UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

Luiza Ferraz Vieira

A algébra como vilã do 7º ano do ensino fundamental: proposta de jogo para desmistificar essa ideia

Juiz de Fora

2024

Luiza Ferraz Vieira

A algébra como vilã do 7º ano do ensino fundamental: proposta de jogo para desmistificar essa ideia

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Guilherme de Assis Vasconcelos

Juiz de Fora

2024

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Vieira, Luiza Ferraz.
A algébra como vilã do 7º ano do ensino fundamental : proposta de jogo para desmistificar essa ideia / Luiza Ferraz Vieira. – 2024.
72 f. : il.

Orientador: Sérgio Guilherme de Assis Vasconcelos
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), 2024.

1. Jogo. 2. Algébra. 3. 7º Ano. I. Vasconcelos, Sérgio Guilherme de Assis, orient. II. Título.

Luiza Ferraz Vieira

A Álgebra como vilã do 7º ano do ensino fundamental: proposta de jogo para desmistificar essa ideia

Dissertação apresentada ao PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em 26 de março de 2024.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Sérgio Guilherme de Assis Vasconcelos - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Sandro Rodrigues Mazorche
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Olimpio Hiroshi Miyagaki
Universidade Federal de São Carlos

Juiz de Fora, 26/02/2024.

Documento assinado eletronicamente por **Sergio Guilherme de Assis Vasconcelos**, **Professor(a)**, em 27/03/2024, às 14:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Sandro Rodrigues Mazorche**, **Professor(a)**, em 27/03/2024, às 20:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **OLIMPIO HIROSHI MIYAGAKI**, **Usuário Externo**, em 19/04/2024, às 08:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Dedico este trabalho, primeiramente a Deus por mais uma vitória, à minha família, Renato meu esposo e Elias meu filho, aos meus pais Dirlene e Sebastião e aos meus irmãos.

AGRADECIMENTOS

Ao me deparar com a escrita deste agradecimento é impossível não me emocionar, foram tantas experiencias e circunstâncias adversas que passei, que em meio a um misto de sentimentos prevalecem a gratidão e a satisfação em estar concluindo o tão sonhado mestrado.

À Deus toda honra e toda glória! Obrigada Senhor, por cuidar de cada detalhe, cada decisão a ser tomada, por preparar as pessoas que iriam cruzar o meu caminho e cursar comigo o mestrado. Obrigada por orientar minha família e principalmente por cuidar de mim, por ter me guiado em seu caminho me tornando a pessoa que sou hoje.

Aos meus pais agradeço pela minha criação, pelo exemplo de vida e de persistência, pelos ensinamentos e por todo apoio. Aos meus irmãos sou grata por estarem ao meu lado sempre, por toda ajuda e incentivo de vocês. Ao meu irmão Paulo agradeço o incentivo de me inscrever no Exame Nacional de Acesso ao Profmat, pois não era um dos meus objetivos para o ano de 2021, mas era o de Deus, que o usou para que pudesse me inscrever. Ao meu irmão Flávio, agradeço pela ajuda ao estudar comigo no início do curso e por toda ajuda com a parte técnica do LaTeX. Além de tudo agradeço imensamente por cuidarem do Elias pra mim enquanto estava fora, por não deixar faltar amor e carinho na vida dele.

Ao meu esposo sou grata por ser a melhor pessoa que Deus preparou pra mim. Me incentivou e não me deixou desistir, mesmo nos momentos mais difíceis do curso, nos momentos de afastamento familiar e conflitos pessoais que tive que enfrentar, você me ajudou a superar, vencendo os obstáculos do dia a dia.

Meu filho, Elias, a ti sou grata por ser tão lindo, bonzinho, carinhoso entre outras qualidades. Sou grata por “tirar de letra” mesmo sem entender o que estava acontecendo, aos seus 4 meses de vida, a decisão que a mamãe tomou ao ingressar no mestrado e ter que me dedicar aos estudos, me ausentando por vezes de sua presença. No primeiro ano do curso, com as atividades remotas, foi por curtos períodos de tempo, mas ao voltar o ensino presencial foi necessário me ausentar por um dia inteiro, sendo difícil sair e te deixar na casa das avós.

Aos meus sogros, Antônio (em memória) e Eduvirges, agradeço pelo zelo e atenção ao cuidar do Elias quando precisei.

À minha cunhada Amanda, agradeço as cobranças e a correção, no processo de escrita da minha dissertação.

Aos meus amigos, agradeço por entenderem às vezes que não pude priorizar momentos de encontros, ao me dedicar aos estudos.

Aos meus colegas de mestrado sou grata pela contribuição direta e indireta de cada um, pela ajuda nos estudos e exercícios, pelo apoio e histórias compartilhadas. Como

disse, acredito em cada detalhe e pessoas que Deus preparou, tenho a certeza que vocês fazem parte das escolhas Dele. À Juliana, com carinho especial, sou grata por ser minha companhia e companheira, formamos uma dupla onde uma se apoiava na outra, para darmos continuidade e concluir todas as etapas desse percurso.

Aos professores sou grata por transmitirem seus ensinamentos e por entenderem e nos ajudarem a enfrentar a adversidade do ensino remoto, experiencia única. Aos coordenadores, Luiz Fernando Crocco e José Barbosa Gomes, expresso minha gratidão através da conclusão deste curso, pois em momentos de conversa e auxílio na parte administrativa, me ajudaram.

Enfim, essa conquista não é somente minha, não foi trilhada sozinha, é uma conquista de todos, pois sem vocês acredito que não seria possível. Precisei, preciso e precisarei sempre de pessoas ao meu redor, não desmerecendo, de modo algum o meu trabalho e empenho, mas por ter ciência que não se vive só.

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é despertar o interesse dos alunos do 7º ano pela álgebra por meio da introdução de um jogo de tabuleiro. Foram analisadas a estruturação desse conteúdo para esse nível escolar, a abordagem do livro didático e a receptividade dos alunos a essa proposta lúdica em sala de aula, visando facilitar o aprendizado e avaliar os resultados alcançados. Utilizou-se o método da pesquisa-ação, com observação participante como procedimento. Os resultados evidenciaram o interesse dos alunos por uma abordagem diferenciada, utilizando um jogo para fortalecer o entendimento do conteúdo. Durante a aplicação do jogo, observou-se que a aprendizagem estava progredindo conforme o esperado. As conclusões apontam que os alunos se interessam mais pela matemática quando são adotadas abordagens alternativas, trazendo vantagens tanto para eles quanto para os professores. Em nosso contexto social atual, é crucial oferecer aulas contextualizadas para tornar a aprendizagem mais dinâmica e eficiente. Futuras pesquisas poderiam explorar a adaptação do jogo a novas habilidades e examinar materiais didáticos para avaliar suas abordagens de ensino, contribuindo para a eficácia do aprendizado dos alunos.

Palavras-chave: álgebra; jogo de tabuleiro; 7º ano.

ABSTRACT

The objective of this research is to arouse the interest of 7th-grade students in algebra through the introduction of a board game. The structuring of this content for this grade level, the approach of the textbook, and the receptiveness of students to this playful proposal in the classroom were analyzed to facilitate learning and evaluate the achieved results. The research-action method was employed, with participant observation as the procedure. The results highlighted the students' interest in a differentiated approach, using a game to reinforce the understanding of the content. During the game's implementation, it was observed that learning was progressing as expected. The conclusions indicate that students are more interested in mathematics when alternative approaches are adopted, bringing advantages for both them and the teachers. In our current social context, it is crucial to offer contextualized classes to make learning more dynamic and efficient. Future research could explore the adaptation of the game to new skills and examine educational materials to assess their teaching approaches, contributing to the effectiveness of student learning.

Keywords: algebra; board game; 7th grade.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A introdução deste trabalho está organizada de modo a apresentar os conceitos iniciais que norteiam esta pesquisa. Para tanto, o capítulo introdutório está dividido em duas subseções, as quais se direcionam, a primeira em demonstrar a motivação, a justificativa, a pergunta de pesquisa, e a segunda, os objetivos deste trabalho.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO GERAL DA PESQUISA

A Álgebra é um componente curricular essencial nas escolas, presente em todas as etapas da educação básica, desde a Educação Infantil, passando pelo Ensino Fundamental - Anos Iniciais e Finais - e Ensino Médio. Trata-se de uma das principais áreas da matemática, responsável por estudar as propriedades aritméticas, as operações com os termos algébricos e suas relações. Sua aprendizagem é importante pois, além de ser uma ferramenta para a resolução de problemas matemáticos, é também um conceito em diversas áreas da vida adulta, desde o planejamento financeiro, evidenciado no estudo da matemática financeira, como cita Teixeira (2015), até o desenvolvimento de tecnologias, conforme a Base Nacional Comum Curricular-BNCC (Brasil, 2018). Os documentos em questão evidenciam a necessidade do pensamento algébrico em ambas as situações futuras, uma habilidade adquirida por meio do seu estudo, como será detalhado a seguir.

No contexto educacional, nas primeiras etapas da educação básica, a álgebra é introduzida por meio de conceitos simples como equações de primeiro grau e expressões algébricas básicas. Na medida em que os estudantes avançam, a álgebra se torna cada vez mais complexa, envolvendo conceitos como matrizes, sistemas de equações, funções e cálculo. Este conteúdo é um componente curricular importante pois sua aplicação pode ser encontrada em diversos campos, como na Física, na Engenharia, na Estatística, nas Finanças e na Ciência da Computação, o que reforça a abrangência social deste conteúdo. Por isso, aprender álgebra desde cedo é essencial para que os estudantes estejam preparados para lidar com problemas matemáticos em suas vidas pessoais e profissionais.

Em diversos anos de escolaridade, no entanto, os alunos questionam muito o envolvimento da variável com as operações matemáticas, e este considera-se ser o principal motivo, que torna a matemática difícil para eles. Destaca-se, neste trabalho, o 7º ano de escolaridade por ser a série de iniciação da linguagem algébrica. No 7º ano, a programação curricular, segundo a BNCC (Brasil, 2018), prevê que os professores de matemática comecem a ensinar mais as complexidades da álgebra em suas turmas, a partir da introdução às expressões algébricas, às variáveis, às operações numéricas, às regras de resolução e às equações do 1º grau. Esses conceitos, antes não vistos pelos alunos por não pertencer às habilidades previstas nas séries anteriores, pode ocasionar em dificuldades na aprendizagem, por serem conceitos novos a serem consolidados. É mister salientar, também, que é frequente o fato dos alunos, antes mesmo de iniciarem os estudos, já acharem a disciplina muito difícil, devido a comentários de ex-estudantes que tiveram complicações na aprendizagem do tema. Isso pode afetá-los inconscientemente e ocasionar em grande retração, segundo Boaler (2014).

Nesse contexto, cabe ao professor de matemática saber conduzir esse aprendizado de acordo com os anos de escolaridade e as dificuldades de cada aluno, bem como tentar amenizar os pré-conceitos trazidos por cada um. Por isso, é importante que as escolas ofereçam aos alunos recursos e suporte para ajudá-los a compreender e aplicar os conceitos dessa área. Aulas de reforço[1], tutoria, atividades interativas e o uso de tecnologia podem ser ferramentas valiosas para tornar o aprendizado da álgebra mais acessível e interessante para os estudantes.

Para tanto, neste trabalho, será apresentado como recurso para ampliar essas possibilidades, a utilização de um jogo. Em sua infinidade de tipos, os jogos, desde cartas, tabuleiros, eletrônicos, chamam a atenção de diversos tipos de pessoas, desde crianças a adultos, sendo um ótimo meio para aliar entretenimento e diversão ao ensino da matemática. Esse método, segundo Smole; Diniz; Milani (2007), tem se mostrado eficaz e promovedor de engajamento dos alunos em diversas realidades, por permitir aos alunos compreenderem seu processo de aprendizagem de forma mais lúdica. Permite, também dessa forma mais lúdica, avaliarem seus erros e acertos, reduzindo a ideia de fracasso e promovendo a autoconfiança.

À luz dessas considerações, foi construída a problemática desta pesquisa, no intuito de compreender os impactos gerados em uma turma do 7º ano pela aplicação de um jogo para o aprendizado da álgebra. Desse modo, norteia este trabalho a seguinte questão: Como a experiência de aprendizado da álgebra através de um jogo, pode influenciar o interesse dos alunos pelo conteúdo?

No intuito de responder a esse questionamento, foram postulados os objetivos desta dissertação, os quais serão descritos na subseção seguinte.

1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Objetivo geral: Despertar o interesse dos alunos do 7º ano pelo conteúdo da álgebra através da proposta de um jogo de tabuleiro.

Objetivos específicos:

- Demonstrar que a álgebra e suas operações não são uma vilã para a matemática, bem como não é difícil seu aprendizado;

[1] Reforço Escolar: Documento Orientador (43141350) SEI 1260.01.0032172/2022-67 / pg. 1

- Motivar os alunos a estudarem os conteúdos matemáticos através de estratégias de ensino, assim como a contextualização algébrica, com o uso de materiais concretos para a aprendizagem de matemática;
- Apresentar uma aprendizagem matemática divertida e dinâmica de modo inclusivo.

Para alcançar os objetivos delineados, daremos continuidade a esta pesquisa com o Capítulo 2, no qual será apresentada a proposta da álgebra nas escolas e sua contribuição em diferentes etapas do ensino.

2 A ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL: DESAFIOS E POSSIBILIDADES

Neste capítulo, apresentaremos a álgebra como componente curricular na grade educacional e como ela se encontra presente em cada fase de ensino, bem como suas aplicações e os objetivos alcançados à partir de seu estudo.

Segundo o Ministério da Educação (MEC), o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (Brasil, 2018, p. 265).

Como componente curricular escolar, a Matemática é estudada, gradativamente, e sua apresentação aos estudantes é feita de forma diferente em cada ano de escolaridade. De acordo com conhecimentos prévios ou conceitos primitivos que os alunos possuem para embasar o processo de ensino-aprendizagem, os temas de estudos são complementados, modificados, a cada avanço de série. Para facilitar o estudo da matemática, a BNCC (Brasil, 2018, p. 268) propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Neste trabalho, interessa-nos, especificamente, a apresentação e discussão em torno dos conteúdos algébricos na trajetória escolar dos alunos. Desse modo, passamos a uma discussão em torno dos pressupostos teóricos que envolvem o ensino da álgebra e suas particularidades.

A álgebra é ensinada na escola como uma ferramenta para a resolução de problemas matemáticos mais complexos e para a compreensão de conceitos matemáticos abstratos. De acordo com Ribeiro; Cury (2021), ela é alvo de estudo desde os primórdios da história humana, quando as pessoas começaram a explorar a realidade para ampliar seu conhecimento, levando a abstrações que geram perspectivas inovadoras para cada conceito formulado. A partir do aprendizado algébrico, o aluno pode desenvolver seu raciocínio lógico, e construir seu conhecimento para futuras aplicações, as quais podem se dar na Computação, na Estatística, na Química, entre outras. Isso posto, é fundamental percebermos a importância desse conteúdo curricular de ensino básico.

A construção do conhecimento algébrico começa a partir do momento em que a criança é inserida na escola primária. Ribeiro; Cury (2021) argumentam que introduzir a álgebra nos estágios iniciais do ensino fundamental pode servir como um elemento central na educação. Além disso, o desenvolvimento do pensamento algébrico pode permitir que sejam realizadas abstrações e generalizações que estão na base dos processos de modelagem matemática da vida real. Como a comparação de figuras semelhantes, a percepção de um padrão em sequências e a análise de valores por meio de representação do número com o uso de figuras.

De acordo com a BNCC, os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento das crianças nos anos inicias do ensino fundamental, abarcam estabelecer relações de comparação entre objetos e formas, expressar medidas e relacionar números às suas respectivas quantidades. As atividades são trabalhadas de forma lúdica e divertida, pois os alunos ainda estão construindo a base de todo conhecimento a ser adquirido ao longo dos anos. Por isso, de acordo com Nacarato; Custódio (2018), o aprendizado se dá, principalmente, através de jogos, da prática de faz de conta, da utilização de brinquedos, e da realização de brincadeiras, pois através dessas práticas pedagógicas as crianças desenvolvem a percepção de mundo e o reconhecimento de regularidades essenciais na construção do pensamento algébrico. Assim, a criança pode perceber que toda ação deve ser pensada e planejada para conseguir adquirir o que se deseja conquistar.

Ao passar para o Ensino Fundamental I - Anos Iniciais, os alunos aprofundam seus conhecimentos e passam a aprender a trabalhar com números e operações matemáticas básicas- adição, subtração, multiplicação e divisão. É através da construção do letramento matemático que os alunos percebem a existência de técnicas e regras a serem exercidas nas operações numéricas. De acordo com a BNCC,

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático[1], definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (Brasil, 2018, p. 266).

Nota-se que o letramento matemático representa a base para a evolução do entendimento de todas as áreas da matemática, garantindo aos alunos habilidades sólidas em percepção, raciocínio e pensamento investigativo. Por isso sua construção está presente principalmente nos anos iniciais.

Além disso, ainda em conformidade com a BNCC (Brasil, 2018), nesta fase, o aprendizado algébrico se volta para o início do reconhecimento de padrões em sequências simbólicas ou numéricas, recursivas ou não, sem o uso das variáveis para representar essas

[1] Segundo a Matriz do Pisa 2012, o "letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias."

regularidades. As ideias de igualdade, proporção e função são trabalhadas indiretamente de forma intuitiva, com auxílio de atividades que envolvam esses conceitos, como o exercício de comparação dos resultados entre somas, para aprimorar as noções de igualdade e a manipulação de receitas, no estudo de proporção. Exemplos de atividades são citadas pela BNCC, como a ideia de reconhecer a relação de equivalência entre contas: $2 + 3 = 5$ e $5 = 4 + 1$, então $2 + 3 = 4 + 1$; e a noção de função ao se trabalhar com receitas, a ideia de aumentar os ingredientes quando deseja-se dobrá-las. Esses exercícios contribuem para a construção cognitiva e pensamentos individuais, fundamentais nessa etapa do ensino-aprendizagem. Isso, pois, o professor não aparece com uma resposta pronta, mas estimula o pensar da criança, levando-a a construir reflexões sobre o assunto.

Ao sair do Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a criança adentra um período de transição, com a chegada ao 6º ano de escolaridade. Tem início uma fase cheia de novidades, a qual costuma ser enfrentada com encantamento, mas também com questionamentos, pois os alunos começam a aprender novos conceitos e a aprimorar conceitos já adquiridos. Assim, o estudante se atém a percepção de que a matemática vai além das operações básicas. Em conformidade com a BNCC, nessa fase, precisa ser destacada a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação, a partir de ideias abordadas nas expressões numéricas.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs):

> [...] é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a sintaxe (regras para resolução) de uma equação (Brasil, 1998).

É especificamente nos anos finais que os procedimentos algébricos se expandem e passam a ficar bem distintos, fato este levado em consideração ao estabelecer uma proposta de método de ensino a fim de mitigar seus impactos.

De acordo com a BNCC, que dispõe um quadro de distribuição das habilidades adquiridas em cada ano escolar, no 6º ano a álgebra não é trabalhada com o uso das variáveis, e sim como citada acima, com o uso da linguagem simbólica, a partir da resolução de expressões numéricas, onde a sintaxe já se faz presente e também na tentativa de estabelecer o valor faltante nas operações, para que a mesma, se iguale ao resultado dado. Já no 7º, 8º e 9º anos, esse conteúdo começa a ganhar mais ênfase, a fim de trabalhar as expressões e equações com símbolos matemáticos, variáveis e regras operacionais. São nesses três últimos anos dessa etapa que a álgebra é trabalhada de forma bem marcada por processos resolutivos, regras de adição, subtração, multiplicação e divisão polinomial.

Além disso, são também introduzidos os conceitos de simplificação de frações algébricas, através do processo de fatoração dos polinômios. Pontualmente, emergem, também, a resolução de equações de primeiro e de segundo grau, fórmulas, interpretações, raciocínio lógico, e outras diferentes maneiras de resolver um cálculo. Em conformidade com a BNCC (Brasil, 2018, p. 270), nessa fase, os alunos devem: (i) compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, (ii) estabelecer uma generalização de uma propriedade, (iii) investigar a regularidade de uma sequência numérica, (iv) indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e (v) estabelecer a variação entre duas grandezas.

Observa-se que tanto para os PCN's quanto para BNCC, os anos finais do ensino fundamental são bastante decisivos para a construção dos conhecimentos algébricos. Porém, ao se depararem com essa gama de informações processuais, gradativas e interligadas, os alunos começam a criar uma aversão a esses processos. Na apresentação à álgebra, os alunos encontram dificuldades, porque, para os aprendizes, torna-se complicado reconhecer os procedimentos de utilização de variáveis, equações e fórmulas em seu cotidiano. Sendo assim, os documentos acima citados defendem ser necessário a construção de um trabalho marcado pela contextualização, de modo que os estudantes incorporem a linguagem algébrica em situações que eles gostam de praticar e viver.

Isso posto, trazer a Matemática, especificamente a Álgebra, para a vivência do estudante em situações práticas, é uma maneira de estimular a atenção ao conteúdo, fazendo com que o processo de estudo seja mais agradável, atrativo e significativo, como defende também o CRMG. Além disso, pode-se usar de recursos didáticos diferentes, como a ideia de aplicação de jogos, a fim de que os mesmos exerçam a função de auxiliar nos processos resolutivos que precisam ser assimilados. Corroboram para essa prática, os pressupostos de Melo; Lima (2022, p. 1) os quais defendem que o uso de jogos em sala de aula motiva e desperta o interesse do aluno, tornando a aprendizagem mais atraente e significativa.

Tendo sido apresentada, neste capítulo, a eminência da Álgebra em todo o Ensino Fundamental e as possibilidades para contextualização do seu ensino, passamos, na seção seguinte, para a delimitação do ensino da Álgebra especificamente para o 7º ano de escolaridade – série para a qual se direcionam as análises pontuais desta pesquisa. Para tanto, serão detalhadas as habilidades previstas no Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG), as quais direcionam a aplicabilidade do ensino-aprendizagem da álgebra. Além disso, será também analisado na seção, o livro didático utilizado na escola, que subsidiou este trabalho.

2.1 A ÁLGEBRA NO 7º ANO: HABILIDADES E MATERIAL DIDÁTICO

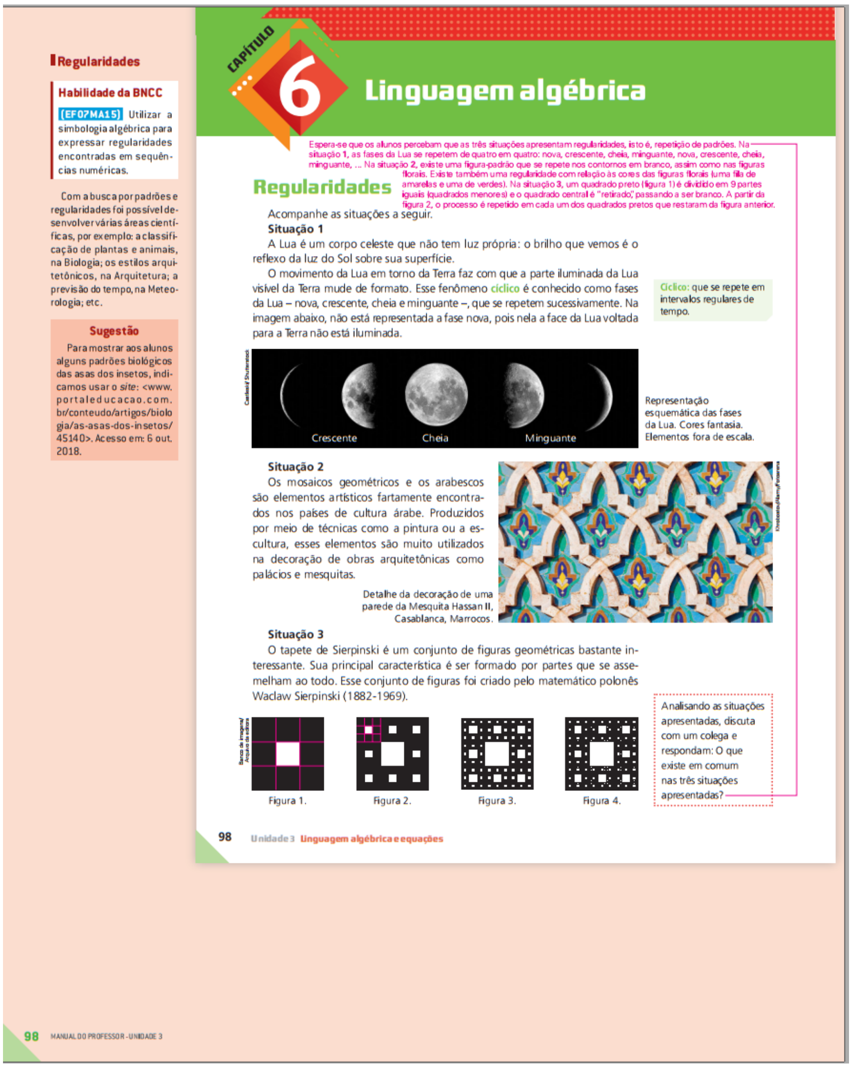
Nesta seção, serão descritas as habilidades da Álgebra esperadas para o 7º ano de escolaridade, segundo o CRMG (Minas Gerais, 2018, p. 457-458). Aliado às habilidades, será apresentado o material didático - Livro Trilhas da Matemática 7 (Sampaio, 2018, p. 98-128) – no intuito de verificar a correspondência deste material com as habilidades previstas.

Segundo o CRMG [2], diversas são as habilidades a serem trabalhadas e desenvolvidas em sala para a consolidação do conteúdo algébrico por parte dos alunos do 7º ano. Desse modo, as habilidades serão apresentadas gradativamente, na sequência em que podem ser observadas nos tópicos explicativos contidos no material didático em análise. A primeira habilidade que pode ser percebida apresenta-se na parte introdutória do material acerca da álgebra: (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

O livro inicia a introdução algébrica no capítulo 6, de forma bem sutil, a fim de demonstrar aos alunos que algumas regularidades estão presentes na natureza, em obras de arte, em previsões do tempo, e que da mesma forma podemos propor tais regularidades na matemática, como demonstra a Figura 1:

[2] É importante destacar que o livro didático mencionado foi desenvolvido para ser utilizado em todo o território nacional, desse modo, está estruturado com base nas habilidades da BNCC. Neste trabalho, porém, fica evidente a utilização deste material em uma escola do estado de Minas Gerais, na qual foi desenvolvida a essência desta pesquisa. Isso posto, fez-se necessário que fosse articulado pela professora, a relação dos conteúdos no livro dispostos com as habilidades do CRMG.

Figura 1 - Capítulo 6, página 98: Regularidades


Regularidades

Habilidade da BNCC

(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

Com a busca por padrões e regularidades foi possível desenvolver várias áreas científicas, por exemplo: a classificação de plantas e animais, na Biologia; os estilos arquitetônicos, na Arquitetura; a previsão do tempo, na Meteorologia; etc.

Sugestão

Para mostrar aos alunos alguns padrões biológicos das asas dos insetos, indicamos usar o *site*: <www.portaleducacao.com.br/conteudo/artigos/biologia/as-asas-dos-insetos/45140>. Acesso em: 6 out. 2018.

CAPÍTULO 6

Linguagem algébrica

Espera-se que os alunos percebam que as três situações apresentam regularidades, isto é, repetição de padrões. Na situação 1, as fases da Lua se repetem de quatro em quatro: nova, crescente, cheia, minguante, nova, crescente, cheia, minguante, ... Na situação 2, existe uma figura-padrão que se repete nos contornos em branco, assim como nas figuras florais. Existe também uma regularidade com relação às cores das figuras florais (uma fila de amarelas e uma de verdes). Na situação 3, um quadrado preto (figura 1) é dividido em 9 partes iguais (quadrados menores) e o quadrado central é "retirado", passando a ser branco. A partir da figura 2, o processo é repetido em cada um dos quadrados pretos que restaram da figura anterior.

Regularidades

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

A Lua é um corpo celeste que não tem luz própria: o brilho que vemos é o reflexo da luz do Sol sobre sua superfície.

O movimento da Lua em torno da Terra faz com que a parte iluminada da Lua visível da Terra mude de formato. Esse fenômeno cíclico é conhecido como fases da Lua – nova, crescente, cheia e minguante –, que se repetem sucessivamente. Na imagem abaixo, não está representada a fase nova, pois nela a face da Lua voltada para a Terra não está iluminada.

Cíclico: que se repete em intervalos regulares de tempo.

Crescente Cheia Minguante

Representação esquemática das fases da Lua. Cores fantasia. Elementos fora de escala.

Situação 2

Os mosaicos geométricos e os arabescos são elementos artísticos fartamente encontrados nos países de cultura árabe. Produzidos por meio de técnicas como a pintura ou a escultura, esses elementos são muito utilizados na decoração de obras arquitetônicas como palácios e mesquitas.

Detalhe da decoração de uma parede da Mesquita Hassan II, Casablanca, Marrocos.

Situação 3

O tapete de Sierpinski é um conjunto de figuras geométricas bastante interessante. Sua principal característica é ser formado por partes que se assemelham ao todo. Esse conjunto de figuras foi criado pelo matemático polonês Waclaw Sierpinski (1882-1969).

Figura 1. Figura 2. Figura 3. Figura 4.

Analisando as situações apresentadas, discuta com um colega e respondam: O que existe em comum nas três situações apresentadas?

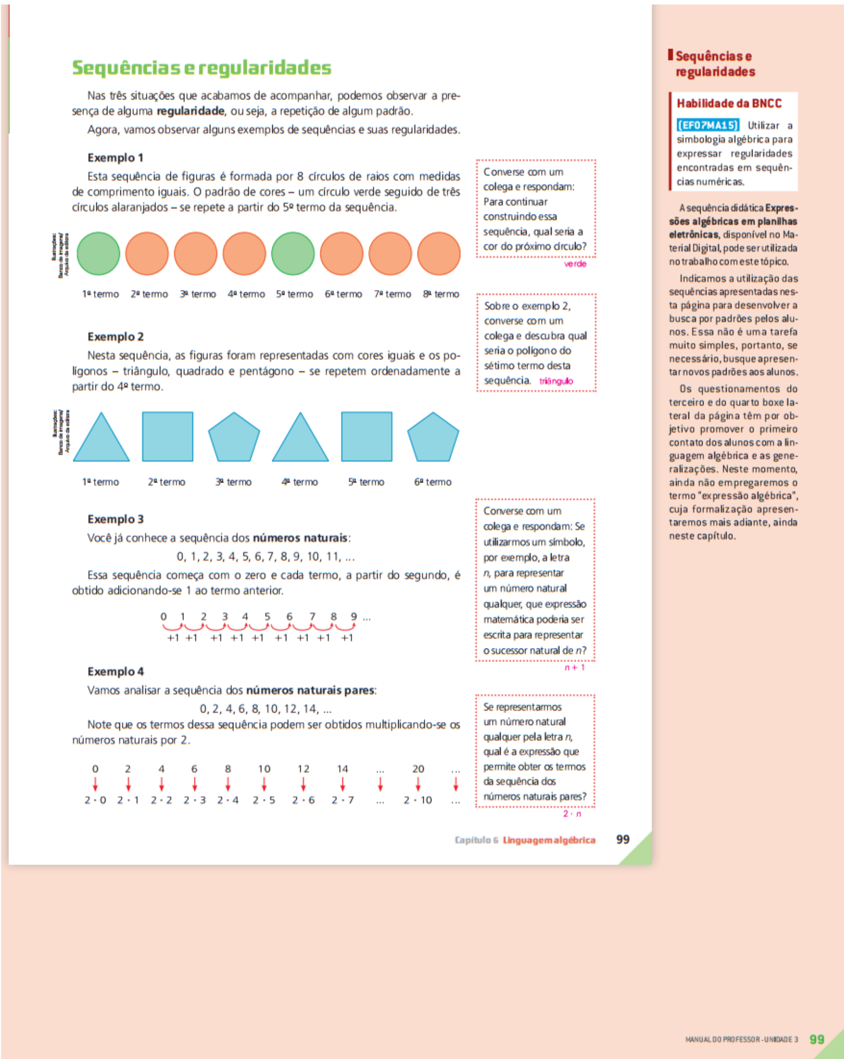
98 Unidade 3 Linguagem algébrica e equações

98 MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3

Fonte: Sampaio (2018).

Essas regularidades descritas na figura anterior, ocupam-se de demonstrar, que na matemática, estão presentes certos padrões que dão origem às sequências numéricas ou simbólicas as quais são demonstradas na Figura 2:

Figura 2 - Capítulo 6, página 99: Sequências e regularidades



Sequências e regularidades

Nas três situações que acabamos de acompanhar, podemos observar a presença de alguma **regularidade**, ou seja, a repetição de algum padrão.

Agora, vamos observar alguns exemplos de sequências e suas regularidades.

Exemplo 1

Esta sequência de figuras é formada por 8 círculos de raios com medidas de comprimento iguais. O padrão de cores – um círculo verde seguido de três círculos alaranjados – se repete a partir do 5º termo da sequência.

1º termo 2º termo 3º termo 4º termo 5º termo 6º termo 7º termo 8º termo

Converse com um colega e respondam: Para continuar construindo essa sequência, qual seria a cor do próximo círculo? verde

Exemplo 2

Nesta sequência, as figuras foram representadas com cores iguais e os polígonos – triângulo, quadrado e pentágono – se repetem ordenadamente a partir do 4º termo.

1º termo 2º termo 3º termo 4º termo 5º termo 6º termo

Sobre o exemplo 2, converse com um colega e descubra qual seria o polígono do sétimo termo desta sequência. triângulo

Exemplo 3

Você já conhece a sequência dos **números naturais**:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...

Essa sequência começa com o zero e cada termo, a partir do segundo, é obtido adicionando-se 1 ao termo anterior.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ...

+1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1

Converse com um colega e respondam: Se utilizarmos um símbolo, por exemplo, a letra *n*, para representar um número natural qualquer, que expressão matemática poderia ser escrita para representar o sucessor natural de *n*? $n + 1$

Exemplo 4

Vamos analisar a sequência dos **números naturais pares**:

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...

Note que os termos dessa sequência podem ser obtidos multiplicando-se os números naturais por 2.

0	2	4	6	8	10	12	14	...	20	...
$2 \cdot 0$	$2 \cdot 1$	$2 \cdot 2$	$2 \cdot 3$	$2 \cdot 4$	$2 \cdot 5$	$2 \cdot 6$	$2 \cdot 7$	...	$2 \cdot 10$	...

Se representarmos um número natural qualquer pela letra *n*, qual é a expressão que permite obter os termos da sequência dos números naturais pares? $2 \cdot n$

Capítulo 6 Linguagem algébrica 99

Sequências e regularidades

Habilidade da BNCC

(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

A sequência didática **Expressões algébricas em planilhas eletrônicas**, disponível no Material Digital, pode ser utilizada no trabalho com este tópico.

Indicamos a utilização das sequências apresentadas nesta página para desenvolver a busca por padrões pelos alunos. Essa não é uma tarefa muito simples, portanto, se necessário, busque apresentar novos padrões aos alunos.

Os questionamentos do terceiro e do quarto boxe lateral da página têm por objetivo promover o primeiro contato dos alunos com a linguagem algébrica e as generalizações. Neste momento, ainda não empregaremos o termo "expressão algébrica", cuja formalização apresentaremos mais adiante, ainda neste capítulo.

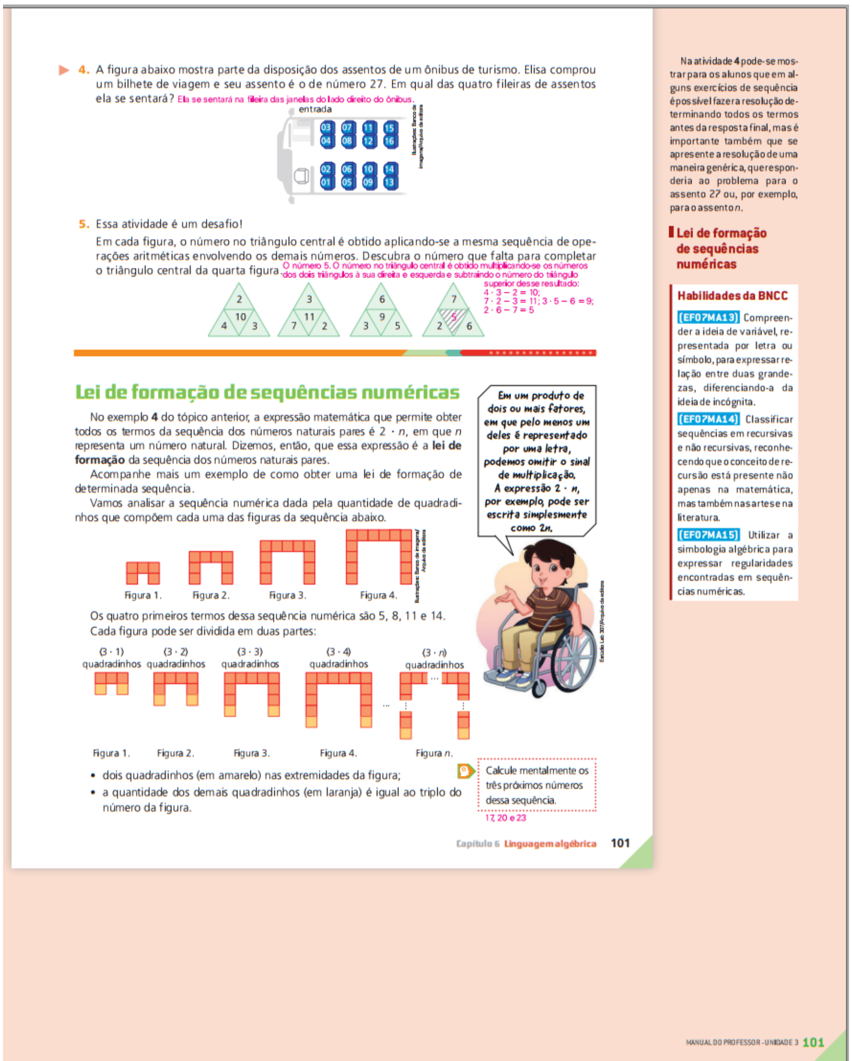
MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3 99

Fonte: Sampaio (2018).

Nessa figura, no exemplo 1, a repetição do padrão acontece no 5º termo, onde o círculo verde se repete seguido de três círculos laranjas. No exemplo 2, a repetição do padrão acontece no 4º termo, já que a sequência é formada por um triângulo, um quadrado e um pentágono, nesta ordem. Já no exemplo 3, verifica-se uma sequência numérica, onde a partir do segundo número, o padrão é sempre uma unidade a mais que o termo anterior. Nesse último exemplo, podemos introduzir a ideia de expressão, como é apresentado na própria página, no 3º boxe. No exemplo 4, há uma sequência numérica na qual o padrão é sempre o número natural multiplicado por 2. Nesse problema, também podemos utilizar da ideia de expressão para auxiliar a construção da matéria que será abordada adiante: lei de formação de sequências numéricas. Após essas explicações, seguem as atividades dissertativas propostas no livro página 100, as quais incentivam a busca de padrões em sequências, no intuito de encontrar valores desconhecidos. Nos exercícios, além da habilidade EF07MA15, anteriormente citada, puderam ser inferidas a aplicabilidade de outras duas habilidades: (1) (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (2) (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.

Com vistas a continuarmos as análises propostas, passamos à Figura 3, a seguir, a qual retoma o exemplo 4, da Figura 2, dizendo que o padrão $2n$ encontrado é a lei de formação da sequência. Em seguida, traz uma nova sequência para acompanhar o desenvolvimento de um raciocínio descobrindo a lei de formação que a gera. Há, neste ponto, novamente a correspondência com a habilidade EF07MA15.

Figura 3 - Capítulo 6, página 101: Lei de formação de sequências numéricas


4. A figura abaixo mostra parte da disposição dos assentos de um ônibus de turismo. Elisa comprou um bilhete de viagem e seu assento é o de número 27. Em qual das quatro fileiras de assentos ela se sentará? Ela se sentará na fileira das janelas do lado direito do ônibus.

5. Essa atividade é um desafio!

Em cada figura, o número no triângulo central é obtido aplicando-se a mesma sequência de operações aritméticas envolvendo os demais números. Descubra o número que falta para completar o triângulo central da quarta figura. O número 5. O número no triângulo central é obtido multiplicando-se os números dos dois triângulos à sua direita e esquerda e subtraindo o número do triângulo superior desse resultado: $4 \cdot 3 - 2 = 10$; $7 \cdot 2 - 3 = 11$; $3 \cdot 5 - 6 = 9$; $2 \cdot 6 - 7 = 5$

Lei de formação de sequências numéricas

No exemplo **4** do tópico anterior, a expressão matemática que permite obter todos os termos da sequência dos números naturais pares é $2 \cdot n$, em que n representa um número natural. Dizemos, então, que essa expressão é a **lei de formação** da sequência dos números naturais pares.

Acompanhe mais um exemplo de como obter uma lei de formação de determinada sequência.

Vamos analisar a sequência numérica dada pela quantidade de quadradinhos que compõem cada uma das figuras da sequência abaixo.

Figura 1. Figura 2. Figura 3. Figura 4.

Os quatro primeiros termos dessa sequência numérica são 5, 8, 11 e 14.

Cada figura pode ser dividida em duas partes:

$(3 \cdot 1)$ quadradinhos, $(3 \cdot 2)$ quadradinhos, $(3 \cdot 3)$ quadradinhos, $(3 \cdot 4)$ quadradinhos, $(3 \cdot n)$ quadradinhos

Figura 1. Figura 2. Figura 3. Figura 4. Figura n.

- dois quadradinhos (em amarelo) nas extremidades da figura;
- a quantidade dos demais quadradinhos (em laranja) é igual ao triplo do número da figura.

Em um produto de dois ou mais fatores, em que pelo menos um deles é representado por uma letra, podemos omitir o sinal de multiplicação. A expressão $2 \cdot n$, por exemplo, pode ser escrita simplesmente como $2n$.

Calcule mentalmente os três próximos números dessa sequência. 17, 20 e 23

Capítulo 6 Linguagem algébrica 101

Na atividade **4** pode-se mostrar para os alunos que em alguns exercícios de sequência é possível fazer a resolução determinando todos os termos antes da resposta final, mas é importante também que se apresente a resolução de uma maneira genérica, que responderia ao problema para o assento 27 ou, por exemplo, para o assento n.

Lei de formação de sequências numéricas

Habilidades da BNCC

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.

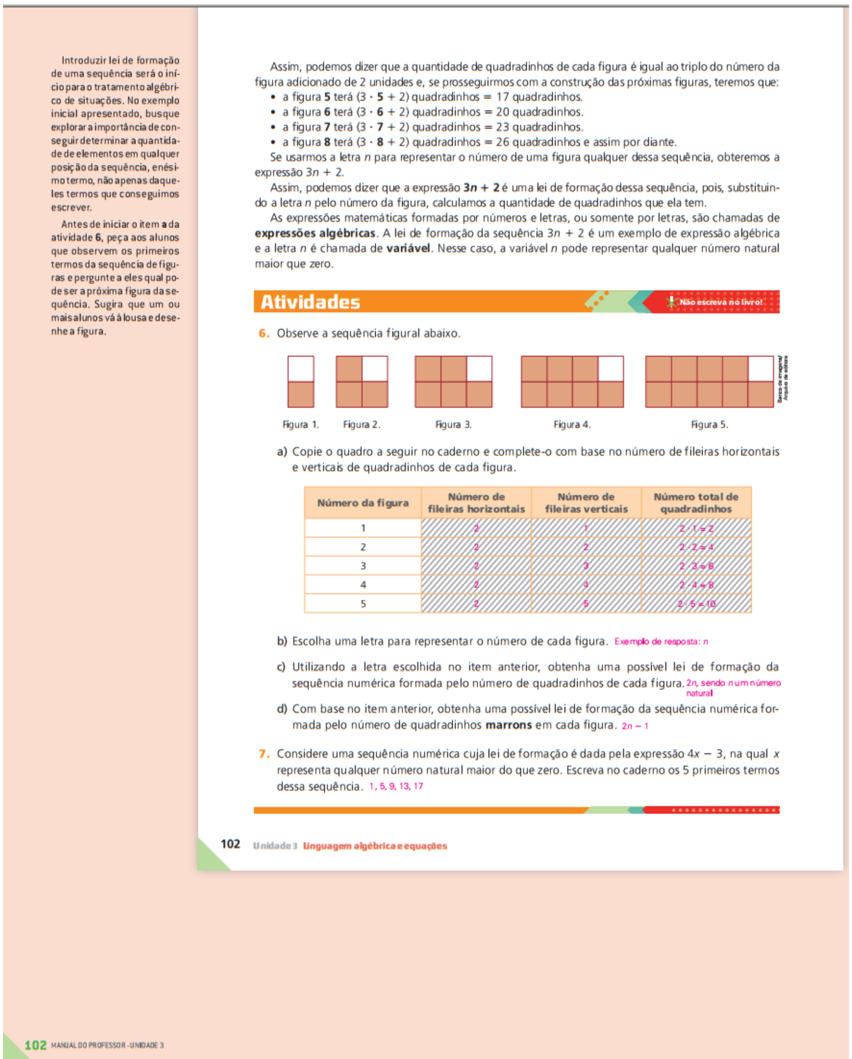
(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3 101

Fonte: Sampaio (2018).

Essa nova sequência exposta na Figura 3, pode ser concluída como sendo uma expressão algébrica, o que é feito na Figura 4, abaixo.

Figura 4 - Capítulo 6, página 102: Término da lei de formação de sequências numéricas



Introduzir lei de formação de uma sequência será o início para o tratamento algébrico de situações. No exemplo inicial apresentado, busque explorar a importância de conseguir determinar a quantidade de elementos em qualquer posição da sequência, enésimo termo, não apenas daqueles termos que conseguimos escrever.

Antes de iniciar o item **a** da atividade **6**, peça aos alunos que observem os primeiros termos da sequência de figuras e pergunte a eles qual pode ser a próxima figura da sequência. Sugira que um ou mais alunos vá à lousa e desenhe a figura.

Assim, podemos dizer que a quantidade de quadradinhos de cada figura é igual ao triplo do número da figura adicionado de 2 unidades e, se prosseguirmos com a construção das próximas figuras, teremos que:

- a figura **5** terá $(3 \cdot \mathbf{5} + 2)$ quadradinhos = 17 quadradinhos.
- a figura **6** terá $(3 \cdot \mathbf{6} + 2)$ quadradinhos = 20 quadradinhos.
- a figura **7** terá $(3 \cdot \mathbf{7} + 2)$ quadradinhos = 23 quadradinhos.
- a figura **8** terá $(3 \cdot \mathbf{8} + 2)$ quadradinhos = 26 quadradinhos e assim por diante.

Se usarmos a letra n para representar o número de uma figura qualquer dessa sequência, obteremos a expressão $3n + 2$.

Assim, podemos dizer que a expressão $\mathbf{3n + 2}$ é uma lei de formação dessa sequência, pois, substituindo a letra n pelo número da figura, calculamos a quantidade de quadradinhos que ela tem.

As expressões matemáticas formadas por números e letras, ou somente por letras, são chamadas de **expressões algébricas**. A lei de formação da sequência $3n + 2$ é um exemplo de expressão algébrica e a letra n é chamada de **variável**. Nesse caso, a variável n pode representar qualquer número natural maior que zero.

Atividades

Não escreva no livro!

6. Observe a sequência figural abaixo.

Figura 1. Figura 2. Figura 3. Figura 4. Figura 5.

a) Copie o quadro a seguir no caderno e complete-o com base no número de fileiras horizontais e verticais de quadradinhos de cada figura.

Número da figura	Número de fileiras horizontais	Número de fileiras verticais	Número total de quadradinhos
1	*2*	*1*	*$2 \cdot 1 = 2$*
2	*2*	*2*	*$2 \cdot 2 = 4$*
3	*2*	*3*	*$2 \cdot 3 = 6$*
4	*2*	*4*	*$2 \cdot 4 = 8$*
5	*2*	*5*	*$2 \cdot 5 = 10$*

b) Escolha uma letra para representar o número de cada figura. *Exemplo de resposta: n*

c) Utilizando a letra escolhida no item anterior, obtenha uma possível lei de formação da sequência numérica formada pelo número de quadradinhos de cada figura. *2n, sendo n um número natural*

d) Com base no item anterior, obtenha uma possível lei de formação da sequência numérica formada pelo número de quadradinhos **marrons** em cada figura. *$2n - 1$*

7. Considere uma sequência numérica cuja lei de formação é dada pela expressão $4x - 3$, na qual x representa qualquer número natural maior do que zero. Escreva no caderno os 5 primeiros termos dessa sequência. *1, 5, 9, 13, 17*

102 Unidade 3 Linguagem algébrica e equações

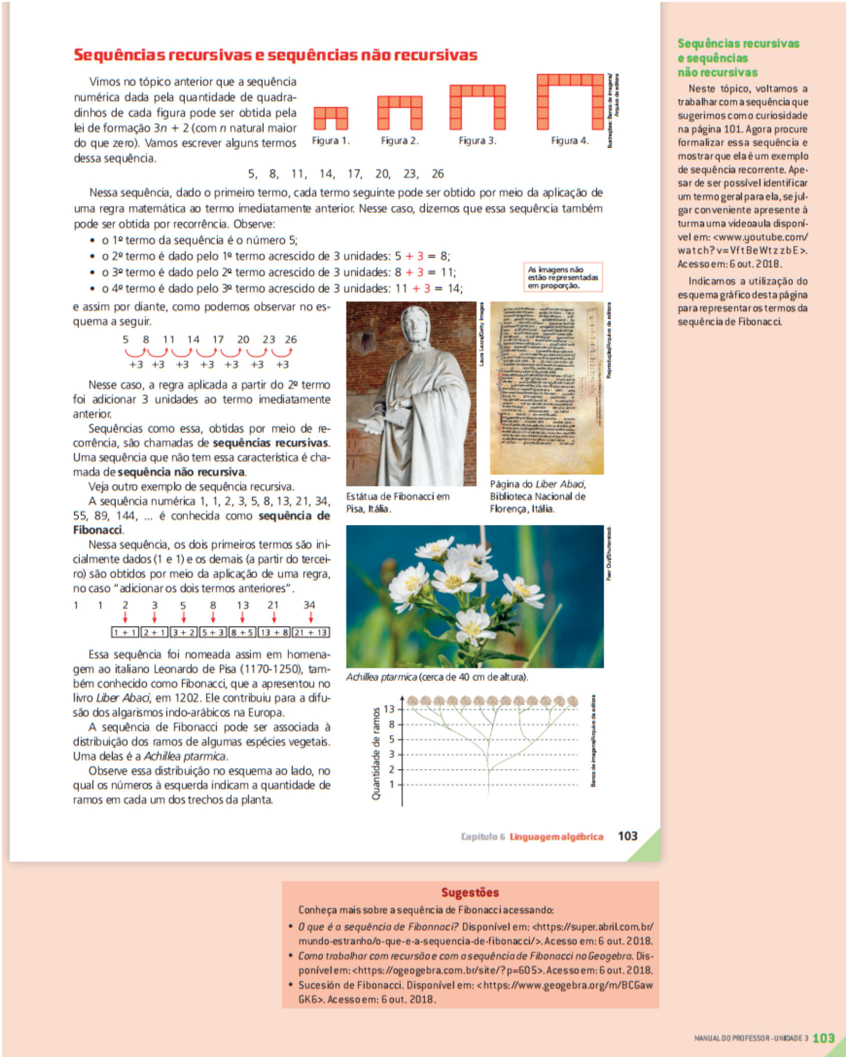
102 MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3

Fonte: Sampaio (2018).

O estudo dessa página (Figura 4) permitirá ao aluno a verificação de que a quantidade de quadradinhos presentes em cada figura da sequência obedece a uma lei de formação, sendo ela o triplo do número da figura adicionado de 2 unidades. Obtém-se, então, a expressão $3n + 2$, na qual n representa o número da ordem da figura, o que comprova a correspondência com a habilidade EF07MA15. Na sequência, corrobora para o desenvolvimento da habilidade citada, as atividades de fixação.

Tendo sido exposto o estudo das habilidades EF07MA13, EF07MA14, EF07MA15, passamos, a seguir para a observação da habilidade (EF07MA16): Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes. Essa habilidade pode ser percebida na Figura 5:

Figura 5 - Capítulo 6, página 103: Sequências recursivas e sequências não recursivas



Sequências recursivas e sequências não recursivas

Vimos no tópico anterior que a sequência numérica dada pela quantidade de quadradinhos de cada figura pode ser obtida pela lei de formação $3n + 2$ (com n natural maior do que zero). Vamos escrever alguns termos dessa sequência.

Figura 1. Figura 2. Figura 3. Figura 4.

5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26

Nessa sequência, dado o primeiro termo, cada termo seguinte pode ser obtido por meio da aplicação de uma regra matemática ao termo imediatamente anterior. Nesse caso, dizemos que essa sequência também pode ser obtida por recorrência. Observe:

- o 1º termo da sequência é o número 5;
- o 2º termo é dado pelo 1º termo acrescido de 3 unidades: $5 + 3 = 8$;
- o 3º termo é dado pelo 2º termo acrescido de 3 unidades: $8 + 3 = 11$;
- o 4º termo é dado pelo 3º termo acrescido de 3 unidades: $11 + 3 = 14$;

e assim por diante, como podemos observar no esquema a seguir.

5 8 11 14 17 20 23 26

+3 +3 +3 +3 +3 +3 +3

Nesse caso, a regra aplicada a partir do 2º termo foi adicionar 3 unidades ao termo imediatamente anterior.

Sequências como essa, obtidas por meio de recorrência, são chamadas de **sequências recursivas**. Uma sequência que não tem essa característica é chamada de **sequência não recursiva**.

Veja outro exemplo de sequência recursiva.

A sequência numérica 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ... é conhecida como **sequência de Fibonacci**.

Nessa sequência, os dois primeiros termos são inicialmente dados (1 e 1) e os demais (a partir do terceiro) são obtidos por meio da aplicação de uma regra, no caso "adicionar os dois termos anteriores".

1 1 2 3 5 8 13 21 34

1 + 1 | 2 + 1 | 3 + 2 | 5 + 3 | 8 + 5 | 13 + 8 | 21 + 13

Essa sequência foi nomeada assim em homenagem ao italiano Leonardo de Pisa (1170-1250), também conhecido como Fibonacci, que a apresentou no livro *Liber Abaci*, em 1202. Ele contribuiu para a difusão dos algarismos indo-arábicos na Europa.

A sequência de Fibonacci pode ser associada à distribuição dos ramos de algumas espécies vegetais. Uma delas é a *Achillea ptarmica*.

Observe essa distribuição no esquema ao lado, no qual os números à esquerda indicam a quantidade de ramos em cada um dos trechos da planta.

As imagens não estão representadas em proporção.

Estátua de Fibonacci em Pisa, Itália.

Página do *Liber Abaci*, Biblioteca Nacional de Florença, Itália.

Achillea ptarmica (cerca de 40 cm de altura).

Quantidade de ramos: 13, 8, 5, 3, 2, 1

Capítulo 6 Linguagem algébrica 103

Sequências recursivas e sequências não recursivas

Neste tópico, voltamos a trabalhar com a sequência que sugerimos como curiosidade na página 101. Agora procure formalizar essa sequência e mostrar que ela é um exemplo de sequência recorrente. Apesar de ser possível identificar um termo geral para ela, se julgar conveniente apresente à turma uma videoaula disponível em: <www.youtube.com/watch?v=VftBeWtzzbE>. Acesso em: 6 out. 2018.

Indicamos a utilização do esquema gráfico desta página para representar os termos da sequência de Fibonacci.

Sugestões

Conheça mais sobre a sequência de Fibonacci acessando:

- *O que é a sequência de Fibonnaci?* Disponível em: <https://super.abril.com.br/mundo-estranho/o-que-e-a-sequencia-de-fibonacci/>. Acesso em: 6 out. 2018.
- *Como trabalhar com recursão e com a sequência de Fibonacci no Geogebra.* Disponível em: <https://ogeogebra.com.br/site/?p=605>. Acesso em: 6 out. 2018.
- Sucesión de Fibonacci. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/BCGawGK6>. Acesso em: 6 out. 2018.

MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3 103

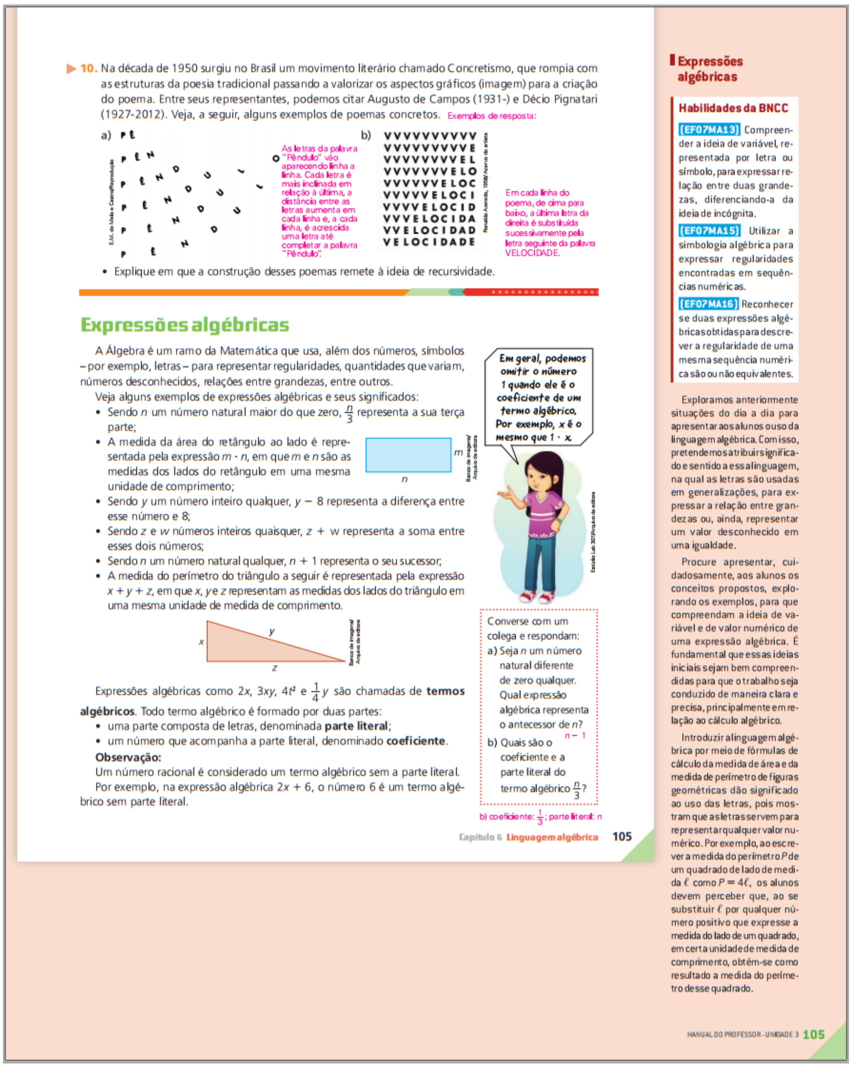
Fonte: Sampaio (2018).

Nessa figura, são demonstrados alguns exemplos que o livro didático elenca, para diferenciar as sequências recursivas - a qual, dado o primeiro termo, cada termo seguinte da sequência é obtido por meio da aplicação de uma regra ao termo anterior; das sequências não recursivas - gerada por uma lei de formação independendo do primeiro termo. Após essa diferenciação, seguem algumas atividades, com questões abertas que incentivam a construção de sequências, recursivas ou não, para assimilação do conteúdo.

À luz dos itens até aqui expostos, conclui-se que para o estudo das expressões, o livro didático tomou o cuidado de explorar situações que envolvessem o dia a dia, junto ao uso da linguagem algébrica. Esse encaminhamento contextualizado, conforme pressuposto defendido pelo CRMG, contribui para melhor atribuição de significado e sentido no que está sendo trabalhado, com vistas a gerar melhor compreensão por parte dos alunos.

A partir das próximas figuras, há uma alteração na dinâmica explicativa. O que antes estava marcado pela observação da expressão e sua correspondência no mundo, agora são apresentadas as expressões algébricas em sua essência especificamente matemática. Na Figura 6, que abaixo está exposta, é apresentada a identificação dos termos algébricos em parte literal- composta pelo coeficiente e a variável; e termo independente, ou seja, o número sem a variável. Essa explicação retoma as habilidades EF07MA13 e EF07MA15.

Figura 6 - Capítulo 6, página 105: Expressões algébricas



10. Na década de 1950 surgiu no Brasil um movimento literário chamado Concretismo, que rompia com as estruturas da poesia tradicional passando a valorizar os aspectos gráficos (imagem) para a criação do poema. Entre seus representantes, podemos citar Augusto de Campos (1931-) e Décio Pignatari (1927-2012). Veja, a seguir, alguns exemplos de poemas concretos. Exemplos de resposta:

a) As letras da palavra "Pêndulo" vão aparecendo linha a linha. Cada letra é mais inclinada em relação à última, a distância entre as letras aumenta em cada linha e, a cada linha, é acrescida uma letra até completar a palavra "Pêndulo".

b) VVVVVVVVVV
VVVVVVVVVE
VVVVVVVVEL
VVVVVVVELO
VVVVVVELOC
VVVVVELOCI
VVVVELOCID
VVVELOCIDA
VVELOCIDAD
VELOCIDADE

Em cada linha do poema, de cima para baixo, a última letra da direita é substituída sucessivamente pela letra seguinte da palavra VELOCIDADE.

- Explique em que a construção desses poemas remete à ideia de recursividade.

Expressões algébricas

A Álgebra é um ramo da Matemática que usa, além dos números, símbolos – por exemplo, letras – para representar regularidades, quantidades que variam, números desconhecidos, relações entre grandezas, entre outros.

Veja alguns exemplos de expressões algébricas e seus significados:

- Sendo n um número natural maior do que zero, $\frac{n}{3}$ representa a sua terça parte;
- A medida da área do retângulo ao lado é representada pela expressão $m \cdot n$, em que m e n são as medidas dos lados do retângulo em uma mesma unidade de comprimento;
- Sendo y um número inteiro qualquer, $y - 8$ representa a diferença entre esse número e 8;
- Sendo z e w números inteiros quaisquer, $z + w$ representa a soma entre esses dois números;
- Sendo n um número natural qualquer, $n + 1$ representa o seu sucessor;
- A medida do perímetro do triângulo a seguir é representada pela expressão $x + y + z$, em que x, y e z representam as medidas dos lados do triângulo em uma mesma unidade de medida de comprimento.

Expressões algébricas como $2x$, $3xy$, $4t^2$ e $\frac{1}{4}y$ são chamadas de **termos algébricos**. Todo termo algébrico é formado por duas partes:

- uma parte composta de letras, denominada **parte literal**;
- um número que acompanha a parte literal, denominado **coeficiente**.

Observação:

Um número racional é considerado um termo algébrico sem a parte literal.

Por exemplo, na expressão algébrica $2x + 6$, o número 6 é um termo algébrico sem parte literal.

Em geral, podemos omitir o número 1 quando ele é o coeficiente de um termo algébrico. Por exemplo, x é o mesmo que $1 \cdot x$.

Converse com um colega e respondam:
a) Seja n um número natural diferente de zero qualquer. Qual expressão algébrica representa o antecessor de n? $n - 1$
b) Quais são o coeficiente e a parte literal do termo algébrico $\frac{n}{3}$?

b) coeficiente: $\frac{1}{3}$; parte literal: n

Capítulo 6 Linguagem algébrica 105

Expressões algébricas

Habilidades da BNCC

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

Exploramos anteriormente situações do dia a dia para apresentar aos alunos o uso da linguagem algébrica. Com isso, pretendemos atribuir significado e sentido a essa linguagem, na qual as letras são usadas em generalizações, para expressar a relação entre grandezas ou, ainda, representar um valor desconhecido em uma igualdade.

Procure apresentar, cuidadosamente, aos alunos os conceitos propostos, explorando os exemplos, para que compreendam a ideia de variável e de valor numérico de uma expressão algébrica. É fundamental que essas ideias iniciais sejam bem compreendidas para que o trabalho seja conduzido de maneira clara e precisa, principalmente em relação ao cálculo algébrico.

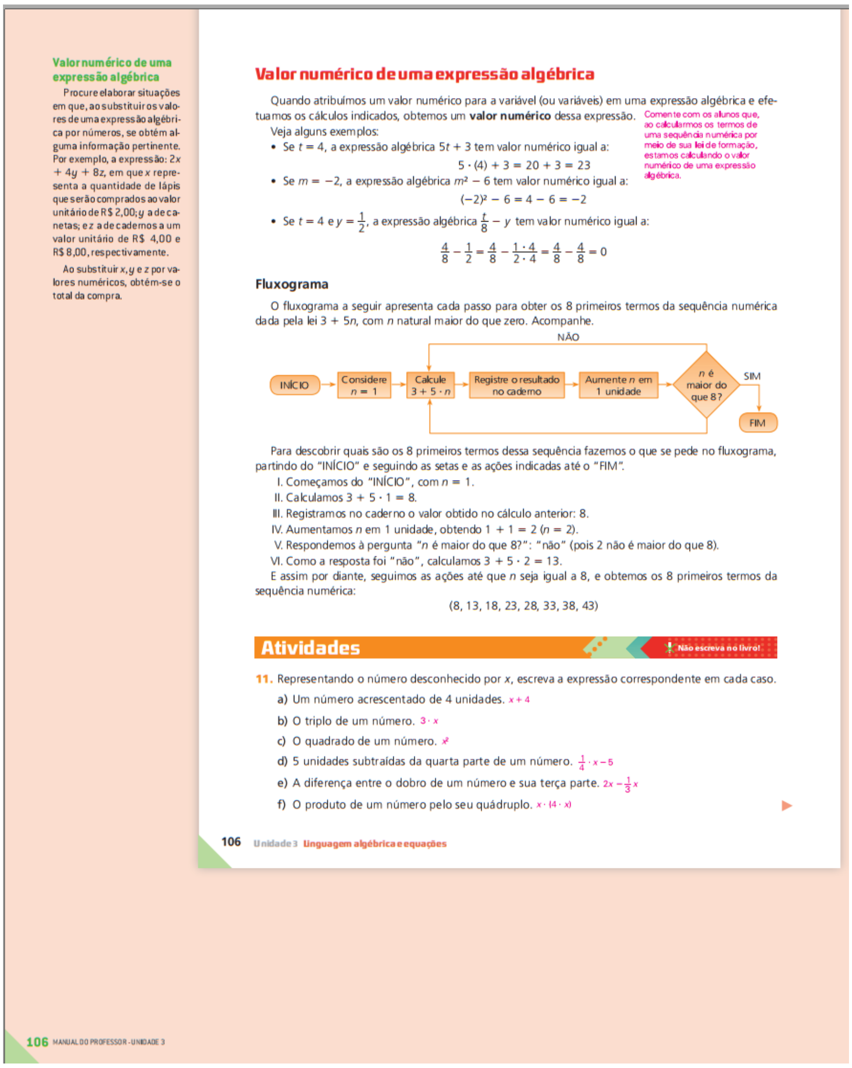
Introduzir a linguagem algébrica por meio de fórmulas de cálculo da medida de área e da medida de perímetro de figuras geométricas dão significado ao uso das letras, pois mostram que as letras servem para representar qualquer valor numérico. Por exemplo, ao escrever a medida do perímetro P de um quadrado de lado de medida ℓ como $P = 4\ell$, os alunos devem perceber que, ao se substituir ℓ por qualquer número positivo que expresse a medida do lado de um quadrado, em certa unidade de medida de comprimento, obtém-se como resultado a medida do perímetro desse quadrado.

MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3 105

Fonte: Sampaio (2018).

Em seguida, na Figura 7, é trabalhado o valor numérico de uma expressão, na qual a variável é substituída por um valor numérico escolhido, para então encontrar um resultado.

Figura 7 - Capítulo 6, página 106: Valor numérico de uma expressão algébrica



Valor numérico de uma expressão algébrica

Procure elaborar situações em que, ao substituir os valores de uma expressão algébrica por números, se obtém alguma informação pertinente. Por exemplo, a expressão: $2x + 4y + 8z$, em que x representa a quantidade de lápis que serão comprados ao valor unitário de R$ 2,00; y a de canetas; e z a de cadernos a um valor unitário de R$ 4,00 e R$ 8,00, respectivamente.

Ao substituir x, y e z por valores numéricos, obtém-se o total da compra.

Valor numérico de uma expressão algébrica

Quando atribuímos um valor numérico para a variável (ou variáveis) em uma expressão algébrica e efetuamos os cálculos indicados, obtemos um **valor numérico** dessa expressão.

Comente com os alunos que, ao calcularmos os termos de uma sequência numérica por meio de sua lei de formação, estamos calculando o valor numérico de uma expressão algébrica.

Veja alguns exemplos:

- Se $t = 4$, a expressão algébrica $5t + 3$ tem valor numérico igual a:

$$5 \cdot (4) + 3 = 20 + 3 = 23$$

- Se $m = -2$, a expressão algébrica $m^2 - 6$ tem valor numérico igual a:

$$(-2)^2 - 6 = 4 - 6 = -2$$

- Se $t = 4$ e $y = \frac{1}{2}$, a expressão algébrica $\frac{t}{8} - y$ tem valor numérico igual a:

$$\frac{4}{8} - \frac{1}{2} = \frac{4}{8} - \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8} - \frac{4}{8} = 0$$

Fluxograma

O fluxograma a seguir apresenta cada passo para obter os 8 primeiros termos da sequência numérica dada pela lei $3 + 5n$, com n natural maior do que zero. Acompanhe.

Para descobrir quais são os 8 primeiros termos dessa sequência fazemos o que se pede no fluxograma, partindo do "INÍCIO" e seguindo as setas e as ações indicadas até o "FIM".

I. Começamos do "INÍCIO", com $n = 1$.
II. Calculamos $3 + 5 \cdot 1 = 8$.
III. Registramos no caderno o valor obtido no cálculo anterior: 8.
IV. Aumentamos n em 1 unidade, obtendo $1 + 1 = 2$ ($n = 2$).
V. Respondemos à pergunta "n é maior do que 8?": "não" (pois 2 não é maior do que 8).
VI. Como a resposta foi "não", calculamos $3 + 5 \cdot 2 = 13$.

E assim por diante, seguimos as ações até que n seja igual a 8, e obtemos os 8 primeiros termos da sequência numérica:

$$(8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43)$$

Atividades

Não escreva no livro!

11. Representando o número desconhecido por x, escreva a expressão correspondente em cada caso.

a) Um número acrescentado de 4 unidades. $x + 4$
b) O triplo de um número. $3 \cdot x$
c) O quadrado de um número. x^2
d) 5 unidades subtraídas da quarta parte de um número. $\frac{1}{4} \cdot x - 5$
e) A diferença entre o dobro de um número e sua terça parte. $2x - \frac{1}{3}x$
f) O produto de um número pelo seu quádruplo. $x \cdot (4 \cdot x)$

106 Unidade 3 Linguagem algébrica e equações

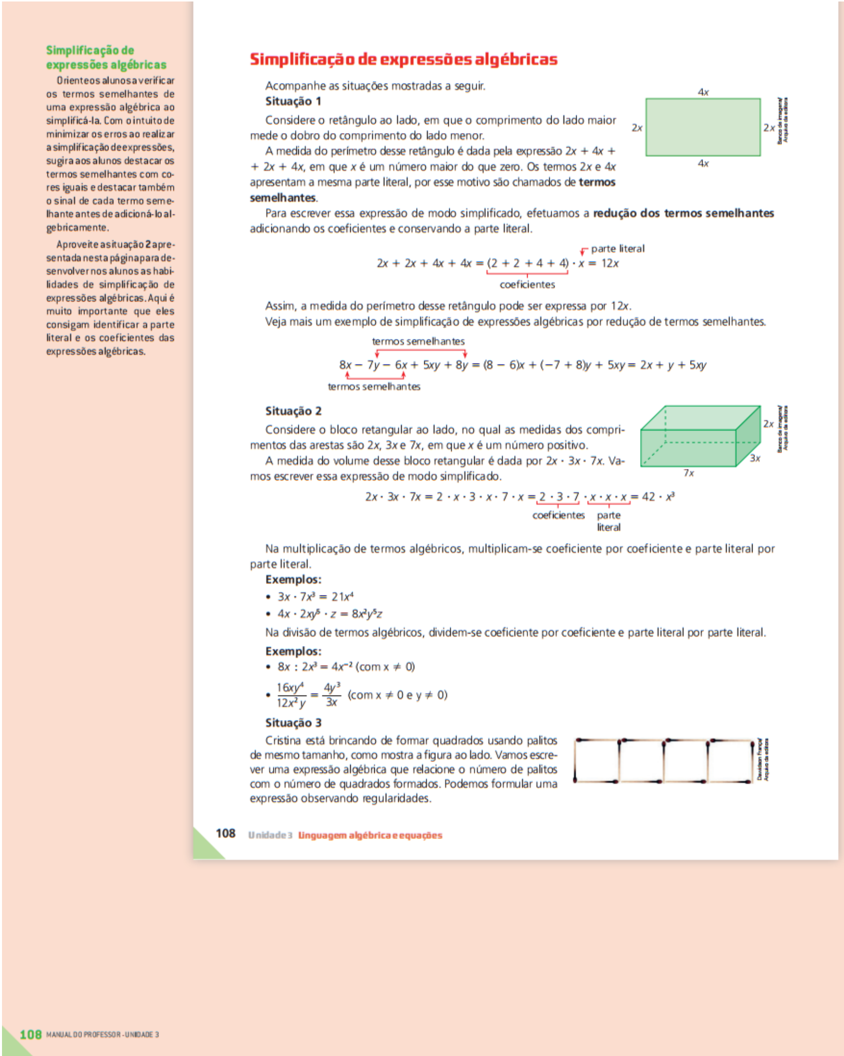
106 MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3

Fonte: Sampaio (2018).

Após esse conteúdo, o livro segue com uma atividade, referente aos conceitos da Figura 6. É relevante destacar, em relação à proposta desenvolvida na Figura 7, que o jogo descrito nesta dissertação, vem trabalhar, pontualmente, esta etapa do conhecimento, de forma lúdica e divertida, como será defendido no próximo capítulo.

Dando continuidade à observação de como se dá a construção do conhecimento algébrico no livro, a Figura 8 representa o desenvolvimento da simplificação das expressões e explica que se pode reduzir a um único valor somente os termos semelhantes, ou seja, que apresentam a mesma parte literal. Essa condução explicativa, facilita a forma de representação, levando o aluno a comparar expressões equivalentes. Esse processo será concluído na Figura 9, a partir do desenvolvimento da habilidade EF07MA16.

Figura 8 - Capítulo 6, página 108: Simplificação de expressões algébricas



Simplificação de expressões algébricas

Oriente os alunos a verificar os termos semelhantes de uma expressão algébrica ao simplificá-la. Com o intuito de minimizar os erros ao realizar a simplificação de expressões, sugira aos alunos destacar os termos semelhantes com cores iguais e destacar também o sinal de cada termo semelhante antes de adicioná-lo algebricamente.

Aproveite a situação **2** apresentada nesta página para desenvolver nos alunos as habilidades de simplificação de expressões algébricas. Aqui é muito importante que eles consigam identificar a parte literal e os coeficientes das expressões algébricas.

Simplificação de expressões algébricas

Acompanhe as situações mostradas a seguir.

Situação 1

Considere o retângulo ao lado, em que o comprimento do lado maior mede o dobro do comprimento do lado menor.

A medida do perímetro desse retângulo é dada pela expressão $2x + 4x + 2x + 4x$, em que x é um número maior do que zero. Os termos $2x$ e $4x$ apresentam a mesma parte literal, por esse motivo são chamados de **termos semelhantes**.

Para escrever essa expressão de modo simplificado, efetuamos a **redução dos termos semelhantes** adicionando os coeficientes e conservando a parte literal.

$$2x + 2x + 4x + 4x = \underbrace{(2 + 2 + 4 + 4)}_{\text{coeficientes}} \cdot \overset{\text{parte literal}}{x} = 12x$$

Assim, a medida do perímetro desse retângulo pode ser expressa por $12x$.

Veja mais um exemplo de simplificação de expressões algébricas por redução de termos semelhantes.

termos semelhantes

$$8x - 7y - 6x + 5xy + 8y = (8 - 6)x + (-7 + 8)y + 5xy = 2x + y + 5xy$$

termos semelhantes

Situação 2

Considere o bloco retangular ao lado, no qual as medidas dos comprimentos das arestas são $2x$, $3x$ e $7x$, em que x é um número positivo.

A medida do volume desse bloco retangular é dada por $2x \cdot 3x \cdot 7x$. Vamos escrever essa expressão de modo simplificado.

$$2x \cdot 3x \cdot 7x = 2 \cdot x \cdot 3 \cdot x \cdot 7 \cdot x = \underbrace{2 \cdot 3 \cdot 7}_{\text{coeficientes}} \cdot \underbrace{x \cdot x \cdot x}_{\text{parte literal}} = 42 \cdot x^3$$

Na multiplicação de termos algébricos, multiplicam-se coeficiente por coeficiente e parte literal por parte literal.

Exemplos:

- $3x \cdot 7x^3 = 21x^4$
- $4x \cdot 2xy^5 \cdot z = 8x^2y^5z$

Na divisão de termos algébricos, dividem-se coeficiente por coeficiente e parte literal por parte literal.

Exemplos:

- $8x : 2x^3 = 4x^{-2}$ (com $x \neq 0$)
- $\frac{16xy^4}{12x^2y} = \frac{4y^3}{3x}$ (com $x \neq 0$ e $y \neq 0$)

Situação 3

Cristina está brincando de formar quadrados usando palitos de mesmo tamanho, como mostra a figura ao lado. Vamos escrever uma expressão algébrica que relacione o número de palitos com o número de quadrados formados. Podemos formular uma expressão observando regularidades.

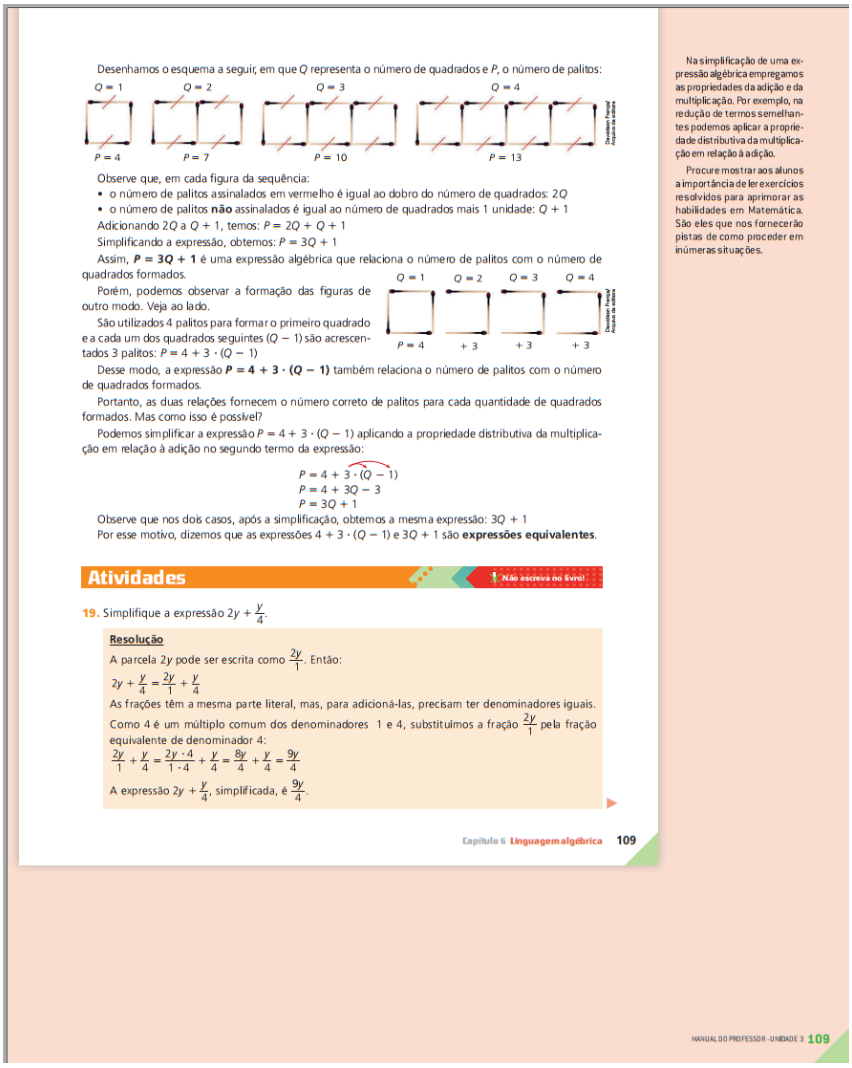
108 Unidade 3 Linguagem algébrica e equações

108 MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3

Fonte: Sampaio (2018).

Na situação 1, da Figura 8, propõe-se a simplificação de expressões através da adição e subtração de termos semelhantes, demonstrando de que as operações devem ser efetuadas com os coeficientes e que devem conservar a parte literal. Na situação 2, demonstra-se a ideia de produto e quociente dos termos semelhantes. Nesse exemplo, as operações são efetuadas tanto nos coeficientes quanto na parte literal. A situação 3, com início na Figura 8 e término na Figura 9, vem comparar dois modos de representar a mesma sequência, e como a partir de um modo conseguimos chegar ao outro, provando que ambos são equivalentes, como exposto a seguir:

Figura 9 - Capítulo 6, página 109: Simplificação de expressões algébricas



Desenhamos o esquema a seguir, em que Q representa o número de quadrados e P, o número de palitos:

$Q = 1$ $Q = 2$ $Q = 3$ $Q = 4$

$P = 4$ $P = 7$ $P = 10$ $P = 13$

Observe que, em cada figura da sequência:

- o número de palitos assinalados em vermelho é igual ao dobro do número de quadrados: $2Q$
- o número de palitos **não** assinalados é igual ao número de quadrados mais 1 unidade: $Q + 1$

Adicionando $2Q$ a $Q + 1$, temos: $P = 2Q + Q + 1$

Simplificando a expressão, obtemos: $P = 3Q + 1$

Assim, $\mathbf{P = 3Q + 1}$ é uma expressão algébrica que relaciona o número de palitos com o número de quadrados formados.

Porém, podemos observar a formação das figuras de outro modo. Veja ao lado.

$Q = 1$ $Q = 2$ $Q = 3$ $Q = 4$

$P = 4$ $+ 3$ $+ 3$ $+ 3$

São utilizados 4 palitos para formar o primeiro quadrado e a cada um dos quadrados seguintes $(Q - 1)$ são acrescentados 3 palitos: $P = 4 + 3 \cdot (Q - 1)$

Desse modo, a expressão $\mathbf{P = 4 + 3 \cdot (Q - 1)}$ também relaciona o número de palitos com o número de quadrados formados.

Portanto, as duas relações fornecem o número correto de palitos para cada quantidade de quadrados formados. Mas como isso é possível?

Podemos simplificar a expressão $P = 4 + 3 \cdot (Q - 1)$ aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição no segundo termo da expressão:

$$P = 4 + 3 \cdot (Q - 1)$$
$$P = 4 + 3Q - 3$$
$$P = 3Q + 1$$

Observe que nos dois casos, após a simplificação, obtemos a mesma expressão: $3Q + 1$

Por esse motivo, dizemos que as expressões $4 + 3 \cdot (Q - 1)$ e $3Q + 1$ são **expressões equivalentes**.

Na simplificação de uma expressão algébrica empregamos as propriedades da adição e da multiplicação. Por exemplo, na redução de termos semelhantes podemos aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Procure mostrar aos alunos a importância de ler exercícios resolvidos para aprimorar as habilidades em Matemática. São eles que nos fornecerão pistas de como proceder em inúmeras situações.

Atividades Não escreva no livro!

19. Simplifique a expressão $2y + \frac{y}{4}$.

Resolução

A parcela $2y$ pode ser escrita como $\frac{2y}{1}$. Então:

$2y + \frac{y}{4} = \frac{2y}{1} + \frac{y}{4}$

As frações têm a mesma parte literal, mas, para adicioná-las, precisam ter denominadores iguais.

Como 4 é um múltiplo comum dos denominadores 1 e 4, substituímos a fração $\frac{2y}{1}$ pela fração equivalente de denominador 4:

$\frac{2y}{1} + \frac{y}{4} = \frac{2y \cdot 4}{1 \cdot 4} + \frac{y}{4} = \frac{8y}{4} + \frac{y}{4} = \frac{9y}{4}$

A expressão $2y + \frac{y}{4}$, simplificada, é $\frac{9y}{4}$.

Capítulo 6 Linguagem algébrica 109

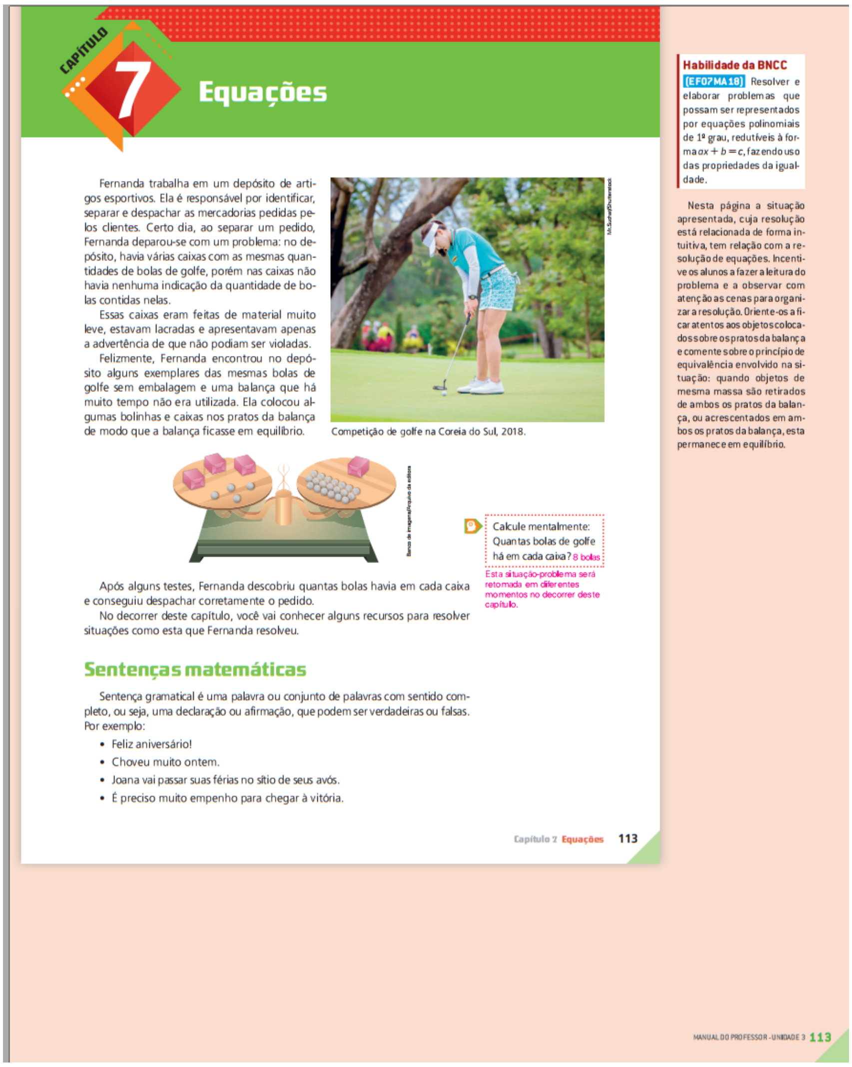
MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3 109

Fonte: Sampaio (2018).

Até aqui, pode-se observar que a explicação do material didático se voltou para a apropriação, pelo aprendiz da habilidade EF07MA16. Tal habilidade é fixada através das atividades abertas proposta pelo livro. Outras habilidades que envolvem a álgebra, no CRMG, estão dispostas a seguir.

No capítulo 7, o material desenvolve os conceitos de equação, os processos resolutivos, bem como sua aplicabilidade. As Figuras 10 e 11, trabalham as sentenças matemáticas e desenvolvem os conceitos de equação, como pede as habilidades: (1) (EF07MA49MG) Reconhecer uma equação de primeiro grau e utilizá-la na modelagem de diferentes situações. (2) (EF07MA18A) Resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Figura 10 - Capítulo 7, página 113: Sentenças matemáticas



CAPÍTULO 7

Equações

Fernanda trabalha em um depósito de artigos esportivos. Ela é responsável por identificar, separar e despachar as mercadorias pedidas pelos clientes. Certo dia, ao separar um pedido, Fernanda deparou-se com um problema: no depósito, havia várias caixas com as mesmas quantidades de bolas de golfe, porém nas caixas não havia nenhuma indicação da quantidade de bolas contidas nelas.

Essas caixas eram feitas de material muito leve, estavam lacradas e apresentavam apenas a advertência de que não podiam ser violadas.

Felizmente, Fernanda encontrou no depósito alguns exemplares das mesmas bolas de golfe sem embalagem e uma balança que há muito tempo não era utilizada. Ela colocou algumas bolinhas e caixas nos pratos da balança de modo que a balança ficasse em equilíbrio.

Competição de golfe na Coreia do Sul, 2018.

Calcule mentalmente: Quantas bolas de golfe há em cada caixa? 8 bolas

Esta situação-problema será retomada em diferentes momentos no decorrer deste capítulo.

Após alguns testes, Fernanda descobriu quantas bolas havia em cada caixa e conseguiu despachar corretamente o pedido.

No decorrer deste capítulo, você vai conhecer alguns recursos para resolver situações como esta que Fernanda resolveu.

Sentenças matemáticas

Sentença gramatical é uma palavra ou conjunto de palavras com sentido completo, ou seja, uma declaração ou afirmação, que podem ser verdadeiras ou falsas. Por exemplo:

- Feliz aniversário!
- Choveu muito ontem.
- Joana vai passar suas férias no sítio de seus avós.
- É preciso muito empenho para chegar à vitória.

Capítulo 7 Equações 113

Habilidade da BNCC

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

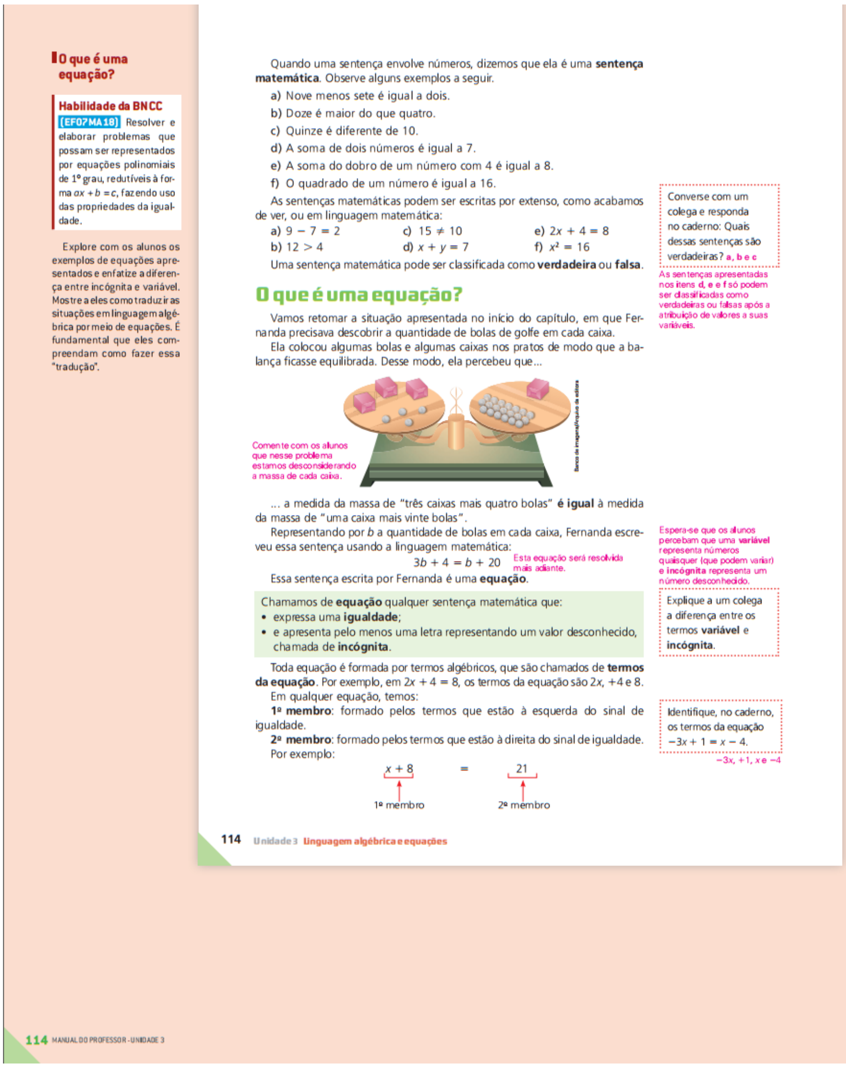
Nesta página a situação apresentada, cuja resolução está relacionada de forma intuitiva, tem relação com a resolução de equações. Incentive os alunos a fazer a leitura do problema e a observar com atenção as cenas para organizar a resolução. Oriente-os a ficar atentos aos objetos colocados sobre os pratos da balança e comente sobre o princípio de equivalência envolvido na situação: quando objetos de mesma massa são retirados de ambos os pratos da balança, ou acrescentados em ambos os pratos da balança, esta permanece em equilíbrio.

MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3 113

Fonte: Sampaio (2018).

Na Figura 10, introduz-se um exemplo no qual uma jovem deveria solucionar um problema e, resolvendo-o, encontrou o valor que precisava. O boxe ao lado, incentiva o aprendiz a procurar, também, um resultado, mentalmente, direcionado pelo trabalho com as sentenças matemáticas. Feito isso, inicia-se a explicação do conceito de sentença, o qual será concluído na Figura 11, a seguir. A explicação deixará evidente o que são sentenças matemáticas, sentenças que envolvem números. Novamente, o material traz um boxe que guia os alunos na verificação da veracidade das afirmações utilizadas como exemplos.

Figura 11 - Capítulo 7, página 114: O que é uma equação?



O que é uma equação?

Habilidade da BNCC

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Explore com os alunos os exemplos de equações apresentados e enfatize a diferença entre incógnita e variável. Mostre a eles como traduzir as situações em linguagem algébrica por meio de equações. É fundamental que eles compreendam como fazer essa "tradução".

Quando uma sentença envolve números, dizemos que ela é uma **sentença matemática**. Observe alguns exemplos a seguir.

a) Nove menos sete é igual a dois.
b) Doze é maior do que quatro.
c) Quinze é diferente de 10.
d) A soma de dois números é igual a 7.
e) A soma do dobro de um número com 4 é igual a 8.
f) O quadrado de um número é igual a 16.

As sentenças matemáticas podem ser escritas por extenso, como acabamos de ver, ou em linguagem matemática:

a) $9 - 7 = 2$ c) $15 \neq 10$ e) $2x + 4 = 8$
b) $12 > 4$ d) $x + y = 7$ f) $x^2 = 16$

Uma sentença matemática pode ser classificada como **verdadeira** ou **falsa**.

Converse com um colega e responda no caderno: Quais dessas sentenças são verdadeiras? **a, b e c**

As sentenças apresentadas nos itens **d**, **e** e **f** só podem ser classificadas como verdadeiras ou falsas após a atribuição de valores a suas variáveis.

O que é uma equação?

Vamos retomar a situação apresentada no início do capítulo, em que Fernanda precisava descobrir a quantidade de bolas de golfe em cada caixa.

Ela colocou algumas bolas e algumas caixas nos pratos de modo que a balança ficasse equilibrada. Desse modo, ela percebeu que...

Comente com os alunos que nesse problema estamos desconsiderando a massa de cada caixa.

Banco de imagens/Arquivo da editora

... a medida da massa de "três caixas mais quatro bolas" **é igual** à medida da massa de "uma caixa mais vinte bolas".

Representando por b a quantidade de bolas em cada caixa, Fernanda escreveu essa sentença usando a linguagem matemática:

$$3b + 4 = b + 20$$

Esta equação será resolvida mais adiante.

Essa sentença escrita por Fernanda é uma **equação**.

Espera-se que os alunos percebam que uma **variável** representa números quaisquer (que podem variar) e **incógnita** representa um número desconhecido.

Chamamos de **equação** qualquer sentença matemática que:
- expressa uma **igualdade**;
- e apresenta pelo menos uma letra representando um valor desconhecido, chamada de **incógnita**.

Explique a um colega a diferença entre os termos **variável** e **incógnita**.

Toda equação é formada por termos algébricos, que são chamados de **termos da equação**. Por exemplo, em $2x + 4 = 8$, os termos da equação são $2x$, $+4$ e 8.

Em qualquer equação, temos:

1º membro: formado pelos termos que estão à esquerda do sinal de igualdade.

2º membro: formado pelos termos que estão à direita do sinal de igualdade.

Por exemplo:

$$\underbrace{x + 8}_{\text{1º membro}} = \underbrace{21}_{\text{2º membro}}$$

Identifique, no caderno, os termos da equação $-3x + 1 = x - 4$.

$-3x$, $+1$, x e -4

114 Unidade 3 Linguagem algébrica e equações

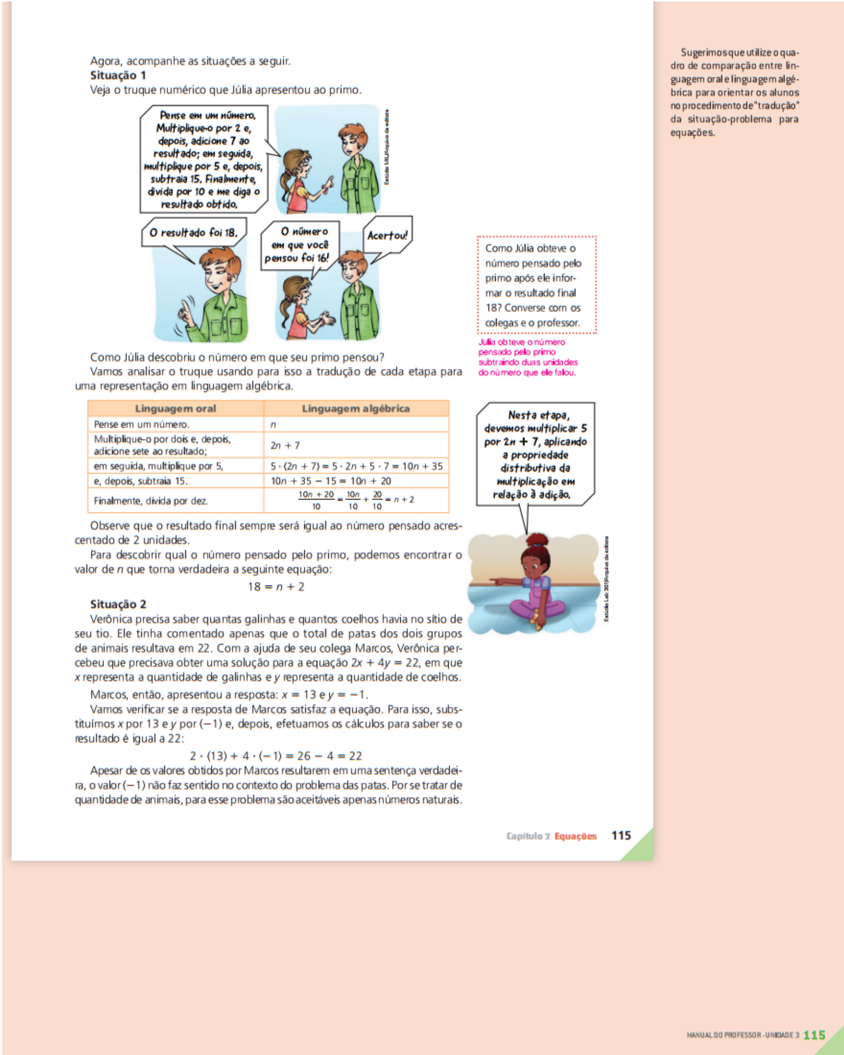
114 MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3

Fonte: Sampaio (2018).

Logo após a explicação sobre sentenças matemáticas, é apresentada a equação, ao que se constitui, o que ela representa e como é organizada: tendo dois membros, um antes e outro depois do sinal de igualdade.

Dando continuidade no desenvolvimento das habilidades anteriores EF07MA49MG e EF07MA18A, segue a Figura 12.

Figura 12 - Capítulo 7, página 115: Situações problemas



Agora, acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

Veja o truque numérico que Júlia apresentou ao primo.

Como Júlia obteve o número pensado pelo primo após ele informar o resultado final 18? Converse com os colegas e o professor.

Júlia obteve o número pensado pelo primo subtraindo duas unidades do número que ele falou.

Como Júlia descobriu o número em que seu primo pensou?

Vamos analisar o truque usando para isso a tradução de cada etapa para uma representação em linguagem algébrica.

Linguagem oral	Linguagem algébrica
Pense em um número.	n
Multiplique-o por dois e, depois, adicione sete ao resultado;	$2n + 7$
em seguida, multiplique por 5,	$5 \cdot (2n + 7) = 5 \cdot 2n + 5 \cdot 7 = 10n + 35$
e, depois, subtraia 15.	$10n + 35 - 15 = 10n + 20$
Finalmente, divida por dez.	$\frac{10n + 20}{10} = \frac{10n}{10} + \frac{20}{10} = n + 2$

Observe que o resultado final sempre será igual ao número pensado acrescentado de 2 unidades.

Para descobrir qual o número pensado pelo primo, podemos encontrar o valor de n que torna verdadeira a seguinte equação:

$$18 = n + 2$$

Situação 2

Verônica precisa saber quantas galinhas e quantos coelhos havia no sítio de seu tio. Ele tinha comentado apenas que o total de patas dos dois grupos de animais resultava em 22. Com a ajuda de seu colega Marcos, Verônica percebeu que precisava obter uma solução para a equação $2x + 4y = 22$, em que x representa a quantidade de galinhas e y representa a quantidade de coelhos.

Marcos, então, apresentou a resposta: $x = 13$ e $y = -1$.

Vamos verificar se a resposta de Marcos satisfaz a equação. Para isso, substituímos x por 13 e y por (-1) e, depois, efetuamos os cálculos para saber se o resultado é igual a 22:

$$2 \cdot (13) + 4 \cdot (-1) = 26 - 4 = 22$$

Apesar de os valores obtidos por Marcos resultarem em uma sentença verdadeira, o valor (-1) não faz sentido no contexto do problema das patas. Por se tratar de quantidade de animais, para esse problema são aceitáveis apenas números naturais.

Capítulo 7 Equações 115

Sugerimos que utilize o quadro de comparação entre linguagem oral e linguagem algébrica para orientar os alunos no procedimento de "tradução" da situação-problema para equações.

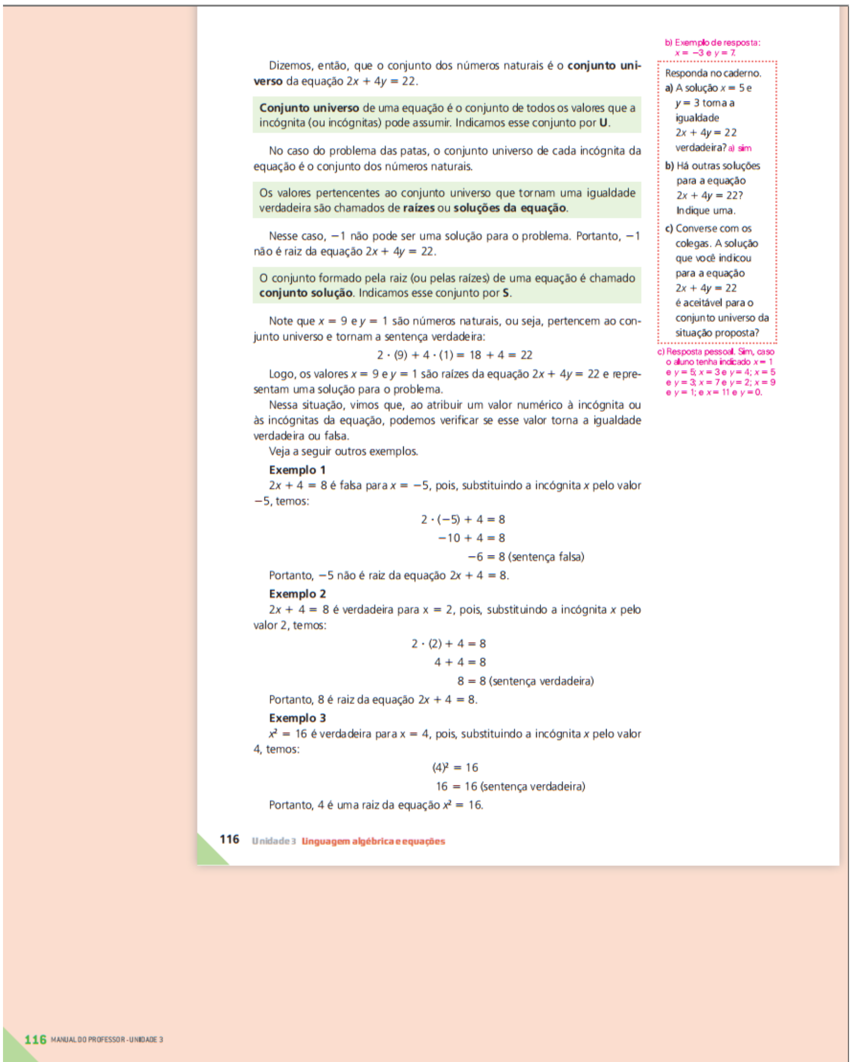
MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3 115

Fonte: Sampaio (2018).

A situação 1 e 2 da Figura 12, procura guiar os alunos na transformação da linguagem oral para equações, a fim de buscar possíveis soluções para os problemas cotidianos expostos. Essa tradução é feita utilizando os termos algébricos para representar as informações dadas, como foi apresentada no início da Figura 11.

Já na próxima figura – Figura 13 -, desenvolve-se a apropriação de uma nova habilidade: EF07MA50MG Identificar a raiz de uma equação do primeiro grau.

Figura 13 - Capítulo 7, página 116: Conjunto universo, soluções e conjunto solução



Dizemos, então, que o conjunto dos números naturais é o **conjunto universo** da equação $2x + 4y = 22$.

Conjunto universo de uma equação é o conjunto de todos os valores que a incógnita (ou incógnitas) pode assumir. Indicamos esse conjunto por **U**.

No caso do problema das patas, o conjunto universo de cada incógnita da equação é o conjunto dos números naturais.

Os valores pertencentes ao conjunto universo que tornam uma igualdade verdadeira são chamados de **raízes** ou **soluções da equação**.

Nesse caso, -1 não pode ser uma solução para o problema. Portanto, -1 não é raiz da equação $2x + 4y = 22$.

O conjunto formado pela raiz (ou pelas raízes) de uma equação é chamado **conjunto solução**. Indicamos esse conjunto por **S**.

Note que $x = 9$ e $y = 1$ são números naturais, ou seja, pertencem ao conjunto universo e tornam a sentença verdadeira:

$$2 \cdot (9) + 4 \cdot (1) = 18 + 4 = 22$$

Logo, os valores $x = 9$ e $y = 1$ são raízes da equação $2x + 4y = 22$ e representam uma solução para o problema.

Nessa situação, vimos que, ao atribuir um valor numérico à incógnita ou às incógnitas da equação, podemos verificar se esse valor torna a igualdade verdadeira ou falsa.

Veja a seguir outros exemplos.

Exemplo 1

$2x + 4 = 8$ é falsa para $x = -5$, pois, substituindo a incógnita x pelo valor -5, temos:

$$2 \cdot (-5) + 4 = 8$$
$$-10 + 4 = 8$$
$$-6 = 8 \text{ (sentença falsa)}$$

Portanto, -5 não é raiz da equação $2x + 4 = 8$.

Exemplo 2

$2x + 4 = 8$ é verdadeira para $x = 2$, pois, substituindo a incógnita x pelo valor 2, temos:

$$2 \cdot (2) + 4 = 8$$
$$4 + 4 = 8$$
$$8 = 8 \text{ (sentença verdadeira)}$$

Portanto, 8 é raiz da equação $2x + 4 = 8$.

Exemplo 3

$x^2 = 16$ é verdadeira para $x = 4$, pois, substituindo a incógnita x pelo valor 4, temos:

$$(4)^2 = 16$$
$$16 = 16 \text{ (sentença verdadeira)}$$

Portanto, 4 é uma raiz da equação $x^2 = 16$.

b) Exemplo de resposta: $x = -3$ e $y = 7$.

Responda no caderno.

a) A solução $x = 5$ e $y = 3$ torna a igualdade $2x + 4y = 22$ verdadeira? a) sim

b) Há outras soluções para a equação $2x + 4y = 22$? Indique uma.

c) Converse com os colegas. A solução que você indicou para a equação $2x + 4y = 22$ é aceitável para o conjunto universo da situação proposta?

c) Resposta pessoal. Sim, caso o aluno tenha indicado $x = 1$ e $y = 5$; $x = 3$ e $y = 4$; $x = 5$ e $y = 3$; $x = 7$ e $y = 2$; $x = 9$ e $y = 1$; e $x = 11$ e $y = 0$.

116 Unidade 3 Linguagem algébrica e equações

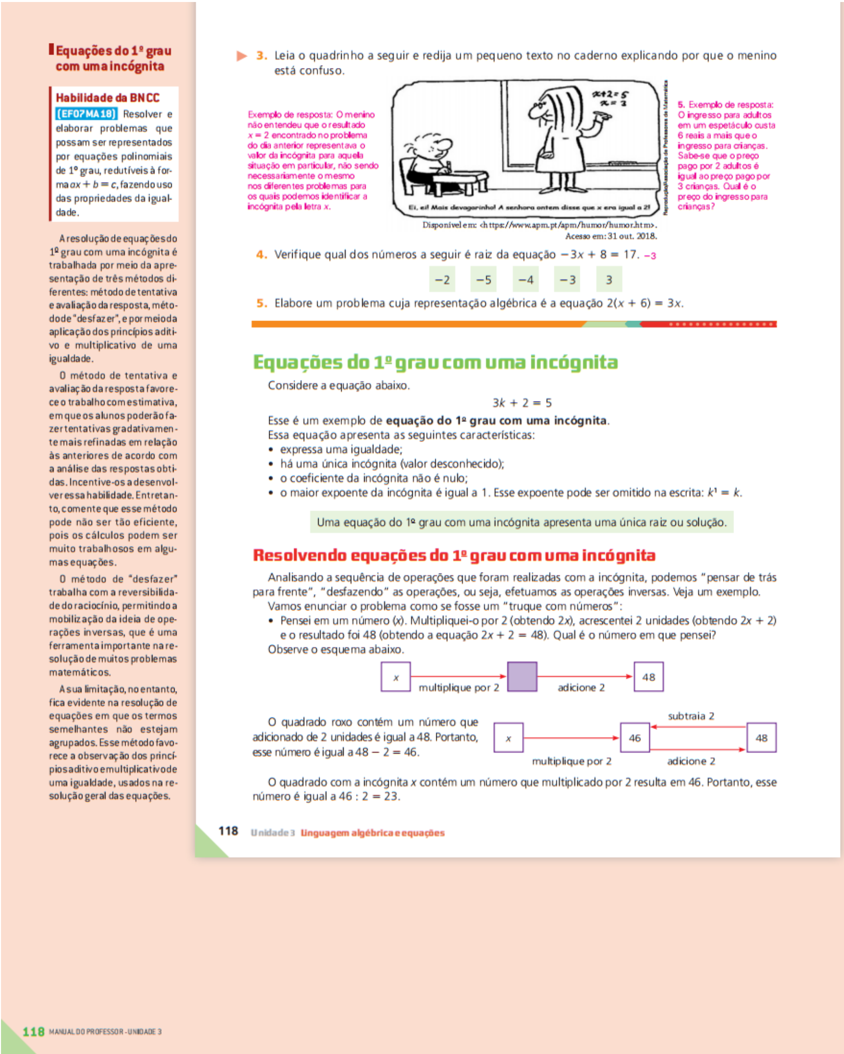
116 MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3

Fonte: Sampaio (2018).

Nessa imagem, foi apresentado um percurso que explicando que existe um conjunto de todos os valores possíveis para as incógnitas de uma equação, chamado conjunto universo, mas que nem todos são soluções desta equação. As soluções das equações, por sua vez, são chamadas de raízes. Destas, as que respondem ao problema proposto, são chamadas conjunto solução. Ao decorrer da página são usados exemplos para demonstrar algumas soluções, e, em seguida, são expostas atividades abertas para a caracterização de sentenças em equações ou não.

Ainda no capítulo 7, as Figuras 14 e 15 desenvolvem uma explicação direta sobre equações do 1º grau com uma incógnita, e o jeito de resolvê-las, através do princípio de equivalência, onde encontra-se referência a habilidade (EF07MA51MG) Resolver uma equação do primeiro grau. E retoma também a habilidade EF07MA18A.

Figura 14 - Capítulo 7, página 118: Equações do 1º grau com uma incógnita



Equações do 1º grau com uma incógnita

Habilidade da BNCC

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

A resolução de equações do 1º grau com uma incógnita é trabalhada por meio da apresentação de três métodos diferentes: método de tentativa e avaliação da resposta, método de "desfazer", e por meio da aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo de uma igualdade.

O método de tentativa e avaliação da resposta favorece o trabalho com estimativa, em que os alunos poderão fazer tentativas gradativamente mais refinadas em relação às anteriores de acordo com a análise das respostas obtidas. Incentive-os a desenvolver essa habilidade. Entretanto, comente que esse método pode não ser tão eficiente, pois os cálculos podem ser muito trabalhosos em algumas equações.

O método de "desfazer" trabalha com a reversibilidade do raciocínio, permitindo a mobilização da ideia de operações inversas, que é uma ferramenta importante na resolução de muitos problemas matemáticos.

A sua limitação, no entanto, fica evidente na resolução de equações em que os termos semelhantes não estejam agrupados. Esse método favorece a observação dos princípios aditivo e multiplicativo de uma igualdade, usados na resolução geral das equações.

3. Leia o quadrinho a seguir e redija um pequeno texto no caderno explicando por que o menino está confuso.

Exemplo de resposta: O menino não entendeu que o resultado $x = 2$ encontrado no problema do dia anterior representava o valor da incógnita para aquela situação em particular, não sendo necessariamente o mesmo nos diferentes problemas para os quais podemos identificar a incógnita pela letra x.

Disponível em: <https://www.apm.pt/apm/humor/humor.htm>. Acesso em: 31 out. 2018.

5. Exemplo de resposta: O ingresso para adultos em um espetáculo custa 6 reais a mais que o ingresso para crianças. Sabe-se que o preço pago por 2 adultos é igual ao preço pago por 3 crianças. Qual é o preço do ingresso para crianças?

4. Verifique qual dos números a seguir é raiz da equação $-3x + 8 = 17$. -3

-2 -5 -4 -3 3

5. Elabore um problema cuja representação algébrica é a equação $2(x + 6) = 3x$.

Equações do 1º grau com uma incógnita

Considere a equação abaixo.

$$3k + 2 = 5$$

Esse é um exemplo de **equação do 1º grau com uma incógnita**.

Essa equação apresenta as seguintes características:

- expressa uma igualdade;
- há uma única incógnita (valor desconhecido);
- o coeficiente da incógnita não é nulo;
- o maior expoente da incógnita é igual a 1. Esse expoente pode ser omitido na escrita: $k^1 = k$.

Uma equação do 1º grau com uma incógnita apresenta uma única raiz ou solução.

Resolvendo equações do 1º grau com uma incógnita

Analisando a sequência de operações que foram realizadas com a incógnita, podemos "pensar de trás para frente", "desfazendo" as operações, ou seja, efetuamos as operações inversas. Veja um exemplo.

Vamos enunciar o problema como se fosse um "truque com números":

- Pensei em um número (x). Multipliquei-o por 2 (obtendo $2x$), acrescentei 2 unidades (obtendo $2x + 2$) e o resultado foi 48 (obtendo a equação $2x + 2 = 48$). Qual é o número em que pensei?

Observe o esquema abaixo.

$$\boxed{x} \xrightarrow{\text{multiplique por 2}} \boxed{} \xrightarrow{\text{adicione 2}} \boxed{48}$$

O quadrado roxo contém um número que adicionado de 2 unidades é igual a 48. Portanto, esse número é igual a $48 - 2 = 46$.

$$\boxed{x} \xrightarrow{\text{multiplique por 2}} \boxed{46} \xrightarrow{\text{adicione 2}} \boxed{48}$$
$$\boxed{46} \xleftarrow{\text{subtraia 2}} \boxed{48}$$

O quadrado com a incógnita x contém um número que multiplicado por 2 resulta em 46. Portanto, esse número é igual a $46 : 2 = 23$.

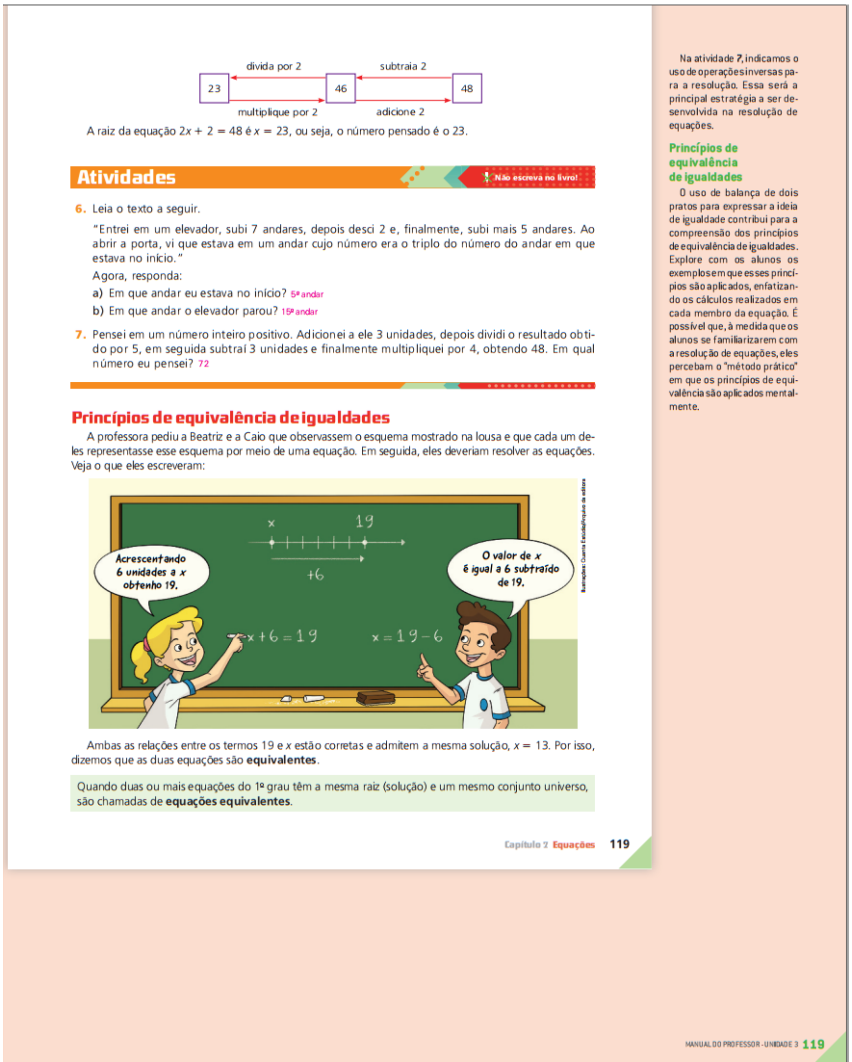
118 Unidade 3 Linguagem algébrica e equações

118 MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3

Fonte: Sampaio (2018).

A Figura 14 desenvolve a explicação através do exemplo de uma sentença, e as operações inversas desenvolvidas, a fim de encontrar o valor da incógnita. Corrobora para compreensão da apresentação feita, as atividades expostas na Figura 15.

Figura 15 - Capítulo 7, página 119: Princípio de equivalência de igualdades



divida por 2 — subtraia 2

23 — 46 — 48

multiplique por 2 — adicione 2

A raiz da equação $2x + 2 = 48$ é $x = 23$, ou seja, o número pensado é o 23.

Atividades — Não escreva no livro!

6. Leia o texto a seguir.

"Entrei em um elevador, subi 7 andares, depois desci 2 e, finalmente, subi mais 5 andares. Ao abrir a porta, vi que estava em um andar cujo número era o triplo do número do andar em que estava no início."

Agora, responda:

a) Em que andar eu estava no início? 5º andar

b) Em que andar o elevador parou? 15º andar

7. Pensei em um número inteiro positivo. Adicionei a ele 3 unidades, depois dividi o resultado obtido por 5, em seguida subtraí 3 unidades e finalmente multipliquei por 4, obtendo 48. Em qual número eu pensei? 72

Princípios de equivalência de igualdades

A professora pediu a Beatriz e a Caio que observassem o esquema mostrado na lousa e que cada um deles representasse esse esquema por meio de uma equação. Em seguida, eles deveriam resolver as equações. Veja o que eles escreveram:

Ambas as relações entre os termos 19 e x estão corretas e admitem a mesma solução, $x = 13$. Por isso, dizemos que as duas equações são **equivalentes**.

Quando duas ou mais equações do 1º grau têm a mesma raiz (solução) e um mesmo conjunto universo, são chamadas de **equações equivalentes**.

Capítulo 7 Equações 119

Na atividade **7**, indicamos o uso de operações inversas para a resolução. Essa será a principal estratégia a ser desenvolvida na resolução de equações.

Princípios de equivalência de igualdades

O uso de balança de dois pratos para expressar a ideia de igualdade contribui para a compreensão dos princípios de equivalência de igualdades. Explore com os alunos os exemplos em que esses princípios são aplicados, enfatizando os cálculos realizados em cada membro da equação. É possível que, à medida que os alunos se familiarizarem com a resolução de equações, eles percebam o "método prático" em que os princípios de equivalência são aplicados mentalmente.

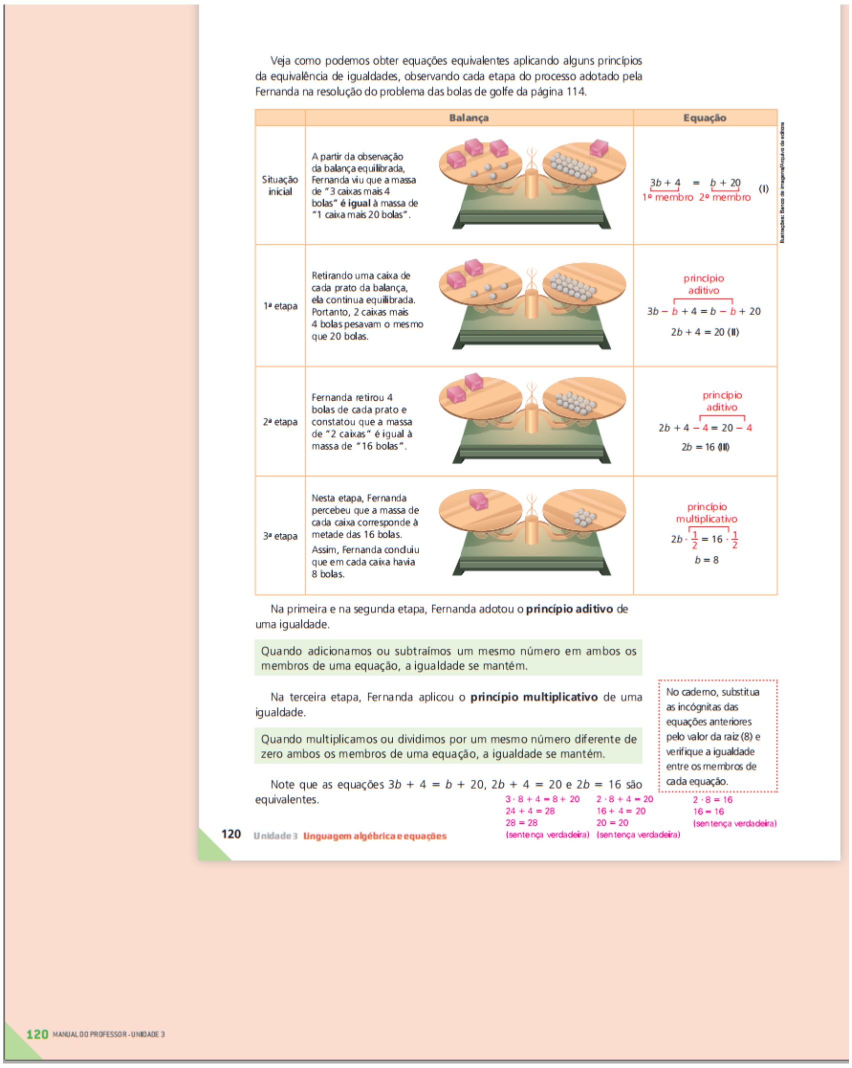
MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3 119

Fonte: Sampaio (2018).

Esta demonstra através do exemplo apresentado, que quando duas equações tem a mesma solução elas são consideradas equações equivalentes.

Já na Figura 16, para uma melhor compreensão do significado de equações e seus processos resolutivos, o qual envolve todas as habilidades anteriores estudadas, foi utilizada uma balança em equilíbrio, para mostrar que as alterações que fossem feitas de um lado deveriam ser feitas de forma equivalente do outro lado, para manter o equilíbrio.

Figura 16 - Capítulo 7, página 120: Princípios aditivo e multiplicativo



Veja como podemos obter equações equivalentes aplicando alguns princípios da equivalência de igualdades, observando cada etapa do processo adotado pela Fernanda na resolução do problema das bolas de golfe da página 114.

	Balança	Equação
Situação inicial	A partir da observação da balança equilibrada, Fernanda viu que a massa de "3 caixas mais 4 bolas" **é igual** à massa de "1 caixa mais 20 bolas".	$\underbrace{3b + 4}_{1^{\circ}\text{ membro}} = \underbrace{b + 20}_{2^{\circ}\text{ membro}}$ (I)
1ª etapa	Retirando uma caixa de cada prato da balança, ela continua equilibrada. Portanto, 2 caixas mais 4 bolas pesavam o mesmo que 20 bolas.	princípio aditivo $3b - b + 4 = b - b + 20$ $2b + 4 = 20$ (II)
2ª etapa	Fernanda retirou 4 bolas de cada prato e constatou que a massa de "2 caixas" é igual à massa de "16 bolas".	princípio aditivo $2b + 4 - 4 = 20 - 4$ $2b = 16$ (III)
3ª etapa	Nesta etapa, Fernanda percebeu que a massa de cada caixa corresponde à metade das 16 bolas. Assim, Fernanda concluiu que em cada caixa havia 8 bolas.	princípio multiplicativo $2b \cdot \frac{1}{2} = 16 \cdot \frac{1}{2}$ $b = 8$

Na primeira e na segunda etapa, Fernanda adotou o **princípio aditivo** de uma igualdade.

Quando adicionamos ou subtraímos um mesmo número em ambos os membros de uma equação, a igualdade se mantém.

Na terceira etapa, Fernanda aplicou o **princípio multiplicativo** de uma igualdade.

Quando multiplicamos ou dividimos por um mesmo número diferente de zero ambos os membros de uma equação, a igualdade se mantém.

Note que as equações $3b + 4 = b + 20$, $2b + 4 = 20$ e $2b = 16$ são equivalentes.

No caderno, substitua as incógnitas das equações anteriores pelo valor da raiz (8) e verifique a igualdade entre os membros de cada equação.

$3 \cdot 8 + 4 = 8 + 20$
$24 + 4 = 28$
$28 = 28$
(sentença verdadeira)

$2 \cdot 8 + 4 = 20$
$16 + 4 = 20$
$20 = 20$
(sentença verdadeira)

$2 \cdot 8 = 16$
$16 = 16$
(sentença verdadeira)

120 Unidade 3 Linguagem algébrica e equações

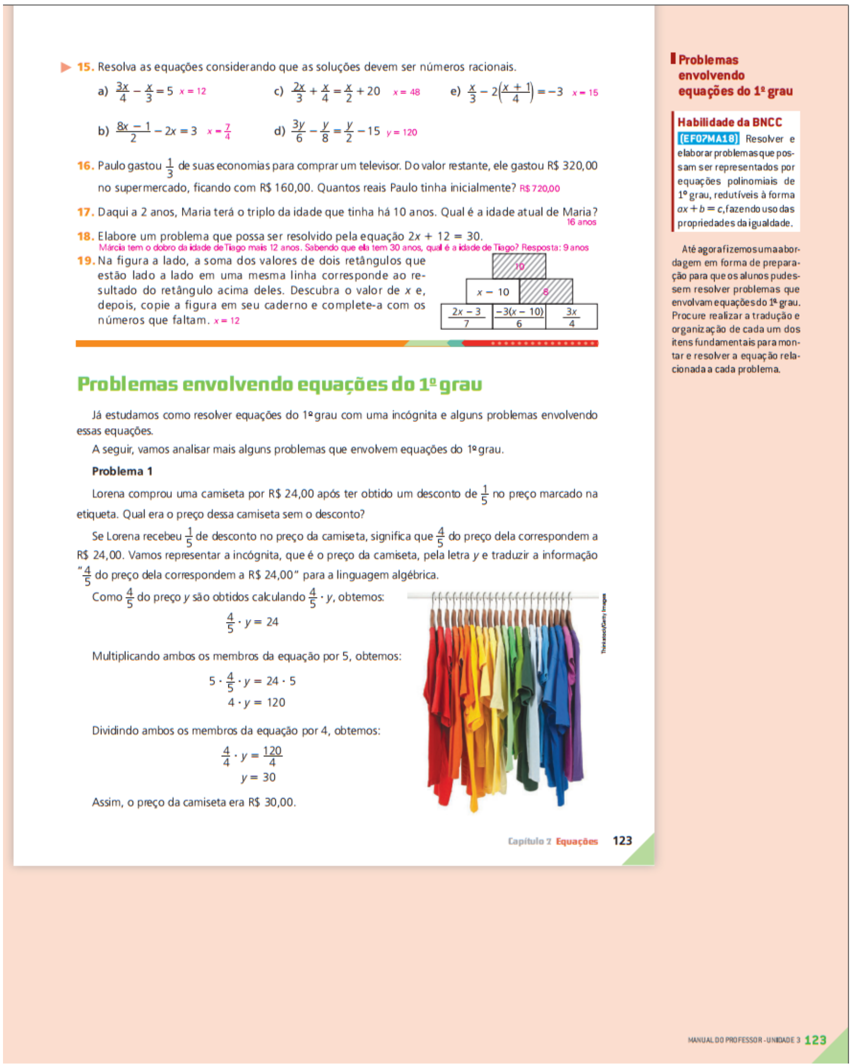
120 MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3

Fonte: Sampaio (2018).

O fato exposto acima acontece nas equações, onde o sinal de igual representa a balança em equilíbrio e que para mantê-lo, usa-se os princípios matemáticos aditivo e multiplicativo. A utilização da balança de dois pratos para representar a noção de igualdade ajuda os alunos a compreenderem de uma maneira visual e lúdica. Isso pode auxiliar na interpretação dos procedimentos necessários para manter a equivalência entre as equações. Após ser trabalhada essa ideia, o livro sugere alguns exercícios, nos quais se propõe o treino dos processos resolutivos apresentados acima.

Já as Figuras 17 e 18, apresentam situações do dia a dia que levam os problemas que envolvem o uso de equações do 1º grau, bem como sua resolução, desenvolvendo a habilidade EF07MA18A.

Figura 17 - Capítulo 7, página 123: Problemas envolvendo equações do 1º grau, problema 1



15. Resolva as equações considerando que as soluções devem ser números racionais.

a) $\frac{3x}{4} - \frac{x}{3} = 5$ $x = 12$

b) $\frac{8x-1}{2} - 2x = 3$ $x = \frac{7}{4}$

c) $\frac{2x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{x}{2} + 20$ $x = 48$

d) $\frac{3y}{6} - \frac{y}{8} = \frac{y}{2} - 15$ $y = 120$

e) $\frac{x}{3} - 2\left(\frac{x+1}{4}\right) = -3$ $x = 15$

16. Paulo gastou $\frac{1}{3}$ de suas economias para comprar um televisor. Do valor restante, ele gastou R$ 320,00 no supermercado, ficando com R$ 160,00. Quantos reais Paulo tinha inicialmente? R$ 720,00

17. Daqui a 2 anos, Maria terá o triplo da idade que tinha há 10 anos. Qual é a idade atual de Maria? 16 anos

18. Elabore um problema que possa ser resolvido pela equação $2x + 12 = 30$.
Márcia tem o dobro da idade de Tiago mais 12 anos. Sabendo que ela tem 30 anos, qual é a idade de Tiago? Resposta: 9 anos

19. Na figura a lado, a soma dos valores de dois retângulos que estão lado a lado em uma mesma linha corresponde ao resultado do retângulo acima deles. Descubra o valor de x e, depois, copie a figura em seu caderno e complete-a com os números que faltam. $x = 12$

Problemas envolvendo equações do 1º grau

Já estudamos como resolver equações do 1º grau com uma incógnita e alguns problemas envolvendo essas equações.

A seguir, vamos analisar mais alguns problemas que envolvem equações do 1º grau.

Problema 1

Lorena comprou uma camiseta por R$ 24,00 após ter obtido um desconto de $\frac{1}{5}$ no preço marcado na etiqueta. Qual era o preço dessa camiseta sem o desconto?

Se Lorena recebeu $\frac{1}{5}$ de desconto no preço da camiseta, significa que $\frac{4}{5}$ do preço dela correspondem a R$ 24,00. Vamos representar a incógnita, que é o preço da camiseta, pela letra y e traduzir a informação "$\frac{4}{5}$ do preço dela correspondem a R$ 24,00" para a linguagem algébrica.

Como $\frac{4}{5}$ do preço y são obtidos calculando $\frac{4}{5} \cdot y$, obtemos:

$$\frac{4}{5} \cdot y = 24$$

Multiplicando ambos os membros da equação por 5, obtemos:

$$5 \cdot \frac{4}{5} \cdot y = 24 \cdot 5$$
$$4 \cdot y = 120$$

Dividindo ambos os membros da equação por 4, obtemos:

$$\frac{4}{4} \cdot y = \frac{120}{4}$$
$$y = 30$$

Assim, o preço da camiseta era R$ 30,00.

Thinkstock/Getty Images

Capítulo 7 Equações 123

Problemas envolvendo equações do 1º grau

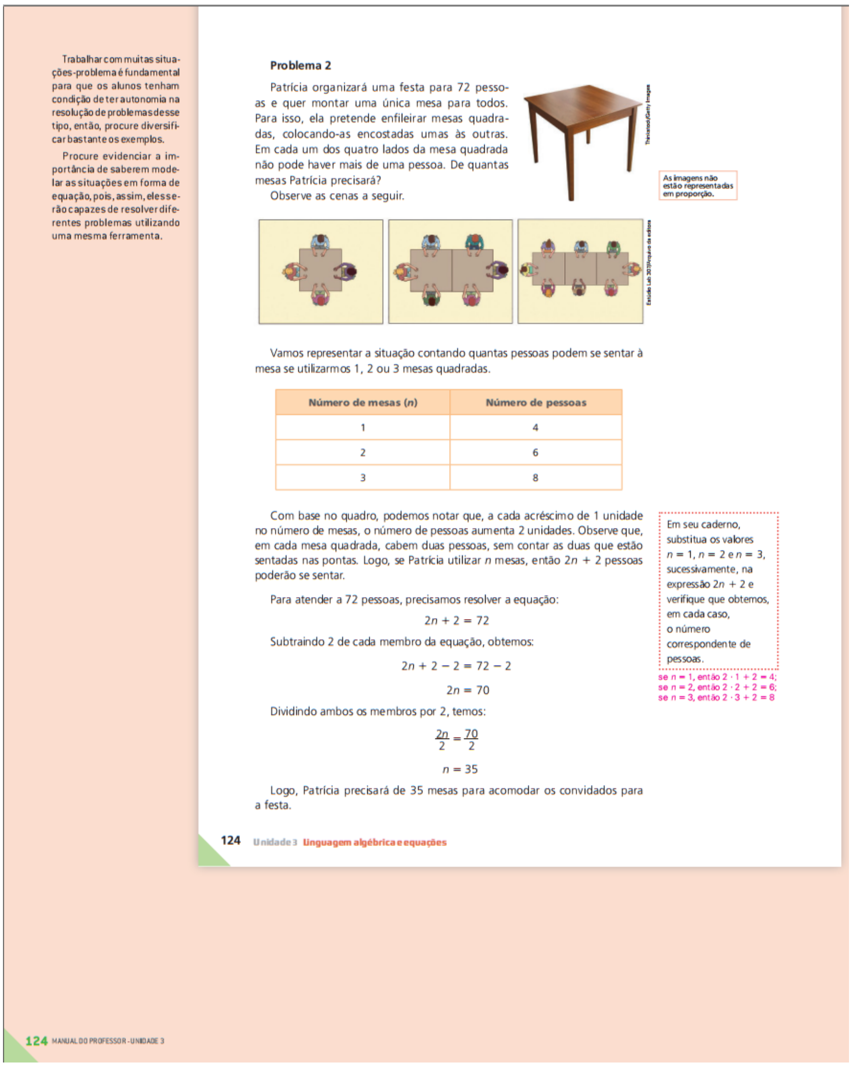
Habilidade da BNCC
(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Até agora fizemos uma abordagem em forma de preparação para que os alunos pudessem resolver problemas que envolvam equações do 1º grau. Procure realizar a tradução e organização de cada um dos itens fundamentais para montar e resolver a equação relacionada a cada problema.

MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3 123

Fonte: Sampaio (2018).

Figura 18 - Capítulo 7, página 124: Problemas envolvendo equações do 1º grau, problema 2



Trabalhar com muitas situações-problema é fundamental para que os alunos tenham condição de ter autonomia na resolução de problemas desse tipo, então, procure diversificar bastante os exemplos.

Procure evidenciar a importância de saberem modelar as situações em forma de equação, pois, assim, eles serão capazes de resolver diferentes problemas utilizando uma mesma ferramenta.

Problema 2

Patrícia organizará uma festa para 72 pessoas e quer montar uma única mesa para todos. Para isso, ela pretende enfileirar mesas quadradas, colocando-as encostadas umas às outras. Em cada um dos quatro lados da mesa quadrada não pode haver mais de uma pessoa. De quantas mesas Patrícia precisará?

Observe as cenas a seguir.

As imagens não estão representadas em proporção.

Vamos representar a situação contando quantas pessoas podem se sentar à mesa se utilizarmos 1, 2 ou 3 mesas quadradas.

Número de mesas (n)	Número de pessoas
1	4
2	6
3	8

Com base no quadro, podemos notar que, a cada acréscimo de 1 unidade no número de mesas, o número de pessoas aumenta 2 unidades. Observe que, em cada mesa quadrada, cabem duas pessoas, sem contar as duas que estão sentadas nas pontas. Logo, se Patrícia utilizar n mesas, então $2n + 2$ pessoas poderão se sentar.

Em seu caderno, substitua os valores $n = 1$, $n = 2$ e $n = 3$, sucessivamente, na expressão $2n + 2$ e verifique que obtemos, em cada caso, o número correspondente de pessoas.

se $n = 1$, então $2 \cdot 1 + 2 = 4$;
se $n = 2$, então $2 \cdot 2 + 2 = 6$;
se $n = 3$, então $2 \cdot 3 + 2 = 8$

Para atender a 72 pessoas, precisamos resolver a equação:

$$2n + 2 = 72$$

Subtraindo 2 de cada membro da equação, obtemos:

$$2n + 2 - 2 = 72 - 2$$

$$2n = 70$$

Dividindo ambos os membros por 2, temos:

$$\frac{2n}{2} = \frac{70}{2}$$

$$n = 35$$

Logo, Patrícia precisará de 35 mesas para acomodar os convidados para a festa.

124 Unidade 3 Linguagem algébrica e equações

124 MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 3

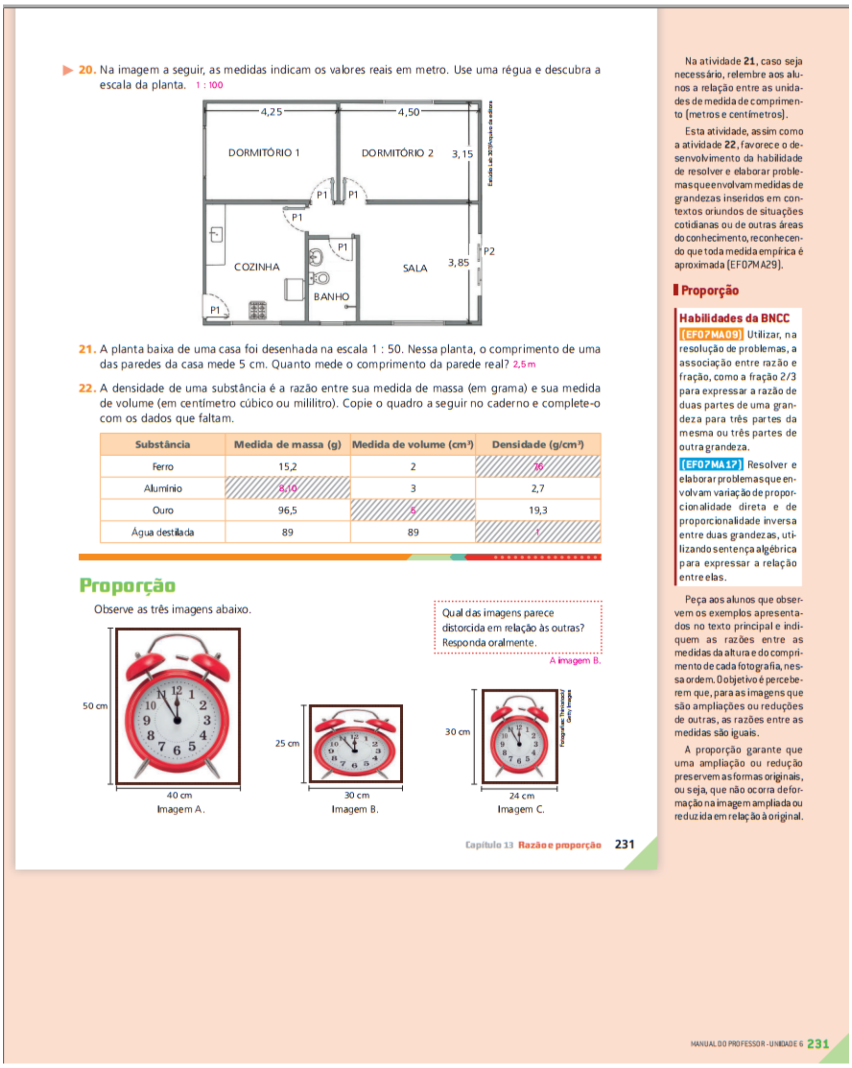
Fonte: Sampaio (2018).

Os problemas expostos nas figuras acima são situações do dia a dia transformados em equações, a fim de representá-los de forma algébrica para que fossem resolvidos através dos processos até aqui estudados. Algumas atividades que envolviam outras situações como essas foram trazidas na sequência dessa explicação para a consolidação deste tópico. A habilidade (EF07MA18B) Elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade – não foi observada nos conteúdos propostos no material didático. Desse modo, é mister salientar que ela pode ser trazida pelo professor como exercício extra, uma vez que será necessário seu estudo para gerar a autonomia do aprendiz na construção de seu raciocínio.

Com as situações apresentadas nas figuras 17 e 18, encerra-se o capítulo 7. É importante destacar que, após esse capítulo, a álgebra é retomada apenas no capítulo 13, que será descrito adiante.

As habilidades: (1) (EF07MA46MG) Reconhecer a variação e dependência de grandezas para compreender a realidade. (2) (EF07MA17A) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas; podem ser observadas nas Figuras 19 e 20, retiradas do capítulo 13, no qual é desenvolvida a ideia de proporção, que prevê uma igualdade entre duas razões.

Figura 19 - Capítulo 13, página 231: Proporção



20. Na imagem a seguir, as medidas indicam os valores reais em metro. Use uma régua e descubra a escala da planta. 1 : 100

21. A planta baixa de uma casa foi desenhada na escala 1 : 50. Nessa planta, o comprimento de uma das paredes da casa mede 5 cm. Quanto mede o comprimento da parede real? 2,5 m

22. A densidade de uma substância é a razão entre sua medida de massa (em grama) e sua medida de volume (em centímetro cúbico ou mililitro). Copie o quadro a seguir no caderno e complete-o com os dados que faltam.

Substância	Medida de massa (g)	Medida de volume (cm³)	Densidade (g/cm³)
Ferro	15,2	2	7,6
Alumínio	8,10	3	2,7
Ouro	96,5	5	19,3
Água destilada	89	89	1

Proporção

Observe as três imagens abaixo.

Qual das imagens parece distorcida em relação às outras? Responda oralmente.

A imagem B.

Capítulo 13 Razão e proporção 231

Na atividade **21**, caso seja necessário, relembre aos alunos a relação entre as unidades de medida de comprimento (metros e centímetros).

Esta atividade, assim como a atividade **22**, favorece o desenvolvimento da habilidade de resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada (EF07MA29).

Proporção

Habilidades da BNCC

(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

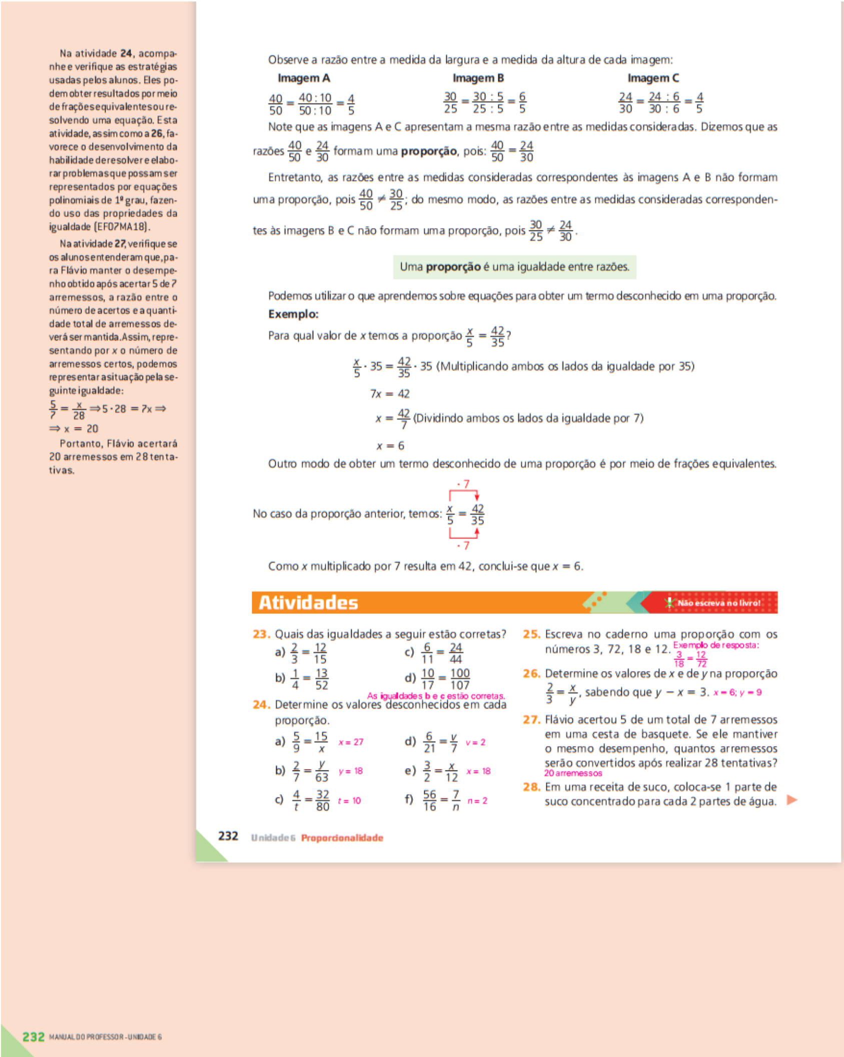
Peça aos alunos que observem os exemplos apresentados no texto principal e indiquem as razões entre as medidas da altura e do comprimento de cada fotografia, nessa ordem. O objetivo é perceberem que, para as imagens que são ampliações ou reduções de outras, as razões entre as medidas são iguais.

A proporção garante que uma ampliação ou redução preservem as formas originais, ou seja, que não ocorra deformação na imagem ampliada ou reduzida em relação à original.

MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 6 231

Fonte: Sampaio (2018).

Figura 20 - Capítulo 13, página 232: Proporção



Na atividade **24**, acompanhe e verifique as estratégias usadas pelos alunos. Eles podem obter resultados por meio de frações equivalentes ou resolvendo uma equação. Esta atividade, assim como a **26**, favorece o desenvolvimento da habilidade de resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, fazendo uso das propriedades da igualdade (EF07MA18).

Na atividade **27**, verifique se os alunos entenderam que, para Flávio manter o desempenho obtido após acertar 5 de 7 arremessos, a razão entre o número de acertos e a quantidade total de arremessos deverá ser mantida. Assim, representando por x o número de arremessos certos, podemos representar a situação pela seguinte igualdade:

$\frac{5}{7} = \frac{x}{28} \Rightarrow 5 \cdot 28 = 7x \Rightarrow$
$\Rightarrow x = 20$

Portanto, Flávio acertará 20 arremessos em 28 tentativas.

Observe a razão entre a medida da largura e a medida da altura de cada imagem:

Imagem A	Imagem B	Imagem C
$\frac{40}{50} = \frac{40:10}{50:10} = \frac{4}{5}$	$\frac{30}{25} = \frac{30:5}{25:5} = \frac{6}{5}$	$\frac{24}{30} = \frac{24:6}{30:6} = \frac{4}{5}$

Note que as imagens A e C apresentam a mesma razão entre as medidas consideradas. Dizemos que as razões $\frac{40}{50}$ e $\frac{24}{30}$ formam uma **proporção**, pois: $\frac{40}{50} = \frac{24}{30}$

Entretanto, as razões entre as medidas consideradas correspondentes às imagens A e B não formam uma proporção, pois $\frac{40}{50} \neq \frac{30}{25}$; do mesmo modo, as razões entre as medidas consideradas correspondentes às imagens B e C não formam uma proporção, pois $\frac{30}{25} \neq \frac{24}{30}$.

Uma **proporção** é uma igualdade entre razões.

Podemos utilizar o que aprendemos sobre equações para obter um termo desconhecido em uma proporção.

Exemplo:

Para qual valor de x temos a proporção $\frac{x}{5} = \frac{42}{35}$?

$$\frac{x}{5} \cdot 35 = \frac{42}{35} \cdot 35 \text{ (Multiplicando ambos os lados da igualdade por 35)}$$

$$7x = 42$$

$$x = \frac{42}{7} \text{ (Dividindo ambos os lados da igualdade por 7)}$$

$$x = 6$$

Outro modo de obter um termo desconhecido de uma proporção é por meio de frações equivalentes.

No caso da proporção anterior, temos: $\overset{\cdot 7}{\frac{x}{5}} = \underset{\cdot 7}{\frac{42}{35}}$

Como x multiplicado por 7 resulta em 42, conclui-se que $x = 6$.

Atividades

Não escreva no livro!

23. Quais das igualdades a seguir estão corretas?
a) $\frac{2}{3} = \frac{12}{15}$
b) $\frac{1}{4} = \frac{13}{52}$
c) $\frac{6}{11} = \frac{24}{44}$
d) $\frac{10}{17} = \frac{100}{107}$
As igualdades b e c estão corretas.

24. Determine os valores desconhecidos em cada proporção.
a) $\frac{5}{9} = \frac{15}{x}$ $x = 27$
b) $\frac{2}{7} = \frac{y}{63}$ $y = 18$
c) $\frac{4}{t} = \frac{32}{80}$ $t = 10$
d) $\frac{6}{21} = \frac{v}{7}$ $v = 2$
e) $\frac{3}{2} = \frac{x}{12}$ $x = 18$
f) $\frac{56}{16} = \frac{7}{n}$ $n = 2$

25. Escreva no caderno uma proporção com os números 3, 72, 18 e 12. Exemplo de resposta: $\frac{3}{18} = \frac{12}{72}$

26. Determine os valores de x e de y na proporção $\frac{2}{3} = \frac{x}{y}$, sabendo que $y - x = 3$. $x = 6$; $y = 9$

27. Flávio acertou 5 de um total de 7 arremessos em uma cesta de basquete. Se ele mantiver o mesmo desempenho, quantos arremessos serão convertidos após realizar 28 tentativas? 20 arremessos

28. Em uma receita de suco, coloca-se 1 parte de suco concentrado para cada 2 partes de água.

232 Unidade 6 Proporcionalidade

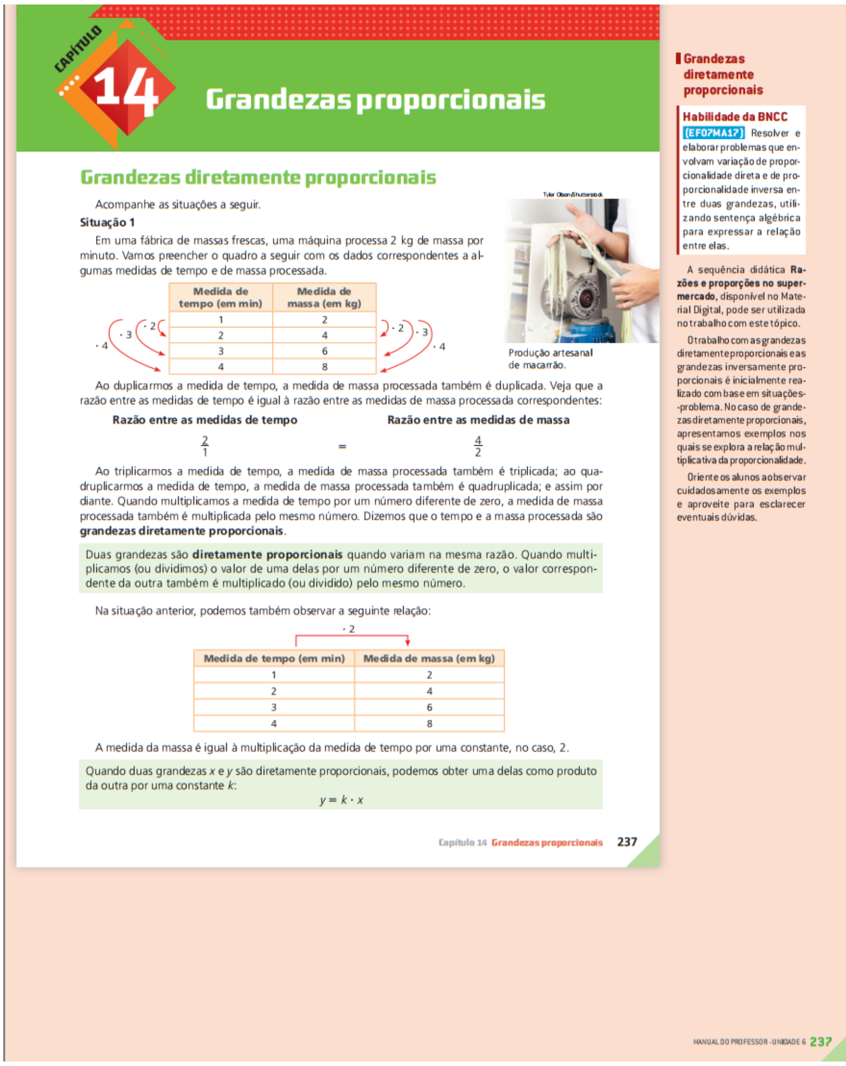
232 MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 6

Fonte: Sampaio (2018).

Nas duas últimas figuras, a proporção se apresenta como a comparação entre medidas presentes no nosso dia a dia. Nesse estudo, permite-se usar uma incógnita no intuito de descobrir o valor que falta para manter a igualdade entre as duas razões.

No capítulo 14, serão trabalhadas as grandezas proporcionais, conforme habilidade: (EF07MA47MG) Identificar grandezas diretamente proporcionais. Nas Figuras 21 e 22, foram desenvolvidos exemplos de comparação entre duas grandezas a fim de exemplificar o que seriam grandezas diretamente proporcionais, da forma como se apresenta a seguir:

Figura 21 - Capítulo 14, página 237: Grandezas diretamente proporcionais, situação 1



CAPÍTULO 14

Grandezas proporcionais

Grandezas diretamente proporcionais

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

Em uma fábrica de massas frescas, uma máquina processa 2 kg de massa por minuto. Vamos preencher o quadro a seguir com os dados correspondentes a algumas medidas de tempo e de massa processada.

Medida de tempo (em min)	Medida de massa (em kg)
1	2
2	4
3	6
4	8

$\cdot 2$ $\cdot 3$ $\cdot 4$

Tyler Olson/Shutterstock

Produção artesanal de macarrão.

Ao duplicarmos a medida de tempo, a medida de massa processada também é duplicada. Veja que a razão entre as medidas de tempo é igual à razão entre as medidas de massa processada correspondentes:

Razão entre as medidas de tempo **Razão entre as medidas de massa**

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2}$$

Ao triplicarmos a medida de tempo, a medida de massa processada também é triplicada; ao quadruplicarmos a medida de tempo, a medida de massa processada também é quadruplicada; e assim por diante. Quando multiplicamos a medida de tempo por um número diferente de zero, a medida de massa processada também é multiplicada pelo mesmo número. Dizemos que o tempo e a massa processada são **grandezas diretamente proporcionais**.

Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando variam na mesma razão. Quando multiplicamos (ou dividimos) o valor de uma delas por um número diferente de zero, o valor correspondente da outra também é multiplicado (ou dividido) pelo mesmo número.

Na situação anterior, podemos também observar a seguinte relação:

$\cdot 2$

Medida de tempo (em min)	Medida de massa (em kg)
1	2
2	4
3	6
4	8

A medida da massa é igual à multiplicação da medida de tempo por uma constante, no caso, 2.

Quando duas grandezas x e y são diretamente proporcionais, podemos obter uma delas como produto da outra por uma constante k:

$$y = k \cdot x$$

Capítulo 14 Grandezas proporcionais 237

Grandezas diretamente proporcionais

Habilidade da BNCC

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

A sequência didática **Razões e proporções no supermercado**, disponível no Material Digital, pode ser utilizada no trabalho com este tópico.

O trabalho com as grandezas diretamente proporcionais e as grandezas inversamente proporcionais é inicialmente realizado com base em situações-problema. No caso de grandezas diretamente proporcionais, apresentamos exemplos nos quais se explora a relação multiplicativa da proporcionalidade.

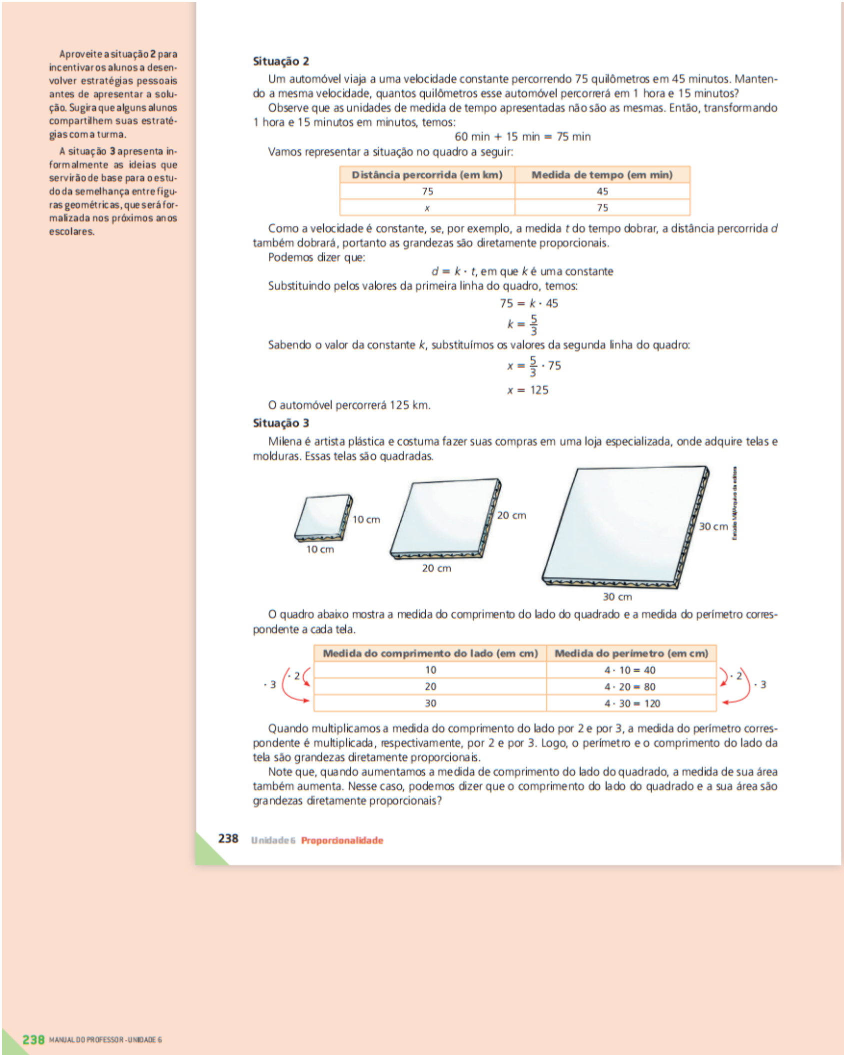
Oriente os alunos a observar cuidadosamente os exemplos e aproveite para esclarecer eventuais dúvidas.

MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 6 237

Fonte: Sampaio (2018).

A situação 1, da Figura 21, traz a comparação das grandezas de medida de tempo e de massa. A medida em que aumentava a demanda de massa era necessário mais tempo para sua produção. Já a Figura 22 apresenta duas outras situações.

Figura 22 - Capítulo 14, página 238: Grandezas diretamente proporcionais, situação 2 e 3



Aproveite a situação **2** para incentivar os alunos a desenvolver estratégias pessoais antes de apresentar a solução. Sugira que alguns alunos compartilhem suas estratégias com a turma.

A situação **3** apresenta informalmente as ideias que servirão de base para o estudo da semelhança entre figuras geométricas, que será formalizada nos próximos anos escolares.

Situação 2

Um automóvel viaja a uma velocidade constante percorrendo 75 quilômetros em 45 minutos. Mantendo a mesma velocidade, quantos quilômetros esse automóvel percorrerá em 1 hora e 15 minutos?

Observe que as unidades de medida de tempo apresentadas não são as mesmas. Então, transformando 1 hora e 15 minutos em minutos, temos:

$$60 \text{ min} + 15 \text{ min} = 75 \text{ min}$$

Vamos representar a situação no quadro a seguir:

Distância percorrida (em km)	Medida de tempo (em min)
75	45
x	75

Como a velocidade é constante, se, por exemplo, a medida t do tempo dobrar, a distância percorrida d também dobrará, portanto as grandezas são diretamente proporcionais.

Podemos dizer que:

$$d = k \cdot t, \text{ em que } k \text{ é uma constante}$$

Substituindo pelos valores da primeira linha do quadro, temos:

$$75 = k \cdot 45$$

$$k = \frac{5}{3}$$

Sabendo o valor da constante k, substituímos os valores da segunda linha do quadro:

$$x = \frac{5}{3} \cdot 75$$

$$x = 125$$

O automóvel percorrerá 125 km.

Situação 3

Milena é artista plástica e costuma fazer suas compras em uma loja especializada, onde adquire telas e molduras. Essas telas são quadradas.

O quadro abaixo mostra a medida do comprimento do lado do quadrado e a medida do perímetro correspondente a cada tela.

Medida do comprimento do lado (em cm)	Medida do perímetro (em cm)
10	$4 \cdot 10 = 40$
20	$4 \cdot 20 = 80$
30	$4 \cdot 30 = 120$

Quando multiplicamos a medida do comprimento do lado por 2 e por 3, a medida do perímetro correspondente é multiplicada, respectivamente, por 2 e por 3. Logo, o perímetro e o comprimento do lado da tela são grandezas diretamente proporcionais.

Note que, quando aumentamos a medida de comprimento do lado do quadrado, a medida de sua área também aumenta. Nesse caso, podemos dizer que o comprimento do lado do quadrado e a sua área são grandezas diretamente proporcionais?

238 Unidade 6 Proporcionalidade

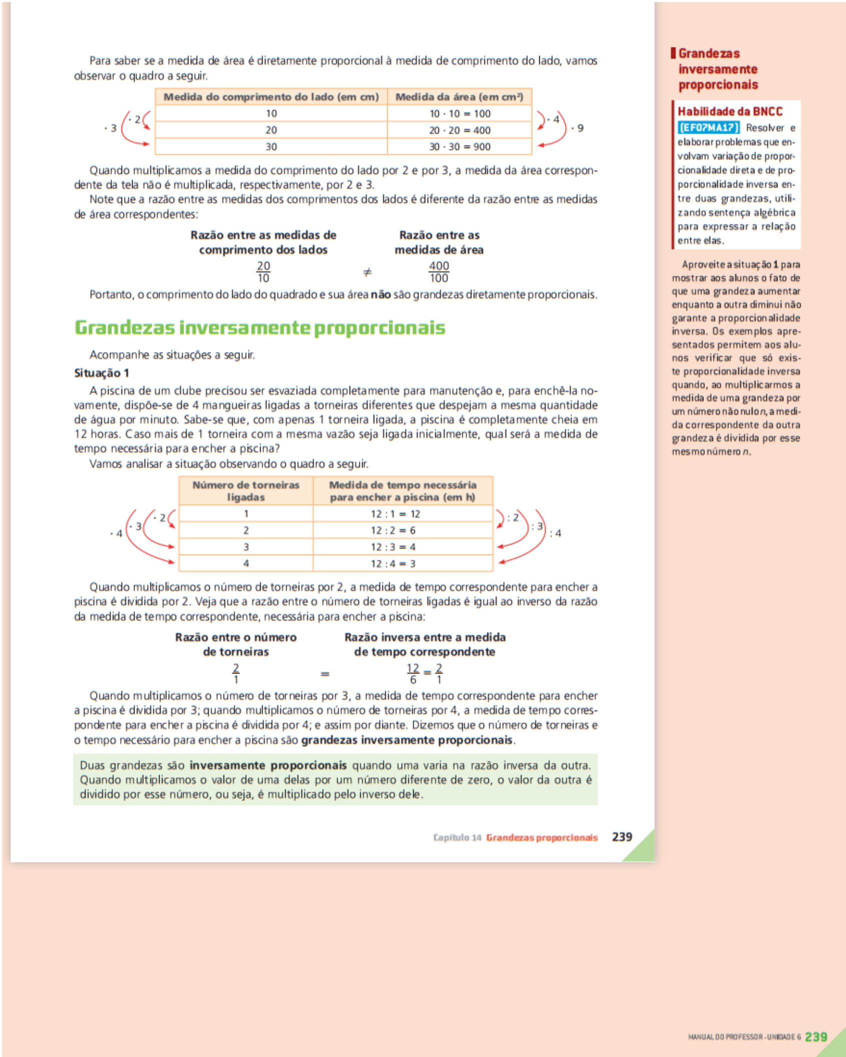
238 MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 6

Fonte: Sampaio (2018).

A situação 2 e a situação 3, da Figura 22, desenvolvem a comparação entre as grandezas de distância percorrida e tempo, e compara as medidas de comprimento do lado e perímetro de um quadrado, respectivamente. Em todas as situações 1 ,2 e 3, se conclui a proporcionalidade direta, onde as grandezas variam na mesma proporção.

Já nas Figuras 23 e 24, será desenvolvida a ideia de grandezas inversamente proporcionais, ou seja, uma grandeza varia na razão inversa da outra. Esse pressuposto é condizente com a habilidade: (EF07MA48MG) Identificar grandezas inversamente proporcionais.

Figura 23 - Capítulo 14, página 239: grandezas inversamente proporcionais, situação 1



Para saber se a medida de área é diretamente proporcional à medida de comprimento do lado, vamos observar o quadro a seguir.

Medida do comprimento do lado (em cm)	Medida da área (em cm²)
10	$10 \cdot 10 = 100$
20	$20 \cdot 20 = 400$
30	$30 \cdot 30 = 900$

Quando multiplicamos a medida do comprimento do lado por 2 e por 3, a medida da área correspondente da tela não é multiplicada, respectivamente, por 2 e 3.

Note que a razão entre as medidas dos comprimentos dos lados é diferente da razão entre as medidas de área correspondentes:

Razão entre as medidas de comprimento dos lados — **Razão entre as medidas de área**

$$\frac{20}{10} \neq \frac{400}{100}$$

Portanto, o comprimento do lado do quadrado e sua área **não** são grandezas diretamente proporcionais.

Grandezas inversamente proporcionais

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

A piscina de um clube precisou ser esvaziada completamente para manutenção e, para enchê-la novamente, dispõe-se de 4 mangueiras ligadas a torneiras diferentes que despejam a mesma quantidade de água por minuto. Sabe-se que, com apenas 1 torneira ligada, a piscina é completamente cheia em 12 horas. Caso mais de 1 torneira com a mesma vazão seja ligada inicialmente, qual será a medida de tempo necessária para encher a piscina?

Vamos analisar a situação observando o quadro a seguir.

Número de torneiras ligadas	Medida de tempo necessária para encher a piscina (em h)
1	$12 : 1 = 12$
2	$12 : 2 = 6$
3	$12 : 3 = 4$
4	$12 : 4 = 3$

Quando multiplicamos o número de torneiras por 2, a medida de tempo correspondente para encher a piscina é dividida por 2. Veja que a razão entre o número de torneiras ligadas é igual ao inverso da razão da medida de tempo correspondente, necessária para encher a piscina:

Razão entre o número de torneiras — **Razão inversa entre a medida de tempo correspondente**

$$\frac{2}{1} = \frac{12}{6} = \frac{2}{1}$$

Quando multiplicamos o número de torneiras por 3, a medida de tempo correspondente para encher a piscina é dividida por 3; quando multiplicamos o número de torneiras por 4, a medida de tempo correspondente para encher a piscina é dividida por 4; e assim por diante. Dizemos que o número de torneiras e o tempo necessário para encher a piscina são **grandezas inversamente proporcionais**.

Duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando uma varia na razão inversa da outra. Quando multiplicamos o valor de uma delas por um número diferente de zero, o valor da outra é dividido por esse número, ou seja, é multiplicado pelo inverso dele.

Capítulo 14 Grandezas proporcionais 239

Grandezas inversamente proporcionais

Habilidade da BNCC
(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Aproveite a situação **1** para mostrar aos alunos o fato de que uma grandeza aumentar enquanto a outra diminui não garante a proporcionalidade inversa. Os exemplos apresentados permitem aos alunos verificar que só existe proporcionalidade inversa quando, ao multiplicarmos a medida de uma grandeza por um número não nulo *n*, a medida correspondente da outra grandeza é dividida por esse mesmo número *n*.

MANUAL DO PROFESSOR - UNIDADE 6 239

Fonte: Sampaio (2018).

A situação 1 da Figura 23 exemplifica, através de uma tabela, a construção de um raciocínio a fim de identificar qual o tipo de grandeza envolvida na questão, comparando o número de torneiras de mesma vazão e o tempo gasto para encher uma piscina, concluindo que, quanto mais torneiras forem utilizadas, menos tempo será necessário para encher a piscina.

Figura 24 - Capítulo 14, página 240: grandezas inversamente proporcionais, situação 2

Proponha aos alunos que respondam à situação **2** antes de ver como ela é resolvida e peça que compartilhem os diferentes raciocínios. Verifique se eles percebem que a velocidade 450 km/h indica que a razão entre a distância percorrida e o tempo levado para percorrê-la é 450 km em 1 hora. Assim, se aumentarmos a velocidade para 800 km/h sem alterar a distância percorrida, o tempo levado para percorrer a distância dada será proporcionalmente menor.

Ao finalizar a exploração das situações apresentadas, peça aos alunos que escrevam um texto explicando as diferenças entre grandezas diretamente proporcionais e indiretamente proporcionais.

Na situação anterior, podemos também observar a seguinte relação:

Número de torneiras ligadas	Medida de tempo necessária para encher a piscina (em h)
1	12
2	6
3	4
4	3

(número de torneiras ligadas) · (medida de tempo) = 12

O número de torneiras ligadas multiplicado pela medida de tempo necessária para encher a piscina é igual a uma constante, no caso, 12.

Quando duas grandezas x e y são inversamente proporcionais, o produto delas é igual a uma constante k:

$$x \cdot y = k$$

Situação 2

Um avião demora 4 horas para viajar entre duas cidades à velocidade constante de 450 quilômetros por hora. Se a velocidade do avião fosse de 800 quilômetros por hora, em quanto tempo a viagem seria realizada?

Vamos representar a situação no quadro a seguir.

Velocidade (em km/h)	Medida de tempo (em h)
450	4
800	x

Velocidade e **tempo** são grandezas inversamente proporcionais, pois, por exemplo, se triplicarmos a velocidade, a medida de tempo necessária para percorrer a viagem seria igual a um terço da medida de tempo inicial.

Podemos, então, dizer que:

$$\text{velocidade} \cdot \text{medida de tempo} = \text{constante}$$

Substituindo pelos valores da primeira linha do quadro, temos:

$$450 \cdot 4 = k$$
$$k = 1\,800$$

Sabendo o valor da constante k, substituímos os valores da segunda linha do quadro:

$$800 \cdot x = 1\,800$$
$$x = \frac{9}{4}$$

Como 1 hora corresponde a 60 minutos, $\frac{9}{4}$ de hora é igual a:

$$\frac{9}{4} \cdot 60 \text{ minutos} = 135 \text{ minutos ou 2 horas e 15 minutos}$$

A viagem seria realizada em 2 horas e 15 minutos.

240 Unidade 6 Proporcionalidade

Fonte: Sampaio (2018).

A situação 2 da Figura 24, compara a velocidade de um avião e o tempo de viagem onde, quanto maior for a velocidade, menor vai ser o tempo de viagem. Tanto na situação 1, como na situação 2, se observa que, quando uma grandeza aumenta a outra diminui, comprovando assim a proporção inversa. E, para finalizar essa etapa e capítulo, o livro propõem atividades que trabalham novamente as habilidades EF07MA47MG, EF07MA48MG, EF07MA17A e incluem a habilidade (EF07MA17B): Elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas. Essa última habilidade requer a participação efetiva do aluno na construção da própria habilidade diante do que foi estudado.

De acordo com as imagens expostas, foi possível observar que em todo o material o conteúdo algébrico se apresenta de forma gradativa, por uma construção em etapas de desenvolvimento e assimilação, onde uma nova habilidade, com exceção da primeira, deve ser apresentada mediante a assimilação da anterior, como se fosse uma sequência recursiva. Além disso, são dispostas orientações de como o professor deve trabalhar com os alunos, a fim de induzi-los a desenvolver seu raciocínio, através de perguntas feitas relacionadas a cada conteúdo estudado. Essas orientações estão apresentadas através de boxes na própria página, ou através de comentários nas laterais. Cabe ao professor analisar e complementar o material, caso necessário, bem como propor atividades extras, a fim de atingir as habilidades propostas pelo CRMG. De maneira geral, o desenvolvimento das habilidades se dá por meio de exemplos, ocasionalmente contextualizados. As orientações, os boxes e as atividades sugeridas têm o intuito de obter a atenção dos alunos, mantendo ainda um vínculo com o método de ensino tradicional, onde o conteúdo vem primeiro e depois são oferecidas atividades para praticar os métodos já estabelecidos. O jogo proposto como ferramenta auxiliar de ensino tem como objetivo abordar a habilidade de maneira lúdica e prazerosa, permitindo que os alunos aprendam enquanto se divertem.

Após, portanto, da análise das habilidades de Álgebra esperadas a serem consolidadas no 7º ano de escolaridade e, também, de como elas foram trabalhadas pelo material usado, faremos, no capítulo seguinte, uma exposição de um recurso metodológico ativo – jogos - e sua viabilidade como suporte didático para a consolidação eficaz das habilidades pertinentes ao ensino-aprendizagem da álgebra.

3 O USO DOS JOGOS DE TABULEIRO EM SALA DE AULA PARA O ENSINO DA ÁLGEBRA

Neste capítulo, apresentaremos o uso dos jogos como método auxiliar de ensino visto que este é um instrumento que proporciona inúmeros benefícios para a aprendizagem. Será também apresentado, especificamente, as potencialidades do jogo de tabuleiro para o ensino da Álgebra.

De acordo com Melo (2021), a afinidade do Homem com o jogo dá-se desde o início de sua história, ajudando-o a formar sua cultura, seja em forma de divertimento ou de aprendizado. Ainda em conformidade com esse autor, na história da Matemática há diversos registros de jogos, desde os primórdios do tempo, jogos esses que até hoje são mencionados- Jogo Real de Ur[1], Jogos de Mancala[2], Stomachion[3], Jogo de Nim[4], Torre de Hanói[5].

Autores, como Smole; Diniz; Milani (2007), Nacarato; Custódio (2018), Borin (1996), corroboram os pressupostos de Melo (2021) e também defendem o uso dos jogos no ensino da matemática pois sua prática traz benefícios e desenvolvem habilidades necessárias para a construção da aprendizagem. A prática de jogos ajuda os alunos a compreender conceitos matemáticos mais complexos, a reduzir a ansiedade e melhorar a autoestima. A esse respeito, Costa; Lobo (2017), dizem que "há um aprendizado significativo associado à satisfação e ao sucesso, sendo este a origem da autoestima. Quando esta aumenta, a ansiedade diminui, permitindo a criança participar das tarefas de aprendizagem com motivação."

Além da demanda por motivação, uma das grandes dificuldades do aprendiz para assimilar o conteúdo matemático, como mencionado no capítulo anterior, é o fato de ele, muitas vezes, não conseguir perceber tais conteúdos em seu dia a dia. Maciel (2015, p. 111) afirma que a contextualização é importante para dar significado à matemática, bem como para os alunos perceberem a importância para suas vidas na solução de questões do cotidiano ou no âmbito científico.

Dessa forma, os jogos emergem como aliados, visto tornarem a matemática mais relevante para a vida prática dos alunos e por serem uma ferramenta eficaz de ensino. Ademais, ao incorporar jogos no ensino da matemática, os educadores podem criar um ambiente de aprendizado mais envolvente e estimulante, promovendo o desenvolvimento de habilidades matemáticas essenciais de uma maneira divertida e eficaz.

[1] Jogo de Ur, sua origem é datada em cerca de 2.500 a.C. e é considerado o jogo mais antigo da humanidade.
[2] Jogos de Mancala, surgiram no Egito antigo, cerca de 2000 a.C.
[3] Stomachion, considerado o mais antigo quebra cabeça inventado por Arquimedes.
[4] Jogo de Nim, tem sua origem desconhecida, porem diz a lenda que por volta da idade média ele já era jogado.
[5] Torre de Hanói, foi criado por Edouard Anatole (1842 – 1891), no ano de 1883.
Fonte: (Melo, 2021)

Em conformidade com os PCN's, a utilização dos jogos constitui uma forma interessante de propor um problema de modo atrativo para que os alunos, por si só, desenvolvam estratégias de tomada de decisão, buscando solução, enfrentando possíveis erros sem frustrações. Esse pressuposto é ressaltado pela BNCC, que afirma ser a utilização dos jogos um dos recursos didáticos para ser usado no processo de construção dos conhecimentos matemáticos dos alunos (Brasil, 2018, p. 276).

Tendo sido expostos os benefícios dos jogos para o aprendizado, passamos à discussão em torno dos recursos que devem envolver sua aplicação no ambiente escolar. O processo deve ser bem planejado e deve estabelecer uma conexão clara entre os conceitos matemáticos e as atividades do jogo, de modo a garantir que os alunos compreendam as relações e aplicações dos conceitos em questão. Por isso, é importante que os educadores escolham jogos apropriados para a faixa etária e nível de habilidade dos alunos. Sobre a relevância da orientação para a prática do jogo, Smole; Diniz; Milani (2007) afirmam, que o trabalho com os jogos quando bem orientados, conseguem desenvolver habilidades múltiplas.

> O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais estão estreitamente relacionadas ao assim chamadas raciocínio lógico (Smole; Diniz; Milani, 2007, p. 9).

À luz da prática docente, verifica-se a importância da utilização de jogos ao ministrar aulas de matemática, mediante aos benefícios já descritos, buscando em sua prática uma melhor compreensão do conteúdo abordado.

Existem diferentes tipos de jogos que podem ser usados para ensinar matemática, desde jogos de tabuleiro, tradicionais, até aplicativos e jogos digitais. Neste trabalho, voltamo-nos, especificamente, para os jogos de tabuleiro, pois de acordo com Domingos (2021), além de ser de abrangência lúdica, pode ser considerado mais palpável e mais fácil de manipular e produzir, principalmente em locais com poucos recursos. Através dele, os alunos podem trabalhar com os elementos do assunto abordado de forma concreta, ao substituir um valor à variável e resolver as expressões encontrando seu valor numérico.

Precisamente, para ensinar álgebra no sétimo ano de escolaridade – série alvo de nossas análises - os professores podem promover, através dos jogos de tabuleiro, a compreensão dos conceitos ensinados em sala de aula, o desenvolvimento do raciocínio lógico através de tomadas de decisões e a aplicação dos conhecimentos em outras situações cotidianas, principalmente se o jogo escolhido trouxer situações do dia a dia.

Nesse intuito, cabe aos professores adaptarem as regras e criarem atividades complementares para relacionar o jogo às necessidades do currículo e às habilidades desejadas de serem alcançadas no sétimo ano, levando em conta as especificidades de cada turma. Para essa adaptação, o professor precisa escolher um jogo de tabuleiro, analisá-lo e, se necessário, realizar mudanças que convém para promover a aprendizagem. Por isso, é importante que os educadores explorem essa ferramenta em suas práticas pedagógicas, proporcionando uma experiência de aprendizagem enriquecedora e motivadora para os alunos.

É explicito que o uso dos jogos de tabuleiros para auxiliar o ensino da álgebra no sétimo ano de escolaridade pode trazer inúmeros benefícios quando bem analisado e planejado, além de ser fácil de ser confeccionado. Pensando nesse ideal, o próximo capítulo apresentará uma proposta de jogo de tabuleiro que abordará os conceitos algébricos da série citada.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo, será abordado como foi realizada a pesquisa. Especificamente: o local e os sujeitos de estudo, os procedimentos, o jogo e a aplicação do jogo.

A importância da aplicação do jogo como recurso didático, já apresentada no Capítulo 3, é também reforçada, quando se observa os trabalhos científicos desenvolvidos sobre o tema. Nesta pesquisa, destacamos Melo; Lima (2022), Santos; Andrade; Jucá; Barreto (2021), Domingos (2021) e Melo (2021), por demonstrar a eficácia da aplicação de jogos no ensino da matemática na atualidade.

Como mencionado anteriormente, este trabalho se volta a um tipo de jogo específico, o de tabuleiro. Jogos com essa estrutura são, em sua maioria, fáceis de serem produzidos, de baixo custo, apresentam possibilidade de armazenamento flexível, e permitem vários jogadores (2 a 8 pessoas). Além disso, se bem conservado pode ser aproveitado durante vários anos e com turmas diferentes. Todas essas características, tornam o jogo de tabuleiro viável para aplicação em sala de aula.

Nesta dissertação, o tipo de jogo acima descrito emerge como suporte para auxiliar o ensino da Álgebra, no sétimo ano do ensino fundamental. A pesquisa desenvolvida consiste na aplicação desse jogo e na análise das jogadas, bem como da participação dos alunos, no intuito de verificar a eficácia e a viabilidade de tal proposta.

Isso posto, é possível classificar este trabalho como uma pesquisa-ação, de caráter qualitativo. Segundo Vianna (2001), a pesquisa qualitativa se dá através de análise de opiniões, causas, efeitos da realidade estudada. Ademais, segundo Vianna (2001), a relação do pesquisador com o sujeito da pesquisa acontece de forma direta, marcada pela confiança e empatia. Ela é um método de investigação utilizada para compreender e explorar e seus objetivos estão voltados para a compreensão dos fenômenos sociais e humanos, bem como para a exploração das perspectivas e significados atribuídos pelos participantes. Isso posto, esta pesquisa está alinhada aos pressupostos qualitativos, por estabelecer uma relação pesquisador/sujeito a fim de explorar as perspectivas do aprendiz ao método de ensino levado à eles, analisando os efeitos gerados.

De acordo com Tripp, "pesquisa-ação é uma forma de investigação-ação que utiliza técnicas de pesquisa consagradas para informar a ação que se decide tomar para melhorar a prática"(Tripp, 2005, p. 5). Gil, amplia esses pressupostos ao afirmar que uma amostra intencional, em que os indivíduos são selecionados a partir de certas características tidas como relevantes pelos pesquisadores e participantes, mostra-se mais adequada para a obtenção de dados de natureza qualitativa; o que é o caso da pesquisa-ação (Gil, 2002, p. 83). Esta pesquisa se aproxima, assim, da abordagem da pesquisa-ação, por tentar melhorar a prática do ensino da álgebra, tornando-a mais lúdica e de fácil apropriação pelos aprendizes, através da prática com jogos de tabuleiro.

É mister destacar que esse tipo de pesquisa apresenta, também, uma abordagem social que combina investigação acadêmica com ação prática. Ela busca resolver situações do mundo real, envolvendo os participantes diretamente na definição do problema, na coleta de dados, na análise e na implementação das soluções. Corrobora para essa afirmação as proposições de Vianna: “ao mesmo tempo que investiga, como pesquisador, em interação cooperativa ou participativa com o pessoal envolvido, você deve propor ações alterativas para a solução do problema estudado e para correção de desvios” (Vianna, 2001, p. 141). E isso é feito, pontualmente, a partir deste estudo, o qual busca levar diretamente para a prática, soluções advindas de investigações teóricas em torno do ensino da álgebra e as necessidades de sua melhoria.

Segundo Gil, "uma amostra intencional, em que os indivíduos são selecionados a partir de certas características tidas como relevantes pelos pesquisadores e participantes, mostra-se mais adequada para a obtenção de dados de natureza qualitativa; o que é o caso da pesquisa-ação"(Gil, 2002, p. 83). Sendo essa pesquisa direcionada ao 7º ano do Ensino Fundamental e sua aplicação dar-se-á nas turmas em que suas características são de conhecimento da autora, confirma a ideia de ser uma pesquisa-ação.

Considerando, portanto, esta, uma pesquisa-ação, de caráter qualitativo, o seu desenvolvimento deve ser feito por etapas, como postula Gil ao apresentar um conjunto de ações que são consideradas como etapas metodológicas (Gil, 2002, p. 81). A primeira parte consiste na fase exploratória, em que o investigador se dedica a compreender o problema em questão, suas causas e consequências, a fim de fundamentar as ações futuras e a mudança social pretendida. Segundo Corrêa; Campos; Almagro (2018, p. 4), a fase exploratória é o momento de descoberta da pesquisa, dos interessados e suas expectativas. É o período reservado para o diagnóstico da situação com o levantamento dos problemas prioritários e de possíveis ações. Para tanto, com vistas a desenvolver essa fase, foi utilizado como instrumento um questionário apresentado no (Apêndice A). O mesmo foi aplicado aos grupos selecionados para este estudo, com o intuito de coletar dados e informações sobre a proximidade dos alunos com a matemática e sobre o contato deles com a utilização de jogos para auxiliar na aprendizagem. Os achados deste questionário serão apresentados no tópico 4.1.

Seguinte à fase exploratória, emerge o plano de ação. Este consiste, segundo Gil na elaboração de um plano ou projeto destinado a enfrentar os problemas observados (Gil, 2002, p. 84). Corrêa; Campos; Almagro (2018, p. 9), dizem que nessa fase o pesquisador assessora a pesquisa, havendo um momento para interpretação e definição da ação.

Neste sentido, contemplamos essa fase com a aplicação do jogo, como será apresentado no tópico 4.4, onde a pesquisadora auxilia os alunos realizando intervenções, percebendo problemas e dificuldades emergentes, delimitando, assim, o percurso e ajustes da ação.

Para finalizar, a última fase dessa pesquisa contempla a análise dos resultados, embasados na observação participante, que tem como um de seus objetivos, como explicita Marieto, a coleta de dados através de interpretações e conversas entre o pesquisador e o público estudado (Marietto, 2018, p. 4). Dados estes que serão apresentados no Capitulo 5.

Apresentada a classificação desta pesquisa, bem como os recursos e aspectos que nela serão utilizados para investigação, passamos, a seguir, para a exposição do local onde foi estabelecido este estudo, bem como o perfil dos sujeitos que dele participam.

4.1 O LOCAL E OS SUJEITOS DE ESTUDO

A aplicação do jogo foi realizada em uma escola estadual da cidade de Carangola, sendo esta, o local onde a autora trabalha como professora de Matemática para 6º e 7º anos[1]. Essa escola está situada em um bairro muito carente, atendendo a alunos com diferentes bagagens pessoais, poucas perspectivas de futuros acadêmicos, déficit e defasagem de aprendizado. As dependências da escola são bem amplas, as salas são espaçosas e arejadas, com carteiras novas e lousa branca.

As turmas escolhidas para a aplicação do jogo são do turno vespertino do 7º ano de escolaridade de 2023, identificadas como 7º ano/03, com 22 alunos, dos quais 17 são frequentes, e 7º ano/04, com 20 alunos, 1 apenas infrequente. Além disso, essas turmas apresentam alguns alunos repetentes e no 7º/04, 1 aluno é de inclusão.

Acerca dessas turmas, à luz do questionário (Apêndice A) aplicado na fase exploratória deste estudo, pôde-se comprovar que 43,75% dos alunos gostam de matemática, porque acham útil para o dia a dia e por terem facilidade em aprender o conteúdo. Já 56,25% não gostam de matemática pois tem dificuldade para se apropriar dos conhecimentos matemáticos.

Com relação aos jogos, como instrumentos mediadores do processo de ensino-aprendizagem, 53,12% dos estudantes afirmaram já ter passado pela experiência de aprender com este recurso, já 46,88% responderam não terem tido essa oportunidade. Os alunos que disseram já terem aprendido através dos jogos, diversificaram suas respostas ao serem questionados se gostariam ou não que este recurso fosse utilizado mais vezes, predominando o "sim, pela vontade de ser usado com mais frequência em sala de aula". Já os estudantes que não haviam ainda experienciado uma prática matemática com jogos, em sua maioria, 86% afirmaram que teriam interesse pela prática, com justificativas diversas para tanto. As respostas versaram sobre o jogo ser uma forma legal e divertida para facilitar a aprendizagem do conteúdo ensinado.

Diante dos dados interpretados, continuou-se esta pesquisa com a escolha de um

[1] Essa pesquisa foi iniciada no ano de 2023, no qual as turmas citadas pertenciam à pesquisadora.

jogo, sobre o qual os procedimentos de seleção e produção do material serão demonstrados no próxima seção.

4.2 OS PROCEDIMENTOS: ESCOLHA E CONFECÇÃO DO JOGO

Cada escola trabalha com realidades, condições e público alvo diferentes. Saber analisar essas características na escolha de uma metodologia para ajudar no aprendizado da álgebra é de fundamental importância, pois poderá facilitar o processo de aprendizagem dos alunos, como foi apresentado na introdução desta dissertação.

Sendo assim, diante das características das turmas apresentadas, predominando o desinteresse e a dificuldade em aprender matemática - características essas verificadas pela professora devido à sua experiência e vivência prática com esses alunos, buscou-se um jogo de tabuleiro que fosse de fácil compreensão. Na sequência, foram realizadas as adaptações necessárias para que o material pudesse atender aos objetivos desta pesquisa. O jogo escolhido foi o TUDO QUE SOBE DESCE, da Indústria Pais e Filhos. A versão escolhida não está mais disponível para vendas, e pertence ao acervo pessoal da autora. A sua característica predominante, que determinou a escolha, é o fato de ser um jogo motivador e causador de adrenalina, pois o jogador, ao achar que está à frente dos outros, com uma jogada poderá voltar várias casas e ficar em último lugar. Visualmente, O jogo é composto de imagens de boas e más ações que as crianças podem exercer. Para praticá-lo, o uso de um dado é necessário, de modo a determinar a progressão dos jogadores. De acordo com o número tirado ao ser lançado o objeto, determina-se as casas que se deve andar. Ao parar em uma delas, em concordância com a imagem a ela vinculada, o jogador avança, se o desenho indicar uma boa ação, ou regride, voltando algumas casas, no caso de a ação representada ser má. A Figura 25, abaixo apresentada, representa o tabuleiro original do jogo.

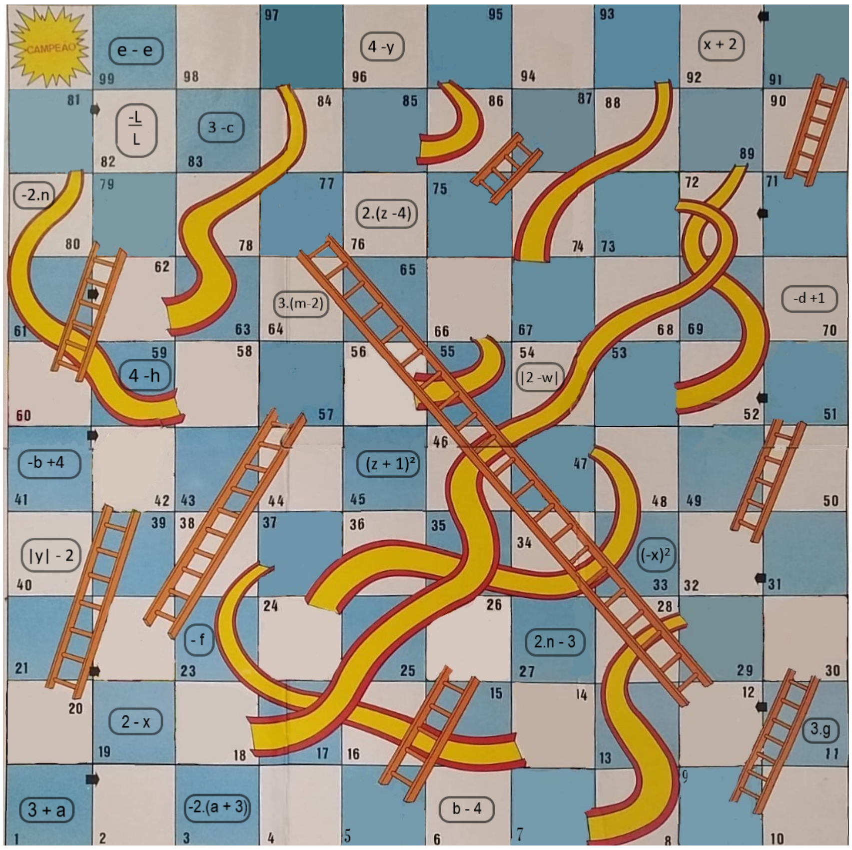
Figura 25 - Tabuleiro original do jogo “Tudo o que sobe, desce.”

Fonte: Tudo o que sobe, desce. 1 ed. São Paulo - SP: Pais & Filhos, 2005. Jogo de Tabuleiro.

Para a adaptação, de modo a contemplar os objetivos desta pesquisa, foi preciso fotografar o tabuleiro (Figura 25) e analisá-lo quanto ao número de casas presentes. O jogo é no formato 10x10, com um total de 100 casas. Dado o extenso número, percebeu-se que não seria conveniente aplicar expressões em todas elas, pois se fosse, precisaria de 100 expressões algébricas, o que resultaria em listas de exercícios repetitivos, como muitas vezes acontece em métodos tradicionais de ensino. De acordo com Costa; Lobo (2017), o ensino tradicional é um fator comum e predominante no âmbito escolar. Dessa forma, se configura em uma metodologia sem desafios e, por isso, favorece o desinteresse dos alunos. Diante dessa afirmação, o excesso de expressões poderia tornar o jogo cansativo e desmotivador. Além disso, um jogo muito longo, pode apresentar grau elevado de complexidade para o seu desenvolvimento. Segundo Smole; Diniz; Milani (2007, p. 14), se o jogo for “muito difícil, os alunos desistirão dele por não ver saída nas situações que apresenta”. A consequência, assim, seria a desistência e desinteresse dos estudantes pela prática.

Dessarte, no intuito de tornar o jogo atrativo e não desmotivador, foram aplicadas duas expressões em cada fileira. Como exceções, constam a primeira e a última fileiras, as quais apresentam três expressões, totalizando 22 expressões possíveis de serem resolvidas. O tabuleiro adaptado, se apresenta na figura seguinte (Figura 26):

Figura 26 - Tabuleiro adaptado do jogo “Tudo o que sobe, desce.”



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

É mister destacar que a fotografia do tabuleiro original do jogo foi editada no computador, apagando as imagens das ações das crianças, a fim de distribuir as expressões no tabuleiro, de modo que elas fossem colocadas nas casas vazias, onde não há presença das escadas ou escorregadores, permitindo assim uma interação entre o que foi criado e a originalidade do jogo.

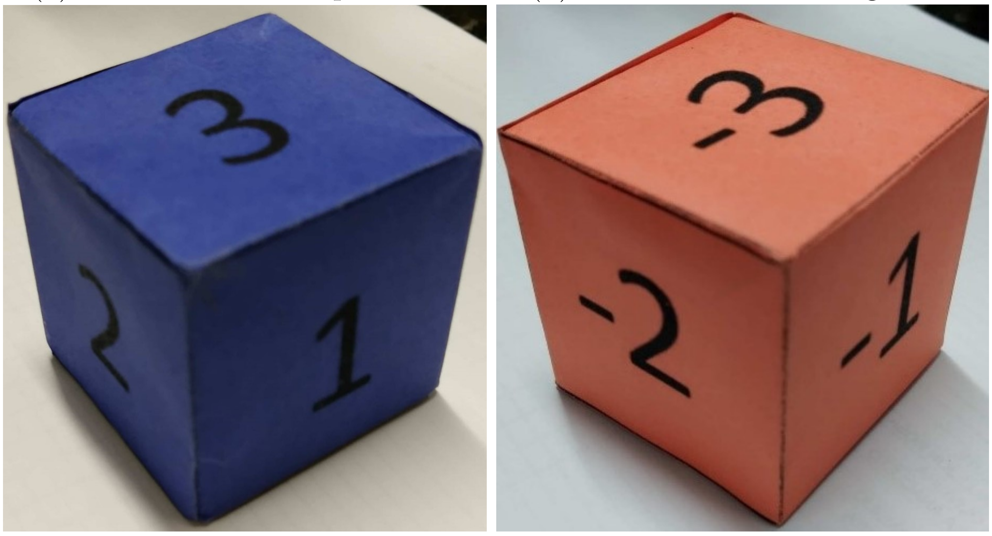
A etapa seguinte à adaptação do jogo, consistiu em pensar a respeito de quais expressões criar. Tomou-se o cuidado para as expressões algébricas não ficarem extensas, pois conhecemos os alunos e sabemos da dificuldade e defasagem deles, principalmente nas operações com números naturais, inteiros e racionais, que são habilidades previstas pela BNCC (Brasil, 2018) antes de iniciar o estudo algébrico no 7º ano. Poderia ser motivo de desistência a demanda pela realização de grandes contas aplicadas ao jogo.

Além da preocupação relacionada ao grau de dificuldade e extensão das contas, houve pontual atenção para a seleção de conceitos anteriormente estudados, para a base dos cálculos. Foram eles: as quatro operações com números inteiros - adição, subtração, multiplicação e divisão; o número oposto, módulo de um número, potenciação, propriedade distributiva da multiplicação e fração. Estes conteúdos estão presentes no CRMG, como habilidades para o 7º ano a serem estudadas antes das habilidades que envolve o ensino da Álgebra. Após criadas, todas as expressões foram testadas, com os possíveis valores que poderiam ser sorteados ao jogar um dos dados. Esses dados foram confeccionados, um com valores positivos - na cor azul escuro - e o outro com valores negativos - na cor laranja - ambos de seis faces, no formato de um cubo.

Os dados descritos podem ser visualizados nas duas figuras sequentes:

Figura 27 - Dados para o jogo adaptado "Tudo o que sobe, desce."

(a) Dado com valores positivos (b) Dado com valores negativos



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Impresso de forma colorida, no tamanho 40x40cm, o papel a ser utilizado como tabuleiro, foi colado em uma cartolina, de modo a ter mais firmeza. Para representar os jogadores, foram construídas pequenas pirâmides de base quadrangular impressas em papeis A4, em seis cores diferentes. Cada uma delas foi marcada com uma imagem, a qual faz referência a um antigo matemático, na simples intenção de demonstrar que a matemática não foi descoberta por uma única pessoa (Figura 28). Ressalta-se, neste ponto, que todos os materiais utilizados para a confecção do jogo foram disponibilizados pela escola onde aconteceu a aplicação.

Apresentou-se acima como se desenvolveu a construção do jogo, bem como os materiais utilizados em sua confecção, em seguida serão apresentados seus objetivos e como jogá-lo.

Figura 28 - Pirâmides identificadoras dos jogadores

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

4.3 O JOGO

Neste subtópico, serão descritos os objetivos a serem alcançados com a aplicação do jogo, e a forma como podem ser organizados os grupos de jogadores. Ressalta-se, quanto a montagem dos grupos, a importância da interação entre os alunos. O tempo de duração do jogo, bem como as suas regras, também serão descritos nos subtópicos seguintes.

4.3.1 Objetivos do jogo

- Compreender a ideia de variável, ao substituir uma mesma expressão por valores diferentes, obtidos ao lançar o dado;
- Promover a interação em grupo;
- Aprimorar o conhecimento, desenvolvendo os cálculos algébricos.

4.3.2 Regra do jogo

As regras originais do jogo utilizado como modelo, se perdeu, em virtude do tempo[2]. Visto isso, em conformidade com os conhecimentos da autora sobre o jogo, novas regras foram criadas, à luz de o seu ponto de vista. Essas regras estão dispostas a seguir.

- Todos os jogadores iniciam o jogo sobre a casa 1 que contém a expressão $(3 + a)$;
- Começa o jogo quem tirar o maior número no lançamento do dado azul, seguindo o sentido horário, os outros jogadores terão sua vez;

[2] Sendo o jogo original um objeto familiar usado muitas vezes durante anos, justifica-se a perda das regras originais.

- O jogador da vez escolhe um dos dados para lançar azul ou laranja, o que achar conveniente. Efetua o lançamento, o valor encontrado na face voltada para cima deve ser substituído no lugar da variável na expressão da casa em que estiver calculando seu valor numérico. O valor encontrado será usado para se movimentar; sendo este positivo o jogador avança a quantidade de casas de acordo com o número obtido; se for negativo, ele volta essas casas;
- Não existirá saldo negativo, se não existirem casas suficientes para voltar, o jogador deve parar onde for a última casa;
- Se caírem em uma casa em branco, o valor retirado no dado será a quantidade de casas avançadas;
- Ao parar nas casas que contém o início da escada, o jogador deve subi-las avançando algumas casas. Ao parar nas casas que contém o início do escorregador, o jogador deve descê-lo, voltando algumas casas;
- Vence o jogo quem chegar na casa campeã mesmo tirando o número que seja maior que a quantidade de casa a serem avançadas.

4.3.3 Organização da sala

O jogo pode ser desenvolvido em grupos de 3 a 6 pessoas, para que haja a troca de experiencias entre os alunos. De acordo com Smole, Diniz e Milani, “o jogo favorece a interação entre os alunos, uma vez que durante essa prática, cada jogador tem a possibilidade de acompanhar o trabalho de todos os outros, defender pontos de vistas e aprender a ser crítico e confiante em si mesmo” (Smole; Diniz; Milani, 2007, p. 9). Ainda nessa perspectiva, podemos dizer que se um aluno apresenta dificuldade durante o jogo, a troca de experiências com os colegas pode ajudá-lo, tornando, de forma interativa, o aprendizado mútuo do conteúdo trabalhado. O Currículo (CRMG) defende que as práticas pedagógicas que utilizam o trabalho colaborativo entre alunos, promove a inclusão e também a equidade. Dessa forma, o jogo neste trabalho desenvolvido, tende a apresentar essas duas abordagens, por meio da interação e trocas de experiencias durante o processo de aplicação.

Como apresentado, a organização em grupo dos alunos traz benefícios durante o jogo. Além da organização, outro aspecto que precisa ser levado em consideração para o bom desenvolvimento da prática é o gerenciamento do tempo de aplicação e desenvolvimento do jogo, como será discutido no próximo tópico.

4.3.4 Duração

O jogo deverá ser aplicado em, no mínimo, 50 minutos, podendo ser estendido mediante aos acontecimentos decorrentes do próprio jogo, como o caso de os alunos voltarem através do escorregador para as casas iniciais do jogo. Quando não houver tempo além desses 50 minutos e o jogo necessitar ser estendido, pode-se combinar com os alunos de terminá-lo em outra oportunidade. Para o término posterior, cada jogador deve memorizar as casas onde parou. Fica a cargo do professor verificar o tempo disponível e se será necessário concluir o jogo em outra oportunidade. Na próxima seção, será abordada a aplicação do jogo em detalhes.

4.4 A APLICAÇÃO DO JOGO

O jogo de tabuleiro desenvolvido nesta pesquisa e aplicado, atua como um método auxiliar de ensino, como exposto no capítulo 3 desta dissertação. Portanto, em conformidade com a BNCC (Brasil, 2018) e PCN's (Brasil, 1998), faz-se necessário antes de aplicá-lo, iniciar a explicação da matéria acerca da linguagem algébrica de acordo com o CRMG e com o apoio do livro didático adotado pela escola [3]. Essa explicação deve apresentar a necessidade do uso da variável nas sentenças algébricas em problemas e situações propostas do dia a dia. Além disso, deve promover a ideia de sequência numérica, instigando o reconhecimento de uma regularidade, em conformidade com CRMG que diz, "os estudantes devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica[...]" (Minas Gerais, 2018, p. 421). Assim feito, os estudantes terão conhecimento do que significam os termos algébricos, a representação e a substituição de valores, conceitos bases para que seja possível sua aplicação.

É relevante retomar que a metodologia para a aplicação do jogo, nesta pesquisa, foi elaborada de acordo com o conhecimento da professora acerca do perfil da turma do 7º ano de escolaridade de 2023, onde atua. Desse modo, salienta-se que outros recursos metodológicos podem ser aplicados em conformidade com as demandas observadas pelo professor das turmas em que for aplicar a atividade.

Diante dos fatos expostos acima como este é um método auxiliar de ensino, precisa estar lincado com a explicação do conteúdo abordado para que ocorra seu desenvolvimento, assunto este da próxima seção.

4.4.1 Desenvolvimento e aplicação do jogo pela autora

O desenvolvimento e aplicação do jogo nas turmas, se deu por passos sequenciais. Como já mencionado, retoma-se o fato de que primeiro foi aplicado o questionário a fim de coletar dados sobre a proximidade dos alunos com a matemática e o fato de terem usado algum tipo de jogo matemático para auxiliá-los no aprendizado.

[3] Sampaio, Fausto Arnaud. Livro Didático Trilhas da Matemática, 7 ano: ensino fundamental anos finais. São Paulo. Editora Saraiva, 2018

Em seguida, foi feita com os alunos uma contextualização acerca do propósito da atividade. A professora explicou aos estudantes que eles fariam parte de uma pesquisa, a qual estava sendo realizada e envolvia a aplicação de um jogo. Por sua vez, os aprendizes se demonstraram curiosos e bem receptivos com a proposta. Foi exposto, também, que por motivos de registro e para futuras análises seriam tiradas fotos durante o jogo, mas em momento algum eles iriam aparecer ou seriam citados diretamente.

O terceiro passo, deu-se na explicação da matéria, Linguagem Algébrica, Sequências, Expressões Algébricas e Valor numérico de uma expressão, como apresentado no subtópico 2.1, seguida de atividades para consolidação do conteúdo. Por fim, após essas sequências de ações, as turmas foram divididas em grupos de 4, 5 ou 6 alunos, para a efetiva aplicação do jogo. Nesse momento, foram expostas as regras do jogo, as peças e o tabuleiro, assim como uma breve explicação de como deveriam realizar as jogadas.

Um período de 50 minutos não foi suficiente para a distribuição dos grupos, a apresentação do jogo e sua prática, sendo necessário utilizar uma outra aula para que pudessem jogá-lo desenvolvendo e atingindo os objetivos esperados.

Neste ponto, finalizamos as discussões em torno da metodologia que direcionou a organização deste trabalho. Foram mencionados os percursos de desenvolvimento e aplicação do jogo, bem como as etapas a serem seguidas, a fim de que houvesse uma sequência estrutural para efetiva concretização da ação proposta. No próximo capítulo, trataremos os resultados a partir das observações e análises da autora em relação a aplicação do jogo.

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo consiste na análise dos resultados observados durante a aplicação do jogo. A descrição dos resultados dar-se-á de acordo com conhecimentos prévios e adquiridos durante o embasamento teórico dessa pesquisa e interpretações da autora. O desenvolvimento deste capítulo deu-se de acordo com a observação participante, apresentado na metodologia do capítulo 4. Segundo Santos (2012), é importante que, para suas análises, o pesquisador se respalde nos conhecimentos adquiridos, à luz do referencial teórico norteador.

> Na fase de interpretação dos dados, o pesquisador precisa retornar ao referencial teórico, procurando embasar as análises dando sentido à interpretação. Uma vez que, as interpretações pautadas em inferências buscam o que se esconde por trás dos significados das palavras para apresentarem, em profundidade, o discurso dos enunciados. (Santos, 2012, p. 4)

Nesse sentido, durante a aplicação do jogo foram realizadas observações das jogadas, da interação entre os alunos e foram estabelecidos diálogos entre a autora e os aprendizes, de modo a ser possível o alcance dos objetivos desta pesquisa, sendo o principal demonstrar que a álgebra não é uma vilã na matemática. Cada um dos fatos mencionados e as constatações da autora a partir deles, serão descritos a seguir.

5.1 A PARTIR DA APLICAÇÃO DO JOGO

Aos vinte dias do mês de junho de 2023 foi levado ao conhecimento dos alunos o jogo "tudo o que sobe desce" e suas regras, na versão adaptada para esta pesquisa, como consta no tópico 4, desta dissertação. Em ambas as salas, 7º/03 e 7º/04, devido ao número de alunos presentes, foi pedido que os estudantes se organizassem em grupos, apresentados a seguir, respeitando as escolhas feitas entre eles para montá-los, de acordo com suas afinidades.

A Figura 29, abaixo apresentada, representa um grupo de 6 alunos do 7º/04.

Figura 29 - Grupo 1 com 6 pessoas- 7º/04

Fonte: Acervo da autora (2023).

Já a Figura 30, representa um grupo com 5 alunos do 7º/04.

Figura 30 - Grupo 2 com 5 pessoas- 7º/04

Fonte: Acervo da autora (2023).

Na Figura 31, temos outro grupo com cinco alunos do 7º/04.

Figura 31 - Grupo 3 com 5 pessoas- 7º/04

Fonte: Acervo da autora (2023).

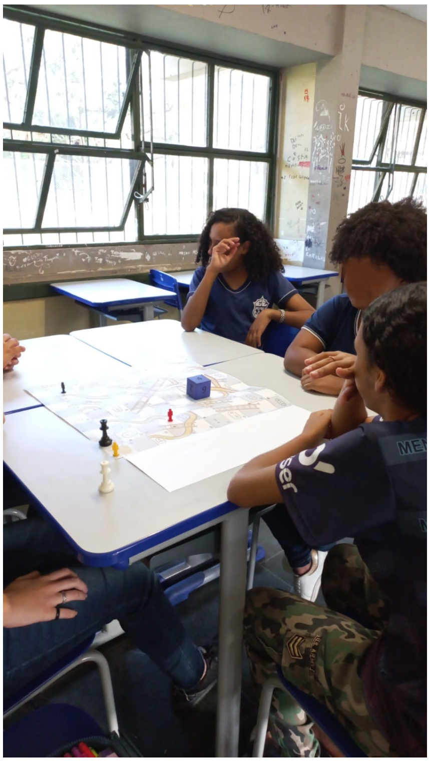
No 7º/03, a figura abaixo representa um grupo com seis alunos.

Figura 32 - Grupo 1 com 6 pessoas- 7º/03

Fonte: Acervo da autora (2023).

Já as Figuras 33 e 34, representam o mesmo grupo, com cinco alunos.

Figura 33 - Grupo 2 com 5 pessoas- 7º/03



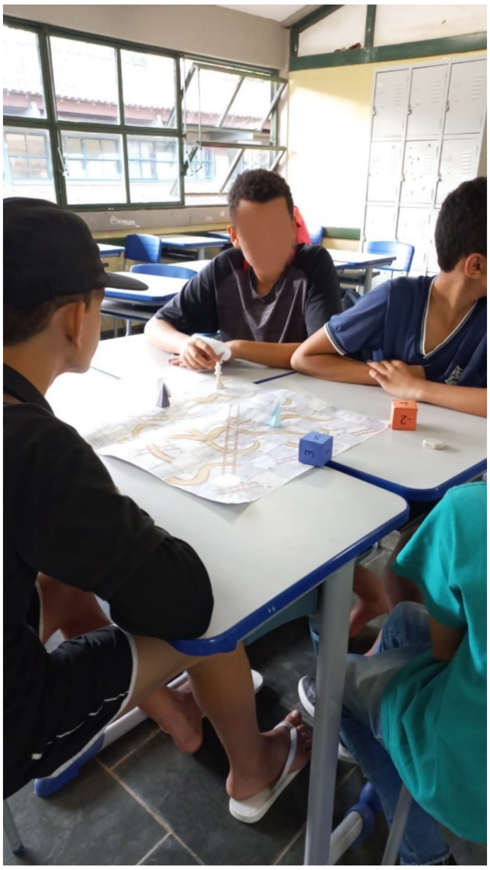
Fonte: Acervo da autora (2023).

Figura 34 - Grupo 3 com 5 pessoas- 7º/03

Fonte: Acervo da autora (2023).

Por fim a sétima figura representa um grupo com quatro alunos.

Figura 35 - Grupo 4 com 4 pessoas- 7º/03



Fonte: Acervo da autora (2023).

Assim feito, foram distribuídos os tabuleiros, os dados e os matemáticos -as peças para movimentação. Também foi entregue uma folha de rascunho para que os estudantes usassem, se fosse necessário, para desenvolver os cálculos e encontrar seu valor numérico, caso não conseguissem resolver a expressão mentalmente.

Ainda na intenção de separar os grupos de acordo com suas preferências, observa-se na figura 32 (7º/04) e na figura 35 (7º/03) ao fundo que um aluno optou por não participar da atividade. Respeitou-se a vontade do aluno, pois em conformidade com Cabral (2006, p. 49), acredita-se que jogar ou não deve ser escolha do aluno, pois fazê-lo participar dessa atividade contra vontade, perderia o sentido de ser um jogo uma atividade prazerosa.

No início da jogada, logo foi observado que todos os alunos deram prioridade a escolha do dado azul. Esse fato evidencia a intenção dos aprendizes de usar os valores positivos para avançarem mais casas. A interação entre cada grupo de alunos foi explícita, reafirmando a teoria apresentada por Smole; Diniz; Milani (2007), citada no Capítulo 4, a qual deixa evidente que o trabalho em grupo promove a interação e o aprendizado mutuo. Observou-se que os alunos se ajudavam, um explicava ao outro como eram pra serem feitos os cálculos. Esse mesmo pressuposto é também afirmado pelo CRMG que defende o trabalho feito em grupos, pois promove a interação e troca de experiências entre os alunos.

Por outro lado, alguns alunos não tiveram tanta paciência com seus colegas e começaram a realizar as contas em seu lugar em vez de tentar ajudá-los, com intenção de jogar de forma mais rápida. Interessante foi que o fato mencionado, não ocorreu em uma ou outra turma e sim nas duas. Mediante a essa observação, foi feita a primeira intervenção, a partir da qual foi explicado que cada aluno precisava realizar as próprias operações para que o aprendizado ocorresse de forma efetiva. Mesmo que fosse um pouco mais demorado, era necessário que o tempo de cada um fosse respeitado, motivando a percepção de que cada um tem o seu lugar e seu tempo, com respeito e empatia. Determinadas pela BNCC (Brasil, 2018, p. 11) como competências gerais da educação básica, essa intervenção está ligada diretamente com a nona competência, nos orientando a trabalhar o diálogo, a empatia, a resolução de problemas e conflitos e a cooperação entre os alunos. Ideia essa defendida também, pelo CRMG (Minas Gerais, 2018, p. 413), mostrando a importância de se preocupar com a formação integral do aprendiz- socioemocional e cognitivamente. Também é necessário esperar as respostas de cada aluno para que as jogadas não se embolem, pois se enquanto um realiza seus cálculos o outro joga, aos poucos se perde a vez de quem seria o próximo a jogar.

Além da observação das atitudes dos estudantes, algumas das falas dos aprendizes, durante a aplicação do jogo, também chamaram a atenção da professora, ao dizerem que seria melhor jogar ao ter que fazer exercícios, e também, essa prática poderia ser realizada mais vezes.

Perante as falas dessa turma, a professora perguntou ao 7º/04 qual a preferência deles em relação aos exercícios ou ao jogo; coletivamente responderam que preferiam o jogo. Desse modo, podemos perceber, aqui, o quão se faz necessária a utilização de métodos variados, principalmente o uso dos jogos como estamos defendendo, além das tradicionais listas de exercícios de fixação. Estevão (2021) explica que, a memorização dos processos algébricos é necessária, mas devem ocorrer após a aprendizagem do conteúdo. Sendo assim não devemos descartar os métodos tradicionais de ensino, mas sim incorporar novas metodologias que auxiliem os alunos a chegarem à própria construção de seu conhecimento, como a aplicação de jogos em sala de aula.

É perceptível o quanto os estudantes ficam empolgados com atividades que estimulem o espírito competitivo. Ademais, a prática torna-se mais satisfatória e coerente para o aprendiz, como pode ser comprovado através das risadas que foram dadas durante a prática, quando algum colega descia os escorregadores, por exemplo, ficando em casas atrás dos outros. Estes, “prejudicados”, por sua vez, ficavam bravos quando tinham que recuar.

Em um outro momento, a professora precisou orientá-los, ao observar que o jogo de um grupo do 7º/03 e de um grupo do 7º/04 avançavam rápido demais em relação a outros, o que fez com que fossem acompanhados de perto, com relação à resolução das operações para encontrar o valor numérico da expressão. Percebeu-se, à luz desse fato, que os aprendizes não estavam realizando as operações corretamente, pois em algumas contas haviam esquecido de usar o sinal negativo, conteúdo esse que já teria sido abordado em sala de aula, e que foi citado no Capítulo 4, com um dos conceitos básicos para jogar este jogo. Sendo assim, pôde-se fazer uma intervenção revisando as regras dos sinais, ajudando-os a memorizá-las.

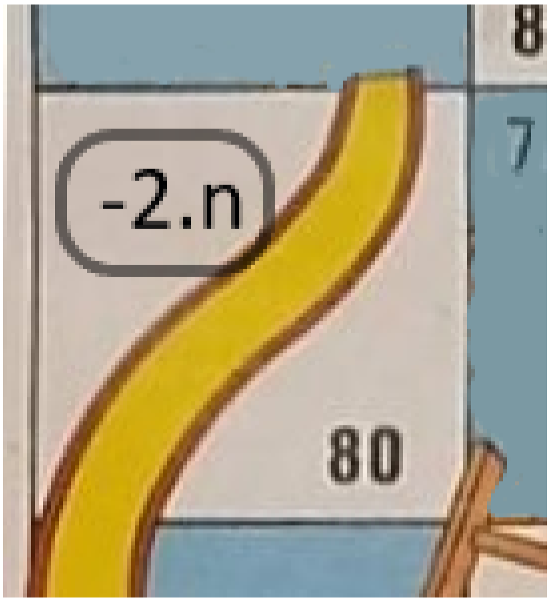
Com relação ao tempo gasto para a condução dessa prática, é possível afirmar que a atividade realizada em 50 minutos não foi suficiente para conclusão do jogo, em ambas turmas, e a interrupção foi necessária. Para tanto, os alunos foram questionados, antes de qualquer movimento, se queriam gravar as casas onde pararam, de modo a retomar as posições na próxima aula, ou se preferiam começar o jogo novamente. Unanimemente, manifestaram a preferência por começar do início, de novo.

Desse modo, no dia seguinte, quando aconteceu a nova aula, foi novamente distribuído o jogo. O processo aconteceu em ambas as turmas, nas quais se observou que alguns alunos resolveram trocar de grupo e outros alunos, que não haviam participado antes, pois haviam faltado à aula, tiveram a oportunidade de participar da atividade. A estes alunos, pediu-se que os estudantes que já haviam jogado, explicassem como funcionava o jogo, e assim foi feito, reforçando a ideia de interação entre os alunos como foi citado pelo CRMG.

Dessa vez, os alunos usaram o rascunho com mais frequência para realizar os cálculos; percebeu-se a necessidade que eles tiveram de construir o processo resolutivo para então encontrar o valor numérico. À medida que iam jogando, ao surgir uma dúvida quanto ao processo resolutivo das expressões, eles pediam ajuda. Em sua maioria, as dúvidas versavam quanto a utilização do sinal negativo, se aplicava as regras de produto ou as regras de soma.

Outra ação que se fez necessária, além do auxílio com as dúvidas quanto às expressões, foi o encaminhamento de grupo em grupo, nas duas salas, para explicar que o uso do dado laranja era necessário em algumas expressões, e caberia a eles observar e fazer essa escolha. Pôde-se perceber que não se estava sendo usado o dado laranja; ao sanar as dúvidas em relação às regras de sinais, como citado anteriormente, por não saber aplicá-la não evidenciaram que talvez seria vantagem. Para maior esclarecimento, mostrou-se um exemplo, a fim de expor que a decisão de usar o dado laranja poderia ser vantagem, como no caso da figura 37, abaixo. Essa figura representa uma expressão para a qual, qualquer valor tirado usando o dado negativo, resultaria num valor positivo ao ser substituído na expressão. Tal explicação, pode retomar com os alunos as regras de sinais.

Figura 36 - Casa n°80 do tabuleiro

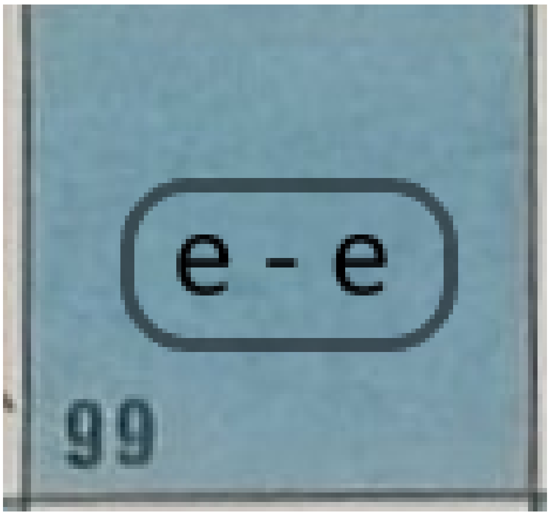


Fonte: Elaborado pela autora (2023).

As jogadas feitas pelos alunos foram acompanhadas pela professora, que motivou rodízio constante entre os grupos, permitindo-se assim uma interação entre professor e aluno, reafirmando o tipo de metodologia descrita como base dessa pesquisa, como defende Vianna (2001), onde o pesquisador ao mesmo tempo que investiga em interação propõe alternativas para solução de problemas.

Uma última observação feita antes que o jogo terminasse deu-se a partir de uma dúvida de cálculo referente à casa 99 (Figura 37), sobre a qual um aluno, no 7º/03, chamou a professora para perguntar como funcionava aquela conta.

Figura 37 - Casa n°99 do tabuleiro



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Primeiramente, a professora perguntou a ele qual dado escolheria para efetuar a jogada, e imediatamente o estudante escolheu o azul. A partir de então, foi mostrado a ele que independentemente do valor tirado, o resultado seria sempre nulo. Então, o aluno perguntou se jogasse o dado laranja daria um outro valor, devolveu-se a pergunta pedindo-se que jogasse para verificação. Lançou-se, então, o dado e o valor tirado foi substituído. Porém, o aprendiz efetuou o cálculo de maneira errada, direcionado fez a correção e verificou que o resultado da conta também era nulo. Espantado o aluno perguntou se o resultado dessa expressão seria sempre zero em qualquer valor que fosse substituído. Respondeu-se a ele que ao somar um número ao seu oposto o resultado seria sempre zero. Sendo assim, quem caísse nessa casa ficaria ali até que o jogo fosse terminado pelos seus colegas. O mesmo aconteceu em outros grupos da mesma sala e também da outra. Foi deixado que os próprios alunos chegassem à conclusão sobre o resultado dessa expressão e o que iria representar em relação ao jogo. Quando não o faziam eram instruídos à essa interpretação.

Nesse segundo momento de aplicação, a maioria dos grupos conseguiram terminar a jogo antes dos 50 minutos, duração do período. Aos que não terminaram, ao atingir o tempo estabelecido pediu-se que encerrasse o jogo. E ficou combinado que em uma próxima oportunidade jogariam novamente. Ainda no sentido de motivá-los, a professora prometeu que esta atividade não seria a única realizada com eles, pois pela efetiva participação, ficou evidente que seriam válidas a utilização de outros métodos auxiliares de aprendizagem em sala de aula. Sendo assim seguiremos para as considerações finais dessa dissertação.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para iniciar a discussão sobre o progresso desta pesquisa, é fundamental revisitar a questão central e os objetivos que a orientaram. O foco deste estudo foi alcançar respostas à seguinte indagação: Como a experiência de aprendizado da álgebra através de um jogo, pode influenciar o interesse dos alunos pelo conteúdo?

Em busca da resposta a essa pergunta analisou-se a princípio a estruturação da álgebra como conteúdo curricular exposto pela BNCC (2017), bem como as habilidades a serem consolidadas segundo o CRMG (2018), no 7º ano de escolaridade, ano foco da pesquisa. Percebeu-se que é nessa série que acontece a introdução das incógnitas ou variáveis juntamente com a sintaxe para a resolução de equações. Pontualmente, nessa introdução algébrica, os aprendizes questionam seu uso no dia a dia. Devido a isso, Maciel (2015) defende a contextualização do conteúdo auxiliando a aprendizagem. Juntamente, em busca de facilitar o aprendizado, os PCN's (Brasil, 1998) e a BNCC (Brasil, 2018) defendem o uso de jogos como método auxiliar de ensino, onde propõe-se, de forma lúdica e atrativa, a absorção do conteúdo envolvido.

Com o intuito de responder à pergunta e diante dessa forma de promover o aprendizado significativo exposto acima, a utilização do jogo de tabuleiro desenvolvido, despertou interesse por parte dos alunos, que se propuseram a aprender as habilidades e conteúdos ministrados em sala de aula, afim de conseguir jogar, seguindo as regras, para conquistar a vitória do jogo.

Após apresentar a resposta identificada para a questão de pesquisa, avançamos agora para refletir sobre os objetivos estabelecidos para a realização deste estudo: (i) demonstrar que a álgebra e suas operações não são uma vilã para a matemática, bem como não é difícil seu aprendizado; (ii) motivar os alunos a estudarem os conteúdos matemáticos através de estratégias de ensino, assim como a contextualização algébrica, com o uso de materiais concretos para a aprendizagem de matemática; (iii) apresentar uma aprendizagem matemática divertida e dinâmica de modo inclusivo.

Como exposto, o objetivo central dessa pesquisa, visou despertar o interesse dos alunos para a aprendizagem dos conteúdos algébricos através da aplicação de um jogo de tabuleiro, para tanto foi necessário embasar esse estudo em orientações que defendessem essa aplicação. Alguns autores como Smole; Diniz; Milani (2007), Costa; Lobo (2017) guiaram o desenvolvimento e criação do jogo para propô-lo de forma mais eficaz possível. Antes, porém, fez-se necessário aplicar um questionário aos alunos envolvidos afim de buscar respostas quanto ao interesse deles em ter uma aula que envolvesse a aplicação de um jogo e se eles já haviam experienciado tal prática. Elas demostraram o interesse por parte dos alunos e gerou empolgação em saber qual jogo seria aplicado e quando aconteceria.

O processo de aprendizagem do conteúdo, até que o jogo fosse aplicado, aconteceu de forma mais participativa, o que permitiu atingir os objetivos específicos (i) e (ii), pois agora os alunos tinham a motivação em aprender a matéria para conseguir jogar, levando-os a assimilar a sintaxe resolutiva, sem que eles a rejeitassem. A aplicação do jogo em grupo permite exercitá-las sem julgamento de possíveis erros, e também evidenciou o trabalho colaborativo e inclusivo como defende o CRMG, o qual se pode alcançar o objetivo específico (iii) dessa pesquisa.

Isso posto, concluímos que os achados dessa pesquisa reforçam as ideias defendidas sobre o uso dos jogos em sala de aula como recurso didático auxiliar, buscando níveis satisfatórios de aprendizagem, na consolidação das habilidades propostas pela BNCC e CRMG.

Esta pesquisa também abre portas para que o jogo nela proposto, possa ser adaptado a outras habilidades e conteúdo, pois como apresentado, a aplicação de qualquer jogo em sala de aula deve ser antes analisada, a demanda dos objetivos serem alcançados de acordo com cada turma, série e habilidades envolvidas.

Além disso, a análise realizada no material didático para verificação das habilidades do currículo (CRMG), abre portas para novos estudos em outros materiais no que tangem a proposta de ensino que os estruturam.

A luz dessas considerações, percebe-se que conseguimos alcançar os objetivos ao aplicar o jogo em grupo e que o conteúdo abordado nesse jogo pode ser melhor consolidado após sua aplicação, por serem feitas interposições, sanando possíveis dúvidas sem causar impactos negativos. Conclui-se que é necessário a aplicação de uma atividade diferenciada em sala de aula, pois esta, além de promover a interação entre alunos, estabelece uma relação entre aluno e professor, trabalhando o conteúdo de forma lúdica e divertida e também ajuda a desmistificar a ideia que a matemática é feita só de contas, motivando os alunos a buscarem seu aprendizado.

REFERÊNCIAS

BOALER, Jo. A Matemática da Esperança: A Importância em valorizar o aprendizado e não o desempenho nas aulas de matemática. **Youcubed**, 2014.

BORIN, Júlia. Jogos e Resolução de Problemas: Uma estratégia para as aulas de matemática. **São Paulo: IME-USP**, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Introdução aos parâmetros curriculares. Brasília, DF: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: `http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase`. Acesso em: 2023-04-20.

CABRAL, Marco Aurélio. **A utilização de jogos no ensino de matemática**. 2006. Monografia de Graduação – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC.

CORRÊA, Giovana Camila Garcia; CAMPOS, Isabel Cristina Pires de; ALMAGRO, Ricardo Campanha. PESQUISA-AÇÃO: UMA ABORDAGEM PRÁTICA DE PESQUISA QUALITATIVA. **Ensaios Pedagógicos (Sorocaba)**, v. 02, abr. 2018.

COSTA, Joelna Márcia Do Amaral; LOBO, Lucilene Piedade Da Conceição. **Os jogos como ferramenta didática para o ensino-aprendizagem da Matemática em turmas do 3º ano do Ensino Fundamental**. 2017. Monografia de Graduação – Universidade Federal Rural da Amazônia, Belém - PA.

DOMINGOS, Marcos Henrique Nascimento. **Jogos para o Ensino de Álgebra**. 2021. Dissertação de Mestrado – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ.

GIL, Antônio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. [S.l.]: EDITORA ATLAS S.A, 2002.

MACIEL, Aníbal De Menezes. **Possibilidade pedagógica do Uso Da Imagem Fotográfica No Âmbito do Livro Didático de Matemática**. 2015. Tese de Doutorado – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa - PB.

MARIETTO, Marcio Luiz. Observação Participante e Não Participante: Contextualização Teórica e Sugestão de Roteiro para Aplicação dos Métodos. **Revista Ibero-Americana de Estratégia**, v. 17, 2018.

MELO, Claudiano Henrique Da Cunha; LIMA, Claudiney Nunes De. A importância dos jogos no ensino de Matemática no Ensino Fundamental II. **Revista Educação Pública**, Rio de Janeiro - RJ, v. 22, 2022. Disponível em:

https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/22/39/a-importancia-dos-jogos-no-ensino-de-matematica-no-ensino-fundamental-ii.

MELO, Mariana Carneiro Moreira. **Jogos no Ensino da Álgebra**. 2021. Dissertação de Mestrado – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ.

MINAS GERAIS. **Currículo Referência de Minas Gerais**. [S.l.: s.n.], 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/documento_curricular_mg.pdf. Acesso em: 2023-07-10.

NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida. **O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica: Compartilhando Propostas de Sala de Aula com o Professor que Ensina (Ensinará) Matemática**. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Educação Matemátca, 2018.

OLIVEIRA ESTEVÃO, Eduardo José de. **Dificuldades na aprendizagem e ensino de álgebra: Atividades propostas para minimizar essas dificuldades**. 2021. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Goiás, Catalão - GO.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha. **Álgebra para a Formação do Professor: explorando os conceitos de equação e de função**. [S.l.]: Autêntica, 2021.

SAMPAIO, Fausto Arnaud. **Trilhas da Matemática – 7º Ano**. [S.l.]: Editora Saraiva, 2018.

SANTOS, Fernanda Marsaro. Análise de Conteúdo: A visão de Laurence Bardin. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, 2012.

SANTOS, Renan André Barbosa Dos; ANDRADE, Camila Souza De; JUCÁ, João Marcos Breia; BARRETO, Cristiano Da Conceição. A utilização de jogos como ferramenta auxiliar no ensino da Matemática. **Revista Educação Pública**, Rio de Janeiro - RJ, v. 21, 2021. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/42/a-utilizacao-de-jogos-como-ferramenta-auxiliar-no-ensino-da-matematica.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria I. Souza Vieira; MILANI, Estela. **Cadernos do Mathema: Jogos de matemática de 6º a 9º ano**. [S.l.]: Artmed, 2007.

TEIXEIRA, James. **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e Matemática Financeiras**. 2015. Tese de Doutorado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo - SP.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: Uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, v. 31, dez. 2005. DOI: 10.1590/S1517-97022005000300009.

VIANNA, Ilca Oliveira De Almeida. **Metodologia do trabalho científico: um enfoque didático da produção científica**. [S.l.]: E.P.U., 2001. ISBN 9788512321608. Disponível em: `https://books.google.com.br/books?id=4hntAAAACAAJ`.

APÊNDICE A

Figura A1 - Primeiro Questionário

1. Qual sua sala?

   ☐ 7º/ 3 ☐ 7º/ 4

2. Você está fazendo o 7º ano pela:

   ☐ 1ª vez ☐ 2ª vez ☐ outros

3. Você gosta da disciplina de matemática?

   ☐ Sim, porquê:
   - Tenho facilidade em aprender
   - Acho útil para o dia a dia

   ☐ Não, porquê:
   - Tenho dificuldade em aprender
   - Não tenho interesse em aprender
   - Não acho útil

4. Já utilizaram jogos para ensinar algum conteúdo de matemática a você?

   ☐ Sim ☐ Não

5. Se **sim**, o que você achou? Gostaria que usassem mais vezes? Justifique.

   ____

   ____

   ____

6. Se **não**, você gostaria que usassem algum jogo durante as aulas para ajudar no aprendizado da disciplina? Marque uma opção e justifique o porquê.

   ☐ Sim ☐ Não

   ____

   ____

   ____

7. Você notou diferença em seu aprendizado ao voltar a estudar após a pandemia da covid-19, sim ou não? Se sim, relate o que observou.

   ____

   ____

Fonte: Elaboração própria, 2024.