

**UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E
MUCURI**

Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional- PROFMAT

DIONATAM DOS REIS SILVA

**O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA DE FORMA LÚDICA E
INTERATIVA: a exploração das potencialidades do Tangram no ensino de
perímetro e área de figuras planas**

Teófilo Otoni

2024

DIONATAM DOS REIS SILVA

**O ENSINANDO DA GEOMETRIA PLANA DE FORMA LÚDICA E
INTERATIVA: a exploração das potencialidades do Tangram no ensino de
perímetro e área de figuras planas**

Dissertação apresentado à Universidade Federal dos
Vales do Jequitinhonha e Mucuri - PROFMAT -
Programa de Mestrado em Rede Nacional, como
requisito parcial para obtenção do Título de Mestre
em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Fábio Silva de Souza

Teófilo Otoni 2024

Catálogo na fonte - Sisbi/UFVJM

S586o Silva, Dionatam dos Reis
2024 O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA DE FORMA LÚDICA E INTERATIVA
[manuscrito] : a exploração das potencialidades do Tangram no
ensino de perímetro e área de figuras planas / Dionatam dos Reis
Silva. -- Teófilo Otoni, 2024.
92 p. : il.

Orientador: Prof. Fábio Silva de Souza.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) --
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri,
Programa de Pós-Graduação em Matemática, Teófilo Otoni, 2024.

1. Tangram. 2. Geometria. 3. Matérias Lúdicas. I. Souza,
Fábio Silva de. II. Universidade Federal dos Vales do
Jequitinhonha e Mucuri. III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFVJM com os dados
fornecidos pelo(a) autor(a).

Este produto é resultado do trabalho conjunto entre o bibliotecário Rodrigo Martins Cruz/CRB6-2886
e a equipe do setor Portal/Diretoria de Comunicação Social da UFVJM



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI

DIONATAM DOS REIS SILVA

**O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA DE FORMA LÚDICA E INTERATIVA: A EXPLORAÇÃO DAS
POTENCIALIDADES DO TANGRAM NO ENSINO DE PERÍMETRO E ÁREA DE FIGURAS PLANAS**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação **Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional** da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, **nível de Mestrado**, como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Matemática**.

Orientador: Prof. **Dr. Fábio Silva de Souza**

Data de aprovação 18/03/2024.

Prof. Dr. Fábio Silva de Souza - (UFVJM)

Prof. Dr. Geraldo Moreira da Rocha Filho - (UFVJM)

Prof. Dr. Riedson Baptista - (UFES)



Documento assinado eletronicamente por **Fábio Silva de Souza, Docente**, em 26/03/2024, às 13:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Riedson Baptista, Usuário Externo**, em 27/03/2024, às 05:34, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Geraldo Moreira da Rocha Filho, Docente**, em 08/04/2024, às 19:22, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufvjm.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1364547** e o código CRC **D6A97710**.

A união faz a força!

Dito Popular.

AGRADECIMENTO

Agradeço a Deus por ter me concedido essa chance de concluir esse curso de mestrado.

À minha esposa, pelo apoio, incentivo e por sempre acreditar em mim, não me deixando desistir.

Agradeço ao meu pai, Sr. Valdecí Monteiro da Silva, e à minha mãe, Sra. Osvaldina dos Reis Silva, pelo apoio incondicional durante esse período.

Agradeço aos meus irmãos, Msc. Wagner dos Reis Silva e Ronei do Reis Silva, por toda a ajuda, incentivo e apoio ao longo deste período.

Expresso minha gratidão aos meus colegas de mestrado: André Luiz Neto, Antônio Pastana, Marcelo Fiedler, Claudiane Pereira, Humberto Alves, Thainanny Alves, pelo apoio e trocas de experiências. Em especial, agradeço ao meu amigo e colega Expedito Nascimento pelos conselhos, horas de estudo e pela companhia nas viagens de mais de 400 quilômetros de ida e volta.

Sou grato ao meu amigo Msc. Cleper de Arruda Lima pela imensa ajuda e apoio nessa reta final do mestrado.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Fabio Silva de Souza, agradeço não apenas pela orientação, mas também pela amizade e contribuição indispensável, sem a qual este trabalho não seria realizado

A toda equipe da escola Jorge Andrad Duffes Donat, que ao longo desses anos contribuiu de várias formas, direta e indiretamente, para a realização desse sonho de concluir o mestrado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

Considerando as dificuldades enfrentadas por estudantes no aprendizado da Matemática, especialmente no contexto da Geometria, este estudo propõe investigar a efetividade do uso do Tangram como ferramenta pedagógica para o ensino dos conceitos de área e perímetro de figuras planas por meio de uma abordagem qualitativa. A metodologia envolve uma sequência didática que aborda conceitos fundamentais de perímetro e área de polígonos utilizando o Tangram como um recurso didático manipulável e lúdico.

O Tangram é um quebra-cabeça geométrico de origem chinesa, composto por 7 peças: 5 triângulos (dois grandes, dois pequenos e um médio), um quadrado e um paralelogramo. O objetivo desta pesquisa é verificar a contribuição desse material no processo de ensino e aprendizagem.

A sequência didática foi elaborada para atender turmas do Ensino Fundamental dos anos finais, preferencialmente 8º e 9º anos, através de experiências dentro da sala de aula. Inicialmente, buscou-se conhecer um pouco do papel da Geometria no processo de ensino e aprendizagem, além de estudar histórias e lendas associadas ao Tangram. Algumas abordagens incluíram a utilização de materiais lúdicos e manipuláveis para explorar o cálculo de área e perímetro de figuras poligonais, bem como abordar conceitos geométricos fundamentais, tendo o Tangram como foco principal e aproveitando o formato das peças e suas atribuições no ensino da Geometria.

Nessa perspectiva, a hipótese é que a implementação de materiais lúdicos para o ensino da Geometria pode aprimorar e aprofundar a compreensão dos alunos, contribuindo de maneira significativa para o processo educacional. Além disso, espera-se que este trabalho possa ser útil tanto como fonte de pesquisa para professores quanto para a aprendizagem dos alunos. O uso de materiais manipulativos, especificamente o Tangram, tem o potencial de despertar a curiosidade e promover o desenvolvimento do pensamento crítico, criativo, percepção espacial e concentração dos alunos.

Palavras-chave: Tangram, Geometria, Matérias Lúdicos.

ABSTRACT

Considering the difficulties faced by students in learning Mathematics, especially in the context of Geometry, this study proposes to investigate the effectiveness of using Tangram as a pedagogical tool for teaching the concepts of area and perimeter of plane figures through a qualitative approach. The methodology involves a didactic sequence that addresses fundamental concepts of perimeter and area of polygons using Tangram as a manipulable and playful didactic resource.

Tangram is a geometric puzzle of Chinese origin, composed of 7 pieces: 5 triangles (two large, two small, and one medium), one square, and one parallelogram. The aim of this research is to examine the contribution of this material to the teaching and learning process.

The didactic sequence was designed to cater to students in the final years of Elementary School, preferably 8th and 9th grades, through experiences within the classroom. Initially, an effort was made to understand the role of Geometry in the teaching and learning process, as well as to study stories and legends associated with Tangram. Some approaches included the use of playful and manipulable materials to explore the calculation of area and perimeter of polygonal figures, as well as to address fundamental Geometric concepts, with Tangram as the main focus and taking advantage of the pieces' format and their roles in Geometry teaching.

From this perspective, the hypothesis is that the implementation of playful materials for teaching Geometry can enhance and deepen students' understanding, contributing significantly to the educational process. Additionally, it is expected that this work can be useful both as a research source for teachers and for student learning. The use of manipulative materials, specifically Tangram, has the potential to stimulate curiosity and promote the development of critical thinking, creativity, spatial perception, and concentration among students.

Keywords: Tangram, Geometry, Playful Subjects.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Imagem do Tangram	16
Figura 2– Exemplos de alguns polígonos.....	24
Figura 3 – Polígonos Regulares.....	24
Figura 4 – Polígonos Não Regulares	25
Figura 5 – Polígonos Convexos.....	25
Figura 6 – Polígonos Não Convexos	25
Figura 7 – Retângulo	26
Figura 8 – Quadrado	27
Figura 9 – Paralelogramo	27
Figura 10 – Paralelogramo decomposto em dois triângulos.....	29
Figura 11 – Losango.....	29
Figura 12 – Trapézio.....	30
Figura 13 – Trapézio isósceles	31
Figura 14 – Trapézio escaleno e retângulo respectivamente.....	31
Figura 15 - Algarismos formados com as peças do Tangram.	34
Figura 16 - Letras do alfabeto formadas com as peças do Tangram.	35
Figura 17- Outras construções formadas com as peças do Tangram.	35
Figura 18- Quadrado com duas peças do Tangram.	36
Figura 19- Quadrado com três peças do Tangram.....	36
Figura 20- Quadrado com quatro peças do Tangram.	36

Figura 21 - Triângulo com três peças do Tangram.....	37
Figura 22 - Triângulo com quatro peças do Tangram	37
Figura 23 - Quadrado com área fracionada	38
Figura 24 - Trapézio com três e cinco peças do Tangram.....	39
Figura 25 - Paralelogramo com três e quatro peças do Tangram.....	39
Figura 26 – 1º passo da construção do Tangram.	40
Figura 27 – 2º passo da construção do Tangram.	40
Figura 28- 3º passo da construção do Tangram.	41
Figura 29- 4º passo da construção do Tangram.	41
Figura 30- 5º passo da construção do Tangram.....	42
Figura 31 - Pintura dos Tangrams em linhas	42
Figura 32 - Perímetro das peças do Tangram	44
Figura 33 - Perímetro das peças do Tangram	44
Figura 34 - Perímetro das peças do Tangram	45
Figura 35 - Idéia intuitiva de área.....	46
Figura 36 - Sobrepondo as peças do Tangram	48
Figura 37 - Sobrepondo as peças do Tangram	48
Figura 38 - Sobrepondo as peças do Tangram	49
Figura 39 - Sobrepondo as peças do Tangram	49
Figura 40 - Sobrepondo as peças do Tangram	50
Figura 41 - Quadrado de duas e três peças do Tangram.....	50
Figura 42 - Quadrado e triângulo de cinco peças do Tangram.....	51

Figura 43 - Trapézio formado com três e quatro peças do Tangram.....	51
Figura 44 - Losango com duas peças do Tangram	52
Figura 45-Solução da questão 3.....	53
Figura 46 - Figuras formadas com as peças do Tangram	54
Figura 47- hexágono formado com as peças do Tangram.....	55
Figura 48 - Trapézio formado com as peças do Tangram.	55
Figura 49- Triângulo isósceles formado com as peças do Tangram.	55
Figura 50 – Tangram e área de suas peças.	56
Figura 51 - Retângulo formada com peças do Tangram.	56
Figura 52- Área em malha sobreposta.....	57
Figura 53- Área em malha sobreposta.....	58
Figura 54 - Área em malha sobreposta.....	58
Figura 55 - Área em malha sobreposta.....	59
Figura 56 - Peças do Tangram com medidas.....	60
Figura 57 - Questão do ENEM-2008.....	61
Figura 58 –Solução da questão do ENEM-2008	61
Figura 59 – Imagem da questão OBMEP 2007.....	62
Figura 60 - Solução da questão OBMEP 2007.....	62

LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

BNCC ----- Base Nacional Comum Curricular-

ENEM ----- Exame Nacional de Ensino Médio

OBMEP ----- Olimpíada Brasileira de Matemática em Escola Pública

PAEBES ----- Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo

PCN ----- Parâmetros Curriculares Nacionais

PROFMAT ----- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

TG ----- Triângulo Grande

Tm ----- Triângulo médio

Tp ----- Triângulo pequeno

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Justificativa	12
2 REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1 O papel da Geometria no processo de ensino-aprendizagem da Matemática...14	
2.2 Um pouco sobre a historia e lendas do Tangram	16
2.3 A aplicação dos materiais lúdicos e manipuláveis.....17	
2.4 Cálculo de área e perímetro de algumas figuras poligonais	23
2.4.1 Alguns conceitos geométricos fundamentais	24
2.4.2 Área e perímetro de retângulo	26
2.4.3 Área e perímetro de quadrado	26
2.4.4 Área e perímetro de paralelogramo	27
2.4.5 Área e perímetro de triângulo.....28	
2.4.6 Área e perímetro de losango.....29	
2.4.7 Área e perímetro de trapézio	30
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS	32
3.1 Desenvolvimento da metodologia	32
3.2 Proposta de Sequência Didática.....	33
3.2.1 Atividade - Apresentação do Tangram - Disponível no Apêndice B.....	33
3.2.2 Atividade – Construção do Tangram- Disponível no Apêndice C.....	39
3.2.3 Atividade - Perímetro e características das figuras - Disponível no apêndice D	43
3.2.4 Atividade – Trabalhando Área - Disponível no Apêndice E.	45
3.2.5 Atividade – Área com auxílio de Tangram – Disponível no Apêndice F.....	47
3.2.6 Atividade – Perímetro e área de figuras planas na malha quadriculada - Disponível no Apêndice G	53
3.2.7 Atividade – Calculando áreas usando habilidade algébrica- Apêndice H	59
4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS	64
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	66
APÊNDICE	69
APÊNDICE A – Pré-teste e pós-teste	70
APÊNDICE B – Apresentação do tangram e um pouco da história	75
APÊNDICE C – Construção do tangram	77

APÊNDICE D - Perímetro e conceito geométrico.....	80
APÊNDICE E – Trabalhando área.....	81
APÊNDICE F – Usando conceito de área com auxílio do Tangram	84
APÊNDICE G - Área e perímetro.....	88
APÊNDICE H – Calculando área – habilidade geométrica.....	92

1 INTRODUÇÃO

Esse trabalho de pesquisa tem como proposta investigar a efetividade do uso do Tangram como ferramenta pedagógica para o ensino dos conceitos de área e perímetro de algumas figuras planas

O Tangram é um quebra-cabeça geométrico originário da China, composto por 7 peças: 5 triângulos (dois grandes, dois pequenos e um médio), um quadrado e um paralelogramo. Embora seja considerado um quebra-cabeça, ele difere significativamente dos quebra-cabeças tradicionais. Conforme relatado por Read (1965), os quebra-cabeças tradicionais são compostos por várias peças de formatos irregulares que se encaixam e se ajustam para formar o padrão desejado, não requerendo muita habilidade, mas apenas paciência e tempo disponíveis. Por outro lado, o Tangram é composto por sete peças convexas conhecidas como "tans", as quais, quando combinadas, possibilitam a formação de inúmeras figuras diferentes, denominadas "tangrams", o que exige intuição geométrica e habilidade artística.

Segundo Jiannong (2004), esse quebra-cabeça proporciona a formação de várias figuras geométricas, tanto côncavas quanto convexas, ao manipular suas sete peças sem sobreposição, o que possibilita a criação de mais de 5000 figuras diferentes. Porém, é importante ressaltar que somente treze polígonos convexos podem ser formados com essas peças, evidenciando a riqueza desse jogo não apenas em termos de possibilidades, mas também na capacidade de desafiar a criatividade e a lógica dos jogadores.

No entanto, os desafios do ensino da Matemática, especialmente da Geometria, no contexto escolar, são amplamente reconhecidos. Nesse contexto, acredita-se que a utilização do Tangram como recurso pedagógico desponta como uma ferramenta capaz de aprimorar a prática do ensino de Geometria Plana, pois tem o potencial de instigar a curiosidade, o raciocínio lógico e a percepção dos estudantes em relação a uma variedade de conceitos matemáticos, como frações, semelhanças, simetrias, formas geométricas, congruências, perímetro e área, entre outros. Gardner (1914) destaca a riqueza deste jogo, uma vez que estimula a agilidade mental e a organização espacial, além de servir como introdução a conceitos matemáticos.

1.1 Justificativa

Esta dissertação tem como propósito investigar os impactos da incorporação do Tangram como recurso pedagógico no processo de aprendizagem dos conceitos de perímetro e área de figuras planas durante as aulas de Matemática. A motivação para a realização desta pesquisa vem da experiência do pesquisador como professor, identificando inúmeras dificuldades enfrentadas pelos alunos no entendimento de conceitos geométricos, como o cálculo de perímetro e área de figuras planas, a nomenclatura de algumas formas e a definição de conceitos básicos de Geometria, especialmente nos anos finais do ensino fundamental. Assim, a partir dessas observações, surge a necessidade de compreender quais intervenções seriam necessárias para modificar essa realidade presente no ensino da Geometria.

Segundo as descrições dos nove níveis de proficiência da escala de Matemática presentes no Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) de 2021, apenas 11,77% dos estudantes apresentam proficiência no nível 5, o qual envolve habilidades como “determinar o perímetro de uma região retangular, com o apoio de figura, na resolução de uma situação-problema.” (Saeb, 2021, p. 10) e 0,83% revelaram proficiência no nível 8, que inclui as habilidades de “determinar a área de figuras simples (triângulo, paralelogramo, trapézio), inclusive utilizando composição/decomposição.” (Saeb, 2021, p. 11). De acordo as informações do Portal de Dados Educacionais (QEdu) relacionadas à aprendizagem, constata-se que a maioria dos estudantes dos Anos Finais da Educação Básica apresenta baixos níveis de aprendizado em Matemática. Além disso, os resultados do Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (Paebes) 2021, oferecida pelo governo do Estado do Espírito Santo e elaborada pela Faculdade de Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora/MG revelam que a maioria dos estudantes não apresentam sucesso na área de Geometria. (Caed, 2021).

Diante da constatação das dificuldades dos estudantes na aprendizagem de alguns conteúdos de Matemática, especialmente no que se refere ao estudo de área e perímetro de figuras planas, este trabalho visa investigar o potencial da utilização desse quebra-cabeça chinês como recurso pedagógico para facilitar a compreensão e assimilação de conceitos matemáticos. Assim, espera-se tornar o ensino mais atraente e efetivo, possibilitando o desenvolvimento de habilidades como cálculo de perímetro e área de polígonos, além da classificação de formas geométricas, por se tratar de um jogo formado por peças poligonais.

Diante disso, a presente pesquisa tem como objetivo principal: investigar o ensino da Geometria plana de forma lúdica e interativa através das contribuições do uso do Tangram no ensino-aprendizagem dos conceitos de área e perímetro de figuras planas. Para tal, são estabelecidos três objetivos específicos:

- Realizar uma revisão teórica da Geometria, especialmente no que se refere à área e perímetro de figuras planas;
- Investigar a contribuição do Tangram no ensino-aprendizagem dos conceitos de área e perímetro de polígonos;
- Produzir e propor uma sequência didática com atividades que auxiliem no ensino de área e perímetro de figuras planas utilizando o Tangram.

Com base nestes objetivos, busca-se aprimorar o ensino e a aprendizagem dos conceitos de perímetro e área de figuras planas, além de fornecer suporte pedagógico a outros professores por meio de sequência didática e que as atividades delineadas neste trabalho possam contribuir para planejamento das aulas de Matemática, como também, ser úteis em projetos educacionais futuros.

Neste momento, apresentamos a organização dos capítulos que compõem este estudo. No Capítulo 2, apresentaremos o referencial teórico, abordando o papel da Geometria no processo de ensino-aprendizagem. Em seguida, discorreremos sobre a história e lendas do Tangram e, posteriormente, a aplicação de materiais lúdicos e manipuláveis na Educação, juntamente com a abordagem do cálculo de perímetro e área de figuras poligonais. No Capítulo 3, trataremos dos aspectos metodológicos, apresentando as atividades propostas e desenvolvidas com o uso do Tangram como recurso pedagógico. Por fim, no Capítulo 4, concluímos com considerações finais sobre a utilização do Tangram no ensino de Geometria.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 O papel da Geometria no processo de ensino-aprendizagem da Matemática

Geometria desempenha um papel integrante em nosso cotidiano, exercendo uma influência significativa no desenvolvimento social, sendo possível afirmar que é uma das áreas da Matemática mais práticas e relacionadas às aplicações em situações reais. Isso se torna evidente quando observamos o ambiente em nossa volta, percebendo a variedade de formas geométricas presentes, o que torna o reconhecimento um processo intuitivo da vida cotidiana, mesmo sem uma compreensão formal dos conceitos específicos, como reforça Lorenzato (1995),

a Geometria está por toda parte, desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la (...) mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria. (LORENZATO, 1995, p. 05).

Portanto, de acordo com a visão do autor, a Geometria está presente nas atividades cotidianas do ser humano, seja de maneira consciente ou inconsciente, ao longo do tempo. Na Antiguidade, sua utilização era direcionada para resolver questões como medição e construção. Atualmente, sua aplicabilidade se estende a diversas áreas, como Arquitetura, Engenharia, Desenho Técnico, dentre outras. Nesse sentido, compreende-se que essa ciência é essencial para a formação de cidadãos críticos, além de ser um conteúdo fundamental para a compreensão de disciplinas como Física, Astronomia e Computação.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017, p. 271), essa disciplina abrange conceitos e procedimentos essenciais para resolver problemas em diversas áreas do conhecimento, por meio de estudo da posição e dos deslocamentos no espaço, das formas e das relações entre elementos de figuras planas e espaciais, além de desenvolver pensamento geométrico dos alunos. Tal pensamento é fundamental para investigar propriedades, formar conjecturas, produzir argumentos geométricos e habilidades que são importantes tanto para a compreensão de conceitos matemáticos mais avançados quanto para a

vida cotidiana.

O reconhecimento da Geometria como componente fundamental no desenvolvimento global dos alunos é destacado por UsisKin (1994, p.34). Nesse contexto, o autor salienta que, “entre todas as áreas da Matemática, apenas a Geometria tem como principal propósito justificar logicamente e demonstrar suas afirmações”. Essa perspectiva ressalta a importância da Geometria no contexto da Educação Matemática, destacando a necessidade de dar ênfase ao ensino dessa disciplina, sobretudo no que diz respeito à formação de cidadãos críticos e capazes de compreender e transformar a realidade que o cerca.

Além disso, o aprendizado da Geometria, não apenas proporciona ao aluno habilidades e conhecimentos matemáticos, mas também desenvolve sua capacidade de visualização, raciocínio lógico e criatividade. Como reforça a BNCC (2017, p. 272) esse “conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais”.

Diante disso, torna-se essencial que os professores adotem métodos eficazes para auxiliar os alunos na compreensão da Geometria, evitando a mera memorização de procedimentos matemáticos e buscando um maior entendimento conceitual. Afinal, possíveis confusões entre os diferentes conceitos geométricos podem ocorrer, resultando no esquecimento de determinados conteúdos, caso estes não sejam abordados de maneira mais dinâmica e contextualizada. Conforme indicado pela BNCC (2017)

a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. (BNCC, 2017, p. 272)

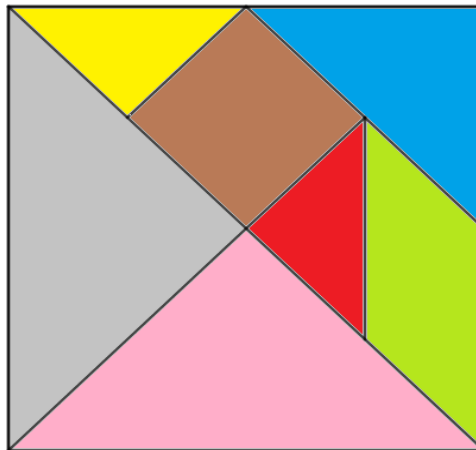
Portanto, podemos concluir do exposto anterior que a Geometria não pode se resumir a uma mera aplicação de fórmulas, algoritmos ou teoremas específicos. Ao contrário, ela precisa ser tratada como um conteúdo que incentive a análise crítica, e o desenvolvimento do raciocínio espacial dos estudantes através de resolução de problemas, fornecendo melhor compreensão dos conteúdos.

2.2 Um pouco sobre a história e lendas do Tangram

Nas próximas duas seções, serão explorados os aspectos históricos e algumas lendas associadas à origem do Tangram, bem como serão abordadas as contribuições de materiais manipuláveis e lúdicos para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Embora pouco se saiba sobre a origem precisa do Tangram, esse quebra-cabeça de origem chinesa, composto por sete peças, é muito antigo. Segundo Bugeikai (2010), a falta de registros sobre sua invenção possivelmente se deve à sua associação como um jogo voltado para crianças e mulheres daquela época.

Figura 1 – Imagem do Tangram



Fonte: Autor (2024)

Para Souza (1995), não há uma definição precisa para o significado da palavra Tangram, o que resultou na existência de várias versões, sendo uma delas:

A que a parte final da palavra – gram significa algo desenhado ou escrito, como um diagrama. Já a origem da primeira parte – Tan – é muito duvidosa e especulativa, existindo várias tentativas de explicação. A mais aceita está relacionada à dinastia Tang (618 – 906) que foi uma das mais poderosas e longas dinastias da história Chinesa. Assim, segundo essa versão Tangram significa, quebra-cabeça chinês. (SOUZA, 1995, p.2)

Consequentemente, Read (1965) acredita que o Tangram teve sua origem na China por volta de 1800, tornando-se um jogo oriental que rapidamente se propagou para o Ocidente. Souza (2003) atribui que, por volta da metade do século XIX, aproximadamente em 1815, esse quebra-cabeça já era conhecido na América. Posteriormente, tornou-se conhecido pelos

ingleses, transformando-se em uma mania e disseminando-se rapidamente por outros países da Europa, sendo reconhecido em todos os continentes.

Portanto, devido à falta de registros históricos que comprovem a origem desse jogo, diversas lendas e histórias sobre sua origem foram surgindo ao longo do tempo, como, por exemplo, "O mensageiro e o imperador", a qual relata:

“Há cerca de 4000 anos atrás, um mensageiro partiu o espelho quadrado do imperador Tan, quando o deixou cair ao chão. O espelho partiu-se em sete pedaços. Preocupado, o mensageiro foi juntando as sete peças, a fim de remontar o quadrado. Enquanto tentava resolver o problema, o mensageiro criou centenas de formas de pessoas, animais, plantas, até conseguir refazer o quadrado”. (MARTINS; MARQUES; RAMOS, 2015, p.11)

Outra lenda relacionada à origem do Tangram é "O discípulo e o mestre".

Segundo ela:

“Um jovem chinês despedia-se do seu mestre para fazer uma grande viagem pelo mundo. Nessa ocasião, o mestre entregou-lhe um espelho de forma quadrada e disse: Com esse espelho, registrarás tudo o que vires durante a viagem para me mostrares na volta. O discípulo, surpreso, indagou: Mas mestre, como poderei mostrar-lhe, com um simples espelho, tudo o que encontrar durante a viagem? No momento em que fazia essa pergunta, o espelho caiu-lhe das mãos e quebrou-se em sete peças. Então o mestre disse: Agora poderás, com essas sete peças, construir figuras para ilustrar o que viste durante a viagem. (MARTINS; MARQUES; RAMOS, 2015, p. 11-12).

Independentemente da história ou lenda que envolva a origem do Tangram, é reconhecido que este jogo tem sido empregado como um recurso pedagógico nas aulas de Artes e, por apresentar um forte apelo lúdico e formatos geométricos, vem sendo utilizado por professores de Matemática em sala de aula, proporcionando aos discentes o desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico. (SOUZA, E. R. et al., 2008, p. 2-3).

2.3 A aplicação dos materiais lúdicos e manipuláveis

A palavra "lúdico" deriva do latim "Ludus", referindo-se a jogos e diversão. Dentro

desse contexto, os jogos lúdicos são aqueles que durante as atividades recreativas promovem um ambiente propício para exploração e descoberta, incentivando a curiosidade natural, além de proporcionar uma interação entre alunos e o professor. Lisboa (2015) ressalta que o jogo como atividade lúdica demanda de planejamento cuidadoso para que sua aplicação possa proporcionar um momento de aprendizagem.

O “lúdico, um recurso didático dinâmico que garante resultados eficazes na educação, apesar de exigir extremo planejamento e cuidado na execução da atividade elaborada. O jogo é a atividade lúdica mais trabalhada pelos professores atualmente, pois ele estimula as várias inteligências, permitindo que o aluno se envolva em tudo que esteja realizando de forma significativa. Através do lúdico o educador pode desenvolver atividades que sejam divertidas e que sobretudo ensine os alunos a discernir valores éticos e morais, formando cidadãos conscientes dos seus deveres e de suas responsabilidades, além de propiciar situações em que haja uma interação maior entre os alunos e o professor numa aula diferente e criativa, sem ser rotineira”.(LISBOA, 2015, p.1)

Rizzo (2001) enfatiza a importância do desenvolvimento de atividades lúdica, afirmando que “a atividade lúdica pode ser, portanto, um eficiente recurso aliado do educador, interessado no desenvolvimento da inteligência de seus alunos, quando mobiliza sua ação intelectual”. (Rizzo, 2001, p. 40)

Conforme a abordagem de Rizzo (2001), o professor desempenha um papel fundamental ao incentivar os alunos na construção do conhecimento por meio de atividades lúdicas, nas quais o aluno é desafiado a desenvolver e apresentar soluções para as tarefas propostas. Essas atividades não devem ser apenas momentos de diversão, mas oportunidades para incentivar os alunos em desafios que estimulem o pensamento crítico, a resolução de problemas e o desenvolvimento das habilidades cognitivas. Além disso, a motivação do professor deve ser inspirar os alunos a aprenderem, pois, se o docente não tiver prazer em ensinar, o estudante não terá o entusiasmo em aprender, como aponta Antunes (2003).

"Um professor que adora o que faz, que se empolga com o que ensina, que se mostra sedutor em relação aos saberes de sua disciplina, que apresenta seu tema sempre em situações de desafios, estimulantes, intrigantes, sempre possui chances maiores de obter reciprocidade do que quem a desenvolve com inevitável tédio da vida, da profissão, das relações humanas, da turma..." (Antunes, 2003, p.55).

Portanto, os jogos representam uma atividade lúdica predominante nos dias atuais, especialmente no Ensino Fundamental, onde a presença de crianças na sala de aula é

majoritária. É importante enunciar que a utilização da palavra "jogo" está relacionada à ideia de "brincar", enfatizando a abordagem lúdica, pois os alunos não apenas se divertem durante essas atividades, mas também obtêm conhecimento, como é reforçado por Rizzo (2001, p. 41). Nessa linha de raciocínio, Piaget (1989) considera que

“os jogos não são apenas uma forma de divertimento, mas são meios que contribuem e enriquecem o desenvolvimento intelectual. Para manter seu equilíbrio com o mundo, a criança necessita brincar, criar, jogar e inventar”.(PIAGET, 1989, p.5).

Com base no exposto acima, Bernardes (2003, p.2) faz uma complementação ao afirmar que “o jogo é reconhecido como meio de oferecer à criança um ambiente agradável, motivador, planejado e enriquecido, que possibilita a aprendizagem de várias habilidades”. Essa afirmativa reforça as diversas contribuições que os jogos podem proporcionar no processo de ensino e aprendizagem, conforme aponta Kishimoto (2003)

O jogo como promotor de aprendizagem e do desenvolvimento passa a ser considerado nas práticas escolares como aliado importante para o ensino, já que coloca o aluno diante de situações lúdicas. O jogo pode ser uma boa estratégia para aproximá-lo dos conteúdos culturais a serem vinculados na escola. (Kishimoto 2003, p.13)

Nesse contexto, percebe-se que os jogos matemáticos, quando trabalhados em sala de aula, visam contribuir para a maturidade dos alunos na busca por estratégias e soluções para situações-problema. Assim, eles se tornam um consolidador de aprendizagem. Conforme reforçado por Brenelli (2005, p.178), a criança “organiza e pratica regras, elabora estratégias e cria procedimentos a fim de vencer situações-problema desencadeados pelo contexto lúdico”. Dessa forma, os jogos desempenham um papel favorável no desenvolvimento psicológico, uma vez que exigem a compreensão de regras e o exercício do controle necessários para a aprendizagem da Matemática, como salienta Cavalcante (2008)

os jogos representam uma forma interessante de propor problemas de modo atrativo que favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções de grande valor ao desenvolvimento de processos psicológicos básicos implicando um — fazer sem obrigação externa e impositiva, embora demande exigências, normas e controle necessários para aprendizagem da Matemática. (CAVALCANTE, 2008, p. 1)

Portanto, tendo como foco principal dessa pesquisa o ensino e aprendizagem é preciso apontar as contribuições dos materiais manipuláveis neste processo, uma vez que se pressupõe que a utilização desses recursos favorece a aprendizagem. Contudo, o que se entende por materiais manipuláveis?

Segundo Lorenzato (2009), materiais manipuláveis são materiais ou instrumentos que podem tornar o ensino prazeroso e compreensível para os discentes.

O material didático (MD) é qualquer instrumento útil para o ensino aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros. (LORENZATO, 2009, p. 18).

Caldeira (2009) considera que materiais manipuláveis são

qualquer objecto manipulável, utilizado na sala de aula, para auxiliar o ensino (e os professores), a aprendizagem (dos alunos), tendo o papel de auxiliar na construção/reconstrução de conceitos, servindo de mediador, por meio da manipulação e análise, as teorias e as práticas sociais. (Caldeira 2009, p. 226)

Portanto, os materiais manipuláveis são objetos que ajudam a dinamizar as aulas de Matemática, uma vez que possuem a competência de modificar o modo de compreender certos conteúdos. Como afirmam os autores Conceição, Coelho, Neto, Viana e Rodrigues (2019, p.3): “[...] qualquer recurso que tenha a capacidade de transformar a maneira de ver e entender determinado assunto, e que também auxilie e impulse o processo de ensino e aprendizagem [...]”.

Logo, constata-se a importância do uso desses materiais em sala de aula, pois podem contribuir para aulas mais dinâmicas, atraentes e participativas, ajudando a mediar o processo de aprendizagem, desenvolvendo a criatividade e despertando o interesse pela Matemática. Conforme aponta Santos (2019), o uso de materiais manipulativo pode

[...] propiciar ao aluno um ensino voltado para a promoção do desenvolvimento da autonomia intelectual, criatividade e capacidade de ação, reflexão e crítica. Além disso, o seu uso tornam as aulas mais atraentes e dinâmicas, despertando o interesse do aluno e, quando há um objetivo bem definido a ser desenvolvido, embasando e dando suporte, o material manipulativo possibilita ao aluno a realização de observações, constatação de hipóteses e a elaboração e sondagem de estratégias. (Santos, 2019, p. 89)

De acordo com a autora, esses materiais podem ser utilizados para representar as propriedades e conceitos matemáticos que se deseja ensinar aos alunos, uma vez que esse recurso auxilia no processo de ensino e aprendizagem de forma significativa.

Gomes (2016) considera que a utilização de materiais manipuláveis, quando trabalhada de forma correta e planejada, pode ser vantajosa por promover momentos de satisfação e aprendizado através de suas ações motivadoras, auxiliadoras e fixadoras.

- Os materiais podem ter ação motivadora – pois podem despertar o desejo no aluno de gostar de Matemática através do manuseio dos objetos;
- Ação auxiliadora – na busca de facilitar o entendimento sobre os conteúdos abordados, o uso pode fazer com que as explicações se tornem mais fácil;
- Ação fixadora – no momento em que os alunos estão em constante contato com os objetos, podem através da prática, fixar o estudo de conteúdos já trabalhados ou que estão sendo propostos no momento (jogos de reflexão). (Gomes, 2016, p.6)

Vygotsky (2006, p.102) reforça a fala da autora ao dizer que “[...]o material concreto, quando trabalhado de forma objetiva se torna mais eficaz no desenvolvimento do aprendiz”. Nesse sentido, é possível compreender que os materiais manipuláveis podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio lógico e para a aquisição de conhecimento pelos indivíduos envolvidos por meio da interação e troca de experiências.

Completando o pensamento exposto por Vygotsky (2006) e Gomes (2016), Sousa e Oliveira (2010) afirmam

Materiais manipuláveis são objetos, desenvolvidos e/ou criados para trabalhar com conceitos matemáticos de forma que venha a facilitar a compreensão e o desenvolvimento do aluno, de modo que os estudos possam ser realizados de maneira prazerosa. (SOUSA e OLIVEIRA, 2010, p.2)

Ainda sobre os materiais manipuláveis, Nacarato (2005, p. 4) ressalta que o “uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem Matemática”. Em vista disso, como o Tangram é um quebra-cabeça formado por peças poligonais, considerado um jogo manipulável e lúdico, acredita-se em seu potencial como uma ferramenta pedagógica poderosa que o professor de Matemática possui a seu favor.

Entretanto, ao incorporar esse recurso nas aulas, é necessário que o professor o utilize

de modo a contribuir para a aprendizagem da Matemática, como é reforçado por Ferreira e Silva (2018).

A utilização do Tangram nas aulas de Matemática pode contribuir de forma significativa, estimulando a curiosidade, trabalhando a atenção e concentração dos alunos, propiciando ao professor trabalhar diversos conceitos abstratos de forma concreta. Também, é importante ressaltar que o Tangram é um recurso de fácil acesso, que pode ser construído em diversos tipos de materiais e que pode ser trabalhado desde a educação Infantil. (Ferreira e Silva, 2018, p. 4)

Portanto, esse quebra-cabeça geométrico lúdico destaca-se pela sua composição de sete peças poligonais originadas de um quadrado, conferindo-lhe um valor significativo na sua produção dentro da sala de aula considerando que o aluno produzirá um jogo lúdico que não apenas estimula a compreensão do próprio conhecimento, mas também permite a exploração de diversos conteúdos matemáticos. Contudo, ao construir esse recurso em ambiente escolar, vários conceitos matemáticos podem ser abordados, como diagonais, ângulos, congruência e classificação de triângulos, dentre outros. Conforme afirma Moreira (2016, p. 25).

Através das atividades propostas com a utilização do Tangram, os alunos serão capazes de identificar com mais facilidade, as formas geométricas, composição e decomposição de figuras, relações entre os elementos de uma figura, exploração do conceito de área e perímetro, frações, resolução de problemas que exigem visualização e manipulação de figuras geométricas, desenvolvimento do senso estético e da criatividade. (MOREIRA, 2016, p. 25)

Atualmente, alguns livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental, voltados para os Anos Finais, como do autor Castrucci e Junior (2018), incluem o Tangram como metodologia para introduzir conceitos de Geometria. Além disso, é evidente que muitos professores já adotam jogos como ferramenta para aprimorar a compreensão de conteúdos matemáticos, incentivando os alunos a desenvolverem satisfação na resolução de problemas, como é reforçado por Moura (1992, p. 47). Segundo este autor, “o jogo para ensinar Matemática deve ser utilizado como uma ferramenta auxiliar no ensino-aprendizagem dos conteúdos”.

Desse modo, a contribuição dada por Souza (1997) evidencia a importância desse jogo milenar como um recurso facilitador no ensino da Matemática, o que tem levado à sua frequente utilização nas aulas dessa disciplina devido às suas atribuições significativas concernentes ao processo de ensino-aprendizagem.

O Tangram, enquanto recurso didático, desempenha um papel significativo no

contexto do ensino e aprendizagem, particularmente no ensino da Geometria, contribuindo tanto como uma ferramenta introdutória quanto como um meio auxiliar na resolução de problemas, conforme destacado por autores como Smole (2003), Landulfo (2007) e Santos (2012). Nas palavras de Smole (2003), esse material tem duas funções essenciais quando se refere ao ensino da Geometria servindo como método introdutório para as noções e relações geométricas e, devido à sua natureza manipulável, promovendo o desenvolvimento das habilidades de percepção espacial. Landulfo (2007) reforça a importância desse quebra-cabeça como um recurso didático conveniente para os estudantes ao realizar atividades de pesquisa, o que possibilita o desenvolvimento de competências em diversos níveis, como a capacidade de fazer conjecturas, discutir, prever, entre outras habilidades. Por fim, Santos (2012) ressalta a capacidade do Tangram em auxiliar

no desenvolvimento da criatividade; no raciocínio lógico para resolução de problemas; na formulação de hipóteses; na criação de soluções alternativas; bem como pode desencadear no aluno a concentração; a reflexão; a interpretação; a imaginação; a paciência; a criatividade; a coordenação motora e a interação entre eles, auxilia no processo de desenvolvimento da aprendizagem do aluno e da socialização. (SANTOS, 2012, p. 17).

Portanto, compreende-se a partir fala da autora que o Tangram é um excelente recurso pedagógico para o professor de Matemática no ambiente escolar, pois, além de fomentar várias competências e habilidades, oferece uma perspectiva dinâmica e atrativa para as aulas, permitindo que o aluno aprenda “brincando”. Além disso, esse material é barato e fácil de ser construído.

2.4 Cálculo de área e perímetro de algumas figuras poligonais

Nessa seção, trataremos alguns conceitos geométricos básicos a respeito de polígonos, bem como maneiras de calcular áreas das figuras geométricas planas mais conhecidas.

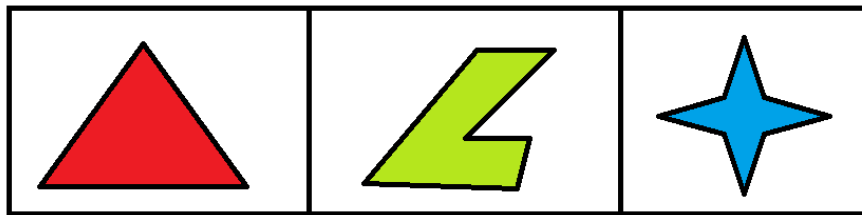
2.4.1 Alguns conceitos geométricos fundamentais

Os conceitos geométricos básicos relacionados ao cálculo de perímetro e áreas de figuras geométricas planas são fundamentais para o desenvolvimento desta proposta de ensino, bem como para a vida escolar dos estudantes. Uma vez que esses conceitos fazem parte de diversas situações do cotidiano, é importante estudar as propriedades de polígonos, como triângulos, quadriláteros e polígonos regulares, pois envolvem a definição de lados, ângulos e medidas que ajudam a determinar o perímetro e suas áreas.

De acordo com Castrucci e Junior (2018), a área de um polígono refere-se à medida da superfície contida pela própria figura geométrica ou pela região que essa figura representa, e o perímetro é a soma das medidas dos lados do polígono. Dessa forma, ao introduzir o conceito de área, é comum começarmos usando comparações para determinar a medida da superfície ou compará-la com uma unidade de medida conhecida da mesma natureza.

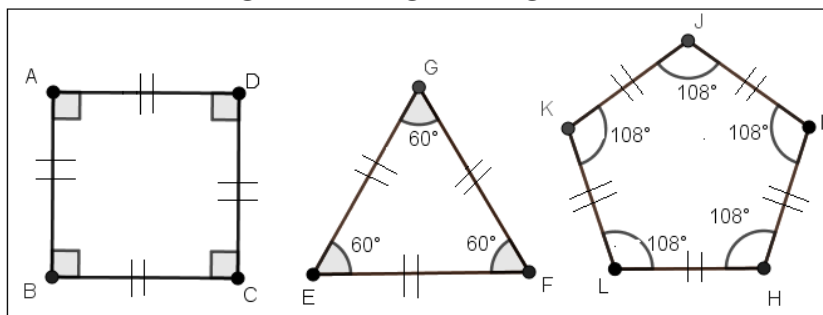
Consequentemente, Dante (2015, p. 80) define polígono (poli = muito; gono = ângulo) como sendo "uma linha fechada formada apenas por segmentos de reta, do mesmo plano, que não se cruzam". Além disso, o autor ressalta que um polígono regular é caracterizado pela igualdade entre os comprimentos de seus lados e pela congruência de seus ângulos internos.

Figura 2– Exemplos de alguns polígonos



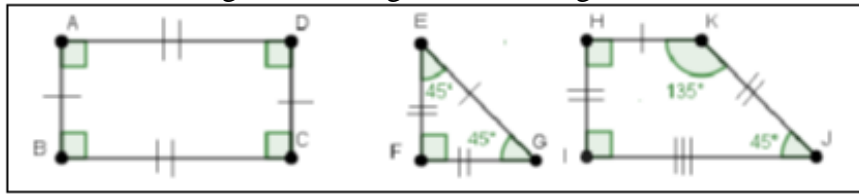
Fonte: Autor (2024)

Figura 3 – Polígonos Regulares



Fonte: Autor (2024)

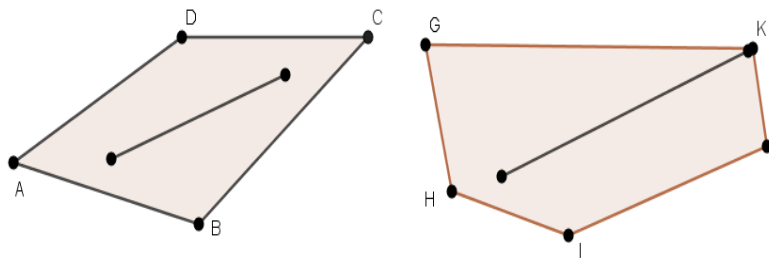
Figura 4 – Polígonos Não Regulares



Fonte: Autor (2024)

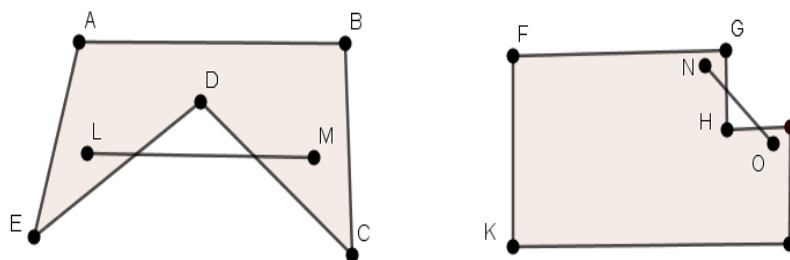
Portanto, os polígonos podem ser classificados como convexos ou não convexos (côncavos). De acordo com Castrucci e Junior (2018), um polígono convexo é aquele em que todos os segmentos de reta com extremidades no interior do polígono contêm todos os seus pontos situados no interior. Uma outra forma de definir um polígono convexo é que todos os seus ângulos internos sejam menores que 180° . Por outro lado, se um polígono possui pelo menos um ângulo interno maior ou igual a 180° , ele será chamado de côncavo, conforme as figuras a seguir.

Figura 5 – Polígonos Convexos



Fonte: Autor (2024)

Figura 6 – Polígonos Não Convexos



Fonte: Autor (2024)

2.4.2 Área e perímetro de retângulo

O retângulo é classificado como um quadrilátero que apresenta quatro ângulos retos, com lados opostos de medidas iguais e diagonais congruentes. Além disso, é comum atribuir convenções aos lados do retângulo, utilizando a letra 'b' para representar a base e 'h' para a altura.

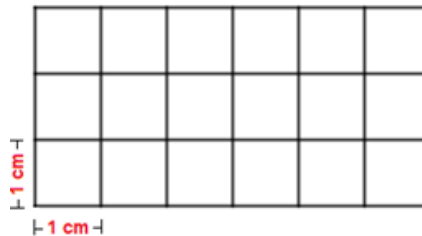
Segundo Castrucci e Junior (2018), a determinação da área de um retângulo se dá por meio de uma operação matemática simples, permitindo determinar a quantidade de quadrados unitários que podem ser acomodados dentro do retângulo (Figura 7). Dessa forma, para encontrar a área de uma região retangular, basta multiplicar a medida da base 'b' pela medida da altura 'h', resultando na seguinte fórmula:

$$A = b \cdot h$$

Conseqüentemente, considerando a letra P como perímetro, o autor reforça que o perímetro de um retângulo é igual à soma das medidas de seus quatro lados, ou seja,

$$P = 2b + 2h = 2(b + h)$$

Figura 7 – Retângulo



Fonte: Autor (2024)

2.4.3 Área e perímetro de quadrado

O quadrado é um quadrilátero que se destaca por apresentar quatro lados e quatro ângulos congruentes, todos retos. Segundo Dante (2015), essa figura geométrica é um caso específico de retângulo, o que possibilita o cálculo de sua área de maneira semelhante ao da área de um retângulo, ou seja, pela multiplicação dos lados não paralelos. Como o quadrado possui os quatro lados com a mesma medida, utilizaremos a letra 'L' para representar a medida

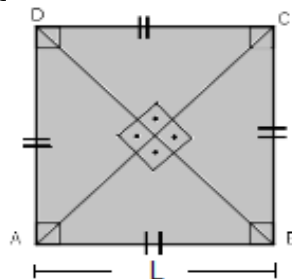
do lado, dessa forma, o cálculo de sua área pode ser expresso por:

$$A = L \cdot L$$

Assim como foi definido o conceito de perímetro para um retângulo, é viável definir o perímetro de um quadrado de maneira similar. Entretanto, como todos os lados de um quadrado possuem a mesma medida, seu perímetro pode ser obtido multiplicando-se a medida de um lado por quatro, ou seja, $P = 4 \cdot (\text{lado})$, ou seja,

$$P = L + L + L + L = 4L$$

Figura 8 – Quadrado

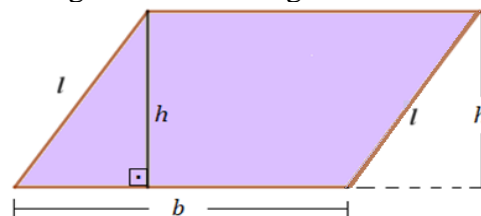


Fonte: Fonte: Autor (2024)

2.4.4 Área e perímetro de paralelogramo

O paralelogramo é um quadrilátero que apresenta a característica de ter os lados opostos paralelos, com suas diagonais cruzando-se no ponto médio. Esse atributo permite inferir que o quadrado, o retângulo e o losango também se enquadram na categoria de paralelogramos. Na figura a seguir, é exibido um paralelogramo com o segmento “h”, representando sua altura.

Figura 9 – Paralelogramo



Fonte: Autor (2024)

Neste quadrilátero, é possível recortar o triângulo retângulo destacado e transferi-lo para o lado oposto, formando um retângulo com base (b) e altura (h), uma vez que os lados

opostos do paralelogramo possuem a mesma medida. Com base nessa afirmação, Longen (2018) salienta que a área de um paralelogramo pode ser calculada de maneira análoga à área de um retângulo, ou seja,

$$A = b \cdot h$$

Por conseguinte, como esse quadrilátero é formado por dois pares de lados paralelos de mesma medida, sendo " l " a medida do lado e " b " da base, o seu perímetro P é a soma das medidas de seus quatro lados, ou seja,

$$P = (2l + 2b) = 2(l + b).$$

2.4.5 Área e perímetro de triângulo

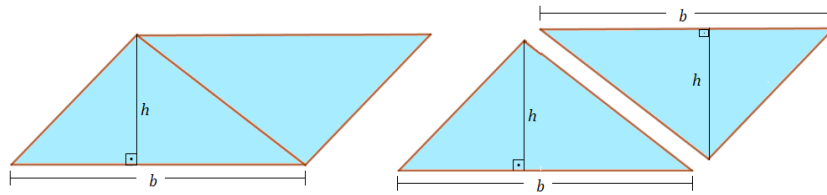
O triângulo é um polígono que possui três lados. Consequentemente, esta figura possui três vértices e três ângulos, sendo possível classificá-lo como equilátero, isósceles ou escaleno em relação às medidas de seus lados ou como acutângulo, retângulo ou obtusângulo em relação às medidas de seus ângulos internos.

De acordo com Longen (2018), é possível decompor um paralelogramo em dois triângulos congruentes de mesma área ao traçar uma de suas diagonais (Figura 10) e, ao recortar um dos triângulos e posicioná-lo ao lado do outro, forma-se um novo paralelogramo com altura " h " e base " b ". Como a área do paralelogramo é calculada pela fórmula $A = b \times h$, conclui-se que a fórmula da área do triângulo pode ser representada por:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Isso ocorre porque metade da área do paralelogramo equivale à área de um dos triângulos.

Figura 10 – Paralelogramo decomposto em dois triângulos



Fonte: Autor (2024)

Em relação ao cálculo do perímetro de triângulo, podemos utilizar a letra P para representá-lo, enquanto a , b e c representam as medidas de seus lados. Independentemente da classificação do triângulo, se as medidas dos lados forem conhecidas, podemos obter o perímetro somando-as, ou seja,

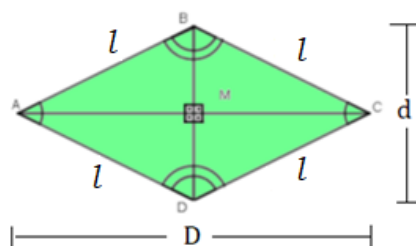
$$P = a + b + c$$

2.4.6 Área e perímetro de losango

Segundo Castrucci e Junior (2018), o losango é um quadrilátero com os quatro lados congruentes e, por herdar as propriedades de um paralelogramo, esse polígono possui uma propriedade específica: as diagonais são perpendiculares entre si e estão contidas nas bissetrizes dos ângulos internos do losango.

De acordo com Longen (2018), é comum utilizar a letra “ D ” para representar a medida da diagonal maior e “ d ” para a menor. Ao dividir o losango em quatro triângulos retângulos congruentes (Figura 11), observa-se que a base de cada triângulo corresponde à metade da medida da diagonal menor, enquanto a altura equivale à metade da medida da diagonal maior. Assim, temos:

Figura 11 – Losango



Fonte: Autor (2024)

$$A_{\text{losango}} = 4 \cdot A_{\text{triângulo}}$$

Ou seja:

$$A_{\text{losango}} = 4 \cdot \frac{\frac{D}{2} \cdot \frac{d}{2}}{2}$$

E, portanto:

$$A_{\text{losango}} = \frac{D \cdot d}{2}$$

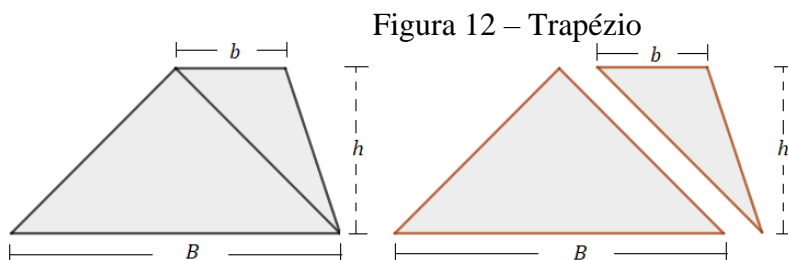
Como todo quadrado é um caso particular de losango, então para calcular o perímetro P desse quadrilátero, basta somar os quatro lados de medida l , ou seja,

$$P = l + l + l + l = 4.l$$

2.4.7 Área e perímetro de trapézio

O trapézio é um quadrilátero que apresenta duas bases, a maior e a menor, denominada respectivamente por B e b as quais são paralelas entre si. De acordo com Dutenhfner e Cadar (2017), é possível decompor a área de uma região delimitada por um quadrilátero ao traçar uma de suas diagonais (figura 12), dividindo a região em dois triângulos, sendo um de base b e altura 'h', e outro de base B e altura h . A soma das áreas desses dois triângulos resulta na área do trapézio, como segue:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} + \frac{B \cdot h}{2} = \frac{(b + B) \cdot h}{2}$$

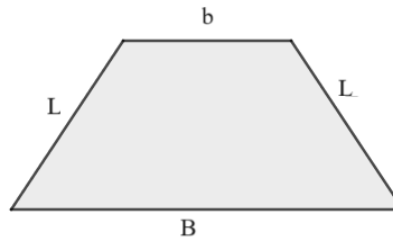


Fonte: Autor (2024)

Além disso, os trapézios podem ser classificados como, escaleno, isósceles e retângulo. O trapézio isósceles tem os lados não paralelos com mesma medida L . Assim, seu perímetro P é igual a

$$P = B + b + L + L = B + b + 2L$$

Figura 13 – Trapézio isósceles

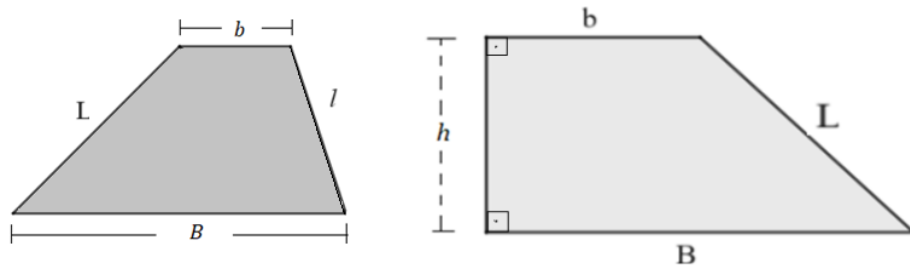


Fonte: Autor (2024)

No caso do trapézio escaleno ou retangular, onde os lados não paralelos possuem medida diferentes temos:

- $P = B + b + L + h$, para os trapézios retângulos.
- $P = B + b + L + l$, para os trapézios escalenos.

Figura 14 – Trapézio escaleno e retângulo respectivamente.



Fonte: Autor (2024)

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Segundo Minayo (2002, p.16), “a metodologia inclui as concepções teóricas de abordagem, o conjunto de técnicas que possibilitam a construção da realidade e o sopro potencial criativo do pesquisador”. Nesse sentido, apresentaremos neste capítulo os aspectos metodológicos por meio de uma proposta de sequência didática.

3.1 Desenvolvimento da metodologia

Considerando os resultados obtidos pelos alunos em provas externas e a dificuldade enfrentada no ensino da Geometria, foi pensada em uma proposta de ensino através do desenvolvimento de uma sequência didática, que segundo Araújo (2013, p.322-323), “é um modo de o professor organizar as atividades de ensino em função de núcleos temáticos e procedimentais”. Dessa forma, pretende-se integrar de forma lúdica o ensino de perímetro e da área de algumas figuras planas, utilizando o material pedagógico Tangram. D’Ambrosio (2005, p. 120) reforça que é importante a "adoção de uma nova postura educacional, a busca de um novo paradigma de educação que substitua o já desgastado ensino aprendizagem baseado numa relação obsoleta de causa-efeito". Portanto, esse método visa tornar as aulas mais dinâmicas e didáticas, permitindo aos alunos expressarem suas ideias e criatividade, comprovar resultados e, ao mesmo tempo, aprender a trabalhar em grupo.

Esta proposta foi elaborada pelo pesquisador fundamentada na sua experiência em sala de aula, considerando os objetos de conhecimento e habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2017, bem como as Matrizes de Referência de Matemática do 9º ano do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e do Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (Paebes) de 2022, sendo desenvolvida com o intuito de atender turmas do Ensino Fundamental dos Anos Finais, especialmente 8º e 9º anos, mas também pode ser aplicada em qualquer turma da Educação Básica, podendo ser adaptada à realidade e necessidade de cada turmas. A sequência proposta é composta por sete atividades envolvendo o assunto perímetro e área de figuras planas, totalizando 12 tempos de aula de 50 minutos cada, como pode ser vista nos Apêndices.

A metodologia empregada na elaboração da proposta incluiu a análise dos descritores presentes nas Matrizes de Referência mencionadas, com o intuito de garantir que as atividades propostas estivessem alinhadas com as habilidades esperadas para aprendizagem dos alunos. Além disso, houve consultas a materiais didáticos, provas externas, uso de recursos pedagógicos, e software, com objetivo de criar atividades que proporcionassem uma experiência de aprendizagem mais dinâmica e significativa para os estudantes usando materiais concretos e lúdicos, como o Tangram.

De acordo com Alegro (2008), primeiramente deve-se verificar o conhecimento prévio dos alunos sobre o assunto para, então, planejar as atividades que promovam aprendizagem significativa. Em concordância com o autor, foi elaborada uma atividade diagnóstica denominada pré-teste (apêndice A), com o intuito de verificar os "saberes prévios" e identificar possíveis dificuldades dos alunos em relação ao assunto, direcionando-a para superar as dificuldades

É importante ressaltar que a proposta a seguir não foi aplicada devido ao compromisso do pesquisador em garantir o cumprimento de todas as normas e regulamentações éticas estabelecidas, bem como a integridade e o respeito pelos participantes da pesquisa. Nesse sentido, a aplicação da sequência didática dependia da aprovação do Comitê de Ética da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, o que não ocorreu em tempo hábil.

3.2 Proposta de Sequência Didática

3.2.1 Atividade - Apresentação do Tangram - Disponível no Apêndice B

Esta atividade atende às habilidades (EF06MA07)¹, (EF06MA19)² e (EF06MA20)³ da BNCC (2017).

¹ (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

² (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

³ (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

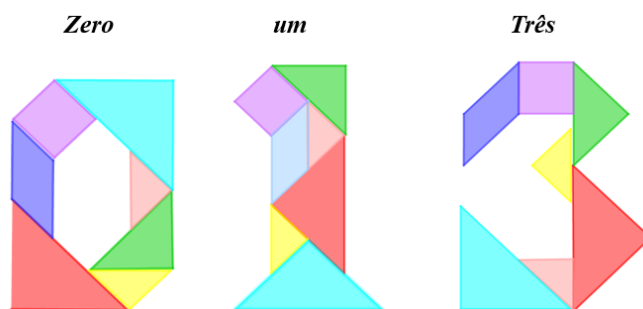
Objetivo: introduzir o Tangram, abordando sua história, e analisar o conhecimento dos alunos sobre esse quebra-cabeça. Ao final, espera-se que os alunos sejam capazes de identificar as características de triângulos e quadriláteros, além de classificá-los.

O tempo estimado para o desenvolvimento dessa atividade é de 2 a 3 aulas de 50 minutos dividido em dois momentos, podendo ser adaptado.

No primeiro momento, será apresentado o Tangram juntamente com sua forma geométrica composta por sete peças. Em seguida, é feita uma breve explanação sobre uma das lendas relacionadas à origem do Tangram, presente no Apêndice B. Além disso, para enriquecer a compreensão dos alunos, poderá ser exibido o vídeo de Rafael (2020), que narra uma lenda do Tangram, na qual, seus personagens são formados pelas sete peças do Tangram. Este recurso audiovisual tem o propósito de despertar a curiosidade e o interesse do estudante.

Após a exposição das lendas, o professor conduzirá uma atividade de recreação em duplas, fornecendo Tangram para que os alunos possam manipulá-lo. Esse momento lúdico é crucial para que os estudantes explorem as peças, descubram as diversas figuras que podem ser criadas, como números, letras do alfabeto ou outras construções criativas. Essa abordagem visa estimular a participação ativa dos alunos, promovendo uma compreensão mais profunda e prática do Tangram.

Figura 15 - Algarismos formados com as peças do Tangram.



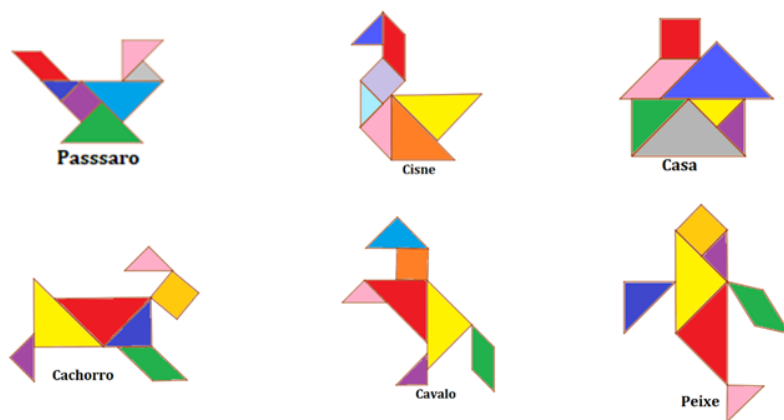
Fonte: Autor (2024)

Figura 16 - Letras do alfabeto formadas com as peças do Tangram.



Fonte: Autor (2024)

Figura 17- Outras construções formadas com as peças do Tangram.



Fonte: Autor (2024)

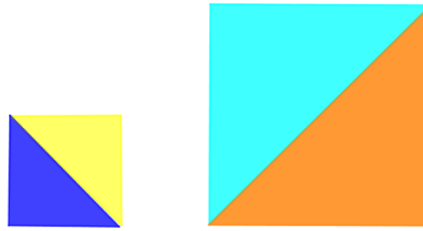
Após se familiarizarem com o Tangram, disponha a turma em dois grandes grupos para realizar uma colaboração entre eles por meio das seguintes atividades:

- I. Montar quadrado com 2, 3 e 4 peças;
- II. Montar triângulos com 3 e 4 peças;
- III. Montar paralelogramo 3 e 4 peças;
- IV. Montar trapézios com 3 e 5 peças.

Na atividade (I), o propósito é incentivar a montagem de quadrados utilizando duas, três e quatro peças do Tangram. Deste modo, para atender ao solicitado, espera-se que os alunos façam o seguinte:

(a) Para compor um quadrado com duas peças do Tangram, basta utilizar duas peças triangulares de tamanhos iguais (Figura 18).

Figura 18- Quadrado com duas peças do Tangram.



Fonte: Fonte: Autor (2024)

(b) Para formar um quadrado utilizando três peças, a composição pode ser alcançada pela junção os dois triângulos pequeno e médio (Figura 19).

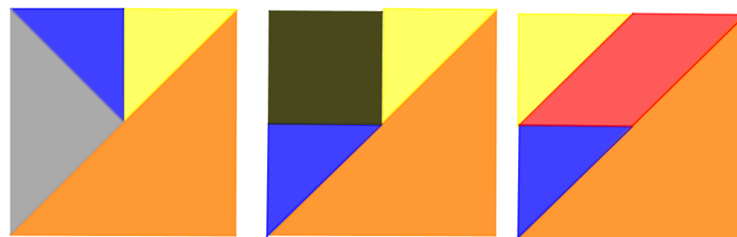
Figura 19- Quadrado com três peças do Tangram.



Fonte: Autor (2024)

(c) Existem três formas distintas de formar um quadrado com quatro peças e mesma área. Essas configurações envolvem a disposição de um triângulo grande, dois triângulos pequenos e a alternância entre um quadrado, um paralelogramo e um triângulo de tamanho médio (Figura 20).

Figura 20- Quadrado com quatro peças do Tangram.

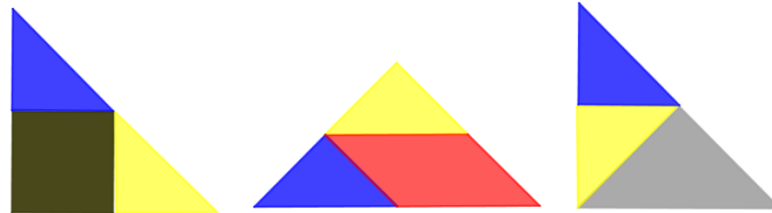


Fonte: Autor (2024)

Na atividade (II), o objetivo é que os alunos empreguem estratégias para formar

triângulos com três peças, explorando as possibilidades e percebendo que são necessários dois triângulos pequenos, combinados com o quadrado, o paralelogramo ou o triângulo médio, sendo possível fazer de 3 formas diferentes, mantendo a mesma área (Figura 21).

Figura 21 - Triângulo com três peças do Tangram



Fonte: Autor (2024)

Para formar um triângulo de quatro peças, existem seis maneiras diferentes. Três delas são possíveis dispondo de um triângulo grande e permutando um triângulo pequeno, o quadrado, o paralelogramo ou triângulo médio. As demais usam um triângulo grande, permutando dois triângulos pequenos, o quadrado, o paralelogramo ou o triângulo médio (Figura 22).

Figura 22 - Triângulo com quatro peças do Tangram



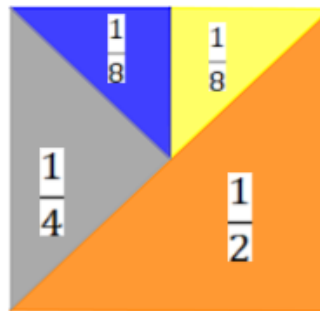
Fonte: Autor (2024)

Essas atividades proporcionam várias vantagens associadas ao desenvolvimento de habilidades, tais com trabalho em equipe, a noção intuitiva de conceito de área, experimentação através de tentativa e erro e a percepção de que a combinação de dois triângulos retângulos de mesmo tamanho forma um quadrado. É importante que, durante o desenvolvimento das atividades o professor deve estar atento e disponível para intervir, dando sugestões e dicas quando houver dificuldade, o que pode evitar bloqueios e constrangimentos entre os alunos.

Após o desenvolvimento das atividades I e II, o professor deve direcionar a atenção

dos alunos para explicar como o conceito de área pode facilitar a montagem das figuras, utilizando o exemplo do quadrado formado por quatro peças (Figura 20). A explicação deverá mostrar que o triângulo grande corresponde a $\frac{1}{2}$ da área total, o triângulo pequeno a $\frac{1}{8}$ e o quadrado, triângulo médio ou paralelogramo a $\frac{1}{4}$. Dessa forma, ao usar o triângulo grande, a metade do quadrado já estará formada, reduzindo a montagem pela metade. Como o paralelogramo, quadrado e triângulo médio correspondem a duas unidades de triângulo pequeno, a sobreposição demonstra que a junção de dois triângulos pequenos e uma dessas três peças forma as partes restantes. Nesse contexto, Proença (2012, p. 11) ressalta, que "esse jogo apesar de aparentemente simples, possui uma enorme riqueza em sua proporção".

Figura 23 - Quadrado com área fracionada



Fonte: Fonte: Autor (2024)

No desenvolvimento das atividades III e IV, o professor deve incentivar os alunos a aplicarem a ideia de área, promovendo o desenvolvimento de habilidade geométrica (decomposição e composição da figura) e numérica (procedimento de contagem de quadradinho), que pode ser contemplada na construção do trapézio e do paralelogramo, utilizando apenas três peças, sendo necessário empregar um quadrado e dois triângulos pequenos (Figuras 24 e 25). Devido a equivalência de áreas entre dois triângulos pequenos, o quadrado e o triângulo médio, é possível formar de modo análogo o trapézio com cinco peças e o paralelogramo com quatro peças.

Figura 24 - Trapézio com três e cinco peças do Tangram



Fonte: Autor (2024)

Figura 25 - Paralelogramo com três e quatro peças do Tangram



Fonte: Autor (2024)

É válido salientar que, para realização dessas atividades, os alunos devem estar familiarizados com o conceito de figuras planas, envolvendo triângulos e quadriláteros, bem como suas propriedades.

3.2.2 Atividade – Construção do Tangram- Disponível no Apêndice C

Esta atividade contempla às habilidades, (EF06MA21)⁴, (EF07MA24)⁵ e (EF09MA16)⁶ da BNCC (2017).

O objetivo é construir o Tangram a partir de uma folha quadrada.

Material: Folha de papel A4, lápis e régua.

O tempo estimado para o desenvolvimento dessa atividade é de 1 a 2 aulas de 50

⁴ (EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.

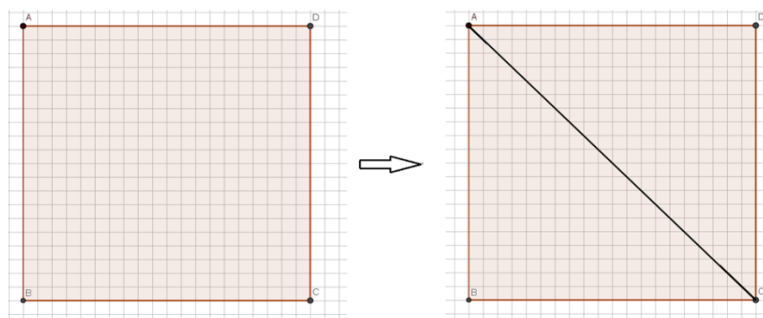
⁵ (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°

⁶ (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

minutos.

Para a construção do Tangram, será necessário que cada aluno tenha em mãos uma folha milimetrada quadrada de 16 cm (ver apêndice B), seguindo os seguintes passos: **Passo I:** Traçar a diagonal do quadrado, dividindo-o em dois triângulos retângulos iguais. Nesta ocasião, o professor pode aproveitar para fazer uma explicação sobre diagonais e ângulos. Para Santos (2019, p.105), “nesse momento é possível relembrar, dependendo da turma, conceitos como: diagonal, ângulo, bissetriz de um ângulo e eixo de simetria do quadrado”, sempre adaptando para turma.

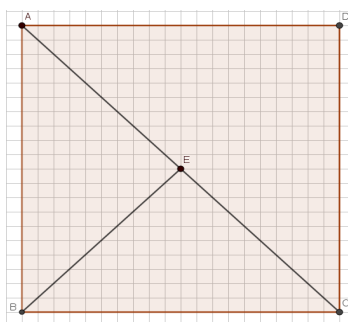
Figura 26 – 1º passo da construção do Tangram.



Fonte: Autor (2024)

Passo II: Marcar o centro do quadrado, ou seja, dividir a diagonal traçada anteriormente em duas partes de mesmo tamanho, utilizando uma régua e, em seguida, traçar a metade da outra diagonal, obtendo dois Triângulos grandes (Tg). Para melhor precisão do centro do quadrado, é possível dobrar a folha. Uma vez que ela é quadrada, seguindo esse processo, obteremos quatro quadrados idênticos. De acordo Santos (2019, p.106), nesse passo é possível verificar que as diagonais dos quadrados são congruentes, perpendiculares entre si e os ângulos formado pela intersecção das diagonais são congruentes e retos, além dos triângulos formados serem congruentes, isósceles e retângulos.

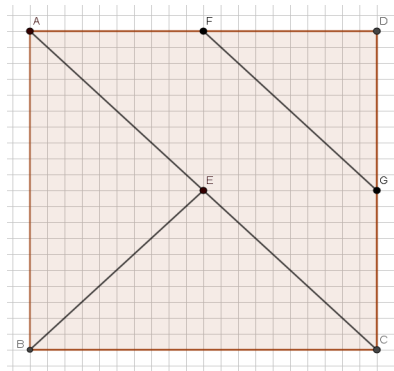
Figura 27 – 2º passo da construção do Tangram.



Fonte: Autor (2024)

Passo III: Traçar uma reta paralela à primeira diagonal, conforme a figura 28, formando um Triângulo médio (Tm) e um trapézio isósceles. Nesse momento é possível lembrar ou explicar o conceito de retas paralelas, bem como as propriedades dos trapézios. Note que, as extremidades do segmento paralelo estão nos pontos médios dos lados adjacentes do quadrado.

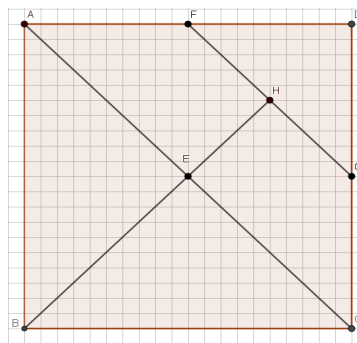
Figura 28 - 3º passo da construção do Tangram.



Fonte: Autor (2024)

Passo IV – Dividir o trapézio em duas partes iguais, traçando um segmento de reta do centro do quadrado até a base do Triângulo médio, formando dois trapézios retângulos congruentes. Nesse caso, o segmento intercepta o ponto médio da base.

Figura 29- 4º passo da construção do Tangram.

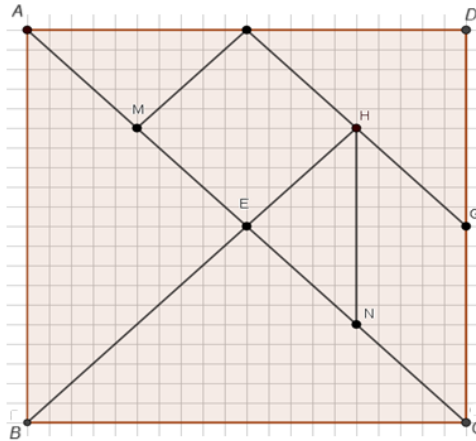


Fonte: Autor (2024)

Passo V – Dividir um dos trapézios retângulos encontrados anteriormente em um quadrado e um triângulo pequeno (Tp). Para isso, o seguimento de reta deve partir do ponto médio do lado do quadrado AD até ponto médio do segmento AE, enquanto o outro é dividido em um paralelogramo e outro triângulo pequeno (Tp), sendo que o ponto N está localizado no ponto médio do segmento CE (figura 30). Nesse passo, o professor pode aproveitar para fazer uma explanação sobre as propriedades dos lados e ângulos dos triângulos, paralelogramo e

quadrado. Santos (2019, p.107) enfatiza que é importante “explorar a classificação do triângulo obtido e verificar que o quadrilátero obtido é um quadrado, comparando as medidas de seus lados e ângulos”.

Figura 30 - 5º passo da construção do Tangram.



Fonte: Autor (2024)

Passo VI – Fazer a pintura das peças, estimulando sua criatividade

Figura 31 - Pintura dos Tangrans em linhas



Fonte: Autor (2024)

De acordo com Fiorentini e Miorim (1990), durante todo o processo de construção desse material, os alunos tem a oportunidade de adquirir conhecimentos matemáticos de maneira efetiva.

3.2.3 Atividade - Perímetro e características das figuras - Disponível no apêndice D

Esta atividade atende às habilidades (EF06MA11)⁷, (EF06MA19)⁸ e (EF06MA29)⁹ da BNCC (2017).

Objetivos: compreender e aprofundar o conceito de perímetro utilizando o Tangram como material didático e orientar os alunos a realizar comparações entre as figuras que o compõem, bem como incentivá-los a registrar cálculos e conclusão das questões para que possam ser discutidas ao término da atividade.

Tempo estimado para esta atividade: 1 a 2 aulas de 50 minutos.

Para realizar essa atividade, deve-se providenciar cópia impressa das questões e um Tangram para cada aluno. O propósito é utilizar essas peças como suporte no decorrer da atividade, aprofundando a compreensão do conceito de perímetro ao explorar as formas geométricas das figuras e suas características. Durante o desenvolvimento, o professor deve estimular os alunos a observarem as semelhanças entre as peças, tamanho dos lados, as formas geométricas e ângulos. Caso ainda haja dúvida, o docente pode sugerir o uso das peças do Tangram, tanto para determinar o perímetro quanto medida dos ângulos da figura, permitindo que eles percebam que os triângulos são retângulos isósceles.

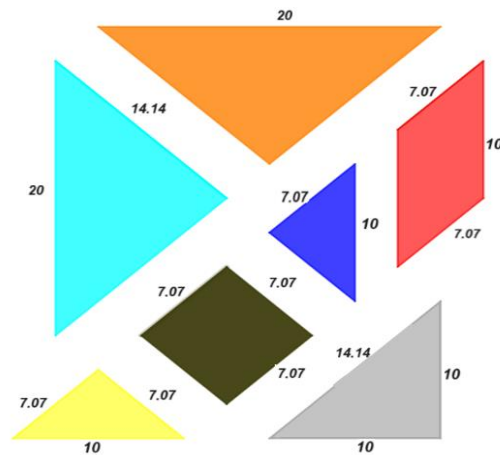
Questão 1 - (a) Determinar o perímetro das peças do Tangram que se encontram a seguir.

⁷(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

⁸ (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

⁹ (EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

Figura 32 - Perímetro das peças do Tangram



Fonte: Autor (2020)

Solução: Considerando TG = Triângulo grande, TM = Triângulo Médio e TP = Triângulo pequeno, temos que os cinco triângulos que compõem o Tangram são retângulos e isósceles. Como perímetro é a soma dos lados de um polígono, temos:

$$P_{TG} = 20 + 14,14 + 14,14 = 48,28 \text{ cm}$$

$$P_{TM} = 14,14 + 10 + 10 = 34,14 \text{ cm}$$

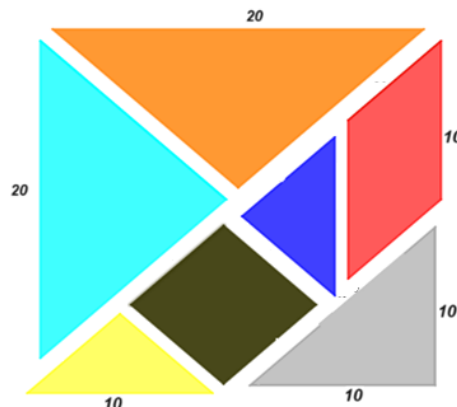
$$P_{TP} = 7,07 + 10 + 7,07 = 24,14 \text{ cm}$$

$$P_{\text{Quadrado}} = 7,07 + 7,07 + 7,07 + 7,07 = 28,28 \text{ cm}$$

$$P_{\text{Paralelogramo}} = 7,07 + 10 + 7,07 + 10 = 34,14 \text{ cm}$$

b) Formando o quadrado com as sete peças, qual será o perímetro?

Figura 33 - Perímetro das peças do Tangram



Fonte: Autor (2024)

Solução: $P = 20 + 20 + 20 + 20 = 80 \text{ cm} = 4 \cdot 20$

Questão 2 - Os alunos devem expor os nomes das figuras planas que compõem o Tangram

Solução:

Figura 34 - Perímetro das peças do Tangram



Fonte: Autor (2024)

Questão 3- Identificar características comuns entre os cinco triângulos que compõem o Tangram.

Solução: É importante demonstrar que eles são classificados como triângulo retângulo isósceles.

3.2.4 Atividade – Trabalhando Área - Disponível no Apêndice E.

Esta atividade contempla às habilidades (EF07MA31)¹⁰ e (EF08MA19)¹¹ da BNCC (2017).

Objetivo: Desenvolver a compreensão do conceito de área a partir de uma unidade específica.

¹⁰ (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

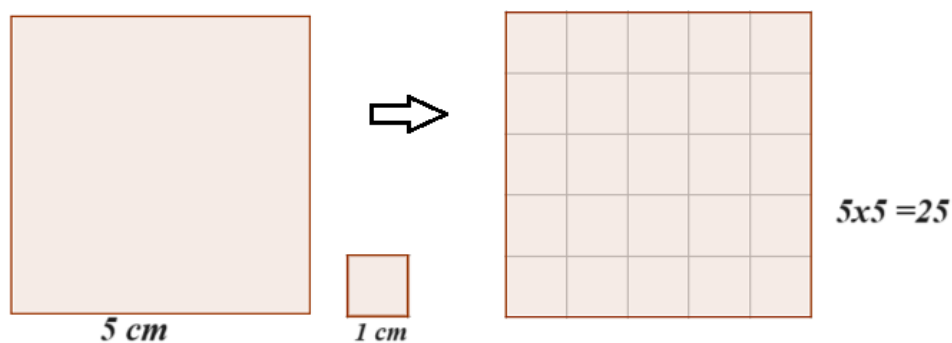
¹¹ (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

Tempo estimado para esta atividade: 1 a 2 aulas de 50 minutos.

Nesta atividade, pretende-se que os alunos compreendam que conceito de área está relacionado ao tamanho da superfície. Para atingir esse propósito, o professor deve incentivá-los a responder as questões sobre quantos quadrados de 1 cm de lado podem ser contidos dentro de quadrados maiores com lados medindo 2 cm, 3 cm, 4 cm e 5 cm. Além disso, eles devem determinar a área em cm^2 , correspondente a cada um desses quadrados maiores, explicando a estratégia utilizada para chegar à resposta. Esses registros e conclusões deverão ser discutidos em uma roda de conversa ao final da aula, promovendo a aprendizagem coletiva. Como é reforçado por Santos (2019), os registros de situações problemas quando são analisados e discutidos coletivamente entre colegas proporcionam uma aprendizagem significativa. Nesse contexto, é possível que os alunos adquiram a compreensão do cálculo de área envolvendo quadrados, sem recorrer a algoritmos prontos e, intuitivamente, apropriando-se do fato de que a multiplicação dos lados resulta na quantidade de quadradinhos unitários, ou seja, a área correspondente à figura.

Como exemplo, considere a seguinte situação: na figura abaixo, temos um quadrado de 5 cm de lado e outro menor com 1 cm de lado. A intenção é que o aluno perceba que no quadrado maior “cabe” 25 quadradinhos, representado uma multiplicação de 5 por 5. Conseqüentemente, ele poderá concluir que o método para calcular a área de um quadrado consiste em multiplicar “lado x lado”. Esse raciocínio pode-se ser aplicado para resolver a atividade disponível no apêndice E.

Figura 35 - Idéia intuitiva de área



Fonte: Autor (2024)

3.2.5 Atividade – Área com auxílio de Tangram – Disponível no Apêndice F

Esta atividade contempla às habilidades (EF07MA31)¹², (EF07MA32)¹³ e (EF08MA19)¹⁴ da BNCC (2017).

Objetivos: Desenvolver a compreensão do conceito de área a partir de uma unidade estabelecida e realizar cálculos de área de algumas figuras planas a partir de uma unidade de medida.

Tempo estimado para esta atividade: 2 a 3 aulas de 50 minutos.

Após a conclusão da atividade de área, pretendemos usar o Tangram como recurso para auxiliar na aprendizagem dos conceitos e cálculos de área de algumas figuras planas. Uma vez apropriadas as noções de unidade de área, solicite que os alunos formem duplas para a realização da atividade e elucide os objetivos, fornecendo a cada dupla a atividade impressa e o quebra-cabeça Tangram.

Na questão 1, espera-se que os alunos empreguem técnicas de sobreposição, justifiquem os resultados e compreendam que a área de cada figura pode ser expressa em função da quantidade de triângulos roxos. O professor pode aproveitar esse momento para relembrar conceitos de frações e realizar uma análise das peças observando as relações existentes entre elas. Por exemplo, identificar que quatro triângulos pequenos “cobrem” o triângulo maior ou que oito triângulos pequenos correspondem à metade do Tangram. Também é possível perceber que duas unidades de triângulos pequenos sobrepõem o quadrado menor, assim como o paralelogramo e triângulo médio, concluindo que eles possuem a mesma área, apesar de apresentar perímetros diferentes.

Questão 1- Observando o Tangram abaixo e usando o triângulo pequeno ao lado como unidade de medida, responda:

1- (a) Quantos triângulos roxos são necessários para cobrir o triângulo rosa na figura

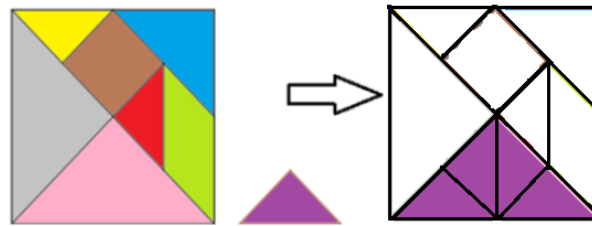
¹² (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

¹³ (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

¹⁴ (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

abaixo?

Figura 36 - Sobrepondo as peças do Tangram



Fonte: Autor (2024)

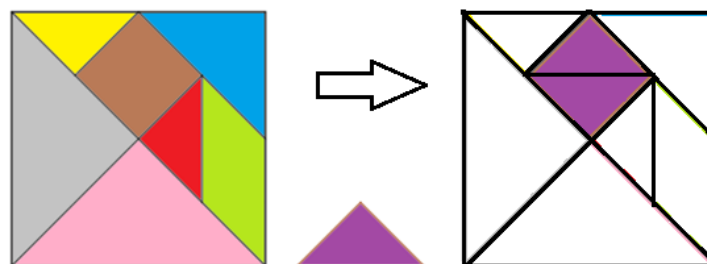
Solução: Conforme a figura 36, são necessários quatro triângulos.

1- (b) Tomando o triângulo roxo como unidade de área, ou seja, 1 cm^2 , qual é a área compreendida pelos dois triângulos grandes (rosa e cinza)?

Solução: Dado que cada triângulo grande equivale a quatro unidades de triângulos pequenos (ver figura 36), então a área compreendida pelos dois triângulos grande é de 8 cm^2 .

1- (c) Quantos triângulos roxos são necessários para sobrepor o quadrado marrom na figura abaixo? E qual é a área do quadrado marrom tomando o triângulo roxo como unidade de área, ou seja, 1 cm^2 ?

Figura 37 - Sobrepondo as peças do Tangram

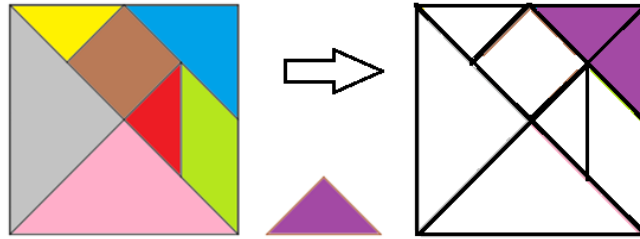


Fonte: Autor (2024)

Solução: São necessários dois triângulos pequenos para sobrepor o quadrado. Logo, a área é de 2 cm^2 .

1- (d) Quantos triângulos roxos são necessários para cobrir o triângulo médio azul? E qual é a área do triângulo azul tomando o triângulo roxo como unidade de área, ou seja, igual a 1 cm^2 ? Explique qual estratégia você utilizou para chegar e resposta.

Figura 38 - Sobrepondo as peças do Tangram

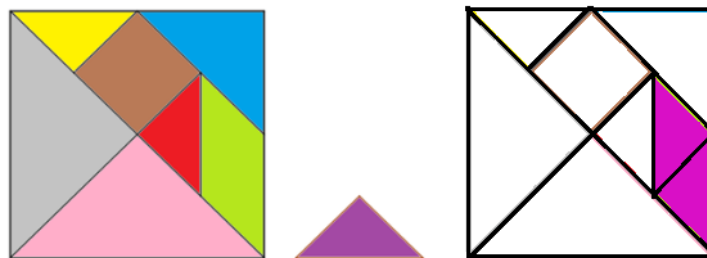


Fonte: Autor (2024)

Solução: Conforme a figura 38, são necessários dois triângulos pequenos para sobrepor o quadrado. Logo, a área é de 2 cm^2 .

1 - (e) Quantos triângulos roxos são necessários para cobrir o paralelogramo verde? E qual é a área do desse paralelogramo tomando o triângulo roxo como unidade de área, ou seja, 1 cm^2 ?

Figura 39 - Sobrepondo as peças do Tangram



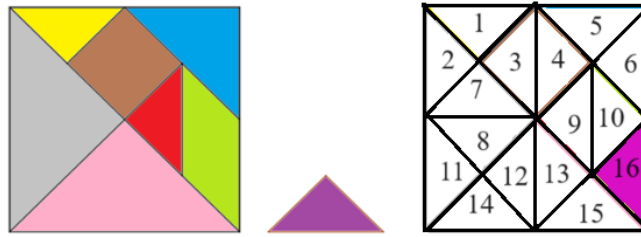
Fonte: Autor (2024)

Solução: São necessários dois triângulos pequenos para sobrepor o quadrado (ver figura 39). Logo, a área é de 2 cm^2 .

1- (f) Quantos triângulos roxos são necessários para sobrepor o “quadrado Tangram”? E qual é a área desse quadrado tomando o triângulo roxo como unidade de área, ou seja, 1 cm^2 ?

Solução: Como pode ser visto na figura 40, são necessários 16 triângulos para sobrepor o quadrado Tangram. Portanto a área correspondente a essa figura é 16 unidades, ou seja, 16 cm^2 .

Figura 40 - Sobrepondo as peças do Tangram



Fonte: Autor (2024)

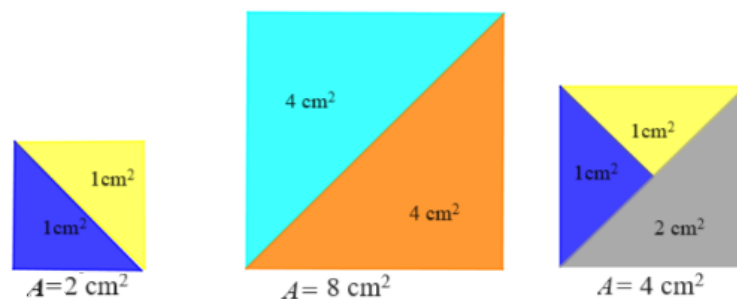
A questão 2 envolve o manuseio das peças, estimula a criatividade, promove a interação entre as duplas e requer o cálculo da área das figuras geométricas formadas. O propósito é formar as figuras solicitadas usando noção de área já trabalhada nas atividades anteriores e usar o triângulo menor como unidade de medida oportunizando o calcular da área sem a necessidade de fórmulas. O professor pode aproveitar para explicar algumas propriedades de losango e trapézio ainda não trabalhadas.

Questão 2- Utilizando as peças do Tangram e tomando o triângulo menor como unidade de área, equivalente a 1cm^2 , realize as atividades descritas a seguir.

2-(a) Construa um quadrado com duas e três peças e informe quais peças foram utilizadas. Qual é a área dos quadrados construídos?

Solução: Para formar o quadrado de duas peças são necessários dois triângulos pequenos ou dois triângulos grandes e, conseqüentemente para o quadrado de três peças são requeridos dois triângulos pequenos e o médio. Com relação a área utilizando o triângulo pequeno como unidade de medida, os resultados estão representados a seguir.

Figura 41 - Quadrado de duas e três peças do Tangram

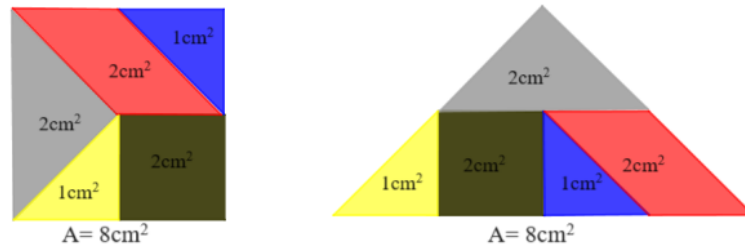


Fonte: Autor (2024)

2-(b) Construa um quadrado e um triângulo com cinco peças e informe quais peças

foram utilizadas. Quais as áreas do quadrado e do triângulo construídos?

Figura 42 - Quadrado e triângulo de cinco peças do Tangram



Fonte: Autor (2024)

Solução: Conforme a figura 42, são necessários dois triângulos pequenos, o triângulo médio, o quadrado e o paralelogramo para compor o quadrado e o triângulo de cinco peças. Como ambas as figuras foram formadas com as mesmas peças, elas possuem a mesma área de 8cm^2 .

2-(c) Construa um trapézio com três e quatro peças, informando quais peças foram utilizadas. Quais são as áreas dos trapézios construídos?

Figura 43 - Trapézio formado com três e quatro peças do Tangram

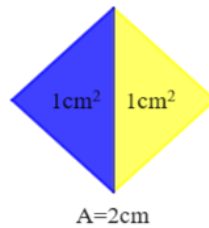


Fonte: Autor (2024)

Solução: Para formar o trapézio com três peças, foram usados dois triângulos pequenos e o quadrado menor. Para o trapézio de quatro peças, foram necessários o quadrado, um triângulo pequeno, o triângulo médio e o paralelogramo. As suas áreas são respectivamente 4cm^2 e 7cm^2 .

2-(d) Construa um losango com duas peças e informe quais peças foram utilizadas. Qual é a área do losango construído?

Figura 44 - Losango com duas peças do Tangram



Fonte: Autor (2024)

Solução: Para formar o losango da figura 43, foram utilizados dois triângulos pequenos, com área correspondendo a 1 cm^2 cada.

A questão 3, retirada do vestibular Universidade Federal de Santa Maria (UFSM 2006), visa empregar o quadrado como unidade de medida de área. Apropriando-se da questão anterior, é necessário que os alunos percebam que o quadrado possui a mesma área correspondente do paralelogramo e do triângulo médio, ou seja, a duas unidades de um triângulo pequeno. É importante solicitar que todos os alunos justifiquem suas respostas, seja por meio de desenhos ou de forma escrita, e que empreguem o Tangram como meio de comprovação das respostas.

Questão 3 - (UFSM 2006 - Adaptado). Abaixo temos as sete peças do Tangram formando um quadrado. Se a área de Q é 1, ou seja, Q é a unidade de área, é correto afirmar:



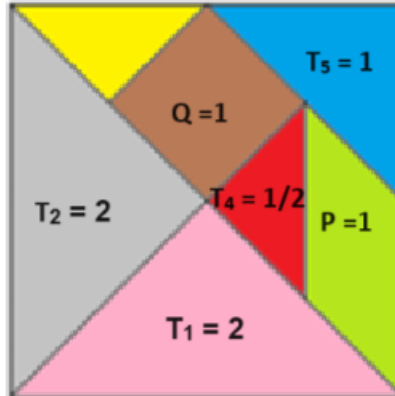
Fonte: Autor (2024)

- A área de quadrado maior é 4.
- A área de T_1 é o dobro da área de T_3 .
- A área de T_4 é igual a área de T_5 .
- A área de T_5 é $\frac{1}{4}$ da área do quadrado maior.
- A área da P é igual à área de Q.

Justifique sua resposta.

Solução: Na figura 45, encontra-se a área de cada peça em função do quadrado. Portanto, a letra (e) é a alternativa correta.

Figura 45 - Solução da questão 3



Fonte: Autor (2024)

3.2.6 Atividade – Perímetro e área de figuras planas na malha quadriculada - Disponível no Apêndice G.

Esta atividade contempla as habilidades (EF07MA31)¹⁵, (EF07MA32)¹⁶ e (EF08MA06)¹⁷ da BNCC (2017).

Objetivos: Determinar a área de uma figura plana por meio de malha quadriculada e compreender que as figuras podem ter mesma área, mesmo possuindo perímetros diferentes.

Tempo estimado para esta atividade: 1 a 2 aulas de 50 minutos.

Na questão 1, temos seis figuras construídas com as sete peças do Tangram. Espera-se que os alunos reproduzam as figuras usando o Tangram e percebam que todas possuem a mesma área, equivalente a 16 unidades de triângulo pequeno, ou seja, 16 cm².

Questão 1 - As figuras a seguir foram construídas com as sete peças do Tangram. Tomando o triângulo pequeno como unidade de medida de área, ou seja, 1 cm², construa essa

¹⁵ (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

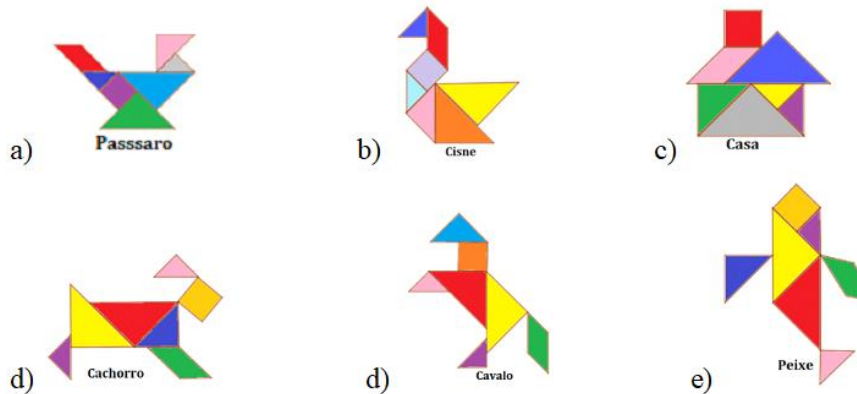
¹⁶ (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

¹⁷ Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

figura e encontre a área de cada uma delas.

Solução: Todas as figuras são compostas pelas sete peças do Tangram o que implica que todas possuem a mesma área.

Figura 46 - Figuras formadas com as peças do Tangram



Fonte: Autor (2024).

A questão 2 enfatiza o cálculo de perímetro e área através da malha quadriculada. Segundo Pereira (2022), a malha quadriculada contribui no processo

de aprendizagem do aluno, sendo um recurso didático a ser utilizado em sala de aula. Os alunos, através da malha conseguem compreender e fazer a distinção de perímetro e área, e a partir dos quadradinhos da malha fazer exercícios, depois de utilizar a malha conseguir resolver problemas com e sem a malha. (PEREIRA, 2022, p.12).

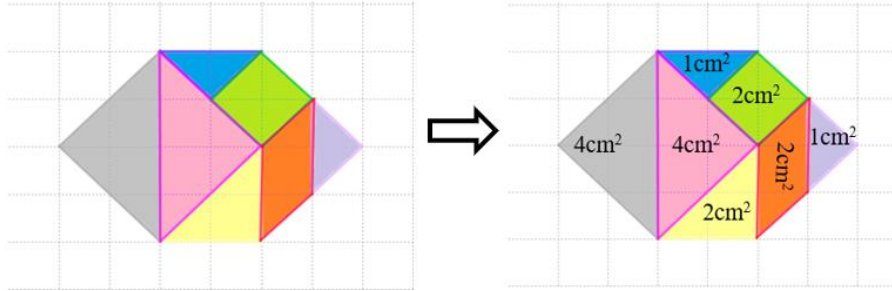
Uma vez apropriados dos conceitos de perímetro e área, espera-se que os alunos identifiquem que cada lado do quadradinho da malha corresponde a 1 cm de lado, ou seja, 1 cm^2 . Além disso, a expectativa é que eles percebam que a junção de duas metades triangulares da malha equivale a uma unidade. Ao explorar os conceitos de perímetro e área envolvendo a malha quadriculada na composição e decomposição de polígonos, torna-se possível formular deduções de fórmulas, permitindo os alunos passarem da habilidade geométrica para a algébrica usando materiais didáticos adequados para justificar o procedimento (Chiummo, 1998).

Questão 2 – Suponha que a área de cada quadradinho da malha seja igual a 1 cm^2 . Responda as questões a seguir:

a) Calcule a área a do hexágono.

Solução: Considerando que a área cada quadradinho da malha é igual a 1 cm^2 , então a área correspondente ao hexágono é 16 cm^2 , conforme a figura a seguir.

Figura 47- hexágono formado com as peças do Tangram.

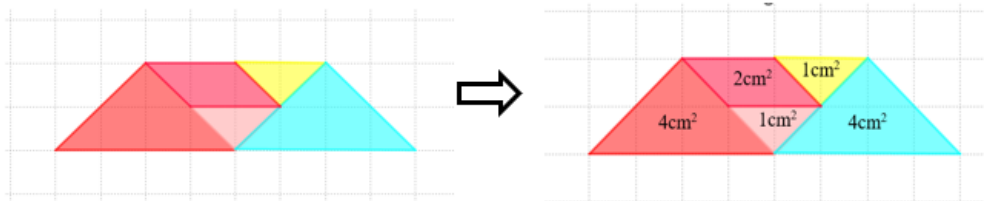


Fonte: Autor (2024)

b) Calcule a área do trapézio.

Solução: Conforme a figura 48, temos que a área correspondente ao trapézio é 12 cm^2 .

Figura 48 - Trapézio formado com as peças do Tangram.

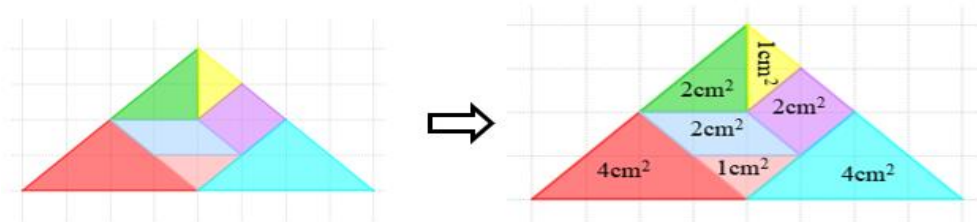


Fonte: Autor (2024)

c) Calcule a área do triângulo isósceles.

Solução: Considerando que cada unidade na malha representa 1 cm^2 , a área do triângulo isósceles corresponde a 16 cm^2 (figura 49).

Figura 49- Triângulo isósceles formado com as peças do Tangram.

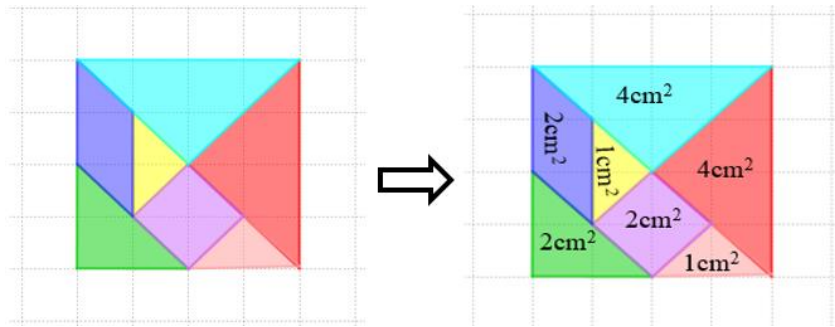


Fonte: Autor (2024)

d) Calcule a área e o perímetro do quadrado.

Solução: De modo similar à atividade anterior, a área do quadrado da figura 50 formado com as sete peças do Tangram é 16 cm^2 . Como o perímetro é o tamanho do contorno, temos que $P = 4 + 4 + 4 + 4 = 16 \text{ cm} = 4 \cdot 4$.

Figura 50 – Tangram e área de suas peças.



Fonte: Autor (2024)

e) Calcule o perímetro e a área do retângulo.

Solução: Observando a figura 51, podemos concluir que a área do retângulo é 12 cm^2 . Em relação ao perímetro, temos que o tamanho do contorno é $6 + 2 + 6 + 2 = 16 \text{ cm} = 2 \cdot (6+2)$.

Figura 51 - Retângulo formada com peças do Tangram.



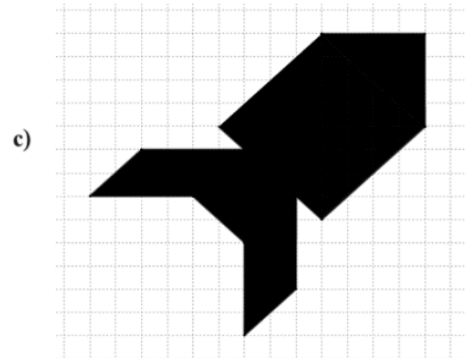
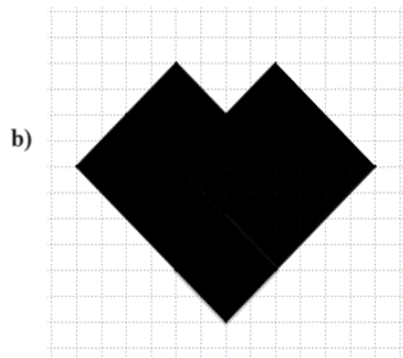
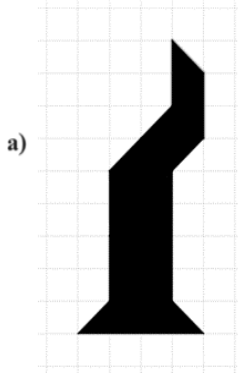
Fonte: Autor (2024)

A questão 3 nos traz algumas figuras sobrepostas às malhas quadriculadas. Nesse contexto, é interessante que os alunos observem que somente as estratégias empregadas na questão anterior não são suficientes para resolvê-la. Dessa forma, torna-se necessário se apropriar de habilidade algébrica e numérica ou habilidade geométrica e algébrica. Essa habilidade pode ser alcançada traçando uma borda retangular ao redor da figura, calculando a área total e subtrair a área correspondente à parte branca, obtendo o tamanho da superfície procurada em cm^2 .

Questão 3- Suponha que a área de cada quadradinho da malha seja igual a 1 cm^2 .

Calcule as áreas das figuras.

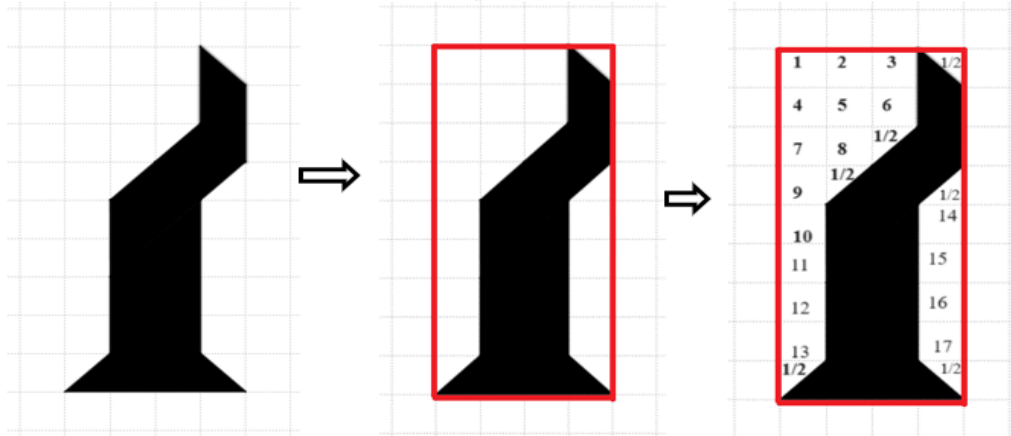
Figura 52- Área em malha sobreposta



Fonte : Autor (2024)

3(a) Solução: Na figura 53, foi traçada um contorno retangular. Calculando a área do contorno, temos $4 \times 9 = 36 \text{ cm}^2$. Agora, contando a quantidade de quadradinhos em branco, temos $17 + 6 \cdot (\frac{1}{2}) = 20 \text{ cm}^2$. Portanto a área figura é: $A = 36 - 20 = 16 \text{ cm}^2$.

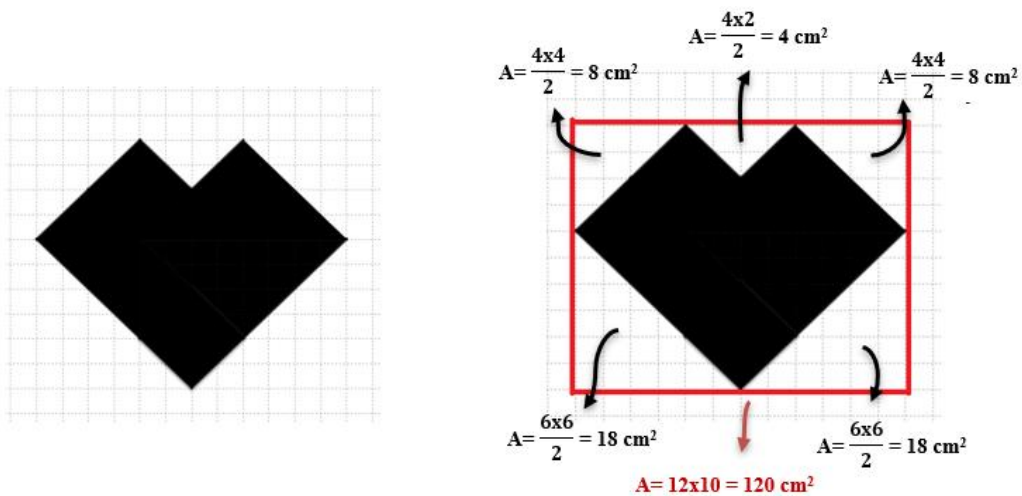
Figura 53- Área em malha sobreposta.



Fonte: Autor (2024)

3(b) Solução: Traçando o contorno retângular conforme a figura 54, obtemos que a área do retângulo formado corresponde a 120 cm^2 . Utilizando o fato de que a área de um triângulo é $\frac{b \times h}{2}$, basta calcular a área correspondente a cada parte em branco. Logo a área da figura sobreposta é: $A = 120 - (18 + 18 + 8 + 8 + 4) = 64 \text{ cm}^2$.

Figura 54 - Área em malha sobreposta.

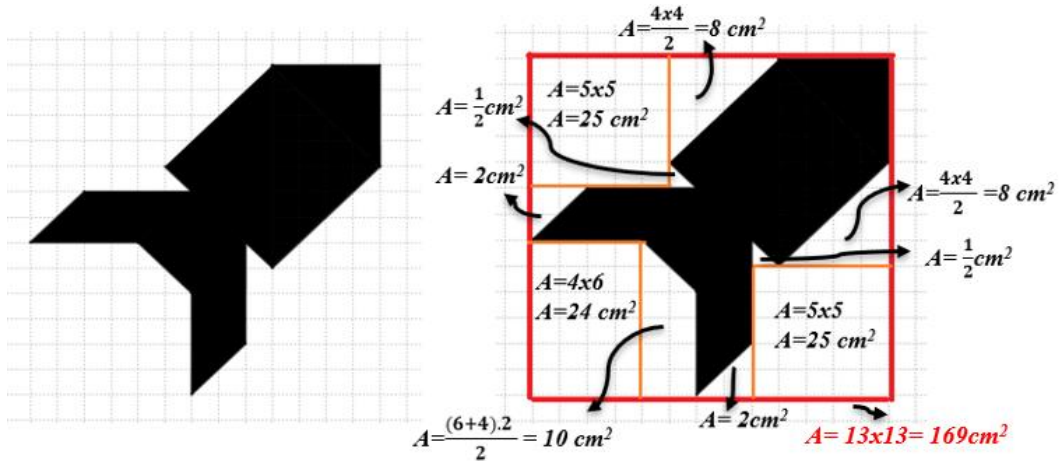


Fonte: Autor (2024)

3-(c) Solução: Ao traçar um contorno retangular na figura, obtemos que a área do

retângulo é $A = 13 \times 13 = 169 \text{ cm}^2$. Agora, se apropriando da habilidade de decomposição e usando a fórmula de área de retângulo e triângulo, é possível calcular a área da malha que se encontra em branco (figura 55). Portanto a área procurada é: $A = 169 - (25 + 25 + 24 + 10 + 8 + 8 + 2 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = 64 \text{ cm}^2$.

Figura 55 - Área em malha sobreposta.



Fonte: Autor (2024)

3.2.7 Atividade – Calculando áreas usando habilidade algébrica- Apêndice H

Esta atividade contempla às habilidades (EF06MA11)¹⁸, (EF07MA31)¹⁹ e (EF07MA32)²⁰ da BNCC (2017).

Objetivo: Resolver questões que envolvam áreas de triângulos e quadriláteros, desenvolvendo habilidades algébricas relacionadas a problemas de área de figuras planas.

Tempo estimado para esta atividade: 1 a 2 aulas de 50 minutos.

Essa atividade é composta por três questões. A primeira visa o cálculo das áreas das peças do Tangram. Já a segunda aborda uma questão retirada do Exame Nacional do Ensino

¹⁸(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

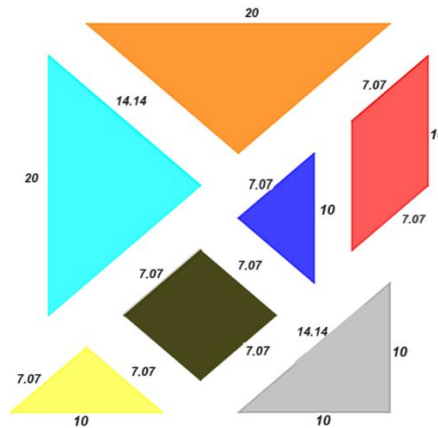
¹⁹ (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

²⁰ (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Médio (ENEM-2008) adaptada e, por fim, a terceira é proveniente da Olimpíada Brasileira de Matemática em Escola Pública (OBMEP -2007).

Questão 1- Para encontrar a área de cada peça do Tangram, utilize o fato de que a área de um quadrado é igual ao produto de dois de seus lados e explique qual estratégia você utilizou para chegar a cada resposta.

Figura 56 - Peças do Tangram com medidas.



Fonte: Autor (2024)

Partindo do pressuposto de que os alunos já dominam a habilidade algébrica relacionada ao cálculo da área de triângulos e quadriláteros, é suficiente determinar as referidas áreas e decomposições.

Uma possível solução: Sabendo que a $A_{\text{Quadrado}} = L \cdot L = 7,07 \cdot 7,07 \cong 50$ e

$$A_{\text{TP}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{7,07 \cdot 7,07}{2} \cong \frac{50}{2} = 25, \text{ temos que:}$$

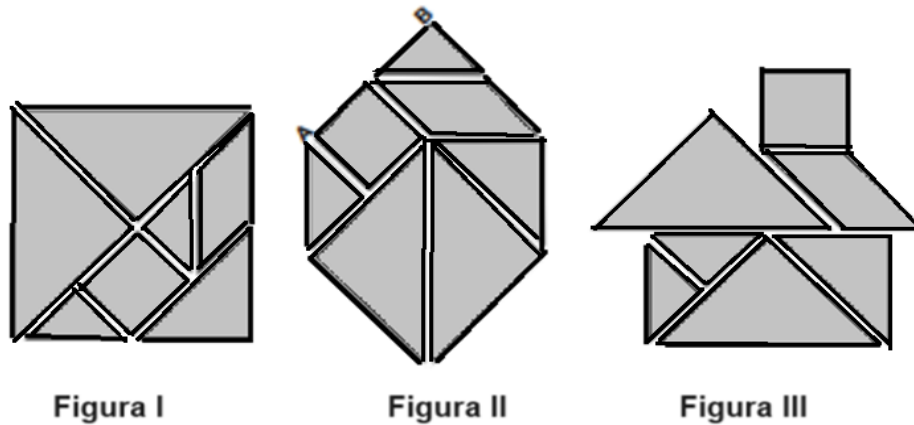
$$A_{\text{TG}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{14,14 \cdot 14,14}{2} \cong 100 = 4 \cdot A_{\text{TP}}$$

$$A_{\text{TM}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 = 2 \cdot A_{\text{TP}}$$

$$A_{\text{Paralelogramo}} = 2 \cdot A_{\text{TP}} = 50$$

Questão 2 - (ENEM-2008- Adaptada) O Tangram é um jogo oriental antigo, uma espécie de quebra-cabeça, constituído por sete peças. Utilizando-se todas as setes peças, é possível representar uma diversidade de formas como as exemplificadas nas figuras II e III.

Figura 57 - Questão do ENEM-2008



Fonte: Autor (2024)

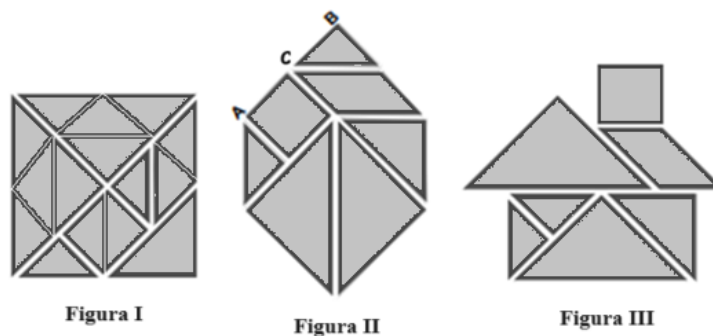
Se o lado AB do hexágono mostrado na figura 2 mede 2 cm, então a área da figura 3, que representa uma casinha é igual a:

- a) 4cm^2 b) 8 cm^2 c) 12 cm^2 d) 14 cm^2 e) 16 cm^2

Justifique sua resposta.

Solução: Se retornamos à questão 1 do apêndice G, perceberemos que as três figuras possuem a mesma área. Para encontrar a área da figura 2, observemos que AB mede 2 cm. Dessa forma, é perceptível que $AC = 1$ e $CB = 1$. Logo, o quadrado tem área de 1 cm^2 e a do triângulo menor é $\frac{1}{2}\text{ cm}^2$. Assim, na figura 53, é possível visualizar que o Tangram pode ser dividido em 16 triângulos pequenos. Portanto, a área da figura 3 é 8 cm^2 .

Figura 58 – Solução da questão do ENEM-2008



Fonte: Autor (2024)

3 - (OBMEP 2007) - A figura I mostra um quadrado de 40 cm^2 cortado em cinco triângulos retângulos isósceles, um quadrado e um paralelogramo, formando as sete peças do

jogo Tangram. Com elas é possível formar a figura II, que tem um buraco sombreado. Qual é a área do buraco?

Figura 59 – Imagem da questão OBMEP 2007

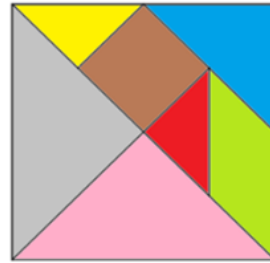


Figura I

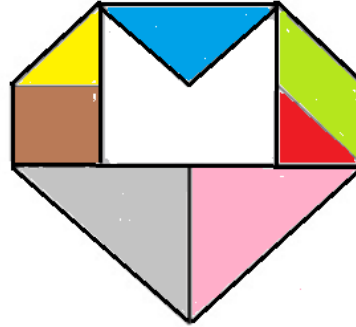


Figura II

Fonte: Autor (2024)

- a) 5 cm^2 b) 10 cm^2 c) 15 cm^2 d) 20 cm^2 e) 25 cm^2

Solução: Para encontrar a área correspondente ao buraco sombreado, é necessário decompô-lo em triângulos e quadrados. Como o Tangram da figura I tem área de 40 cm^2 , podemos concluir que triângulo pequeno tem área de $2,5 \text{ cm}^2$ e o quadrado de 5 cm^2 . Portanto, o “buraco do meio” tem área de $2 \cdot 2,5 + 2 \cdot 5 = 15 \text{ cm}^2$.

Figura 60 - Solução da questão OBMEP 2007

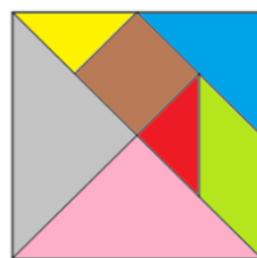


Figura I

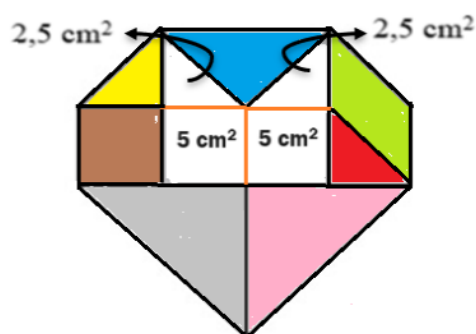


Figura II

Fonte: Autor (2024)

Durante a aplicação dessa proposta, algumas dificuldades podem surgir, como a obtenção de material necessário e de qualidade para garantir o desenvolvimento das atividades.

Ressaltamos que é necessário Tangrans em quantidade suficiente para os alunos, visto que a e a falta de material ou a baixa qualidade pode prejudicar a manipulação e resolução do quebra-cabeça. Além disso, algumas frustrações podem ocorrer ao tentar resolver as atividades, para isso, o professor deve permanecer atento para intervir quando necessário, garantindo que a experiência de aprendizado não seja prejudicada.

4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo da pesquisa, foi possível identificar a eficácia do Tangram como um recurso didático valioso para os professores que buscam novas estratégias para o ensino de Matemática, além de ser um material de fácil de acesso e construção. Ao utilizar esse material, é possível ensinar conceitos geométricos, frações, entre outros, bem como possibilitar o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como o raciocínio espacial e a resolução de problemas de forma prática, interativa e participativa.

Dessa forma, é possível destacar a importância de novas metodologias e a utilização de materiais lúdicos e manipuláveis no ensino da Matemática, especialmente na unidade temática de Geometria, onde é possível observar as dificuldades enfrentadas por colegas da Educação Básica no planejamento e desenvolvimento de aulas inovadoras, atrativas e participativas. Por esse motivo, pensou-se em criar uma sequência didática que utilizasse o material lúdico e manipulável, mais especificamente o Tangram para o ensino dos conceitos de perímetro e área de algumas figuras planas.

No entanto, ressaltamos que antes de implementar essa metodologia de ensino, o professor deve observar a realidade de suas turmas e verificar se as atividades propostas estão alinhadas com os objetivos de aprendizagem estabelecidos para a série/ano. Além disso, deve-se ficar atento à devolutiva dos alunos, utilizando-as para identificar as mudanças necessárias e sempre buscar novas metodologias, participação de formações e capacitações educacionais.

Portanto, após a conclusão da pesquisa, pretende-se aplicar a sequência didática nas turmas de 8º e 9º anos, com o intuito de avaliar sua eficácia e realizar os ajustes necessários para atender às necessidades específicas, além de providenciar adaptações para outra série/ano visando ampliar o campo de aplicação. Ao ser verificada a eficácia das atividades e as contribuições do Tangram como um auxiliado na aprendizagem, pretende-se divulgar esse trabalho para outros professores da rede por meio de formações e explorar outras aplicações do Tangram no ensino de Matemática.

Essa pesquisa apresenta uma nova metodologia de ensino que utiliza o Tangram como ferramenta auxiliar na aprendizagem, proporcionando uma abordagem inovadora para o ensino da Geometria e permitindo que os alunos desenvolvam uma nova perspectiva sobre a

Matemática. Além disso, a oportunidade em poder criar e desenvolver essa sequência didática em aulas futuras tem contribuindo positivamente tanto para minha prática docente quanto para meu desenvolvimento profissional. Portanto acredito que a integração deste simples jogo pode contribuir positivamente para aulas com participações mais ativas facilitando a compreensão de conceitos geométricos.

Contudo, espera-se que esse simples jogo, que muitas vezes passa despercebido pelo professor de Matemática, possa ser aproveitado de forma a contribuir positivamente para o ensino da Matemática, além de influenciar outros professores a implementar uma nova metodologia de ensino, buscando novas práticas pedagógicas e produtivas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEGRO, R. C. **Conhecimento prévio e aprendizagem significativa de conceitos históricos no Ensino Médio**. Marília, 2008.

ANTUNES, C. **O jogo e a educação infantil**. São Paulo: Vozes, 2003.

BERNARDES, D. M. *Pedagogia ao Pé da Letra*. **O lúdico no auxílio do ensino da matemática**, 2013. Disponível em: <<https://pedagogiaaopedaletra.com/ludico-matematica>>. Acesso em: 02 Janeiro 2023.

BRASIL. **Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular. Brasília. 2017.

BRENELLI, R. P. **O jogo como espaço para pensar**. Papirus. Campinas. 2005.

BRASIL. **MEC/INEP**. Relatório do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Brasília, DF. 2021.

CASTRUCCI, B.; GIOVANNI JUNIOR, J. R. **A Conquista da Matemática** - 8º ano, 4ª edição. São Paulo : FTD, 2018

CAVALCANTI, L. **Tangram na sala de aula**. In: IFPE/UAB. Livro de Matemática. Recife-Pernambuco, abr. 2008. Material didático do curso de Licenciatura em Matemática.

CHIUMMO, Ana. **O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para Professores do Ensino Fundamental**. São Paulo. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: PUC/SP, 1998.

COSTA, M. **Estudos - Secretaria de Educação de Taubaté**, Disponível em: <<http://repositorioinstitucional.uea.edu.br/bitstream/riuea/4082/1/Malha%20quadriculada%20como%20instrumento%20de%20aprendizagem%20de%20per%C3%ADmetro%20e%20%C3%A1rea.pdf>> Acesso em 25 de junho de 2023

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática**. 12. ed. Campinas-SP: Papirus, 2005.

DUTENHEFNER, F. Cadar, L. **Encontros de Geometria – Parte 1**. Rio de Janeiro: IMPA, 2017

DANTE, L. R. **Projeto Teláres : Matemática – 8ºano**. 2 ed. São Paulo: editora ática, 2015.

FERREIRA, M. F.; SILVA, J. A. da; **O uso do tangram como material lúdico pedagógico no ensino de figuras geométricas planas em uma turma de 4º ano do ensino fundamental**. Disponível em https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2018/TRABALHO_EV117_MD1_SA13_ID7807_06092018214500.pdf > Acesso em 04 de outubro de 2024

FIorentini, D.; Miorim, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática**. Boletim SBEM-SP, São Paulo-SP, 1990. Disponível em <http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso_47_e_51_-_matematica_-_emerson_rolkouski_-_texto_1.pdf>. Acesso em 27 julho de 2023

GARDNER, Martin. **Time Travel And Other Mathematical Bewilderments**. New York: W. H. Freeman And Company, 1914.

GOMES, C. P. V. L. **O lúdico e o material manipulável: reflexões para o ensino de matemática nas séries iniciais**.

JIANNONG Shi. **International Handbook of Intelligence**. Cambridge: ROBERT J. STERNBERG, 2004

KISHIMOTO, T. M. (2003). **Jogo, brinquedo e brincadeira**. São Paulo: Cortez

LANDULFO, Mirela; CANDIDO, Patricia. **Tangram e matemática**. Fundação Mathema. 2007. Disponível em: <<http://www.mathema.com.br>>. Acesso em 3. outubro. 2020.

LIMA, E. L. **Conceituação, manipulação e aplicações**. RPM-Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro 1999, n° 41 p.01. Disponível: < <http://rpm.org.br/cdrpm/41/1.htm> >. Acesso em: 28 de julho de 2023.

LISBOA, Monalisa. **A importância do ludico na aprendizagem com auxilio dos jogos**. 2015. Disponível em: < <https://www.soescola.com/2016/11/a-importancia-do-ludico-na-aprendizagem-com-auxilio-dos-jogos.html> . Acesso em: 03 de Janeiro de 2023.

LONGEN, ADILSON. **Apoema : Matemática – 7º ano, 1º edição**. São Paulo: Editora do Brasil, 2018

LORENZATO, S. A. **Por que não ensinar geometria?** A educação Matemática em Revista. Blumenau: SBEM, III, n. 4, p. 3–13, 1995.

LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**, coleção formação de professores, Campinas: Autores Associados, 2009.

MARTINS, A.; MARQUES, G.; RAMOS, J. **O ensino da geometria por meio do Tangram no 9º ano do ensino fundamental**. Santana-A, 2015. Disponível em <<http://www2.unifap.br/matematicaead/files/2016/03/Binder1.pdf>> . Acesso em 15 outubro de 2020

MINAYO, M. C. de S. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 21. ed. Petrópolis, RJ: Editora Vozes Limitada, 2002.

MOURA, M. O. **O jogo e a Construção do Conhecimento Matemático**. Série Idéias, FDE. n. 10. São Paulo. 1992. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/dea_a.php?t=020 Acesso em: 30 dezembro de 2022.

MOREIRA, Paula Burkardt. **Proposta para o ensino da matemática através da construção e aplicação do Tangram – da educação infantil ao ensino fundamental II. 2016.** Disponível em <<https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/27596/27596.PDF>> . Acesso em 15 nov. 2022.

NACARATO, A. M. **Eu trabalho primeiro no concreto.** Revista de Educação Matemática, v. 9, n. 9-10, 2005.

PEREIRA, TATIANA SOUZA. **Malha quadriculada como instrumento de aprendizagem de perímetro e área.pdf.** Disponível em <<http://repositorioinstitucional.uea.edu.br/handle/riuea/4082>> Acesso em 19 de julho de 2023

PIAGET, J. & INHELDER, B. **A psicologia da criança.** Rio de Janeiro, Bertrand, Brasil, 1989.

PROENÇA J. F. R. **O ensino dos conceitos matemáticos de perímetro e área por meio do jogo Tangram.** Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uenp_mat_pdp_josane_de_fatima_rinard_proenca.pdf> Acesso em 18 de junho de 2023

RAFAEL, Vânia. **A LENDA DO TANGRAM POR VÂNIA RAFAEL.** Youtube, 16 de set. de 2020 Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=1tIw9bfquW8>>. Acesso em 02 novembro de 2023.

RIZZO, Gilda. **Jogos inteligentes: a construção do raciocínio na escola.** Ed. Bertrand Brasil, Rio de Janeiro, 2001.

RONALD, C. Read. **Tangrams: 330 Puzzles.** Dover, 1965.

SANTOS, S. F. do. **O Uso do Tangram como Proposta no Ensino de Frações. 2019.** Disponível em <<https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/1208/o/Disserta%C3%A7%C3%A3o.pdf>> Acesso em 15 nov. 2022.

SANTOS, Rafaella M. Santana. **O uso do material manipulativo tangram e de jogos como estratégias de motivação para a aprendizagem de frações.** 2012. Disponível em <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/121039/santos_rms_tcc_guara.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em 15 nov. 2022.

SMOLE, Kátia S., DINIZ Maria I., CÂNDIDO Patrícia, **Figura e Formas.** Porto Alegre, Artmed, 2003.

SOUZA, E. R. de et al. **A Matemática das sete peças do Tangram.** 1. ed. São Paulo-SP: CAEM/IME USP, 2008.

SOUZA, Elaine Reamede; et al. **A Matemática das sete peças do Tangram.** 2 ed. São Paulo: IME – USP, 1997.

SOUZA, E. R. et.al. **A matemática das sete peças do Tangram.** 3 ed. São Paulo: Centro de Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática. IME/2003



SOUZA, G. C.; OLIVEIRA, J. D. S. **O uso de materiais manipuláveis e jogos no ensino de**

matemática. X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador/Ba. 2010.

VYGOTSKY, L.S. **A formação social da mente.** In: Interação entre aprendizado e desenvolvimento (Cap. 06). 7º ed. – São Paulo: Martins Fontes, 2006, p. 87 – 106. Disponível em: www.egov.ufsc.br/portal/sites/default/files/vygotsky-a-formac3a7c3a3o-social-damente.pdf. Acesso em 04 de dezembro de 2022.

APÊNDICE

APÊNDICE A – PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

 UFVJM	UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional	 PROFMAT
Nome: _____		Data: ___/___/___
		Ano/ Série: _____
		Turma: _____

1- Como você definiria perímetro de figura plana?

2- Responda as perguntas abaixo conforme seu conhecimento prévio sobre o assunto.

a) O que é triângulo equilátero?

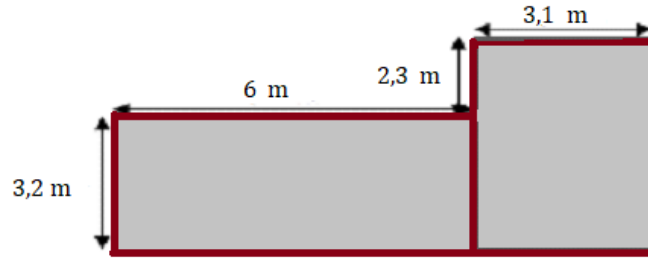
b) O que é um triângulo retângulo?

c) Qual é diferença entre um quadrado e um retângulo?

3- Quais são as figuras geométricas planas classificadas como quadriláteros?

4- Descreva o que você entende sobre a área de uma figura plana?

5- Pedro está projetando um novo modelo de tapete e decidiu juntar dois pedaços retangulares de carpete, conforme figura a seguir.

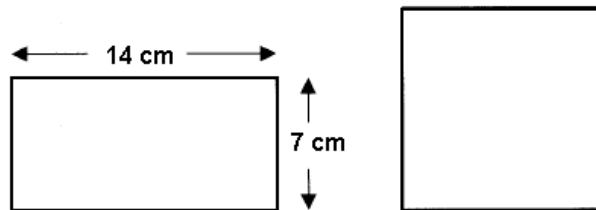


Fonte: Autor (2024)

Qual é o perímetro total da figura após a junção dos dois pedaços retangulares? Justifique sua resposta.

- a) 12,6 m b) 15,2 m c) 15,6 m d) 20,2 m e) 21,2 m

6- Na figura abaixo encontra-se um retângulo e um quadrado com mesmo perímetro. As medidas de dois lados não paralelos do retângulo encontram-se na figura a seguir.



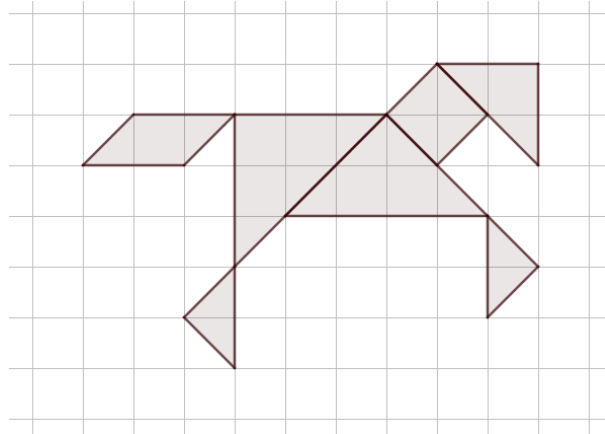
Fonte: Autor (2024)

Responda as questões abaixo conforme seu conhecimento de área e perímetro e justifique sua resposta.

- a) Qual é o perímetro do retângulo e do quadrado?

- b) Qual é medida da área do quadrado e do retângulo?

7- A figura abaixo é composta por cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. Considerando que a área de cada quadradinho da malha seja igual a 1cm^2 . Responda:



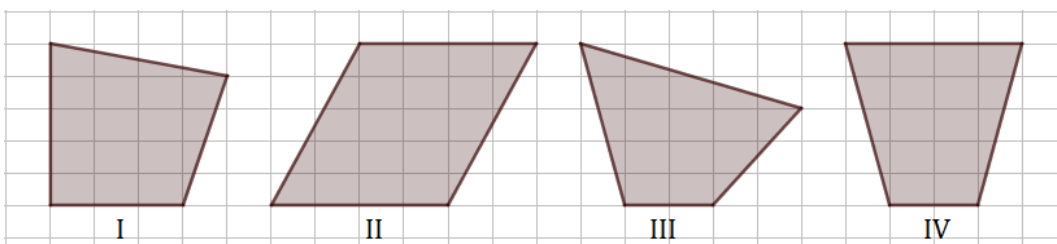
Fonte: Autor (2024)

7.1 Qual é as áreas do paralelogramo e do triângulo menor? Justifique suas respostas.

7.2 Quais são as áreas dos dois triângulos maiores? Justifique sua resposta.

7.3 Quais são as áreas do quadrado e do triângulo médio (representando a cabeça)?

8- Observe os quadriláteros apresentados na malha quadriculada abaixo.



Fonte: Autor (2024)

Qual desses quadriláteros possui a maior área? Justifique sua Resposta.

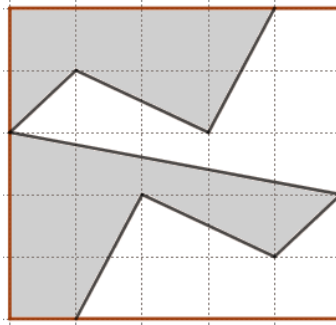
a) I.

b) II.

c) III.

D) IV

9- Na figura abaixo, temos um quadrado de lado 5cm, ou seja, cada quadradinho mede 1cm de lado.

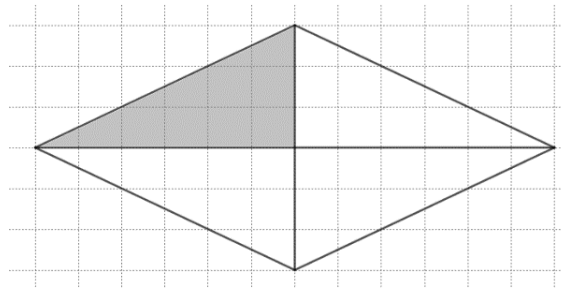


Fonte: Autor (2024)

A partir dessa informação, qual é a área da região em cinza? Justifique sua resposta.

- a) 10 cm^2 b) $12,5 \text{ cm}^2$ c) $14,5 \text{ cm}^2$ d) 16 cm^2 e) 18 cm^2

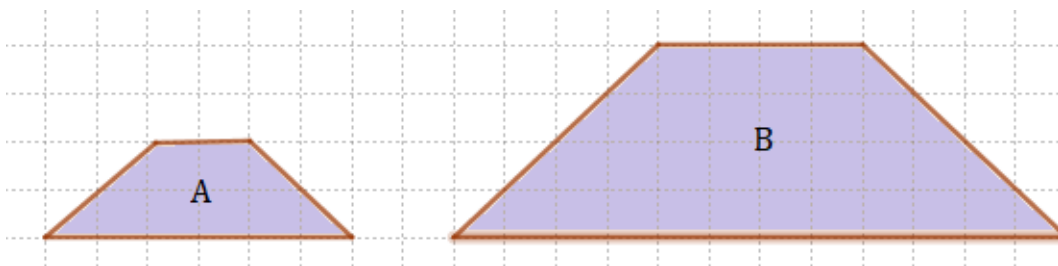
10- Qual é a área da parte sombreada representada na figura, sabendo que a diagonal maior do losango mede 12 cm enquanto a diagonal menor mede 6 cm?



Fonte: Autor (2024)

- a) 9 b) 18 c) 27 d) 36 e) 72

11- Um agricultor possui um plantio de pimenta representado pelo trapézio A. Ele pretende aumentar a área do plantio conforme a representação do trapézio B. Feito isso, o agricultor terá:



Fonte: Autor (2024)

- a) dobrado o tamanho da área do plantio.
- b) triplicado o tamanho da área do plantio.
- c) quadruplicado o tamanho da área do plantio.
- d) quintuplicado o tamanho da área do plantio.

APÊNDICE B – APRESENTAÇÃO DO TANGRAM E UM POUCO DA HISTÓRIA



UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO
JEQUITINHONHA E MUCURI
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional



PROFMAT

Nome: _____ Data: ___/___/___ Ano/ Série: _____ Turma: _____

Material necessário:

O jogo do Tangram de 7 sete peças.

1º momento - Apresentar o Tangram e as formas geométricas que a compõem.

2º Momento - Distribuir o texto para os alunos sobre uma das possíveis lendas sobre a origem do Tangram.

A Lenda do Tangram

Diz a lenda que um sábio chinês deveria levar ao Imperador uma placa de jade, mas, no meio do caminho, o sábio tropeçou e deixou cair a placa que se partiu em sete pedaços geometricamente perfeitos. Eis que o sábio tentou remendar e, a cada tentativa, surgia uma nova figura. Depois de muito tentar, ele, finalmente, conseguiu formar novamente o quadrado e levou ao seu Imperador. Os sete pedaços representariam as sete virtudes chinesas, onde uma delas, com certeza, seria a paciência. O sábio mostrou a seus amigos as figuras que havia conseguido montar e cada um construiu o seu tangram.



Educação Matemática em Revista. Nº 5. Ano 3, p. 15.

Fonte: Espaço Educar (2011)

3º Momento - Formar grupos com 4 ou 5 alunos e fornecer a cada grupo um quebra-cabeça Tangram.

Em seguida, os alunos serão orientados a manipular as sete peças do Tangram para criar figuras de diferentes tipos, como números, pessoas, animais e polígonos.



4- Divida as turmas em dois grandes grupos e faça uma colaboração entre os grupos, formando polígonos sem sobreposição com as peças, com níveis de dificuldade. Por exemplo:

I- Montar quadrados com duas, três, quatro e cinco peças, finalizando com a montagem do quadrado original;

II- Montar triângulos com duas, três, quatro, cinco, seis e com as sete peças dos Tangram;

III- Montar retângulos com três, quatro, cinco e seis peças.

APÊNDICE C – CONSTRUÇÃO DO TANGRAM

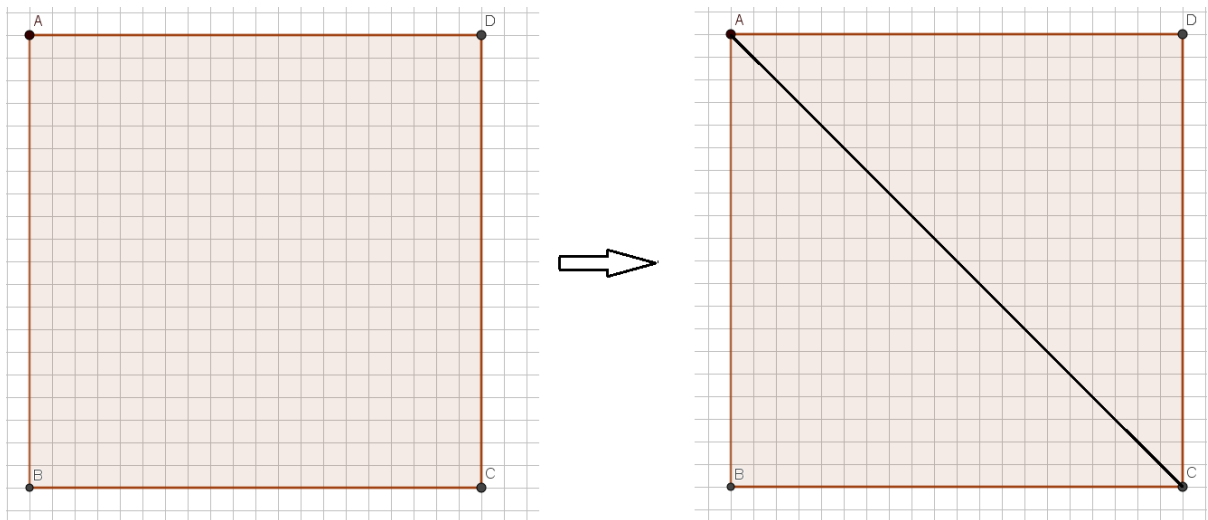
	UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional	
Nome: _____	Data: ___/___/___	Ano/Série: _____
		Turma: ____

Materiais necessários:

- Folha de papel
- Tesoura
- Lápis grafite e lápis de cor

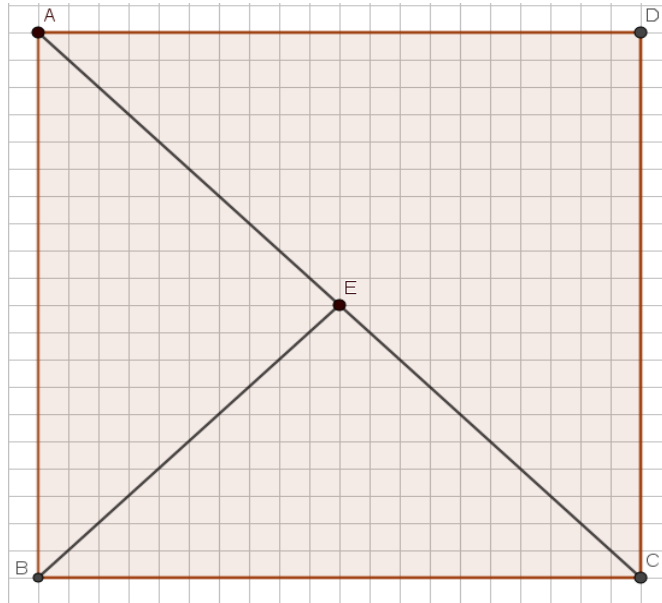
1- Distribuir aos alunos uma folha quadrada com 20 cm de lado e com a colaboração do professor realizar os seguintes passos:

I- Traçar uma diagonal no quadrado, conectando um dos seus vértices (A) ao vértice (C), obtendo dois triângulos retângulos iguais.



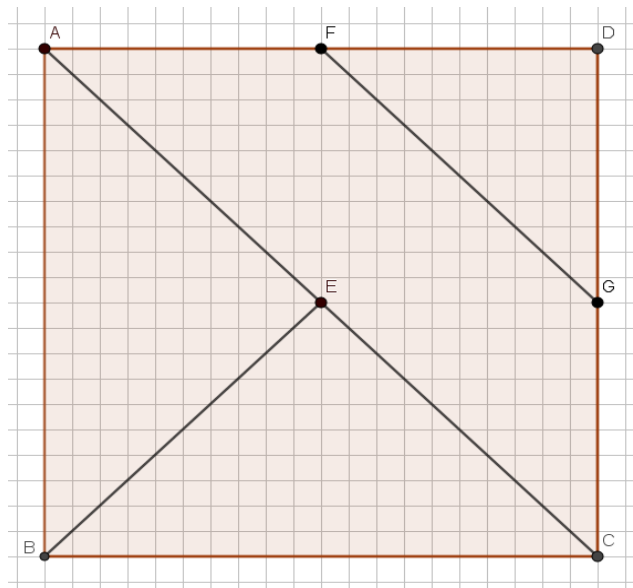
Fonte: Autor (2024)

II- Marque o ponto E, localizando-o na metade do diagonal AC, e trace a o segmento \overline{BE} , formando dois triângulos “grandes”



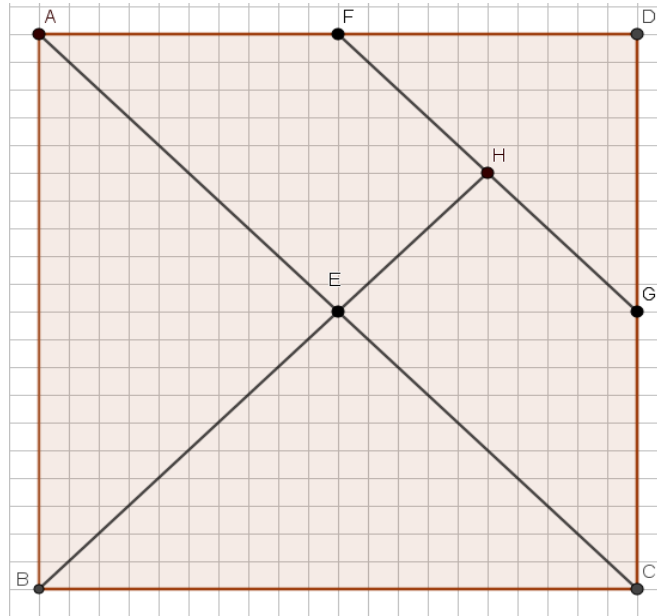
Fonte: Autor (2024)

III- Marque o ponto F e G, localizando-o respectivamente na metade do seguimento \overline{AD} e \overline{CD} , e trace a o segmento \overline{FG} , formando um triângulo “médio e um trapézio”.



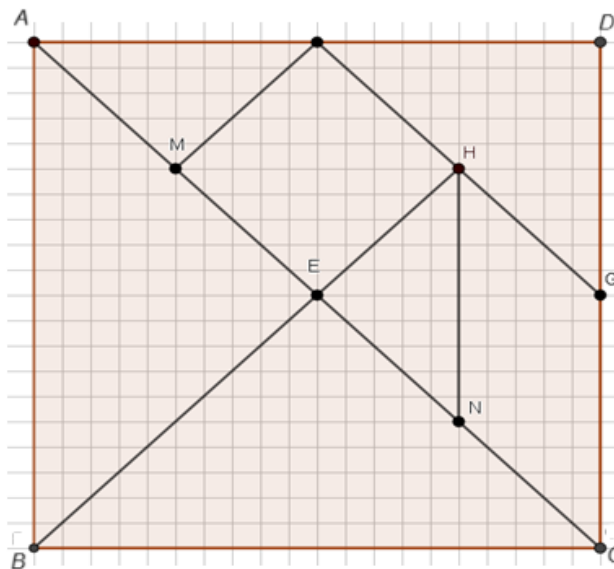
Fonte: Autor (2024)

IV- Marque o ponto H, localizando-o na metade do seguimento \overline{FG} , e trace o segmento \overline{EH} , formando dois trapézios retângulos.



Fonte: Autor (2024)



V- Divida a diagonal AC em quatro partes iguais e marque os pontos M e N, de modo que, M fique localizado entre \overline{AE} e N entre \overline{EC} e após, trace o segmento FM e HN, formando assim, dois triângulos “pequenos” um quadrado um paralelogramo.



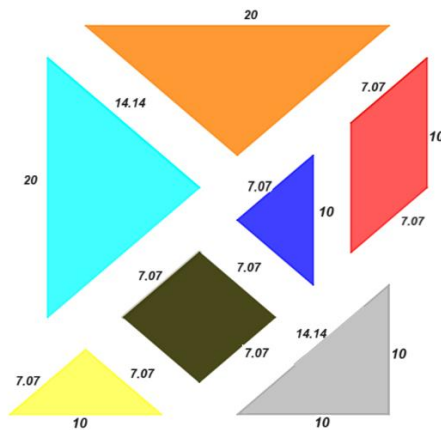
Fonte: Autor (2024)

- I. Pintar cada peça do Tangram, com cores diferentes.

APÊNDICE D - PERÍMETRO E CONCEITO GEOMETRICO

	UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI	
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT		
Nome: _____ Data: ___/___/___ Ano/ Série: _____ Turma: _____		

1)(a) - Encontre o perímetro de cada figura abaixo.



Fonte: autor(2024)

b) Formando o quadrado com as setes peças, qual será o perímetro dele?

2- Denominar cada figura das peças doTangran conforme sua classificação geométrica.



Por exemplo:

Retângulo

3- Os cinco triângulos que constituem o Tangram apresentam características semelhantes.

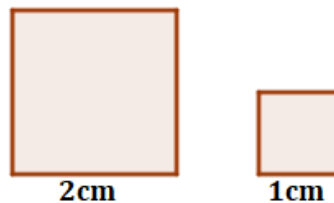
Descreva, quais são essas semelhanças ?

APÊNDICE E – TRABALHANDO ÁREA

	UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional	 PROFMAT
Nome: _____ Data: ___/___/___ Ano/ Série: _____ Turma: ___		

1- As atividades a seguir enfatizam o cálculo de área.

- 1- (a) O quadrado maior tem lado medindo 2 cm. Então, quantos quadradinhos de 1 cm de lado podem ser colocados dentro desse quadrado maior?



Fonte: Autor (2024)

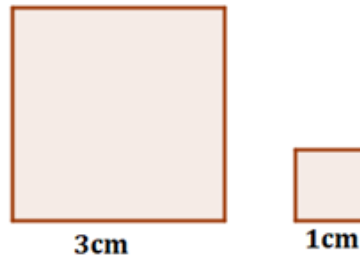
Explique qual estratégia você utilizou para chegar e resposta.

R: _____

- 1-(b) Qual é a área do quadrado maior, sabendo que o quadradinho de 1 cm de lado tem área igual a 1 cm^2 ? Explique qual estratégia você utilizou para chegar e resposta.

R: _____

- 1-(c) O quadrado maior tem lado medindo 3 cm. Então, quantos quadradinhos de 1 cm de lado podem ser colocados dentro desse quadrado maior ?

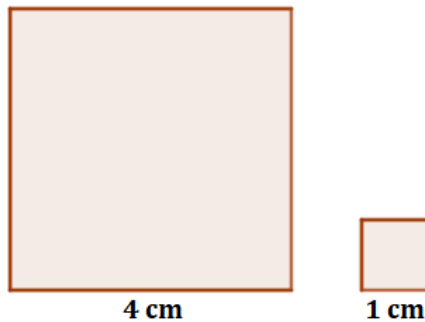


Fonte: Autor (2024)

Explique qual estratégia você utilizou para chegar e resposta.

R: _____

1 - (d) O quadrado maior tem lado medindo 4 cm. Então, quantos quadradinhos de 1 cm de lado podem ser colocados dentro desse quadrado maior ?



Fonte: Autor (2024)

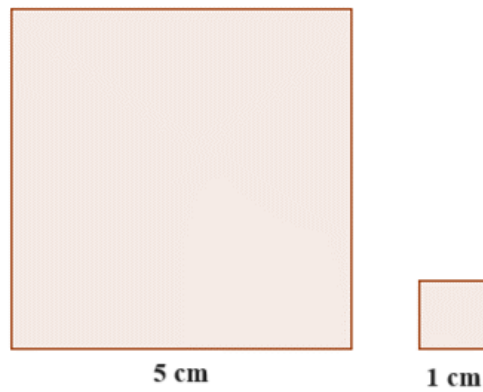
Explique qual estratégia você utilizou para chegar e resposta.

R: _____

1- (f) Qual é a área do quadrado maior sabendo que o quadradinho de 1 cm de lado tem área igual a 1cm^2 ? Explique qual estratégia você utilizou para chegar e resposta.

R: _____

1- (g) O quadrado maior tem lado medindo 5 cm. Então, quantos quadradinhos de 1 cm de lado podem ser colocados dentro desse quadrado maior ?





Fonte: Autor (2024)

Explique qual estratégia você utilizou para chegar e resposta.

R: _____

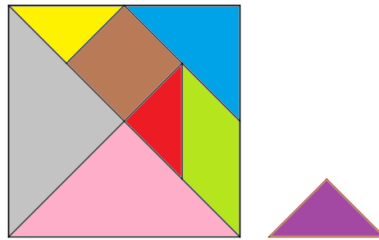
1-(h) Qual é a área do quadrado maior sabendo que o quadradinho de 1 cm de lado tem área igual a 1 cm^2 ? Explique qual estratégia você utilizou para chegar e resposta.

APÊNDICE F – USANDO CONCEITO DE ÁREA COM AUXILIO DO TANGRAM

 UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional	 PROFMAT Turma: __
Nome: _____ Data: __/__/__ Ano/ Série: _____	

O Tangram é um quebra-cabeça geométrico oriundo da China, composto por 7 peças, 5 triângulos, incluindo dois grandes, dois pequenos e um médio, um quadrado e um paralelogramo.

1- Observando o Tangram abaixo e usando o triângulo pequeno ao lado como unidade de medida, responda:



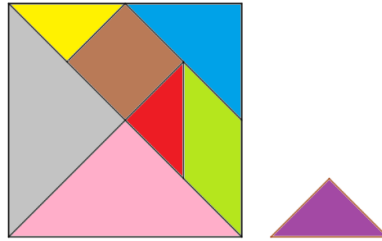
Fonte: Autor (2024)

1- (a) Quantos triângulos roxos são necessário para cobrir o triângulo rosa na figura abaixo? Explique qual estratégia você utilizou para chegar e resposta.

1- (b) Tomando o triângulo roxo como unidade de área, ou seja, 1 cm^2 . Qual é a área compreendida pelos dois triângulos grandes (rosa e cinza)? Explique qual estratégia você utilizou para chegar e resposta.

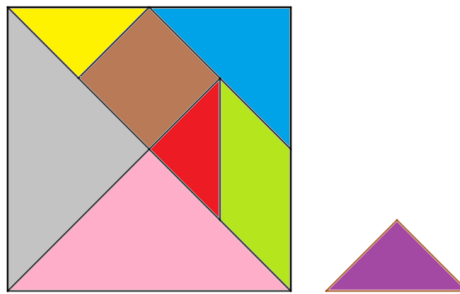
1- (c) Quantos triângulos roxos são necessários para sobrepor o quadrado marrom na figura abaixo? E qual é a área do quadrado marrom tomando o triângulo roxo como unidade de área,

ou seja, 1 cm^2 ?



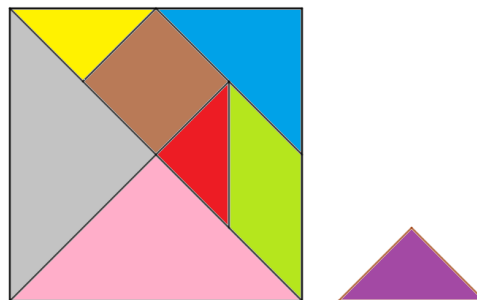
Fonte: Autor (2024)

1- (d) Quantos triângulos roxos são necessários para cobrir o triângulo médio azul? E qual é a área do triângulo azul tomando o triângulo roxo como unidade de área, ou seja, igual a 1 cm^2 ? Explique qual estratégia você utilizou para chegar e resposta.



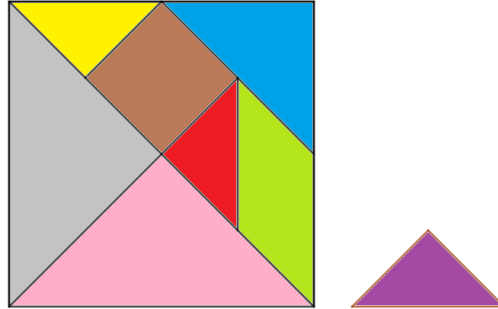
Fonte: Autor (2024)

1 - (e) Quantos triângulos roxos são necessários para cobrir o paralelogramo verde? E qual é a área do desse paralelogramo tomando o triângulo roxo como unidade de área, ou seja, 1 cm^2 ? Explique qual estratégia você utilizou para chegar e resposta.



Fonte: Autor (2024)

1- (f) Quantos triângulos roxos são necessários para sobrepor o “quadrado Tangram”? E qual é a área desse quadrado tomando o triângulo roxo como unidade de área, ou seja, 1 cm^2 ? Explique qual estratégia você utilizou para chegar a resposta.



Fonte: Autor (2024)

2. Utilizando as peças do Tangram, tomando o triângulo menor como unidade de área, equivalente a 1 cm^2 , realize as atividades descritas a seguir.

2-(a) Construa um quadrado com duas e três peças e informe quais peças foram utilizadas. Quais são as áreas dos quadrados construídos?

2-(b) Construa um quadrado e um triângulo com cinco peças e informe quais peças foram utilizadas. Quais são as áreas do quadrado e do triângulo construídos?

2-(c) Construa um trapézio com três e quatro peças e informe quais peças foram utilizadas. Quais são as áreas dos trapézios construídos?

2-(d) Construa um losango com duas peças e informando quais peças foram utilizadas. Quais são as áreas dos losangos construídos?

2-(e) Construa um retângulo com três e quatro peças e informe quais peças foram utilizadas. Quais são as áreas dos retângulos construídos?

3 - (UFSM 2006 - Adaptado) Abaixo temos as sete peças do Tangram formando um quadrado. Se a área de Q é 1, ou seja, Q é a unidade de área, é correto afirmar:





Autor (2024)

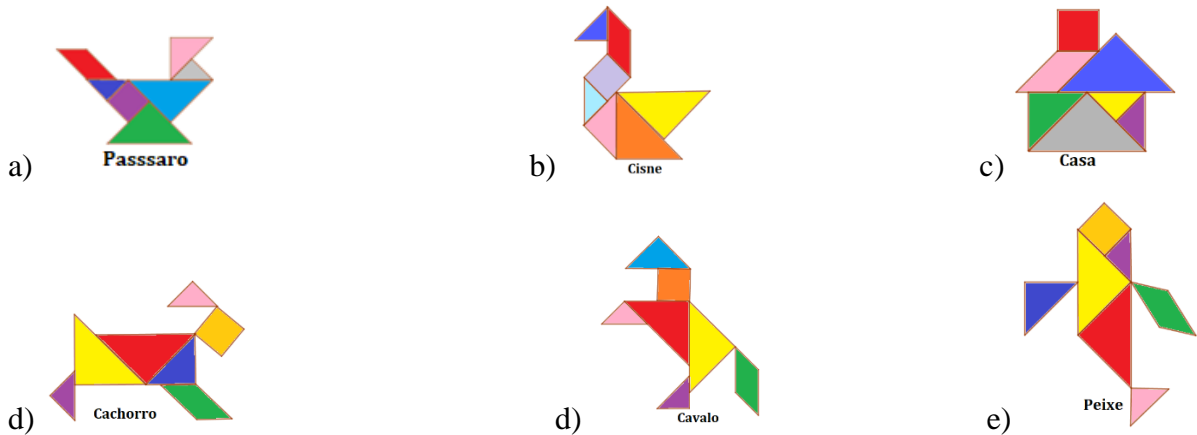
- A área de quadrado maior é 4.
- A área de T_1 é o dobro da área de T_3 .
- A área de T_4 é igual a área de T_5 .
- A área de T_5 é $\frac{1}{4}$ da área do quadrado maior.
- A área da P é igual a igual à área de Q.

Justifique sua resposta.

APÊNDICE G - ÁREA E PERÍMETRO

	UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional	 PROFMAT
Nome: _____ Data: ___/___/___ Ano/ Série:		Turma: ___

1-As figuras a seguir foram construídas com as sete peças do Tangram. Tomando o triângulo pequeno como unidade de medida de área, ou seja, 1 cm^2 , construa as figuras e encontre a área de cada uma delas.

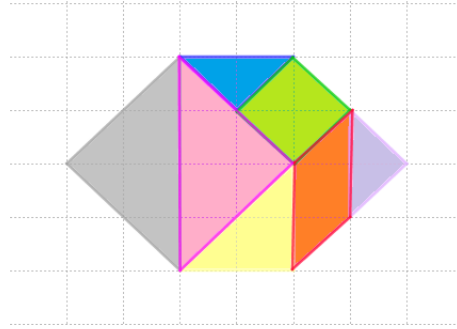


Fonte: Autor (2024)

As áreas de quaisquer figuras construídas com todas as peças do Tangram sempre serão iguais? Justifique a sua resposta.

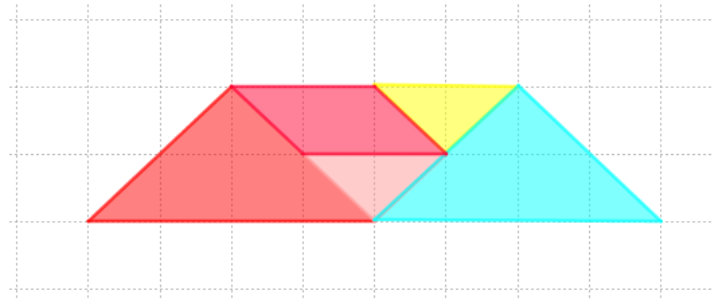
2 – Suponha que a área de cada quadradinho da malha seja igual a 1 cm^2 . Responda as questões a seguir:

a) Calcule a área a do hexágono.



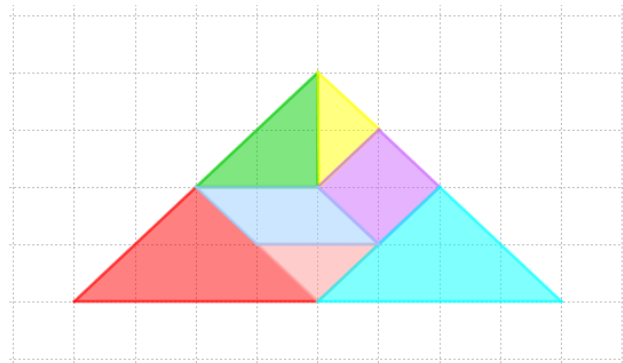
Fonte: Autor (2024)

b) Calcule a área do trapézio.



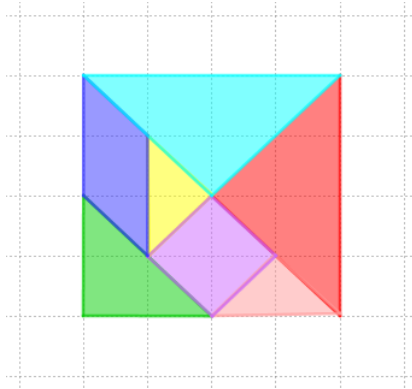
Fonte: Autor (2024)

c) Calcule a área do triângulo isósceles.



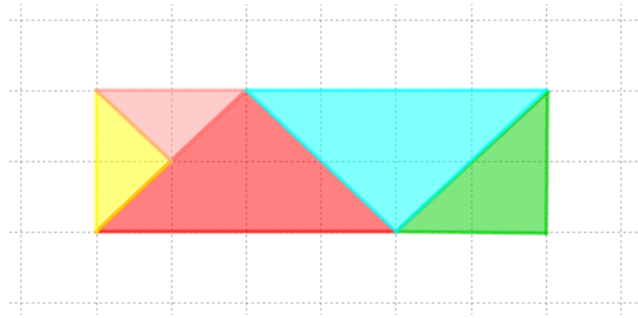
Fonte: Autor (2024)

d) Calcule a área e o perímetro do quadrado.



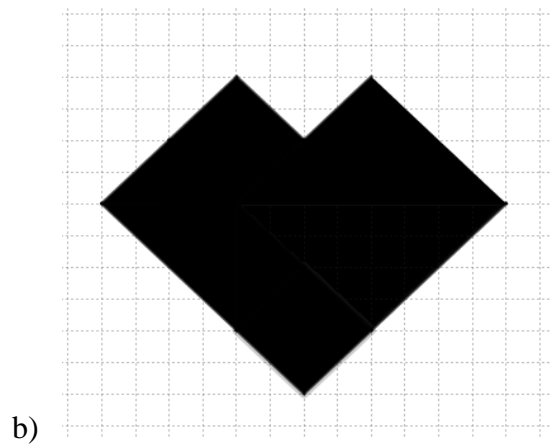
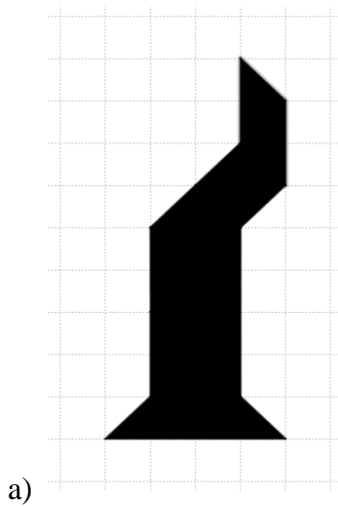
Fonte: Autor (2024)

e) Calcule o perímetro e a área do retângulo.



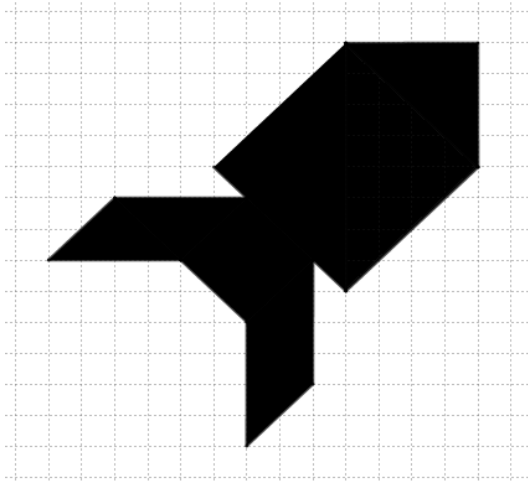
Fonte: Autor (2024)

3- Suponha que a área de cada quadradinho da malha seja igual a 1cm^2 . Calcule as áreas das figuras sobreadas.



Fonte: Autor (2024)



Fonte: Autor (2024)



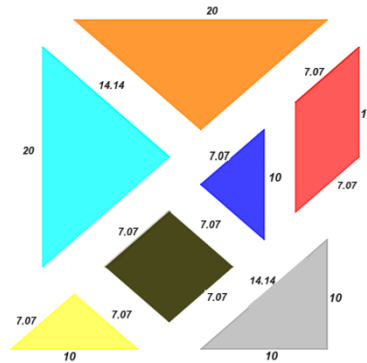
c)

Fonte: Autor (2024)

APÊNDICE H – CÁLCULANDO ÁREA – HABILIDADE GEOMETRICA

	UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional	
Nome: _____		Data: ___/___/___
		Ano/ Série: _____
Turma: _____		

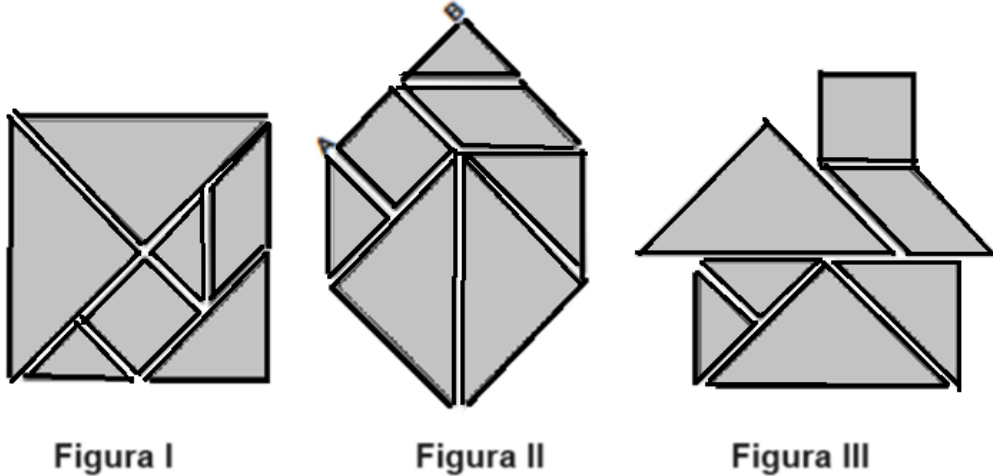
1- Para encontrar a área de cada peça do Tangram, utilize a informação de que a área de um quadrado é igual ao produto de dois de seus lados, ou seja (lado x lado) e explique qual estratégia você utilizou para chegar a cada resposta.



Fonte: Autor (2024)

- a) A área do quadrado é:
- b) A área do triângulo menor é:
- c) A área do triângulo médio é:
- d) A área do triângulo grande é:
- e) A área do paralelogramo é:

2- (ENEM-2008- Adaptada) O Tangram é um jogo oriental antigo, uma espécie de quebra-cabeça, constituído por sete peças. Utilizando-se todas as setes peças, é possível representar uma diversidade de formas como as exemplificadas nas figuras 2 e 3.



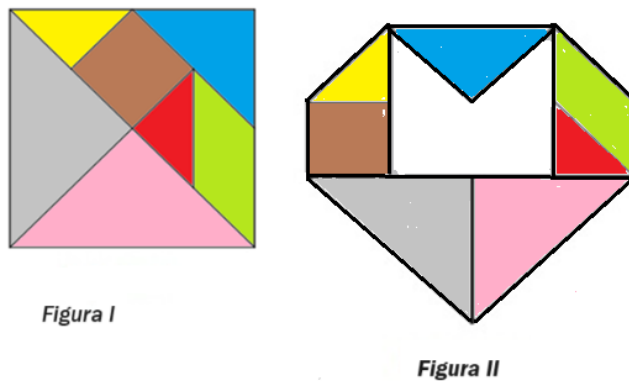
Fonte: Autor (2024)

Se o lado AB do hexágono mostrado na figura 2 mede 2 cm, então a área da figura 3, que representa uma casinha é igual a:

- a) 4cm^2
- b) 8 cm^2
- c) 12 cm^2
- d) 14 cm^2
- e) 16 cm^2

Justifique sua resposta.

3 - (OBMEP 2007) A figura I mostra um quadrado de 40 cm^2 cortado em cinco triângulos retângulos isósceles, um quadrado e um paralelogramo, formando as sete peças do jogo Tangram. Com elas é possível formar a figura II, que tem um buraco sombreado. Qual é a área do buraco?



Fonte: Autor (2024)

- a) 5 cm^2
- b) 10 cm^2
- c) 15 cm^2
- d) 20 cm^2
- e) 25 cm^2



UFVJM