



**Programa de Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional
Coordenação do PROFMAT**

CAROLINE DA SILVA ARAUJO

**UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA COM O ENSINO
DE POLÍGONOS PARA O 8º ANO DA EJA**

Orientador: Prof^a Dr^a Lhaylla dos Santos Crissaff



NITERÓI

JUNHO/2024

CAROLINE DA SILVA ARAUJO

UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA COM O ENSINO DE POLÍGONOS PARA O 8º ANO DA EJA

Dissertação apresentada por Caroline da Silva Araujo ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

Orientador: Prof^a Dr^a Lhaylla dos Santos Crissaff

Niterói

2024

Ficha catalográfica automática - SDC/BIME
Gerada com informações fornecidas pelo autor

A658e Araujo, CAROLINE DA SILVA
 UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA COM O ENSINO DE POLÍGONOS PARA O
8º ANO DA EJA / CAROLINE DA SILVA Araujo. - 2024.
 178 f.: il.

 Orientador: LHAYLLA DOS SANTOS CRISSAFF.
 Dissertação (mestrado profissional)-Universidade Federal
Fluminense, Niterói, 2024.

 1. GEOMETRIA. 2. POLÍGONOS. 3. EJA. 4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA.
5. Produção intelectual. I. CRISSAFF, LHAYLLA DOS SANTOS,
orientador. II. Universidade Federal Fluminense. Instituto de
Matemática e Estatística. III. Título.

CDD - XXX

CAROLINE DA SILVA ARAUJO

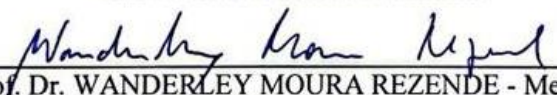
**UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA COM O ENSINO DE POLÍGONOS PARA O 8º
ANO DA EJA**

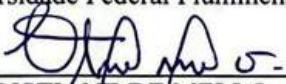
Dissertação apresentada por Caroline da Silva Araujo ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

Aprovada em: 04/07/2024

Banca Examinadora


Prof.^a. Dra. LHAYLLA DOS SANTOS CRISSAFF - Orientadora
Universidade Federal Fluminense


Prof. Dr. WANDERLEY MOURA REZENDE - Membro
Universidade Federal Fluminense


Prof.^a. Dra. CRISTIANE DE MELLO - Membro
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Niterói

2024

Dedicatória

Dedico este trabalho e todos os que estão por vir à minha família, que foi incansável no incentivo para a realização deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Antes de tudo, sou grata a Deus e a espiritualidade por toda oportunidade de crescimento e desenvolvimento pessoal.

Aos meus avós, Ruth e Waldélio, que mesmo não estando entre nós, são as maiores referências na minha construção enquanto ser humano. Obrigada por todo amor e doçura.

Aos meus pais e a minha irmã que constantemente são meus alunos da EJA. Obrigada por serem os primeiros a participar das atividades elaboradas. Foi a partir das conclusões e sugestões de vocês que pude fazer as adaptações necessárias.

A minha mãe, Rosane, que me motiva a estudar desde que compreendi meu lugar no mundo. Agradeço imensamente por me incentivar com tanto carinho a dar meu melhor sempre e não permitir que em nenhum momento eu desistisse dos meus sonhos. Obrigada por entender as minhas ausências e protelar os nossos inúmeros planos de viagem. (*'Vai logo escrever'*. *'Acaba logo esse Mestrado'*. *'Precisamos viajar'*). Obrigada por ser meu maior modelo de educadora, mulher e indivíduo. Você é o meu maior exemplo de vida.

Ao meu pai, Gleyson. Obrigada por ser a primeira referência nas Construções Geométricas. Ao observar seus desenhos meticulosos com régua e compasso que ainda criança encontrei a minha paixão na Matemática. Sua habilidade e seu exemplo foram inspiradores. Agradeço por me incentivar a explorar essa área.

Ao meu irmão Lucas, obrigada por ter sido *'cobaia'* de todas as professoras da família desde que nasceu.

A minha irmã, Nathália. É muito difícil ser breve para te agradecer por tanto. Você é um dos alicerces da minha vida. Toda gratidão pela sua inabalável parceria. Obrigada por cuidar de mim e da nossa Catharina. Sabemos que ela é a única cachorrinha que colaborou com o desenvolvimento de dois mestrados ao mesmo tempo.

As minhas tias Valéria e Ruth. Obrigada por todo cuidado e carinho comigo ao longo desse processo.

À Larissa, uma grande amiga, que em tão pouco tempo se tornou uma parceira incrível. Muito obrigada pela sua cooperação na construção do jogo utilizado nesta pesquisa.

À direção do Colégio Municipal Presidente Castello Branco que permitiu a realização das atividades no espaço escolar. E aos professores da escola que tanto me ajudaram a sanar as inúmeras dúvidas, em especial ao Gilson, a Rita de Cássia e a Bárbara.

Aos estudantes que não mediram esforços para participar das atividades aplicadas. Obrigada por me ensinarem tanto.

A minha orientadora, a Prof.^a Dra. Lhaylla dos Santos Crissaff que me inspirou, auxiliou e impulsionou tantas vezes durante todo o processo de elaboração e conclusão deste projeto. Muito obrigada pela sua paciência e por todo suporte. Além disso, toda gratidão a sua sensibilidade com os momentos delicados que atravessei durante o processo de elaboração e escrita deste trabalho.

À Universidade Federal Fluminense, uma das mais renomadas universidades do Brasil, por me fazer alcançar novos horizontes. Muito obrigada por cada ambiente de estudo, por cada espaço de construção de conhecimento. Obrigada por fazer parte da minha trajetória acadêmica desde a graduação.

Aos professores do PROFMAT que compartilharam seus conhecimentos, obrigada pelos estímulos, atenção, confiança e dedicação.

Agradeço profundamente à coordenadora do Programa de Mestrado em Matemática, a Prof.^a Dra. Dirce Uesu Pesco, muito obrigada por me encorajar e apoiar desde o início da minha jornada na UFF.

A todos os meus colegas do PROFMAT, vocês são presentes que ganhei durante a realização do mestrado. Muito obrigada por cada momento de estudo, de alegria compartilhada, de frustração dividida e de suporte. Não tenho palavras para demonstrar minha gratidão por vocês. Carrego comigo a certeza de que sem vocês não teria chegado tão longe.

Por último, toda gratidão àqueles educadores que nunca desistem de suas verdadeiras paixões pelo ensino e aprendizagem, contribuindo assim com a evolução da humanidade.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

*No momento em que paramos de lutar uns pelos outros, nesse momento perdemos a
nossa humanidade.*

Filme 2012.

RESUMO

O ensino da Geometria tem enfrentado diversos obstáculos nos últimos anos e as pesquisas têm apontado uma variedade de causas para este problema. Em uma outra direção, a Educação de Jovens e Adultos (EJA) também tem desafiado os educadores na busca por uma aprendizagem mais coerente com a realidade dos estudantes que não tiveram a oportunidade de cursar a Educação Básica na idade adequada. Neste trabalho, abordaremos brevemente a problemática do ensino da Geometria, assim como um histórico sobre a EJA no Brasil. Além disso, apresentaremos uma sequência didática para o ensino de polígonos para estudantes do 8º Ano do Ensino Fundamental Anos Finais da EJA que foi construída à luz do Modelo de Van Hiele e fazendo uso de materiais concretos manipuláveis. A sequência didática foi experimentada em duas turmas de 8º Ano de EJA e seus resultados apresentados nesta dissertação.

Palavras-chave: Geometria Plana, EJA, Modelo de Van Hiele, Pensamento Geométrico, Polígonos.

ABSTRACT

The teaching of Geometry has faced several obstacles in recent years and research has pointed to a variety of causes for this problem. In another direction, Youth and Adult Education has also challenged educators in the search for learning that is more coherent with the reality of students who did not have the opportunity to attend Basic Education at the appropriate age. In this work, we will briefly address the issue of teaching Geometry, as well as a history of Youth and Adult Education in Brazil. Additionally, we will present a didactic sequence for teaching polygons to students in the 8th-grade students in the Final Years of Elementary School of Youth and Adult Education that was built in light of the Van Hiele Model and making use of manipulable concrete materials. The didactic sequence was tested in two 8th-grade Youth and Adult Education classes and the results are presented in this dissertation.

Keywords: Plane Geometry, Youth and Adult Education, Van Hiele Model, Geometric Thinking, Polygons.

LISTA DE ABREVIATURAS, SÍMBOLOS E SIGLAS

AD	Avaliação Diagnóstica
AF	Avaliação Final
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEB	Câmara de Educação Básica
CMPCB	Colégio Municipal Presidente Castello Branco
CNE	Conselho Nacional de Educação
EaD	Educação a Distância
ECA	Estatuto da Criança e do Adolescente
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENCCEJA	Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos
EPT	Educação Profissional e Tecnológica
IME	Instituto de Matemática e Estatística
Inep	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Anísio Teixeira
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
LIBRAS	Língua Brasileira de Sinais
MD	Materiais Didáticos
MEC	Ministério da Educação
MMM	Movimento da Matemática Moderna
MOBRAL	Movimento Brasileiro de Alfabetismo
NEE	Necessidades Educacionais Especiais
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PNE	Plano Nacional de Educação
PROFMAT	Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
RBECT	Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia
SEMED	Secretaria Municipal de Educação de São Gonçalo
SG	São Gonçalo

TEA	Transtorno do Espectro Autista
UFA	Universidade Federal do Amapá
UFES	Universidade Federal do Espírito Santo
UFF	Universidade Federal Fluminense
UFG	Universidade Federal de Goiás
UFPB	Universidade Federal da Paraíba
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UNIRIO	Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Comparativo dos Componentes Curriculares de Geometria Plana no 6º e 7º Anos do Ensino Fundamental.	52
Tabela 2	Comparativo dos Componentes Curriculares de Geometria Plana no 8º e 9º Anos do Ensino Fundamental.	53
Tabela 3	Cronograma das Atividades realizadas.	70
Tabela 4	Resultados da Questão 1 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.	76
Tabela 5	Resultados da Questão 2 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.	77
Tabela 6	Resultados da Questão 3 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.	79
Tabela 7	Resultados da Questão 4 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.	80
Tabela 8	Resultados da Questão 5 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.	82
Tabela 9	Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na 1ª parte da Avaliação Diagnóstica.	82
Tabela 10	Resultados da Questão 6 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.	84
Tabela 11	Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na Questão 7 da Avaliação Diagnóstica.	85
Tabela 12	Resultados da Questão 8 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.	86
Tabela 13	Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na Questão 9 da Avaliação Diagnóstica.	88
Tabela 14	Resultados da Questão 10 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.	89
Tabela 15	Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na 2ª parte da Avaliação Diagnóstica.	89
Tabela 16	Resultados da Questão 1 da Avaliação Final nas turmas analisadas. .	115

Tabela 17	Resultados da Questão 2 da Avaliação Final nas turmas analisadas. .	115
Tabela 18	Resultados da Questão 3 da Avaliação Final nas turmas analisadas. .	116
Tabela 19	Resultados da Questão 4 da Avaliação Final nas turmas analisadas. .	117
Tabela 20	Resultados da Questão 5 da Avaliação Final nas turmas analisadas. .	117
Tabela 21	Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na 1ª parte da Avaliação Final.	118
Tabela 22	Resultados da Questão 6 da Avaliação Final nas turmas analisadas. .	119
Tabela 23	Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na Questão 7 da Avaliação Final.	119
Tabela 24	Resultados da Questão 8 da Avaliação Final.	120
Tabela 25	Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na Questão 9 da Avaliação Final.	121
Tabela 26	Resultados da Questão 10 da Avaliação Final.	122
Tabela 27	Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na Avaliação Final.	122

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	População de 18 anos e mais de idade que não frequenta escola e sem a Educação Básica concluída em 2023.	28
Figura 2	Evolução das matrículas na EJA (2018 - 2023).	29
Figura 3	Fachada do Colégio Municipal Presidente Castello Branco.	67
Figura 4	Fotografia de uma estudante realizando a 1ª parte da Avaliação Diagnóstica.	75
Figura 5	Questão 1 da Avaliação Diagnóstica.	75
Figura 6	Resolução correta da questão 1 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.	76
Figura 7	Resolução incorreta da questão 1 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.	76
Figura 8	Questão 2 da Avaliação Diagnóstica.	77
Figura 9	Resolução correta da questão 2 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.	77
Figura 10	Resolução incorreta da questão 2 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.	77
Figura 11	Questão 3 da Avaliação Diagnóstica.	78
Figura 12	Resolução correta da questão 3 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.	78
Figura 13	Resolução incorreta da questão 3 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.	78
Figura 14	Questão 4 da Avaliação Diagnóstica.	79

Figura 15	Resolução correta da questão 4 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.	80
Figura 16	Resolução incorreta da questão 4 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.	80
Figura 17	Questão 5 da Avaliação Diagnóstica.	81
Figura 18	Resolução correta da questão 5 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.	81
Figura 19	Resolução incorreta da questão 5 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.	82
Figura 20	Questão 6 da Avaliação Diagnóstica.	83
Figura 21	Quatro soluções apresentadas pelos estudantes na Questão 7 da Avaliação Diagnóstica.	85
Figura 22	Questão 8 da Avaliação Diagnóstica.	86
Figura 23	Quatro soluções apresentadas pelos estudantes na Questão 9 da Avaliação Diagnóstica.	87
Figura 24	Quatro soluções apresentadas pelos estudantes na Questão 10 da Avaliação Diagnóstica.	88
Figura 25	Fotografia de uma estudante recortando as figuras da Atividade 1. . .	92
Figura 26	Fotografia da resolução da questão 7 da Atividade 1 do Bloco 1. . .	94
Figura 27	Fotografia de duas resoluções da questão 10 da Atividade 1 do Bloco 1.	94
Figura 28	Fotografia de uma resolução final da Atividade 1 do Bloco 1.	95
Figura 29	Fotografias da resolução de dois estudantes nas questões 6 e 7 da Atividade 2 do Bloco 1.	97
Figura 30	Fotografia de uma estudante realizando a Atividade 2.	98

Figura 31	<i>Tangram</i> entregue aos alunos para a realização da atividade.	99
Figura 32	Fotografias de soluções da questão 3 da Atividade <i>Tangram</i>	100
Figura 33	Fotografias de soluções da questão 4 da Atividade <i>Tangram</i>	101
Figura 34	Fotografia da solução da questão 5 da Atividade <i>Tangram</i>	101
Figura 35	Fotografias de duas soluções da questão 6 da Atividade <i>Tangram</i> . . .	102
Figura 36	Fotografias de uma das soluções da questão 7 da Atividade <i>Tangram</i>	102
Figura 37	Fotografia de um estudante realizando a atividade 2 do bloco 2.	104
Figura 38	Fotografia dos estudantes jogando o Dominó de Polígonos.	112

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	21
CAPÍTULO 1: A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO BRASIL	25
1.1. Breve histórico.....	26
1.2. Desafios	30
1.3. Documentos oficiais sobre a EJA	34
1.3.1. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional	34
1.3.2. Plano Nacional de Educação.....	36
1.3.3. Parecer CNE/CEB nº 11/2000.....	37
1.3.4. Novas Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais	39
1.3.5. Documentos oficiais sobre a EJA em São Gonçalo	40
CAPÍTULO 2: A GEOMETRIA DA EDUCAÇÃO BÁSICA	43
2.1. A importância do Ensino de Geometria	43
2.2. A Problemática do Ensino da Geometria no Brasil	45
2.3. Conteúdos de Geometria da Educação Básica	47
CAPÍTULO 3: METODOLOGIAS DE ENSINO	56
3.1. Materiais Didáticos Manipuláveis.....	58
3.2. Modelo de Desenvolvimento para o Pensamento Geométrico de Van Hiele	60
CAPÍTULO 4: METODOLOGIA DO TRABALHO	67
4.1. Dados das turmas	67
4.2. Metodologia de desenvolvimento do trabalho.....	69
CAPÍTULO 5: A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E SEUS RESULTADOS	73
5.1. A Avaliação Diagnóstica: Teste de Van Hiele	73
5.1.1. Nível 1 do Modelo de Van Hiele	75
5.1.2. Nível 2 do Modelo de Van Hiele	84
5.2. Bloco 1 de Atividades	91
5.2.1. Atividade 1 - Agrupamentos de figuras.....	91

5.2.2. Atividade 2 - Construção com palitos.	96
5.3. Bloco 2 de Atividades	99
5.3.1. Atividade 1 - <i>Tangram</i>	99
5.3.2. Atividades 2 e 3 - Triângulos e Quadriláteros.	104
5.3.3. Atividade 4 - Pentágonos e Polígonos.....	109
5.3.4. Atividade 5 - Dominó dos Polígonos.....	111
5.4. Avaliação Final: Reaplicação do Teste de Van Hiele.....	114
5.4.1. Nível 1 do Modelo de Van Hiele	115
5.4.2. Nível 2 do Modelo de Van Hiele	119
CONSIDERAÇÕES FINAIS	125
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	127
ANEXOS	131
Anexo I - Avaliação Diagnóstica	132
Anexo II - Bloco 1 (Atividade 1)	135
Anexo III - Bloco 1 (Atividade 2)	139
Anexo IV - Bloco 2 (Atividade 1)	140
Anexo V - Bloco 2 (Atividade 2)	142
Anexo VI - Bloco 2 (Atividade 3)	144
Anexo VII - Bloco 2 (Atividade 4)	145
Anexo VIII - Bloco 2 (Atividade 5 - Dominó de Polígonos).	146
APÊNDICE - RECURSO EDUCACIONAL	147

INTRODUÇÃO

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) é uma modalidade de ensino que busca a reparação da dívida que o Brasil, historicamente, possui com um número expressivo de pessoas que não tiveram acesso à educação de qualidade na idade adequada. A falta de educação formal básica afeta a vida das pessoas diretamente, seja no mercado de trabalho, seja na sua autoestima, seja nas relações sociais.

Um dos grandes problemas existentes no contexto histórico social é a exclusão social de pessoas que por sua condição de vida acabam se tornando excluídas também no contexto educacional. Essa exclusão acontece com jovens e adultos analfabetos, que por seus problemas e dificuldades, não foram alfabetizados no período considerado regular para a alfabetização. (PEDROSO, 2010, p. 1)

Os estudantes da EJA enfrentam inúmeras dificuldades dia após dia para estudarem. Em nosso convívio diário com estudantes dessa modalidade de ensino, consideramos que os anos de afastamento da sala de aula, o estresse e o cansaço com o trabalho, e outros desafios da vida adulta, colaboram para um grande desânimo com os estudos e contribuem para a evasão escolar.

Além das dificuldades brevemente mencionadas, os estudantes da EJA também enfrentam dificuldades na aprendizagem dos conteúdos. Em particular, os conteúdos matemáticos podem ser bastante desafiadores, se considerarmos que estudantes jovens e adultos já trazem uma bagagem cultural, muitas vezes desprezada em prol de uma aprendizagem formal e até mesmo infantilizada, já que muitos professores não possuem formação adequada para trabalhar com essa modalidade de ensino e, por vezes, replicam o que costumam fazer no ensino regular.

A linguagem e a organização dos conteúdos são os mesmos desenvolvidos para o trabalho com as crianças. Como evidenciado, são pessoas que trazem à escola experiências de vida e de lutas e merecem uma atenção quanto ao uso da linguagem e ao desenvolvimento das atividades. Esse olhar sobre como encaminhar atividades e processos didáticos é importante porque um educador que possui práticas padronizadas e infantilizadas pode contribuir para aumentar o não encontro com a escola, promovendo a desistência e a evasão das salas de aula. (SILVA; ALENCAR, 2022, p. 9)

As dificuldades enfrentadas por professores e estudantes, não só na EJA, impulsionaram nosso interesse pela pesquisa, em particular, do ensino de Geometria. Os

trabalhos dos autores Pavanello (1989 e 1993), Caldato e Pavanello (2015), Lorenzato (1995), Kaleff (1994) e outros que abordam o assunto, nos levam a refletir sobre as lacunas presentes no ensino da disciplina no Brasil, afirmando que este foi abandonado ou ainda deixando em segundo plano nas últimas décadas. Essas pesquisas são mais voltadas para o ensino regular, mas todos os fatos se refletem também na EJA.

Para tratar a disciplina Geometria, é importante não apenas a observação do espaço à nossa volta, mas também os objetos contidos neste espaço e em todos os outros. Isso torna a Geometria interessante e presente no nosso dia a dia. A Geometria, em conformidade com Neves (2008), é:

[...] algo vivo que se apresenta a todo instante. Nesse sentido, questionamos o “diálogo” com a geometria feito apenas por meio de fórmulas e definições. A própria natureza do conhecimento geométrico é oposta a esse trabalho. Seu conhecimento é parte de nossas ações, de nosso olhar, de nossas experiências e de nossa observação. Logo, não poderemos falar de geometria para alguém, devemos deixar que os indivíduos/alunos sintam, vejam, observem, deduzam, validem e sistematizem a geometria presente à sua volta. (NEVES, 2008, p. 58)

Uma alternativa ao ensino tradicional da Geometria é uma metodologia de ensino chamada Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele, desenvolvida pelo casal de pesquisadores holandeses Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof na década de 50. Tal modelo funciona como um guia para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria, analisando as habilidades dos estudantes em cada conteúdo dessa área e fazendo-os crescer passo a passo no entendimento de cada conteúdo. Esta metodologia de ensino é composta por cinco níveis de aprendizagem (Nasser e Sant’anna (2017)) que os estudantes precisam alcançar hierarquicamente, ou seja, só é possível avançar para o nível seguinte se tiver alcançado o atual. Esses avanços dependem apenas da aprendizagem realizada e não da idade do estudante.

Neste trabalho, utilizaremos o Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele para trabalhar o conteúdo de Polígonos com estudantes do 8º Ano do Ensino Fundamental da EJA. Para objetivamente potencializar os resultados obtidos por esta metodologia, decidimos também utilizar alguns materiais didáticos manipuláveis desenvolvidos especificamente para apoiar as atividades que serão trabalhadas com os estudantes.

Para Kaleff (2006) os materiais manipuláveis,

[...] são motivadores do estabelecimento de situações e atividades didáticas que permitem, a crianças e adultos, realizar procedimentos elementares de cálculo, bem como identificar, diferenciar, reconhecer e comparar formas e, ainda, relacionar e comparar medidas (de distância, área e volume). (KALEFF, 2006, p. 117)

O principal objetivo deste trabalho foi a elaboração e aplicação de uma sequência didática baseada no Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele. A sequência foi construída de forma a favorecer a aprendizagem do conteúdo de Polígonos de forma interativa, focando na construção do conhecimento pelo próprio estudante, e fazendo uso de materiais manipuláveis para a construção dos conceitos geométricos. A incansável busca por metodologias de ensino que se distanciam dos modelos tradicionais de ensino nos motivou a elaborar tal sequência didática.

A sequência didática possui inicialmente uma Avaliação Diagnóstica que foi inspirada no trabalho de Nasser e Sant'anna (2017), seguida por dois blocos de atividades, sendo o Bloco 1 composto por duas atividades e o Bloco 2 com cinco atividades. Por fim, reaplicamos a mesma Avaliação Diagnóstica do início das atividades e comparamos os resultados, verificando os níveis de aprendizagem dos alunos conforme o Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele.

Este trabalho foi estruturado em cinco capítulos. No Capítulo 1, apresentamos um breve histórico da EJA e seus desafios, além dos documentos oficiais do país que versam sobre a EJA (LDB, PNE, Parecer CNE/CEB nº 11/2000, Novas Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica) e em seguida o Programa Único de Funcionamento da EJA - 1º e 2º Segmento da Rede Pública de São Gonçalo.

O Capítulo 2 apresenta informações e reflexões a respeito das perspectivas atuais do Ensino de Geometria no Brasil, analisando a importância do ensino da disciplina e suas problemáticas. O último tópico do capítulo realiza comparações entre os conteúdos de Geometria Plana priorizados nos documentos oficiais (PCN, BNCC e Programa Único de Funcionamento da EJA - 2º Segmento da Rede Pública de São Gonçalo).

Apresentamos no Capítulo 3 as metodologias de ensino de Geometria na EJA, o Modelo de Visualização para o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele e a importância da utilização dos materiais manipuláveis no ensino da disciplina.

O Capítulo 4 se destina ao detalhamento do percurso metodológico adotado para a construção do trabalho. É neste capítulo que descrevemos as características fundamentais dos sujeitos da pesquisa, das turmas, da escola e do contexto em que foram realizadas as atividades.

As atividades propostas para a realização da experiência didática focada no ensino de Polígonos para as turmas de 8º Ano do Ensino Fundamental na EJA são apresentadas no Capítulo 5. Adicionalmente, detalhamos os procedimentos utilizados na aplicação das atividades, segundo os níveis do Modelo de Van Hiele.

Por último, são apresentadas as considerações finais, os anexos com as atividades, a Avaliação Diagnóstica aplicada e o Jogo Dominó de Polígonos. Além do Apêndice com o Produto Educacional.

CAPÍTULO 1:

A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO BRASIL

Segundo Brasil (2015), atualmente no Brasil, há pelo menos 9 modalidades de ensino na Educação Básica. São elas:

- 1) Modalidade Regular, dedicada às faixas etárias consideradas adequadas;
- 2) Educação de Jovens e Adultos (EJA), com função reparadora e dedicada àqueles que não tiveram a oportunidade de cursar a Educação Básica na idade adequada;
- 3) Educação Profissional e Tecnológica (EPT), que fornece uma formação técnica de forma integrada com Ensino Fundamental e Ensino Médio;
- 4) Educação à Distância (EaD), que se caracteriza pelo uso de meios e tecnologias da informação e comunicação para mediar a interação entre professores e alunos, podendo ser realizada em lugares e tempo diversos;
- 5) Educação Especial, dedicada aos estudantes com deficiência, transtorno de desenvolvimento e altas habilidades (superdotação), sendo uma modalidade transversal que pode atingir todos os níveis de ensino e que necessita de um Projeto Político-Pedagógico na unidade escolar;
- 6) Educação Básica do Campo, Educação Escolar Indígena, Educação Escolar Quilombola e a Educação para Jovens e Adultos privados de liberdade em estabelecimentos penais: que são direcionadas a segmentos específicos da população, com o objetivo de assegurar um ensino que considere as suas especificidades e particularidades.

Neste trabalho, nosso foco é a modalidade de ensino EJA. E, neste capítulo, apresentaremos um breve relato histórico da EJA abordando alguns dos inúmeros desafios enfrentados por esta modalidade de ensino desde a sua criação, que mesmo com tantos avanços nos últimos tempos, ainda permanecem até hoje. Além disso, serão apresentados alguns documentos oficiais que tratam da EJA, passando pelos documentos nacionais e pelos do município de São Gonçalo, local onde foi realizada a experiência didática que será apresentada mais adiante.

1.1. Breve histórico

Como brevemente mencionado antes, a EJA é uma modalidade de ensino criada para estabelecer o direito ao acesso à educação e aprendizagem àqueles que não tiveram condições de concluir durante a infância e juventude o Ensino Básico. O acesso ao ensino para jovens e adultos é uma excelente ferramenta no combate ao analfabetismo no Brasil, promovendo uma maior participação dessas pessoas na sociedade. Segundo Silva (2022), o maior objetivo da EJA é exatamente a redução do analfabetismo das pessoas adultas.

De acordo com Haddad e Di Pierro (2000, p. 108-109), o início da EJA no Brasil coincide com a chegada dos portugueses ao país em torno de 1500, com o objetivo inicial de catequizar os indígenas. Os religiosos portugueses desenvolveram uma ação educativa missionária com grande parte dos adultos, iniciando com os indígenas e posteriormente com os escravizados.

Muitos anos depois, na década de 50, ocorreu o processo de modernização do Brasil, passando por mudanças de caráter político, econômico, cultural e social, que se estendeu para a educação como um todo, incluindo a EJA. A partir desse momento, surgiram movimentos que reconheciam que

O adulto não-escolarizado, até então percebido como um ser imaturo e ignorante, passa a ser encarado como um sujeito com experiências e conhecimentos próprios, participante ativo do processo educativo. (HENRIQUES; BARROS; AZEVEDO, 2006, p. 17)

Nesse período, com esse novo olhar, as propostas educacionais de Paulo Freire se tornaram conhecidas. Em 1964, foi criado o Plano Nacional de Educação baseado nas ideias de Paulo Freire, cujo objetivo era disseminar os projetos de avaliação de jovens e adultos no país. Infelizmente, com o Golpe Militar de 1964, o plano foi revogado e as ideias não se concretizaram. De qualquer forma, segundo Henriques *et al.* (2006), "o Plano permitiu que se avançasse mais alguns passos no desenvolvimento de uma concepção de alfabetização libertadora e direcionada ao alcance da cidadania" (p. 17).

Em dezembro de 1967, ainda durante o Regime Militar (1964-1985), foi criado o Movimento Brasileiro de Alfabetização (MOBRAL) com o objetivo de acabar com o analfabetismo no país e fornecer ao governo um maior controle sobre a alfabetização dos

jovens e adultos na faixa etária de 15 a 30 anos. O projeto MOBRAL foi extinto em 1985. Segundo Horiguti (2009),

[...] o ‘método’ de Paulo Freire e o MOBRAL baseiam-se em filosofias e metodologias totalmente opostas - enquanto o primeiro procura a partir dos conhecimentos prévios dos alunos, levando em consideração suas experiências de vida, suas particularidades, e a partir destes pontos ocorre o trabalho com os conteúdos de ensino, no segundo, houve uma massificação e imposição dos conteúdos, sem atentar às diferenças regionais e singularidades dos alunos. (HORIGUTI, 2009, p. 4)

Saindo do ano de 1985 e seguindo a linha do tempo, destacamos a promulgação da Constituição Federal em 1988. Neste documento, apesar de a EJA não ser mencionada, a educação brasileira avança significativamente e esses acontecimentos reverberam na EJA. O Art. 208 garante o Ensino Básico obrigatório e gratuito aos que não tiveram acesso à educação na idade própria, e também o ensino noturno regular, que vem para apoiar estudantes que precisam trabalhar durante o dia.

Art. 208. O dever do Estado com a educação será efetivado mediante a garantia de:

I - ensino fundamental, obrigatório e gratuito, assegurada, inclusive, sua oferta gratuita para todos os que a ele não tiveram acesso na idade própria;

[...]

VI - oferta de ensino noturno regular, adequado às condições do educando; (BRASIL, 1988, p. 1).

Apenas em 1996, por meio de inovações trazidas pela Lei de Diretrizes e Bases (LDB) - Lei 9.394/96, a EJA passou a ser reconhecida oficialmente como uma modalidade da Educação Básica. Com isso, estados, municípios e União passaram a ser obrigados a oferecer essa modalidade de ensino. Com a LDB, temos então a EJA sendo vista como uma educação compensatória e inclusiva.

Em maio do ano 2000, foi aprovado o Parecer nº 11 da Câmara de Educação Básica (CEB) do Conselho Nacional de Educação (CNE), que denominaremos por Parecer CNE/CEB nº 11/2000. O principal objetivo do parecer era constituir Diretrizes Curriculares Nacionais da EJA para os Ensinos Fundamental e Médio, sendo considerado um episódio marcante para essa modalidade de ensino.

[...] parece estar em curso um processo de redefinição das atribuições da educação fundamental de jovens e adultos, que vêm sendo deslocadas para

os Estados e, principalmente, para os Municípios, com apelos dirigidos também ao envolvimento das organizações não-governamentais e da sociedade civil. (BRASIL, 2000, p. 25)

No Brasil, atualmente, além da modalidade de ensino EJA é também oferecido aos jovens e adultos que não concluíram o Ensino Fundamental ou Médio na idade adequada o Exame Nacional para Certificação de Jovens e Adultos (ENCCEJA). O exame foi realizado pela primeira vez em 2002 e até os dias de hoje é realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Segundo o Inep, o ENCCEJA tem como objetivo avaliar as habilidades dos estudantes, sendo realizados também por brasileiros residentes no exterior.

A aplicação do ENCCEJA é realizada em conjunto com as secretarias municipais e estaduais de educação, sendo estas responsáveis pela emissão dos certificados de proficiência caso o estudante alcance uma nota mínima. Conforme LDB - Art. 38, os exames podem ser realizados por estudantes que tenham no mínimo 15 anos completos na data da realização do exame para o Ensino Fundamental, e 18 anos completos para o Ensino Médio. A partir do resultado dos estudantes no exame podem ser emitidas Declarações Parciais de Proficiência e/ou a Certificação de Conclusão do Ensino Fundamental e Médio.

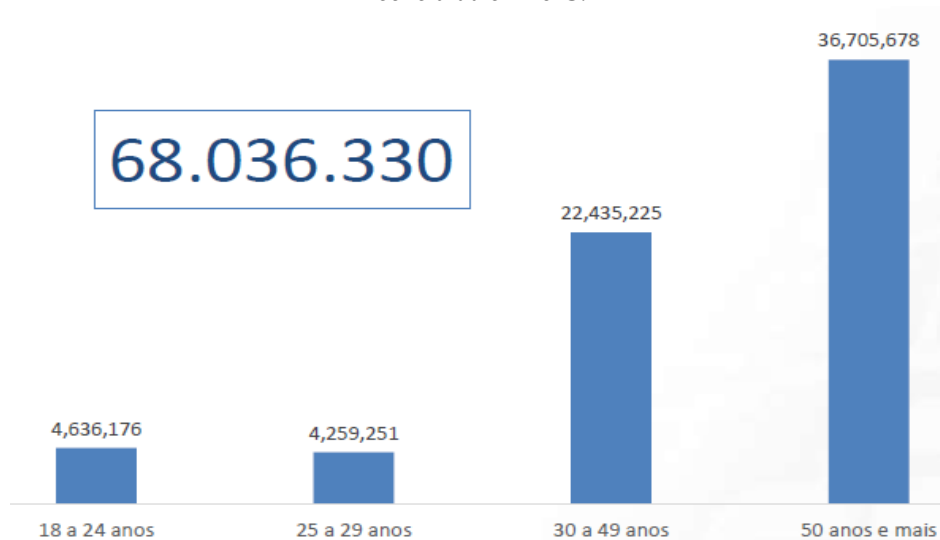
Já em abril de 2010, após a constatação da necessidade de renovação de diretrizes, novas Diretrizes Curriculares Nacionais foram aprovadas pela CEB do CNE. Nas atualizações das diretrizes operacionais para a EJA estão incluídas nas novas diretrizes características relacionadas à duração dos cursos, idade mínima para ingresso dos estudantes, idade para a execução dos exames e a educação a distância da EJA. Outro aspecto importante abordado nas novas diretrizes é a oferta de EJA para estudantes em privação de liberdade nos estabelecimentos penais. O documento cita seu histórico, seu mérito de acordo com a perspectiva da política de execução penal do Brasil, o marco legal da EJA, a importância da reinserção social dos estudantes apenados e um panorama geral.

[...] a educação em espaços de privação de liberdade pode ter principalmente três objetivos imediatos que refletem as distintas opiniões sobre a finalidade do sistema de justiça penal: (1) manter os reclusos ocupados de forma proveitosa; (2) melhorar a qualidade de vida na prisão; e (3) conseguir um resultado útil, tais como ofícios, conhecimentos, compreensão, atitudes sociais e comportamento, que perdurem além da prisão e permitam ao apenado o acesso ao emprego ou a uma capacitação superior, que, sobretudo, propicie mudanças de valores, pautando-se em princípios éticos e morais. Esta educação pode ou não se reduzir ao nível da reincidência. Já os demais

objetivos fazem parte de um objetivo mais amplo que a reintegração social e desenvolvimento do potencial humano. (BRASIL, 2013, p. 321)

As estatísticas do Brasil com relação à EJA mostram o enorme desafio a ser enfrentado pelo país para que seja assegurado o direito à educação de todos. Conforme o Censo Escolar de 2023¹ (Figura 1), o país possui mais de 60 milhões de habitantes com mais de 18 anos que não frequentam ou não concluíram a escola básica.

Figura 1: População de 18 anos e mais de idade que não frequenta escola e sem a Educação Básica concluída em 2023.



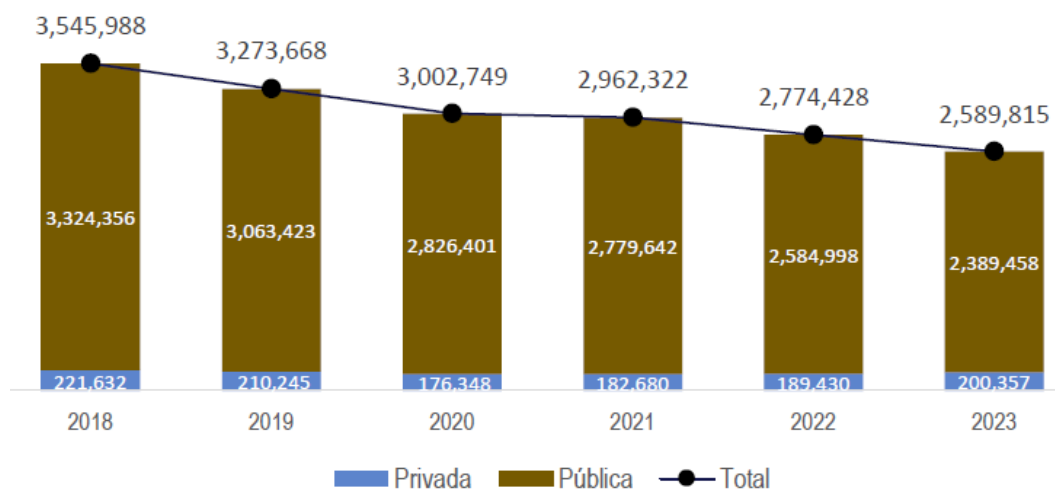
Fonte: Censo Escolar 2023.

Atualmente, 2.589.815 estudantes estão matriculados na EJA em todo país, segundo o Censo Escolar de 2023. Este número reforça a importância da modalidade para a Educação Básica no Brasil, sendo fundamental visar um ensino de qualidade para jovens e adultos e assegurar seus direitos à cidadania.

Mesmo com esse número significativo, os resultados do Censo Escolar de 2023 apontam que o número de alunos matriculados no Ensino Fundamental da EJA continua numa queda recorrente desde 2018, como mostra a Figura 2. Dos mais de 2,5 milhões de estudantes, 2,3 milhões estão matriculados na rede pública e 200 mil na rede privada.

¹ Todos os dados do Censo Escolar de 2023 estão disponíveis em:
https://download.inep.gov.br/censo_escolar/resultados/2023/apresentacao_coletiva.pdf

Figura 2: Evolução das matrículas na EJA (2018 - 2023).



Fonte: Censo Escolar 2023.

Em geral, estudantes matriculados na EJA retornam a escola inicialmente em busca de uma formação escolar rápida que proporcione qualificação e lhes garanta melhores opções no mercado de trabalho, em termos de cargos e salários. Há ainda o caso de estudantes que buscam melhorar sua autoestima e serem melhor inseridos na sociedade como um todo. Sendo assim, são jovens e adultos que almejam melhorar as condições de vida através da educação.

1.2. Desafios

Segundo Gadotti e Romão (2007), a Educação Básica para jovens e adultos é indispensável, pois proporciona uma nova chance para realizarem os estudos, alcançarem primeiramente a alfabetização e mais adiante maior qualificação, possibilitando, assim, a melhoria nas condições de vida.

Os jovens e adultos trabalhadores lutam para superar suas condições precárias de vida (moradia, saúde, alimentação, transporte, emprego, etc.) que está na raiz do problema do analfabetismo. O desemprego, os baixos salários e as péssimas condições de vida comprometem o processo de analfabetismo dos jovens e adultos. Falo de “jovens e adultos” me referindo a “educação de adultos”, porque, na minha experiência concreta, notei que aqueles que frequentavam os programas de educação de adultos são majoritariamente os jovens trabalhadores. (GADOTTI; ROMÃO, 2007, p. 31)

No cotidiano, percebemos que os estudantes da EJA enfrentam diversos desafios para continuar frequentando a sala de aula. Os mesmos buscam o conhecimento e a formação que ficou perdida em algum momento de suas vidas passadas, mas não podem abrir mão de suas

vidas presentes já construídas que resultam em obrigações com trabalho, desprendimento de tempo com sua família, etc. A realidade desses estudantes precisa ser levada em consideração, para que se promova uma educação de qualidade que contribua para o desenvolvimento individual dessas pessoas.

No cenário atual, a sociedade vê a juventude e o adulto analfabeto como sinônimo de problema e motivo de preocupação. A educação de jovens e adultos (EJA) no Brasil é marcada pela descontinuidade e por tênues políticas públicas, insuficientes para dar conta da demanda potencial e do cumprimento do direito, nos termos estabelecidos pela Constituição Federal de 1988. (MIRANDA; SOUZA; PEREIRA, 2016, p. 2).

Um grande desafio que se coloca para os estudantes da EJA, e que muito contribui para a evasão escolar, é o horário das aulas. Uma quantidade significativa de estudantes relata que não consegue chegar às suas escolas no horário de início das aulas por diversos motivos, como a dificuldade de acesso à escola, falta de transporte público eficiente nos grandes centros ou o horário de expediente nos seus trabalhos. Como o número de escolas que oferecem essa modalidade é reduzido em relação às escolas que oferecem a modalidade regular de ensino, os estudantes necessitam de um maior deslocamento entre as unidades escolares.

Outro fator que também contribui para a evasão escolar são os diversos problemas do dia a dia dos estudantes, que ainda podem despertar traumas com os insucessos vividos anteriormente. Na concepção de Pedroso, o estudante da EJA:

[...] vem para a escola com seus problemas, muitas vezes com a baixa autoestima por ser sentir discriminado em seu contexto de oprimido, quando chega à escola, diante um mundo novo e diferente sente-se reprimido, por situações de cansaço e desestímulo que os fazem acreditar que são incapazes de prosseguir. (PEDROSO, 2010, p. 2)

Continua, ainda, afirmando que os estudantes da EJA:

[...] procuram superar suas dificuldades diárias através da aprendizagem formal, como exprime Paulo Freire (Pedagogia do Oprimido) que busca a libertação através da sua práxis pela necessidade do conhecimento e reconhecimento de lutar por ela, esses, vivem num contexto de condições precárias relacionadas à saúde, alimentação, moradia, trabalho. Assim, quando o educador de jovens e adultos começa a ensinar, ele, não está simplesmente diante de pessoas que querem somente aprender, mas, diante de pessoas que convivem com situações de desânimo, dificuldades e que buscam melhorias em suas vidas. (PEDROSO, 2010, p. 2)

O desenvolvimento e o aprendizado dos jovens e adultos em qualquer faixa etária é constantemente impactado por questões relacionadas à sua vida. E segundo Andrade *et al.* (2022), a EJA

visa atender àqueles cuja exclusão tornaram-se analfabetos dentro da sociedade de um contexto em que havia escola. Isto é, muitos sujeitos, dentro do sistema, vivem ainda situações de vulnerabilidade ou outros problemas que dificultam o ingresso de pessoas no ensino na idade regular, alguns destes problemas são: gravidez precoce, drogas, desinteresse, condições financeiras, necessidade de trabalhar para sustento etc. (ANDRADE; BARROS; SILVA, 2022, p. 33)

Se a formação dos professores para o ensino das modalidades ditas regulares ainda é limitada, quando se trata de formação de educadores específicos para a EJA a situação é ainda pior. Atualmente, observa-se uma escassez de educadores que sejam capazes de adaptar atividades e currículos da modalidade às necessidades individuais dos alunos jovens, adultos e idosos, levando em consideração seus diferentes níveis de pensamento, raciocínio, experiências socioculturais e abordagens para aplicar o conhecimento em situações do dia a dia. Essas considerações devem existir para orientar as práticas pedagógicas, a começar pela seleção dos conteúdos mais pertinentes e dos métodos de ensino apropriados.

Em nossa experiência em sala de aula, também notamos que, para além da ausência de uma atenção ampliada à formação de professores e ajustes metodológicos, há a carência de políticas de incentivo no que se refere à produção de materiais específicos para a EJA contribuindo para uma infantilização do ensino (ao não utilizar materiais adaptados ao ensino de adultos) e não atendendo as necessidades do público. É evidente que o resultado é o desinteresse e o desânimo dos estudantes, que por diversas vezes acabam evadindo.

Em razão da ausência de materiais didáticos específicos que atendam às necessidades da EJA, mais fundamental ainda é o papel do professor numa turma desta modalidade. São os professores que terão que buscar recursos pedagógicos e metodologias apropriadas para o ensino, buscando uma contextualização das atividades, considerando o conhecimento prévio do estudante e facilitando o aprendizado mais formal, além de proporcionar uma interação entre as mais diversas disciplinas.

A respeito dos conteúdos presentes nos programas de ensino de Matemática da EJA, também é preciso considerar o público que estará nesse processo de ensino-aprendizagem e adaptá-lo ao mesmo. Como ressalta Fonseca (2012),

É importante observar que a *busca do essencial* não pode ter a conotação de mera exclusão de alguns conteúdos mais sofisticados, dando a sensação de que os alunos jovens e adultos *receberiam menos* do que os alunos do curso regular. Pelo contrário, é preciso tecer em conjunto uma programação cuja qualidade seja tanto melhor na medida em que é consciente e honestamente elaborada e assumida por aqueles que se dispõem a desenvolvê-la. (FONSECA, 2012, p. 70-71)

Mais um aspecto significativo que contribuiu para a repetência e evasão escolar na EJA é a inadequação do processo de avaliação, que, assim como na modalidade regular, tende a ser mais classificatório do que investigativo em relação aos avanços dos estudantes. Em geral, apenas o termo “*avaliação*” atribuído às ferramentas formais de “*verificação da aprendizagem*” já produz certa tensão nos estudantes. Em nossa prática diária, observamos que é necessário verificar nas avaliações se novas habilidades foram alcançadas pelos estudantes, se sua capacidade de raciocínio com os conteúdos matemáticos foi ampliada, se sua capacidade de relacionar conteúdos matemáticos com suas experiências cotidianas foi positivamente afetada, etc. Em nossa opinião, para este tipo de modalidade, a avaliação formal pode não ser tão adequada e não respeitar as particularidades e diversidades presentes nas salas de aula da EJA.

Mais um ponto que precisamos considerar é que a EJA possui destaque limitado nos documentos oficiais que regem a educação no Brasil, como será melhor discutido na próxima seção. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) não mencionam essa modalidade de ensino, e, portanto as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos (BRASIL, 2000) e o Parecer n. 11 do ano 2000, constituem os documentos fundamentais no contexto da EJA, pois estabelecem a organização e o funcionamento desta modalidade de ensino.

Podemos mencionar ainda que, as políticas públicas eficazes para garantir um ensino de qualidade da educação para jovens e adultos ainda são pouco expressivas. E, por outro lado, a sociedade demonstra indiferença em relação às necessidades e expectativas relacionadas ao direito de reinserir alunos jovens e adultos na trajetória escolar. Talvez até por certo desconhecimento do que acontece em nosso país. Na prática, a falta de atenção à EJA intensifica certo preconceito que se encontra enraizado na sociedade, já que as crianças e os adolescentes têm lugar de destaque na Educação Básica do país.

É a participação da comunidade que pode dar voz e vez às crianças, aos adolescentes e às suas famílias, e também aos que frequentam a Educação de Jovens e Adultos (EJA), criando oportunidades institucionais para que todos

os segmentos envolvidos no processo educativo, particularmente aqueles pertencentes aos segmentos majoritários da população que encontram grande dificuldade de se fazerem ouvir e de fazerem valer os seus direitos, possam manifestar os seus anseios e expectativas e possam ser levados em conta, tendo como referência a oferta de um ensino de qualidade para todos. (BRASIL, 2013, p. 117)

1.3. Documentos oficiais sobre a EJA

Segundo o professor Cury (2002),

[...] a importância da lei não é identificada e reconhecida como um instrumento linear ou mecânico de realização de direitos sociais. Ela acompanha o desenvolvimento contextualizado da cidadania em todos os países. A sua importância nasce do caráter contraditório que a acompanha: nela sempre reside uma dimensão de luta. Luta por inscrições mais democráticas, por efetivações mais realistas, contra descaracterizações mutiladoras, por sonhos de justiça. Todo o avanço da educação escolar além do ensino primário foi fruto de lutas conduzidas por uma concepção democrática da sociedade em que se postula ou a igualdade de oportunidades ou mesmo a igualdade de condições sociais. (CURY, 2002, p. 247)

Nesta seção, serão apresentados documentos oficiais do país que versam sobre a EJA, dentre eles: a LDB de 1996 e sua atualização, o Parecer nº 11 do ano 2000, as novas Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica de 2013, o PNE de 2014, e por último o Programa Único de Funcionamento da EJA do município de São Gonçalo que foi desenvolvido em 2005.

Outros documentos oficiais, como PCN, BNCC e Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro, não se referem à modalidade tão distinta e especial que é a EJA, se referindo apenas à educação regular.

1.3.1. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

Como mencionado anteriormente, a LDB de 1996 cria, de fato, a modalidade de ensino para jovens e adultos dedicada às pessoas que não conseguiram concluir a Educação Básica na idade adequada. Em seu texto (Título III - Do Direito à Educação e do Dever de Educar) consta que o Estado deve garantir:

Art. 4. O dever do Estado com educação escolar pública será efetivado mediante a garantia de: [...]

IV - acesso público e gratuito aos ensinos fundamental e médio para todos os que não os concluíram na idade própria; (Redação dada pela Lei nº 12.796, de 2013);

VI - oferta de ensino noturno regular, adequado às condições do educando;

VII - oferta de educação escolar regular para jovens e adultos, com características e modalidades adequadas às suas necessidades e disponibilidades, garantindo-se aos que forem trabalhadores as condições de acesso e permanência na escola.

VIII - atendimento ao educando, em todas as etapas da educação básica, por meio de programas suplementares de material didático-escolar, transporte, alimentação e assistência à saúde; (Redação dada pela Lei nº 12.796, de 2013). (BRASIL, 1996, p. 7)

Na Seção III, Artigo 4º, foram feitas mudanças na redação nos incisos I, II, III, IV e VIII na versão atualizada da LDB de 2013. Em 1996, por exemplo, apenas o Ensino Fundamental era considerado obrigatório e já em 2013, o Pré-Escolar, o Ensino Fundamental e o Médio se tornaram também obrigatórios. Além disso, a Educação Infantil gratuita até os 5 anos de idade também está assegurada no texto, assim como o atendimento ao estudante em toda Educação Básica.

Na Seção V - Artigo 37º, dedicado especificamente à EJA, é atribuído ao Poder Público a responsabilidade pela implementação de medidas que viabilizem e incentivem o acesso a uma educação pública, gratuita e de qualidade para jovens e adultos:

Art. 37. A educação de jovens e adultos será destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos nos ensinos fundamental e médio na idade própria e constituirá instrumento para a educação e a aprendizagem ao longo da vida. (Redação dada pela Lei nº 13.632, de 2018).

§ 1º Os sistemas de ensino assegurarão gratuitamente aos jovens e aos adultos, que não puderam efetuar os estudos na idade regular, oportunidades educacionais apropriadas, consideradas as características do alunado, seus interesses, condições de vida e de trabalho, mediante cursos e exames.

§ 2º O Poder Público viabilizará e estimulará o acesso e a permanência do trabalhador na escola, mediante ações integradas e complementares entre si.

§ 3º A educação de jovens e adultos deverá articular-se, preferencialmente, com a educação profissional, na forma do regulamento. (Incluído pela Lei nº 11.741, de 2008). (BRASIL, 1996, p. 19)

Na edição da LDB, datada de 2018, a principal novidade é a alteração na redação do Artigo 37º que em 1996 garantia que *"A educação de jovens e adultos será destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no ensino fundamental e médio na idade própria"*, já em comparação com a legislação atual, na redação dada pela lei nº 13.632, de 2018, incluiu-se que o acesso a EJA será ao longo da vida.

Outra mudança da LDB é a inclusão da integração da EJA com a educação profissional, mas não sendo obrigatória.

Art. 38. Os sistemas de ensino manterão cursos e exames supletivos, que compreenderão a base nacional comum do currículo, habilitando ao prosseguimento de estudos em caráter regular.

§ 1º Os exames a que se refere este artigo realizar-se-ão:

I – no nível de conclusão do ensino fundamental, para os maiores de quinze anos;

II – no nível de conclusão do ensino médio, para os maiores de dezoito anos.

§ 2º Os conhecimentos e habilidades adquiridos pelos educandos por meios informais serão aferidos e reconhecidos mediante exames. (BRASIL, 1996, p. 19)

No Artigo 38º, são garantidos os exames supletivos que serão realizados para a conclusão do Ensino Fundamental e Médio. Fica estabelecido que esses exames só podem ser realizados por estudantes com mais de 15 anos para a conclusão do Ensino Fundamental e com mais de 18 anos para o Ensino Médio. Estudantes com a idade inferior às que foram estabelecidas na lei deverão cursar o ensino regular.

Muito ainda falta para que o direito estabelecido no texto da lei se concretize em sua integralidade por meio de práticas educacionais que tenham como personagem central o aluno jovem e adulto.

1.3.2. Plano Nacional de Educação

A Lei nº 13.005 de 2014 aprova o Plano Nacional de Educação (PNE), que fica em vigor até 2024. O PNE é um documento decenal importante para o planejamento da gestão política de educação no país. O plano está dividido em 20 metas que devem ser empregadas para o alinhamento dos planos educacionais de todos os estados e do Distrito Federal. Cada uma das metas é analisada e discutida por meio de quadros que aprofundam os temas. Além do mais, em cada meta são sugeridas estratégias para sua plena aplicação.

Segundo o PNE (2014), seus principais objetivos são:

- A construção de acordos nacionais a fim de reduzir as deficiências de integração nas políticas públicas de educação;

- Aproximar a sociedade dos debates referente às melhorias na educação, sejam eles: os processos de organização e gestão da educação, seu financiamento, avaliação e políticas de estado;
- Estimular a compreensão e o debate sobre a importância das metas que podem contribuir para a melhoria da qualidade da educação;
- Alinhar os planos de educação do país.

A EJA é mencionada na Meta 10 do PNE, onde é incentivada sua integração com a EPT: "Meta 10: oferecer, no mínimo, 25% (vinte e cinco por cento) das matrículas de educação de jovens e adultos, nos ensinos fundamental e médio, na forma integrada à educação profissional" (p. 37). E ainda, na Estratégia 10.3, associada à Meta 10, temos o seguinte objetivo:

Fomentar a integração da educação de jovens e adultos com a educação profissional, em cursos planejados, de acordo com as características do público da educação de jovens e adultos e considerando as especificidades das populações itinerantes e do campo e das comunidades indígenas e quilombolas, inclusive na modalidade de educação a distância. (BRASIL, 2014, p. 37)

Além da estratégia anterior, o PNE propõe outras 10 referentes ao cumprimento da Meta 10, que devem ser consideradas pelas instituições que possuem a modalidade. Além disso, é mencionada a integração e a organização da Educação Básica com a EJA, sendo algumas delas a educação profissional técnica ao Ensino Médio, formação inicial e continuada, qualificação profissional integrada ao Ensino Fundamental e outras.

O PNE prevê com o cumprimento da meta a reparação da dívida histórica que o país possui com um grande número de pessoas que não tiveram acesso à educação na idade apropriada, assim como evitar que esse tipo de exclusão persista ao longo do tempo.

1.3.3. Parecer CNE/CEB nº 11/2000

O Parecer CNE/CEB nº 11/2000 dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para a EJA. Mais do que um documento com diretrizes obrigatórias, ele é um marco histórico para a consolidação da EJA como modalidade de ensino com características e funções próprias.

[...] desde que a Educação de Jovens e Adultos passou a fazer parte constitutiva da lei de diretrizes e bases, tornou-se modalidade da educação

básica e é reconhecida como direito público subjetivo na etapa do ensino fundamental. Logo, ela é regular enquanto modalidade de exercício da função reparadora. Portanto, ao assinalar tanto os cursos quanto os exames supletivos, a lei os tem como compreendidos dentro dos novos referenciais legais e da concepção da EJA aí posta. (BRASIL, 2000, p. 30)

O Parecer apresenta fundamentos e funções da EJA, além do histórico da modalidade no Brasil, as bases legais vigentes, os cursos oferecidos, os tipos de exames e cursos disponíveis, e as iniciativas públicas e privadas para esta modalidade de ensino. A formação do professor que leciona nessa modalidade também é destacada no documento.

Alguns fundamentos iniciais a respeito da EJA e dos educandos são explorados de forma minuciosa, assim como as suas funções: reparadora, equalizadora e qualificadora. De acordo com o Parecer, a leitura e a escrita são bens relevantes e muito valorizados para a plena cidadania:

A barreira posta pela falta de alcance à leitura e à escrita prejudica sobremaneira a qualidade de vida de jovens e de adultos, estes últimos incluindo também os idosos, exatamente no momento em que o acesso ou não ao saber e aos meios de obtê-lo representam uma divisão cada vez mais significativa entre as pessoas. (BRASIL, 2000, p. 8)

Segundo o Parecer, a **função reparadora** da EJA não pressupõe apenas pela entrada dos educandos nos direitos civis pela restauração de um direito que lhes foi negado, mas também de reconhecer a igualdade entre os cidadãos. Já a **função equalizadora** da EJA remete à igualdade de oportunidades de permanência, novas inserções no mundo de trabalho e de vida social e cultural, reparando o direito à educação significativa. Por fim, a **função qualificadora** da EJA é vista como a atualização de conhecimentos por toda vida, chamando esta função de próprio sentido da EJA. Sua base é a incompletude do ser humano, que possui potencial de desenvolvimento em situações escolares ou não.

De acordo com o Parecer, os cursos da modalidade EJA podem ser de forma presencial (com maior acompanhamento e socialização), semipresencial ou a distância. A organização e a estrutura dos cursos são de autonomia dos estados e municípios e as avaliações devem acompanhar o que diz a LDB.

Em conformidade com o que foi estabelecido no parecer, os exames da EJA (ENCCEJA) devem buscar qualidade, rigor e adequação, e devem ser realizados em instituições oficiais ou particulares, desde que sejam autorizadas. Os exames realizados fora

do Brasil são de responsabilidade da União, tanto para elaboração, quanto para execução e administração.

Segundo o Parecer, caberá ao professor da EJA diferenciar a complexidade das duas faixas etárias presentes na modalidade, sendo que em algumas turmas poderão existir até três faixas: jovens, adultos e idosos. Mesmo que todos compartilhem algumas situações, o professor deverá mediar à flexibilidade de momentos de homogeneidade e de heterogeneidade entre os alunos.

Podemos considerar que o Parecer ampliou os pensamentos em relação à EJA e foi mais um passo da direção da valorização da escolarização dos jovens e adultos. Por outro lado, é ainda muito pouco e será preciso seguir nessa discussão e aprofundar ainda mais esse debate.

Se, por um lado, a EJA avançou em direção ao “chão da escola”, por outro lado, vê-se que este avanço não foi suficiente para fazer frente à contínua e permanente exclusão social e educacional no Brasil. Esse contexto em parte, permite concluir que o Parecer precisa ser atualizado, incorporando outros debates, como a paridade no custo aluno qualidade (CAQ), bem como a defesa de concursos específicos para quadros docentes voltados para atuar na modalidade, de modo a realmente começar a enfrentar o desafio de garantir aos mais de 70 milhões de brasileiros a reparação, a equalização e a qualificação, ao menos nos termos que estão colocados no Parecer. (SILVA; SOUZA; BARBOSA, 2021, p. 93)

1.3.4. Novas Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais

Em 2013, foram publicadas Novas Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica (Brasil, 2013), que já haviam sido aprovadas em março de 2010. As novas diretrizes são provenientes de um amplo debate em audiências públicas com diversos representantes do sistema educacional, a fim de promover discussões sobre as mudanças na organização, desenvolvimento e propostas pedagógicas em todas as redes de ensino brasileiras. Algumas justificativas para a atualização do documento incluem o ensino gratuito dos 4 aos 17 anos de idade, e o direito daqueles que não tiveram oportunidade na idade regular.

Em relação à EJA, o documento afirma que esta deve se pautar na flexibilidade não só de currículo, mas de tempo e espaço, para que nela seja:

I – rompida a simetria com o ensino regular para crianças e adolescentes, de modo a permitir percursos individualizados e conteúdos significativos para os jovens e adultos;

II – provido suporte e atenção individual às diferentes necessidades dos estudantes no processo de aprendizagem, mediante atividades diversificadas;

III – valorizada a realização de atividades e vivências socializadoras, culturais, recreativas e esportivas, geradoras de enriquecimento do percurso formativo dos estudantes;

IV – desenvolvida a agregação de competências para o trabalho;

V – promovida a motivação e orientação permanente dos estudantes, visando à maior participação nas aulas e seu melhor aproveitamento e desempenho;

VI – realizada sistematicamente a formação continuada destinada especificamente aos educadores de jovens e adultos. (BRASIL, 2013, p. 43)

As novas diretrizes são apresentadas em um detalhado documento que aponta as modificações de todas as modalidades de ensino atuais no país. Para se referir a educação de jovens e adultos, são destinadas duas seções, uma delas a respeito da oferta da EJA para jovens e adultos em situação de privação de liberdade nos estabelecimentos penais e a outra sobre os aspectos gerais da EJA como a duração dos cursos, a certificação, a idade mínima e a EJA por meio de EaD.

Assim como para todos os jovens e adultos, o direito à educação para os jovens e adultos em situação de privação de liberdade é um direito humano essencial para a realização da liberdade e para que esta seja utilizada em prol do bem comum. Desta forma, ao se abordar a educação para este público é importante ter claro que os reclusos, embora privados de liberdade, mantêm a titularidade dos demais direitos fundamentais, como é o caso da integridade física, psicológica e moral. O acesso ao direito à educação lhe deve ser assegurado universalmente na perspectiva acima delineada e em respeito às normas que o asseguram. (BRASIL, 2013, p. 319)

Para os aspectos relacionados à EJA, são detalhados a duração dos cursos, a certificação, a idade mínima e a EJA por meio de EaD, além de fazer citações ao Parecer nº 11/2000 relatado por Cury em 2000. São instituídas as Diretrizes Operacionais para a Educação de Jovens e Adultos através de 13 artigos.

1.3.5. Documentos oficiais sobre a EJA em São Gonçalo

Atualmente o município de São Gonçalo, cidade do estado do Rio de Janeiro, oferece a modalidade de ensino EJA para todo o Ensino Fundamental. O município possui um documento oficial com orientações curriculares denominado *Programa Único de*

Funcionamento da EJA - 1º e 2º Segmento da Rede Pública de São Gonçalo que é difundido entre os professores da rede municipal de educação.

O Programa Único - 2º Segmento (SÃO GONÇALO, 2005) foi desenvolvido em 2005 com o objetivo de fornecer diretrizes para os professores, buscando adaptações curriculares pertinentes à modalidade EJA. O documento foi elaborado por três escolas do município buscando oferecer soluções viáveis para que estudantes do 3º turno tenham igualdade de condições, já que no município de São Gonçalo, a modalidade EJA é oferecida apenas no turno noturno.

A EJA no Ensino Fundamental - Anos Finais em São Gonçalo é organizada em dois grupos - denominados Grupo IV e V, tendo cada um deles 2 fases. O Grupo IV é dividido em fase 1, sendo equivalente ao 6º Ano do Ensino Fundamental, e fase 2, sendo equivalente ao 7º Ano do Ensino Fundamental. Já o Grupo V, também está dividido em duas fases: fase 1, equivalente ao 8º Ano do Ensino Fundamental, e fase 2, equivalente ao 9º Ano do Ensino Fundamental.

Segundo o documento, cada semestre letivo da EJA deve possuir 100 dias letivos de duração sendo o horário das aulas de 18h as 22h20, com 5 ou 6 aulas por dia e um intervalo de 20 minutos. Cada aula possui duração de 40 minutos. E, a cada semana, há 5 aulas destinadas à Matemática.

O Programa Único aponta ainda que as avaliações devem ser cumulativas e com 3 eixos. Os eixos são:

- 1) **EIXO 1: *Empenho Individual (EI)***, onde são avaliados a participação, a assiduidade, pontualidade e comprometimento do estudante, no valor de 20 pontos.
- 2) **EIXO 2: *Avaliação Sistematizada (AS)***, onde são realizados testes e/ou provas elaboradas pelo professor durante o semestre, no valor de 30 pontos.
- 3) **EIXO 3: *Avaliação Global Sistematizada (AGS)***, onde há uma avaliação em todas as disciplinas sempre realizada ao final de cada semestre, no valor de 50 pontos. Na escola em que a sequência didática foi realizada, esta avaliação é feita através de uma semana de provas, onde cada dia o aluno realiza pelo menos duas avaliações, uma de cada disciplina.

O aproveitamento final é dado pelo somatório das notas EI, AS e AGS. Um estudante é aprovado se tiver obtido um somatório mínimo de 50 pontos e alcançado uma frequência mínima de 75%. Caso tenha nota acima de 80 pontos e frequência inferior a 75% é revogada a sua aprovação. Estudantes com nota abaixo de 50 pontos devem realizar recuperação paralela e não é oferecido o sistema de dependência, comum da modalidade regular.

O próximo capítulo abordará o ensino da Geometria na Educação Básica, analisando seu cenário atual. Além de comparar os assuntos da disciplina no Ensino Fundamental - Anos Finais tanto na modalidade regular quanto na EJA, conforme descrito nos documentos oficiais brasileiros.

CAPÍTULO 2:

A GEOMETRIA DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Este capítulo traz informações e reflexões acerca do atual panorama do Ensino de Geometria no Brasil. Em seguida, discorreremos sobre os conteúdos de Geometria trabalhados no Ensino Fundamental - Anos Finais, comparando ensino regular e EJA.

2.1. A importância do Ensino de Geometria

Há diversos desafios no ensino da Geometria, em especial pela relação entre concreto e abstrato existente nessa área, mas há diversas razões para justificar o ensino da Geometria na Educação Básica conforme menciona Lorenzato:

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995. p. 5)

O estudo da Geometria é fundamental à formação intelectual dos estudantes, conforme observa Passos (2010):

[...] o conhecimento básico da Geometria é fundamental para os indivíduos interagirem em seu meio [...] A Geometria pode ser considerada como uma ferramenta muito importante para a descrição e interrelação do homem com o espaço em que vive, já que pode ser considerada como a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade. (PASSOS, 2000, p.48 e 29 *apud* NOGUEIRA, 2010, p. 3)

Segundo os PCN,

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (Brasil, 1998, p. 51)

E segundo a BNCC,

A geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. (BRASIL, 2018, p. 271)

Diante dessa importância, aqui destacada por dois grandes pesquisadores da área e pelos principais documentos brasileiros que regem a Educação Básica, é preciso ter em mente a necessidade do desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes e do aprendizado dos diversos conteúdos explorados dentro da Geometria. Não podemos esquecer que o estudo dos conceitos da área de Geometria deve ser adequado a cada faixa etária, explorando recursos relacionados ao cotidiano do estudante e realizado em um ambiente enriquecedor. Isto irá possibilitar ao estudante o desenvolvimento, a descrição e a representação da realidade a qual está inserido.

É a partir da exploração de elementos ligados à realidade do aluno que as primeiras noções relativas aos elementos geométricos podem ser trabalhadas, incorporando-se sua experiência pessoal com os elementos do espaço e sua familiarização com as formas bi e tridimensionais, e interligando-as aos conhecimentos numéricos, métricos e algébricos que serão construídos (RÊGO; RÊGO; VIEIRA, 2012, p. 13)

Apesar da importância da aprendizagem de Geometria destacada anteriormente, a partir da década de 90, é possível encontrar diversos artigos científicos que detalham o abandono do ensino dessa área. Segundo Gazire (2000), em sua tese de doutorado, o grande problema é que após o referido abandono, o resgate do ensino de Geometria na Educação Básica não foi realizado. Esse assunto será melhor discutido na próxima seção. Segundo o mesmo autor, dentre os fatores que contribuem para o analfabetismo geométrico², temos:

[...] o ensino tradicional enfatiza a transmissão do saber construído e organizado pelo professor. As aulas são geralmente uma explanação sobre os conteúdos apresentados no livro-texto adotado. Ao aluno cabe decorar fórmulas e algoritmos e aplicá-los em exercícios padronizados. Provavelmente esse será o caminho seguido pelo professor, pois foi assim que ele aprendeu. (GAZIRE, 2000, p. 180).

² O termo analfabetismo geométrico é utilizado por Gazire (2000, p. 177).

2.2. A Problemática do Ensino da Geometria no Brasil

Diante das menções à importância do ensino da Geometria na Educação Básica feitas na seção anterior, fica claro que não podemos abandoná-la. Por outro lado, encontramos diversos trabalhos desde a década de 90 que mencionam "o abandono do ensino da Geometria" como sendo algo real e que dura até os dias de hoje. Autores como Bertonha (1989), Perez (1991), Lorenzato (1993, 1995) e Passos (2000), se debruçaram sobre a questão e explicitaram possíveis causas para essa problemática. As principais delas são: o Movimento da Matemática Moderna (MMM), a formação do professor que ensina Geometria na Educação Básica e os livros didáticos.

Segundo diversos autores, o Movimento da Matemática Moderna (MMM), iniciado na segunda metade da década de 60, teve grande impacto no cenário do ensino da Geometria no nosso país. Esse movimento foi fundamentado no rigor do conhecimento matemático e no formalismo, tendo como base a Teoria dos Conjuntos e a Álgebra.

De acordo com Neves (2008), o MMM proporcionou mudanças significativas no ensino de Matemática, e essas mudanças colaboraram com um cenário cada vez mais confuso no ensino e aprendizagem no decorrer das últimas décadas.

Essa nova orientação foi seguida nos livros didáticos, nos cursos de Bacharelado e Licenciatura em Matemática de todo o país. Assim, estava no ensino da matemática e, em especial, no da geometria, cada vez mais distante da criança e do adolescente a arte da criação e cada vez mais próxima uma matemática pronta em que o processo de aprendizagem por ensaio e erro ficava cada vez mais inexistente. Dessa maneira, as aulas de matemática deixaram de ser espaços propícios a descobertas e passaram a ser ambientes de repetições. (NEVES, 2008, p. 57)

Segundo Bertonha (1989), o MMM “ênfatisa a álgebra em seu modelo de ensino” (p.15). Em especial, o ensino da Geometria passou a ser feito com o enfoque das transformações, algo que não era dominado pelos professores da época. Sem os conhecimentos adequados para lecionar, os professores simplesmente abandonaram o ensino da Geometria e focaram o ensino da Álgebra (Pavanello, 1993). O movimento perdeu forças no final da década de 70, mas acabou deixando sua marca na Educação Básica brasileira.

Outro ponto a ser destacado nesse contexto de abandono do ensino da Geometria é o livro didático. Em geral, professores são bastante apegados aos livros e seguem fielmente o que nele é apresentado (Lorenzato (1995)). Durante o MMM, os conteúdos de Álgebra e

Grandezas e Medidas nos livros didáticos passaram a ter espaço privilegiado se comparados a Geometria, que já ocupava lugar de pouco destaque.

E como a Geometria neles [livros didáticos] aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutras a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. Assim, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com as outras partes da própria Matemática, a Geometria, a mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição por parte dos livros didáticos para que ela seja realmente preterida na sala de aula. (LORENZATO, 1995, p. 4)

Atualmente, esse desequilíbrio não é tão presente nos livros devido a outros avanços nas políticas públicas. O Programa Nacional do Livro Didática (PNLD) estabeleceu diversas regras para os livros didáticos serem adotados nas escolas públicas, não permitindo que o conteúdo de Geometria estivesse presente apenas no final do livro e separado dos demais conteúdos.

Segundo o PNLD um bom livro didático deve trazer para a escola informações e explicações sobre o conhecimento matemático que está em nosso cotidiano - um conhecimento que interfere e sofre interferências das práticas sociais do mundo atual e do passado. Este livro também deve conter uma proposta pedagógica que leve em conta o conhecimento prévio e o nível de escolaridade do aluno e que 10 ofereça atividades que o incentivem a participar ativamente de sua aprendizagem e a interagir com seus colegas. (BAPTISTA, 2010, p. 9)

Em relação à Geometria, o PNLD (2020) ressalta que:

A unidade temática geometria tem como objetivo desenvolver o pensamento geométrico por meio do estudo de posição e deslocamento no espaço, formas e relações entre figuras planas e espaciais, investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. O trabalho com as transformações geométricas e as habilidades de construção, representação e interdependência também deve ser contemplado. (BRASIL, 2020, p. 5)

Por fim, mas não menos importante, mencionamos o abandono da Geometria ligado à formação dos professores que ensinam Matemática. Passos (2000), em sua tese de doutorado, destaca que a falta do conhecimento geométrico “tem sido apontado como uma possível causa do “esvaziamento” desses conteúdos nas aulas de Matemática” (p. 59). Da mesma forma que

Lorenzato (1995) destaca a formação do professor o principal entrave para o ensino da Geometria.

No entanto, a caótica situação do ensino da Geometria possui outras causas que, embora mais distantes da sala de aula, não são menos maléficas que as duas anteriores. Uma delas é o currículo (entendido diminutivamente como conjunto de disciplinas): nos nossos cursos de formação de professores, que possibilitam ao seu término o ensino da Matemática ou Didática da Matemática (Licenciatura em Ciências, em Matemática, em Pedagogia e Formação para o Magistério), a Geometria possui uma fragilíssima posição, quando consta. Ora, como ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece, está aí mais uma razão para o atual esquecimento geométrico. (LORENZATO, 1995, p. 4)

De forma geral, ainda encontramos professores que optam por não abordar os conteúdos geométricos em suas salas de aula. Isso pode acontecer por diversos motivos, sendo um deles a sua falta de segurança dos profissionais para ensinar esses conteúdos dado sua frágil formação na área. Alguns professores não possuem os conhecimentos geométricos necessários para a realização plena das suas práticas pedagógicas.

2.3. Conteúdos de Geometria da Educação Básica

No cenário da EJA, é notório que os estudantes, independentemente dos seus níveis de escolaridade, têm familiaridade com a Geometria no seu dia a dia e a empregam em diversas situações. Contudo, esse saber é baseado na experiência prática e se limita às demandas imediatas, tornando-os sujeitos a interpretações errôneas. Não se pode negar que é na escola que formalizamos o conhecimento, completamos as informações trazidas pelo cotidiano dos alunos, com o intuito de corrigir possíveis erros e gerar entendimentos mais profundos dos conceitos. Assim, espera-se que o indivíduo seja capaz de lidar de maneira mais eficaz com os inesperados desafios que lhe surgirem, proporcionando a autonomia necessária para enfrentar adversidades.

O ensino adequado da Geometria potencializa a conexão intrínseca entre o conhecimento prévio dos alunos acerca do mundo e os conhecimentos geométricos escolares. Entretanto, essa abordagem demanda um detalhado planejamento, além da implementação de estratégias que permitam a esses estudantes a participação confiante e entusiasmada das aulas de Geometria, para que assim corrijam as suas lacunas conceituais e avancem progressivamente para os níveis mais complexos do pensamento geométrico.

A seguir, exploraremos brevemente os conteúdos de Geometria presentes nos PCN, na BNCC e no Programa Único do município de São Gonçalo para o Ensino Fundamental - Anos Finais e Ensino Médio.

Os PCN (BRASIL, 1998), já mencionados antes, foram criados entre 1997 e 1998 com a finalidade de orientar os profissionais da educação e minimizar as desigualdades curriculares que existem no país, além de abordar reflexões sobre as práticas pedagógicas a serem implementadas nas redes de ensino do Brasil e fornecer diretrizes que orientem tais reflexões.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais foram elaborados procurando, de um lado, respeitar diversidades regionais, culturais, políticas existentes no país e, de outro, considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras. Com isso, pretende-se criar condições, nas escolas, que permitam aos nossos jovens ter acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania. (BRASIL, 1998, p. 5)

Os PCN representaram uma das primeiras iniciativas do governo federal voltada para assegurar o cumprimento do Artigo 9º, inciso IV, da LDB, que estabelece a responsabilidade da União juntamente com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios na definição de competências e diretrizes para a Educação Básica. Essas diretrizes norteiam os currículos mínimos de cada estado brasileiro, visando à consolidação de uma formação básica comum.

As propostas curriculares dos PCN estão estruturadas em quatro ciclos com duração de dois anos cada no Ensino Fundamental, tendo como objetivo as oportunidades de escolarização e a resolução de problemas estruturais das escolas. Além da estrutura curricular em ciclos, cada ciclo é dividido nas seguintes áreas: Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Naturais, História, Geografia, Arte, Educação Física e Língua Estrangeira. Como temas transversais em cada área, os PCN visam a Ética, a Saúde, o Meio Ambiente, a Orientação Sexual e a Pluralidade Cultural.

Neste documento, os conteúdos matemáticos estão organizados em quatro tópicos: *Números e Operações* (Aritmética e Álgebra), *Espaço e Forma* (Geometria) e *Grandezas e Medidas* (ligação entre Aritmética, Álgebra, Geometria e outros campos de conhecimento).

Quanto ao tema a ser abordado neste trabalho, os PCN consideram que:

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar

naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (BRASIL, 1998, p. 51).

Os PCN reconhecem ainda que:

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. Por meio da observação e experimentação elas começam a discernir as características de uma figura, e a usar as propriedades para conceituar classes de formas. (BRASIL, 1998, p. 82)

Com relação ao *Espaço e Forma*, os PCN consideram imprescindível que logo no primeiro ciclo sejam apresentadas atividades que incentivem os alunos a progredirem na habilidade de identificar pontos de referência em seu entorno, visando facilitar a sua localização. Já no segundo ciclo, a habilidade de localização pode ser aprimorada a partir de atividades que introduzem a utilização de malhas, diagramas, mapas e tabelas. Os dois primeiros ciclos fazem parte do Ensino Fundamental - Anos Iniciais.

Passando ao Ensino Fundamental - Anos Finais, os PCN garantem que no terceiro ciclo os estudantes devem revisar e expandir os conteúdos sobre *Espaço e Forma* que foram construídos nos ciclos anteriores a partir de desafios mais complexos, abordando ainda a localização no espaço, e utilizando as formas nele presentes. Também é neste ciclo, que as atividades voltadas para este tópico estão centradas na observação, construção e representação das figuras geométricas com os instrumentos de medida como: régua, compasso, transferidor e esquadro.

Assim é importante enfatizar as noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo, as classificações das figuras geométricas (quanto à planicidade, quanto à dimensionalidade), as relações entre figuras espaciais e suas representações planas, a exploração das figuras geométricas planas, pela sua decomposição e composição, transformação (reflexão, translação e rotação), ampliação e redução. (BRASIL, 1998, p. 68)

No quarto ciclo, o estudo dos conteúdos referentes ao bloco *Espaço e Forma* tem início na análise das figuras geométricas a partir das observações, manipulações e construções. Cabendo ao professor o desenvolvimento de atividades que permitam aos estudantes a possibilidade de transformar uma figura em outra através de movimentos, facilitando assim a identificação das propriedades das figuras.

As atividades realizadas no decorrer deste trabalho foram baseadas nos conteúdos de Geometria Plana, mais especificamente no estudo dos Polígonos, com ênfase na análise das figuras geométricas com observações, manipulações, comparações, e também na construção dos conceitos e das figuras. As atividades foram aplicadas em turmas do 8º Ano do Ensino Fundamental - Anos Finais, ou seja no quarto ciclo, segundo os PCN.

O documento ainda afirma que a Geometria apesar de estar presente em situações cotidianas e em diversas profissões que demandam do indivíduo o pensamento geométrico:

A Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações. (BRASIL, 1998, p. 122)

Mesmo com a relevância dos PCN e as indicações de atividades e habilidades propostas e recomendadas pelo documento para que o aluno seja capaz de analisar, classificar ou construir figuras geométricas, pode-se notar a ausência de menção às modalidades de ensino presentes no país. Esta lacuna desencoraja profissionais da área, já que as particularidades e demandas específicas não são contempladas para que garanta uma abordagem abrangente e inclusiva da Geometria e de outros conteúdos curriculares, tanto na EJA quanto em qualquer outra modalidade de ensino do Brasil.

Já a BNCC (Brasil, 2017) é um documento formativo que é considerado como:

O conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação. (BRASIL, 2017, p. 7)

Este é o documento responsável pela organização dos conteúdos estudados nos Ensino Fundamental - Anos Iniciais, Anos Finais e no Ensino Médio. O conteúdo do Ensino Fundamental está dividido nas cinco áreas de conhecimento: Linguagens (Língua Portuguesa, Arte, Educação Física e Língua Inglesa nos anos finais), Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas (Geografia e História) e Ensino Religioso. Já no Ensino Médio, as áreas de conhecimento são quatro: Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias,

Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais e suas Tecnologias. Cada uma das áreas de conhecimento possui as suas competências específicas, seus componentes curriculares e as competências específicas de componentes (com as habilidades, objetos de conhecimento e unidades temáticas).

A Matemática está dividida na BNCC em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. (BRASIL, 2017, p. 271).

O documento ainda ressalta a relevância de abordar a identificação e a comparação de objetos geométricos desde a Educação Infantil (BRASIL, 2017, p. 43). É fundamental que, durante essa fase exploratória, a criança seja estimulada a investigação, exploração e a reflexão de hipóteses com a mediação de um adulto, para que seu desenvolvimento na área seja promovido.

Para o Ensino Fundamental - Anos Iniciais, ou seja, do 1º ao 5º Ano, o documento destaca as habilidades necessárias aos alunos na Geometria: identificar e estabelecer pontos de referência para a localização e deslocamento, estimar distâncias, identificar características das formas geométricas planas ou espaciais e sua planificação, nomear e comparar polígonos por meio de propriedades, iniciar o estudo da simetria por meio de figuras geométricas planas ou plano cartesiano (BRASIL, 2017, p. 271). Dessa forma, a Geometria deve ser trabalhada por meio de conceitos matemáticos mais formais do que na Educação Infantil.

Já para o Ensino Fundamental - Anos Finais, ou seja, do 6º ao 9º Anos, as principais habilidades destacadas no documento a respeito do ensino de Geometria são: consolidar e ampliar as aprendizagens, análise e produção de transformações como ampliação e redução das figuras geométricas planas, identificar seus elementos, desenvolver conceitos de congruência e semelhança, demonstrações simples e aproximar a Álgebra da Geometria.

(BRASIL, 2017, p. 271). Consequentemente, é necessário que os estudantes aprendam a aplicar os conhecimentos construídos.

O documento conclui que os estudantes do Ensino Médio, no que diz respeito ao desenvolvimento dos conteúdos de Geometria Plana, devem ter domínio principalmente das seguintes competências: interpretar e representar a movimentação e a posição de figuras no plano cartesiano, reconhecendo as transformações isométricas (translação, reflexão e rotação), realizar ampliações e reduções de figuras (BRASIL, 2017, p. 527). Outras habilidades relacionadas à Geometria Plana também são consideradas: calcular área e medir perímetro de um polígono regular, resolver problemas sobre ladrilhamento, representação de pontos no plano cartesiano, e outros (BRASIL, 2017, p. 545). Portanto, há um prosseguimento na preocupação com as experiências que possibilitem a capacitação do estudante para o mercado de trabalho e para a sua cidadania.

É importante mencionar que o ensino da Geometria não pode se limitar à simples aplicação de fórmulas ou repetição de algoritmos para cálculos específicos. Fica evidente a necessidade de relacionar o conteúdo geométrico com o mundo real, elemento motivador, para impulsionar a aprendizagem, principalmente para os alunos da EJA, que são nosso foco neste trabalho.

Apesar da importância da BNCC e a sua explanação das habilidades necessárias para o ensino da Geometria na Educação Básica, as diversas modalidades de ensino que existem no Brasil e que constam no portal do MEC também não são citadas. Ou seja, as peculiaridades da EJA não são levadas em consideração, o que é desestimulante tanto para os professores quanto para os estudantes, que acabam não tendo um documento norteador oficial.

Em se tratando do *Programa Único* do município de São Gonçalo, observamos os componentes curriculares a serem trabalhados na disciplina de Geometria durante todo o Ensino Fundamental - Anos Finais, nas Tabelas 1 e 2.

A seguir, faremos um comparativo dos temas entre o *Programa Único de Funcionamento da EJA* do município de São Gonçalo, PCN e BNCC.

Tabela 1: Comparativo dos Componentes Curriculares de Geometria Plana no 6º e 7º Anos do Ensino Fundamental.

Conteúdos de Geometria Plana - 6º e 7º Anos
Programa Único - SG • Figuras geométricas; • Perímetro; • Ângulos: elementos, medida, classificação, operações e bissetriz; • Ângulos complementares; • Ângulos opostos pelo vértice.
PCN • Classificação dos polígonos; • Transformação de uma figura no plano (reflexões, translações e rotações); • Composição e figuras planas; • Ampliação e redução de figuras planas;
BNCC • Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados; • Polígonos, suas classificações e transformações geométricas no plano cartesiano; • Construção de figuras semelhantes e de retas paralelas e perpendiculares; • Ângulos: noção, usos e medida; • Perímetro de um quadrado. • Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano; • Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos; • Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero. • Problemas envolvendo medições; • Equivalência de área de figuras planas.

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Como podemos perceber, de acordo com a tabela anterior, os conteúdos de polígonos presentes no Programa Único de Funcionamento da EJA do município de São Gonçalo dentro do conteúdo nomeado "Figuras Geométricas" recebem pouco destaque nos 6º e 7º Anos.

No **Grupo IV** (1ª fase), equivalente ao 6º Ano, o programa recomenda o conteúdo: *Figuras Geométricas e Perímetro*, seguindo o proposto tanto nos PCN quanto na BNCC. Já na 2ª fase do mesmo grupo, correspondente ao 7º Ano, os conteúdos indicados são referentes ao estudo dos ângulos, seguindo ao 4º ciclo dos PCN e a BNCC do ano anterior, ou seja, do 6º ano.

Tabela 2: Comparativo dos Componentes Curriculares de Geometria Plana no 8º e 9º Anos do Ensino Fundamental.

Conteúdos de Geometria Plana - 8º e 9º Anos
Programa Único - SG • Triângulos: classificação, condição de existência, soma das medidas dos ângulos internos; • Polígonos: elementos e diagonais; • Soma dos ângulos internos de um quadrilátero. • Teoremas de Tales e de Pitágoras, • Relações métricas no triângulo retângulo.
PCN • Soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer; • Congruência de figuras planas; • Propriedades de triângulos e quadriláteros; • Semelhança de figuras planas a partir de ampliações e reduções;
BNCC • Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros; • Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação. • Área de figuras planas; • Polígonos regulares; • Relações Métricas no Triângulo Retângulo.

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Para o **Grupo V** (1ª fase), isto é, equiparado ao 8º ano, turmas em que as atividades deste trabalho foram desenvolvidas, os conteúdos sugeridos pelo Programa Único são: *triângulos, sua classificação e condição de existência, polígonos e seus elementos, além da soma dos ângulos internos de um quadrilátero*. Tais tópicos são indicados ainda no 7º ano pela BNCC e no 8º ano pelos PCN. Sendo assim, há diferentes indicações nos documentos oficiais a respeito da época em que estes conteúdos devem ser ministrados. Na 2ª fase deste grupo, correspondente ao 9º ano, os temas indicados envolvendo figuras planas são: *relações métricas do triângulo retângulo*. Este conteúdo é indicado pela BNCC no mesmo ano e nos PCN não é claramente recomendado.

Diversos conteúdos relacionados ao estudo das figuras geométricas planas não são indicados pelo Programa Único no município de São Gonçalo na EJA. Além disso, assim como no grupo IV, o grupo V também apresenta defasagem em assuntos importantes para a construção do pensamento geométrico nos conteúdos: áreas de figuras planas, medições,

ampliação e redução de figuras planas, congruência de figuras, transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano.

O capítulo seguinte refletirá a respeito de algumas metodologias de ensino da Matemática. Também desejamos enfatizar a importância de agregar o uso dos materiais concretos no ensino de Geometria na EJA, além de retratar o conhecido Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele.

CAPÍTULO 3:

METODOLOGIAS DE ENSINO

O presente capítulo traz reflexões acerca de metodologias de ensino para a Matemática. Em particular, é mencionada a relevância da utilização de materiais concretos no ensino de Geometria na EJA e o famoso Modelo de Visualização para o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele, que por simplicidade chamaremos de Modelo de Van Hiele.

Entendemos que metodologia de ensino é um agrupamento de estratégias e ações, que são pensadas e colocadas em prática por educadores para que seus alunos atinjam os objetivos e habilidades propostas. Ao longo do processo de aprendizagem, os professores podem se valer do uso de diversas metodologias, que sejam adequadas ao seu ambiente escolar e que potencializem a aprendizagem. Segundo os PCN (BRASIL, 1997),

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos. (BRASIL, 1997, p. 37).

Já a BNCC (BRASIL, 2018) afirma que os currículos são construídos mediante um conjunto de decisões adequadas à realidade local e permitindo que tanto as redes de ensino quanto a comunidade escolar e as famílias possam participar de ações. O documento destaca que a implementação de abordagens variadas é uma das ações resultante desse processo:

[...] selecionar e aplicar metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas, recorrendo a ritmos diferenciados e a conteúdos complementares, se necessário, para trabalhar com as necessidades de diferentes grupos de alunos, suas famílias e cultura de origem, suas comunidades, seus grupos de socialização etc. (BRASIL, 2018, p. 17).

A EJA dispõe de características distintas da modalidade regular de ensino. Devido aos desafios específicos, essa modalidade de ensino necessita de metodologias próprias e olhar diferenciado. Suas particularidades merecem lugar de destaque, além de deter o grande

potencial de influenciar e conceder inspiração para novas práticas pedagógicas e estratégias de gestão em todo sistema educacional.

Segundo os PCN (1997, p. 27), através da contribuição do ensino de matemática a formação do indivíduo pode ser enriquecida. Seja através de metodologias que estimulem a elaboração de estratégias, no estímulo à criatividade, na valorização do trabalho em equipe ou no desenvolvimento da autonomia, resultando na segurança e na confiança de sua capacidade para encarar desafios.

De acordo com Fonseca (2012), o educador da EJA deve se preocupar com a introdução do ensino da Matemática considerada fundamental para inclusão dos jovens e adultos na sociedade ao invés de se preocupar com o ensino apenas do que é dito básico. E pondera que para a metodologia de ensino:

[...] essa mudança de perspectiva nos obrigaria a um descentramento do conteúdo matemático e um exercício de (re)significação desse conhecimento, uma atitude de observação atenta e despojada partilha das demandas e do patrimônio cultural que tanto o professor quanto os alunos trazem para a sala de aula, e uma postura crítica, mas ao mesmo tempo generosa, em relação ao papel político que ele próprio, seus alunos, seus colegas e a comunidade atribuem à Educação Básica de pessoas jovens e adultas. (FONSECA, 2012, p. 71)

Durante a elaboração dessa pesquisa algumas reflexões acerca das metodologias de ensino da Geometria que poderiam ser utilizadas na EJA emergiram: *as metodologias de ensino implementadas pelos professores de Matemática na EJA têm impactado de forma positiva no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes?; os métodos de ensino que são empregados pelos educadores desta disciplina incentivam a permanência dos alunos da EJA nas salas de aula?; é conhecida a importância das adequações curriculares e das metodologias de ensino para a modalidade?, etc.* A partir destes questionamentos em torno das metodologias utilizadas da EJA, podemos analisar os importantes papéis não só dos educadores, como dos currículos, das escolas e até mesmo da própria família do estudante.

Com a busca de tornar o estudante motivado a permanecer na EJA, entendemos que a metodologia de ensino desenvolvida nas aulas tem papel crucial. Portanto, a metodologia utilizada no desenvolvimento das atividades do presente trabalho é fundamentada na busca de aulas dinâmicas, reconhecendo os saberes anteriores dos estudantes, permitindo que participem dos questionamentos trazidos nas aulas, que exponham livremente suas opiniões,

ou seja, tornando-os protagonistas, para que assim prevaleça o respeito e a devida atenção que estes estudantes merecem.

3.1. Materiais Didáticos Manipuláveis

Segundo Lorenzato (2006, p. 18), material didático é definido como *"qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem"*. Ainda de acordo com o mesmo autor, os materiais didáticos concretos possuem duas formas de interpretação: *"uma delas refere-se ao palpável, manipulável e a outra, mais ampla, inclui também imagens gráficas"* (p. 22-23).

Para Rodrigues e Gazire (2012), os materiais didáticos manipuláveis (MD):

[...] constituem um importante recurso didático a serviço do professor em sala de aula. Estes materiais podem tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e compreensíveis, uma vez que permitem a aproximação da teoria matemática da constatação na prática, por meio da ação manipulativa. (RODRIGUES; GAZIRE, 2012, p.2)

Apoiados nas teorias piagetianas, os pesquisadores Silva e Martins (2000) afirmam que a criança atravessa vários estágios ao longo do seu desenvolvimento cognitivo e "a construção de conceitos matemáticos é um processo longo que requer um envolvimento ativo da criança-aluno e vai progredindo do concreto para o abstrato" (p. 5). Ainda de acordo com eles, o processo de abstração matemática das crianças se inicia através da:

[...] interação destas com o meio e só depois com os materiais concretos que, em princípio, as conduzem aos conceitos matemáticos. Acontece que estes materiais manipuláveis são fundamentais se pensarmos em ajudar a criança na passagem do concreto para o abstrato (SILVA; MARTINS, 2000, p. 5)

Considerando o argumento apresentado anteriormente, compreende-se por que a utilização de MD no ensino de Geometria é tão importante. O seu uso pode dar a oportunidade ao estudante de trabalhar com atividades onde ele próprio é protagonista, onde ele manuseia um material, onde ele questiona e interage com os materiais, e assim constrói seu conhecimento.

Para proporcionar aos estudantes uma experiência significativa, é de suma importância que eles se envolvam e contribuam com a elaboração do MD. Consequentemente haverá maior reflexão e exploração dos materiais, o que nos garante um excelente aproveitamento do material. Além de gerar reconhecimento dos alunos diante de algo que foi produzido por eles mesmos e gerando conexão com a disciplina.

Com base no que foi discutido a respeito dos MD, acredita-se que estes materiais possam ter forte impacto na aprendizagem dos alunos. Sendo assim, o uso desses materiais no ambiente escolar requer principalmente que o educador esteja envolvido em um processo de reflexão das suas práticas e faça uso dos materiais de maneira eficaz. Consequentemente, isto contribuirá para a aprendizagem significativa e lúdica dos estudantes.

Para Kaleff (2006), em relação ao papel do MD nos procedimentos de construção de conceitos,

Acredita-se que tanto os materiais concretos quanto os virtuais, como, por exemplo, jogos do tipo *quebra-cabeça*, bi e tridimensionais (mesmo quando apresentados na tela do computador), somente podem cumprir o seu papel de mediador lúdico e atraente no desenvolvimento das habilidades e conceitos geométricos na medida em que o professor tenha mais clareza do papel dessas habilidades, e de suas relações, para o surgimento de obstáculos cognitivos na formação de conceitos geométricos. (KALEFF, 2006, p. 127-128).

Quando pensamos nos estudantes da EJA, onde uma parcela significativa esteve ausente do ambiente escolar por um longo período, o aprendizado da Matemática torna-se mais complexo. Ao retornarem à escola depois de tantos anos, estes estudantes enfrentam um processo de transição, já que a instituição que deixaram anos atrás está agora completamente transformada assim como eles próprios estão transformados. Acreditamos que o uso dos MD pode contribuir nesse retorno do estudante com uma nova percepção sobre os conteúdos e a sala de aula.

Em nossa prática diária, observando as aulas de estudantes da EJA, compreendemos que os MD têm grande potencial para auxiliar no entendimento de definições, percepção de propriedades e demonstrações de teoremas. Contudo, a aplicação de atividades com MD não garante que o processo de ensino e aprendizagem do estudante esteja transcorrendo de forma adequada. A adequada utilização do material está sujeita a maneira como o professor conduzirá a realização da atividade, muito mais do que apenas seu uso. Podemos assim, considerá-la como um excelente facilitador para a construção dos saberes matemáticos dos estudantes.

No próximo capítulo, iremos apresentar uma sugestão de experiência didática para ser trabalhada com os alunos do 8º ano do Ensino Fundamental - Anos Finais, na qual os materiais manipuláveis são empregados de forma ampla.

3.2. Modelo de Desenvolvimento para o Pensamento Geométrico de Van Hiele

Desenvolvido pelo casal holandês de pesquisadores Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof a partir das suas teses de doutorado em 1957, o Modelo de Van Hiele foi formulado baseado nos obstáculos enfrentados pelos seus alunos na aprendizagem da Geometria (Kaleff *et al.* (1994)). Ao investigar as dificuldades de compreensão que os alunos do curso secundário demonstravam, o casal constatou que os mesmos avançavam segundo uma sequência de níveis de assimilação dos conceitos durante a aprendizagem da disciplina e começaram a trabalhar sobre isso.

Através da realização de experiências metodológicas, o casal Van Hiele pôde observar a origem das dificuldades apresentadas pelos estudantes. Após refletirem sobre o assunto, o casal propôs um modelo de evolução para a assimilação dos conceitos geométricos, além de investigar como os professores poderiam planejar as suas aulas para auxiliarem nessa evolução dos estudantes. Conforme Kaleff *et al.* (1994), os resultados da pesquisa do casal começaram a ser publicados em 1959. Porém, como o falecimento da Dina ocorreu após a publicação dos trabalhos iniciais, apenas o Pierre desenvolveu e formulou toda a teoria. Para Kaleff *et al.* (1994),

Nos trabalhos iniciais, os van Hieles desenvolveram a estrutura para uma experiência com os níveis de pensamento, com o objetivo de ajudar o estudante a desenvolver *insight* em geometria. Eles definem *insight* como se segue. Uma pessoa mostra *insight* se: (a) é capaz de se desempenhar numa possível situação não usual; (b) desenvolve corretamente e adequadamente as ações requeridas pela situação; (c) desenvolve deliberadamente e conscientemente um método que resolva a situação. Para terem *insight* os estudantes entendem *o que* estão fazendo, *por que* estão fazendo algo, e *quando* o fazem. Eles são capazes de aplicar seu conhecimento ordenadamente para resolver problemas. (KALEFF *et al.*, 1994, p. 4)

De acordo com Nasser e Sant'anna (2017), os pesquisadores identificaram que os estudantes passam por cinco níveis hierárquicos de compreensão dos conceitos geométricos. Nesta perspectiva, os alunos atingem determinado nível de aprendizagem caso tenham dominado os anteriores e o avanço dos níveis não depende da idade dos estudantes.

Conforme Van Hiele (1957, *apud* Domingos, 2010),

Pode-se, dizer que um aluno alcança um determinado nível de pensamento geométrico quando uma nova ordenação mental com respeito a certas

operações, permite-lhe aplicá-las em novas situações. Não é possível alcançar a estes níveis com o estudo; no entanto, o professor pode, mediante uma seleção apropriada de tarefas, criar uma situação ideal (favorável) para que o aluno alcance um nível superior de pensamento. Pode-se afirmar, além disso, que a obtenção de um nível superior aumenta consideravelmente o potencial do aluno; entretanto, é pouco provável que o aluno regreda a um nível inferior de pensamento. (VAN HIELE, 1957, p. 88, *apud* DOMINGOS, 2010, p. 41).

O Modelo de Van Hiele caracteriza os cinco níveis hierárquicos de aprendizagem geométrica onde cada nível apresenta sua particularidade e é identificado por um aspecto marcante que dá nome ao estágio. Devido a sua tradução, além de nomear os níveis de forma distinta, alguns autores enumeram de 0 a 4, enquanto outros de 1 a 5, sendo eles correspondentes em suas versões. Consideramos a nomenclatura das autoras Nasser e Sant'anna (2017).

Para simplificar a compressão, resumimos os diferentes níveis de Van Hiele para o desenvolvimento do raciocínio geométrico conforme Kaleff *et al.* (1994, p. 4-5):

- **Nível 1 - Básico ou Reconhecimento:** O estudante neste nível raciocina através da sua percepção visual. Então, os princípios geométricos são considerados como um todo e sem definições explícitas das propriedades. O educando deste nível é capaz de conhecer as figuras geométricas pela sua aparência global, aprender o vocabulário geométrico, identificar as formas e saber reproduzi-las. Portanto, pode nomeá-las como triângulo ou quadrado, por exemplo. O estudante nesse nível é capaz de classificar recortes de polígonos em grupos de triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos. Contudo, não é capaz de identificar as propriedades das figuras e associar como parte de uma classe. A forma geométrica deste nível é vista de forma geral, sem a análise de suas partes.

Consideramos que o estudo da forma tem o destaque principal deste nível. E por isso, cabe ao professor dos alunos do Nível 1, o planejamento de uma experiência didática que construa a capacidade de observação, agrupamento, construção e manipulação das figuras geométricas.

- **Nível 2 - Análise:** É o nível em que os alunos refletem acerca dos conceitos geométricos, através de uma investigação informal mediante observação e experimentação das partes da figura. Os alunos já conseguem diferenciar as características particulares das figuras geométricas fazendo uso de propriedades para

conceituar as classes e as formas. Assim sendo, diferenciam as figuras descrevendo propriedades como, por exemplo, um quadrado (quatro lados iguais; quatro ângulos retos; entre outras).

Os estudantes do Nível 2 de desenvolvimento do pensamento geométrico estão voltados para a classe de formas, e desenvolvem habilidades como comparar e descrever figuras aplicando vocabulário e propriedades adequadas. Características como tamanho e cor das figuras perdem a importância para a caracterização das figuras. Apesar de saberem identificar as propriedades das figuras geométricas, o educando neste nível ainda não é capaz de perceber e explicar as relações entre elas.

- **Nível 3 - Abstração:** Neste nível, os estudantes já formam algumas definições abstratas e podem estabelecer conexões entre as propriedades das figuras, por exemplo, reconhecer que o quadrado é também um retângulo. As classificações das figuras juntamente com a inclusão e a interseção de classe são compreendidas. Também são capazes de elaborar provas intuitivas, lógicas e menos rigorosas, já que fazem uso de proposições e propriedades. Os estudantes distinguem a necessidade da utilização do conjunto de propriedades e se são suficientes para a construção de um conceito de geometria mais preciso. Portanto, a ideia da demonstração formal ainda não é dominada neste nível, mesmo que sejam capazes de acompanhar alguma dedução formal.

Avaliamos que a inclusão do raciocínio lógico informal é a marca dos alunos no nível 3 de desenvolvimento do pensamento geométrico. Cabendo ao professor o incentivo aos questionamentos durante a realização das atividades.

- **Nível 4 - Dedução:** Os estudantes neste nível compreendem o significado da dedução e constroem deduções de conceitos geométricos dentro de um sistema matemático completo e de forma mais complexa que no nível anterior. O processo dedutivo é importante para o entendimento de uma teoria geométrica. O aluno também é capaz de demonstrar teoremas e elaborar provas de mais de uma forma, visto que já compreendeu a importância dos axiomas e das definições na construção do pensamento lógico matemático e geométrico. Os estudantes não tem necessidade de memorizar as provas, pois já raciocinam formalmente e utilizam algum rigor

matemático. O educando já é capaz de levantar e analisar hipóteses, empregando deduções para concluir se a afirmação é ou não correta.

Alguns autores consideram que os estudantes deste nível devem ser os alunos do Ensino Médio. Os resultados dos níveis anteriores, assim como as definições e propriedades trabalhadas, são os principais objetos de estudo no Nível 4.

- **Nível 5 - Rigor:** Os estudantes neste nível são capazes de analisar diversos sistemas dedutivos de alto rigor. Além disso, são capazes de compreender demonstrações formais, estabelecer comparações entre diferentes sistemas axiomáticos e estudam várias geometrias, até mesmo na ausência de modelos concretos. No presente nível, os alunos têm a habilidade de aprofundamento das propriedades de um sistema axiomático, como exemplo, a consistência, a independência e a completude dos axiomas. Os educandos demonstram aptidão para o raciocínio a partir de um conjunto de princípios e indo além das deduções em um sistema específico de geometria.

Neste nível, o objeto de estudo é o rigor e os próprios sistemas axiomáticos, não mais a um sistema específico. Consideramos que é basicamente trabalhado no Ensino Superior.

Conforme Kaleff *et al.* (1994, p. 6),

- Para ter êxito em um determinado nível, o estudante não pode ‘saltar’ de um nível para o seguinte sem que o mesmo tenha desenvolvido o raciocínio geométrico do primeiro. O avanço de nível está sempre vinculado ao desenvolvimento do pensamento geométrico.
- Os objetos que são fundamentais em um nível do Modelo se convertem em objetos de estudo no nível seguinte. O raciocínio está sempre interligado de um nível para o outro.
- Cada nível de desenvolvimento do pensamento tem uma linguagem própria e um sistema próprio que os conecta. Portanto, a associação que é dada como aceita em um nível pode ser alterada em outro.

Segundo Kaleff *et al.* (1994) e Nasser e Sant’anna (2017), o professor tem papel fundamental na utilização do Modelo de Van Hiele como uma metodologia de ensino, da

mesma forma que em qualquer outra metodologia. Cabe ao educador elaborar e ordenar adequadamente atividades para que o estudante consiga atingir o que é necessário em um nível e seguir naturalmente para o seguinte, percorrendo assim os cinco níveis hierárquicos de desenvolvimento do pensamento.

Para contribuir ainda mais com esse processo, o casal Van Hiele também desenvolveu uma sequência de cinco fases de aprendizagem que podem ser utilizadas para guiar o trabalho do professor em cada nível. Ao fim das cinco fases estima-se que o estudante esteja apto para o próximo nível, novamente sequenciando as cinco fases através de novas atividades. Como não é obrigatório que o estudante passe por todas as fases de aprendizagem em cada nível, cabe ao professor à escolha das fases que deseja abordar ao trabalhar um determinado conteúdo em um nível.

As fases da aprendizagem do Modelo de Van Hiele são: *Informação, Orientação Dirigida, Explicação, Orientação Livre e Integração*. As cinco fases de aprendizagem possuem características únicas, conforme Kaleff *et al.* (1994, p. 6-7):

- **Fase 1 - Questionamento ou Informação:** Nesta fase, professor e aluno dialogam a respeito do material de estudo do nível presente. Também é nesta fase que os alunos informam os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto através das observações e dos questionamentos feitos. O professor perceberá como conduzir os estudos a partir das informações coletadas. Além disso, nessa etapa, o educador necessita de atenção com a linguagem utilizada, pois aos poucos o vocabulário específico será introduzido.
- **Fase 2 - Orientação Direta:** Os estudantes exploram o objeto de estudo por meio das atividades e materiais que foram selecionados e organizados minuciosamente em sequência pelo professor. A sequência organizada deverá ser construída de forma crescente de nível de dificuldade. Nesta fase são aplicadas as primeiras tarefas e, portanto, tem o objetivo de familiarizar os estudantes com as estruturas características do nível. Consideramos que as atividades desta fase geralmente são elaboradas de maneira simples, com questões que resultam em respostas objetivas e que auxiliem o educando no desenvolvimento das habilidades desejadas pelo professor.
- **Fase 3 - Explicação:** É nesta fase que os alunos verbalizam suas observações e opiniões sobre as experiências vivenciadas e modificam suas perspectivas sobre as estruturas analisadas anteriormente. O papel do professor nesta fase é mínimo,

procurando apenas direcionar o diálogo, permitindo que o estudante busque de maneira livre suas relações com o objeto de estudo.

- **Fase 4 - Orientação Livre:** O objetivo desta fase é a busca do desenvolvimento dos estudantes nas próprias soluções das atividades propostas. Portanto, entendemos que cabe ao professor a elaboração de atividades com maior complexidade que na fase anterior e que possibilitem aos educandos resolvê-las de diversas formas. Essas atividades devem ser construídas de maneira que, por meio dos conhecimentos adquiridos anteriormente, os estudantes escolham o melhor caminho para a solução. Sendo assim, o aluno ganhará experiência de forma individual na resolução das atividades.
- **Fase 5 - Integração:** Esta última fase é dedicada à revisão e à síntese dos conteúdos estudados durante o nível de aprendizagem. Possui o objetivo de integrar os conceitos, os objetos de estudo e suas relações. Consideramos que nesta fase o papel fundamental do professor é a contribuição no processo, mediante atividades que não exploram conceitos novos, sendo baseadas apenas na visão panorâmica do que já foi estudado proporcionando ao aluno experiências e observações globais.

Como mencionado anteriormente, espera-se que o estudante ao final da quinta fase de aprendizagem tenha alcançado um novo nível de pensamento geométrico, assim estará preparado para repetir as fases no próximo nível.

Ainda considerando os cinco níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, devido à necessidade da hierarquia, é fundamental que o aluno obtenha o nível de compreensão e abstração após o domínio de cada nível. Portanto, é crucial a realização de testes diagnósticos antes do início das atividades de determinado conteúdo, para que o professor possa identificar o nível dos alunos e assim permitir a melhor organização das atividades a serem realizadas.

Após investigarmos as tendências para o ensino dos Polígonos na EJA, consideramos o Modelo de Van Hiele adequado para ser utilizado como base para a experiência didática construída no trabalho e que foi desenvolvida com estudantes do 8o Ano da EJA. Além disso, usamos o apoio dos materiais manipuláveis para tornarmos as atividades mais concretas e palpáveis, trazendo o concreto para a sala de aula de forma lúdica e divertida. Almejamos que

com as metodologias adotadas tornem a aprendizagem do estudante mais prazerosa e significativa.

CAPÍTULO 4:

METODOLOGIA DO TRABALHO

O presente capítulo será dedicado à descrição do percurso metodológico adotado para a realização deste trabalho. Serão detalhadas algumas características consideradas essenciais dos sujeitos da pesquisa e do contexto em que foram desenvolvidas as atividades. Falaremos sobre as turmas onde as atividades foram desenvolvidas, sobre a escola e como o trabalho foi planejado.

4.1. Dados das turmas

Diversas vezes, a EJA não é considerada como prioritária. Um exemplo é o município de São Gonçalo, cidade onde realizamos a nossa experiência didática que possui 113 escolas e apenas 19 delas possuem essa modalidade de ensino³. Tal fato colabora para que os jovens, adultos e idosos destas unidades escolares tenham que superar inúmeros desafios, já que o município possui 91 bairros e precisam, em geral, fazer grandes deslocamentos para chegar na escola. Por ser um município de grande extensão territorial, São Gonçalo possui uma área total que corresponde a mais ou menos 5% da área da Região Metropolitana do Rio de Janeiro, além de contar com aproximadamente 1 milhão de habitantes⁴. Diante deste cenário, pode-se compreender que é inviável que apenas 19 escolas contem com o Ensino de Jovens Adultos.

É neste cenário do município de São Gonçalo que nossa pesquisa foi realizada, mais precisamente no Colégio Municipal Presidente Castello Branco (*CMPCB*), no bairro Boaçu, região central do município. Este colégio possui mais de 50 anos de existência e conta com aproximadamente 4300⁵ estudantes matriculados do 1º ao 9º Ano do Ensino Fundamental distribuídos nos três turnos (manhã, tarde e noite).

Sua estrutura física é formada pelo prédio principal (Figura 3), prédio em anexo, sala de leitura, auditório, quadra esportiva coberta, laboratório de ciências, pátio coberto e

³ De acordo com as informações do site da prefeitura do município: <https://www.saogoncalo.rj.gov.br/sao-goncalo/#:~:text=Com%20uma%20%C3%A1rea%20total%20de,acesso%3A%20RJ%2D106%20>

⁴ De acordo com as informações do site da prefeitura do município: <https://www.saogoncalo.rj.gov.br/sao-goncalo/#:~:text=Com%20uma%20%C3%A1rea%20total%20de,acesso%3A%20RJ%2D106%20>

⁵ Dado fornecido pela secretaria do CMPCB.

refeitório. A escola não possui laboratório de informática. O prédio anexo é carinhosamente chamado de Castelinho, onde são atendidos os alunos do Ensino Fundamental - Anos Iniciais. Já os alunos do Ensino Fundamental - Anos Finais e EJA costumam ter suas aulas no prédio principal.

Nos turnos da manhã e da tarde, a modalidade de ensino é a regular, enquanto no turno da noite modalidade é a EJA. Em todos os turnos, estão presentes estudantes incluídos.

Figura 3: Fachada do Colégio Municipal Presidente Castello Branco



Fonte: Prefeitura Municipal de São Gonçalo

Disponível em: <https://www.saogoncalo.rj.gov.br/sao-goncalo-inicia-matricula-para-alunos-do-eja/>

Nosso trabalho tem como objetivo desenvolver uma sequência didática com ênfase no conteúdo de polígonos e aplicá-la em turmas desta escola. A escolha desta escola vem do fato de já lecionarmos lá, especificamente em turmas de EJA, e termos recebido autorização da direção para realizar o trabalho dentro das próprias aulas das turmas e respeitando o conteúdo previsto pela Secretaria de Educação Municipal do município de São Gonçalo (SEMED).

A experiência didática foi aplicada em duas turmas de 8º Ano da EJA que, como já mencionado, são do período noturno. As duas turmas serão denominadas aqui da mesma forma que são denominadas na própria escola:

- Turma 830: composta majoritariamente por jovens, tendo 29 estudantes matriculados;
- Turma 831: composta por adultos e idosos, tendo 28 alunos inscritos. Dos 28 estudantes, destacamos 3 incluídos, sendo 2 com Transtorno do Espectro Autista (TEA) e 1 estudante surda. Esta turma possuía uma professora de apoio para os alunos incluídos⁶, entretanto não possuía uma intérprete de LIBRAS para a estudante surda.

Durante a realização das atividades, estiveram presentes cerca de 20 estudantes da Turma 830 e cerca de 19 estudantes da Turma 831. Sendo assim, tivemos a participação de cerca de 39 estudantes com faixa etária entre 18 e 73 anos. A presença dos alunos nas atividades variou de forma considerável, pois no turno da noite, especialmente, as ausências são mais comuns devido a alguns dos desafios já apresentados no *Capítulo 1* deste trabalho.

4.2. Metodologia de desenvolvimento do trabalho

O presente trabalho está voltado para o desenvolvimento de uma experiência didática, assim como sua aplicação e análise dos resultados desta aplicação.

Diante da necessidade de organização e cautela com a elaboração das atividades, os testes diagnósticos realizados no presente trabalho se encontram no *Anexo 1 - Avaliação Diagnóstica* e foram retirados do livro das autoras Nasser e Sant'Anna (2017). Os testes adaptados são resultados da pesquisa do Projeto Fundão da Universidade Federal do Rio de Janeiro, cujo foco era a melhoria da aprendizagem em Geometria através da identificação do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, para assim auxiliar os professores na produção e planejamento das atividades a serem desenvolvidas em sala de aula.

A partir da escolha do tema Polígonos, que seria um conteúdo a ser explorado com as turmas durante o semestre letivo, foram desenvolvidas as atividades. Para a elaboração da experiência didática, foram utilizadas as metodologias de ensino mencionadas no capítulo anterior (Modelo de Van Hiele com o apoio de materiais manipuláveis). Leituras da literatura especializada e diversas discussões foram realizadas antes do desenvolvimento das atividades, na busca por opções e ideias que pudessem ser adaptadas para o ensino do conteúdo para turmas de EJA.

⁶ Alunos incluídos conforme o art. 58 da LDB - Lei 9.394/96 são aqueles que possuem Necessidades Educacionais Especiais (NEE).

A sequência didática desenvolvida pode ser encontrada nos Anexos 2 - 8 deste trabalho e será apresentada com mais detalhes no capítulo seguinte. A sequência é composta por dois blocos de atividades e uma Avaliação Diagnóstica a ser realizada no início e no fim da aplicação das atividades.

A organização das atividades em blocos tem como objetivo principal a progressão dos estudantes para o Nível 2 do Modelo de Van Hiele. O Bloco 1 é constituído por duas atividades, nas quais os alunos fazem uso de materiais manipuláveis como recortes de figuras e palitos de pirulito. Já o Bloco 2 foi elaborado com quatro atividades que utilizam as figuras já recortadas e o *Tangram*, além de ser finalizado com o Jogo Dominó de Polígonos.

Na etapa da elaboração das atividades da sequência didática, alguns pontos foram considerados importantes. São eles: a determinação dos conteúdos a serem explorados, os objetivos das atividades propostas, a quantidade de aulas a serem utilizadas em cada atividade, a ordenação das atividades em blocos, para melhor aproveitamento dos tempos de aula, etc.

Na tabela abaixo, apresentamos um cronograma das atividades realizadas pelas duas turmas escolhidas. Nos dias em que foram realizadas as atividades da experiência didática, os alunos não realizavam outras atividades da disciplina. Vale ressaltar que as turmas tiveram aulas de Matemática no mesmo dia da semana, sendo duas na segunda-feira e três na quarta-feira. Nestes dias, a Turma 830 teve os primeiros tempos de Matemática, e a turma 831 os últimos. Portanto as atividades foram realizadas na mesma data pelas duas turmas, e algumas delas na mesma sala de aula e ao mesmo tempo.

Outro aspecto importante a ser lembrado é o atraso, já programado pela escola, na entrada dos estudantes. Diariamente, o primeiro tempo de aula (18h às 18h40) é prejudicado, pois até às 18h30 os alunos estão no refeitório da escola jantando.

Tabela 3: Cronograma das Atividades realizadas.

Data:	Atividades:
04 de out. 2023	Avaliação Diagnóstica
25 de out. 2023	Revisão de Conteúdos
30 de out. 2023	Bloco 1: Agrupamento de figuras
08 de nov. 2023	Bloco 1: Construção com palitos de pirulito
13 de nov. 2023	Bloco 2: <i>Tangram</i>
22 de nov. 2023	Bloco 2: Triângulos
22 de nov. 2023	Bloco 2: Quadriláteros
27 de nov. 2023	Bloco 2: Pentágonos e Polígonos
04 de dez. 2023	Jogo - Dominó dos Polígonos
06 de dez. 2023	Reaplicação da Avaliação Diagnóstica

Fonte: elaborada pela autora (2024).

No primeiro dia programado para realizarmos as atividades foi realizada a Avaliação Diagnóstica. Na sequência, foram realizadas atividades construídas de acordo com os níveis do Modelo de Van Hiele. A organização das atividades se dá com o objetivo de progressão dos níveis dos estudantes, desenvolvendo atividades que possibilitem a elevação dos níveis de cada turma.

Para entender como se deu o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de Polígonos por meio da experiência didática construída, foi feita uma coleta de dados durante a aplicação das atividades. Os dados coletados são folhas de respostas dos estudantes para as atividades propostas, anotações sobre as dinâmicas feitas pela proponente deste trabalho e fotos da aplicação das atividades.

Os dados coletados foram analisados de forma qualitativa e os resultados serão discutidos no capítulo seguinte. Segundo Bicudo (2012), a pesquisa qualitativa em educação é

um modo de proceder que permite colocar em relevo o sujeito do processo, não olhado de modo isolado, mas contextualizado social e culturalmente; mais do que isso e principalmente, de trabalhar concebendo-o como já sendo sempre junto ao mundo e, portanto, aos outros e aos respectivos utensílios dispostos na circunvizinhança existencial, constituindo-se, ao outro e ao mundo em sua historicidade. (BICUDO, 2012, p. 17).

A coleta de dados realizada no trabalho envolveu a troca de conhecimentos por meio de diálogos com os sujeitos da pesquisa. Tal pesquisa é fundamentada no método exploratório, no qual foi conduzido um trabalho de investigação com ênfase na resolução de atividades geométricas exploratórias.

No capítulo a seguir, apresentaremos as atividades e os resultados obtidos em sua aplicação. Analisaremos as atividades desenvolvidas no trabalho, incluindo seus objetivos, suas características básicas como tipo de atividade, material necessário e tempo de realização. Além do que se refere aos dados dos resultados da aplicação da pesquisa, sendo eles o desenvolvimento da proposta pedagógica, a quantidade de alunos que realizou cada atividade e a comparação de resultados atingidos por cada turma.

CAPÍTULO 5:

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E SEUS RESULTADOS

Apresentaremos neste capítulo as atividades propostas para a sequência didática com foco na EJA para o ensino de Polígonos em turmas de 8º Ano do Ensino Fundamental, assim como os resultados alcançados. Adicionalmente, serão delineados os procedimentos adotados para a aplicação da experiência didática utilizada para abordar o conteúdo, segundo os níveis desenvolvimento do Modelo de Van Hiele, fazendo uso de materiais manipuláveis.

5.1. A Avaliação Diagnóstica: Teste de Van Hiele

O ato avaliativo, como investigação da realidade, se encerra quando, através de seus procedimentos metodológicos e técnicos, revela a qualidade da realidade investigada. Significa também que os *usos* dos resultados decorrentes da investigação avaliativa situam-se *'para além dela'*, propriamente, no âmbito da conduta do gestor da ação, que se serve desses resultados, tendo em vista subsidiar suas decisões. (LUCKESI, 2018, p. 58)

Para Luckesi (2018), a avaliação é fundamental dado que colabora com o professor ao revelar a qualidade dos resultados e viabilizar a tomada de novas decisões com cuidados metodológicos, na busca por assegurar o sucesso de sua prática pedagógica. Consideramos que a atividade avaliativa serve de orientação para a construção de resultados apropriados, de acordo com o planejamento de ensino. Portanto, no âmbito deste trabalho, se justifica a utilização da Avaliação Diagnóstica (AD) e se faz necessária para o uso do Modelo de Van Hiele.

Por meio da realização da AD podemos concluir em quais níveis do Modelo de Van Hiele os estudantes se encontram e quais as habilidades referentes ao pensamento geométrico foram aprendidas por eles. Tal avaliação foi aplicada nas duas turmas na mesma data em horários distintos, conforme cronograma exibido no capítulo anterior.

A AD pode ser encontrada no Anexo 1 e foi integralmente extraída do livro das autoras Nasser e Sant'Anna (2017). Não consideramos ser necessário adaptar a AD das mencionadas autoras, pois esta avaliação foi considerada totalmente adequada ao nosso trabalho. Na verdade, foi utilizada neste trabalho parte da AD apresentada em Nasser e

Sant'Anna (2017), pois pensamos ser mais adequado usar apenas a parte relativa aos níveis 1 e 2 do Modelo de Van Hiele.

O principal objetivo da aplicação da AD é a investigação dos níveis de pensamento geométrico dos estudantes de cada turma relativos ao Modelo de Van Hiele. O teste original é composto por três páginas, sendo cada uma delas contendo 5 questões de um dado nível. A AD é capaz, portanto, de detectar se o estudante atingiu até o Nível 3 do Modelo de Van Hiele. Consideramos que o aluno alcança certo nível de pensamento ao acertar pelo menos três das cinco questões presentes em cada nível.

A primeira página da AD, que se refere ao Nível 1, é composta de cinco questões com o objetivo de reconhecer visualmente as formas geométricas e suas características fundamentais. Todas as questões desta página são objetivas. O foco visual se deve ao trabalho no nível 1 do modelo de Van Hiele.

A segunda página da AD, que se refere ao Nível 2, é composta de mais cinco questões, mas desta vez focadas nas características dos objetos geométricos trabalhados. Isso justifica o foco nas propriedades dos objetos e não mais apenas no visual. As questões são objetivas e discursivas.

A fim de preparar o semestre letivo, algo além deste trabalho, tivemos uma conversa com o professor das mesmas turmas do ano anterior. Em nossa conversa, vimos a necessidade de trabalhar com habilidade básicas de Geometria Plana e, com isso, decidimos não utilizar a terceira página de atividades da AD durante este trabalho.

Na aula anterior à aplicação da AD, em diálogo com as turmas, foi destacado que a aplicação da avaliação tinha como principal objetivo a compreensão dos conhecimentos anteriores a respeito dos conteúdos de Geometria. Foi explicado aos estudantes que esta avaliação, apesar de assim nomeada, não seria usada como nota e também mencionamos a necessidade de ter esses dados para poder realizar uma leitura da turma e construir atividades para os níveis adequados de conhecimento deles. Também pedimos aos estudantes que não faltassem às próximas aulas para poderem usufruir de atividades diferenciadas e que poderiam contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria deles.

Apresentaremos a seguir os dados da AD e os resultados obtidos pelas turmas.

- **Detalhamento da Atividade Diagnóstica:**

Objetivos: Identificar em que nível do Modelo de Van Hiele cada estudante está.

Material Necessário: folha de papel com a atividade impressa, lápis ou lápis de cor.

Tipo de Atividade: individual e sem consulta.

Tempo médio para realização da atividade: dois tempos de aula com 40 minutos, sendo um deles para cada página da atividade.

Número de alunos participantes: Na Turma 830, 14 alunos realizaram a AD. Destes alunos, todos eram adultos com mais de 40 anos ou idosos, sendo 8 homens e 6 mulheres. Já na Turma 831, 16 alunos estavam presentes e realizaram a AD, sendo todos jovens com menos de 40 anos. Dois dos estudantes da Turma 831 chegaram com bastante atraso e perderam parte da atividade. Nesta mesma turma, estava presente uma jovem surda que permaneceu sem intérprete de LIBRAS durante toda a AD. Através da leitura labial, a aluna realizou a AD com o auxílio da professora e de uma colega.

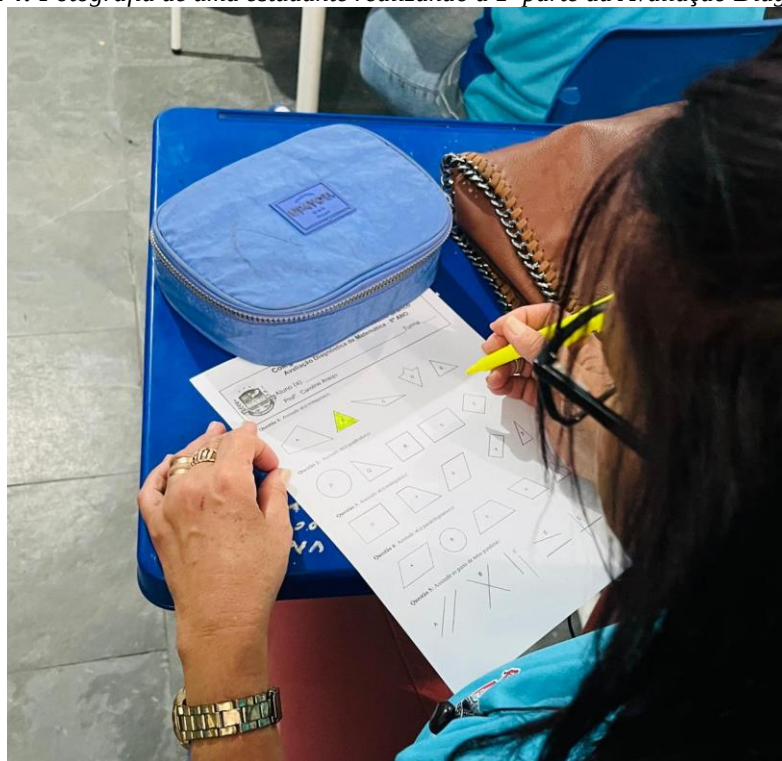
Em nosso planejamento, cada estudante receberia duas folhas separadas que continham a AD. Para que todos os estudantes realizassem juntos as questões de um mesmo nível, cada folha foi entregue de forma separada e quando todos finalizaram a folha, uma nova era distribuída. Devido à dificuldade de leitura e interpretação enfrentada por alguns estudantes da EJA, a professora optou por ler as questões uma de cada vez, concedendo-lhes alguns minutos de intervalo para realização de cada questão.

5.1.1. Nível 1 do Modelo de Van Hiele

A primeira folha da AD continha 5 questões, onde os alunos marcavam os polígonos pedidos. Para ser considerada correta, o estudante deveria assinalar todos os itens apresentados que representavam um determinado polígono. Caso contrário, a questão seria considerada errada.

Consideramos curioso o fato dos enunciados solicitarem apenas que os estudantes assinalassem as respostas corretas, enquanto os mesmos decidiam colorir as figuras para fazê-lo. Este fato ocorreu nas duas turmas em que as atividades foram aplicadas e tanto os alunos mais jovens quanto os mais idosos, aderiram a esta abordagem e se envolveram ativamente na resolução das atividades propostas. Como podemos observar na Figura 4.

Figura 4: Fotografia de uma estudante realizando a 1ª parte da Avaliação Diagnóstica.

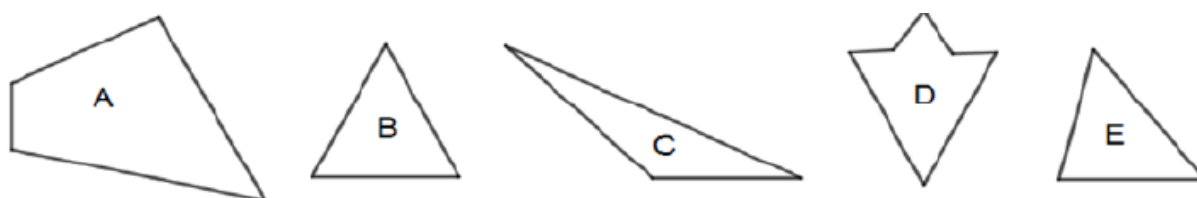


Fonte: a autora.

A seguir, serão apresentados os resultados da primeira página da AD, que tem como objetivo verificar o reconhecimento visual dos alunos de determinadas figuras geométricas.

Na questão 1, os estudantes deveriam reconhecer e assinalar os triângulos dentre as figuras, como pode ser observado na Figura 5.

Figura 5: Questão 1 da Avaliação Diagnóstica



Fonte: Nasser e Sant'Anna (2017)

A solução considerada correta é aquela em que os estudantes assinalaram os itens B, C e E. Analisando as soluções apresentadas pelas duas turmas podemos perceber que apenas 1 estudante da turma 831 assinalou o item C. A primeira questão da AD só teve um acerto, conforme a Tabela 4.

Tabela 4: Resultados da Questão 1 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.

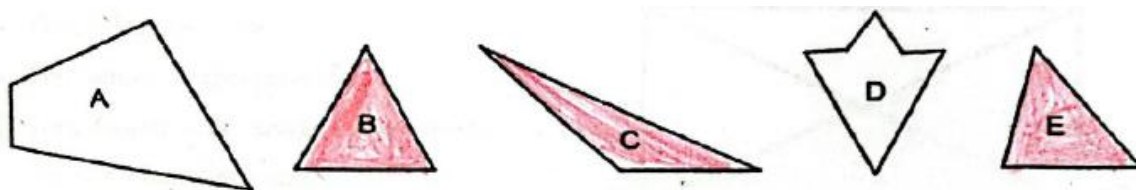
Turmas participantes:	Figuras Assinaladas e a Quantidade de Alunos:			
	B	B e E	B, C e E	B, D e E
T 830	11	3	-----	-----
T 831	7	7	1	1
Total de alunos:	18	10	1	1

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Com os dados podemos perceber que o único acerto da questão ocorreu na Turma 831, e esta turma apresenta maior número de alunos que conseguiu visualizar a figura E sendo também um triângulo.

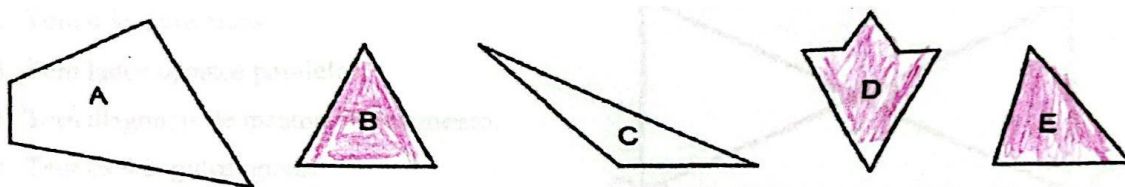
Observe as soluções apresentadas por 2 estudantes nas Figuras 6 e 7. Na Figura 6, o estudante detectou corretamente todos os triângulos dentre as figuras apresentadas. Já na Figura 6, podemos observar que o estudante ainda apresenta dificuldade na visualização dos triângulos, dado que marcou o item D como triângulo que é uma figura com 6 lados.

Figura 6: Resolução correta da questão 1 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.



Fonte: elaborada por um estudante que realizou a atividade (2024).

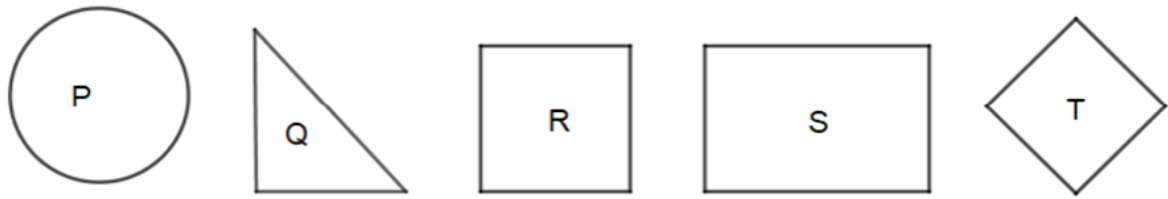
Figura 7: Resolução incorreta da questão 1 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.



Fonte: elaborada por um estudante que realizou a atividade (2024)

O objetivo da questão 2 da AD era o reconhecimento dos quadrados dentre as figuras dadas, como pode ser visto na Figura 8. A resposta correta deveria conter os quadrados R e T.

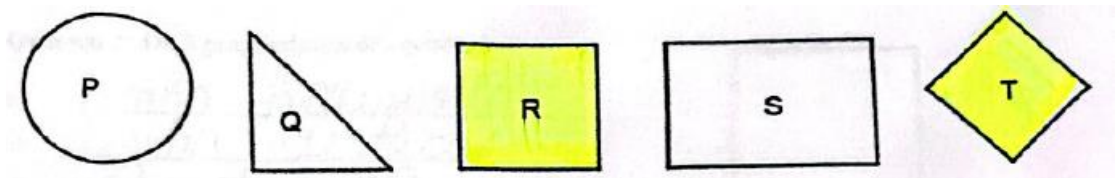
Figura 8: Questão 2 da Avaliação Diagnóstica



Fonte: Nasser e Sant'Anna (2017)

São apresentadas nas Figuras 9 e 10 as soluções propostas por 2 estudantes para a questão 2. Na Figura 9, o estudante conseguiu assinalar os quadrados corretamente. Na solução mostrada na Figura 10, o estudante reconheceu o quadrado R, mas não reconheceu o quadrado T. Provavelmente, este estudante só consegue realmente detectar quadrados em posição prototípica. Esse é um comportamento bastante frequente entre os estudantes.

Figura 9: Resolução correta da questão 2 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.



Fonte: elaborada por um estudante que realizou a atividade (2024).

Figura 10: Resolução incorreta da questão 2 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.



Fonte: elaborada por um estudante que realizou a atividade (2024).

Nesta questão, de acordo com os dados coletados, 3 alunos da Turma 831 acertaram e apenas 1 da Turma 830, conforme a Tabela 5.

Tabela 5: Resultados da Questão 2 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.

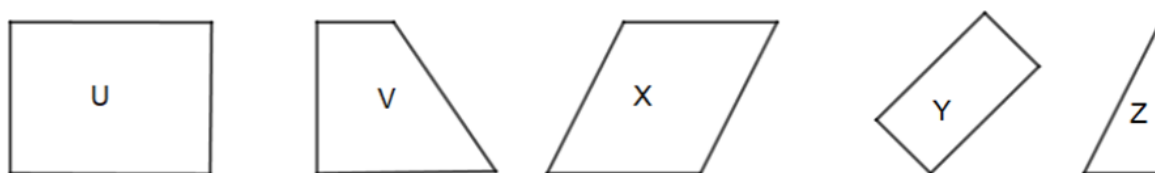
Turmas participantes:	Figuras Assinaladas e a Quantidade de Alunos:		
	R	R e S	R e T
T 830	11	1	1
T 831	7	6	3
Total de alunos:	18	7	4

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Ainda com base na análise das soluções apresentadas pelos alunos, podemos perceber que todos eles conseguem visualizar o quadrado R, enquanto apenas 4 alunos foram capazes de enxergar o quadrado T. Destacamos aqui, mais uma vez, a dificuldade dos estudantes em reconhecer os quadrados em posição não prototípica.

A questão 3 da AD tinha como objetivo principal o reconhecimento dos retângulos dentre as figuras dadas (Figura 11). A resposta correta é aquela onde são assinaladas as figuras U e Y.

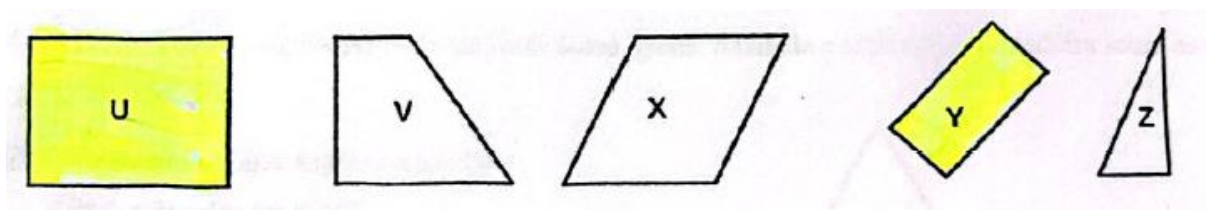
Figura 11: Questão 3 da Avaliação Diagnóstica



Fonte: Nasser e Sant'Anna (2017)

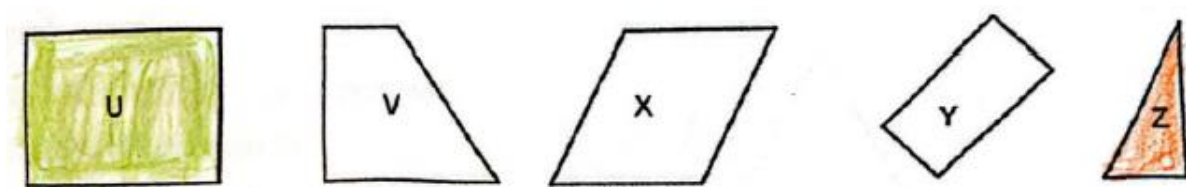
As Figuras 12 e 13 apresentam as resoluções elaboradas por dois estudantes na questão 3.

Figura 12: Resolução correta da questão 3 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.



Fonte: elaborada por um estudante que realizou a atividade (2024).

Figura 13: Resolução incorreta da questão 3 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.



Fonte: elaborada por um estudante que realizou a atividade (2024).

Como podemos observar na Figura 12, o aluno demonstra a habilidade de visualizar os retângulos independentemente de sua posição, o que não ocorre com o estudante que solucionou a questão conforme apresentado na Figura 13. Quando questionado pela professora, o aluno que elaborou a solução da Figura 13, relatou que o triângulo Z possuía um ângulo reto e que portanto a figura era um retângulo. Esse estudante não consegue reconhecer

retângulos nem por suas características visuais, menos ainda por suas propriedades matemáticas.

Conforme a Tabela 6, contabilizamos os acertos dos estudantes das duas turmas com para a questão 3. Podemos observar que apenas 1 estudante da Turma 830 assinalou todas as respostas de forma correta. Contudo, em cada turma, 4 alunos consideraram apenas o polígono U como um retângulo, desconsiderando o Y. Da mesma maneira ocorreu com o retângulo Y, na qual 6 alunos de cada turma assinalaram apenas este, ignorando completamente o retângulo U. Na Turma 830, o trapézio V não foi assinalado e na Turma 831, o triângulo Z não foi considerado por nenhum estudante. A questão da posição prototípica foi mais uma vez observada.

Tabela 6: Resultados da Questão 3 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.

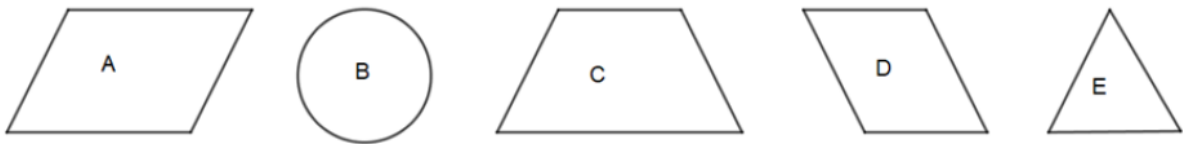
Turmas participantes:	Figuras Assinaladas e a Quantidade de Alunos:							
	U	V	X	Y	Z	U e Y	V e Y	U e Z
Turma 830	4	----	1	6	1	1	----	1
Turma 831	4	1	1	6	1	-----	1	2
Total de alunos:	8	1	2	12	2	1	1	3

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Com base nos dados da tabela acima, não foi possível concluir qual a turma que apresentou melhor desempenho na questão 3 da AD. A menos que observemos a quantidade de alunos que assinalaram os retângulos em posições distintas, além desse fato as turmas não apresentaram discrepância nas resoluções apresentadas.

A principal finalidade da questão 4 da AD é a habilidade de identificar os paralelogramos entre as figuras A, B, C, D e E (Figura 14).

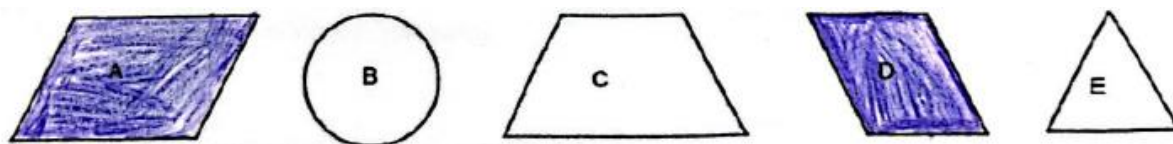
Figura 14: Questão 4 da Avaliação Diagnóstica



Fonte: Nasser e Sant'Anna (2017)

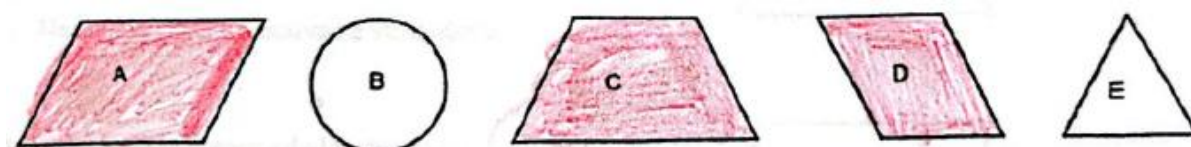
Para que a questão fosse considerada correta, os alunos deveriam assinalar os polígonos A e D. Confira, a seguir, duas resoluções apresentadas por 2 estudantes das turmas.

Figura 15: Resolução correta da questão 4 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.



Fonte: elaborada por um estudante que realizou a atividade (2024).

Figura 16: Resolução incorreta da questão 4 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.



Fonte: elaborada por um estudante que realizou a atividade (2024).

Facilmente, podemos perceber pela Figura 15 que o estudante expressa a habilidade de visualização dos paralelogramos independente da posição. Esta habilidade não é evidente ao aluno que assinalou as figuras A, C e D. Em diálogo com o professor, o estudante justificou que todas as figuras possuíam lados paralelos. Portanto, podemos concluir que este aluno ainda não dominava todas as habilidades dos paralelogramos, limitando-se apenas ao reconhecimento de apenas dois dos lados paralelos.

Registramos na Tabela 7 as respostas dadas pelos estudantes para a questão 4 da AD. Observa-se que somente 2 alunos da Turma 831 assinalaram as figuras A e D simultaneamente, não havendo acertos na Turma 830. As figuras A e C foram selecionadas simultaneamente nas duas turmas por 2 alunos. Uma parte considerável dos estudantes selecionou a figura C, sendo 5 alunos da Turma 830 e 6 da Turma 831. Nenhum dos estudantes, em nenhuma das turmas, apontou a figura B como um paralelogramo.

Tabela 7: Resultados da Questão 4 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.

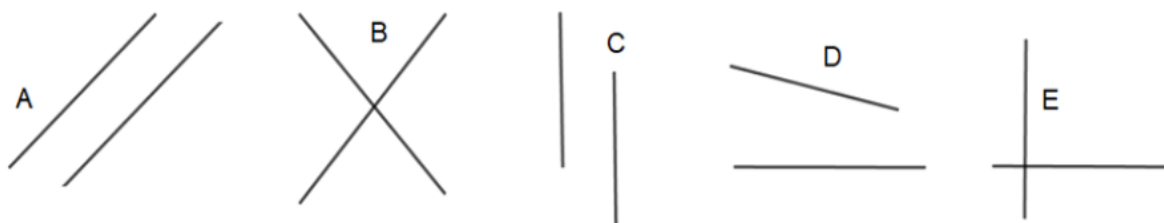
Turmas participantes:	Figuras Assinaladas e a Quantidade de Alunos:							Em branco
	A	C	E	A e C	A e D	C e D	A, C e D	
T 830	7	5	----	2	----	----	----	----
T 831	4	4	1	2	2	1	1	1
Total de alunos:	11	9	1	4	2	1	1	1

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Na Turma 831, a resolução do estudante que assinalou a figura E como sendo paralelogramo merece atenção. Ao ser questionado, o estudante justificou como havia entendido a proposta da AD. Para o estudante, o objetivo era colorir as figuras ‘*parecidas*’ com a mesma cor. Assim, todas as figuras que foram consideradas como triângulos nas questões de 1 a 4 foram pintadas com a mesma cor, da mesma forma que todos os círculos e todos os quadriláteros. Segundo ele próprio, diversos fatores podem ter contribuído para a interpretação errada da questão: nervosismo, dificuldade de interpretação e na leitura, ou até mesmo, distração no momento da atividade.

A questão 5 da AD possui como principal meta a visualização e a identificação das retas paralelas. As opções dadas na questão podem ser encontradas na Figura 17. A resposta é considerada correta quando são assinaladas as opções A e C, onde são representadas retas paralelas.

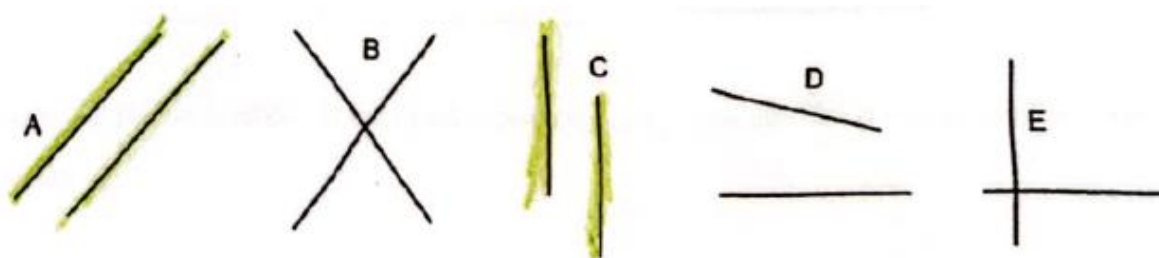
Figura 17: Questão 5 da Avaliação Diagnóstica.



Fonte: Nasser e Sant’Anna (2017)

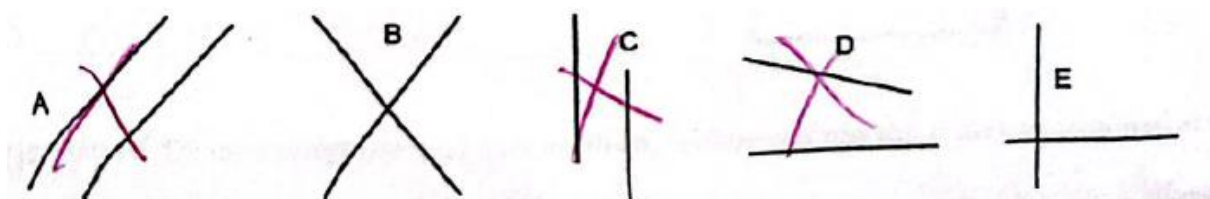
Nas Figuras 18 e 19 são apresentadas duas resoluções da questão 5 como foram elaboradas pelos estudantes. Mais uma vez, percebemos que alguns estudantes fizeram sua resposta pintando com lápis de cor as opções escolhidas como resposta.

Figura 18: Resolução correta da questão 5 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.



Fonte: elaborada por um estudante que realizou a atividade (2024).

Figura 19: Resolução incorreta da questão 5 da Avaliação Diagnóstica de um estudante.



Fonte: elaborada por um estudante que realizou a atividade (2024).

A Tabela 8 exibe as respostas marcadas pelos estudantes na resolução da questão 5. Nota-se que as resoluções foram bastante heterogêneas, com um grande grau de erros. Somente 3 alunos, sendo 1 deles da Turma 830 e 2 da Turma 831, encontraram a resposta correta. Um número considerável de estudantes assinalou as opções B e E, que correspondem às retas concorrentes. Tais fatos nos fazem considerar que devido à variação de respostas e o alto índice de erros, as habilidades de reconhecimento e visualização do paralelismo entre retas não foi adquirida pela maioria dos estudantes das Turmas 830 e 831.

Tabela 8: Resultados da Questão 5 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.

Turmas participantes:	Figuras Assinaladas e a Quantidade de Alunos:								
	A	B	C	D	A e B	A e C	A e E	B e E	A, C e D
T 830	4	3	3	2	----	1	----	1	----
T 831	2	3	3	1	3	2	1	----	1
Total de alunos:	6	6	6	3	3	3	1	1	1

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Ainda analisando os dados da questão 5, podemos levar em consideração que um número maior de alunos da Turma 830 assinalaram as opções A e C, separadas ou simultaneamente.

Tabela 9: Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na 1ª parte da Avaliação Diagnóstica.

Turmas participantes:	Número de Acertos e a Quantidade de Alunos:			
	Nenhum	1 acerto	2 acertos	3 acertos
T 830	10	4	2	-----
T 831	13	-----	-----	1
Total de alunos:	23	4	2	1

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Conforme a Tabela 9, podemos concluir que na primeira parte da AD apenas 1 estudante da Turma 831 respondeu corretamente três questões. Portanto, de acordo com Nasser e Sant'Anna (2017), este estudante é o único que está no nível 1 do Modelo de Van Hiele, ou seja, apenas um dos trinta estudantes avaliados reconhece, compara e nomeia as figuras através da sua aparência global. Após a análise das resoluções, conclui-se que os estudantes, em sua maioria, apresentam dificuldades no reconhecimento das principais figuras geométricas.

5.1.2. Nível 2 do Modelo de Van Hiele

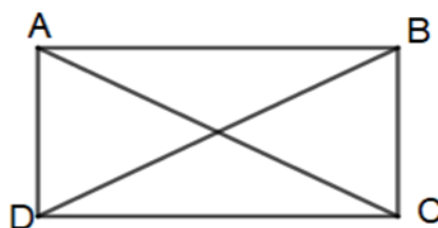
Como foi dito no início desta seção, a AD foi entregue aos alunos em duas folhas separadas, uma de cada vez, para que todos os alunos realizassem as atividades ao mesmo tempo. A primeira parte da avaliação era composta pelas questões de 1 a 5 e a segunda, pelas questões de 6 a 10. A seguir analisaremos as questões de 6 a 10, exibindo seus dados, resultados e algumas resoluções dos alunos.

Conforme já havíamos mencionado no início desta seção, a 2ª parte da AD consiste em outras cinco questões, sendo 2 questões objetivas e 3 discursivas. Tais questões têm como meta a identificação dos estudantes que encontram-se no 2º nível do Modelo de Van Hiele. O estudante deste nível já analisa as componentes das figuras, sabendo distinguir suas características, além de reconhecer visualmente suas propriedades e classificá-las.

Observe a questão 6, a primeira questão do 2º nível, mostrada na Figura 20. Seu enunciado indicava que deveria ser assinalada a resposta correta sobre as propriedades dos retângulos. Nesta questão, a resposta correta é o item e. Por outro lado, como a alternativa (e) diz que todas as alternativas são verdadeiras, há uma série de respostas corretas e isso pode confundir o estudante.

Figura 20: Questão 6 da Avaliação Diagnóstica.

- a) Tem 4 ângulos retos.
- b) Tem lados opostos paralelos.
- c) Tem diagonais de mesmo comprimento.
- d) Tem os 4 ângulos iguais.
- e) Todas são verdadeiras.



Fonte: Nasser e Sant'Anna (2017)

Considerando os dados da Tabela 10, podemos observar que 4 estudantes acertaram a questão, sendo 1 da Turma 830 e 3 da Turma 831.

Tabela 10: Resultados da Questão 6 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.

Turmas participantes:	Alternativas Assinaladas e a Quantidade de Alunos:						
	(a)	(b)	(c)	(e)	(a) e (b)	(a) e (c)	(c) e (d)
T 830	7	3	2	1	----	1	---
T 831	2	4	5	3	1	---	1
Total de alunos:	9	7	7	4	1	1	1

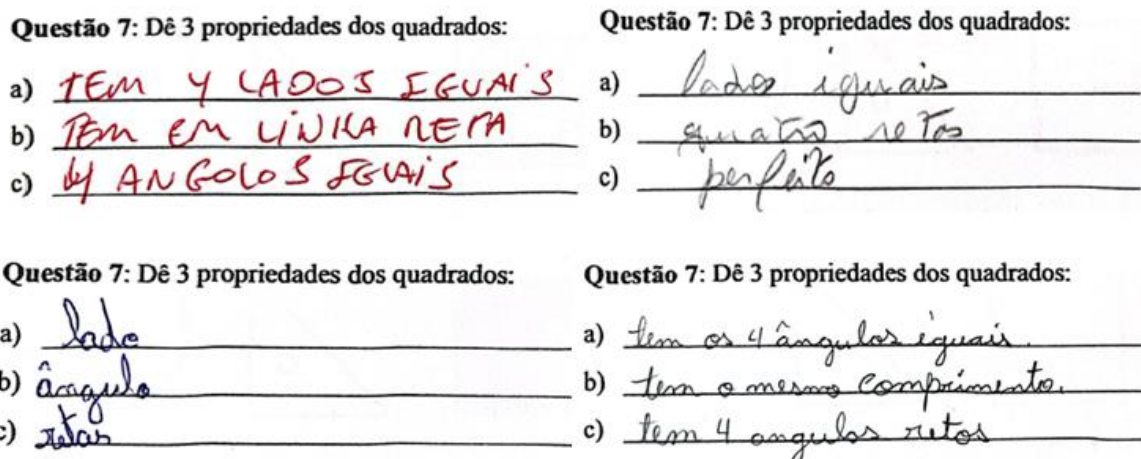
Fonte: elaborada pela autora (2024).

Ainda conforme os resultados desta questão, observamos que a maioria dos alunos não reconhece as propriedades dos retângulos. Pelas respostas obtidas na questão 3, onde foi pedido apenas para identificar os retângulos, já era esperado que esta questão trouxesse dificuldade. Por outro lado, os alunos demonstraram maior conhecimento sobre os ângulos retos do retângulo quando vemos que a opção (a) foi a mais selecionada pelos estudantes na Turma 830. No caso da Turma 831, foi a alternativa (c) a mais escolhida, onde estudantes apontam que retângulos possuem diagonais com mesmo comprimento. Apesar de algumas escolhas dos estudantes estarem corretas, havia outras opções que contemplavam melhor o que foi pedido e os estudantes não perceberam.

Na questão 7, foi solicitado que os estudantes citassem três propriedades dos quadrados de forma discursiva. Para guiá-los, a questão possuía a figura de um quadrado e três linhas para a solução, sendo uma para cada propriedade. Aqui podemos considerar como resposta correta diversas afirmações, dentre elas: *possui quatro ângulos retos ou quatro ângulos iguais, possui quatro lados de mesmo comprimento, possui diagonais com mesmo comprimento, etc.*

Como a questão necessitava de habilidades de escrita, diversos estudantes mostraram-se nervosos e confusos por não saber escrever determinadas palavras e pediam auxílio. Alguns, até solicitaram que fossem soletradas algumas palavras. A professora ressaltou não ser importante a parte escrita e que eles deveriam apenas colocar no papel suas ideias. Na sequência, temos algumas soluções apresentadas pelos estudantes (Figura 21):

Figura 21: Quatro soluções apresentadas pelos estudantes na Questão 7 da Avaliação Diagnóstica.



Fonte: elaborada por quatro estudantes que realizaram a atividade (2024).

A Tabela 11 apresenta os dados das respostas da questão 7. Considerando que a questão solicitava três propriedades dos quadrados, podemos observar que apenas 6 estudantes, sendo 2 da Turma 830 e 4 da Turma 831, acertaram a questão.

Tabela 11: Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na Questão 7 da Avaliação Diagnóstica.

Turmas participantes:	Número de Acertos e a Quantidade de Alunos:			
	Nenhum acerto	1 acerto	2 acertos	3 acertos
T 830	2	9	1	2
T 831	4	4	4	4
Total de alunos:	6	13	5	6

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Ainda de acordo com a Tabela 8, percebe-se que a Turma 831 manteve a frequência de acertos, onde 4 estudantes tiveram 1, 2 e 3 respostas corretas. Já na Turma 830 houve uma variação grande, sendo que a maioria dos estudantes teve um único acerto, ou seja, a maior parte deles só identificou uma propriedade dos quadrados. Ademais, a Turma 831 pode ser considerada com maior rendimento na questão 7 devido ao maior número de alunos com 3 acertos.

Ao longo da aplicação da atividade, diversos alunos escreveram: ‘quatro pontos’. Quando questionados sobre a resposta, apontavam para o número de vértices do quadrado. Posto isso, tal propriedade foi considerada como correta nos critérios de análise de resposta. Da mesma forma, consideramos como dois acertos as resoluções que continham as propriedades de ângulos retos e ângulos congruentes.

A questão 8 da AD (Figura 22) era objetiva e testava a habilidade dos alunos em relação às percepções dos triângulos isósceles. O enunciado da questão abordava a característica dos triângulos isósceles com relação aos seus dois lados congruentes, e solicitava que assinalassem a alternativa correta em relação aos ângulos. A alternativa correta nesta questão é a alternativa (c).

Figura 22: Questão 8 da Avaliação Diagnóstica.

- a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
- b) Um dos ângulos mede 90° .
- c) Dois ângulos têm a mesma medida.
- d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
- e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



Fonte: Nasser e Sant'Anna (2017)

As respostas obtidas nesta questão estão sumarizadas na Tabela 12. Analisando todas as respostas, conclui-se que nenhuma das duas turmas assinalou as alternativas (a) e (e), além de apenas 1 estudante da Turma 830 ter assinalado a alternativa (b). Observamos então que a maioria dos estudantes optou pelas alternativas (c) e (d). Contudo, a alternativa correta foi assinalada por 11 deles, sendo 5 da Turma 830 e os demais da Turma 831.

Tabela 12: Resultados da Questão 8 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.

Turmas participantes:	Alternativas Assinaladas e a Quantidade de Alunos:		
	B	C	D
T 830	1	5	8
T 831	-----	6	10
Total de alunos:	1	11	18

Fonte: elaborada pela autora (2024).

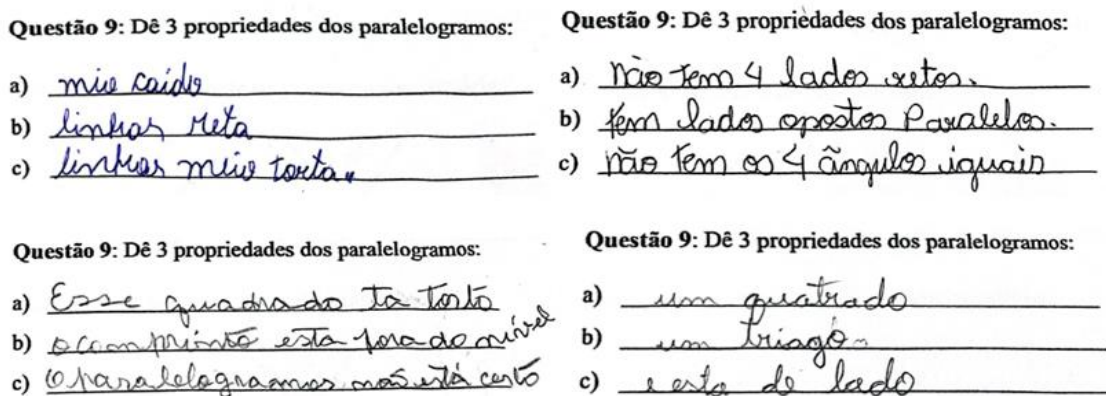
Analisando os resultados das questões anteriores, a questão 8 é aquela que apresenta maior percentual de acertos, mesmo que estes correspondam a menos de 40% dos alunos avaliados. Alguns fatores podem estar relacionados ao equívoco dos estudantes na escolha da alternativa incorreta, sejam eles a falta de compreensão do enunciado, ou mesmo a dificuldade na leitura.

Na questão 9, foi pedido que os estudantes descrevessem 3 propriedades dos paralelogramos. A questão fornecia três linhas para a escrita das propriedades e ao lado delas um exemplo de um paralelogramo. Para efeito de comparação e análise das respostas, consideramos corretas as propriedades: "*lados opostos paralelos*", "*ângulos opostos congruentes*" e "*diagonais que se interceptam no ponto médio*".

Assim como na questão 7, os estudantes apresentaram inúmeras dificuldades de expressar as características por meio da escrita e solicitaram ajuda. Certamente as questões discursivas tiveram uma maior dificuldade por parte dos estudantes. No decorrer de toda atividade, alguns perguntavam os significados das palavras que estavam na folha de perguntas, por exemplo. Isso mostra certa fragilidade de conhecimento geral dos estudantes e que podem prejudicar o aprendizado matemático.

Na Figura 23 são apresentadas quatro resoluções da questão 9. Podemos perceber nas respostas mostradas nesta figura, a dificuldade dos estudantes para identificar as propriedades dos paralelogramos. Alguns apresentam respostas bastante desconexas com o que foi pedido, como a resposta mostrada no canto inferior direito da figura. Ao seu lado, no canto inferior esquerdo, vemos também respostas dadas de forma informal e que não possuem relação com as propriedades matemáticas trabalhadas. O mesmo ocorre com a resposta mostrada no canto superior esquerdo. A resposta do canto superior direito é a que mais tem relação com o que foi pedido, mas por outro lado também não está adequada.

Figura 23: Quatro soluções apresentadas pelos estudantes na Questão 9 da Avaliação Diagnóstica.



Fonte: elaborada por quatro estudantes que realizaram a atividade (2024).

Analisando as respostas apresentadas anteriormente, podemos concluir que alguns estudantes não sabem o que são propriedades matemáticas de um paralelogramo. Suas respostas foram baseadas meramente em questões visuais, fugindo do objetivo da questão.

Na Tabela 13, resumizamos todas as respostas das duas turmas. Com esses dados, fica muito claro a enorme dificuldade dos estudantes com a questão do reconhecimento e na escrita das propriedades dos paralelogramos.

Tabela 13: Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na Questão 9 da Avaliação Diagnóstica.

Turmas participantes:	Número de Acertos e a Quantidade de Alunos:		
	Nenhum	1 acerto	2 acertos
T 830	9	2	3
T 831	11	4	1
Total de alunos:	20	6	4

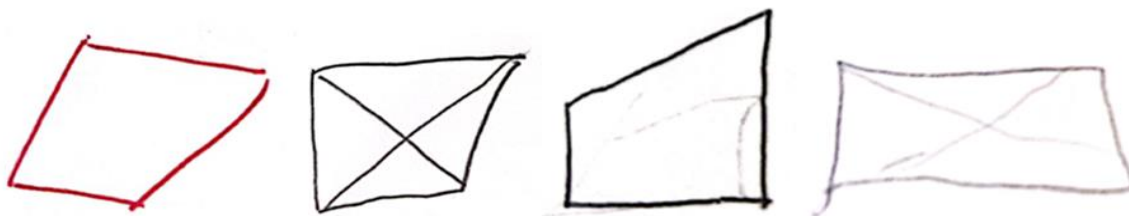
Fonte: elaborada pela autora (2024).

Pelos dados anteriores, constatamos que nenhum estudante das duas turmas obteve êxito na questão, ou seja, nenhum apresentou as 3 propriedades pedidas de forma adequada. Apenas duas propriedades foram apontadas de forma correta por 4 estudantes, 3 da Turma 830 e 1 da Turma 831.

A questão 10, última da AD, os estudantes deveriam desenhar quadriláteros que não possuem diagonais com o mesmo comprimento. Durante a leitura da questão, alguns alunos questionaram os significados das palavras ‘diagonais’ e ‘quadriláteros’. Não foi pedido aos estudantes que levassem réguas para as aulas e com isso, poucos deles fizeram uso desse instrumento de medida e desenho.

Observe na Figura 24 algumas soluções apresentadas.

Figura 24: Quatro soluções apresentadas pelos estudantes na Questão 10 da Avaliação Diagnóstica.



Fonte: elaborada por quatro estudantes que realizaram a atividade (2024).

Analisando as figuras construídas pelos estudantes, observamos que diversos deles desenharam figuras que se assemelham a quadrados e retângulos. Outros construíram trapézios e quadriláteros, atingindo o objetivo da questão. Apenas um dos estudantes das

turmas desenhou um círculo, apresentando dificuldades que ultrapassam o conhecimento das propriedades dos quadriláteros. As respostas foram sumarizadas na Tabela 14.

Tabela 14: Resultados da Questão 10 da Avaliação Diagnóstica nas turmas analisadas.

Turmas participantes:	Quantidade de Alunos:		
	Correta	Errada	Em branco
T 830	1	13	----
T 831	4	11	1
Total de alunos:	5	24	1

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Observando a Tabela 14, vemos que 5 alunos acertaram a questão 10, sendo apenas 1 da Turma 830 e o restante da Turma 831. Um número expressivo de estudantes errou a questão e apenas um deles não respondeu, deixando o espaço em branco. Essa foi uma questão com uma porcentagem de acertos bem pequena. E com ela, fica bem claro o quanto a formação dos estudantes para o conteúdo de polígonos ainda é incipiente.

A Tabela 15 nos apresenta os resultados completos da 2ª parte da AD, que analisados de maneira separada nos levariam a crer que 5 alunos teriam alcançado o Nível 2 do Modelo de Van Hiele por terem acertado 3 ou mais questões. Por outro lado, na 1ª parte da AD apenas 1 estudante da Turma 831 alcançou o Nível 1, assim sendo apenas este estudante estaria apto a alcançar o Nível 2, já que os níveis do Modelo de Van Hiele são hierárquicos. Desta forma, dos 5 estudantes que obtiveram três acertos ou mais na 2ª parte da AD, apenas o único estudante que alcançou o Nível 1 foi quem alcançou também o Nível 2. Como as duas partes da AD foram realizadas em sequência e no mesmo dia de aula, decidimos apresentar os resultados aqui neste trabalho. Nenhum dos estudantes conseguiu acertar as cinco questões da 2ª parte da AD.

Tabela 15: Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na 2ª parte da Avaliação Diagnóstica.

Turmas participantes:	Número de Acertos e a Quantidade de Alunos:				
	Nenhum	1 acerto	2 acertos	3 acertos	4 acertos
T 830	5	7	-----	2	-----
T 831	3	7	3	2	1
Total de alunos:	8	14	3	4	1

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Em resumo, como consequência das resoluções das questões do Nível 2 da AD, percebemos a dificuldade dos estudantes em trabalhar as propriedades de alguns polígonos que foram explorados na avaliação. De fato, os estudantes ainda não conseguiram atingir um nível de maturidade com o conteúdo para trabalharem com suas propriedades. Na verdade, após a correção das atividades trabalhadas do Nível 1 da AD, já tínhamos a impressão que isso aconteceria dado que os estudantes não conseguiram alcançar sequer o primeiro nível. Não podemos deixar de mencionar o nervosismo muito presente nas turmas da EJA ao realizar quaisquer atividades em folha com formato de avaliação.

Perante as dificuldades apresentadas, consideramos que o conteúdo de polígonos precisa ser trabalhado com mais cuidado nas duas turmas. Sendo assim, a realização da experiência didática proposta neste trabalho será de grande valia para os estudantes que terão a oportunidade de trabalhar o conteúdo através de atividades diversificadas e com apoio de diversos materiais concretos manipuláveis, algo muito atrativo para a EJA.

5.2. Bloco 1 de Atividades

Apresentaremos, nesta seção, as atividades 1 e 2 do Bloco 1 da sequência didática, abordando o conteúdo de polígonos através dos seus aspectos visuais. As atividades deste bloco buscam levar os estudantes a alcançar o Nível 1 do Modelo de Van Hiele.

Vale ressaltar que na aula que antecedeu a aplicação das atividades do Bloco 1, foi realizada nas duas turmas uma aula de revisão dos conceitos geométricos básicos. Durante esta aula, em um ambiente de diálogo informal, os estudantes foram indagados a respeito das palavras da AD que nunca tinham ouvido falar ou cujos significados haviam sido esquecidos. Falamos sobre paralelismo entre retas, o que significa lado, vértice e ângulos, e outros. Ainda que tentasse evitar os nomes dos polígonos, os alunos mostraram curiosidade a respeito dos prefixos nos nomes dos polígonos: triângulo, pentágono, retângulos, e outros.

A seguir, apresentaremos as atividades e os resultados obtidos com as duas turmas.

5.2.1. Atividade 1 - Agrupamentos de figuras

A Atividade 1 é uma adaptação da Atividade VH3 do livro das autoras Nasser e Sant'Anna (2017, p. 18) e pode ser encontrada na íntegra no Anexo 2.

- **Detalhamento da Atividade 1 - Bloco 1:**

Nome da Atividade 1: Agrupamentos de figuras.

Objetivo: Classificar os polígonos de 3 a 6 lados e nomeá-los.

Material Necessário: Folha de atividades, folha com diversos polígonos com diferentes tamanhos e posicionados em diferentes posições (como mostrado no Anexo 2), tesoura, lápis e borracha. A folha com as instruções da atividade foi impressa em papel sulfite (A4), que comumente utilizamos. Para a impressão das páginas com os polígonos a serem recortados utilizamos o papel cartão por possuir maior gramatura. Esse detalhe facilita a manipulação dos polígonos e fornece durabilidade para as atividades seguintes.

Tipo de Atividade: Para a realização desta atividade, os alunos trabalham de forma individual, em duplas ou trios.

Tempo médio para realização da atividade: De um a dois tempos de aula de 40 minutos.

Número de alunos participantes: Na Turma 830, 15 alunos realizaram a atividade, já na Turma 831, 16 alunos estavam presentes, sendo uma incluída com TEA. A aluna incluída estava acompanhada da professora de apoio. Em diálogo com a professora de apoio, foi solicitado que a mesma não fizesse qualquer tipo de intervenção na execução da atividade e que deixasse a aluna realizar a atividade com autonomia. Como em todas as aulas, 2 estudantes chegaram com atraso, pois trabalham em locais distantes da escola.

Esta atividade possuía três momentos similares e o quarto um pouco diferente. Em cada um deles, os estudantes deveriam recortar os polígonos presentes em uma folha dada e agrupá-los. A primeira folha de polígonos a ser recortada continha apenas triângulos e quadriláteros (quadrados e retângulos). Na segunda folha, havia apenas quadriláteros (losangos, paralelogramos e trapézios). Já na terceira e última folha, foram dados apenas pentágonos e hexágonos. No quarto momento, os estudantes eram convidados a construir polígonos que ainda não tinham sido mencionados nas atividades.

A ideia era apresentar os polígonos e classificá-los conforme o número de lados, aumentando cada vez mais o número de lados dos polígonos trabalhados. E, principalmente, trabalhando sempre a figura como um todo e explorando seu aspecto visual, já que estamos ainda no Nível 1 do Modelo de Van Hiele.

Primeiramente foi pedido que os alunos recortassem as figuras dadas na 1ª folha de polígonos e que em seguida formassem grupos com as figuras. Também foi pedido para os estudantes nomearem esses grupos, conforme sua vontade. Isso se repetiu 3 vezes, para as 3 folhas de polígonos diferentes. Ao recortar uma nova folha de polígonos, sempre perguntávamos se os polígonos novos se enquadravam nos grupos já construídos.

Na Figura 25, mostramos uma estudante realizando a atividade.

Figura 25: Fotografia de uma estudante recortando as figuras da Atividade 1.



Fonte: elaborada pela autora (2024).

Neste primeiro momento, como as figuras dadas eram apenas triângulos e quadriláteros, e foi pedido para separar as figuras em 3 grupos, esperava-se que todos os estudantes separassem os grupos em triângulos, quadrados e retângulos. Tal solução foi apresentada por uma menor quantidade de estudantes. Contudo, alunos das duas turmas organizaram os grupos com uma figura de cada tipo, dificultando assim a nomeação dos

mesmos. Outros alunos agrupam as figuras ditas por eles como ‘grandes’, separando as ‘pequenas’ e as ‘médias’.

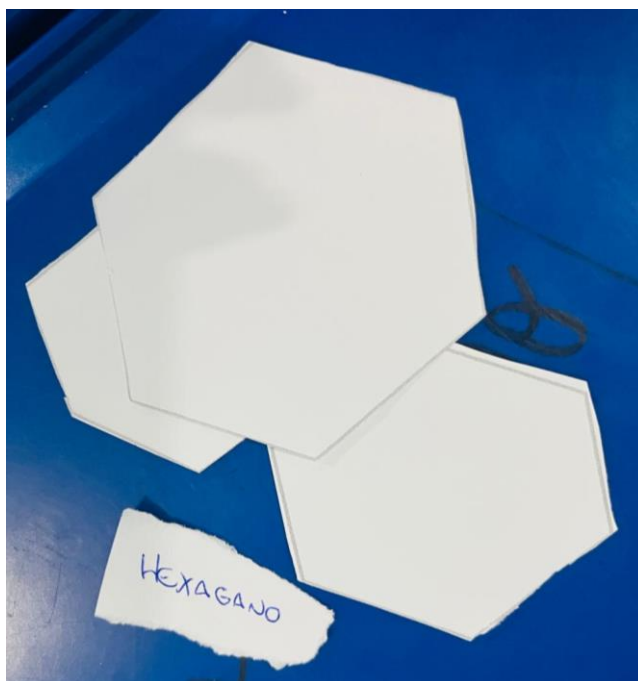
No segundo momento, os alunos foram instruídos a recortar as figuras na 2ª página de polígonos e agora elas poderiam ser incluídas nos grupos existentes ou poderiam se criar novos grupos. Neste momento, alguns estudantes já perceberam seus erros ao criarem grupos com características distintas e decidiram reagrupar as figuras recortadas anteriormente. Consideramos o procedimento válido, já que não havia nenhuma orientação contrária. O objetivo desta questão era que os alunos criassem novos grupos (losangos, paralelogramos e trapézios) ao perceberem que as figuras novas não pertenciam a nenhum grupo existente.

Ao longo da atividade, a professora fez pequenas intervenções com alguns questionamentos: *“Qual seria o nome do grupo se retirássemos tal figura?”*, *“Qual é a característica desta figura que está presente nesta outra?”*, ou ainda *“Caso eu formasse esse grupo, qual seria o nome dele?”*. Os questionamentos enriqueceram a atividade proposta e permitiram reflexões aos estudantes. Após algumas intervenções da professora, os estudantes das duas turmas construíram os grupos adequadamente. Atingindo assim, os objetivos desta parte da atividade.

No terceiro momento da atividade, novas figuras foram recortadas e novos grupos deveriam ser criados. Neste terceiro momento, passariam a aparecer os polígonos de 5 e 6 lados. Pela AD, detectamos uma fragilidade dos estudantes para com os polígonos de 3 e 4 lados. Agora, esta seria a primeira vez a se considerar polígonos com um maior número de lados e consideramos o momento desafiador para os estudantes.

Na Figura 26, apresentamos os resultados de um estudantes ao criar um grupo de figuras com 6 lados e nomeá-las de hexágonos.

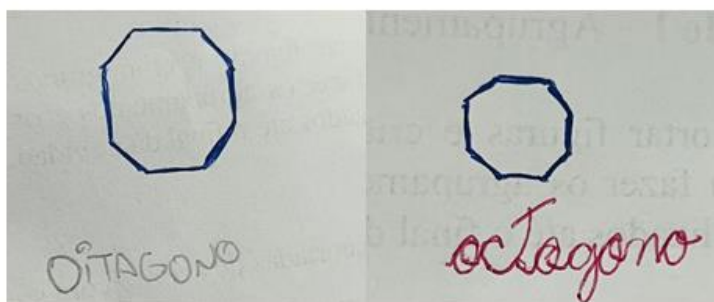
Figura 26: Fotografia da resolução da questão 7 da Atividade 1 do Bloco 1.



Fonte: elaborada pela autora (2024).

No quarto e último momento da questão, os estudantes foram convidados a desenhar uma figura que não estava associada a nenhum dos grupos de figuras previamente criados. Todos os alunos conseguiram desenhar a figura, e alguns conseguiram nomeá-los. A maior parte dos alunos construiu um octógono. Confira na Figura 27 a seguir.

Figura 27: Fotografia de duas resoluções da questão 10 da Atividade 1 do Bloco 1.



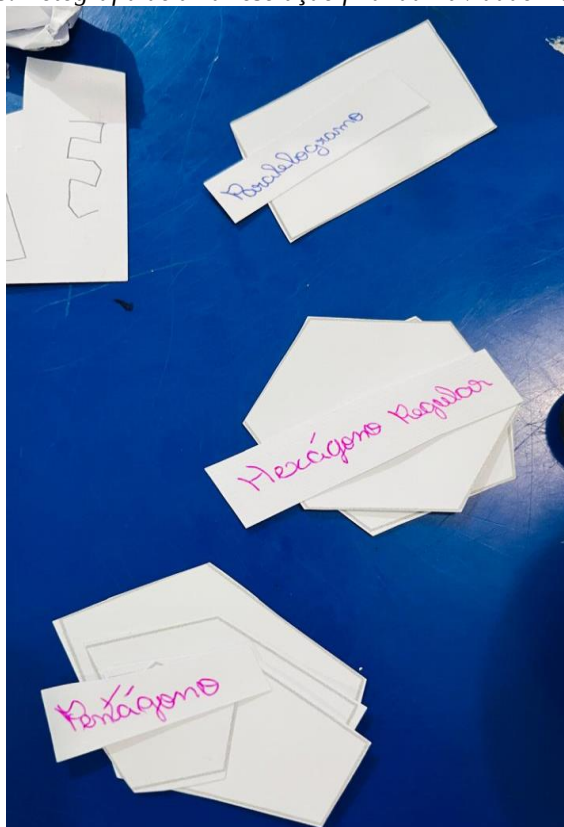
Fonte: elaborada por dois estudantes que realizaram a atividade (2024).

Em seguida, foi solicitado que os estudantes compartilhassem com seus colegas da turma as suas respostas. Neste momento, de forma espontânea e surpreendente, os alunos das duas turmas circularam pela sala para analisar as soluções dos colegas e discutiram sobre as atividades. Esse compartilhamento de ideias e a discussão fez com que muitos percebessem que poderiam criar grupos de formas diferentes. Ao final da atividade, restaram alguns

minutos de aula, alguns alunos pediram para continuar agrupando as figuras de outras formas e usaram até diferentes nomenclaturas das figuras que não eram o objetivo da atividade.

A Figura 28 mostra alguns dos agrupamentos realizados por estudantes ao final da atividade, como relatado anteriormente.

Figura 28: Fotografia de uma resolução final da Atividade 1 do Bloco 1.



Fonte: elaborada pela autora (2024).

Após a conclusão da atividade, todas as figuras recortadas pelos estudantes foram armazenadas numa caixa, para que pudessem ser utilizadas posteriormente em outra atividade deste projeto. Em seguida, ao finalizar a atividade, promovemos uma discussão com os alunos sobre a proposta da atividade, explicando sobre quais os nomes deveriam ser atribuídos a cada grupo de figuras construído.

5.2.2. Atividade 2 - Construção com palitos.

Dando sequência às atividades do Bloco 1, a seguir detalharemos a atividade 2.

Nome da Atividade 2: Construção com palitos.

Objetivos: Visto que esta atividade pertence ao Bloco 1, seu principal objetivo é, assim como na atividade 1, a exploração dos polígonos com foco nas suas características visuais. Além de fazer os alunos progredirem para o Nível 1 do Modelo de Van Hiele.

Material Necessário: Uma folha com as instruções da atividade, palitos de pirulito cortados em pelo menos 3 tamanhos diferentes e massa de modelar. A preferência pelos palitos de pirulito se deve a sua rigidez.

Tipo de Atividade: A atividade pode ser realizada de maneira individual, em duplas ou trios.

Tempo médio para realização da atividade: De um a dois tempos de aula de 40 minutos.

Número de alunos participantes: Na Turma 830, 16 alunos realizaram a atividade proposta, já na Turma 831, 11 alunos estavam presentes.

Nesta atividade, os alunos receberam uma folha com as instruções, pedaços de massa de modelar e alguns palitos de pirulito em tamanhos diferentes para realização das construções solicitadas. Ao final da realização de cada questão, circulavam pela sala a fim de conferir as construções e fazer apontamentos sobre outras construções que poderiam ser realizadas. Era fundamental que as construções continuassem nas mesas até o final da atividade, para que assim as soluções fossem compartilhadas com os colegas da turma. Durante toda a atividade, os alunos circulavam livremente pela sala efetuando trocas de palitos com os outros colegas e com aqueles que sobraram com a professora. É importante ressaltar que, ao longo da atividade, não foi explicitamente solicitado que os estudantes determinassem a nomenclatura das figuras, no entanto, frequentemente faziam oralmente.

Na primeira e na segunda questão da atividade, os alunos deveriam construir uma figura plana utilizando apenas três palitos e quatro palitos. O tamanho dos palitos não foi considerado. Nas duas turmas, foram construídas figuras com palitos iguais e com palitos diferentes, porém a maioria construiu figuras com palitos de mesma medida.

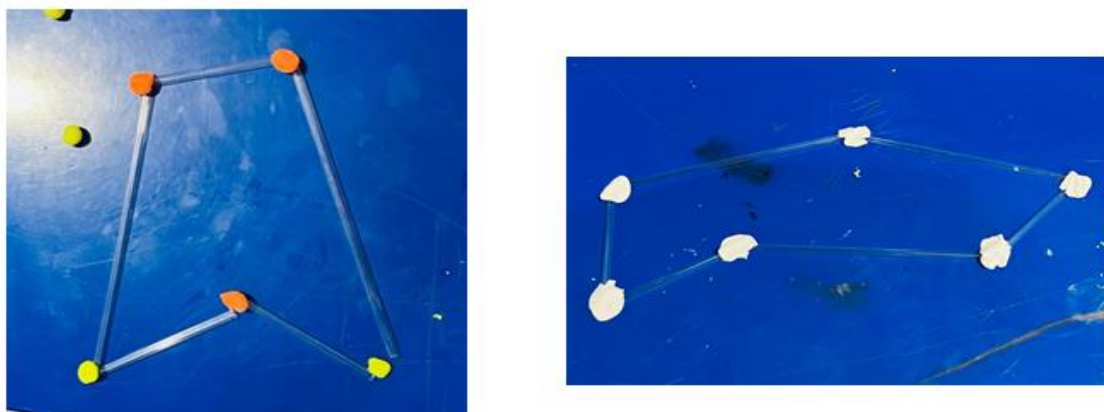
Na questão 3 os alunos deveriam construir figuras planas com quatro palitos do mesmo tamanho. Assim, aqueles grupos que já haviam feito essa construção no item anterior, optaram pela troca das figuras construídas anteriormente.

Para a questão 4, utilizando quatro palitos, sendo iguais dois a dois, os alunos deveriam construir uma figura plana. Os resultados em ambas as turmas foram em sua maioria, retângulos, com poucas construções de paralelogramos e quadrados, como esperado.

Já na questão 5, os estudantes deveriam construir figuras planas com um par de lados paralelos, utilizando quatro palitos. Mesmo não nos referindo aos tamanhos dos palitos alguns alunos optaram por lados paralelos e de mesma medida. As mesmas figuras foram construídas nas duas turmas: quadrados, retângulos, paralelogramos e poucos trapézios.

Nas questões 6 e 7, as construções deveriam ser realizadas com cinco e seis palitos. Em conformidade com o que esperávamos, diversos estudantes buscavam palitos de mesmo tamanho, construindo polígonos regulares. Confira na Figura 29, duas construções feitas pelos estudantes com palitos de tamanhos distintos.

Figura 29: Fotografias da resolução de dois estudantes nas questões 6 e 7 da Atividade 2 do Bloco 1.



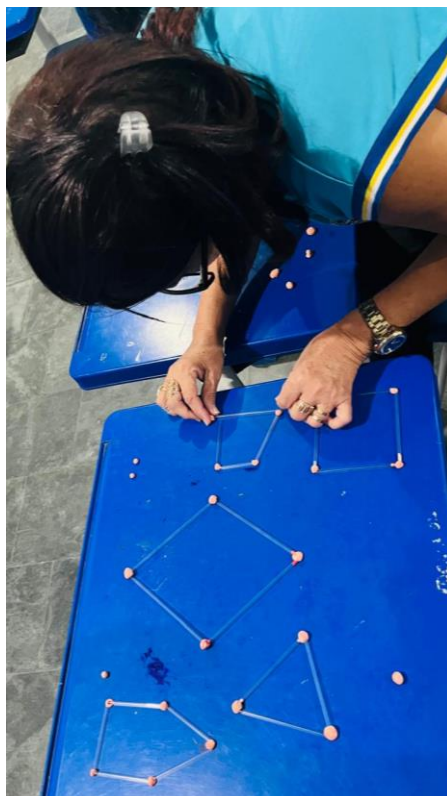
Fonte: elaborada pela autora (2024).

A única dificuldade observada foi a grande dependência dos alunos com relação à instrução e aprovação do professor para a construção das figuras, ainda que todas as instruções estivessem disponibilizadas na folha de atividades.

Após a resolução das questões de 1 a 7 os estudantes circularam pela sala para conferir as soluções dos colegas. De maneira espontânea, construíram outras figuras planas que não haviam sido solicitadas na atividade, além de reconstruírem suas próprias figuras de maneira semelhante ao que observaram nos trabalhos dos outros estudantes.

Confira na Figura 30, uma estudante refazendo uma de suas construções.

Figura 30: Fotografia de uma estudante realizando a Atividade 2.



Fonte: elaborada pela autora (2024).

Podemos concluir que com o empenho, dedicação e entusiasmo dos estudantes de ambas as turmas, o resultado da atividade superou as expectativas. Mesmo havendo a preocupação inicial de que o uso de palitos de pirulito e massinha de modelar pudesse conferir ar de infantilidade, isso não se consolidou.

5.3. Bloco 2 de Atividades

Nesta seção, apresentaremos as atividades de 1 a 5 do Bloco 2. O principal objetivo é que os estudantes analisem os principais elementos das figuras, reconheçam suas propriedades e saibam utilizá-las. As atividades foram desenvolvidas para alcançar o Nível 2 do Modelo de Van Hiele. Em seguida, explanamos a organização das atividades, seus dados e os resultados obtidos pelas turmas envolvidas neste trabalho.

5.3.1. Atividade 1 - *Tangram*

A elaboração da primeira atividade (*Tangram*) foi desenvolvida com o objetivo geral de auxiliar os estudantes no reconhecimento visual dos polígonos estudados e de suas

propriedades de maneira concreta e interativa. Por se tratar do *Tangram*, os polígonos utilizados nesta atividade são os triângulos, paralelogramos e quadrados.

Detalhamento da Atividade 1 - Bloco 2:

Nome da Atividade 1: *Tangram*.

Objetivos: Reconhecimento dos polígonos que formam o tangram.

Material Necessário: Folhas de atividades, um *tangram* feito em MDF⁷ colorido para cada um dos grupos.

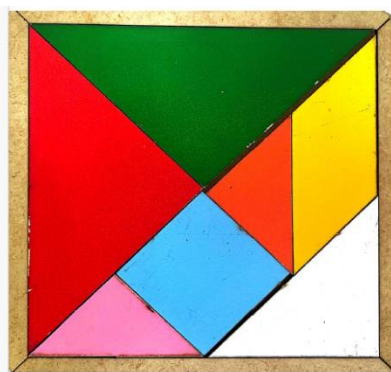
Tipo de Atividade: A realização da atividade pode ser de maneira individual, em duplas ou trios. Consideramos ideal que nas turmas trabalhadas fossem apenas em duplas ou trios.

Tempo médio para realização da atividade: De 1 a 2 tempos de aula de 40 minutos.

Número de alunos participantes: A menor frequência em todas as atividades aplicadas ocorreu no dia desta atividade. Em cada uma das turmas apenas nove alunos compareceram. Totalizando 18 alunos na realização da atividade. Devido a esse quantitativo, as turmas realizaram a atividade na mesma sala e ao mesmo tempo.

Na etapa de elaboração da atividade, no primeiro momento pensamos em construir o tangram com os estudantes. Após refletirmos, concluímos que demandaria muito tempo, devido às dificuldades apresentadas por eles. Assim decidimos levar os materiais já confeccionados para a sala. Para isso adquirimos alguns *tangrams* feitos em material durável para utilizá-lo em outras ocasiões (Figura 31).

Figura 31: *Tangram entregue aos alunos para a realização da atividade.*



Fonte: elaborada pela autora (2024).

⁷ MDF é uma sigla do inglês 'Medium Density Fiberboard'. É um tipo de madeira final utilizada na construção civil e de móveis.

Antes de iniciar a atividade foi explicado aos estudantes como seria o desenvolvimento da mesma. Uma breve explicação de uma das mais famosas lendas acerca da criação do *Tangram* dava início a atividade. Posteriormente, foram apresentadas sete questões com a construção das figuras utilizando as peças do *Tangram*. É importante lembrar que em cada construção não seria permitido que as figuras fossem sobrepostas.

Ao longo da realização da atividade, os estudantes eram indagados a respeito das características de cada figura geométrica formada, além de serem solicitados a nomear cada peça do *Tangram*.

A primeira questão da Folha de Atividades pedia que os estudantes construíssem uma figura de três lados fazendo o uso de duas peças do *Tangram*. Já a segunda questão pedia a montagem de uma figura de quatro lados usando duas peças do *Tangram*. Ambas as questões foram realizadas com facilidade pelos estudantes, que no decorrer das construções falavam os nomes das figuras construídas.

Já na questão 3 os alunos deveriam criar figuras de quatro lados usando três peças do *Tangram*. E na questão 4, também deveria construir figuras de quatro lados, mas dessa vez com quatro peças.

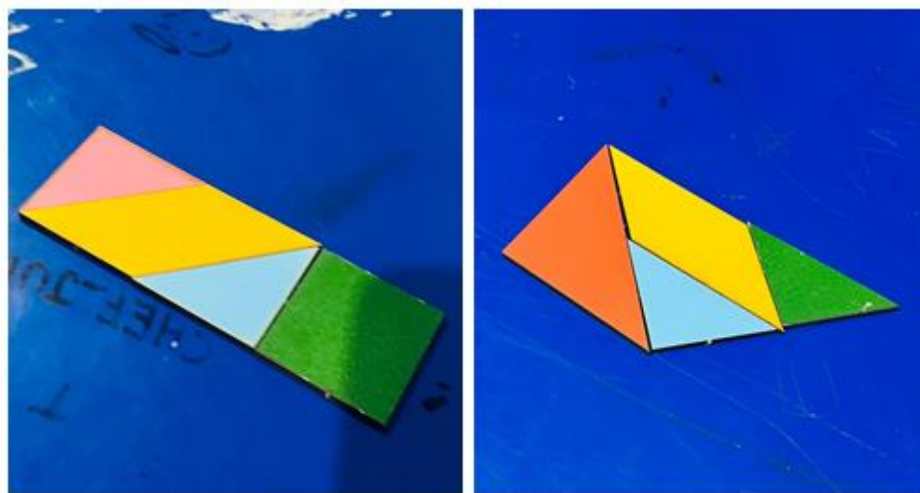
Para essas questões observamos que os estudantes solucionaram de maneiras distintas (Figuras 32 e 33). Percebemos os estudantes bastante envolvidos e empenhados na busca pelas soluções, o que resultou em respostas muito boas.

Figura 32: Fotografias de soluções da questão 3 da Atividade *Tangram*.



Fonte: elaborada pela autora (2024).

Figura 33: Fotografias de soluções da questão 4 da Atividade Tangram.



Fonte: elaborada pela autora (2024).

As construções que foram pedidas nas questões 5 e 6 utilizavam todas as peças do *Tangram*, solicitando as montagens de figuras de três e quatro lados. Devido à maior complexidade destas questões, os estudantes de ambas as turmas demonstraram maior dificuldade, principalmente na questão 5. Com isso, foi necessária uma intervenção maior da professora ao fornecer algumas orientações durante a construção feita na questão 5.

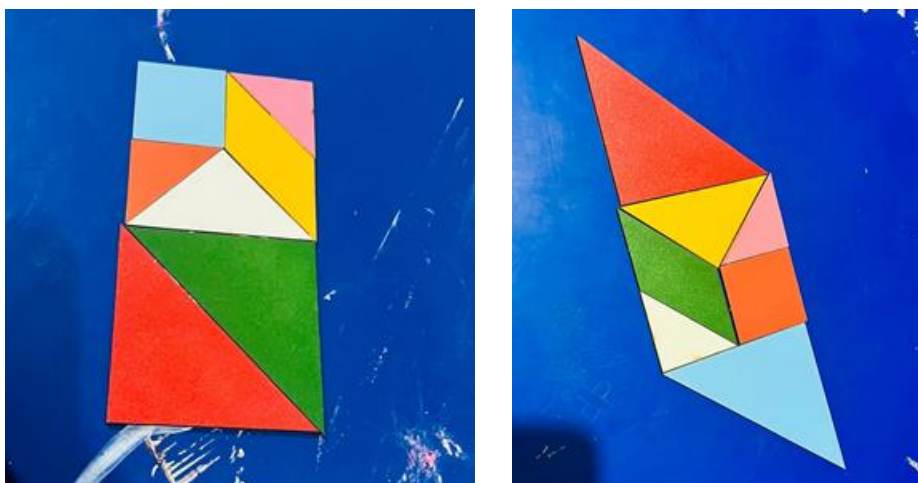
Nas Figuras 34 e 35, apresentamos soluções da questão 5 e da questão 6. Podemos perceber pelas figuras um maior grau de dificuldade das construções, assim resultados muito bons.

Figura 34: Fotografia da solução da questão 5 da Atividade Tangram.



Fonte: elaborada pela autora (2024).

Figura 35: Fotografias de duas soluções da questão 6 da Atividade Tangram.



Fonte: elaborada pela autora (2024).

Na questão 7, os alunos ficaram livres para construir a figura que desejassem com todas as peças do *Tangram*. Nesse momento, os alunos receberam uma folha⁸ (impressa em papel cartão e plastificada, para garantir a durabilidade) com modelos de figuras que poderiam ser criadas utilizando todas as peças do *Tangram*. Quando terminaram de construir, a folha com os modelos foi devolvida à professora. Na Figura 36, podemos ver um dos modelos construídos pelos alunos.

Figura 36: Fotografias de uma das soluções da questão 7 da Atividade Tangram.



Fonte: elaborada pela autora (2024).

A última questão da atividade solicitava aos estudantes que guardassem as 7 peças do *Tangram* no suporte de MDF que receberam no início da aula (Figura 31). Este foi o

⁸ A folha contendo os modelos de figuras utilizando o tangram pode ser encontrada no Anexo IV, juntamente com a atividade.

momento de maior engajamento e dedicação dos alunos, ainda mais que se lembraram de que a solução estava presente na folha que acabava de ser devolvida ao final da questão anterior. Todos conseguiram solucionar, apesar de alguns solicitarem ajuda faltando apenas duas peças para terminar.

Finalizamos a atividade, perguntando aos estudantes se tinham gostado de realizar as atividades, como se sentiam e o que tinham aprendido com o que haviam construído. Alguns evidenciaram as dificuldades iniciais em compreender a diferença entre a contagem dos lados das figuras pedidas e das peças do Tangram, porém ao longo da atividade foram sendo sanadas. Por fim, relataram ter gostado bastante da atividade, por terem feito trabalhos, segundo eles, "colocando as mãos nas figuras". Acreditamos que o material concreto tenha feito muita diferença nessa atividade. Concluímos, portanto, que o desempenho e o desenvolvimento dos estudantes na atividade superou muito as nossas expectativas.

5.3.2. Atividades 2 e 3 - Triângulos e Quadriláteros.

As atividades propostas nesta seção foram realizadas no mesmo dia pelos estudantes das duas turmas. Seus objetivos eram semelhantes, sendo uma atividade referente aos triângulos e a outra referente aos quadriláteros.

- **Detalhamento das Atividades 2 e 3 - Bloco 2:**

Nome da Atividade 2: Triângulos.

Nome da Atividade 3: Quadriláteros.

Objetivos: Analisar as figuras (triângulos na atividade 2 e quadriláteros na 3) através das suas características, reconhecer suas propriedades usando-as para solucionar as questões propostas.

Material Necessário: Folha de atividades e polígonos recortados no Bloco 1.

Tipo de Atividade: Os alunos foram organizados em duplas ou trios.

Tempo médio para realização da atividade: 1 tempo de aula de 40 minutos para a realização de cada atividade.

Número de alunos participantes: Na Turma 830, tivemos a participação de 11 alunos nestas atividades. Já na Turma 831, inicialmente, estavam presentes 9 estudantes. Nesta turma, 1 dos 9 estudantes era incluído (já mencionamos anteriormente) e contou com a presença da

professora de apoio especializada. Foi a primeira vez que o estudante participou das atividades propostas neste trabalho. Ao final das atividades, mais 3 estudantes participaram das atividades. Como não havia tempo disponível para reiniciar o trabalho com eles, eles não participaram das atividades. Um deles tentou realizar as atividades sozinho em casa e entregou para a professora alguns dias depois. Mesmo analisando as atividades deste estudante, não incluímos nos dados do trabalho, visto que o aluno pode ter realizado algum tipo de consulta e não seguiu os passos do trabalho como feito em sala de aula.

No dia da realização das atividades, vale destacar que as temperaturas estavam muito elevadas por uma onda de calor descomunal na cidade, o que pode ter contribuído para o número expressivo de alunos faltosos. As duas salas de aula das turmas possuem apenas um ventilador, que não é suficiente para refrescar o ambiente. Alguns estudantes tiveram inclusive dificuldade de se concentrar, reclamando da falta de ventilação na sala, além de relatarem pressão alta ou baixa, tontura e mal estar. Realmente foi um dia difícil para os estudantes.

No início de cada atividade, os alunos precisavam retirar de uma caixa as figuras que haviam sido cortadas na primeira atividade do Bloco 1. O objetivo era reaproveitar o que havia sido recortado na Atividade 1 do Bloco 1.

Na Figura 37, temos o registro de um estudante realizando as atividades.

Figura 37: Fotografia de um estudante realizando a atividade 2 do bloco 2.



Fonte: elaborada pela autora (2024).

- **Atividade 2 - Triângulos:**

No início da Atividade 2, a professora trouxe para a sala de aulas as figuras recortadas pelos estudantes na Atividade 1 do Bloco 1 para que eles trabalhassem com elas novamente.

Para a questão 1, foi solicitado que os estudantes selecionassem todos os triângulos que haviam sido utilizados na Atividade 1 do Bloco 1. Os estudantes procuraram as figuras e, de forma solícita, ajudaram os colegas. A interação entre os estudantes foi bastante importante na realização das atividades. Nas questões de 2 a 6 da Atividade 2, os estudantes deveriam responder de forma discursiva a alguns questionamentos feitos na Folha de Atividades. A Turma 831 apresentou mais dificuldades com a escrita e em alguns momentos solicitaram que fossem soletradas as palavras que gostariam de escrever nas soluções das questões.

A questão 2 questionava sobre uma característica comum a todos os triângulos que eles haviam separado. A ideia era que eles olhando para aquelas figuras, comesçassem a perceber os padrões existentes nelas. Dessa forma, eles teriam contato com a definição e características do triângulo de uma maneira mais natural, sem que houvesse uma pessoa simplesmente escrevendo sobre isso de maneira tradicional em um quadro. As respostas desta questão encontradas nas duas turmas mencionavam a presença de 3 lados, 3 vértices e 3 ângulos. Percebemos que os estudantes captaram a ideia e atingiram o objetivo.

Após a conclusão da questão 2 de todos os alunos, explicou-se verbalmente os objetivos da questão e qual seria a forma mais adequada para a sua solução. Os estudantes das duas turmas compreenderam, contudo se agitaram ao perceber a forma incorreta que escreveram, e pediram para mudar as suas respostas. Como esse não é o objetivo da pesquisa, não foi permitido. Para as questões seguintes, a correção se deu apenas no final de toda atividade, quando todos os alunos já haviam entregado as suas folhas.

Já na questão 3, os próprios estudantes eram convidados a definir triângulos com suas palavras. Neste caso, a ideia era que eles formalizassem o que haviam observado na questão 2, trazendo para o estudante o foco do raciocínio. Na Turma 830, a maioria dos alunos definiu como figura geométrica com 3 lados, 3 vértices e 3 ângulos. Já na Turma 831, os estudantes escreveram de forma semelhante aos alunos da outra turma, porém limitando-se a escrever apenas a palavra "figura" e não "figura geométrica". Nenhuma das duas turmas mencionou a palavra polígono, o que já era esperado.

A questão 3 solicitava que os estudantes apontassem as diferenças entre os triângulos que eles haviam recortado. As figuras que foram selecionadas para essa atividade eram bastante variadas, contendo triângulos de todos os tipos e que levavam os estudantes a terem contato com os diferentes triângulos. A maioria dos estudantes das duas turmas se referia à medida dos lados para falar das diferenças. 3 grupos da Turma 830 mencionaram os ângulos. Essa também foi uma atividade que teve resultado satisfatório, visto que os estudantes construíram seu raciocínio e conseguiram expressar a diferença entre as figuras dadas.

Na questão 4, o objetivo era formalizar a classificação de triângulos partindo das observações feitas por eles na questão 3. Para isso, foi pedido que eles separassem todos os triângulos dados em três grupos partindo de diferenças e semelhanças, e neste momento a professora aproveitou para trazer a classificação para a discussão. Todos os estudantes citaram que a classificação poderia ser com relação às medidas dos lados, atentos a verificação de uma figura ter todos os lados iguais, outra ter dois iguais e a última ter todos distintos. Todavia, apenas um grupo de estudantes de cada turma nomeou esses grupos corretamente como triângulos equiláteros, isósceles e escalenos, apesar dos diversos erros ortográficos.

A última questão era composta de três perguntas que giravam em torno da classificação. A ideia era caso eles fizessem a classificação dos triângulos pelo tamanho dos lados, que passassem agora a discutir a classificação pelos ângulos (ou vice-versa). Ao serem questionados sobre os critérios utilizados para responder à questão anterior, os estudantes apontaram com facilidade que havia sido a análise dos tamanhos dos lados. A dificuldade surgiu nas demais perguntas que estavam dentro da mesma questão, ao serem questionados se o critério adotado era único e se haviam outras formas de realizar a classificação. A professora teve que intervir neste momento, pois os estudantes estavam muito confusos para responder essa parte.

Após a conclusão das atividades e a entrega das folhas de todos os estudantes, foi feita a releitura de todas as questões, abordando seus objetivos. A correção das questões, inicialmente, foi feita oralmente, contudo, alguns estudantes pediram que fosse ao quadro fazer as anotações, pois não sabiam como escrever as palavras. Escrevemos a definição formal dos triângulos, além de suas classificações quanto aos lados e aos ângulos.

- **Atividade 3 - Quadriláteros:**

A Atividade 3 foi organizada de forma semelhante à Atividade 2, sendo que trabalhamos com foco nos quadriláteros. Com a experiência da Atividade 2, sentimos os estudantes mais seguros para resolvê-la. Ao iniciar a atividade, como anteriormente, os estudantes deveriam selecionar dentre as figuras recortadas no Bloco 1 os quadriláteros. Foi solicitado que eles encontrassem 4 quadriláteros distintos. E assim como na atividade anterior, os grupos trocavam figuras e auxiliando-se na busca pela solução, interagindo de forma muito proveitosa. Nesta fase, os alunos já visualizavam os quadriláteros e nenhum deles, de nenhuma das turmas, confundiu outras figuras com quadrilátero.

Da mesma forma que na atividade 2 (triângulos), só ao final da realização das questões, realizou-se a correção das questões realizadas.

As questões 2 e 3 da atividade, assim como na atividade anterior, era focada na discussão das características comuns dos quadriláteros e em sua definição. Após uma discussão sobre o que era observado em todas as figuras selecionadas na questão anterior, a ideia era formalizar o conceito. Nestas questões, a maioria dos alunos descreveu os quadriláteros como "figuras geométricas com quatro lados, quatro vértices e quatro ângulos". Apenas um grupo de alunos da Turma 830, descreveu como "uma figura com lados".

Seguindo o mesmo percurso da Atividade 2, na questão 4 o objetivo era agora ressaltar as diferenças existentes entre os quadriláteros selecionados. Propositamente, havia uma variedade de quadriláteros disponíveis para serem trabalhados nesta questão, a fim de proporcionar uma discussão interessante. Os alunos discutiram sobre as características dos seus quadriláteros e apontaram pontos relacionados a lados iguais ou não, paralelos ou não, e quanto aos ângulos se eram ou não iguais. Apenas dois grupos de alunos descreveram quadriláteros tendo ângulos retos.

O objetivo da questão 5 era chegar até a classificação dos quadriláteros. Para isso, foi solicitado que os estudantes dividissem os quadriláteros recortados em grupos menores, de acordo com pontos observados por eles. Apesar da dificuldade na escrita, todos os grupos responderam algo da seguinte forma: quadrados, retângulos, paralelogramos, e os últimos a serem lembrados por eles foram os losangos e os trapézios. Os alunos das duas turmas, foram capazes de separar as figuras, corretamente nos grupos. Após a finalização, os alunos

chamavam a professora para a conferência das soluções, como havíamos combinado anteriormente.

Para que não houvesse mudanças nas soluções das questões propostas, apenas depois da entrega das folhas de todos os estudantes, iniciamos a correção das atividades, explicando os objetivos principais de cada questão. Neste momento, definimos corretamente os quadriláteros e suas classificações. Os alunos das duas turmas anotaram nos cadernos e alguns pediram para olhar novamente as figuras da caixa.

Ao finalizar as atividades, em diálogo com os estudantes acerca do que haviam aprendido com as atividades e como se sentiram em relação a elas, os mesmos disseram que conseguiram expressar o que sabiam, mas que tiveram medo inicialmente de escrever por imaginar que estariam errando. Neste instante, falamos sobre a importância da participação deles, encorajando-os para resolverem as atividades, pois estávamos todos ali para aprender. Além disso, relataram gostar da forma que estavam trabalhando, quando questionados sobre como seria essa forma, alguns responderam *‘colocando a mão nas figuras’*. Concluímos que o desempenho das duas turmas foi satisfatório, apesar das adversidades enfrentadas nas duas atividades.

Alguns estudantes da Turma 831, após a saída de parte da turma, perguntaram novamente sobre como era a pesquisa que estava sendo feita. As perguntas surgiram após a minha fala de que assim como eles também aprenderia com a aplicação das atividades. Novamente, expliquei a eles os objetivos da pesquisa, a busca por novas metodologias de ensino que se afastem das tradicionais. Além das curiosidades que apareceram a respeito do meio acadêmico.

5.3.3. Atividade 4 - Pentágonos e Polígonos

Nesta seção, abordaremos a última atividade discursiva do Bloco 2 de Atividades, mas agora focada em pentágonos e objetivando apresentar agora a definição de polígono.

- **Detalhamento da Atividade 4 - Bloco 2:**

Nome da Atividade 4: Pentágonos e Polígonos.

Objetivos: Analisar os pentágonos através das suas características, reconhecer suas propriedades usando-as para solucionar as questões propostas. Além disso, a generalização dos conteúdos que foram construídos até o momento, para polígonos de forma geral.

Material Necessário: Folha de atividades e polígonos recortados no Bloco 1.

Tipo de Atividade: As atividades foram realizadas em duplas.

Tempo médio para realização da atividade: 1 tempo de aula de 40 minutos.

Número de alunos participantes: A atividade foi iniciada na Turma 831 com 12 alunos, sendo duas incluídas com TEA e com apenas uma professora de apoio especializado. Faltando 10 minutos para o final da atividade, outros 3 alunos chegaram. Dentre esses 3 estudantes, um deles assinou seu nome na folha de atividades e não resolveu nenhuma delas, enquanto os outros 2 levaram a folha para fazer em casa. Mesmo não sendo o nosso objetivo, os estudantes se prontificaram a entregar a atividade posteriormente. Já na Turma 830, 11 alunos estavam presentes no início da atividade, com a chegada de mais um após seu início.

Assim como nas 2 atividades anteriores, a presente atividade se iniciava com a questão 1 solicitando aos estudantes que selecionassem os pentágonos dentre as figuras recortadas nas atividades do Bloco 1. Já acostumados com a dinâmica da atividade, aqueles que encontravam mais de uma figura do mesmo tipo, entregavam a outro grupo que ainda não havia encontrado e mais uma vez o trabalho colaborativo ajudou no processo.

Os estudantes tiveram dificuldade de compreender e interpretar o que estava sendo pedido nas questões 2 e 3, ainda que fossem semelhantes às questões das atividades anteriores. O objetivo da questão 2 era a descrição das características comuns aos pentágonos e a questão 3 era para definir os pentágonos partindo para algo mais formal do ponto de vista matemático.

Na questão 2, observaram que os pentágonos possuem cinco lados, cinco ângulos e cinco vértices. Essas foram as respostas mais frequentes. Já a questão 3 objetivava a definição dos pentágonos e ambas as turmas seguiram o padrão das atividades anteriores e definiram um pentágono como *'figura plana'*, uma *'figura geométrica'*, ou uma *'figura plana fechada'* com cinco lados, cinco ângulos e cinco vértices. Novamente, nenhum estudante das duas turmas fez uso da palavra polígono.

Após a construção dessas atividades, com questões que trabalham diversas figuras planas, o objetivo era generalizar os conceitos adquiridos e definir um polígono. Para isso, a questão iniciava uma discussão perguntando se os estudantes conheciam outras figuras semelhantes aos triângulos, quadriláteros e pentágonos. Aos poucos foram surgindo os nomes de alguns polígonos na discussão. O hexágono foi o polígono mais citado pelos alunos, seguido dos octógonos que também foram lembrados. Inesperadamente, três duplas da Turma 831 citaram decágono e duas duplas da Turma 830, icoságono. A questão também falava sobre definição das figuras, mas essa parte foi mais desafiadora para os estudantes que tinham diversas dúvidas, em especial na grafia das palavras. Algumas duplas se limitaram a escrever apenas nomes de polígonos, mas sem defini-los.

Assim como nas duas atividades anteriores (triângulos e quadriláteros), a correção das questões propostas nesta atividade foi realizada somente após a entrega das folhas de questões. Iniciamos a correção da mesma forma que nas demais, relendo as questões, perguntando-lhes o que haviam respondido em cada uma delas. Em seguida, explicávamos os objetivos principais de cada questão e qual a melhor forma de respondê-las. A definição dos pentágonos foi escrita no quadro e copiada pelos estudantes, e por fim, chegamos à definição dos polígonos, generalizando os conceitos que tínhamos construído até ali. Desta vez, as figuras recortadas e utilizadas na atividade ainda estavam nas mesas e puderam ser analisadas enquanto definimos os polígonos.

De maneira geral, devido ao desempenho dos estudantes das duas turmas, consideramos que alcançaram os resultados esperados e superaram as dificuldades encontradas.

5.3.4. Atividade 5 - Dominó dos Polígonos

Esta seção é destinada ao jogo *Dominó dos Polígonos*, que foi a última atividade do Bloco 2 de atividades. De forma lúdica, buscamos interligar os conceitos construídos ao longo dos dois blocos de atividades e fixar conceitos já trabalhados. O jogo *Dominó dos Polígonos* foi utilizado como uma ferramenta potencializadora no processo de ensino e aprendizagem de polígonos.

- **Detalhamento da Atividade 5 - Bloco 2:**

Nome da Atividade 5: Dominó dos Polígonos.

Objetivos: O principal objetivo do jogo é fixar os conceitos trabalhados anteriormente.

Material Necessário: Dominó adaptado como mostrado no Anexo VIII, onde cada um possui 28 peças. As peças do jogo podem ser plastificadas para aumentar a sua durabilidade, assim como podem ser impressas em papel cartão.

Tipo de Atividade: Mínimo de dois e máximo de quatro jogadores.

Tempo médio para realização da atividade: Cada partida teve duração média de 15 a 20 minutos.

Número de alunos participantes: Na Turma 830 realizaram a atividade, inicialmente, 11 estudantes, sendo um deles incluído com TEA e com a presença da professora de apoio especializado. Após 25 minutos de aula, mais 3 alunos chegaram. Já na Turma 831, 7 estudantes iniciaram a aula e minutos depois mais 1 estudante completou o grupo.

Regras do Jogo:

- O ideal é jogar sobre uma mesa.
- As peças são embaralhadas com as imagens voltadas para baixo, em seguida, são distribuídas 7 peças para cada jogador. Dependendo do número de jogadores, é possível diminuir essa quantidade inicial de peças.
- As peças restantes devem continuar voltadas para baixo no centro da mesa e ficam disponíveis para serem escolhidas nas jogadas seguintes (costumamos chamar essa ação de "compra").
- Uma peça é virada para cima e colocada no centro da mesa para início do jogo.
- Por meio de 'par ou ímpar' os jogadores decidem quem será o primeiro a jogar.
- O primeiro jogador verifica se possui uma peça que se encaixe na que foi colocada na mesa, analisando as relações entre polígono, nomenclatura e propriedades.
 - Se possuir a peça, o jogador deve jogá-la, isto é, colocá-la lado a lado com a relação identificada.
 - Se o jogador não possuir a peça, ele deverá comprar uma peça da mesa, isto é, escolher uma dentre as viradas para baixo. Se a peça escolhida se encaixar, ele deve jogá-la. Se não, o próximo jogador deve fazer sua jogada.
- Na sequência, o jogador deve realizar o mesmo procedimento anterior e assim por diante.
- O jogo segue o mesmo procedimento até que um dos jogadores não tenha mais peças ou se não houver possibilidades de nenhum jogador colocar mais peças;

- Vence o jogo, aquele que não tiver mais peças na mão, ou aquele que tenha menos peças após o jogo não ter mais passos a serem dados.

O Jogo Dominó dos Polígonos é um jogo matemático que possui 28 peças divididas em duas partes. Destas peças 26 são compostas de um lado contendo a imagem de um dos polígonos e o outro lado contendo uma propriedade, sejam elas referentes ao número de lados, nomenclatura, paralelismo ou número de vértices. Duas peças iguais foram elaboradas com propriedades nas duas partes, cuidadosamente pensadas para que o jogo tivesse mais possibilidades de resolução.

Após todas as explicações feitas pela professora, os estudantes se organizaram em duplas para jogar Dominó dos Polígonos. Depois de algumas partidas, os estudantes decidiram em duplas e assim ficaram ao longo da aula. Para a realização dessa atividade foram utilizados 8 dominós e cada um deles foi colocado dentro de um saquinho de tecido feito à mão.

A Figura 38 mostra 2 estudantes jogando o Dominó de Polígonos durante a aula.

Figura 38: Fotografia dos estudantes jogando o Dominó de Polígonos.



Fonte: elaborada pela autora (2024).

O desenvolvimento da habilidade de relacionar os polígonos com a sua nomenclatura, a percepção das semelhanças e diferenças entre eles por meio de suas propriedades é o

principal objetivo do jogo. Além de contribuir com o progresso no desenvolvimento do pensamento geométrico, proporciona a autonomia dos estudantes, já que cada um deles elabora suas estratégias e planeja suas jogadas observando atentamente o desenrolar do jogo.

Tanto na Turma 830 quanto na Turma 831, os estudantes nas primeiras partidas preferiam sempre as associações: *figura - figura* e *propriedade-propriedade*. Foi necessária a intervenção da professora para a leitura das propriedades e associação com as figuras. Isso torna o jogo mais interessante e coloca o estudante para pensar mais nas propriedades das figuras trabalhadas.

É importante destacar o prazer e o empenho do estudante com TEA da Turma 830. O estudante buscou formas diferentes de relacionar as peças fugindo do óbvio que diversos estudantes fizeram por medo de errar. O estudante não necessitou das orientações da professora de apoio e jogou com os demais estudantes.

O desempenho e o entusiasmo dos estudantes foram incríveis. Em ambas as turmas, jogaram diversas vezes e se divertiram muito. Mesmo diante das dificuldades apresentadas por alguns em relação às propriedades dos polígonos, eles seguiram jogando e certamente puderam praticar o que haviam aprendido antes.

5.4. Avaliação Final: Reaplicação do Teste de Van Hiele

Após as experiências com as atividades dos Blocos 1 e 2, optamos por reaplicar a AD do início do trabalho. Chamaremos agora o teste de Avaliação Final (AF). O objetivo era comparar os resultados objetivos antes e depois do trabalho feito com os alunos para desenvolver o conteúdo de polígonos. No primeiro momento, antes da realização das atividades, fomos capazes de identificar grandes dificuldades de compreensão dos conteúdos relacionados aos polígonos e analisar os níveis de pensamento geométrico dos alunos.

Ao longo desta seção, analisaremos comparativamente os resultados obtidos nas duas aplicações do teste.

- **Detalhamento da Avaliação Final:**

Objetivos: Identificar se houve uma melhora na compreensão do conteúdo de polígonos, além do nível do Modelo de Van Hiele dos estudantes.

Material Necessário: Folha de Atividades, lápis ou lápis de cor.

Tipo de Atividade: individual e sem consulta.

Tempo médio para realização da atividade: 1 tempo de aula com 40 minutos.

Número de alunos participantes: Nas duas turmas, a mesma quantidade de estudantes realizou a atividade, 16 em cada uma. Na Turma 830, 5 alunos chegaram com atraso.

É importante ressaltar que a AF foi realizada na semana de provas, e com isso o quantitativo de estudantes presentes foi maior. Além disso, como nesta data seriam aplicadas apenas as avaliações de Matemática, as duas turmas realizaram a atividade ao mesmo tempo e na mesma sala de aula. Destacamos ainda, que apenas 10 alunos da Turma 830 realizaram as duas atividades (AD e AF) e 14 alunos da Turma 831.

Mais um aspecto a ser analisado é o estado emocional dos alunos, em especial dos mais velhos, que estavam agitados devido à coincidência da reaplicação do teste com a semana de provas do semestre. Expressavam a sua preocupação com o resultado das provas. Antes de iniciar a aplicação da AF, por meio de diálogos, a professora buscou tranquilizá-los em relação a isso.

5.4.1. Nível 1 do Modelo de Van Hiele

Assim como na AD, a primeira página da AF, que continha questões relativas ao Nível 1 do Modelo de Van Hiele, era composta pelas mesmas 5 questões, onde os estudantes precisavam marcar os polígonos solicitados. Ao marcar todos os polígonos solicitados, a questão seria considerada correta. De maneira idêntica à AD, alguns alunos das turmas decidiam colorir as figuras.

Na questão 1, era analisada a habilidade dos estudantes em reconhecer os triângulos dentre as figuras de A E. Apenas as figuras B, C e E representavam triângulos. Na Tabela 16 resumizamos os resultados dos alunos.

Tabela 16: Resultados da Questão 1 da Avaliação Final nas turmas analisadas.

Turmas participantes:	Figuras Assinaladas e a Quantidade de Alunos:		
	B	B e E	B, C e E
Turma 830	4	4	8
Turma 831	4	5	7
Total de alunos:	8	9	15

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Com a correção da questão, podemos perceber que 15 alunos, sendo 8 da Turma 830 e 7 da Turma 831, acertaram a questão. Resultados consideravelmente satisfatórios, se lembrarmos de que na AD, apenas 1 dos estudantes assinalou corretamente todos os triângulos. Observamos que o estudante que visualizava erroneamente a figura D como triângulo, já não o faz mais. Outra diferença que podemos observar é a diminuição da quantidade de marcações apenas na figura B, em que o triângulo é apresentado na posição prototípica.

A questão 2 visava o reconhecimento dentre as figuras P, Q, R, S e T como quadrados. Apenas as figuras R e T eram quadrados. Os resultados dos alunos na questão podem ser observados na Tabela 17.

Tabela 17: Resultados da Questão 2 da Avaliação Final nas turmas analisadas.

Turmas participantes:	Figuras Assinaladas e a Quantidade de Alunos:			
	R	R e S	R e T	R, S e T
Turma 830	4	3	4	5
Turma 831	7	4	3	2
Total de alunos:	11	7	7	7

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Na AD, apenas 4 alunos assinalaram os quadrados corretos. Na AF, esse quantitativo subiu para 7. Contudo, vemos ainda o surgimento de 7 estudantes que assinalaram erradamente a figura S que representa um retângulo. Além disso, na Turma 830, a quantidade de alunos marcando apenas a figura R diminuiu consideravelmente. Já na Turma 831, o número se manteve o mesmo. Consideramos que apesar do aumento no número de acertos da questão, há uma clara confusão dos estudantes na habilidade de visualização dos quadrados

com os retângulos. Na verdade, esse assunto poderia ser melhor discutido ao se trabalhar com a inclusão de classes e ao se discutir com os estudantes que todo quadrado é um retângulo. Neste momento, não foi possível chegar nesse ponto do conteúdo, o que nos motiva a seguir com o trabalho no futuro a fim de gerar novas atividades para se aprofundar em outros conteúdos.

O objetivo principal da questão 3 era o reconhecimento dos retângulos entre as figuras U, V, X, Y e Z. Consideramos a questão correta quando forem assinaladas as figuras U e Y. Na Tabela 18, podemos conferir os resultados obtidos pelos estudantes na questão.

Tabela 18: Resultados da Questão 3 da Avaliação Final nas turmas analisadas.

Turmas participantes:	Figuras Assinaladas e a Quantidade de Alunos:							
	U	V	X	Y	Z	U e Y	V e Y	U e Z
Turma 830	3	----	1	6	----	6	----	----
Turma 831	6	1	1	2	----	4	1	1
Total de alunos:	9	1	2	8	----	10	1	1

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Comparando os resultados obtidos pelos estudantes, podemos observar que na reaplicação da AD, os 2 estudantes que assinalaram apenas a figura Z (triângulo) como sendo um retângulo, não o fizeram. Porém, um dos estudantes assinalou-a juntamente com a figura U. É preocupante a marcação de um dos alunos na figura V (trapézio), mas não temos muitas informações sobre seu raciocínio já que a questão solicitava apenas a marcação da figura pedida. Houve um aumento no número de alunos que assinalaram corretamente as figuras U e Y, de apenas 1 para 10, sendo 6 da Turma 830 e 4 da Turma 831. Verificamos, assim, que tivemos uma melhora nesta questão.

Como vimos na AD, a questão 4 solicitava que os estudantes assinalassem os paralelogramos entre as figuras A, B, C, D e E. As figuras representadas por paralelogramos eram A e D. Os resultados da questão 4 da AF estão na Tabela 19.

Tabela 19: Resultados da Questão 4 da Avaliação Final nas turmas analisadas.

Turmas participantes:	Figuras Assinaladas e a Quantidade de Alunos:						
	A	C	D	A e C	A e D	C e D	A, C e D
Turma 830	2	3	1	1	6	----	3
Turma 831	3	6	----	----	4	1	2
Total de alunos:	5	9	1	1	10	1	5

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Diferentemente da AD, desta vez nenhum dos estudantes deixou a questão 4 em branco. O número de estudantes que assinalou a figura C permaneceu totalizando 9, porém com variação nas turmas. Além disso, a figura E, que antes havia sido assinalada por 1 estudante, dessa vez não foi escolhida por nenhum estudante. As duas turmas apresentaram melhora no desempenho, aumentando o número de acertos. As figuras corretas (A e D) foram assinaladas por 10 estudantes, superando os 2 alunos da AD.

De acordo com a questão 5, as figuras assinaladas deveriam conter retas paralelas entre as figuras A, B, C, D e E. A questão é considerada correta caso o estudante tenha marcado as figuras A e C. Na Tabela 20, podemos conferir os dados dos resultados dos estudantes na AF.

Tabela 20: Resultados da Questão 5 da Avaliação Final nas turmas analisadas.

Turmas participantes:	Figuras Assinaladas e a Quantidade de Alunos:							
	A	C	D	A e B	A e C	B e E	A, C e D	Em branco
Turma 830	8	1	1	1	4	1	1	----
Turma 831	6	1	1	1	4	1	1	1
Total de alunos:	14	2	2	2	8	2	2	1

Fonte: elaborada pela autora (2024).

A primeira diferença que podemos notar na questão 5 é o fato de um estudante ter deixado a questão em branco, o que não havia ocorrido na AD. Na AD 6 alunos haviam marcado a figura B, desta vez apenas 1 estudante assinalando-a juntamente com a figura E. O que nos surpreendeu, pois tais figuras apresentam retas concorrentes. Há ainda estudantes que confundiram as retas da figura D com retas paralelas, por não constatarem que algum ponto as

retas se interceptam. Ocorreu um ligeiro aumento da quantidade de alunos que acertaram a questão, que antes eram 3 e passaram a ser 8 na AF.

A Tabela 21 com a quantidade de alunos e o número de acertos na primeira folha da AF (equivalente ao Nível 1 do Modelo de Van Hiele) em cada uma das turmas trabalhadas.

Tabela 21: Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na 1ª parte da Avaliação Final.

Turmas participantes:	Número de Acertos e a Quantidade de Alunos:				
	Nenhum	1 acerto	2 acertos	3 acertos	4 acertos
Turma 830	4	3	3	3	3
Turma 831	3	2	6	3	2
Total de alunos:	7	5	9	6	5

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Após a análise dos resultados da 1ª parte da AF, nenhum aluno conseguiu acertar as cinco questões do Nível 1. Contudo, verificamos que 11 estudantes acertaram 3 ou mais questões. Logo, de acordo com Nasser e Sant'Anna (2017), alcançaram o nível 1 do Modelo de Van Hiele. Se compararmos com a AD, esse aumento é significativo, pois anteriormente apenas 1 estudante era capaz de reconhecer, comparar e nomear figuras conforme sua aparência global. Além do mais, podemos observar que até mesmo os estudantes que não alcançaram o Nível 1 apresentaram aumento na quantidade de acertos.

5.4.2. Nível 2 do Modelo de Van Hiele

A aplicação da 2ª parte da AF foi realizada no mesmo dia que a 1ª. Sabemos que seria mais eficaz a realização do Teste do Nível 2 após a correção do Nível 1. Contudo, não teríamos tempo suficiente para esperar a próxima aula, já que o semestre letivo da EJA estava terminando. Desta forma, a segunda página da AF, que corresponde ao Nível 2 do Modelo de Van Hiele, foi realizada por todos os estudantes presentes, assim como na AD. Nesta seção apresentaremos e analisaremos os resultados obtidos pelas turmas no Nível 2 do Teste de Van Hiele.

Da mesma forma que na AD, o 2º Nível possuía as mesmas 5 questões, sendo 2 questões objetivas e 3 discursivas. Neste caso, os estudantes deveriam analisar os elementos das figuras, distinguindo suas características, reconhecendo suas propriedades e classificando-as. A seguir exibiremos os dados e os resultados dos alunos nas questões de 6 a 10 da AF.

A questão 6, era a primeira questão deste nível, nela o estudante deveria assinalar a alternativa correta em relação às propriedades dos retângulos. A alternativa correta é o item (e), onde expressa que todas as alternativas anteriores são verdadeiras. Observe na Tabela 22, os resultados obtidos pelas turmas.

Tabela 22: Resultados da Questão 6 da Avaliação Final nas turmas analisadas.

Turmas participantes:	Alternativas Assinaladas e a Quantidade de Alunos:						
	(a)	(b)	(c)	(e)	(a) e (b)	(a) e (c)	(a), (b) e (d)
Turma 830	5	4	2	2	2	1	-----
Turma 831	1	4	3	4	1	----	1
Total de alunos:	6	8	5	6	3	1	1

Fonte: elaborada pela autora (2024).

A partir da correção da questão podemos perceber que diferente da AD, as alternativas (c) e (d) não foram assinaladas em conjunto, e ainda, que a alternativa (d) sequer foi assinalada. O que pode ser considerado preocupante, pois a alternativa se refere a propriedade dos retângulos de ter os 4 ângulos iguais. O item (b), que se refere ao fato do retângulo possuir lados opostos paralelos, foi a alternativa mais assinalada pelo total de 8 alunos. Houve variação das alternativas assinaladas, e a alternativa correta (e) teve aumento de acertos. Na AD, apenas 4 alunos (1 deles da Turma 830 e 3 da Turma 831) marcaram a alternativa correta, e neste momento, 6 alunos (2 deles da Turma 830 e 4 da Turma 831) acertaram a questão 6. Na questão 7, os alunos eram solicitados a citar 3 propriedades dos quadrados de forma discursiva. Observe os dados apresentados na Tabela 23 com a quantidade de alunos e o número de acertos de cada turma analisada.

Tabela 23: Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na Questão 7 da Avaliação Final.

Turmas participantes:	Número de Acertos e a Quantidade de Alunos:			
	Nenhum	1 acerto	2 acertos	3 acertos
Turma 830	2	6	4	4
Turma 831	2	7	3	4
Total de alunos:	4	13	7	8

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Assim como na AD, a maioria dos alunos teve 1 acerto na questão. Após a correção da questão, podemos perceber que os estudantes continuam com dificuldades de escrita. A

solução de diversas questões, nas duas turmas, era difícil de serem compreendidas. Analisando os dados podemos verificar que a quantidade de alunos com nenhum acerto diminuiu, na AD eram 6 alunos (2 na Turma 830 e 4 na Turma 831) e na AF eram apenas 4 alunos (2 em cada turma).

A Turma 830 apresentou melhora nos resultados, pois diminuiu a quantidade de alunos com apenas 1 acerto e aumentou a quantidade de estudantes que acertaram 2 e 3 questões. Já na Turma 831, a variação se deu de maneira distinta, aumentando a quantidade de 1 acerto, diminuindo a quantidade de 2 acertos e mantendo a mesma quantidade de alunos com 3 acertos. De certa forma, esse resultado mostra uma melhora nas turmas, mas ainda não atingimos um resultado satisfatório. Se analisarmos apenas o quantitativo de alunos que acertaram a questão, podemos perceber que 8 deles obtiveram sucesso, superando o resultado da AD.

A questão 8, de forma objetiva, testava a percepção dos estudantes em relação aos triângulos isósceles. O enunciado da questão informava a característica dos triângulos isósceles em relação aos seus dois lados congruentes, e pedia que os estudantes assinalassem a alternativa correta em relação aos ângulos. A resposta correta para a questão estava na alternativa (c). Na Tabela 24, são apresentados os dados das turmas analisadas.

Tabela 24: Resultados da Questão 8 da Avaliação Final.

Turmas participantes:	Alternativas Assinaladas e a Quantidade de Alunos:		
	B	C	D
Turma 830	3	6	7
Turma 831	1	7	8
Total de alunos:	4	13	15

Fonte: elaborada pela autora (2024).

O conteúdo da questão (triângulos isósceles) não foi trabalhado nas atividades propostas na turma, contudo os triângulos estavam presentes nas discussões. Analisando os dados, concluímos que parte dos estudantes ainda desconhece as propriedades dos triângulos isósceles. A Turma 830 obteve 6 acertos na questão, já na Turma 831, 7 alunos acertaram a questão. Comparando os resultados com a AD aplicada inicialmente, verificamos que houve melhoria nos resultados, já que antes apenas 11 estudantes haviam acertado a questão.

A questão 9, da mesma forma que a questão 7, solicitava de forma discursiva que os estudantes descrevessem propriedades dos paralelogramos. A Tabela 25 apresenta o rendimento das turmas na questão apresentada.

Tabela 25: Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na Questão 9 da Avaliação Final.

Turmas participantes:	Número de Acertos e a Quantidade de Alunos:				
	Nenhum	1 acerto	2 acertos	3 acertos	Em branco
T 830	5	6	2	2	1
T 831	5	3	3	3	2
Total de alunos:	10	9	5	5	3

Fonte: elaborada pela autora (2024).

As características dos paralelogramos, tais como o paralelismo dos lados, lados e ângulos opostos congruentes foram trabalhados com os estudantes ao longo das atividades da nossa experiência didática. Portanto, esperava-se maior compreensão e assimilação destas propriedades, o que não ocorreu. Nesta AF, 3 estudantes deixaram a questão em branco, o que não ocorreu na primeira aplicação. Ao todo, 5 alunos (sendo 2 deles na Turma 830 e 3 na Turma 831) acertaram a questão. Já na AD, nenhum estudante havia acertado. Podemos perceber também a diminuição da quantidade de estudantes das duas turmas que conseguiu apenas 1 acerto das propriedades. Por esses motivos, consideramos que houve avanço no desempenho dos alunos.

As questões 7 e 9 foram as questões que os alunos apresentaram maior dificuldade. Creditamos ao fato dessas questões serem discursivas e à grande dificuldade de escrita dos estudantes. Diversos estudantes se mostraram preocupados com a ortografia das palavras e com medo de errar durante a realização da AF, assim como na AD. A evidente limitação no conhecimento geral com leitura e interpretação de texto dos alunos pode impactar no aprendizado dos conteúdos de matemática, não só de Geometria. No entanto, na resolução das duas questões, poucos estudantes escreveram apenas: "4 vértices, 4 lados e 4 ângulos", como foi comum na AD. Assim, percebemos que houve enriquecimento tanto no vocabulário quanto nas referências sobre as características dos quadrados (questão 7) e dos paralelogramos (questão 9), apesar de ainda incipiente.

Para a questão 10, assim como na AD, foi solicitado aos estudantes que desenhasssem um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não tivessem o mesmo comprimento. Para a

solução da questão não foi solicitado aos estudantes o uso de régua, contudo, aqueles que possuíam fizeram uso. Diferentemente, da AD os alunos não perguntaram o significado da palavra diagonal. Na Tabela 26, podemos conferir o rendimento das turmas na questão 10.

Tabela 26: Resultados da Questão 10 da Avaliação Final.

Turmas participantes:	Quantidade de Alunos:		
	Correta	Errada	Em branco
Turma 830	5	8	3
Turma 831	8	2	6
Total de alunos:	13	10	9

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Após a correção da questão, percebeu-se que as duas turmas analisadas apresentaram avanços quanto ao número de alunos que acertaram a questão. Comparando as duas turmas, nota-se que a Turma 830 apresentou maior quantidade de alunos errando a questão. Os alunos que desenharam de maneira incorreta construíram retângulos e quadrados. Já os estudantes que acertaram a questão construíram trapézios, losangos e quadriláteros qualquer.

Com o aumento da quantidade de alunos desenhando corretamente um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento, se compararmos o AD e a AF, pode-se concluir que as turmas melhoraram seu desempenho.

No presente nível, observamos uma progressão no desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes da AD até a AF. Observe a Tabela 27 que apresenta os resultados completos da AF. O aluno que acertar, no mínimo, três questões alcança o Nível 2 do Modelo de Van Hiele.

Tabela 27: Quantidade de acertos dos alunos das duas turmas na Avaliação Final.

Turmas participantes:	Número de Acertos e a Quantidade de Alunos:				
	Nenhum	1 acerto	2 acertos	3 acertos	4 acertos
Turma 830	3	6	6	1	----
Turma 831	3	6	2	3	2
Total de alunos:	6	12	8	4	2

Fonte: elaborada pela autora (2024).

Analisando os dados da tabela anterior, verificamos que, ao todo, 6 alunos teriam capacidade para alcançar o Nível 2 de Modelo de Van Hiele. Destes alunos, 1 era da Turma 830 e 5 da Turma 831. Comparando os resultados dos alunos que alcançaram o Nível 1, pode-se perceber que dos 6 alunos da Turma 830 que o alcançaram, apenas 1 deles progrediu para o Nível 2, e na Turma 831, os mesmos 5 estudantes que apresentaram as habilidades do Nível 1, também demonstraram ter as habilidades do Nível 2. Sendo assim, de fato, 6 alunos atingiram o Nível 2 do Modelo de Van Hiele.

Ainda que os resultados finais não produzam mudanças significativas na quantidade de acertos dos estudantes, vale destacar a melhora na compreensão dos assuntos discutidos. Adicionalmente, as aulas diversificadas a partir de variadas abordagens e novas metodologias de ensino, colaboraram com a motivação dos alunos, gerando curiosidade e despertando interesse pelo ensino da Geometria. Notamos ainda, a melhora no desempenho da escrita das questões discursivas, mesmo que timidamente os estudantes demonstraram conhecer algumas das propriedades durante as atividades.

Vale ressaltar também que no início da pesquisa, a ideia inicial seria o avanço até o Nível 3 do Modelo de Van Hiele. Contudo, após a aplicação da AD, foi perceptível a defasagem dos estudantes das duas turmas analisadas em relação aos conteúdos de polígonos era muito grande. Como não teríamos tempo hábil para evoluir rapidamente até o Nível 3, decidimos trabalhar os conteúdos até o Nível 2.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho tínhamos como objetivo o desenvolvimento de atividades para o ensino de Polígonos nas turmas do 8º Ano do Ensino Fundamental (Anos Finais) da modalidade de ensino EJA. Investigamos os benefícios do emprego de materiais manipuláveis (jogos, tangram, construção com palitos de pirulito e outros) visando a contribuição para o desenvolvimento do pensamento geométrico. A busca por novas metodologias de ensino se justifica pela necessidade de novas perspectivas de ensino e aprendizagem dos estudantes em Geometria. Entendemos que, especialmente em uma turma de EJA, o ensino tradicional, onde professores vão até o quadro e explicam conceitos matemáticos de forma muito teórica, pode não funcionar.

Em relação à abordagem dos conteúdos de polígonos, trabalhamos fazendo uso do Modelo de Van Hiele. Consideramos que tal teoria é um valioso recurso para que os professores de Matemática organizem suas aulas de Geometria e acompanhem o progresso dos alunos na disciplina. Através do estudo da teoria do casal Van Hiele, construímos a pesquisa de abordagem dos conteúdos de polígonos de acordo com os níveis de raciocínio geométrico dos alunos. O Modelo de Van Hiele fornece uma sequência para construção e desenvolvimento das aulas. Para além da aplicação das atividades, a teoria nos fez refletir sobre a condução das aulas tradicionais, fazendo compreender que as aulas devem trazer ao estudante a oportunidade de construção dos conhecimentos.

Consideramos a utilização dos jogos no ensino aprendizagem da Geometria como uma ferramenta essencial para facilitar a da compreensão dos conceitos não apenas desta área, mas de toda a Matemática. Os jogos, além de proporcionarem um ambiente lúdico, tornam o aprendizado natural e envolvem os estudantes, auxiliando no desenvolvimento do raciocínio lógico, da criatividade, elevando sua autoestima e construindo autonomia para a solução dos problemas. Aqui, o jogo foi utilizado como artefato pedagógico para a consolidação de conceitos, mas poderia ter sido também utilizado como metodologia central para o ensino de polígonos.

Para a condução da pesquisa, foi utilizada a abordagem qualitativa, iniciada com a aplicação de uma Avaliação Diagnóstica (com questões objetivas e discursivas). Por meio da observação das soluções dos estudantes da AD, concluímos que havia necessidade da

elaboração cuidadosa das atividades que possibilitasse contato visual direto com as características dos polígonos. A partir de então, optamos por organizar dois blocos de atividades, sendo o Bloco 1 com duas atividades e o Bloco 2 com cinco, e finalizar com a reaplicação da Avaliação Diagnóstica que chamamos de Avaliação Final. Por meio desta análise qualitativa dos dados da AD e AF, conseguimos acompanhar a construção dos conhecimentos geométricos. E, no final, constatamos resultados positivos e observamos a evolução dos estudantes, nos levando a concluir que o planejamento e a execução das atividades foram extremamente válidos para o processo de ensino dos polígonos.

Conforme a aplicação das atividades de cada bloco, observamos o progresso dos alunos que realizavam as atividades com dedicação e envolvimento. Em alguns momentos enfrentamos os desafios presentes na EJA como a falta de autoestima, a insegurança e o nervosismo dos alunos, que a todo tempo tentamos contornar. Além disso, desafios com os conteúdos geométricos, que diversos estudantes diziam nunca ter ouvido falar. Outro aspecto importante durante a aplicação das atividades é a socialização entre os alunos jovens e os mais idosos, que diversas vezes ajudavam-se na compreensão dos conteúdos. É importante destacar que precisamos melhorar a organização de algumas atividades depois da aplicação em sala de aula. E na questão 10 da AD, por exemplo, acrescentaria o uso obrigatório de régua, que no momento da execução da atividade não foi lembrada.

Acreditamos que, assim como fomos incentivados por outros trabalhos a pesquisar sobre novas metodologias para o ensino aprendizagem da Geometria, o presente trabalho também servirá de degrau para outros educadores que almejam caminhos diferentes do tradicional. Ao final deste trabalho, temos a certeza de que oportunizamos aos educandos da EJA novas formas de aprendizado da Geometria. Por fim, podemos concluir que este trabalho aponta a viabilidade da utilização dos materiais manipuláveis como um auxílio no desenvolvimento da visualização dos polígonos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, W. L.; BARROS, M. M.; SILVA, W. W. **Os Desafios da EJA: dos Aspectos Legais à Realidade da Prática na Escola**. Cadernos Acadêmicos, [S. l.], v. 8, n. 1, p. 31–41, 2022. Disponível em: <https://portaldeperiodicos.animaeducacao.com.br/index.php/CA/article/view/18346>.. Acesso em: 5 abr. 2024.

BICUDO, M. A. V. **A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa**. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia (RBECT), vol 5, núm. 2, mai-ago.2012. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1185/840> . Acesso em: 28 mai. 2024.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal, 2016. 496 p. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/518231/CF88_Livro_EC91_2016.pdf. Acesso em: 22 mai. 2024.

_____. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep)**. Resumo Técnico: Censo Escolar da Educação Básica 2023.

_____. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep)**. Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA). Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/encceja#:~:text=Apresenta%C3%A7%C3%A3o,Ensino%20M%C3%A9dio%20na%20idade%20adequada>. Acesso em: 09 jun. 2024.

_____. Ministério da Educação. **Conselho Nacional de Educação**. Câmara de Educação Básica. Parecer CNE/CEB nº 11/2000. Brasília: CNE: MEC, mai. 2000.

_____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

_____. Ministério da Educação. **Produto II: Modalidades, Políticas de Apoio aos Estudantes e Estado da Educação Básica no Brasil**. Brasília: MEC, 2015.

_____. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão**. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curriculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 14 abr. 2024.

_____. Ministério da Educação. **Plano Nacional de Educação**. Secretaria de Articulação com os Sistemas de Ensino (MEC/SASE), Brasília: MEC, 2014.

_____. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília: MEC, 1996.

_____. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília, MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação. **PNLD 2020: Matemática – Guia de Livros Didáticos**. Brasília: MEC, Secretaria de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, 2019. Disponível em: https://pnld.nees.ufal.br/assets-pnld/guias/Guia_pnld_2020_pnld2020-matematica.pdf . Acesso em: 14 mai. 2024.

CALDATTO, M. E.; PAVANELLO, R. M. **Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais**. Quadrante, v. 24, n. 1, p. 103-128, 2015.

CURY, C. R. J. **Direito à educação: direito à igualdade, direito à diferença**. Cadernos de Pesquisa, n. 116, p. 245-262, jul. 2002. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/cp/a/x6g8nsWJ4MSk6K58885J3jd/?format=pdf&lang=pt> . Acesso em: 27 abr. 2024.

DOMINGOS, J. **Um estudo sobre polígonos a partir dos princípios de Van Hiele**. UFES, Vitória - ES, 2010. Disponível em: https://sappg.ufes.br/tese_drupal/tese_4535_JAILSON20130430-135832.pdf. Acesso em: 19 mai. 2024.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidades, desafios e contribuições**. 3. ed. Belo Horizonte, Autêntica Editora, 118 p, 2012.

GADOTTI, M.; ROMÃO, J. E. **Educação de Jovens e Adultos: teoria, prática e proposta**. 9^a ed. São Paulo/SP: Ed. Cortez, Instituto Paulo Freire, 2007.

GAZIRE, E. S. **O não resgate das geometrias**. Campinas. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação). UNICAMP, 2000.

HADDAD, S.; DI PIERRO, M. C. **Escolarização de jovens e adultos**. Revista Brasileira de Educação. Rio de Janeiro, n. 14, p. 108-194, 2000.

HENRIQUES, R.; BARROS, R. P.; AZEVEDO, J. P. **Brasil alfabetizado: caminhos da avaliação**. Brasília: MEC. 2006.

HORIGUTI, Angela Curcio. **Do MOBREAL ao PROEJA: conhecendo e compreendendo as propostas pedagógicas**. 2009. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Profissional integrada à Educação Básica na modalidade Educação de Jovens e Adultos) - UFRGS, Bento Gonçalves, 2009. Disponível em: https://bento.ifrs.edu.br/site/midias/arquivos/201051103752984angela_curcio_horiguti%E2%80%A6.pdf. Acesso em: 3 abr. 2024.

KALEFF, A. M. **Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense**. In: Sérgio Lorenzato (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. 2ed. Campinas: Autores Associados, 2006, v.1, p. 113-134.

KALLEF, A. M.; HENRIQUES, A. S.; REI, D. M.; FIGUEIREDO, L. G. **Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O Modelo de Van Hiele**. Bolema, Rio Claro – SP, v. 9, n. 10, 1994.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria? A educação matemática em revista. Geometria**. SBEM, ano 3, n. 4, 1º semestre, p. 03-13, 1995.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

LUCKESI, C. C. **Avaliação em Educação: Questões Epistemológicas e Práticas**. Editora Cortez. São Paulo, 2018.

MIRANDA, L. C. P.; SOUZA, L. T.; PEREIRA, I. R. D. **A Trajetória Histórica da EJA no Brasil e Suas Perspectivas na Atualidade**. In: Seminário de Iniciação Científica, 2016. Montes Claros. Disponível em: <https://www.ifnmg.edu.br/arquivos/2016/propipi/sic/resumos/e4e0c388-a724-45cb-8189-46e3a70afa64.pdf>. Acesso em: 05 abr. 2024.

NASSER, L.; SANTANNA, N. P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ. 3º Edição revisada - 2017.

NEVES, R. S. P. **Aprender e ensinar Geometria: um desafio permanente**. TP3 – Matemática nas Formas Geométricas e na Ecologia – Parte I, p. 55-63, 2008.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula**. Campinas. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação). UNICAMP, 2000.

PAVANELLO, R. M. (1989). **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica**. Campinas. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação. UNICAMP.

_____. **O abandono do ensino de Geometria: causas e consequências**. Revista Zetetiké, ano 1, n. 1, 1993.

PEDROSO, S. G. **Dificuldades encontradas no processo de educação de jovens e adultos**. In: I Congresso Internacional da Cátedra Unesco de Educação de Jovens e Adultos. João Pessoa: Editora Universitária (UEPB), 2010. Disponível em: <https://pedagogiaseberi.files.wordpress.com/2014/06/com019.pdf>. Acesso em: 05 abr. 2024.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M.; VIEIRA, K. M. **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas: Autores Associados, 2012.

RODRIGUES, Fredy Coelho; GAZIRE, Eliane Scheid. **Reflexões sobre o uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino da matemática: da ação experimental à reflexão**. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. ISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 187-196, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p187/23460>. Acesso em: 13 mai. 2024.

SÃO GONÇALO, Secretaria Municipal de Educação, Cultura, Esporte, Lazer e Turismo. **Programa Único de Funcionamento da Educação de Jovens e Adultos – 2º Segmento da Rede Pública de Ensino do Município de SG**, 2005.

SILVA, J. L.; SOUZA, J. C. L.; BARBOSA, C. S. (2021). **Vinte anos do Parecer CNE/CEB nº 11/2000: dos Avanços aos Desafios ainda não superados pela EJA**. E-Mosaicos, 10(24), 81–95. Disponível em: <https://doi.org/10.12957/e-mosaicos.2021.57738>. Acesso em: 09 abr. 2024.

SILVA, A.; MARTINS, S. **Falar de matemática hoje é...** . Millenium – Revista do ISPV: Instituto Superior Politécnico de Viseu, n. 20, out de 2000. Disponível em: <https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/897/1/Falar%20de%20Matem%C3%A1tica%20Hoje.pdf>. Acesso em: 13 mai. 2024.

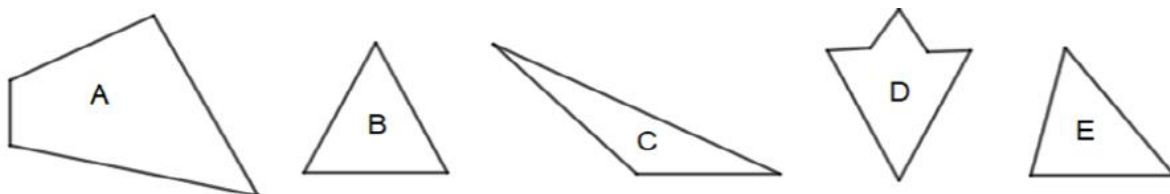
SILVA, T. P., ALENCAR, M. F. S. **Metodologias de Ensino desenvolvidas por professores da EJA e a permanência na escola**. Cadernos de Educação Básica v.7, n.2 (2022): 17-36.

ANEXOS

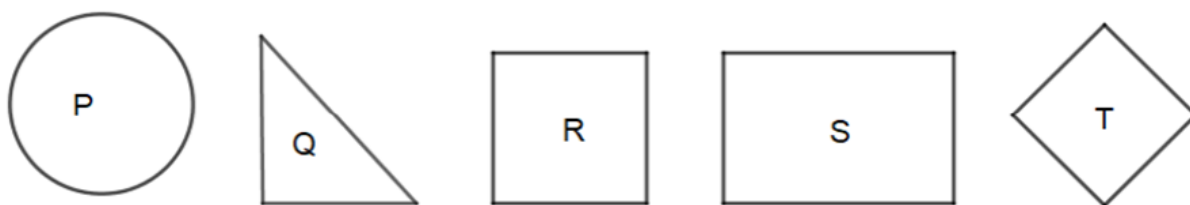
Anexo I - Avaliação Diagnóstica

	Colégio Municipal Presidente Castello Branco
	Avaliação Diagnóstica de Matemática - 8º ANO.
	Aluno (a): _____ Turma: _____ Profª. Caroline Araújo

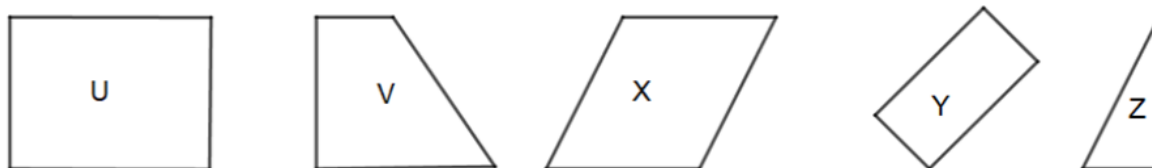
Questão 1: Assinale o(s) triângulo(s):



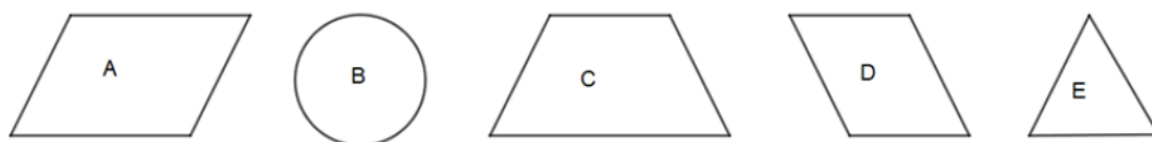
Questão 2: Assinale o(s) quadrado(s):



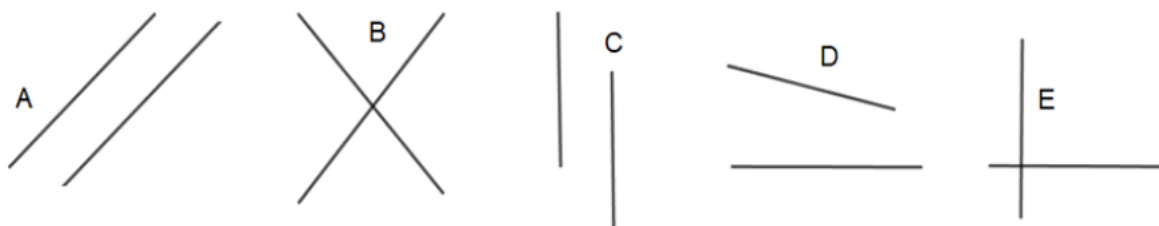
Questão 3: Assinale o(s) retângulo(s):



Questão 4: Assinale o(s) paralelogramo(s):



Questão 5: Assinale os pares de retas paralelas:



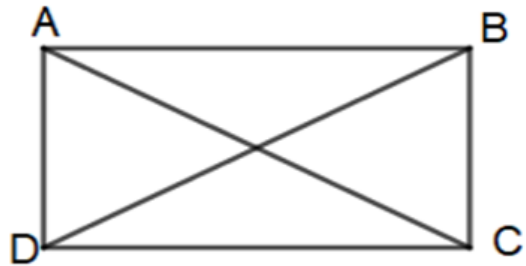


Aluno (a): _____ Turma: _____

Profª. Caroline Araújo

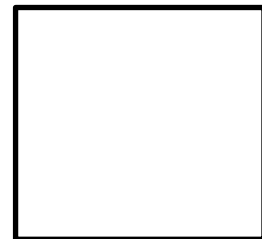
Questão 6: No retângulo ABCD, as linhas AD e BC são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa (s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

- a) Tem 4 ângulos retos.
- b) Tem lados opostos paralelos.
- c) Tem diagonais de mesmo comprimento.
- d) Tem os 4 ângulos iguais.
- e) Todas são verdadeiras.



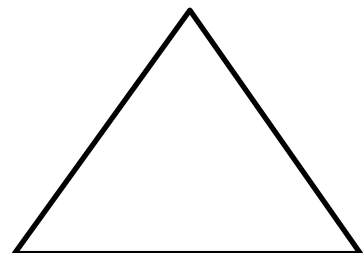
Questão 7: Dê 3 propriedades dos quadrados:

- a) _____
- b) _____
- c) _____



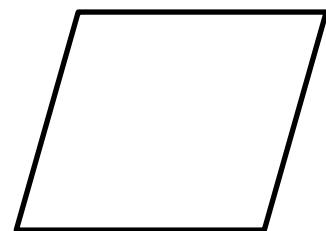
Questão 8: Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

- a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
- b) Um dos ângulos mede 90° .
- c) Dois ângulos têm a mesma medida.
- d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
- e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



Questão 9: Dê 3 propriedades dos paralelogramos:

- a) _____
- b) _____
- c) _____



Questão 10: Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

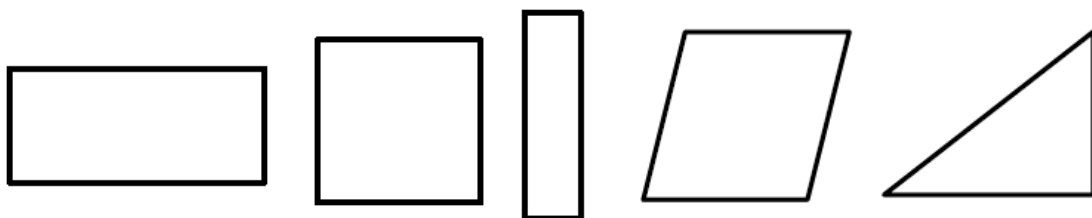


Colégio Municipal Presidente Castello Branco
Avaliação Diagnóstica de Matemática - 8º ANO.

Aluno (a): _____ Turma: _____

Profª. Caroline Araújo

Questão 11: Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulo(s):



Questão 12: Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.

- Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? Sim ou Não? _____
- Por que? _____
- Que tipo de quadrilátero é ABCD? _____

Questão 13: Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo? Sim ou Não? _____.

Por que? _____

Questão 14: Seja F uma figura, considere as afirmativas:

- F é um retângulo.
- F é um triângulo.

Assinale a afirmativa verdadeira:

- Se (1) é verdadeira, então (2) é verdadeira.
- Se (1) é falsa, então (2) é verdadeira.
- (1) e (2) não podem ser ambas verdadeiras.
- (1) e (2) não podem ser ambas falsas.
- Se (2) é falsa, então (1) é verdadeira.

Questão 15: Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

- Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
- Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
- Qualquer propriedade dos retângulos é também válida para os quadrados.
- Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
- Nenhuma das afirmativas anteriores.

Anexo II - Bloco 1 (Atividade 1)

	Colégio Municipal Presidente Castello Branco
	Bloco 1 de Atividades de Matemática - 8º ANO.
	Aluno (a): _____ Turma: _____
Profª. Caroline Araújo	

Atividade 1 – Agrupamentos de figuras

Nesta atividade, você deverá recortar figuras e criar grupos com elas seguindo as instruções abaixo. Use sua mesa para fazer os agrupamentos e os mantenha na mesa ao final de cada item. Os grupos serão utilizados até o final da atividade.

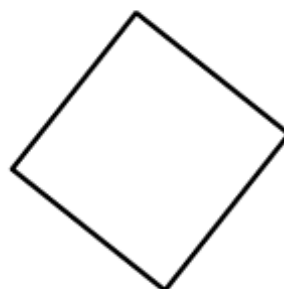
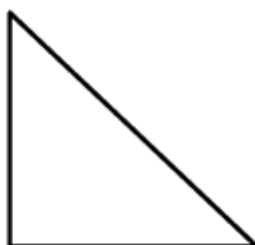
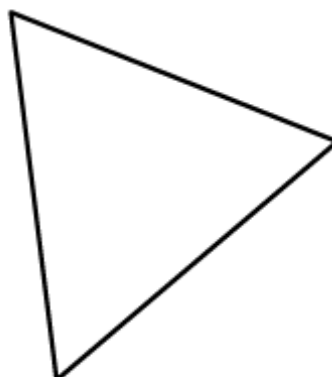
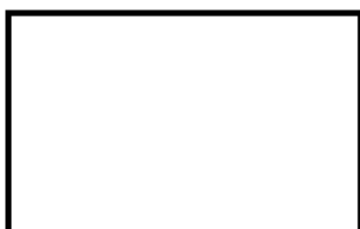
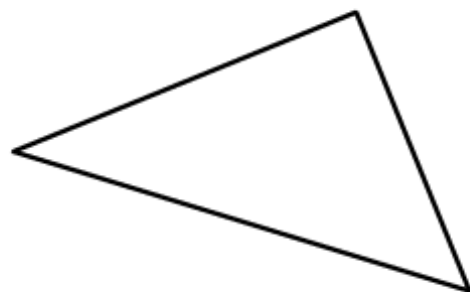
1. Recorte as figuras do Anexo 1.
2. Forme 3 grupos com as figuras recortadas de acordo com sua preferência.
3. Dê um nome para cada um dos grupos formados.
4. Recorte as figuras do Anexo 2.
5. Analise cada uma das figuras do Anexo 2 e verifique se elas se encaixam em algum grupo já criado. Caso a figura se encaixe em algum grupo já criado, insira a figura neste grupo. Caso a figura não se encaixe em nenhum grupo já criado, crie um novo grupo para inseri-la.
6. Caso tenha criado novos grupos na questão 5, dê um nome para cada um deles.
7. Recorte as figuras do Anexo 3.
8. Analise cada uma das figuras do Anexo 3 e verifique se elas se encaixam em algum grupo já criado. Caso a figura se encaixe em algum grupo já criado, insira a figura neste grupo. Caso a figura não se encaixe em nenhum grupo já criado, crie um novo grupo para inseri-la.
9. Caso tenha criado novos grupos na questão 8, dê um nome para cada um deles.
10. Desenhe uma figura que não está em nenhum dos grupos criados anteriormente.
11. A partir da figura desenhada na questão 10, crie um grupo de figuras diferentes das anteriores.
12. Compartilhe suas respostas com os outros grupos e discuta as soluções encontradas.



Colégio Municipal Presidente Castello Branco
Bloco 1 de Atividades de Matemática - 8º ANO.

Aluno (a): _____ Turma: _____

Prof.^a Caroline Araújo



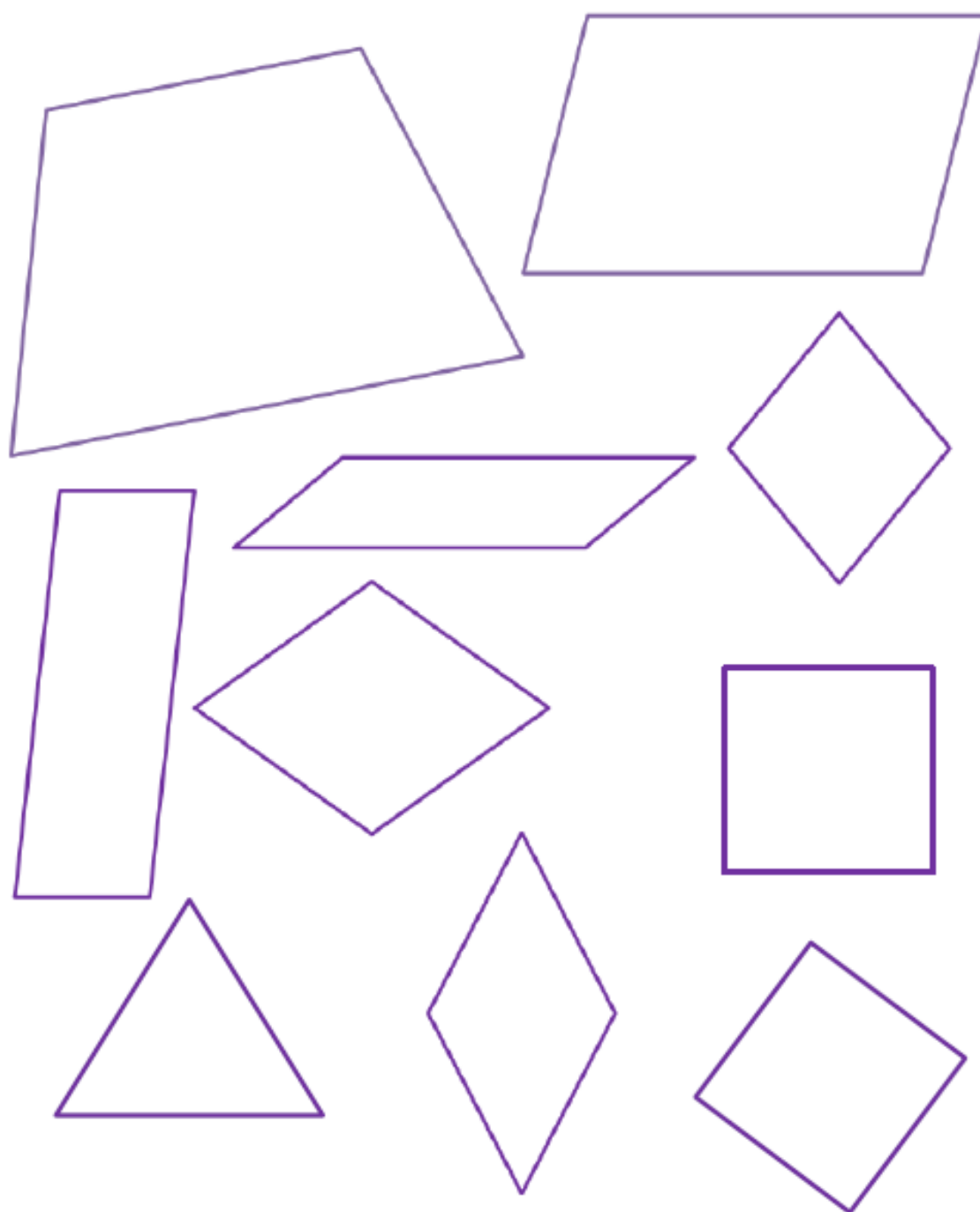


Colégio Municipal Presidente Castello Branco
Bloco 1 de Atividades de Matemática - 8º ANO.

Aluno (a): _____ Turma: _____

Prof^a. Caroline Araújo

ANEXO 2



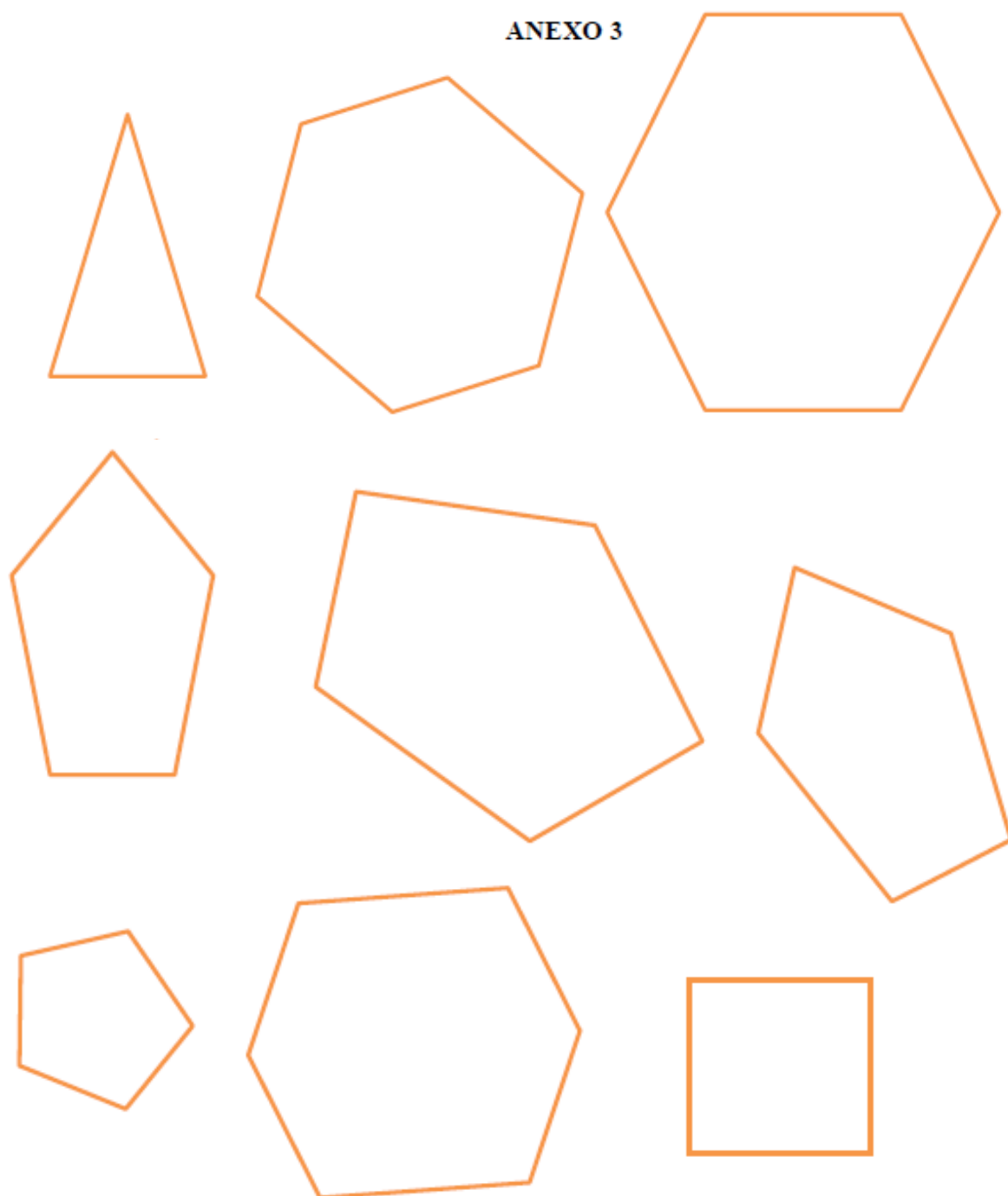


Colégio Municipal Presidente Castello Branco
Bloco 1 de Atividades de Matemática - 8º ANO.

Aluno (a): _____ Turma: _____

Profª. Caroline Araújo

ANEXO 3



Anexo III - Bloco 1 (Atividade 2)

	Colégio Municipal Presidente Castello Branco Bloco 1 de Atividades de Matemática - 8º ANO.
	Aluno (a): _____ Turma: _____
	Profª. Caroline Araújo

Atividade 2 – Construção com palitos

Nesta atividade, você receberá alguns palitos de pirulito que deverá utilizar para fazer as construções pedidas abaixo. Use sua mesa para fazer as construções e as mantenha na mesa ao final de cada item. As construções serão utilizadas até o final da atividade.

1. Utilizando 3 palitos de pirulito construa uma figura plana.
2. Utilizando 4 palitos de pirulito construa uma figura plana.
3. Utilizando 4 palitos de pirulito de mesmo tamanho construa uma figura plana.
4. Utilizando 4 palitos de pirulito sendo dois de mesmo tamanho, e os outros dois também de mesmo tamanho, construa uma figura plana.
5. Utilizando 4 palitos de pirulito construa uma figura plana com um par de lados paralelos.
6. Utilizando 5 palitos de pirulito construa uma figura plana qualquer.
7. Utilizando 6 palitos de pirulito construa uma figura plana qualquer.
8. Compartilhe suas respostas com os outros grupos e discuta as soluções encontradas.

Anexo IV - Bloco 2 (Atividade 1)

	Colégio Municipal Presidente Castello Branco
	Bloco 2 de Atividades de Matemática - 8º ANO.
	Aluno (a): _____ Turma: _____
Profª. Caroline Araújo	

A história do Tangram

O tangram é um famoso quebra-cabeça de origem chinesa, formado por 7 peças que ao serem organizadas podem formar diversas figuras. Mesmo sendo muito conhecido e utilizado, não se tem muitas informações sobre a sua autoria e nem a data da sua criação. Muitos consideram que a origem do nome é uma homenagem à dinastia chinesa *Tan* e que *gran* viria do latim que significa ordenar ou dispor. Também é considerado como a “*tábua das sete sabedorias*” ou a “*tábua das sete sutilezas*”.

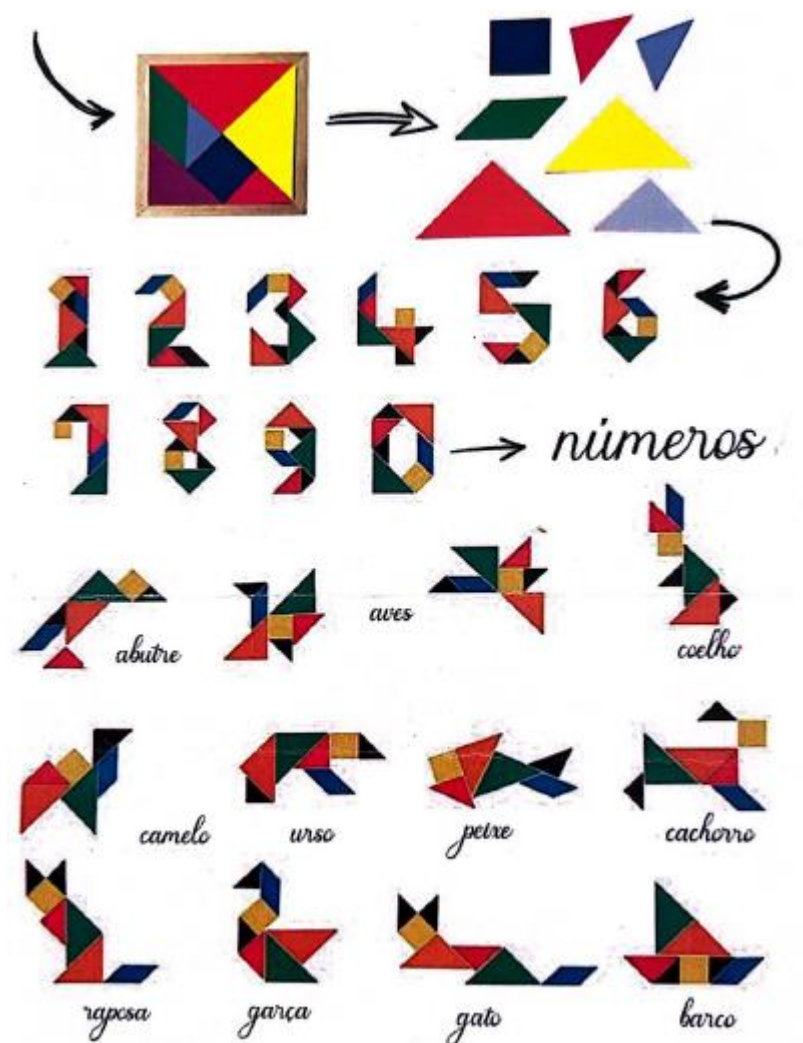
Segundo a lenda mais famosa, esse jogo surgiu quando um serviçal deixou cair a porcelana mais valiosa do palácio, quebrando-a em 7 pedaços. O Imperador exigiu a reposição imediata do vaso ou cortaria a cabeça do serviçal. Depois de inúmeras tentativas, o pobre serviçal tentou colar as peças, mas não conseguiu. Apesar disso, ele notou que, com as 7 peças poderia construir além dos vasos, uma enorme quantidade de figuras. Ao ser novamente chamado pelo Imperador para uma resposta sobre o vaso, o serviçal mostrou a sua descoberta. O Imperador ficou fascinado com o que viu e poupou a cabeça do nosso herói. E com isso, ganhamos esse incrível e instigante jogo.

Atividade 1 – TANGRAM

Nesta atividade, você receberá um quebra-cabeça Tangram que deve ser utilizado para resolver as questões abaixo.

1. É possível construir com apenas duas peças do tangram (*sem sobrepô-las*) uma figura de três lados? Discuta com seu grupo.
2. É possível construir com apenas duas peças do tangram (*sem sobrepô-las*) uma figura de quatro lados? Discuta com seu grupo.
3. É possível construir com apenas três peças do tangram (*sem sobrepô-las*) construa uma figura de quatro lados? Discuta com seu grupo.

4. É possível construir com apenas quatro peças do tangram (*sem sobrepô-las*) uma figura de quatro lados? Discuta com seu grupo.
 5. É possível construir com todas as peças do tangram (*sem sobrepô-las*) uma figura de três lados? Discuta com seu grupo.
 6. É possível construir com todas as peças do tangram (*sem sobrepô-las*) uma figura de quatro lados? Discuta com seu grupo.
 7. Com todas as peças do tangram (*sem sobrepô-las*) construa a figura que desejar.
 8. Guarde todas as peças do Tangram em sua caixa de forma organizada.
- Folha entregue aos alunos com modelos de figuras utilizando as peças do Tangram.



Anexo V - Bloco 2 (Atividade 2)

	Colégio Municipal Presidente Castello Branco
	Bloco 2 de Atividades de Matemática - 8º ANO.
	Aluno (a): _____ Turma: _____
Profª. Caroline Araújo	

Atividade 2: Triângulos

Nesta atividade, você precisará utilizar todas as figuras que foram recortadas no Bloco 1 de Atividades. Pegue as figuras e deixe sobre sua mesa.

1. Selecione dentre as figuras recortadas todos os triângulos.
2. Você consegue encontrar uma característica que seja comum a todos os triângulos?
Anote no espaço a seguir.

3. Com as informações da questão anterior, vamos definir o que são triângulos?

4. Agora, conhecendo a definição de triângulos, você poderia apontar diferenças entre os triângulos recortados? Anote no espaço a seguir.

5. Ao analisar as figuras, podemos separar esses triângulos em 3 grupos. Quais seriam?
Anote no espaço a seguir.

6. Qual critério você usou na questão anterior? Você acha que ele é único? Se não for, forme novos grupos com um outro critério. Anote no espaço a seguir.

Anexo VI - Bloco 2 (Atividade 3)

	Colégio Municipal Presidente Castello Branco
	Bloco 2 de Atividades de Matemática - 8º ANO.
	Aluno (a): _____ Turma: _____
Profª. Caroline Araújo	

Atividade 3: Quadriláteros

Nesta atividade, você precisará utilizar todas as figuras que foram recortadas no Bloco 1.

Pegue as figuras e deixe sobre sua mesa.

1. Selecione dentre as figuras recortadas todos os quadriláteros.
2. Você consegue encontrar uma característica que seja comum a todos os quadriláteros?
Anote no espaço a seguir.

3. Com as informações da questão anterior, vamos definir o que são quadriláteros?

4. Agora, conhecendo a definição de quadriláteros, você poderia apontar diferenças entre os quadriláteros recortados? Anote no espaço a seguir.

5. Vamos separar os quadriláteros recortados em grupos menores. O que vocês propõem? Anote no espaço a seguir.

Anexo VII - Bloco 2 (Atividade 4)

	Colégio Municipal Presidente Castello Branco
	Bloco 2 de Atividades de Matemática - 8º ANO.
	Aluno (a): _____ Turma: _____
Profª. Caroline Araújo	

Atividade 4: Pentágonos e Polígonos

Nesta atividade, você precisará utilizar todas as figuras que foram recortadas no Bloco 1.

Pegue as figuras e deixe sobre sua mesa.

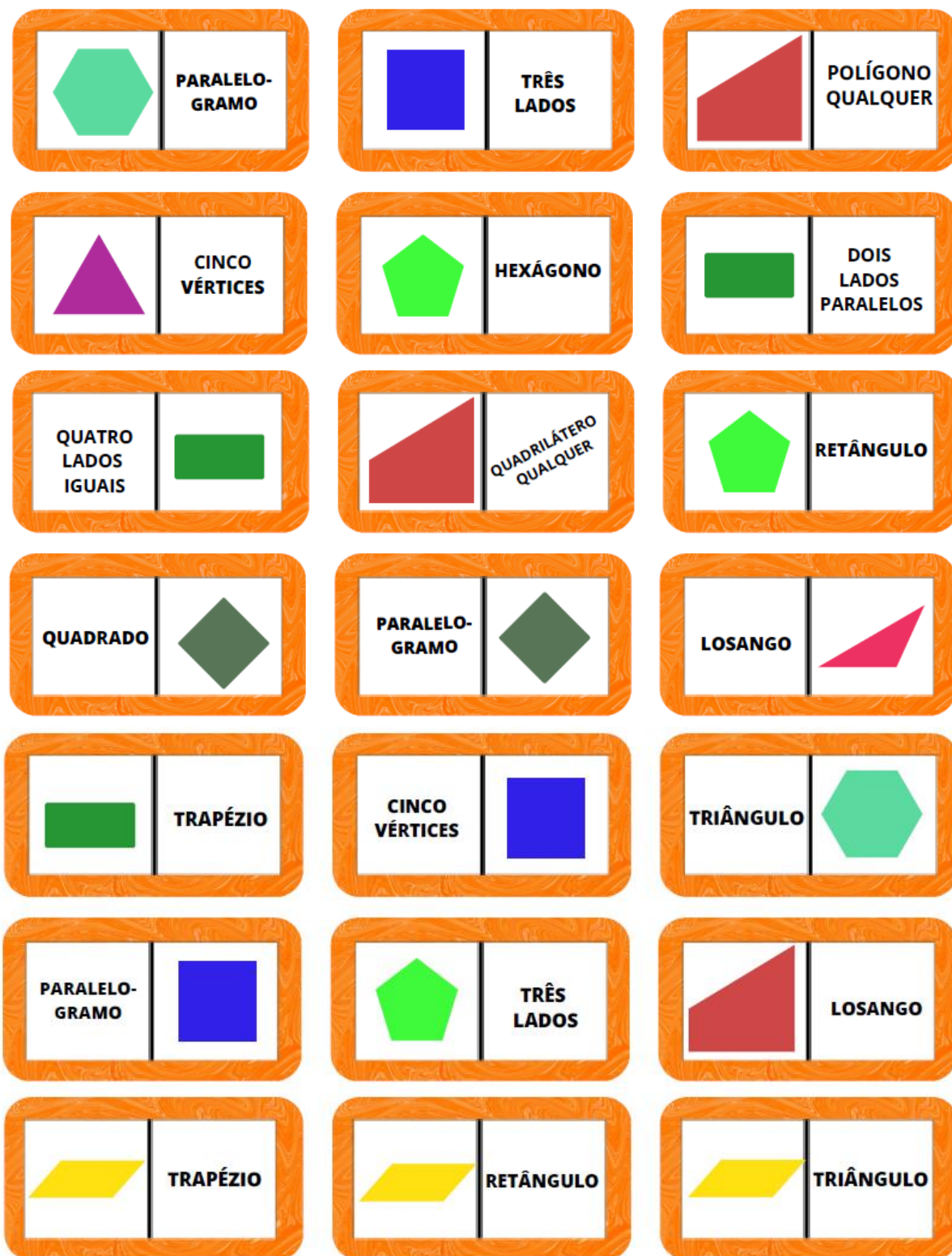
1. Selecione dentre as figuras recortadas todos os pentágonos.
2. Você consegue encontrar uma característica que seja comum a todos os pentágonos?

Anote no espaço a seguir.

3. Com as informações da questão anterior, vamos definir o que são pentágonos?

4. Até aqui, estudamos os triângulos, quadriláteros e pentágonos. Vocês conhecem outras figuras com características similares às dos triângulos, quadriláteros e pentágonos? Se sim, elas possuem algum nome específico? Discuta com seu grupo e anote a seguir o que encontrar (nome e definição, caso tenha encontrado algum exemplo).

Anexo VIII - Bloco 2 (Atividade 5 - Dominó de Polígonos).





APÊNDICE



RECURSO EDUCACIONAL

UMA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE POLÍGONOS PARA NO 8º ANO DA EJA

Orientador: Prof^a Dr^a Lhaylla dos Santos Crissaff

Discente: Caroline da Silva Araujo

Niterói

2024

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	3
1. A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO BRASIL	4
2. METODOLOGIA DE ENSINO.....	6
2.1. O Ensino de Geometria	6
2.2. Materiais Didáticos Manipuláveis.....	7
2.3. Modelo de Desenvolvimento para o Pensamento Geométrico de Van Hiele	8
3. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA	13
3.1. Avaliação Diagnóstica	13
3.2. Bloco 1 de Atividades	16
3.2.1. Atividade 1 - Agrupamentos de figuras	16
3.2.2. Atividade 2 - Construção com palitos.	19
3.3. Bloco 2 de Atividades	21
3.3.1. Atividade 1 - <i>Tangram</i>	21
3.3.2. Atividades 2 e 3 - Triângulos e Quadriláteros.....	24
3.3.3. Atividade 4 - Pentágonos e Polígonos.	27
3.3.4. Atividade 5 - Dominó dos Polígonos.	28
3.4. Avaliação Final	30
CONSIDERAÇÕES FINAIS	32
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	33

O presente produto educacional atua como uma proposta didática de atividades e é referente à dissertação de mestrado intitulada *“Uma Experiência Didática com o Ensino de Polígonos para o 8o Ano da Educação de Jovens e Adultos”*. Tal produto é resultado da pesquisa associada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado ao Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade Federal Fluminense (UFF).

Este recurso educacional propõe ainda a reflexão da relevância do emprego de materiais didáticos manipuláveis nos processos de ensino-aprendizagem dos conteúdos de polígonos. No decorrer deste produto, apresentamos as atividades desenvolvidas com os alunos do 8º Ano do Ensino Fundamental da EJA, são elas: avaliações diagnósticas e dois blocos de atividades.

Para a elaboração das atividades utilizamos o Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele, que chamaremos apenas de Modelo de Van Hiele. Para, objetivamente, potencializar os resultados obtidos por esta metodologia, decidimos também utilizar alguns materiais didáticos manipuláveis desenvolvidos especificamente para apoiar as atividades que serão trabalhadas com os estudantes. Além disso, são abordados aspectos importantes para a construção da sequência didática, para tal tratamos a respeito das diversas dificuldades da EJA, do ensino da Geometria, dos materiais manipuláveis e do famoso Modelo de Van Hiele.

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) é uma modalidade educacional que busca a reparação da dívida que o Brasil, historicamente, possui com um número expressivo de pessoas que não tiveram acesso à educação de qualidade na idade adequada. A falta de educação formal básica afeta a vida das pessoas diretamente, seja no mercado de trabalho, seja na sua autoestima, seja nas relações sociais.

Para Gadotti e Romão (2007), a Educação Básica para jovens e adultos é fundamental, pois oferece uma nova chance para realizarem os estudos, alcançarem primeiramente a alfabetização e posteriormente maior qualificação, possibilitando, assim, a melhoria nas condições de vida.

Os jovens e adultos trabalhadores lutam para superar suas condições precárias de vida (moradia, saúde, alimentação, transporte, emprego, etc.) que está na raiz do problema do analfabetismo. O desemprego, os baixos salários e as péssimas condições de vida comprometem o processo de analfabetismo dos jovens e adultos. Falo de “jovens e adultos” me referindo a “educação de adultos”, porque, na minha experiência concreta, notei que aqueles que frequentavam os programas de educação de adultos são majoritariamente os jovens trabalhadores. (GADOTTI; ROMÃO, 2007, p. 31)

Os estudantes da EJA enfrentam diariamente inúmeras dificuldades para estudarem. Em nossa experiência com estudantes dessa modalidade de ensino, consideramos que os anos de afastamento da sala de aula, o estresse e o cansaço com o trabalho, e outros desafios da vida adulta, colaboram para um grande desânimo com os estudos e contribuem para a evasão escolar.

Um dos grandes problemas existentes no contexto histórico social é a exclusão social de pessoas que por sua condição de vida acabam se tornando excluídas também no contexto educacional. Essa exclusão acontece com jovens e adultos analfabetos, que por seus problemas e dificuldades, não foram alfabetizados no período considerado regular para a alfabetização. (PEDROSO, 2010, p. 1).

A prática em sala de aula nos faz notar que, para além da falta de atenção ampliada à formação de professores e ajustes metodológicos, há a carência de políticas

de incentivo no que se refere à produção de materiais pedagógicos específicos destinados à EJA contribuindo para uma infantilização do ensino (ao não utilizar materiais adaptados para EJA) e não atendendo as necessidades deste público. Obviamente resultando na falta de interesse e desânimo dos estudantes, que por diversas vezes podem evadir.

Devido à carência de materiais didáticos específicos que atenda às necessidades da EJA, o papel do professor nas turmas desta modalidade é fundamental. Cabe aos professores a busca por recursos pedagógicos e metodologias apropriadas para o ensino, investigando a contextualização das atividades, considerando o conhecimento prévio do estudante e facilitando o aprendizado mais formal, além de proporcionar uma interação entre as mais diversas disciplinas.

Conforme Fonseca (2012),

É importante observar que a *busca do essencial* não pode ter a conotação de mera exclusão de alguns conteúdos mais sofisticados, dando a sensação de que os alunos jovens e adultos *receberiam menos* do que os alunos do curso regular. Pelo contrário, é preciso tecer em conjunto uma programação cuja qualidade seja tanto melhor na medida em que é consciente e honestamente elaborada e assumida por aqueles que se dispõem a desenvolvê-la. (FONSECA, 2012, p. 70-71).

Quanto aos conteúdos tratados nos programas de ensino de Matemática da EJA, é crucial levar em consideração o público envolvido nesse processo de ensino-aprendizagem e ajustá-los de acordo.

Consideramos que metodologia de ensino envolve um conjunto de estratégias e ações, que são pensadas e colocadas em prática pelos educadores para que seus alunos alcancem os objetivos e habilidades desejadas. Durante o processo de aprendizagem, os professores podem se valer do uso de variadas metodologias, que se adequem ao seu ambiente escolar e que favoreçam a aprendizagem. Segundo os PCN (BRASIL, 1997),

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos. (BRASIL, 1997, p. 37).

2.1. O Ensino de Geometria

Há diversos desafios no ensino da Geometria, em especial pela relação entre concreto e abstrato existente nessa área, mas há diversas razões para justificar o ensino da Geometria na Educação Básica conforme menciona Lorenzato:

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995. p. 5)

O estudo da Geometria é fundamental à formação intelectual dos estudantes, conforme observa Passos (2010):

[...] o conhecimento básico da Geometria é fundamental para os indivíduos interagirem em seu meio [...] A Geometria pode ser considerada como uma ferramenta muito importante para a descrição e interrelação do homem com o espaço em que vive, já que pode ser considerada como a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e

ligada com a realidade. (PASSOS, 2000, p.48 e 29 *apud* NOGUEIRA, 2010, p. 3)

Alguns autores apontam as causas para o abandono do ensino da Geometria, uma delas está ligada à formação dos professores que lecionam Matemática. De acordo com Passos (2000), em sua tese de doutorado, a falta do conhecimento geométrico “tem sido apontado como uma possível causa do “esvaziamento” desses conteúdos nas aulas de Matemática” (p. 59). Assim como Lorenzato (1995) que destaca a formação do professor como o principal obstáculo para o ensino da Geometria.

No entanto, a caótica situação do ensino da Geometria possui outras causas que, embora mais distantes da sala de aula, não são menos maléficas que as duas anteriores. Uma delas é o currículo (entendido diminutamente como conjunto de disciplinas): nos nossos cursos de formação de professores, que possibilitam ao seu término o ensino da Matemática ou Didática da Matemática (Licenciatura em Ciências, em Matemática, em Pedagogia e Formação para o Magistério), a Geometria possui uma fragilíssima posição, quando consta. Ora, como ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece, está aí mais uma razão para o atual esquecimento geométrico. (LORENZATO, 1995, p. 4)

Em geral, ainda há professores que escolhem não ensinar os conteúdos geométricos em suas aulas, muitas vezes devido a sua insegurança para ensinar esses conteúdos decorrentes da sua frágil formação. Alguns educadores não possuem os conhecimentos geométricos necessários para a realização plena das suas práticas pedagógicas.

2.2. Materiais Didáticos Manipuláveis

Para Kaleff (2006), em relação ao papel do MD nos procedimentos de construção de conceitos,

Acredita-se que tanto os materiais concretos quanto os virtuais, como, por exemplo, jogos do tipo *quebra-cabeça*, bi e tridimensionais (mesmo quando apresentados na tela do computador), somente podem cumprir o seu papel de mediador lúdico e atraente no desenvolvimento das habilidades e conceitos geométricos na medida em que o professor tenha mais clareza do papel dessas habilidades, e de suas relações, para o surgimento de obstáculos cognitivos na formação de conceitos geométricos. (KALEFF, 2006, p. 127-128).

Quando pensamos nos estudantes da EJA, onde uma parcela significativa esteve ausente do ambiente escolar por um longo período, o aprendizado da Matemática torna-

se mais complexo. Ao retornarem à escola depois de tantos anos, estes estudantes enfrentam um processo de transição, já que a instituição que deixaram anos atrás está agora completamente transformada assim como eles próprios estão transformados. Acreditamos que o uso dos MD pode contribuir nesse retorno do estudante com uma nova percepção sobre os conteúdos e a sala de aula.

Compreende-se que a utilização de MD no ensino de Geometria é fundamental. O seu uso oferece aos estudantes a oportunidade de trabalhar com atividades em que são protagonistas, manipulando os materiais, questionando e interagindo com os conteúdos, facilitando a construção do seu conhecimento.

Para garantir uma experiência significativa aos estudantes, é extremamente importante que eles participem ativamente na elaboração do MD. Promovendo maior reflexão e exploração dos materiais, resultando em um excelente aproveitamento do material. Além de gerar reconhecimento dos alunos diante de algo que foi produzido por eles e gerando conexão com os conteúdos.

2.3. Modelo de Desenvolvimento para o Pensamento Geométrico de Van Hiele

Desenvolvido pelo casal holandês de pesquisadores Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof a partir das suas teses de doutorado em 1957, o Modelo de Van Hiele foi formulado baseado nos obstáculos enfrentados pelos seus alunos na aprendizagem da Geometria (Kaleff *et al.* (1994)). Ao investigar as dificuldades de compreensão que os alunos do curso secundário demonstravam, o casal constatou que os mesmos avançavam segundo uma sequência de níveis de assimilação dos conceitos durante a aprendizagem da disciplina e começaram a trabalhar sobre isso.

Através da realização de experiências metodológicas, o casal Van Hiele pôde observar a origem das dificuldades apresentadas pelos estudantes. Após refletirem sobre o assunto, o casal propôs um modelo de evolução para a assimilação dos conceitos geométricos, além de investigar como os professores poderiam planejar as suas aulas para auxiliarem nessa evolução dos estudantes. Conforme Kaleff *et al.* (1994), os resultados da pesquisa do casal começaram a ser publicados em 1959. Porém, como o falecimento da Dina ocorreu após a publicação dos trabalhos iniciais, apenas o Pierre desenvolveu e formulou toda a teoria. Para Kaleff *et al.* (1994),

Nos trabalhos iniciais, os van Hiele desenvolveram a estrutura para uma experiência com os níveis de pensamento, com o objetivo de ajudar o estudante a desenvolver *insight* em geometria. Eles definem *insight* como se segue. Uma pessoa mostra *insight* se: (a) é capaz de se desempenhar numa possível situação não usual; (b) desenvolve corretamente e adequadamente as ações requeridas pela situação; (c) desenvolve deliberadamente e conscientemente um método que resolva a situação. Para terem *insight* os estudantes entendem *o que* estão fazendo, *por que* estão fazendo algo, e *quando* o fazem. Eles são capazes de aplicar seu conhecimento ordenadamente para resolver problemas. (KALEFF *et al.*, 1994, p. 4)

O Modelo de Van Hiele descreve cinco níveis hierárquicos de aprendizagem geométrica, cada um apresenta características distintas identificadas por um aspecto importante que nomeia o estágio. Consideramos a nomenclatura proposta pelas autoras Nasser e Sant'anna (2017).

Confira no Quadro 1 a seguir, as características de cada nível de desenvolvimento do pensamento geométrico segundo o Modelo de Van Hiele, conforme Nasser e Sant'anna (1997).

Quadro 1 - Os Níveis de Van Hiele para o Desenvolvimento do Raciocínio em Geometria

Níveis de Van Hiele	Características	Exemplos
1º Nível (Básico) Reconhecimento	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras por sua aparência global.	Classificação de recortes de polígonos em grupos de triângulos, quadriláteros, pentágonos, e outros.
2º Nível Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um polígono através de suas propriedades: lados iguais ou não, se possui ângulos retos, lados opostos paralelos e iguais.

3º Nível Abstração	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
4º Nível Dedução	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
5º Nível Rigor	Capacidade de compreender demonstrações formais. Estabelecimento de teoremas de diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria infinita.

Fonte: Nasser e Sant'Anna (2017)

Conforme Kaleff *et al.* (1994) e Nasser e Sant'anna (2017), o educador desempenha um papel fundamental na aplicação do Modelo de Van Hiele como uma metodologia de ensino, bem como em qualquer outra metodologia. Cabe ao professor a responsabilidade de elaborar e ordenar adequadamente atividades para que o estudante consiga atingir o que é necessário em um nível e seguir naturalmente para o seguinte, percorrendo assim os cinco níveis hierárquicos de desenvolvimento do pensamento.

Para enriquecer ainda mais com esse processo, o casal Van Hiele também desenvolveu uma sequência composta de cinco fases de aprendizagem que podem ser utilizadas como guia de trabalho em cada nível. Após as cinco fases estima-se que o aluno esteja apto para o nível seguinte, novamente sequenciando as cinco fases através de novas atividades. Como não é obrigatório que o estudante passe por todas as fases de aprendizagem em cada nível, cabe ao professor à escolha das fases que deseja abordar ao trabalhar um determinado conteúdo em um nível.

O Modelo de Van Hiele nomeia as fases como: Informação, Orientação Dirigida, Explicação, Orientação Livre e Integração. As cinco fases de aprendizagem possuem características únicas, conforme Kaleff *et al.* (1994, p. 6-7):

- *Fase 1 - Questionamento ou Informação:* Nesta fase, professor e aluno dialogam a respeito do material de estudo do nível atual. É neste momento que os alunos compartilham os conhecimentos já adquiridos sobre o conteúdo a partir de observações e dos questionamentos feitos. O professor usa essas informações para conduzir os estudos. Nesta fase, o educador necessita de atenção com relação à linguagem utilizada, já que aos poucos o vocabulário específico será introduzido.
- *Fase 2 - Orientação Direta:* Nesta fase os estudantes exploram o objeto de estudo por meio das atividades e materiais que foram selecionados e organizados em sequência pelo professor. A sequência deverá ser construída de forma crescente de nível de dificuldade. O objetivo das atividades desta fase é familiarizar os estudantes com as estruturas características do nível. As atividades desta fase geralmente são elaboradas de maneira simples, com questões que resultam em respostas objetivas e que auxiliem o educando no desenvolvimento das habilidades desejadas pelo professor.
- *Fase 3 - Explicação:* Os alunos verbalizam suas observações e opiniões sobre as experiências vivenciadas e modificam suas perspectivas sobre as estruturas analisadas anteriormente. O papel do professor nesta fase é mínimo, procurando apenas direcionar o diálogo, permitindo que o estudante busque de maneira livre suas relações com o objeto de estudo.
- *Fase 4 - Orientação Livre:* O objetivo desta fase é a busca do desenvolvimento dos estudantes nas próprias soluções das atividades propostas. Por isso, cabe ao professor à construção de atividades mais complexas que na fase anterior e que possibilitem aos educandos diversas soluções distintas. Essas atividades devem ser construídas de maneira que por meio dos conhecimentos adquiridos anteriormente os estudantes escolham o melhor caminho para a solução. Desta forma, o estudante ganhará experiência de forma individual na resolução das atividades.
- *Fase 5 - Integração:* É dedicada à revisão e à síntese dos conteúdos estudados durante o nível de aprendizagem. Seu objetivo é integrar os conceitos, os objetos de

estudo e suas relações. O papel fundamental do professor nesta fase é a contribuição no processo, mediante atividades que não exploram conceitos novos, sendo baseadas somente na visão geral do que já foi estudado, proporcionando ao aluno experiências e observações globais.

Espera-se que o estudante ao final da quinta fase de aprendizagem tenha progredido a um novo nível de pensamento geométrico, assim estará preparado para repetir as fases no próximo nível. Ainda considerando os cinco níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, devido à necessidade da hierarquia, é fundamental que o aluno obtenha o nível de compreensão e abstração após o domínio de cada nível. Portanto, é crucial a realização de testes diagnósticos antes do início das atividades de determinado conteúdo, para que assim o professor possa identificar o nível dos alunos e assim permitir a melhor organização das atividades a serem realizadas.

A sequência didática é adotada para o ensino do conteúdo de Polígonos nas turmas de 8o Ano da EJA. Tal sequência é constituída por uma Avaliação Diagnóstica, seguida por dois blocos de atividades, sendo o Bloco 1 composto por duas atividades e o Bloco 2 com cinco atividades. Por fim, recomendamos a reaplicação da mesma Avaliação Diagnóstica do início das atividades a fim de que se comparem os resultados, verificando os níveis de aprendizagem dos alunos conforme o Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele.

Diante da necessidade de organização e cautela com a elaboração das atividades, os testes diagnósticos realizados no presente trabalho se encontram no *Anexo 1 - Avaliação Diagnóstica* e retirada do livro das autoras Nasser e Sant'Anna (2017). Os testes adaptados são resultados da pesquisa do Projeto Fundão da Universidade Federal do Rio de Janeiro, cujo foco era a melhoria da aprendizagem em Geometria através da identificação do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes para assim auxiliar os professores na produção e planejamento das atividades a serem desenvolvidas em sala de aula.

3.1. Avaliação Diagnóstica

A Avaliação Diagnóstica (AD) foi integralmente extraída do livro das autoras Nasser e Sant'Anna (2017). Não consideramos ser necessário adaptar a AD das mencionadas autoras, pois esta avaliação foi considerada totalmente adequada ao nosso trabalho.

O principal objetivo da aplicação da AD é a investigação dos níveis de pensamento geométrico dos estudantes. O teste original é composto por três páginas, sendo cada uma delas contendo 5 questões de um dado nível. A AD é capaz, portanto, de detectar se o estudante atingiu até o nível 3 do Modelo de Van Hiele. Consideramos que o aluno alcança certo nível de pensamento ao acertar pelo três das cinco questões presentes em cada nível.

A seguir serão apresentados alguns dados referentes à AD que podem ser utilizados como guia pelos professores que desejarem reapplicar a AD em suas salas de aula:

Objetivos: Identificar em que nível do Modelo de Van Hiele cada estudante está.

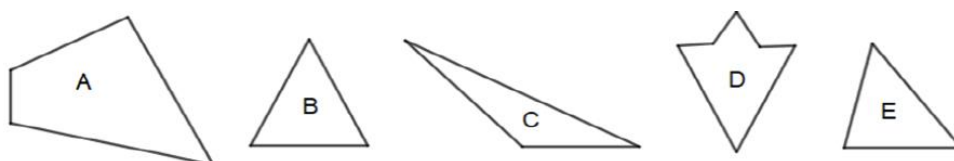
Material Necessário: folha de atividades, lápis ou lápis de cor.

Tipo de Atividade: individual e sem consulta.

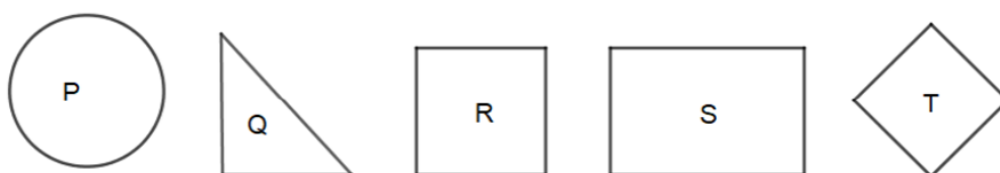
Tempo médio para realização da atividade: dois tempos de aula com 40 minutos, sendo um deles para cada página da atividade.

Figura 1: Parte 1 da Avaliação Diagnóstica

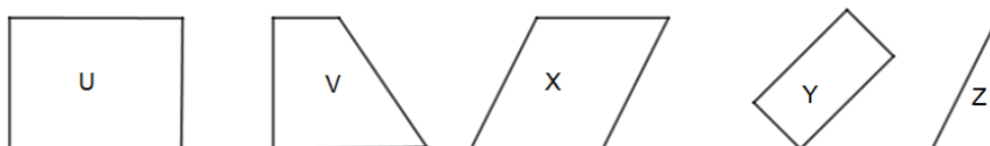
Questão 1: Assinale o(s) triângulo(s):



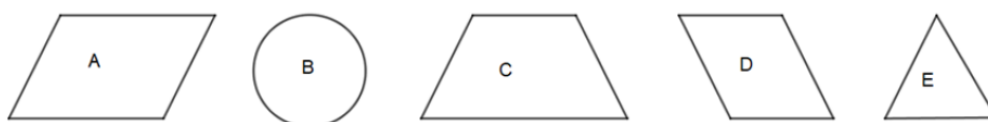
Questão 2: Assinale o(s) quadrado(s):



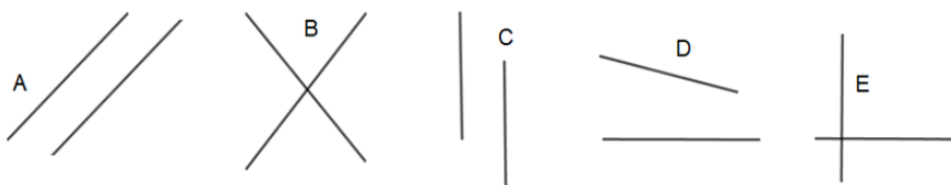
Questão 3: Assinale o(s) retângulo(s):



Questão 4: Assinale o(s) paralelogramo(s):



Questão 5: Assinale os pares de retas paralelas:

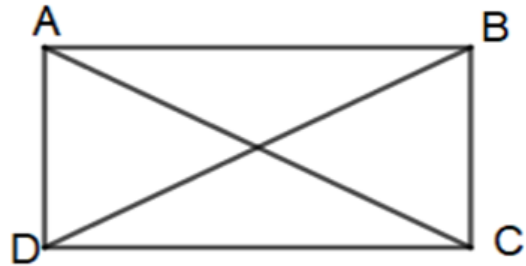


Fonte: Nasser e Sant'anna (2017)

Figura 2: Parte 2 da Avaliação Diagnóstica

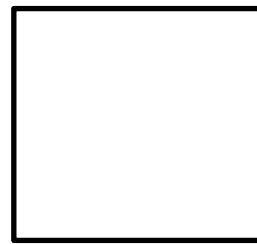
Questão 6: No retângulo ABCD, as linhas AD e BC são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

- a) Tem 4 ângulos retos.
- b) Tem lados opostos paralelos.
- c) Tem diagonais de mesmo comprimento.
- d) Tem os 4 ângulos iguais.
- e) Todas são verdadeiras.



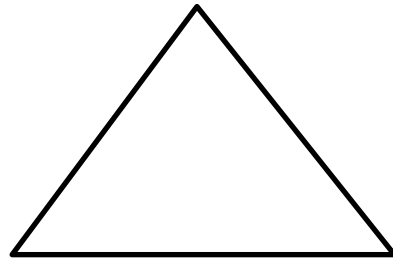
Questão 7: Dê 3 propriedades dos quadrados:

- a) _____
- b) _____
- c) _____



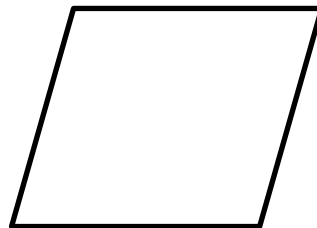
Questão 8: Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

- a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
- b) Um dos ângulos mede 90° .
- c) Dois ângulos têm a mesma medida.
- d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
- e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



Questão 9: Dê 3 propriedades dos paralelogramos:

- a) _____
- b) _____
- c) _____



Questão 10: Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

Fonte: Nasser e Sant'anna (2017)

Gabarito - Parte 1 e 2:

Questão 1: B, C e E

Questão 2: R e T

Questão 3: U e Y

Questão 4: A e D

Questão 5: A e C

Questão 6: E

Questão 7: Propriedades do quadrados: são polígonos de quatro lados congruentes, quatro ângulos congruentes, quatro ângulos retos, diagonais de mesma medida e perpendiculares.

Questão 8: C

Questão 9: Propriedades dos paralelogramos: são polígonos que possuem seus lados opostos paralelos e congruentes. Os ângulos internos consecutivos são suplementares, isto é, somam 180º, além das diagonais que se cortam ao meio.

Questão 10: Resposta pessoal, podendo ser, por exemplo, trapézios ou quadrilátero qualquer.

3.2. Bloco 1 de Atividades

Apresentaremos, nesta seção, as atividades 1 e 2 do Bloco 1 da sequência didática, abordando o conteúdo de polígonos através dos seus aspectos visuais. As atividades deste bloco buscam levar os estudantes a alcançar o Nível 1 do Modelo de Van Hiele. Em seguida, detalharemos a organização das atividades.

3.2.1. Atividade 1 - Agrupamentos de figuras

- **Detalhamento da Atividade 1 - Bloco 1:**

Nome da Atividade 1: Agrupamentos de figuras.

Objetivo: Classificar os polígonos de 3 a 6 lados e nomeá-los.

Material Necessário: Folha de atividades, folha com diversos polígonos com diferentes tamanhos e posicionados em diferentes posições (como mostrado no Anexo 2), tesoura, lápis e borracha. Consideramos adequado que a folha com as instruções da atividade seja impressa em papel sulfite (A4), que comumente utilizamos. Para a impressão das

páginas com os polígonos a serem recortados recomenda-se o papel cartão por possuir maior gramatura. Esse detalhe facilita a manipulação dos polígonos e fornece durabilidade para as atividades seguintes.

Tipo de Atividade: Para a realização desta atividade, os alunos trabalham de forma individual, em duplas ou trios.

Atividade 1 – Agrupamentos de figuras.

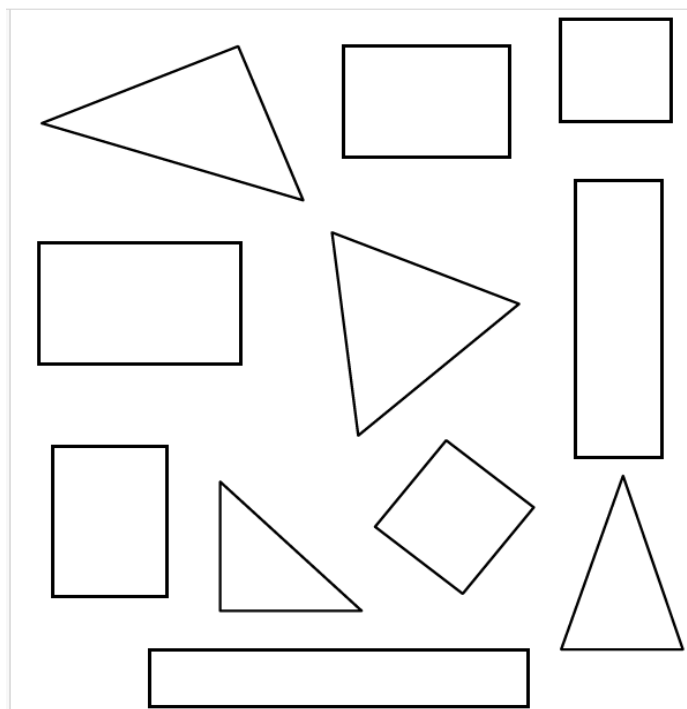
Nesta atividade, você deverá recortar figuras e criar grupos com elas seguindo as instruções abaixo. Use sua mesa para fazer os agrupamentos e os mantenha na mesa ao final de cada item. Os grupos serão utilizados até o final da atividade.

1. Recorte as figuras do Anexo 1.
2. Forme 3 grupos com as figuras recortadas de acordo com sua preferência.
3. Dê um nome para cada um dos grupos formados.
4. Recorte as figuras do Anexo 2.
5. Analise cada uma das figuras do Anexo 2 e verifique se elas se encaixam em algum grupo já criado. Caso a figura se encaixe em algum grupo já criado, insira a figura neste grupo. Caso a figura não se encaixe em nenhum grupo já criado, crie um novo grupo para inseri-la.
6. Caso tenha criado novos grupos na questão 5, dê um nome para cada um deles.
7. Recorte as figuras do Anexo 3.
8. Analise cada uma das figuras do Anexo 3 e verifique se elas se encaixam em algum grupo já criado. Caso a figura se encaixe em algum grupo já criado, insira a figura neste grupo. Caso a figura não se encaixe em nenhum grupo já criado, crie um novo grupo para inseri-la.
9. Caso tenha criado novos grupos na questão 8, dê um nome para cada um deles.
10. Desenhe uma figura que não está em nenhum dos grupos criados anteriormente.
11. A partir da figura desenhada na questão 10, crie um grupo de figuras diferentes das anteriores.

12. Compartilhe suas respostas com os outros grupos e discuta as soluções encontradas.

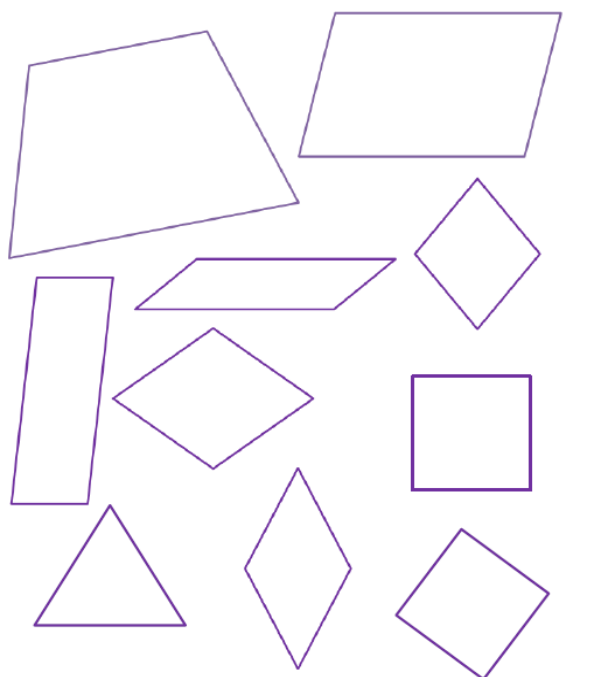
Fonte: elaborado pela autora (2024).

Figura 3: Anexo 1 da Atividade Agrupamento de Figuras.



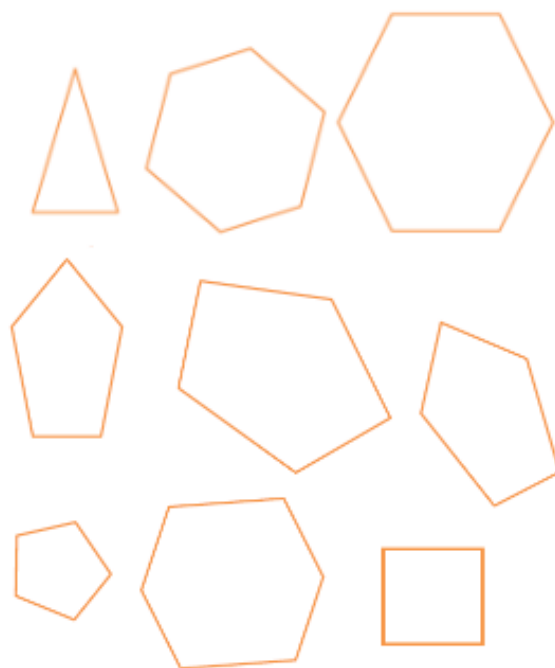
Fonte: elaborado pela autora (2024).

Figura 4: Anexo 2 da Atividade Agrupamento de Figuras.



Fonte: elaborado pela autora (2024).

Figura 5: Anexo 3 da Atividade Agrupamento de Figuras.



Fonte: elaborado pela autora (2024).

As Figuras 3, 4 e 5 que ilustram os Anexos da Atividade 1 (Agrupamento de Figuras) estão reduzidas neste texto, porém devem ser aplicadas em três folhas de papel cartão do tamanho da folha A4.

Gabarito da Atividade 1 - Agrupamento de figuras:

Questão 3: Criação dos grupos: Triângulos, Quadrados e Retângulos.

Questão 5 e 6: Criação dos grupos: Paralelogramos e Trapézios.

Questão 8 e 9: Criação dos grupos: Pentágonos e Hexágonos

Questão 10 e 11: Espera-se a construção de figuras com mais de seis lados e a nomeação do grupo criado para incluí-la.

3.2.2. Atividade 2 - Construção com palitos.

Dando sequência às atividades do Bloco 1, a seguir detalharemos a atividade 2.

- **Detalhamento da Atividade 2 - Bloco 1:**

Nome da Atividade 2: Construção com palitos.

Objetivos: Visto que esta atividade pertence ao Bloco 1, seu principal objetivo é, assim como na atividade 1, a exploração dos polígonos com foco nas suas características visuais. Além de fazer os alunos progredirem para o Nível 1 do Modelo de Van Hiele.

Material Necessário: Uma folha com as instruções da atividade, palitos de pirulito cortados em pelo menos 3 tamanhos diferentes e massa de modelar. A preferência pelos palitos de pirulito se deve a sua rigidez.

Tipo de Atividade: A atividade pode ser realizada de maneira individual, em duplas ou trios.

Tempo médio para realização da atividade: De um a dois tempos de aula de 40 minutos.

Atividade 2 – Construção com palitos.

Nesta atividade, você receberá alguns palitos de pirulito que deverá utilizar para fazer as construções pedidas abaixo. Use sua mesa para fazer as construções e as mantenha na mesa ao final de cada item. As construções serão utilizadas até o final da atividade.

1. Utilizando 3 palitos de pirulito construa uma figura plana.
2. Utilizando 4 palitos de pirulito construa uma figura plana.
3. Utilizando 4 palitos de pirulito de mesmo tamanho construa uma figura plana.
4. Utilizando 4 palitos de pirulito sendo dois de mesmo tamanho, e os outros dois também de mesmo tamanho, construa uma figura plana.
5. Utilizando 4 palitos de pirulito construa uma figura plana com um par de lados paralelos.
6. Utilizando 5 palitos de pirulito construa uma figura plana qualquer.
7. Utilizando 6 palitos de pirulito construa uma figura plana qualquer.
8. Compartilhe suas respostas com os outros grupos e discuta as soluções encontradas.

Fonte: elaborado pela autora (2024).

Gabarito da Atividade 2 - Construção com palitos.

Questão 1: Construção de um triângulo qualquer.

Questão 2: Construção de um quadrilátero qualquer.

Questão 3: Construção de um quadrilátero com 4 lados iguais.

Questão 4: Construção de um quadrilátero com lados iguais dois a dois, exemplos: retângulos e paralelogramos.

Questão 5: Construção de um quadrilátero com um par de lados paralelos, exemplos: trapézios e paralelogramos.

Questão 6: Construção de um pentágono.

Questão 7: Construção de um hexágono.

3.3. Bloco 2 de Atividades

Neste tópico serão apresentadas as atividades de 1 a 5 do Bloco 2. O objetivo central destas atividades é que os estudantes sejam capazes de analisar os principais elementos das figuras, reconheçam suas propriedades e saibam utilizá-las. As atividades foram elaboradas para alcançar o Nível 2 do Modelo de Van Hiele.

3.3.1. Atividade 1 - *Tangram*

A construção da primeira atividade (*Tangram*) foi desenvolvida com o principal objetivo de auxiliar os estudantes no reconhecimento visual dos polígonos estudados e de suas propriedades de maneira concreta e interativa. Por se tratar do *Tangram*, os polígonos utilizados nesta atividade são os triângulos, paralelogramos e quadrados.

- **Detalhamento da Atividade 1 - Bloco 2:**

Nome da Atividade 1: *Tangram*.

Objetivos: Reconhecimento dos polígonos que formam o tangram.

Material Necessário: Folhas de atividades, um *tangram* feito em MDF¹ colorido para cada um dos grupos.

Tipo de Atividade: A realização da atividade pode ser de maneira individual, em duplas ou trios.

Tempo médio para realização da atividade: De 1 a 2 tempos de aula de 40 minutos.

A história do Tangram

O tangram é um famoso quebra-cabeça de origem chinesa, formado por 7 peças que ao serem organizadas podem formar diversas figuras. Mesmo sendo muito conhecido e utilizado, não se tem muitas informações sobre a sua autoria e nem a data da sua criação. Muitos consideram que a origem do nome é uma homenagem à dinastia chinesa *Tan* e que *gran* viria do latim que significa ordenar ou dispor. Também é considerado como a “*tábua das sete sabedorias*” ou a “*tábua das sete sutilezas*”.

Segundo a lenda mais famosa, esse jogo surgiu quando um serviçal deixou cair a porcelana mais valiosa do palácio, quebrando-a em 7 pedaços. O Imperador exigiu a reposição imediata do vaso ou cortaria a cabeça do serviçal. Depois de inúmeras tentativas, o pobre serviçal tentou colar as peças, mas não conseguiu. Apesar disso, ele notou que, com as 7 peças, poderia construir além dos vasos, uma enorme quantidade de figuras. Ao ser novamente chamado pelo Imperador para uma resposta sobre o vaso, o serviçal mostrou a sua descoberta. O Imperador ficou fascinado com o que viu e poupou a cabeça do nosso herói. E com isso, ganhamos esse incrível e instigante jogo.

Atividade 1 – TANGRAM

Nesta atividade, você receberá um quebra-cabeça Tangram que deve ser utilizado para resolver as questões abaixo.

1. É possível construir com apenas duas peças do tangram (*sem sobreposição*) uma figura de três lados? Discuta com seu grupo.
2. É possível construir com apenas duas peças do tangram (*sem sobreposição*) uma figura de quatro lados? Discuta com seu grupo.

¹ MDF é uma sigla do inglês ‘Medium Density Fiberboard’. É um tipo de madeira final utilizada na construção civil e de móveis.

3. É possível construir com apenas três peças do tangram (*sem sobreposição*) construa uma figura de quatro lados? Discuta com seu grupo.
4. É possível construir com apenas quatro peças do tangram (*sem sobreposição*) uma figura de quatro lados? Discuta com seu grupo.
5. É possível construir com todas as peças do tangram (*sem sobreposição*) uma figura de três lados? Discuta com seu grupo.
6. É possível construir com todas as peças do tangram (*sem sobreposição*) uma figura de quatro lados? Discuta com seu grupo.
7. Com todas as peças do tangram (*sem sobreposição*) construa a figura que desejar.
8. Guarde todas as peças do Tangram em sua caixa de forma organizada.

Fonte: elaborado pela autora (2024).

- Folha entregue aos alunos com modelos de figuras utilizando as peças do Tangram.



Gabarito da Atividade 1 - Tangram

Questão 1: Construção de um triângulo qualquer com duas peças do *Tangram*.

Questão 2: Construção de um quadrilátero qualquer com duas peças do *Tangram*.

Questão 3: Construção de um quadrilátero qualquer com três peças do *Tangram*.

Questão 4: Construção de um quadrilátero qualquer com quatro peças do *Tangram*.

Questão 5: Construção de um triângulo qualquer com todas peças do *Tangram*.

Questão 6: Construção de um quadrilátero qualquer com todas peças do *Tangram*.

Questão 7: Construção de uma das figuras de acordo com a folha com os exemplos.

Questão 8: Guardar corretamente todas as peças do *Tangram* na caixa.

3.3.2. Atividades 2 e 3 - Triângulos e Quadriláteros.

As atividades propostas nesta seção podem ser realizadas no mesmo dia pelos estudantes. Seus objetivos são semelhantes, sendo uma atividade referente aos triângulos e a outra referente aos quadriláteros.

- **Detalhamento das Atividades 2 e 3 - Bloco 2:**

Nome da Atividade 2: Triângulos.

Nome da Atividade 3: Quadriláteros.

Objetivos: Analisar as figuras (triângulos na atividade 2 e quadriláteros na atividade 3) através das suas características, reconhecer suas propriedades usando-as para solucionar as questões propostas.

Material Necessário: Folha de atividades e polígonos recortados no Bloco 1.

Tipo de Atividade: Os alunos foram organizados em duplas ou trios.

Tempo médio para realização da atividade: 1 tempo de aula de 40 minutos para a realização de cada atividade.

Atividade 2: Triângulos.²

Nesta atividade, você precisará utilizar todas as figuras que foram recortadas no Bloco 1 de Atividades. Pegue as figuras e deixe sobre sua mesa.

1. Selecione dentre as figuras recortadas todos os triângulos.
2. Você consegue encontrar uma característica que seja comum a todos os triângulos? Anote no espaço a seguir.
3. Com as informações da questão anterior, vamos definir o que são triângulos?
4. Agora, conhecendo a definição de triângulos, você poderia apontar diferenças entre os triângulos recortados? Anote no espaço a seguir.
5. Ao analisar as figuras, podemos separar esses triângulos em 3 grupos. Quais seriam? Anote no espaço a seguir.
6. Qual critério você usou na questão anterior? Você acha que ele é único? Se não for, forme novos grupos com outro critério. Anote no espaço a seguir.

Fonte: elaborado pela autora (2024).

Gabarito da Atividade 2 - Triângulos:

Questão 2: Resposta pessoal. Os alunos podem responder de acordo com as suas percepções visuais que: todas as figuras são polígonos que possuem, por exemplo, três lados, três ângulos ou três vértices.

Questão 3: Triângulos são figuras geométricas planas compostas de três segmentos de reta, que chamamos de lados, o encontro dos lados é chamado de vértice, logo os triângulos possuem três. Além de possuírem três ângulos internos, cuja soma é 180° e três ângulos externos, cuja soma é equivalente à 360° .

Questão 4: As diferenças apontadas podem ser com relação à igualdade entre as medidas dos lados ou dos ângulos.

² As questões da Atividade 2, 3 e 4 possuíam espaço para a solução das questões. Neste texto o espaço foi omitido.

Questão 5: Apontamento das classificações quanto aos lados e quanto aos ângulos. Com relação aos lados: equiláteros, isósceles e escalenos, já com relação aos ângulos: retângulos, acutângulo ou obtusângulo.

Questão 6: O item que não foi respondido na questão anterior poderá ser incluído na solução desta questão.

Atividade 3: Quadriláteros.

Nesta atividade, você precisará utilizar todas as figuras que foram recortadas no Bloco 1. Pegue as figuras e deixe sobre sua mesa.

1. Selecione dentre as figuras recortadas todos os quadriláteros.
2. Você consegue encontrar uma característica que seja comum a todos os quadriláteros? Anote no espaço a seguir.
3. Com as informações da questão anterior, vamos definir o que são quadriláteros?
4. Agora, conhecendo a definição de quadriláteros, você poderia apontar diferenças entre os quadriláteros recortados? Anote no espaço a seguir.
5. Vamos separar os quadriláteros recortados em grupos menores. O que vocês propõem? Anote no espaço a seguir.

Fonte: elaborado pela autora (2024).

Gabarito da Atividade 3 - Quadriláteros:

Questão 2: Resposta pessoal. Os alunos podem responder de acordo com as suas percepções visuais que: todas as figuras são polígonos que possuem, por exemplo, quatro lados, quatro ângulos ou quatro vértices.

Questão 3: Quadriláteros são figuras geométricas planas compostas de quatro segmentos de reta, que chamamos de lados, o encontro dos lados é chamado de vértice, logo os quadriláteros possuem quatro. Além de possuírem quatro ângulos internos, cuja soma é 360° e três ângulos externos, cuja soma é equivalente a 360° e duas diagonais.

Questão 4: As diferenças apontadas podem ser com relação à igualdade entre as medidas dos lados ou dos ângulos, ao paralelismo entre os lados, e também quanto aos ângulos retos ou não.

Questão 5: Classificação dos quadriláteros: quadrado, retângulo, losango, paralelogramo, trapézios e quadrilátero qualquer.

3.3.3. Atividade 4 - Pentágonos e Polígonos.

Este tópico é destinado à última atividade discursiva do Bloco 2 de Atividades, agora focada em pentágonos e objetivando apresentar agora a definição de polígono.

- **Detalhamento da Atividade 4 - Bloco 2:**

Nome da Atividade 4: Pentágonos e Polígonos.

Objetivos: Analisar os pentágonos através das suas características, reconhecer suas propriedades usando-as para solucionar as questões propostas. Além disso, a generalização dos conteúdos que foram construídos até o momento, para polígonos de forma geral.

Material Necessário: Folha de atividades e polígonos recortados no Bloco 1.

Tipo de Atividade: As atividades foram realizadas em duplas.

Tempo médio para realização da atividade: 1 tempo de aula de 40 minutos.

Atividade 4: Pentágonos e Polígonos.

Nesta atividade, você precisará utilizar todas as figuras que foram recortadas no Bloco 1. Pegue as figuras e deixe sobre sua mesa.

1. Selecione dentre as figuras recortadas todos os pentágonos.
2. Você consegue encontrar uma característica que seja comum a todos os pentágonos? Anote no espaço a seguir.
3. Com as informações da questão anterior, vamos definir o que são pentágonos?

4. Até aqui, estudamos os triângulos, quadriláteros e pentágonos. Vocês conhecem outras figuras com características similares às dos triângulos, quadriláteros e pentágonos? Se sim, elas possuem algum nome específico? Discuta com seu grupo e anote a seguir o que encontrar (nome e definição, caso tenha encontrado algum exemplo).

Fonte: elaborado pela autora (2024).

Gabarito da Atividade 4 - Pentágonos e Polígonos:

Questão 2: Resposta pessoal. Os alunos podem responder de acordo com as suas percepções visuais que: todas as figuras são polígonos que possuem, por exemplo, cinco lados, cinco ângulos ou cinco vértices.

Questão 3: Pentágonos são figuras geométricas planas compostas de cinco segmentos de reta, que chamamos de lados, o encontro dos lados é chamado de vértice, logo os pentágonos possuem cinco. Além de possuírem cinco ângulos internos e cinco ângulos externos.

Questão 4: A resposta da 1ª pergunta é pessoal e pode ser: hexágono, heptágono ou qualquer outro polígono diferente dos já citados e defini-los. Ao final da resolução da questão, recomenda-se a definição dos polígonos.

3.3.4. Atividade 5 - Dominó dos Polígonos.

Esta seção é dedicada ao jogo *Dominó dos Polígonos*, última atividade do Bloco 2 de atividades. De forma lúdica, busca-se a interligação dos conceitos construídos ao longo dos dois blocos de atividades e a fixação dos conceitos já trabalhados. O jogo *Dominó dos Polígonos* pode ser utilizado como uma ferramenta potencializadora no processo de ensino e aprendizagem de polígonos.

- **Detalhamento da Atividade 5 - Bloco 2:**

Nome da Atividade 5: Dominó dos Polígonos.

Objetivos: O principal objetivo do jogo é fixar os conceitos trabalhados anteriormente.

Material Necessário: Dominó adaptado como mostrado no Anexo VIII, onde cada um possui 28 peças. As peças do jogo podem ser plastificadas para aumentar a sua durabilidade, assim como podem ser impressas em papel cartão.

Tipo de Atividade: Mínimo de dois e máximo de quatro jogadores.

Tempo médio para realização da atividade: Cada partida teve duração média de 15 a 20 minutos.

Regras do Jogo:

- O ideal é jogar sobre uma mesa.
- As peças são embaralhadas com as imagens voltadas para baixo, em seguida, são distribuídas 7 peças para cada jogador. Dependendo do número de jogadores, é possível diminuir essa quantidade inicial de peças.
- As peças restantes devem continuar voltadas para baixo no centro da mesa e ficam disponíveis para serem escolhidas nas jogadas seguintes (costumamos chamar essa ação de "compra").
- Uma peça é virada para cima e colocada no centro da mesa para início do jogo.
- Por meio de 'par ou ímpar' os jogadores decidem quem será o primeiro a jogar.
- O primeiro jogador verifica se possui uma peça que se encaixe na que foi colocada na mesa, analisando as relações entre polígono, nomenclatura e propriedades.
 - Se possuir a peça, o jogador deve jogá-la, isto é, colocá-la lado a lado com a relação identificada.
 - Se o jogador não possuir a peça, ele deverá comprar uma peça da mesa, isto é, escolher uma dentre as viradas para baixo. Caso tenha escolhido uma peça que se encaixe, ele deve jogá-la. Se não, o próximo jogador deve fazer sua jogada.
- Na sequência, o jogador deve realizar o mesmo procedimento anterior e assim por diante.
- O jogo segue o mesmo procedimento até que um dos jogadores não tenha mais peças ou se não houver possibilidades de nenhum jogador colocar mais peças;
- Vence o jogo, aquele que não tiver mais peças na mão, ou aquele que tenha menos peças após o jogo não ter mais passos a serem dados.

3.4. Avaliação Final

Recomenda-se a reaplicação da AD exibida no tópico 3.2. deste produto educacional após a realização das atividades dos Blocos 1 e 2. O objetivo é comparar os resultados objetivos antes e depois do trabalho feito com os alunos para desenvolver o conteúdo de polígonos.

- **Detalhamento da Avaliação Final:**

Objetivos: Identificar se houve uma melhora na compreensão do conteúdo de polígonos, além do nível do Modelo de Van Hiele dos estudantes.

Material Necessário: Folha de Atividades, lápis ou lápis de cor.

Tipo de Atividade: Individual e sem consulta.

Tempo médio para realização da atividade: 1 tempo de aula com 40 minutos.

O objetivo principal ao utilizar a sequência didática proposta é a busca por metodologias de ensino que proporcionem aos estudantes novas perspectivas, em especial ao ensino de Geometria com foco nos estudos dos polígonos.

Incentivados por outros trabalhos refletimos a respeito da importância de novas metodologias para o ensino-aprendizagem da Geometria. Ao nos direcionarmos ao uso dos materiais didáticos concretos, refletimos a respeito da sua importância no ensino, analisando seus benefícios de visualização e manipulação dos objetos. Ademais, buscamos base teórica com os estudos do casal Van Hiele para abordar os conteúdos de acordo com o nível de compreensão dos estudantes, nos auxiliando como um guia na construção e aplicação das atividades. Tais estudos não servem apenas para a aplicação das atividades, mas também para modificar as metodologias das nossas aulas, guiando-as e possibilitando aos estudantes a oportunidade de construção do conhecimento através do diálogo e com autonomia.

Esperamos que este produto educacional também sirva de inspiração para outros educadores que buscam caminhos não tradicionais. Acreditamos que a aplicação das atividades explanadas neste produto oportunizam aos alunos da EJA novas maneiras de aprender Geometria. Por último, concluímos que estas atividades apontam a visibilidade do uso dos materiais manipuláveis como sendo um auxílio no desenvolvimento da visualização dos polígonos. Seguramente, a aplicação deste produto educacional tornará as aulas diferentes daqui em diante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAUJO, C. S. **Uma experiência didática com o ensino de polígonos para o 8º Ano da EJA**. UFF, Niterói – RJ, 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília, MEC/SEF, 1997.

GADOTTI, M.; ROMÃO, J. E. **Educação de Jovens e Adultos: teoria, prática e proposta**. 9ª ed. São Paulo/SP: Ed. Cortez, Instituto Paulo Freire, 2007.

KALEFF, A. M. **Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense**. In: Sérgio Lorenzato (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. 2ed. Campinas: Autores Associados, 2006, v.1, p. 113-134.

KALLEF, A. M.; HENRIQUES, A. S.; REI, D. M.; FIGUEIREDO, L. G. **Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O Modelo de Van Hiele**. Bolema, Rio Claro – SP, v. 9, n. 10, 1994.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria? A educação matemática em revista**. **Geometria**. SBEM, ano 3, n. 4, 1º semestre, p. 03-13, 1995.

NASSER, L.; SANTANNA, N. P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ. 3ª Edição revisada - 2017.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula**. Campinas. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação). UNICAMP, 2000.

PEDROSO, S. G. **Dificuldades encontradas no processo de educação de jovens e adultos**. In: I Congresso Internacional da Cátedra Unesco de Educação de Jovens e Adultos. João Pessoa: Editora Universitária (UEPB), 2010. Disponível em: <https://pedagogiaseberi.files.wordpress.com/2014/06/com019.pdf>. Acesso em: 05 abr. 2024.