independentes através da Distribuição Binomial?

- Compreendi melhor com o uso da Distribuição Binomial.
 Compreendi melhor sem o uso da Distribuição Binomial.
 Compreendi o conteúdo de igual modo, com ou sem o uso da Distribuição Binomial.

4) Dentre os motivos abaixo, marque aquele que mais ajudou, a melhor compreender Combinação Simples e Probabilidades de Eventos Sucessivos e Independentes através da Distribuição Binomial.

- Não ajudou.
 A situação prática do exemplo.
 A teoria do conteúdo de Distribuição Binomial.

5) Você se sentiu mais estimulado para resolver o segundo teste, após a aula via abordagem *sensemaking* através da Distribuição Binomial?

Sim Não É INDIFERENTE

6) Você se sentiu mais criativo para resolver o segundo teste, após a aula via abordagem *sensemaking* através da Distribuição Binomial?

Sim Não É INDIFERENTE

7) Você conseguiu memorizar ou reter melhor o conhecimento de Combinação Simples e Probabilidades de Eventos Sucessivos e Independentes, através da aula via abordagem *sensemaking* por meio da Distribuição Binomial?

Sim Não É INDIFERENTE

8) Você considera que a aula sobre Combinação Simples e Probabilidade em Eventos Sucessivos e Independentes foi mais atrativa quando explanada via *sensemaking*?

Prefiro Não Prefiro É indiferente _

APÊNDICE H – CARTA DE APRESENTAÇÃO



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



Angical do Piauí, 26 de fevereiro de 2024.

Prezado(a) Sr.(a) Diretor(a) do Instituto Federal do Piauí – Campus Angical,

CARTA DE APRESENTAÇÃO

Eu, **Douglas Enison Cardoso da Silva**, aluno do **Programa De Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)** do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI) – Campus Floriano, matrícula **2022114PMAT05**, orientado(a) pelo(a) professor(a) Prof. Dr. **Igor Ferreira do Nascimento** desenvolvo o projeto titulado **Combinação e Probabilidades Consecutivas: Uma Aplicação da Distribuição Binomial Via Sensemaking na Educação Básica**, necessitando de acesso ao Instituto Federal do Piauí – Campus Angical, para a realização de oito aulas, sendo quatro encontros de uma hora em cada uma das duas turmas do terceiro ano do ensino médio do curso subsequente de informática. Tais aulas terão duração de 60 minutos e serão divididas em quatro encontros, nos dias 26 e 27 de fevereiro, e 04 e 05 de março, onde: No primeiro e no segundo encontro será apresentado o projeto, ministrado uma aula sobre o conteúdo da pesquisa (Combinação Matemática e Probabilidade) de forma isolado e aplicado um pequeno questionário para sondagem sobre o que se aprendeu. No terceiro e no quarto encontro também será ministrado uma aula sobre o conteúdo da pesquisa, mas dentro de uma aplicação (Distribuição Binomial com situações que simulam situações do cotidiano) e, igual ao primeiro dia, também será aplicado um pequeno questionário para sondagem sobre o conhecimento adquirido na aula.

Salienta-se que o mesmo já foi aprovado pela banca de avaliação de projetos de dissertação do Programa De Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI) – Campus Floriano.

Dados de identificação:

Mestrando: Douglas Enison Cardoso da Silva.

Orientador: Prof. Dr. Igor Ferreira do Nascimento.

Douglas Enison Cardoso da Silva

Dr. Igor Ferreira do Nascimento

APÊNDICE I – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

Prezado(a)!

Este termo de consentimento se direciona aos senhores pais ou senhores responsáveis pelo(a) aluno(a) _____ no sentido de consentir a participação do(a) aluno(a) na pesquisa intitulada **Combinação e Probabilidades Consecutivas: Uma Aplicação da Distribuição Binomial Via Sensemaking na Educação Básica**, desenvolvida no **Programa De Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)** do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI) – Campus Floriano. A pesquisa é desenvolvida pelo mestrando **Douglas Enison Cardoso da Silva** tendo por orientador o Prof. Dr. **Igor Ferreira do Nascimento**, e como coorientador o Prof. Dr. **Roberto Arruda Lima Soares**, para fins de desenvolvimento de dissertação de mestrado.

A pesquisa ocorrerá no Instituto Federal do Piauí – Campus Angical, localizada na Rua Nascimento, 746 - Centro, Angical do Piauí - PI, com os(as) alunos(as) de duas turmas do terceiro ano do ensino médio. Ressaltamos que, todos os custos envolvidos na pesquisa serão arcados pelo pesquisador. Os nomes dos pais e dos(as) alunos(as), assim como identificações pessoais e/ou profissionais não serão utilizadas ou identificadas nos textos iniciais e nem finais da pesquisa. Serão coletadas imagens dos(as) alunos(as) (as imagens que proporcionarem identificação serão borradas), registros escritos dos(as) alunos(as), anotações, respostas de questionários, áudios de gravações, não permitindo reconhecimento dos sujeitos envolvidos. A pesquisa é livre de quaisquer compensações financeiras e não gerará algum ganho ou gasto para os envolvidos.

É assegurado o direito de se manter informado(a) sobre os resultados parciais e finais, os quais poderão ser publicados em eventos ou periódicos científicos, mantendo-se o

anonimato dos(as) participantes. Assegura-se também a liberdade de retirada do consentimento e do assentimento em qualquer etapa da pesquisa, sem prejuízo à continuidade do atendimento pela instituição em que a pesquisa ocorre e que o(a) aluno(a) estuda. Para tanto, poderá solicitar a retirada da participação de seu (sua) pessoa menor de idade, entrando em contato com a equipe de pesquisa através dos dados informados abaixo.

Você aceita a participação de _____ nesta pesquisa?

SIM () NÃO ()

Dados da pesquisa

Título: Combinação e probabilidades consecutivas: uma aplicação da distribuição binomial via *sensemaking* na educação básica.

Objetivo: Investigar como a abordagem via *sensemaking* pode contribuir para o aprimoramento da aprendizagem de combinação e probabilidades consecutivas com aplicação da Distribuição Binomial na educação básica, visando o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, raciocínio estatístico e tomada de decisões informadas pelos estudantes.

Duração de participação dos alunos sujeito da pesquisa: 8 aulas de 60 minutos nas quais serão divididos em dois encontros: No primeiro e no segundo encontro será apresentado o projeto, ministrado uma aula sobre o conteúdo da pesquisa (Combinação Matemática e Probabilidade) de forma isolado e aplicado um pequeno questionário para sondagem sobre o que se aprendeu. No terceiro e no quarto encontro também será ministrado uma aula sobre o conteúdo da pesquisa, mas dentro de uma aplicação (Distribuição Binomial com situações que simulam situações do cotidiano) e, igual ao primeiro dia, também será aplicado um pequeno questionário para sondagem sobre o conhecimento adquirido na aula.

Equipe de pesquisa:

Mestrando: Douglas Enison Cardoso da Silva.

Orientador: Prof. Dr. Igor Ferreira do Nascimento.

Coorientador: Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares.

Declarações

Eu _____ declaro que obtive de forma apropriada e voluntária o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido desta pesquisa para participação de (nome do aluno) _____ na pesquisa.

Assinatura do Responsável

Eu _____ tendo a participação consentida por responsável, declaro que obtive de forma apropriada e voluntária o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assino o presente documento sobre minha participação nesta pesquisa.

Assinatura do aluno participante

Eu, **Douglas Enison Cardoso da Silva**, declaro que todas as informações acerca da pesquisa poderão ser repassadas aos responsáveis e aos alunos envolvidos no desenvolvimento da pesquisa.

Assinatura do responsável pela pesquisa

Douglas Enison Cardoso da Silva, e-mail: enisondouglas@gmail.com. Endereço: Rua Santa Maria Gorete, 2387, Três Andares, Teresina – PI, CEP 64.017-735.

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí, Rua Francisco Urquiza Machado, 462, Bairro Meladão, Floriano/PI, CEP 64.800-000.

Floriano, Piauí em 26 de fevereiro de 2024.

APÊNDICE J – DECLARAÇÃO DO PROFESSOR RESPONSÁVEL PELAS TURMAS



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



DECLARAÇÃO

Eu, **João Wilson Ferreira Lima Junior**, professor no **Instituto Federal do Piauí – Campus Angical**, localizada na Rua Nascimento, 746 - Centro, Angical do Piauí - PI, declaro aceitável a realização do estudo, **Combinação e Probabilidades Consecutivas: Uma Aplicação da Distribuição Binomial Via *Sensemaking* na Educação Básica**, sendo desenvolvida em duas turmas do terceiro ano do ensino médio, turno matutino, onde cada turma terá um total de 4 horas-aulas, a ser conduzido pelos pesquisadores relacionados abaixo. Fui informado pelo responsável do estudo, mestrando Douglas Enison Cardoso da Silva, sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas com a referida turma a qual trabalho. O objetivo principal da pesquisa é **investigar como a abordagem via *sensemaking* pode contribuir para o aprimoramento da aprendizagem de combinação e probabilidades consecutivas com aplicação da Distribuição Binomial na educação básica, visando o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, raciocínio estatístico e tomada de decisões informadas pelos estudantes.**

O estudo será desenvolvido da seguinte forma: **8 aulas de 60 minutos nas quais serão divididos em quatro encontros:** No primeiro e no segundo encontro será apresentado o projeto, ministrado uma aula sobre o conteúdo da pesquisa (Combinação Matemática e Probabilidade) de forma isolado e aplicado um pequeno questionário para sondagem sobre o que se aprendeu. No terceiro e no quarto encontro também será ministrado uma aula sobre o conteúdo da pesquisa, mas dentro de uma aplicação (Distribuição Binomial com situações que simulam situações do cotidiano) e, igual ao primeiro dia, também será aplicado um pequeno questionário para sondagem sobre o conhecimento adquirido na aula.

Angical do Piauí - PI, 26 de fevereiro de 2024.

Assinatura do Professor(a) Responsável pela Turma

Lista Nominal de Pesquisadores:

Mestrando: Douglas Enison Cardoso da Silva.

Orientador: Prof. Dr. Igor Ferreira do Nascimento.

Coorientador: Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares

APÊNDICE K – TERMO DE DE AUTORIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



DECLARAÇÃO

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO

Eu, _____, gestor(a) escolar do **Instituto Federal do Piauí – Campus Angical**, localizada na Rua Nascimento, 746 - Centro, Angical do Piauí - PI, autorizo a realização do estudo, **Combinação e Probabilidades Consecutivas: Uma Aplicação da Distribuição Binomial Via Sensemaking na Educação Básica**, a ser conduzido pelos pesquisadores relacionados abaixo. Fui informado pelo responsável do estudo, o mestrando Douglas Enison Cardoso da Silva, sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas na instituição a qual representamos. O objetivo principal da pesquisa é **investigar como a abordagem via sensemaking pode contribuir para o aprimoramento da aprendizagem de combinação e probabilidades consecutivas com aplicação da Distribuição Binomial na educação básica, visando o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, raciocínio estatístico e tomada de decisões informadas pelos estudantes.**

O estudo será desenvolvido da seguinte forma: **8 aulas de 60 minutos nas quais serão divididos em quatro encontros:** No primeiro e no segundo encontro será apresentado o projeto, ministrado uma aula sobre o conteúdo da pesquisa (Combinação Matemática e Probabilidade) de forma isolado e aplicado um pequeno questionário para sondagem sobre o que se aprendeu. No terceiro e no quarto encontro também será ministrado uma aula sobre o conteúdo da pesquisa, mas dentro de uma aplicação (Distribuição Binomial com situações que simulam situações do cotidiano) e, igual ao primeiro dia, também será aplicado um pequeno questionário para sondagem sobre o conhecimento adquirido na aula.

Declaro ainda que, os pesquisadores devem estar cientes e sujeitos ao regulamento da instituição para acesso a ambientes, profissionais, pacientes e bancos de dados

(considerando o que apregoa a Lei Geral de Proteção de Dados no tocante a dados pessoais e dados pessoais sensíveis), além da observância das regras de biossegurança, até o término da pesquisa, sob pena da retirada da autorização, sem aviso prévio. Declaro ainda ter lido, conhecer e cumprir as Resoluções Éticas Brasileiras, em especial a Resolução CNS 466/12 e a CNS 510/16. Esta instituição está ciente de suas responsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos participantes de pesquisa nela recrutados, possibilitando condições mínimas necessárias para a garantia de tal segurança e bem-estar.

Angical do Piauí - PI, 26 de fevereiro de 2024.

Assinatura do Diretor da Instituição

Lista Nominal de Pesquisadores:

Mestrando: Douglas Enison Cardoso da Silva.

Orientador: Prof. Dr. Igor Ferreira do Nascimento.

Coorientador: Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares

APÊNDICE L – PLANO DE AULA DO ENCONTRO 1



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



Plano de Aula do Encontro 1 Referente ao Ensino de: Fatorial, Arranjo Simples, Combinação Simples, Probabilidade e Probabilidade em Eventos Sucessivos e Independentes

RESPONSÁVEL PELA AULA

- Mestrando: Douglas Enison Cardoso da Silva.

LOCAL E DATA

- Angical do Piauí, 26 de fevereiro de 2024.

PÚBLICO-ALVO

- Estudantes do terceiro ano do ensino médio de uma escola técnica rede federal de ensino.

DURAÇÃO

- 60 minutos.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS DA BNCC

- Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

HABILIDADES DA BNCC

- (EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo

e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore;

- (EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade;

AULA: Conceitos Básicos sobre Fatorial, Arranjo Simples, Combinação Simples, Probabilidade e Probabilidade em Eventos Sucessivos e Independentes.

- **Objetivos:**
 - Apresentar os conceitos de fatorial, arranjo simples, combinação simples, probabilidade e probabilidade em eventos sucessivos e diferenciar combinação simples de arranjo e permutação.
- **Recursos:**
 - Quadro de acrílico;
 - Pincéis;
 - Apagador;
 - Projetor;
 - slides.
- **Conteúdo:**
 1. **Conceitos Básicos:**
 - Definição de fatorial, arranjo simples, combinação simples, probabilidade e probabilidade em eventos sucessivos;
 - Diferença entre combinação, arranjo e permutação.
 2. **Fórmula do Fatorial:**
 - Explicação da fórmula $n!$
 3. **Fórmula do Arranjo Simples:**
 - Explicação da fórmula $A(n, p) = \frac{n!}{(n-p)!}$

4. Fórmula da Combinação Simples:

- Explicação da fórmula $C(n, p) = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

5. Fórmulas de Probabilidade:

- Explicação da fórmula $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$
- Explicação da fórmula: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

ATIVIDADES:

1. Exemplos Práticos:

- Resolver exemplos no quadro;
- Perguntas de reflexão para diferenciar combinações de arranjos.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA DETALHADA

AULA: Conceitos Básicos sobre Fatorial, Arranjo Simples, Combinação Simples, Probabilidade e Probabilidade em Eventos Sucessivos e Independentes.

- **Abertura (10 minutos):**
 - Apresentação dos objetivos da aula;
 - Introdução ao tema com exemplos simples.
- **Desenvolvimento (40 minutos):**
 - Explicação detalhada da fórmula de combinação simples;
 - Exemplos resolvidos no quadro;
 - Atividade em duplas para resolver problemas simples.
- **Fechamento (10 minutos):**
 - Discussão dos assuntos estudados;
 - Reflexão sobre a importância das combinações.

APÊNDICE M – PLANO DE AULA DO ENCONTRO 2



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



Plano de Aula do Encontro 2 Referente ao Ensino de: Fatorial, Arranjo Simples, Combinação Simples, Probabilidade e Probabilidade em Eventos Sucessivos e Independentes

RESPONSÁVEL PELA AULA

- Mestrando: Douglas Enison Cardoso da Silva.

LOCAL E DATA

- Angical do Piauí, 27 de fevereiro de 2024.

PÚBLICO-ALVO

- Estudantes do terceiro ano do ensino médio de uma escola técnica rede federal de ensino.

DURAÇÃO

- 60 minutos.

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS DA BNCC

- Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

HABILIDADES DA BNCC

- (EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo

e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore;

- (EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade;
- (EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

AULA: Resolução de exercícios sobre fatorial, arranjo simples, combinação simples, probabilidade e probabilidade em eventos sucessivos.

- **Objetivos**: Mostrar como são abordados o fatorial, arranjo simples, combinação simples, probabilidade e probabilidade em eventos sucessivos em questões, e proporcionar uma melhor fixação desses conteúdos.
- **Recursos**:
 - Quadro de acrílico;
 - Pincéis;
 - Apagador;
 - Projetor;
 - Slides;
 - Atividades impressas.
- **Conteúdo**:
 1. **Situações Cotidianas**:
 - Exercícios práticos como escolher frutas para uma salada, arranjo de pessoas em uma fila, probabilidade de uma pessoa ganhar um sorteio.
 2. **Problemas Contextualizados**:
 - Resolver problemas práticos que envolvem fatorial, arranjo, combinações simples, probabilidade e probabilidade em eventos sucessivos.

ATIVIDADES:

1. Resolução de Questionário:

- Resolver de forma individual um questionário avaliativo com problemas que envolvam fatorial, arranjo, combinação simples, probabilidade e probabilidade em eventos sucessivos para verificar a aprendizagem para verificar a aprendizagem em relação a combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA DETALHADA

AULA: Resolução de exercícios sobre fatorial, arranjo simples, combinação simples, probabilidade e probabilidade em eventos sucessivos.

- **Abertura (10 minutos):**

- Revisão rápida dos conceitos de fatorial, arranjo simples, combinação simples, probabilidade e probabilidade em eventos sucessivos.

- **Desenvolvimento (45 minutos):**

- Discussão de exemplos do cotidiano onde fatorial, arranjo simples, combinação simples, probabilidade e probabilidade em eventos sucessivos são utilizadas (arranjo de letras, combinações de ingredientes em receitas, probabilidade de extração de bolas, probabilidade de uma equipe ser vice-campeã de um campeonato).

- **Fechamento (5 minutos):**

- Reflexão sobre como fatorial, arranjo simples, combinação simples, probabilidade e probabilidade em eventos sucessivos aparecem em situações do dia a dia.

APÊNDICE N – PLANO DE AULA DO ENCONTRO 3



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



Plano de Aula dos Encontros 3 Sobre o Introdução ao Ensino de Combinação Simples e Probabilidades em Eventos Sucessivos e Independentes: Uma Aplicação da Distribuição Binomial Via Sensemaking

RESPONSÁVEL PELA AULA

- Mestrando: Douglas Enison Cardoso da Silva.

LOCAL E DATA

- Angical do Piauí, 04 de março de 2024.

PÚBLICO-ALVO

- Estudantes do terceiro ano do ensino médio de uma escola técnica rede federal de ensino.

DURAÇÃO

- 60 minutos.

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS DA BNCC

- Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

HABILIDADES DA BNCC

- (EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando

técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais;

- (EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore;
- (EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade;
- (EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos;
- (EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

AULA: Introdução ao ensino de combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes: uma aplicação da distribuição binomial via *sensemaking*.

- **Objetivos:**

- Apresentar os conceitos de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes;
- Introduzir os conceitos básicos sobre variável aleatória, ensaio de Bernoulli, experimento binomial e distribuição binomial;
- Resolver através do software Excel questões sobre distribuição binomial;
- Deduzir a fórmula da distribuição binomial.

- **Recursos:**

- Quadro de acrílico;
- Pincéis;
- Apagador;

- Projetor;
- Slides;
- Computador;
- Software Excel.

- **Conteúdo:**

1. **Conceitos Básicos:**

- Definição de variável aleatória, ensaio de Bernoulli e distribuição binomial;
- Experimento binomial.

2. **Fórmula da Distribuição Binomial:**

- Explicação da fórmula:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

ATIVIDADES:

1. **Exemplos:**

- Resolver exemplos no quadro;
- Perguntas de reflexão sobre o processo de construção da fórmula da distribuição binomial.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA DETALHADA

AULA: Introdução ao ensino de combinação simples e probabilidades em eventos sucessivos e independentes: uma aplicação da distribuição binomial via *sensemaking*.

- **Abertura (10 minutos):**

- Apresentação dos conceitos de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos e independentes.

- **Desenvolvimento (45 minutos):**

- Aplicação de exemplos teóricos básicos sobre combinação simples e probabilidade em eventos independentes;
- Explicação do básico sobre variável aleatória, ensaio de Bernoulli e distribuição binomial e suas aplicações.
- Resolução, no quadro de acrílico e através do software Excel, de exemplos básicos sobre variável aleatória, ensaio de Bernoulli e distribuição binomial.

- **Fechamento (5 minutos):**

- Discutir os resultados e esclarecer dúvidas;
- Coletar feedback dos alunos sobre as dificuldades encontradas.

APÊNDICE O – PLANO DE AULA DO ENCONTRO 4 – TURMA A



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



Plano de Aula do Encontro 4 (Turma A) Sobre o Ensino de Combinação Simples e Probabilidades em Eventos Sucessivos e Independentes: Uma Aplicação da Distribuição Binomial Via Sensemaking

RESPONSÁVEL PELA AULA

- Mestrando: Douglas Enison Cardoso da Silva.

LOCAL E DATA

- Angical do Piauí, 05 de março de 2024.

PÚBLICO-ALVO

- Estudantes do terceiro ano do ensino médio de uma escola técnica rede federal de ensino.

DURAÇÃO

- 60 minutos.

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS DA BNCC

- Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente;
- Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos

e linguagens próprios da Matemática;

- Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

HABILIDADES DA BNCC

- (EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
- (EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais;
- (EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore;
- (EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade;
- (EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos;
- (EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

AULA: Ensino de combinação simples e probabilidades de eventos sucessivos e independentes: uma aplicação da distribuição binomial via *sensemaking*.

- **Objetivos**

- Mostrar como é aplicado a distribuição binomial;

- Aplicar a distribuição binomial a uma situação prática do cotidiano relacionada as medidas a serem tomadas para evitar o avanço da doença COVID-19, utilizando a abordagem *sensemaking*;
- Utilizar o software Excel para calcular aplicação prática do cotidiano relacionada a distribuição binomial;
- Proporcionar um melhor aprendizado de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos.

- **Recursos:**

- Projetor;
- Slides;
- Computador;
- Software Excel;
- Atividades impressas.

- **Conteúdo:**

1. **Problema Contextualizado:**

- Resolver através da abordagem *sensemaking*, via distribuição binomial, uma situação-problema do mundo real relacionada as medidas a serem tomadas para evitar o avanço da doença COVID-19, colocando uma quantidade pequena de alunos como agentes intrínsecos dessa situação.

ATIVIDADES:

2. **Exemplos:**

- Resolver de forma individual um questionário avaliativo com problemas que envolvam arranjo simples, combinação simples, probabilidade em eventos sucessivos e distribuição binomial para verificar a aprendizagem em relação a combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA DETALHADA

AULA: Ensino de combinação simples e probabilidades de eventos sucessivos e independentes: uma aplicação da distribuição binomial via *sensemaking*.

- **Abertura (5 minutos):**
 - Revisão rápida do conceito de distribuição binomial.

- **Desenvolvimento (40 minutos):**
 - Utilizar a abordagem *sensemaking* para resolver uma situação-problema, onde a distribuição binomial é aplicada, simulando um cenário do mundo real e colocando uma quantidade pequena de alunos como agentes intrínsecos da situação;
 - Solucionar a situação-problema que foi resolvida simulando um cenário do mundo real por meio do software Excel e comparar os resultados obtidos com os da aula prática.

- **Fechamento (15 minutos):**
 - Aplicação de uma atividade para verificar a compreensão dos alunos sobre os conteúdos ensinados.

APÊNDICE P – PLANO DE AULA DO ENCONTRO 4 – TURMA B



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



Plano de Aula do Encontro 4 (Turma A) Sobre o Ensino de Combinação Simples e Probabilidades em Eventos Sucessivos e Independentes: Uma Aplicação da Distribuição Binomial Via Sensemaking

RESPONSÁVEL PELA AULA

- Mestrando: Douglas Enison Cardoso da Silva.

LOCAL E DATA

- Angical do Piauí, 05 de março de 2024.

PÚBLICO-ALVO

- Estudantes do terceiro ano do ensino médio de uma escola técnica rede federal de ensino.

DURAÇÃO

- 60 minutos.

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS DA BNCC

- Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente;
- Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos

e linguagens próprios da Matemática;

- Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

HABILIDADES DA BNCC

- (EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
- (EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais;
- (EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore;
- (EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade;
- (EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos;
- (EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

AULA: Ensino de combinação simples e probabilidades de eventos sucessivos e independentes: uma aplicação da distribuição binomial via *sensemaking*.

- **Objetivos**

- Mostrar como é aplicado a distribuição binomial;

- Aplicar a distribuição binomial a uma situação prática do cotidiano relacionada a probabilidade de leitura ou não de uma carteira com antena de identificação por rádio frequência (RFID) de um aluno ao passar por um portal com leitor RFID, utilizando a abordagem *sensemaking*;
- Utilizar o software Excel para calcular aplicação prática do cotidiano relacionada a distribuição binomial;
- Proporcionar um melhor aprendizado de combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos.

- **Recursos:**

- Projetor;
- Slides;
- Computador;
- Software Excel;
- Atividades impressas.

- **Conteúdo:**

2. Problema Contextualizado:

- Resolver através da abordagem *sensemaking*, via distribuição binomial, uma situação-problema do mundo real relacionada ao cálculo da probabilidade da leitura ou não de uma carteira com antena de identificação por rádio frequência (RFID) de um aluno ao passar por um portal com leitor RFID, colocando uma quantidade pequena de alunos como agentes intrínsecos dessa situação.

ATIVIDADES:

3. Exemplos:

- Resolver de forma individual um questionário avaliativo com problemas que envolvam arranjo simples, combinação simples, probabilidade em eventos sucessivos e distribuição binomial para verificar a aprendizagem em relação a combinação simples e probabilidade em eventos sucessivos.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA DETALHADA

AULA: Ensino de combinação simples e probabilidades de eventos sucessivos e independentes: uma aplicação da distribuição binomial via *sensemaking*.

- **Abertura (5 minutos):**

- Revisão rápida do conceito de distribuição binomial.

- **Desenvolvimento (40 minutos):**

- Utilizar a abordagem *sensemaking* para resolver uma situação-problema, onde a distribuição binomial é aplicada, simulando um cenário do mundo real e colocando uma quantidade pequena de alunos como agentes intrínsecos da situação;
- Solucionar a situação-problema que foi resolvida simulando um cenário do mundo real por meio do software Excel e comparar os resultados obtidos com os da aula prática.

- **Fechamento (15 minutos):**

Aplicação de uma atividade para verificar a compreensão dos alunos sobre os conteúdos ensinados.

ANEXO A – VISTA FRONTAL DA INSTITUIÇÃO ONDE OCORREU A PESQUISA

Fotografia 6 - Imagem frontal da instituição onde ocorreu a pesquisa



Fonte: Próprio autor, 2024.