



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA - IME  
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT  
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

# EDUCAÇÃO PARA INVESTIMENTOS NO ENSINO MÉDIO

MARCELO NASSER SALGUEIRO

Salvador - Bahia  
ABRIL DE 2024

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Universitária de  
Ciências e Tecnologias Prof. Omar Catunda, SIBI – UFBA.

S164 Salgueiro, Marcelo Nasser

Educação para Investimentos no ensino Médio. / Marcelo  
Nasser Salgueiro. – Salvador, 2024.

73 f.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr. Vinicius Moreira Mello

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal da Bahia,  
Instituto de Matemática e Estatística, 2024.

1. Educação Financeira. 2. Finanças. 3. INSS I. Mello,  
Vinicius Moreira. II. Universidade Federal da Bahia. III. Título.

CDU 336:37

# EDUCAÇÃO PARA INVESTIMENTOS NO ENSINO MÉDIO

MARCELO NASSER SALGUEIRO

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFBA como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

**Orientador:** Prof. Dr. Vinícius Moreira Mello

Salvador - Bahia

Abril de 2024

# EDUCAÇÃO PARA INVESTIMENTOS NO ENSINO MÉDIO

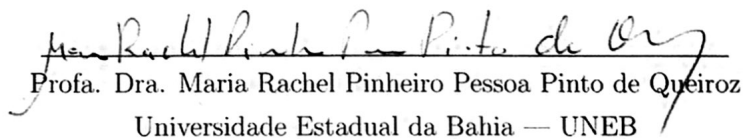
MARCELO NASSER SALGUEIRO

Dissertação de Mestrado apresentada  
à Comissão Acadêmica Institucional do  
PROFMAT-UFBA como requisito parcial para  
obtenção do título de Mestre em Matemática,  
aprovada em 18 de Abril de 2024.

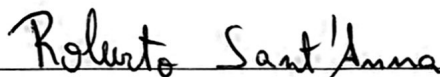
## Banca Examinadora:



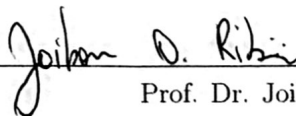
Prof. Dr. Vinícius Moreira Mello (Orientador)  
Instituto de Matemática e Estatística — UFBA



Profa. Dra. Maria Rachel Pinheiro Pessoa Pinto de Queiroz  
Universidade Estadual da Bahia — UNEB



Prof. Dr. Roberto Sant'Anna Sacramento  
Instituto de Matemática e Estatística — UFBA



Prof. Dr. Joilson Ribeiro  
Instituto de Matemática e Estatística — UFBA

*À minha família*

# Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, meu irmão e aos meus padrinhos por estarem desde sempre presentes na minha vida.

Agradeço à minha esposa por ter me apoiado desde sempre nesse projeto e aos meus sogros por toda ajuda após o nascimento de Maria Alice, minha filha querida.

Agradeço aos amigos do PROFMAT UERJ e UFBA.

E agradeço a Deus, por me ajudar sempre que precisei.

*“Ações garantem o futuro.”*

*Luiz Barsi Filho*

# Resumo

O assunto investimentos é muito vivo nas mídias sociais, porém no Ensino Médio é algo praticamente inexistente. Ao mesmo tempo que esse assunto é abordado por “influenciadores”, os alunos em sala de aula estão cegos com relação a esse conteúdo. Não adianta “estudar para ter uma vida melhor” se o que fazer com esse dinheiro suado é totalmente negligenciado pela própria pessoa. Desta forma, a importância do ensino de investimentos no ensino médio se torna cada dia mais importante, para que alunos não fiquem apenas com o conteúdo dos “influenciadores” e para que possam saber o que fazer com seu dinheiro. Para estimular o aluno, foi criada uma ferramenta no GeoGebra para que o aluno possa, graficamente, observar a evolução do dinheiro no tempo e aprender a tomar decisões financeiras mais corretas.

**Palavras-chave:** Investimentos; Renda Fixa; Renda Variável; Pirâmide Financeira; INSS.



# Abstract

The subject of Investments is very lively on social media, but in high school it is practically non-existent. At the same time that this subject is addressed by “influencers”, students in the classroom are blind to this content. There is no point “studying to have a better life” if what to do with that hard-earned money is totally neglected by the person themselves. In this way, the importance of teaching investments in high school becomes more important every day, so that students are not just left with the content of “influencers” and so that they can know what to do with their money. To encourage the student, a tool was created in GeoGebra so that the student can graphically observe the evolution of money over time and learn how to make more correct financial decisions.

**Keywords:** Investments; Fixed Income; Variable income; Financial Pyramid (Ponzi Schemes); Social Security.

# Lista de Figuras

1	Poupança perde para inflação . . . . .	1
2	Poupança perde para inflação 2 . . . . .	2
2.1	Comparação entre Taxa SELIC e taxa CDI . . . . .	11
2.2	Tabela regressiva de imposto de renda em Renda Fixa . . . . .	12
3.1	Preços e Taxas dos Títulos do Tesouro Direto . . . . .	18
3.2	Preços IPCA 2035 . . . . .	19
3.3	Preços IPCA 2035 2 . . . . .	19
3.4	Preços IPCA 2035 3 . . . . .	20
3.5	CDB . . . . .	21
3.6	Debênture . . . . .	21
3.7	CRI . . . . .	22
3.8	Calculadora GeoGebra . . . . .	24
3.9	Atividade 1A . . . . .	27
3.10	Atividade 1B . . . . .	28
3.11	Atividade 2A . . . . .	29
3.12	Atividade 2B . . . . .	30
3.13	Atividade 2C . . . . .	31
3.14	Atividade 6A . . . . .	32
3.15	Atividade 6B . . . . .	33
4.1	Contribuição INSS . . . . .	35
4.2	INSS uma aplicação . . . . .	36
4.3	CDB uma aplicação . . . . .	36
4.4	INSS aplicações anuais . . . . .	37
4.5	CDB aplicações anuais . . . . .	37
5.1	Ilustração de pirâmide . . . . .	39
5.2	Golpe Jogadores Palmeiras . . . . .	41
5.3	Golpe Jogadores Palmeiras 2 . . . . .	41

5.4	Boi Gordo. O autor deste trabalho deixa claro que o ator em questão não estava envolvido com o esquema. . . . .	42
6.1	IPO Smart Fit . . . . .	44
6.2	IPO Petz . . . . .	44
6.3	Bolsa cai . . . . .	46
6.4	Bolsa sobe . . . . .	46
6.5	Página Inicial Status Invest . . . . .	51
6.6	Busca Avançada Status Invest . . . . .	51
6.7	Critérios selecionados . . . . .	51
6.8	Lista de empresas . . . . .	52
6.9	Cotação de uma Ação . . . . .	53

# Sumário

<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1 Matemática Financeira</b>	<b>4</b>
1.1 Conceito . . . . .	4
1.2 Taxa de Juros . . . . .	4
1.3 A Taxa de Juros na Prática do Mercado Financeiro . . . . .	5
1.4 Equivalência da Taxa de Juros . . . . .	5
1.5 Juros nominal, juros real e inflação . . . . .	6
1.6 Séries de pagamento uniforme . . . . .	6
1.7 Atividades Propostas . . . . .	7
1.8 Solução das Atividades Propostas . . . . .	7
<b>2 Conceitos Financeiros</b>	<b>9</b>
2.1 Lei da Oferta e Demanda . . . . .	9
2.2 Inflação . . . . .	9
2.3 Taxa de Juros (SELIC) . . . . .	10
2.4 CDI . . . . .	10
2.5 Reserva de Emergência . . . . .	11
2.6 Imposto de Renda . . . . .	12
2.7 Fundo Garantidor de Crédito - FGC . . . . .	12
2.8 Bancos e Corretoras . . . . .	13
2.9 Risco e Retorno . . . . .	13
<b>3 Renda Fixa</b>	<b>15</b>
3.1 Tesouro Direto . . . . .	15
3.1.1 Tesouro SELIC . . . . .	16
3.1.2 Tesouro Préfixado . . . . .	16
3.1.3 Tesouro IPCA+ . . . . .	17
3.1.4 Título com Juros Semestrais (Cupons) . . . . .	17
3.1.5 Variação dos Preços dos Títulos - Marcação a Mercado . . . . .	17

3.2	CDB, LCI e LCA . . . . .	20
3.3	Debêntures . . . . .	21
3.4	CRI e CRA . . . . .	22
3.5	Poupança . . . . .	23
3.6	Utilizando o GeoGebra . . . . .	23
3.7	Atividades Propostas . . . . .	25
3.8	Resolução das Atividades Propostas . . . . .	26
<b>4</b>	<b>INSS</b>	<b>34</b>
4.1	Contribuição . . . . .	35
4.2	Piso e Reajuste do INSS . . . . .	35
4.3	Comparação Renda Fixa Vs INSS . . . . .	35
4.4	Por que o CDB Deve Render Mais que o INSS? . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Pirâmide Financeira</b>	<b>39</b>
5.1	Casos de Pirâmide Financeira no Brasil . . . . .	40
5.2	Como identificar se uma aplicação é uma pirâmide . . . . .	42
<b>6</b>	<b>Renda Variável</b>	<b>43</b>
6.1	Introdução ao Mercado de Ações . . . . .	43
6.1.1	O que é uma Ação? . . . . .	43
6.1.2	Bolsa de Valores . . . . .	45
6.1.3	IBOVESPA . . . . .	46
6.1.4	Negociação de ações . . . . .	47
6.2	Análise fundamentalista . . . . .	47
6.2.1	Indicadores . . . . .	48
6.3	Análise técnica . . . . .	50
6.4	Como buscar boas ações utilizando análise fundamentalista ? . . . . .	50
6.5	Cotação de uma Empresa . . . . .	52
6.6	Atividade Proposta . . . . .	52
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>54</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>58</b>

# Introdução

A Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (AN-BIMA) lança, anualmente, o raio X do investidor brasileiro, que está na sua sexta edição (2023). O raio X do investidor brasileiro tem como objetivo estudar as características da população brasileira com relação a investimentos. Nesta edição, a publicação indica que 64% da população brasileira não investe em nenhum ativo financeiro [11]. “Dentre os investimentos que a população conhece, a caderneta de poupança é o produto financeiro mais utilizado entre os brasileiros, com 20% das menções” [11]. Uma simples busca no Google sobre rentabilidade da poupança nos leva a resultados como os mostrados nas figuras 1 e 2:

Figura 1: Poupança perde para inflação



The image shows a screenshot of a news article from Valor Econômico. At the top, there is a search bar with the text 'Buscar', the Valor Econômico logo, and the word 'Finanças'. Below the navigation bar, the article title is 'Poupança perde para inflação há quase 2 anos, aponta estudo'. The subtitle reads: 'Segundo levantamento da plataforma Economatica, o retorno real da poupança no acumulado de 12 meses foi negativo em 6,58% no mês de abril, quando a inflação medida pelo IPCA atingiu 12,13% na mesma base de comparação'. At the bottom of the article snippet, it says 'Por Lucas Bombana, Folhapress — São Paulo' and '20/05/2022 18h46 - Atualizado há 2 semanas'.

Fonte: (Valor Econômico)

O fato da poupança geralmente perder para a inflação, conciliado ao fato de ser o produto financeiro mais utilizado pelo brasileiro, nos leva a uma preocupante questão: por que o brasileiro não investe em produto financeiro que irá render mais que a inflação?

Figura 2: Poupança perde para inflação 2



The image shows a screenshot of a news article from G1. The header is red with 'MENU', 'g1', 'ECONOMIA', and 'BUSCAR' (with a magnifying glass icon). The main title is 'Poupança perde para a inflação há 19 meses seguidos'. Below the title is a sub-headline: 'Em março, rentabilidade no acumulado em 12 meses, descontada a variação do IPCA, ficou negativa em -6,20%.' The author is 'Por Darlan Alvarenga, g1' and the date is '12/04/2022 14h47 - Atualizado há um mês'. There are social media sharing icons for Facebook, Twitter, WhatsApp, Telegram, LinkedIn, and Print.

Fonte: (Globo)

Será que é desconhecimento? Por que o tema *investimento* não é tratado no ensino médio?

A Base Nacional Comum Curricular, no que tange ao Ensino Médio, em sua “Competência Específica 2”, na habilidade **EM13MAT203** [3], diz “Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.”

O objetivo desse trabalho é inserir o assunto de investimentos no Ensino Médio de forma contextualizada com o Mercado Financeiro, comparando diversos investimentos entre si, comparando com o INSS e ensinando como não cair em esquemas de pirâmide financeira, golpe que a cada dia está mais comum no país.

Em termos de dissertações do PROFMAT, há alguns trabalhos sobre o tema: Eustaquio Luis Fraga [26] aborda a falta de educação financeira das pessoas, inserindo o assunto nas diretrizes da BNCC, propondo algumas atividades. Já Sidnei Rocha dos Anjos [19] apresenta como o aluno pode fazer uma previdência através de investimentos em renda fixa. Luiz Eduardo da Silva Gomes [6] explica conceitos como inflação e taxa SELIC e em seguida disserta sobre os principais investimentos em renda fixa. João Elias [29] disserta sobre a Educação Previdenciária antes da reforma de 2019. O autor criou uma ferramenta no GeoGebra que possibilita ao aluno “visualizar a evolução do montante ao longo dos períodos de acumulação e usufruto, de acordo com os parâmetros definidos, quais sejam: tempo de acumulação, tempo de usufruto, taxa de juros, valor da

contribuição mensal e valor da retirada mensal” [29].

Já em relação a trabalhos externos ao PROFMAT, Queiroz levanta a questão dos exercícios fora da realidade apresentados em sala de aula: “Alguns estudos sobre exercícios em livros didáticos de Matemática Financeira apontam para um foco na ‘resolução de problemas’ semirreais, com distanciamento em relação aos problemas do cotidiano e de ambientes de trabalho, aplicação direta das fórmulas apresentadas e em alguns casos, sem discussão dos significados financeiros a eles relacionados” [34]. De Melo e Santos Pessoa em [10] dizem que “a Educação Financeira deve ser abordada a partir de um olhar crítico e reflexivo”. Os autores concentram-se nas questões de facilidade de crédito e endividamento das famílias, porém não citam a questão de como o cidadão pode investir de forma melhor. Por fim, Puntel [21] faz uma investigação de como a Educação Financeira é trabalhada em sala de aula, analisando diversos trabalhos e conclui que “o número de produções para o público da Educação de Jovens e Adultos com ênfase na temática da Educação Financeira ainda é pouco expressivo em relação ao total das publicações que envolvem sistemas críticos e reflexivos sobre as finanças na área da Educação Matemática”.

Neste trabalho, com o objetivo de contribuir com o ensino de investimentos de uma forma dinâmica, além da exposição dos vários tipos de investimentos, foi criado um produto educacional no GeoGebra, acessível gratuitamente através dos links <https://www.geogebra.org/calculator/qv4wzrjk> e <https://www.geogebra.org/calculator/radwpqgt>, que permitirá ao aluno comparar diversas situações, assessorando-o na tomada de decisões.

Diferente da ferramenta proposta por João Elias [29], que está focada no INSS, a ferramenta apresentada neste trabalho está focada em investimentos em Renda Fixa.

A presente dissertação está assim organizada: no Capítulo 1, será apresentado o conteúdo de matemática financeira. No Capítulo 2, discutiremos conceitos financeiros fundamentais para entender o mercado. No Capítulo 3, o assunto será investimentos em Renda Fixa. No capítulo 4, será tratado o assunto de INSS. No Capítulo 5 será abordado o assunto de pirâmide financeira. Já no Capítulo 6, será feita uma introdução ao mercado de ações e, por fim, encerramos o trabalho com uma breve Conclusão. Espera-se que o aluno que porventura estude esta nossa contribuição tenha condições de tomar decisões por conta própria, não dependendo de terceiros.



# Capítulo 1

## Matemática Financeira

### 1.1 Conceito

A matemática financeira é a área da matemática que, como o nome sugere, diz respeito ao trabalho com as finanças. Sugere-se que seja o primeiro assunto que a ser apresentado antes de introduzir o assunto investimentos, uma vez que através da fórmula de juros compostos será possível obter o valor final de uma aplicação. Como bem resumido em [40], “A matemática financeira está presente desde uma simples compra na farmácia até em investimentos nas bolsas. O objetivo de educar-se financeiramente vai ao encontro de um desejo de melhor qualidade de vida”. Já [34] afirma que “O estudo da Matemática Financeira tem como diretriz básica a equivalência entre valores datados. Ou seja, comparar valores em diferentes datas, se constitui uma ferramenta básica que acompanha vários dos problemas que envolvem operações financeiras.”

Este módulo não tem a intenção de demonstrar fórmulas. O objetivo é revisar o conteúdo já ensinado *a priori*, enfatizando os conceitos mais importantes no que tange a área de investimentos.

### 1.2 Taxa de Juros

Há duas formas de taxa de juros. A simples e a composta.

A capitalização com taxa de juros simples é uma taxa que segue uma função do primeiro grau. Dado um capital inicial a ser investido ( $C_0$ ), a uma taxa de juros ( $i$ ) e um tempo de investimento ( $n$ ), o valor desse investimento será  $C = C_0 \times (1 + in)$  [5].

**Exemplo 1:** João investe R\$400,00 em 3 anos a uma taxa de juros simples de 5% ao ano. Qual é o valor final?

**Solução:**

$$\begin{aligned}
 C &= C_0 + (1 + in) \\
 &= 400(1 + 3 \times 0,05) \\
 &= 400(1,15) \\
 &= \text{R\$ } 460,00
 \end{aligned}$$

A capitalização com taxa de juros compostas segue um modelo de função exponencial. Dado um capital inicial a ser investido ( $C_0$ ), a uma taxa de juros ( $i$ ) e um tempo de investimento ( $n$ ), o valor final será  $C = C_0 \times (1 + i)^n$  [31].

**Exemplo 2 (mesmos valores do exemplo 1):** João investe R\$ 400,00 em 3 anos a uma taxa de juros compostas de 5% ao ano. Qual é o valor do investimento?

**Solução:**  $C = C_0 \times (1 + i)^n = 400 \times (1 + 0,05)^3 = 400 \times (1,05)^3 = \text{R\$ } 463,05$

Comparando os dois exemplos, pode-se observar que o valor das capitalização por juros compostos é maior quando se aplicado o a capitalização por juros simples (considerando  $n > 1$ ). Desta forma, quando se trata de investimentos, a fórmula de taxa de juros que deve ser utilizada é a de juros compostos, pois o juro gerado a cada período incorpora ao capital, e essa incorporação rende juros para o próximo período, obtendo-se “juros sobre juros”.

### 1.3 A Taxa de Juros na Prática do Mercado Financeiro

“Um dos elementos principais em Matemática Financeira são as taxas de juros que correspondem à taxa de remuneração do capital no determinado tempo.” [41]. Quando se fala de investimentos, a grande questão é saber qual é o valor da taxa de juros, no caso, o  $i$ . No Capítulo 2, serão apresentados diversos conceitos que o Mercado Financeiro usa para chegar ao valor do  $i$ , tais como CDI, SELIC e IPCA. No contexto deste Capítulo 1, serão utilizados valores de taxa de juros fixos.

### 1.4 Equivalência da Taxa de Juros

Um investidor pode deparar-se com uma situação em que a taxa de juros ofertada no investimento pode ser diferente do tempo em que ele quer investir. Por exemplo, qual é o valor da taxa de juros mensais ( $im$ ), quando se tem uma taxa de juros anual ( $ia$ ) de 36%?

**Solução:** Um ano possui 12 meses, assim, no regime de juros compostos, a equivalência será  $(1 + ia) = (1 + im)^{12}$ . Assim

$$\begin{aligned}(1 + im)^{12} &= (1 + 0,36) \\ &= 1,36 \therefore \\ (1 + im) &= \sqrt[12]{1,36} \\ &= 1,02059 \therefore \\ im &= 1,02059 - 1 = 0,02059 = 2,059\% \text{ a.m.}\end{aligned}$$

## 1.5 Juros nominal, juros real e inflação

“As taxas de juros são classificadas de formas diferentes de acordo com o tipo de avaliação percentual que está sendo feita. (...) A taxa nominal de juros é usada para demonstrar os efeitos da inflação no período analisado.” [41]

Por exemplo, uma aplicação inicial de R\$ 20.000,00, em um ano, teve um valor futuro de R\$ 25.000,00. Logo, a taxa de juros nominal foi de 25% a.a.

“No caso da taxa real de juros, o efeito inflacionário não existe, por isso ela tende a ser menor que a taxa nominal. Isso ocorre porque ela é formada através da correção da taxa efetiva pela taxa de inflação do período da operação. A taxa real pode ser calculada pela seguinte expressão matemática:

$$(1 + i_n) = (1 + r) \times (1 + j),$$

em que  $i_n$  = taxa de juros nominal;  $j$  = taxa de inflação do período e  $r$  = taxa real de juros.” [41]

“A taxa nominal de um investimento é a variação percentual na quantidade de dinheiro que você tem. A taxa real de um investimento é a variação percentual do quanto seu dinheiro pode comprar. Em outras palavras, a variação percentual de seu poder de compra.” [25]

O conceito de inflação será apresentado com mais detalhes no Capítulo 2.

## 1.6 Séries de pagamento uniforme

A não ser que o investidor receba uma herança ou ganhe numa loteria, dificilmente ele irá aplicar uma quantia grande de dinheiro. O investidor irá fazer investimentos mensais, ou seja, irá fazer aportes mensais em alguma aplicação para ter um retorno futuro. Na matemática financeira, esses aportes mensais são chamados de *séries uniformes*. Dado

um valor mensal de aporte, chamado de  $A$ , a uma taxa de juros  $i$  e em um tempo  $t$ , o valor futuro (VF) será :

$$VF = A \frac{(1+i)^t - 1}{i}.$$

**Exemplo** : Fernando aporta, durante 360 meses, R\$ 1.000,00 a uma taxa de juros de 1% a.m. Qual será o valor que Fernando terá acumulado ao final dos 360 meses ?

$$VF = A[((1+i)^t - 1)/i] = 1.000[((1+0,01)^{360} - 1)/0,01] = R \$ 3.494.964,13.$$

## 1.7 Atividades Propostas

As atividades podem ser resolvidas com calculadora, planilha eletrônica ou GeoGebra. Os valores de taxas de juros dos exercícios abaixo foram escolhidas apenas com fins didáticos, sem nenhuma preocupação com as taxas utilizadas no mercado. Taxas utilizadas no mercado serão vistas no capítulo 3.

1. Um investimento promete pagar 30% de juros ao ano. Qual é o valor da aplicação em 5 anos, sendo o valor aplicado de R\$ 100,00 ?
2. Considerando um rendimento de 10% a.a., qual valor deverá ser aplicado para que o investidor receba, ao final de 3 anos, o valor de R\$ 300.000,00 ?
3. Dado uma taxa de 10% a.m., qual é o valor da taxa de juros anual?
4. Um investimento promete pagar 12% a.m., porém a inflação está em 3% a.m. Qual é o valor real da taxa desse investimento?
5. Considerando uma taxa de 0,5% a.m., investindo R\$ 100,00 por mês durante 30 anos, qual é o valor final investido ?

## 1.8 Solução das Atividades Propostas

1.  $C = Co(1+i)^n = 100(1+0,3)^5 = 100(1,3)^5 = R\$371,29$
2.  $C = Co(1+i)^n = Co(1+0,1)^3 = R\$ 300.000$   
 $Co(1,1)^3 = R\$ 300.000$   
 $1,331Co = R\$ 300.000$   
 $Co = R\$ 225.394,44$

$$3. (1 + ia) = (1 + im)^n = (1 + 0,10)^{12} = (1,10)^{12} = 3,13$$

$$(1 + ia) = 3,13$$

$$ia = 3,13 - 1 = 2,13 = 213\%$$

$$4. (1 + in) = (1 + r) \times (1 + j)$$

$$(1 + 0,12) = (1 + r) \times (1 + 0,03)$$

$$(1,12) = (1 + r) \times (1,03)$$

$$1,087 = (1+r)$$

$$r = 0,087 = 8,7 \%$$

5. O exercício falou em taxa de juros mensais e pediu em um período anual. Como é mais simples converter 30 anos em 360 meses, será feita essa conversão.

$$VF = A\left[\frac{(1 + i)^t - 1}{i}\right] \quad VF = 100\left[\frac{(1 + 0,005)^{360} - 1}{0,005}\right] = \text{R\$ } 100.451,50$$

# Capítulo 2

## Conceitos Financeiros

Em ambientes educacionais, a matemática financeira é apresentada com uma taxa de juros fixa, seja 10% a.a. ou 3% a.m. Porém, no mundo dos investimentos, a taxa de juros geralmente é atrelada a algum indicador pós-fixado (ou seja, ele pode variar com o tempo). Há alguns indicadores pós-fixados no mercado, e nesse capítulo, iremos apresentar os principais indicadores, assim como conceitos básicos econômicos que qualquer pessoa precisa saber antes de iniciar a investir. O objetivo desse capítulo é trazer para a sala de aula alguns os conceitos que o Mercado Financeiro utiliza em seu dia a dia, ou seja, fazer uma ponte entre o ensino de Matemática Financeira e o mundo real.

### 2.1 Lei da Oferta e Demanda

A “lei da oferta e demanda” é uma relação entre duas partes interessadas, sendo uma querendo um produto e outra querendo vendê-lo. “Se tem muita gente procurando por um produto, a tendência é que ele fique mais caro. Se tem pouca gente querendo, ele barateia” [23]. Um exemplo simples de “lei da oferta e demanda” pode ser, por exemplo, o vendedor de água na praia. Se em uma determinada praia tiver apenas um vendedor de água, porém vários banhistas, a demanda de água (banhistas com sede) será maior que a oferta (apenas um vendedor), logo ele poderá cobrar caro pela água. Agora, se a praia estiver com pouca gente (demanda baixa) mas muitos vendedores (oferta alta), o preço da água será baixo pois há poucas pessoas querendo comprar um produto que tem muito pra vender.

### 2.2 Inflação

Inflação é o aumento de preços de produtos e serviços [9]. Vamos supor que, em primeiro de janeiro de 2021, João comprou 10 pães com R\$ 10,00. Em 31 de Dezembro

de 2021, com os mesmos R\$ 10,00, João conseguiu comprar apenas 5 pães. Com a mesma quantidade de dinheiro, João não conseguiu comprar a mesma quantidade de pão. Ou seja, ele perdeu poder de compra já que o preço do pão aumentou. Esse aumento do preço é a inflação.

O cálculo do IPCA é feito da seguinte forma: “O IBGE faz um levantamento mensal, em 13 áreas urbanas do País, de, aproximadamente, 430 mil preços em 30 mil locais. Todos esses preços são comparados com os preços do mês anterior, resultando num único valor que reflete a variação geral de preços ao consumidor no período.”[9]

No ramo dos investimentos, saber como anda a inflação é fundamental para a tomada de decisão, como veremos nos próximos capítulos.

Outro índice de inflação utilizado é o IGPM (Índice Geral de Preços – Mercado)[42], calculado pela Fundação Getúlio Vargas (FGV). Esse índice de inflação é o mais utilizado para reajuste de aluguéis.

São vários os índices de inflação no país, porém este trabalho irá utilizar apenas o IPCA.

## 2.3 Taxa de Juros (SELIC)

A taxa SELIC (Sistema Especial de Liquidação e de Custódia) é a taxa básica de juros da economia [13]. Ela é o “principal instrumento de política monetária utilizado pelo Banco Central (BC) para controlar a inflação. Ela influencia todas as taxas de juros do país, como as taxas de juros dos empréstimos, dos financiamentos e das aplicações financeiras”. [13]

Ela é definida em reuniões a cada 45 dias pelo Comitê de Política Monetária do BC (Copom). A decisão de “quanto vai ser a taxa SELIC” é baseada em inflação, contas públicas, atividade econômica do país e cenário externo.

Ela é a principal taxa do mercado financeiro. É ela que baliza o custo do dinheiro. Quanto menor a taxa SELIC, menor é o valor dos juros cobrados pelos bancos. Quanto maior a taxa, maior os juros.

## 2.4 CDI

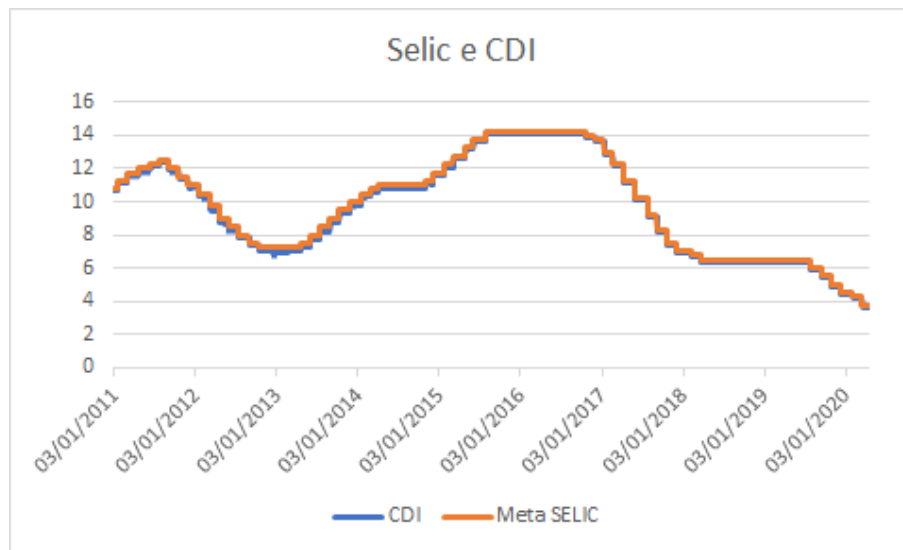
O Certificado de Depósito Interbancário (CDI) é “a taxa praticada pelos bancos nas transações que realizam entre si. Por exemplo, se uma instituição financeira tomar dinheiro emprestado de outra, ela devolverá esse dinheiro com juros baseados no CDI” [4].

Quando um banco vende algum produto financeiro, geralmente esse produto é

baseado no CDI. O gerente ou a plataforma do banco vai informar “esse investimento paga 70% do CDI” , por exemplo. Saber “quantos porcentos” do CDI o investimento paga é muito importante para tomadas de decisão.

A taxa CDI e a taxa SELIC costumam andar de mãos dadas, ou seja, são praticamente iguais (Figura 2.1). O investidor pode procurar em qualquer ferramenta de busca na internet o valor tanto do CDI quanto da SELIC. Para fins didáticos dessa dissertação, iremos considerar que, numericamente, a taxa SELIC é igual ao CDI.

Figura 2.1: Comparação entre Taxa SELIC e taxa CDI



Fonte: (XP Investimentos)

## 2.5 Reserva de Emergência

Reserva de emergência é o nome dado para o investimento o qual o investidor pode precisar utilizar a qualquer hora. Seja para uma despesa inesperada, seja para um eventual desemprego, a reserva de emergência se preocupa mais com a liquidez, que é a capacidade de tornar o ativo financeiro em dinheiro vivo, do que com rentabilidade. Caso o investidor fique desempregado, ou precise ajudar algum parente, o dinheiro a ser utilizado virá dessa aplicação. Aqui começa a vida do investidor. “Se você não possui uma reserva de emergência, nem pense em começar a investir em outras coisas” [32].

A reserva de emergência tanto pode ser feita na própria poupança (já que liquidez é mais importante que rentabilidade), quanto pode ser feita em Tesouro SELIC ou CDB de liquidez diária (investimentos que serão apresentados mais à frente).

O valor da reserva varia de pessoa para pessoa, mas 6 meses do custo de vida pode ser um bom parâmetro [32].



## 2.6 Imposto de Renda

Os investimentos em Renda Fixa podem pagar imposto de renda sobre os rendimentos. Segue uma tabela regressiva de alíquota, conforme figura 2.2.

Figura 2.2: Tabela regressiva de imposto de renda em Renda Fixa

TEMPO DE INVESTIMENTO	ALÍQUOTA
Entre 0 e 180 dias	22,5%
Entre 181 e 360 dias	20%
Entre 361 e 720 dias	17,5%
Acima de 721 dias	15%

Fonte: (Paraná Banco)

Elas também pagam IOF (Imposto sobre Operações Financeiras), porém apenas nos 30 primeiros dias, iniciando com 96% no dia 1 e terminando com 0% no dia 30.

As aplicações em Renda Variável também pagam imposto de renda. No caso de ações, por exemplo, se a venda for acima de R\$ 20.000,00 em um mês, o investidor paga 15% sobre o lucro. Os Fundos Imobiliários pagam 20%, independente do valor, em cima do lucro.

## 2.7 Fundo Garantidor de Crédito - FGC

O Fundo Garantidor de Créditos, FGC, é “uma associação civil, sem fins lucrativos, com personalidade jurídica de direito privado” [7]. O FGC surgiu na década de 90 e seu objetivo é garantir que investidores não sofram calote de instituições financeiras caso elas venham a falir. Entretanto, nem todos os investimentos são garantidos pelo FGC. Alguns investimentos em Renda Fixa como LCI/LCA e CDB são garantidos para um limite de R\$ 250.000,00, por CPF, por instituição financeira[8], sendo o limite de R\$ 1.000.000,00 por CPF a cada 4 anos.

**Exemplo:** Orlando possui investimentos garantidos pelo FGC em 5 instituições financeiras, A, B, C, D e E. Nas instituições A e B, Orlando possui R\$ 200.000,00 em cada uma. Já nas outras ele possui R\$ 300.000,00.

Se a instituição A falir, Orlando receberá do FGC os R\$ 200.000,00 que ele tinha investido. Se a instituição C falir, ele não receberá os R\$ 300.000,00, mas sim R\$250.000,00,

que é o teto. Porém se as instituições A e B falirem, ele receberá os R\$ 400.000,00 que tinha investido nas duas instituições. Se todas falirem em um período de 4 anos, mesmo tendo investido R\$ 1.300.000,00, receberá apenas R\$ 1.000.000,000 ao todo.

## 2.8 Bancos e Corretoras

Os bancos são as instituições financeiras que vendem produtos financeiros. Uma lanchonete vende salgados, doces, sucos e afins. Um banco vende dinheiro, seja para receber juros do cidadão (empréstimo), seja para pagar juros ao cidadão (investimento).

Digamos que Mayara, que não conhece nada de investimento e quer investir, se dirige ao banco em que ela possui conta e segue a orientação do gerente. Porém Mayara gostaria de aprender sobre investimentos, e descobre que há dezenas de bancos no país, e que esses bancos que ela nunca ouviu falar possuem investimentos mais atraentes que o investimento que seu gerente sugeriu — e garantidos pelo FGC.

Mas isto traz outro problema: como Mayara vai verificar todos os produtos financeiros de todos os bancos? Ela vai ter que ir em todos os bancos conferir? Daí que surgem as corretoras. Corretoras são instituições financeiras que vendem produtos financeiros de diversos bancos. Logo, basta Mayara ter conta em uma corretora e nela terá acesso a vários produtos.

Uma analogia simples seria comparar um banco com a loja da Samsung e uma corretora com as Casas Bahia. A loja da Samsung vende apenas produtos Samsung. Já as Casas Bahia vendem produtos da Samsung, Brastemp, Philco etc.

## 2.9 Risco e Retorno

“Assim como o próprio nome indica, risco e retorno é uma prática que aponta que quanto maior o risco existente em um investimento, maior será seu retorno.”[30]

Vamos imaginar que Cláudia tenha R\$ 10.000,00 para abrir um negócio e tenha duas alternativas. A primeira é uma franquia de uma grande empresa de alimentos e a segunda é uma empresa própria. A empresa de alimentos possui um negócio seguro e consolidado e seus franqueados recebem 1% ao mês do capital investido. Caso ela abra uma empresa própria, pelas suas contas e caso dê certo, ela irá receber 10% ao mês sobre o capital investido. O primeiro negócio é mais seguro do que o segundo, logo Cláudia deverá ter uma remuneração maior caso escolha o segundo, afinal, ela irá se expor a mais risco. Caso as duas alternativas apontem um retorno igual, na ótica do risco e retorno, Cláudia irá escolher a franquia de alimentos, pois possui um risco menor.

Esse exemplo é facilmente transportado para os investimentos. Espera-se na Renda

Variável um risco maior de ver o dinheiro perder valor, logo espera-se um retorno maior dos investimentos. Já na Renda Fixa, espera-se uma menor perda do dinheiro investido, logo o retorno deve ser menor também. Renda Fixa e Renda Variável serão definidas nos Capítulos 3 e 6, respectivamente.

# Capítulo 3

## Renda Fixa

Renda Fixa é o investimento em que o investidor conhece os critérios de rentabilidade no momento da aplicação. A renda fixa é o tipo de investimento para quem procura previsibilidade e segurança para o seu dinheiro [24].

Há dois grandes tipos de Renda Fixa: a pré-fixada e a pós-fixada. Pré-fixado é quando a taxa já é estipulada no momento da aplicação, por exemplo, um investimento que irá pagar ao investidor 9% ao ano (aa). Já o pós-fixado é quando o investimento é atrelado a alguma taxa, por exemplo, o CDI. Hoje o CDI tem um valor, porém daqui a 6 meses, o CDI poderá ter outro valor. As taxas pós-fixadas são conhecidas no momento da contratação do produto, e podem ser atreladas não só ao CDI, mas também a SELIC, IPCA, ou qualquer outro indicador que o emissor do investimento deseje.

Existe um mito na Renda Fixa que o cidadão não pode perder dinheiro. Ou seja, se ele aplicou R\$ 100,00, no futuro terá um valor acima desses R\$100,00. Mas, como veremos, há casos em que o investidor poderá perder dinheiro, se ele não souber as regras do jogo do investimento que está comprando.

### 3.1 Tesouro Direto

“O Tesouro Direto é um programa criado pelo Tesouro Nacional, que permite que qualquer pessoa com um CPF possa investir em TÍTULOS PÚBLICOS” [24]. O cidadão, quando compra um título do Tesouro Direto, está emprestando dinheiro ao Governo Federal, ou seja, o cidadão passa a ser credor do Governo. Isso torna o investimento em Tesouro Direto o investimento mais seguro do país. Para que o Governo Federal quebre e não honre o compromisso, todo o país precisará estar quebrado.

O Governo Federal precisa de dinheiro. Ele pode, por exemplo, aumentar impostos. Porém isso não é bom pra sociedade como um todo, além de custar politicamente caro, uma vez que nenhum cidadão gosta de pagar mais impostos. Outra alternativa do Governo

é emitir títulos públicos. Com a emissão de títulos, o Governo consegue se capitalizar, fazer seus investimentos, como rodovias e hospitais, e pagar juros mais baixos por esse empréstimo.

Os títulos do Tesouro possuem data de vencimento, com prazos que podem variar de 5 anos a 30 anos. Apesar dos títulos possuírem liquidez diária, a rentabilidade do título só é garantida caso o investidor mantenha o título até a data de vencimento. Caso o investidor venda o título antes da data de vencimento, não há garantias de quanto ele irá receber, podendo ser uma taxa maior ou menor que a taxa contratada.

Esses títulos pagam imposto de renda de acordo com a tabela regressiva, conforme visto na seção “Imposto de Renda”.

Há três tipos de Títulos do Tesouro Direto: Tesouro SELIC, Tesouro IPCA+, Tesouro Préfixado.

## **Taxas do Tesouro**

A Bolsa de Valores (B3), empresa que comercializa os títulos públicos, cobra do investidor a chamada “taxa de custódia”. Essa taxa é referente a guarda do título pela B3, “taxa de custódia de 0,25% a.a. sobre o valor dos títulos, referente aos serviços de guarda dos títulos e as informações e movimentações dos saldos. Essa taxa é provisionada diariamente a partir da liquidação da operação de compra (D+1). Por isso, é cobrada proporcionalmente ao período em que você mantiver o título [33].”

Bancos e corretoras também podem cobrar taxas, por isso o investidor precisa pesquisar esses valores antes de se propor a investir.

### **3.1.1 Tesouro SELIC**

“Os títulos Tesouro SELIC são títulos pós-fixados que possuem rentabilidade atrelada à Taxa SELIC” [24]. Esse título é ideal para curto prazo, sem falar que é o mais recomendado para fazer a reserva de emergência, pois “O valor de mercado desse título apresenta baixa volatilidade, minimizando a probabilidade de perdas no caso de venda antecipada” [22]. Ou seja, mesmo o título vencendo 5 anos após a compra, caso o investidor deseje vender o título antes do vencimento, não haverá oscilação no valor do título e, com isso, a rentabilidade será a rentabilidade contratada, ou seja, a rentabilidade da SELIC.

### **3.1.2 Tesouro Préfixado**

“Os títulos Tesouro Préfixado são aqueles que têm taxa de juros fixa, que você já conhece no momento do investimento” [24]. Esse é o tipo de investimento em que pode-se

afirmar qual será o valor futuro, uma vez que ele não depende de taxas que vão variar com o tempo (como a SELIC, CDI e IPCA).

Como esse título possui uma taxa fixa, ele possui um rendimento nominal. Ou seja, para saber qual foi o verdadeiro rendimento desse título, é necessário descontar a inflação. Por exemplo, supondo um título que pague 9% a.a, mas o IPCA no período foi de 4% a.a, o rendimento real foi de 5% a.a.

### **Valor de Face**

“O valor no vencimento (valor de face) de um título Tesouro Pré-Fixado sempre será de R\$ 1.000,00. A diferença entre o valor de compra (preço unitário) e o valor no vencimento (valor de face), R\$ 1.000,00, será a rentabilidade bruta do investimento. O valor de face equivale ao valor de compra do título somado à rentabilidade durante o investimento” [22]

### **3.1.3 Tesouro IPCA+**

“Os títulos Tesouro IPCA+ são títulos pós-fixados que possuem rentabilidade atrelada ao índice oficial de inflação no Brasil, o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo - IPCA.” [24]. Esse investimento, uma vez que ele é atrelado à inflação, é ideal para o investidor que visa o longo prazo, pois ele paga a inflação mais uma parcela fixa.

### **3.1.4 Título com Juros Semestrais (Cupons)**

“O Tesouro Direto oferece investimentos em títulos prefixados e indexados ao IPCA que pagam juros semestrais, também conhecidos como cupons. Esses títulos são indicados para o investidor que deseja receber um fluxo de pagamentos ao longo do investimento e não somente na data de resgate ou vencimento do título. Entretanto, esses títulos não são adequados para investimentos com o objetivo de reinvestir o pagamento dos cupons, uma vez que, no pagamento de cada cupom, o investidor paga impostos e taxas.” [24]

### **3.1.5 Variação dos Preços dos Títulos - Marcação a Mercado**

O preço do título público varia diariamente, pois ele segue a lei da oferta e demanda. Esses valores encontram-se disponíveis na internet, no site do Tesouro Nacional. Ao acessar os preços e taxas em 25/04/2024, as 21:41, têm-se as informações da Figura 3.1:

Figura 3.1: Preços e Taxas dos Títulos do Tesouro Direto

Título	Rentabilidade anual	Investimento mínimo	Preço Unitário	Vencimento	
TESOURO PREFIXADO 2027	10,99%	R\$ 30,26	R\$ 756,63	01/01/2027	Simule
TESOURO PREFIXADO 2031	11,73%	R\$ 33,50	R\$ 478,64	01/01/2031	Simule
TESOURO PREFIXADO com juros semestrais 2035	11,68%	R\$ 37,48	R\$ 937,03	01/01/2035	Simule
TESOURO SELIC 2027	SELIC + 0,1000%	R\$ 147,20	R\$ 14.720,58	01/03/2027	Simule
TESOURO SELIC 2029	SELIC + 0,1460%	R\$ 146,58	R\$ 14.658,92	01/03/2029	Simule
TESOURO IPCA* 2029	IPCA + 6,18%	R\$ 31,53	R\$ 3.153,26	15/05/2029	Simule
TESOURO IPCA* 2035	IPCA + 6,10%	R\$ 44,45	R\$ 2.222,93	15/05/2035	Simule
TESOURO IPCA* 2045	IPCA + 6,08%	R\$ 37,15	R\$ 1.238,55	15/05/2045	Simule

Fonte: (TESOURO NACIONAL,2024)

A figura acima apresenta o nome do título, a rentabilidade anual, o investimento mínimo, o preço unitário do título e o vencimento.

O preço unitário de um título pode, a princípio, assustar o cidadão que quer investir em Tesouro Direto. Porém, o investidor pode comprar frações de um título, por isso que existe o valor mínimo. Para comprar, por exemplo, o Tesouro Pré-fixado 2027, não há necessidade de desembolsar R\$ 756,63. O investidor consegue comprar uma fração do título, desde que essa fração seja a partir de R\$30,26 (valor mínimo).

Pode-se observar que, quem comprou Tesouro IPCA 2035, irá receber no vencimento o rendimento de IPCA + 6,10% (deve-se descontar o valor do imposto de renda, que é descontado no momento do resgate). Entretanto, caso o investidor resolva vender o título antes de 2035, ele irá vender o título pelo preço de mercado, e isso pode gerar lucro ou prejuízo ao investidor.

Vamos supor que Rafael tenha comprado uma cota do título IPCA 2035 em 21/07/2023. O preço unitário do título valia R\$ 2.261,83, conforme figura 3.2.

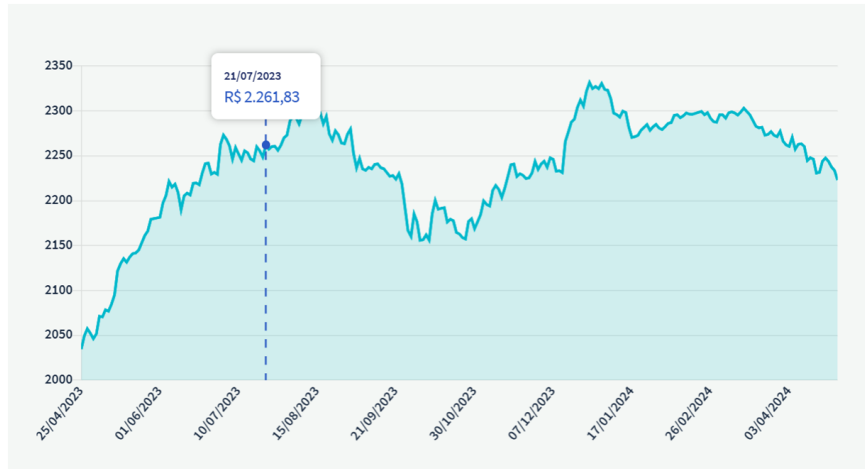
Entretanto, por algum motivo, ele resolveu vender o seu título em 25/10/2023. O seu preço, conforme, figura 3.3, era de R\$ 2.157,30.

Nessa situação, Rafael comprou um título por R\$ 2.261,83 e vendeu por R\$ 2.157,30, obtendo assim um lucro na operação (não considerando imposto de renda e custos do Tesouro) de R\$ 104,53.

Agora vamos supor que Rafael tenha vendido seu título em 26/12/2023, com o preço conforme figura 3.4:

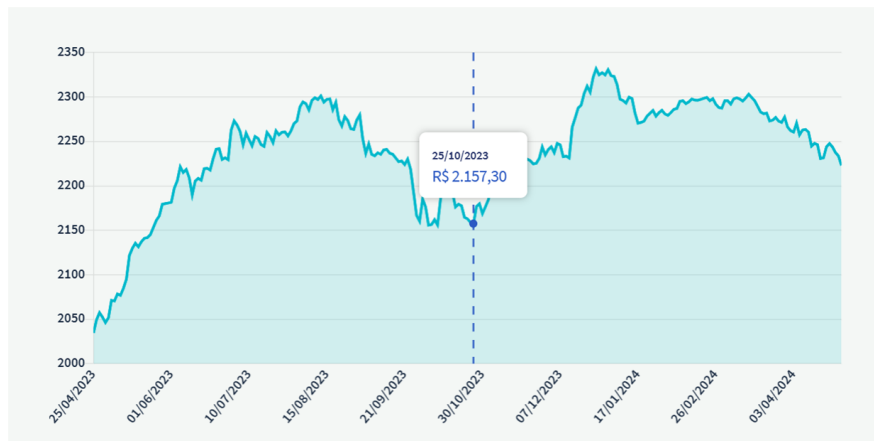
Nessa nova situação, Rafael vendeu o título por R\$ 2.331,64 e ficou com um prejuízo de R\$ 69,81. Sim, isso foi uma operação de prejuízo na Renda Fixa! Ao contrario do que

Figura 3.2: Preços IPCA 2035



Fonte: (TESOURO NACIONAL,2024)

Figura 3.3: Preços IPCA 2035 2



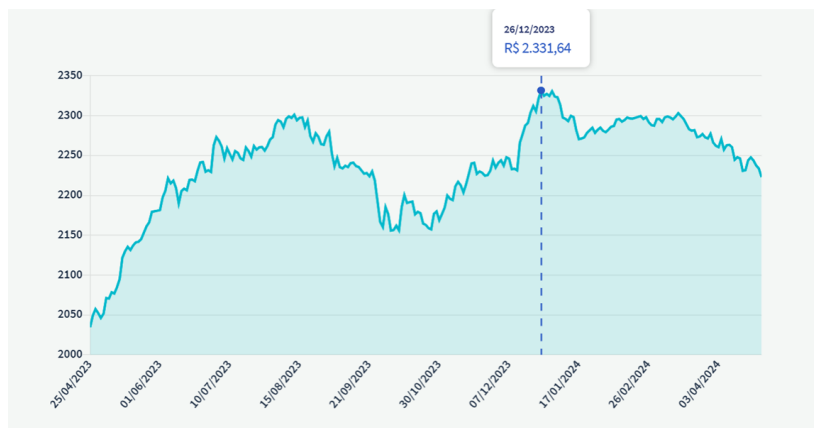
Fonte: (TESOURO NACIONAL,2024)

muitos pensam, a Renda Fixa pode, sim, dar prejuízo ao investidor.

Essa operação de venda antecipada do título chama-se “marcação a mercado”. O investidor que compra título público visando o lucro antecipado precisa estar atento aos preços dos títulos para não efetuar um prejuízo. Entretanto, mantendo o título até o vencimento, o investidor efetuará lucro com a taxa comprada no dia da aplicação.



Figura 3.4: Preços IPCA 2035 3



Fonte: (TESOURO NACIONAL,2024)

## 3.2 CDB, LCI e LCA

CDB (Certificados de Depósito Bancário), LCI (Letra de Crédito Imobiliário) e LCA (Letra de Crédito Agronegócio) são produtos financeiros vendidos pelos bancos. Ou seja, ao comprar um desses produtos, o investidor está emprestando dinheiro ao banco que o vendeu.

Ao vender um LCI ou LCA, o banco é obrigado a usar esse dinheiro para financiar o setor imobiliário e do agronegócio, respectivamente. Já o CDB o banco pode utilizar para financiar outras atividades.

Para o investidor, como o banco irá utilizar o recurso não importa. Importante é a rentabilidade, que pode ser atrelada ao CDI, ou ser pré-fixado, ao IPCA ou a qualquer indexador que o banco deseje. O tempo de vencimento do produto, se ele possui liquidez diária, ou se possui valor mínimo para investir, também são fatores a serem analisados.

O que difere pra quem compra esses produtos, além das questões acima, é a tributação do imposto de renda. CDB é tributado conforme tabela regressiva para renda fixa (apresentada na seção “Imposto de Renda”), já LCI/LCA são isentos.

Esses produtos podem ser pré-fixados ou pós-fixados. Abaixo temos um exemplo de CDB (Figura 3.5) pré-fixado e pós-fixado. Embora seja um exemplo de CDB, poderia ser perfeitamente para LCI/LCA.

A aplicação pós-fixada pode ser atrelada não só ao CDI, mas também ao IPCA ou qualquer indexador que o banco deseje. Esses investimentos costumam possuir valor mínimo de aplicação. Podem ser de liquidez diária, mas quando há uma data de vencimento, não podem ser vendidos pelo investidor antes do prazo, caso contrário ao do

Figura 3.5: CDB

<b>CDB</b> BANCO LUSO BRASILEIRO Valor mínimo: R\$ 10.000,00	5,45% a.a. 20% de IR Vence em: 09/04/2022
Simulação: Investindo R\$ 10.000,00   Valor líquido estimado: R\$ 10.213,38	

<b>CDB</b> Banco Luso Brasileiro Valor mínimo: R\$ 10.000,00	121% do CDI 15% de IR Vence em: 29/09/2024
Simulação: Investindo R\$ 10.000,00   Valor líquido estimado: R\$ 13.573,93	

Fonte: Corretora Nuinvest

Tesouro Direto, que possui liquidez diária.

### 3.3 Debêntures

Da mesma forma que o governo capta dinheiro através do Tesouro Direto e os Bancos através dos CDB/LCI/LCA, as empresas podem captar recursos através das Debêntures.

“A debênture é um valor mobiliário emitido por sociedades por ações, representativo de dívida, que assegura a seus detentores o direito de crédito contra a companhia emissora. Consiste em um instrumento de captação de recursos no mercado de capitais, que as empresas utilizam para financiar seus projetos. É uma forma também de melhor gerenciar suas dívidas [14].”

Ao investir em debênture, a pessoa empresta dinheiro para a empresa financiar seus projetos ou pagar dívidas. A Figura 3.6 apresenta uma debênture da empresa Neoenergia.

Figura 3.6: Debênture

<b>Debênture</b> NEOE26 - NEOENERGIA   Rating: S&P brAA+	IPCA + 4,50% Isento de IR
A partir de R\$ 1.136,87	Vence em 16/06/2033

Fonte: Corretora Nuinvest

Algumas debêntures apresentam isenção na alíquota de imposto de renda. Esse é um tipo específico de debêntures em que não há o desconto de imposto de renda e de IOF, sendo uma excelente opção para quem busca investir pagando menos taxas.

O motivo desse ser um investimento isento de imposto de renda é que as debêntures são emitidas por empresas que executam projetos de infraestrutura no Brasil, como a construção de estradas, aeroportos e obras de saneamento.

“Assim, para ‘incentivar’ (daí o nome) a compra desses títulos, o governo brasileiro concede essa isenção do IR para as companhias emissoras, que acabam repassando essa vantagem a seus investidores [35].”

As debêntures não possuem a garantia do FGC. Logo, se a empresa quebrar ou der calote, o investidor ficará no prejuízo. Por se tratar de um investimento com mais risco de calote do que o Tesouro Direto e os investimentos bancários, espera-se um retorno maior.

### 3.4 CRI e CRA

CRI (Certificado de Recebíveis Imobiliários) e CRA (Certificado de Recebíveis do Agronegócio) (figura 3.7). são investimentos ligados ao setor imobiliário e do agronegócio, respectivamente. São investimentos em que as empresas vão ao mercado em busca de financiamento, através de venda de títulos ao investidor.

Os riscos de se investir em CRI/CRA são semelhantes aos riscos das debêntures, uma vez que o cidadão empresta dinheiro para uma empresa e esses investimentos não são segurados pelo FGC. Abaixo temos um exemplo de CRI ofertado no mercado.

Figura 3.7: CRI

<b>CRI</b> CRI RENTAL BRASIL ADM. E PARTICIPAÇÕES   Rating: —	<b>110% do CDI</b> Isento de IR
A partir de <b>R\$ 907,00</b>	Vence em <b>22/11/2032</b>
<b>CRI</b> CRI CYRELA BRAZIL REALTY S.A.   Rating: —	<b>107% do CDI</b> Isento de IR
A partir de <b>R\$ 1.000,04</b>	Vence em <b>17/07/2024</b>
<b>CRI</b> CRI DIRECIONAL   Rating: —	<b>107% do CDI</b> Isento de IR
A partir de <b>R\$ 1.007,90</b>	Vence em <b>08/07/2025</b>

Fonte: Corretora Nuinvest

## 3.5 Poupança

Conforme apresentado na Introdução, a poupança é um investimento que geralmente perde para a inflação. A rentabilidade da poupança é feita da seguinte forma: Se a Taxa SELIC estiver acima de 8,5% a.a.; o rendimento será 0,5% a.m + variação da Taxa Referencial (TR). Caso a Taxa SELIC seja menor ou igual a 8,5% a.a.; o rendimento da poupança será 70% do valor da SELIC + variação da Taxa Referencial (TR).

A rentabilidade da poupança possui uma data de aniversário da aplicação, ou seja, a rentabilidade do mês só é conquistada se o dinheiro ficar na poupança até a data do aniversário. Caso o dinheiro seja retirado antes, a rentabilidade do mês não será computada.

Embora seja um investimento que perde para a inflação, isso não significa que a poupança não é importante. A poupança é uma importante ferramenta para “reserva de emergência”, uma vez que ela possui liquidez imediata. Deixar o dinheiro na poupança é melhor que deixar parado na conta, ou debaixo do colchão.

## 3.6 Utilizando o GeoGebra

Com o objetivo de tornar o estudo mais dinâmico e eficiente, foram criadas duas calculadoras no GeoGebra. A primeira calculadora encontra-se no link <https://www.geogebra.org/calculator/qv4wzrjk>. Essa calculadora será utilizada quando o objetivo for a comparação de investimentos com apenas uma aplicação. Já a calculadora ilustrada na figura 3.8 será utilizada para séries de pagamentos uniformes, que é quando um investidor aplicara uma quantia fixa por um intervalo de tempo. Por exemplo, aplicar R\$ 100,00 por mês durante 12 meses. O passo a passo serve para as duas calculadoras.

**VP** É o valor que o investidor irá aplicar em anos.

**CDI** É o valor da SELIC ou CDI da aplicação em anos.

**IPCA** É o valor do IPCA (inflação) em anos.

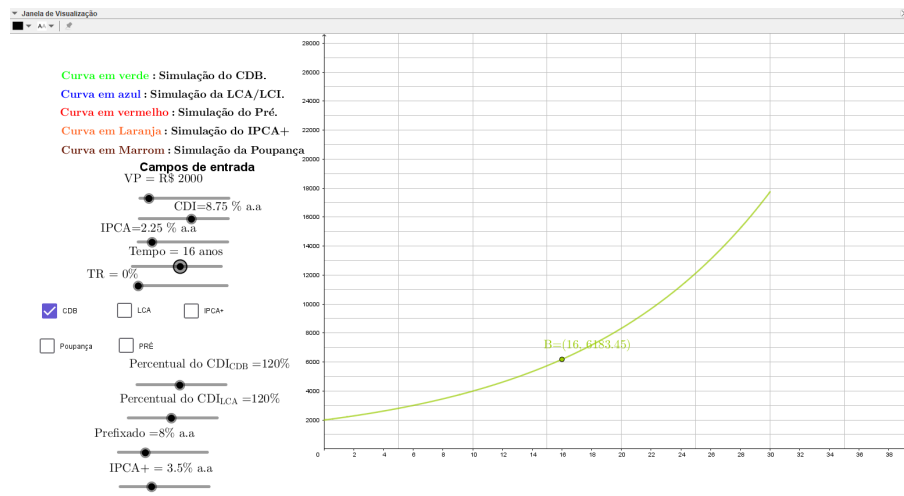
**Tempo** É o tempo da aplicação em anos.

**TR** É o valor da Taxa Referencial (poupança apenas)

**Caixa CDB** Ao marcar nessa caixa, será apresentado a curva de CDB para os parâmetros selecionados.

**Caixa LCA** Ao marcar nessa caixa, será apresentado a curva de LCA para os parâmetros selecionados. Como o LCI apresenta, algebricamente, as mesmas condições do LCA, essa curva funcionará para as duas aplicações.

Figura 3.8: Calculadora GeoGebra



Link: <https://www.geogebra.org/calculator/radwpqgt>

**Caixa IPCA+** Ao marcar nessa caixa, será apresentado a curva de títulos do Tesouro Direto IPCA+ para os parâmetros selecionados.

**Caixa Poupança** Ao marcar nessa caixa, será apresentado a curva de poupança para os parâmetros selecionados.

**Caixa Pré** Ao marcar nessa caixa, será apresentado a curva de títulos do Tesouro Direto Prefixado para os parâmetros selecionados.

**Percentual CDI CDB** É o percentual do CDI que a aplicação do CDB irá retornar. Se um CDB tem como rentabilidade 120% do CDI, deverá ser inserido a informação 120%.

**Percentual CDI LCA** É o percentual do CDI que a aplicação do LCA irá retornar. Se um LCA tem como rentabilidade 120% do CDI, deverá ser inserido a informação 120%.

**Prefixado** É a taxa prefixada do Tesouro Direto. Se um título paga 4% ao ano, deverá ser informado 4%.

**IPCA +** É a taxa fixa do Tesouro Direto IPCA +. Se um título paga IPCA +7%, deverá ser informado 7%.

### 3.7 Atividades Propostas

As atividades a seguir podem ser feitas com o auxílio do programa GeoGebra, disponibilizado nesta dissertação. As atividades envolvem também discussões teóricas, sendo que os temas abordados abaixo não esgotam todo o conteúdo.

**Atividade 1** Fernanda quer aplicar R\$ 10.000,00 por 15 anos e se deparou com dois investimentos. Um CDB que paga 120%CDI e um LCA que paga 100% CDI. Considerando uma inflação de 2% a.a, utilize o GeoGebra para estudar as seguintes situações:

A) CDI = 2% a.a

B) CDI = 5,75% a.a

**Atividade 2** Miguel tem R\$ 2.000,00 e resolveu fazer investimento em Tesouro Direto. Ele observou que há um título pré-fixado pagando 8% a.a em um vencimento de 15 anos, e um IPCA + 3,5% a.a com vencimento de 15 anos. Qual retornará o maior valor se:

A) IPCA = 2,5%

B) IPCA = 4,5%

C) IPCA = 6,5%

Sugestão de discussão: Qual é o perigo de títulos pré-fixados com vencimentos longos?

Sugestão de resposta do autor: O principal perigo é o investidor aplicar em um pré-fixado de longo prazo cuja rentabilidade perca para a inflação. Utilize a ferramenta veja o que ocorre caso o percentual a receber do pré-fixado seja menor que o IPCA.

**Atividade 3** Mônica comprou um título do Tesouro Direto IPCA + com vencimento em 5 anos. Um ano depois, ela verificou que sua aplicação estava negativa. Por quê isso ocorreu?

Sugestão de resposta do autor: O motivo dessa desvalorização é a marcação a mercado que ocorre nos títulos do Tesouro Direto. Vale ressaltar que, na data de vencimento, Mônica irá receber a rentabilidade contratada.

**Atividade 4** Fernando se depara com duas opções idênticas de investimento: um Título IPCA + 5%, e uma debênture IPCA + 5%. Qual opção é a mais adequada?

Sugestão de resposta do autor: Como os rendimentos são iguais, Fernando deve optar pela que lhe gera menos risco, no caso, o Tesouro Direto, pois título do Tesouro, por ser um Título do Governo, possui o menor risco do mercado.

**Atividade 5** O gerente de um banco sugeriu, para a Dona Maria, um CDB que paga 90% do CDI. Dona Maria ligou para sua neta Paula, aluna do terceiro ano, que estuda investimentos. Sabendo que Paula entende muito de renda fixa, o que Paula pode ter falado para sua avó?

Sugestão de resposta do autor: Nesse caso, Paula recomendou outra aplicação, pois o Tesouro SELIC, que possui a mesma faixa de imposto de renda que o CDB, paga 100% da SELIC, ou seja, mais que o CDB oferecido pelo banco.

**Atividade 6** João quer investir, por ano, R\$1.000,00. Ele estima aplicar essa quantia durante 15 anos, num cenário de CDI de 6% a.a com inflação a 2% a.a. (A) Quanto João vai ter no final dos 15 anos ? (B) O que é esperado que aconteça com o dinheiro de João caso ele não faça qualquer investimento

### 3.8 Resolução das Atividades Propostas

**Atividade 1 A)**

Em relação à atividade 1A (figura 3.9), pode-se observar que a aplicação LCA não possui ganho real, ou seja, é uma reta constante, uma vez que ela rende exatamente igual a inflação. Como o CDB rende 120% do CDI, ele possui um rendimento um pouco superior ao LCA.

B)

Em relação à atividade 1B (figura 3.10), pode-se observar que as aplicações possuíram um rendimento significativamente mais elevado em relação a atividade A, uma vez que o CDI passou a ser maior que a inflação.

**Atividade 2 A)**

Em relação à atividade 2A (figura 3.11), O título pré fixado ira gerar uma rentabilidade maior.

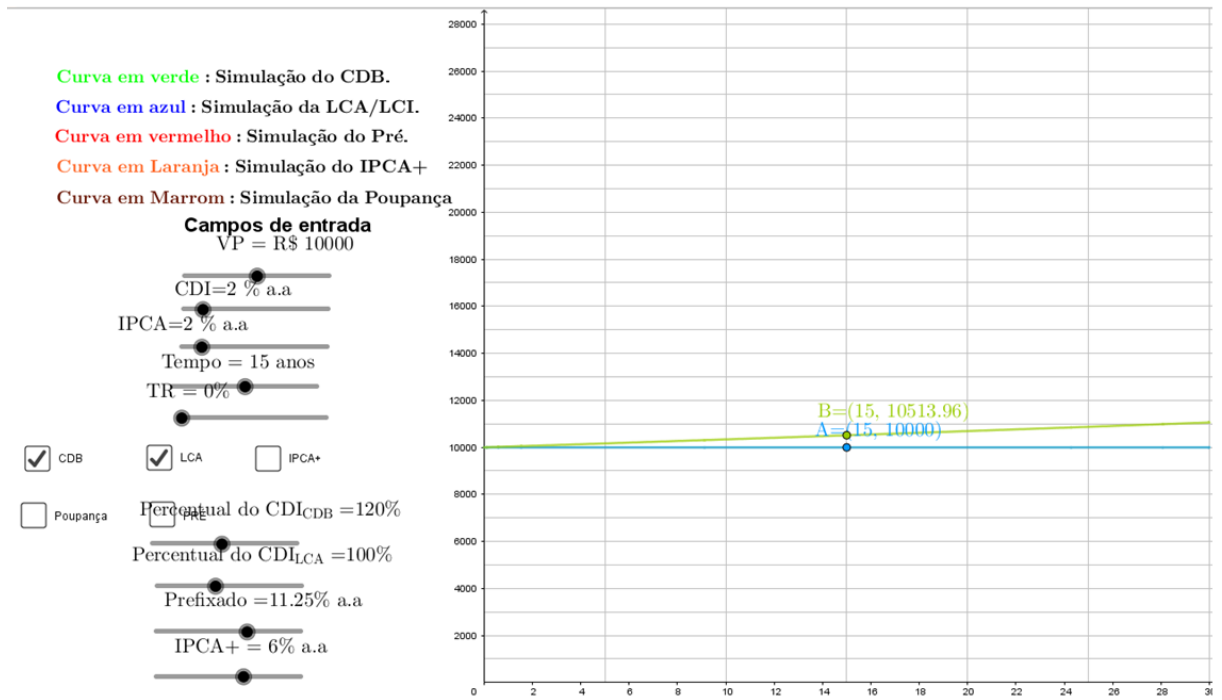
B)

Em relação à atividade 2B (figura 3.12), a rentabilidade dos dois é idêntica.

C)

Em relação à atividade 2C (figura 3.13), a rentabilidade do IPCA é maior.

Figura 3.9: Atividade 1A



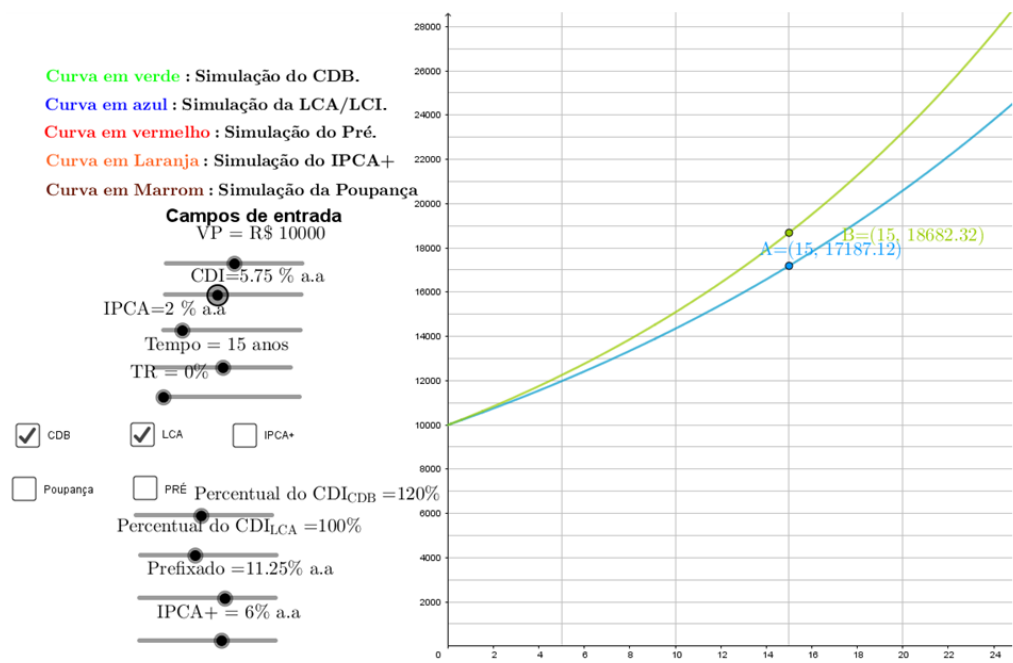
Fonte: o autor

**Atividade 6 A)**

B) Se não investir, João teria  $1000 \cdot 15 = 15$  mil reais. Porém, com uma inflação de 2% a.a, João teria seu dinheiro desvalorizado, conforme abaixo

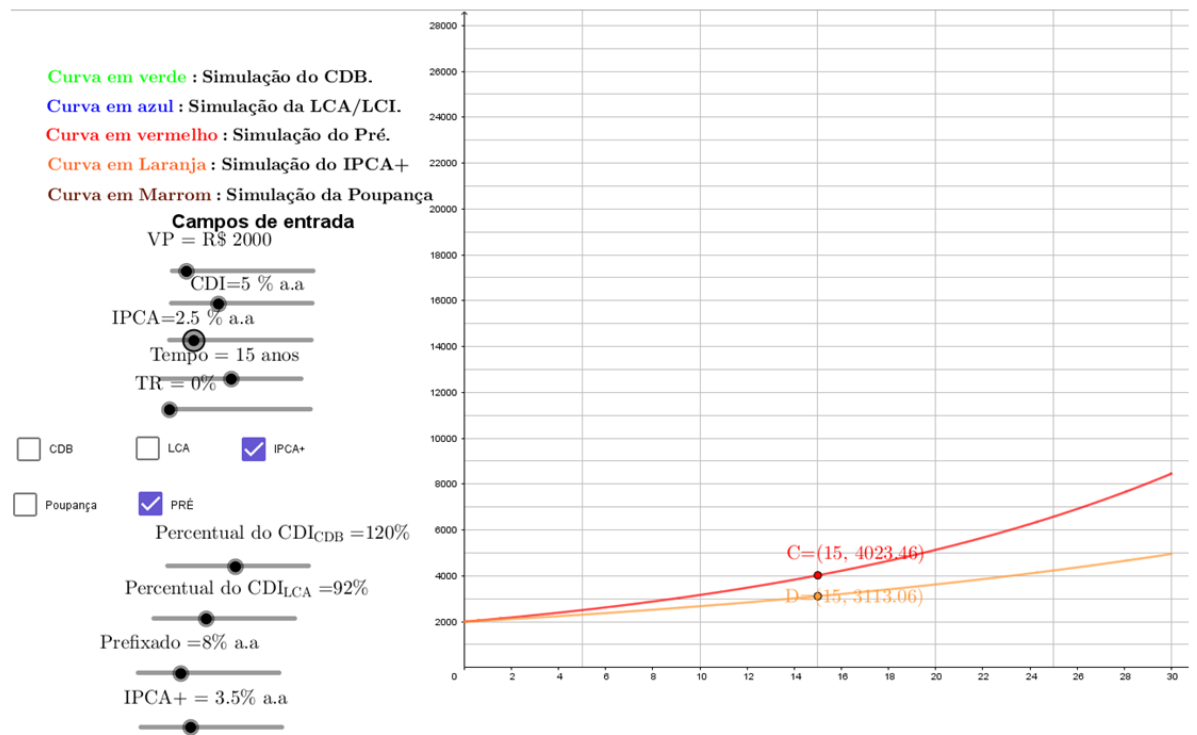


Figura 3.10: Atividade 1B



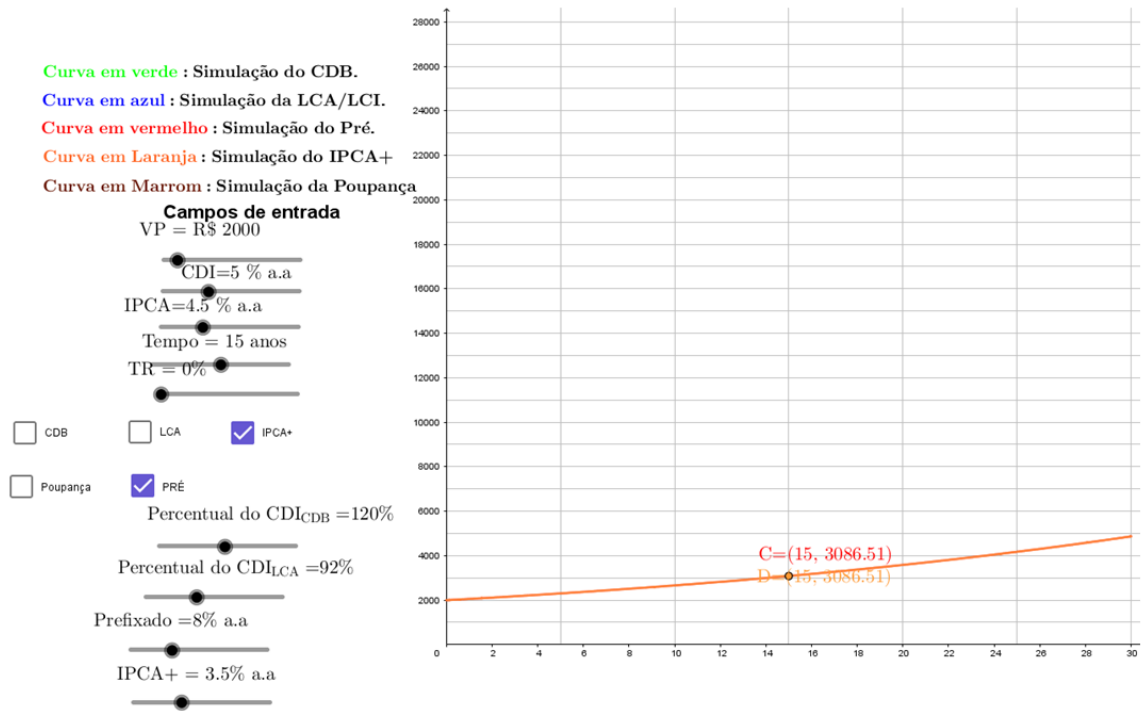
Fonte: o autor

Figura 3.11: Atividade 2A



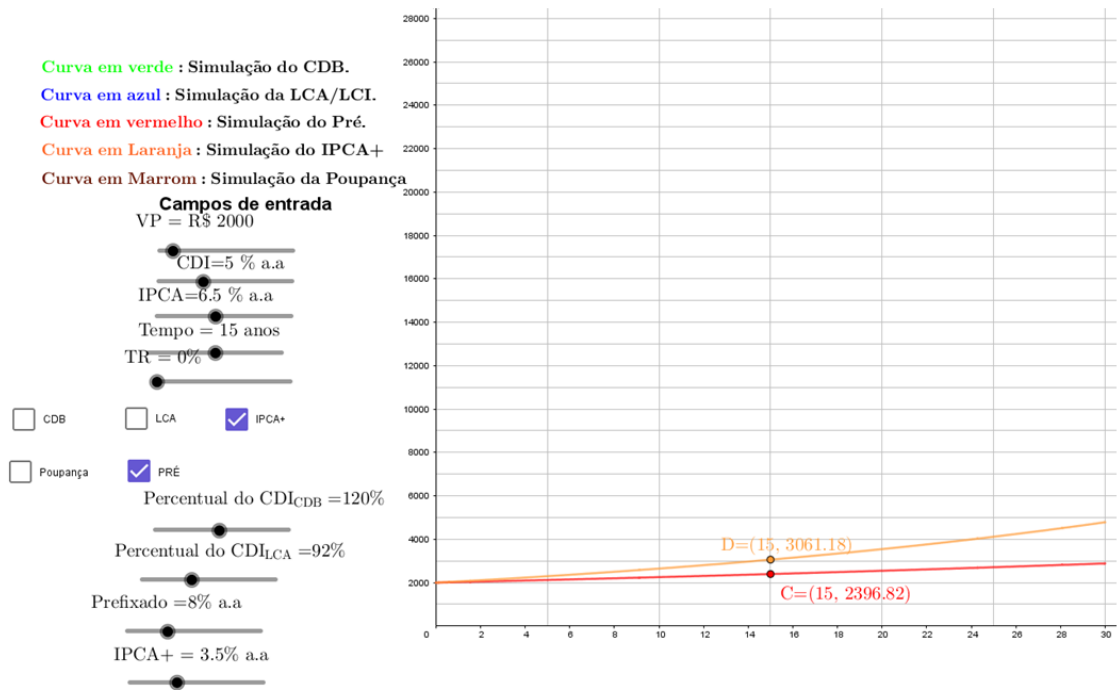
Fonte: o autor

Figura 3.12: Atividade 2B



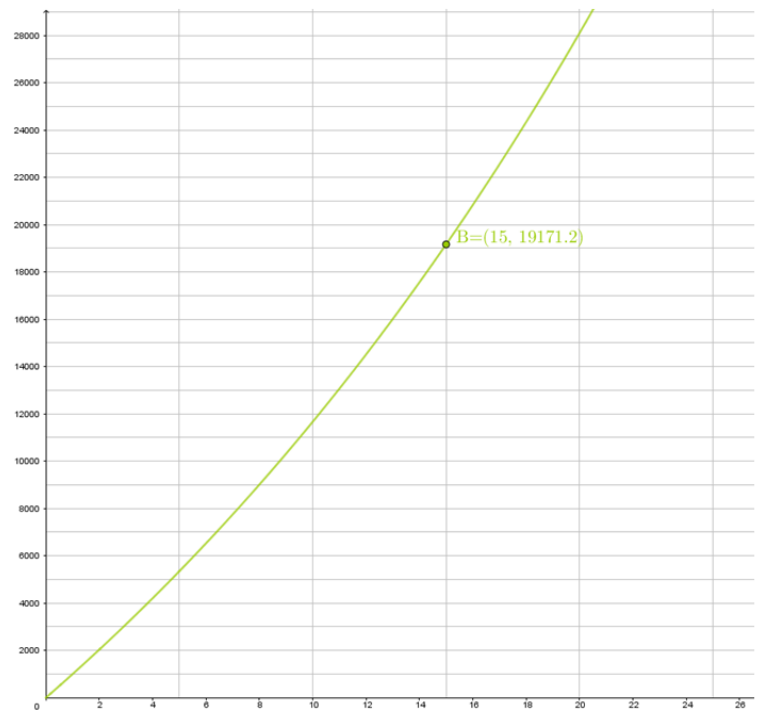
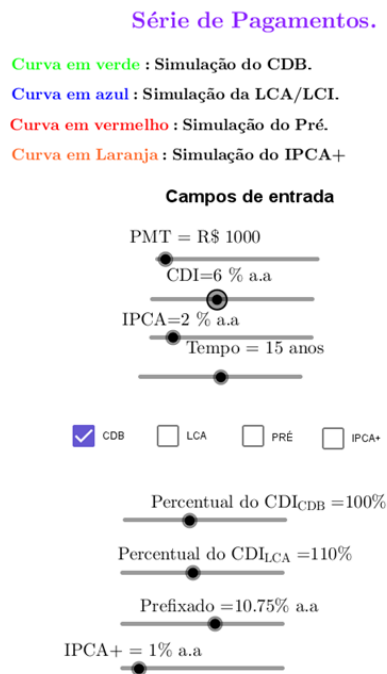
Fonte: o autor

Figura 3.13: Atividade 2C



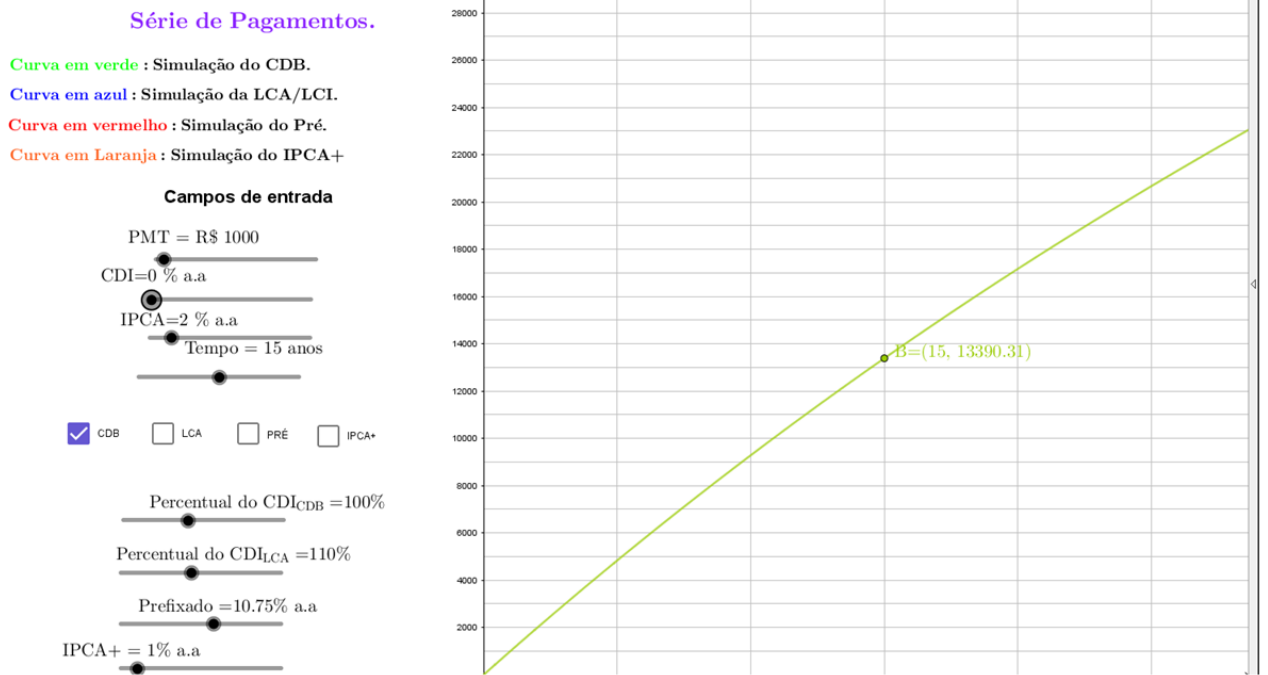
Fonte: o autor

Figura 3.14: Atividade 6A



Fonte: o autor

Figura 3.15: Atividade 6B



Fonte: o autor

# Capítulo 4

## INSS

O INSS é uma contribuição obrigatória que o trabalhador faz, conforme citado no site da instituição:

O Instituto Nacional do Seguro Social – INSS foi criado em 27 de junho de 1990, por meio do Decreto nº 99.350, a partir da fusão do Instituto de Administração Financeira da Previdência e Assistência Social – IAPAS com o Instituto Nacional de Previdência Social – INPS, como autarquia vinculada ao então Ministério da Previdência e Assistência Social – MPAS.

Ao INSS compete operacionalizar:

I - o reconhecimento do direito, a manutenção e o pagamento de benefícios e os serviços previdenciários do Regime Geral de Previdência Social – RGPS, inclusive do seguro-desemprego ao pescador profissional artesanal, conforme disposto no Decreto nº 8.424, de 31 de março de 2015;

II - o reconhecimento do direito, a manutenção, o pagamento de benefícios assistenciais (Lei nº 8.742, de 7 de dezembro de 1993) e dos Encargos Previdenciários da União previstos na legislação; e

III - o reconhecimento do direito e a manutenção das aposentadorias e das pensões do Regime Próprio de Previdência Social da União – RPPU, no âmbito das autarquias e das fundações públicas, nos termos do disposto no Decreto nº 10.620, de 5 de fevereiro de 2021.

No artigo 201 da Constituição Federal Brasileira observa-se a organização do RGPS, que tem caráter contributivo e de filiação obrigatória, e onde se enquadra toda a atuação do INSS, respeitadas as políticas e estratégias governamentais oriundas dos órgãos hierarquicamente superiores, como os ministérios. A entidade é vinculada atualmente ao Ministério da Previdência Social.

O INSS caracteriza-se, portanto, como uma organização pública prestadora de serviços previdenciários para a sociedade brasileira. [16]

## 4.1 Contribuição

A tabela de contribuição mensal poderá ser utilizada para consulta sobre as faixas de salários e respectivas alíquotas para o cálculo das contribuições a serem pagas ao INSS.

No site do INSS (Figura 4.1) pode-se observar inúmeras tabelas de contribuição para o INSS. Vamos selecionar uma tabela para fazer nossos estudos

Figura 4.1: Contribuição INSS

1. Para Empregado, Empregado Doméstico e Trabalhador Avulso:

Salário de Contribuição (R\$)	Alíquota progressiva para fins de recolhimento ao INSS
Até R\$ 1.302,00	7,5%
De R\$ 1.302,01 a R\$ 2.571,29	9%
De R\$ 2.571,30 até R\$ 3.856,94	12%
De R\$ 3.856,95 até R\$ 7.507,49	14%

Fonte: <https://www.gov.br/inss/pt-br/direitos-e-deveres/inscricao-e-contribuicao/tabela-de-contribuicao-mensal>

Pela tabela acima, um trabalhador que ganha R\$ 1.302,00 contribui, mensalmente, com R\$ 97,65 que por ano da R\$ 1.171,80.

## 4.2 Piso e Reajuste do INSS

O valor do piso do INSS que um aposentado irá receber é um salário mínimo. O piso previdenciário, valor mínimo dos benefícios do INSS (aposentadoria, auxílio-doença, pensão por morte), é igual ao salário mínimo, que em 2024 é de R\$ 1.412,00.

Já o reajuste segue o INPC - Índice Nacional de Preços ao Consumidor - que em 2023 foi de 5,93% a.a [17].

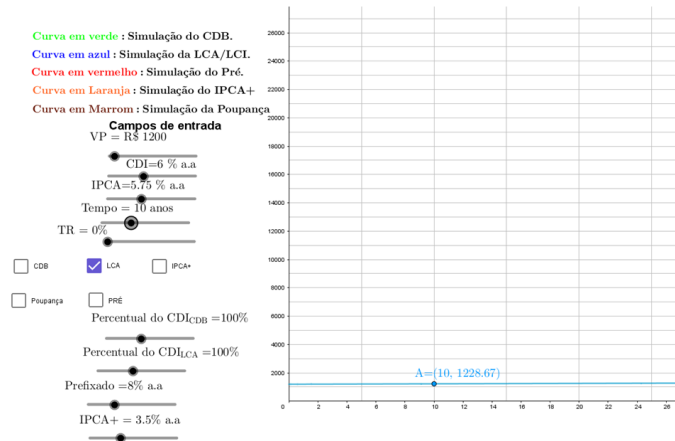
## 4.3 Comparação Renda Fixa Vs INSS

Na aplicação INSS, a taxa de juros (ou seja, o CDI) é o INCC. Quem recebe até R\$2.112,00 é isento de Imposto de Renda [18], logo a aplicação se assemelha a um LCA.



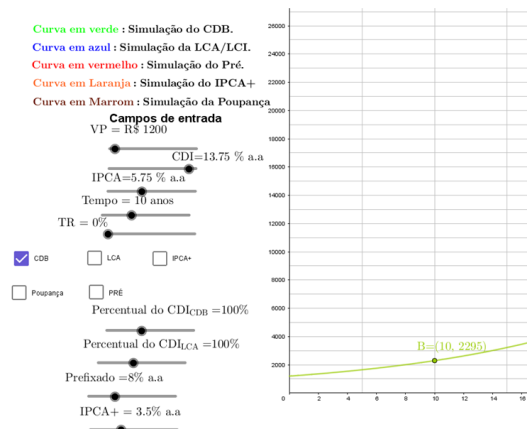
Vamos considerar então, um LCA que rende 6,00% a.a, com um aporte de R\$1.200,00 e uma inflação de 2022 em 5,75% a.a [27], por 10 anos (figura 4.2) e vamos comparar com um CDB que pague 100% do CDI de 2023 , que é 13,75% a.a (figura 4.3) [13].

Figura 4.2: INSS uma aplicação



Fonte: O autor

Figura 4.3: CDB uma aplicação

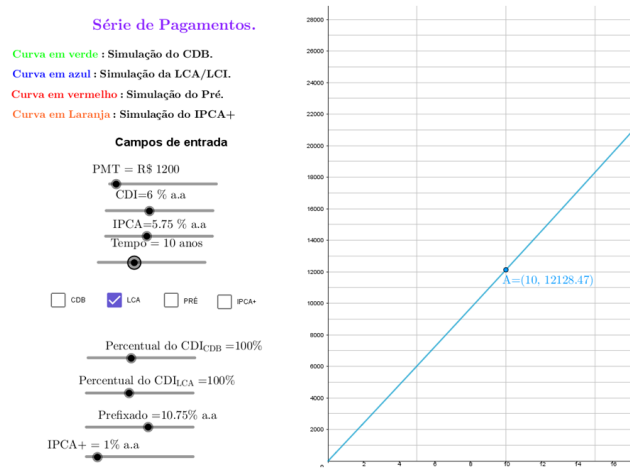


Fonte: O autor

É possível observar que, se o trabalhador, ao invés de “aplicar” seu dinheiro no INSS e aplicar no CDB, ele teria rendimento de R\$ 1.066,33 maior.

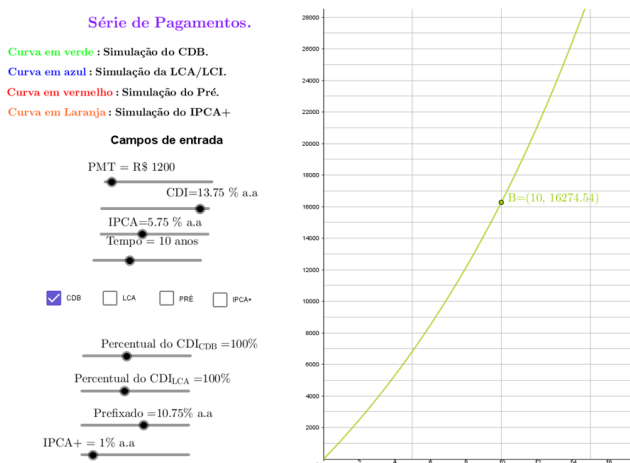
Agora, vamos simular o mesmo exemplo, porem aportes anuais de R\$ 1.200,00 para o INSS (figura 4.4) e para o CDB (figura 4.5).

Figura 4.4: INSS aplicações anuais



Fonte: O autor

Figura 4.5: CDB aplicações anuais



Fonte: O autor

Nesta simulação, a diferença que o trabalhador teria, comparando as duas aplicações, seria de R\$ 4.146,07.

## 4.4 Por que o CDB Deve Render Mais que o INSS?

De acordo com a lei, o INSS é reajustado pelo INPC [17], que é um índice de inflação. Os CDB's são atrelados ao CDI, que é atrelada a SELIC. Como a SELIC deve ser maior que a inflação para que essa não saia de controle, os CDB's serão atrelados a

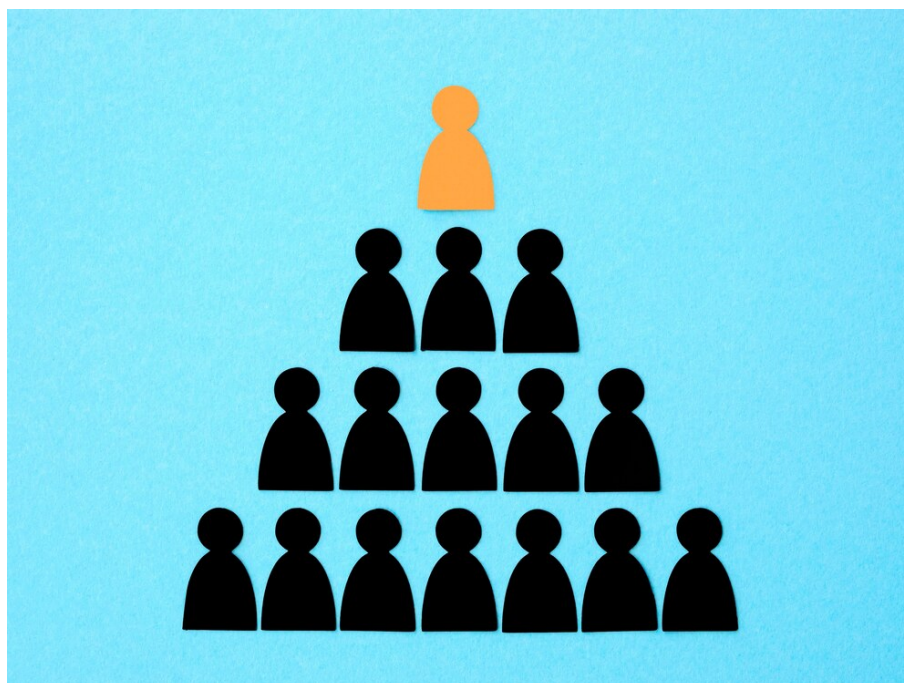
uma taxa de juros maior que o INSS.

## Capítulo 5

# Pirâmide Financeira

“Pirâmide financeira, ou esquema Ponzi, é um prática ilícita e não sustentável que garante a remuneração financeira dos membros de um negócio pela entrada de novos integrantes na base da pirâmide. Por definição, em algum momento esse modelo deixa de ser sustentável, resultando na queda da pirâmide e no prejuízo dos seus membros.” [39]. A figura 5.1 ilustra um esquema de pirâmide, em que as pessoas de baixo sustentam a pessoa de cima.

Figura 5.1: Ilustração de pirâmide



Fonte: Conexão Financeira

Infelizmente, no Brasil, os casos de pirâmide financeira são mais comuns e antigos do que se imagina.

## 5.1 Casos de Pirâmide Financeira no Brasil

### Telexfree

Conhecida por muitos brasileiros, a Telexfree foi uma empresa que ganhou muito espaço na mídia entre os anos de 2012 e 2014. Isso porque a companhia, que cresceu e atingiu milhares de vítimas, chegou a patrocinar times de futebol no Brasil.

Basicamente, a companhia se escondia por trás do marketing multinível e da prestação de serviço de telefonia via internet para crescer com seu esquema piramidal. Nesse sentido, os membros do modelo pagavam uma taxa de adesão para se tornar divulgador e vendedor de contas.

Para ganhar, o indivíduo deveria atrair o maior número possível de novos usuários, os quais também eram estimulados a recrutar novos entrantes. Com o ingresso das vítimas, os níveis superiores ganhavam cada vez mais.

Em determinado momento, em meados dos anos 2014, a companhia foi deixando de ser capaz de manter o esquema. Já em 2019, a Justiça do Espírito Santo declarou falência da empresa, a qual deixou uma dívida aos credores de mais de 2 bilhões de reais.[39]

### O caso Gustavo Scarpa

Em 2023, jogadores do time profissional do Palmeiras (figuras 5.2 e 5.3 ) denunciaram que foram vítimas de um golpe de pirâmide financeira.

A empresa, Xland, oferecia juros de 5% a.m [28], em uma época que o juros do Brasil não passava de 13,75% a.a [12].

### Avestruz Master

“A Avestruz Master oferecia contratos de compra e venda para os investidores aplicarem o investimento na criação de avestruz. Existiam mais de 600 mil animais declarados pela Avestruz Master, mas na realidade eram 38 mil. A pirâmide acabou em 2005. Seus Sócios fugiram para o Paraguai e milhares de brasileiros ficaram no prejuízo.” [37]

### Fazendas Reunidas Boi Gordo

“Quem aplicava na Boi Gordo acreditava estar investindo em criação de Gado no interior de Goiás — mas, na verdade, se tratava de uma pirâmide. Foi um esquema famoso

Figura 5.2: Golpe Jogadores Palmeiras

## Scarpa e Mayke, do Palmeiras, relatam golpe milionário e processam empresa de Willian

Jogadores investiram valores em criptomoedas, mas dizem não terem recebido; corretora do atacante do Fluminense está envolvida, além da Xland Holding Ltda, também citada no BO

Por Renato Cury — São Paulo  
10/03/2023 09h47 · Atualizado há 3 meses



Fonte: <https://ge.globo.com/futebol/times/palmeiras/noticia/2023/03/10/scarpa-e-mayke-do-palmeiras-relatam-golpe-milionario-e-processam-empresa-de-willian.ghhtml>

Figura 5.3: Golpe Jogadores Palmeiras 2

## Mensagens mostram tentativas de Scarpa de resgatar dinheiro: "Você roubou minha família"

Meia e lateral Mayke processam a empresa de Willian Bigode e a Xland Holding por suposto golpe no investimento em criptomoedas. Conversas indicam que Weverton também foi lesado

Por Bruno Diniz, Evandro Siqueira e Renato Cury — São Paulo  
12/03/2023 22h36 · Atualizado há 3 meses



Fonte: <https://ge.globo.com/futebol/times/palmeiras/noticia/2023/03/12/mensagens-mostram-tentativas-de-scarpa-de-resgatar-dinheiro-voce-roubou-minha-familia.ghhtml>

nos anos de 1980 e 1990. Mais de 30mil pessoas perderam quase R\$ 4 bilhões à época.” [37]

Essa pirâmide ficou muito famosa nos anos 90 devido a novela “Rei do Gado”. Durante os intervalos havia uma propaganda em que o protagonista da novela falava sobre o investimento em gados [43]. O vídeo pode ser facilmente achado na internet (Figura 5.4). O autor deste trabalho deixa claro que o ator em questão não estava envolvido com

o esquema.

Figura 5.4: Boi Gordo. O autor deste trabalho deixa claro que o ator em questão não estava envolvido com o esquema.



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=dnV-Gu3oalw>

Na imagem, podemos observar que a rentabilidade prometida é de 3,23% a.m. sendo que a taxa básica de juros no país era de aproximadamente 25% a.a. [12].

## 5.2 Como identificar se uma aplicação é uma pirâmide

Afirmar que um determinado investimento é uma pirâmide é mais uma questão judicial do que financeira. Porém, o investidor pode fazer algumas contas e concluir se aquele investimento está compatível com a realidade.

Ao se deparar com uma promessa de rentabilidade, o investidor deve procurar saber a taxa básica de juros da economia. Uma simples busca na internet fornecerá esse resultado. Em seguida, deve-se utilizar os conhecimentos de matemática financeira do Capítulo 1 e tornar a taxa da promessa e a taxa básica de juros do país na mesma unidade de tempo. Se a taxa da promessa for acima da taxa básica de juros, há indícios de alguma coisa estranha nesse investimento.

Por exemplo, no caso dos jogadores do Palmeiras, foi prometido uma rentabilidade de 5% a.m., sendo que a taxa de juros anual era de 13,75% a.a., que é 1,079 % a.m. No caso do Boi Gordo, a promessa era de 3,23% a.m., comparada com 25% a.a., que equivale a 1,876 % a.m.

Mas, é possível um investimento gerar um retorno de 5% a.m.? Sim, porém esse retorno não será na renda fixa e sim na renda variável, ou seja, não há garantia nenhuma de rentabilidade.

# Capítulo 6

## Renda Variável

Se na Renda Fixa as regras de rentabilidade são definidas no momento da aplicação, na Renda Variável isso não ocorre. “Um ativo de renda variável não possui uma regra predefinida de rentabilidade. Por exemplo, o preço das ações de uma empresa varia diariamente, conforme as expectativas do mercado com relação à empresa, podendo subir ou cair de forma contínua, sem haver qualquer limite para esses movimentos.” [24]

### 6.1 Introdução ao Mercado de Ações

#### 6.1.1 O que é uma Ação?

“Ação é a menor parcela do capital social das companhias ou sociedades anônimas. É, portanto, um título patrimonial e, como tal, concede aos seus titulares, os acionistas, todos os direitos e deveres de um sócio, no limite das ações possuídas.” [15]

Ação nada mais é do que a menor parte de uma empresa. Vamos supor que Pedro e Maria decidam abrir uma padaria. A padaria pertence aos dois, logo cada um tem 50% da empresa, ou seja, cada um tem uma ação do total de duas.

Com o tempo, a padaria de Pedro e Maria, chamada de “Pão Gostoso”, começa a ficar famosa no bairro. Miguel e Paula, dois clientes fiéis, decidem entrar na sociedade, e agora, cada um tem 25% da empresa. A “Pão Gostoso” começa a fazer sucesso não só no bairro, mas em toda a cidade, fazendo com que os sócios abrissem outras lojas em outros bairros. Porém, chegou um ponto em que, para expandir o negócio por mais bairros e cidades, o capital para tal expansão ficou escasso. Para seguir o processo de expansão, os sócios poderiam pegar um empréstimo no BNDES ou em algum banco, ou poderiam abrir o capital da empresa, fazendo assim o chamado IPO (Initial Public Offering), ou oferta pública inicial. Ao abrir o capital, os sócios, que no nosso exemplo, tinham cada um 25% da empresa, passam a ter esse valor diluído entre outras pessoas que queiram



participar dessa oferta. As figuras 6.1 e 6.2 mostram algumas IPO's ocorridas.

Figura 6.1: IPO Smart Fit



Fonte: Infomoney

Figura 6.2: IPO Petz

*Empresas*

**IPO da Petz atraiu quase 40 mil pessoas físicas e movimentou R\$ 3,03 bilhões**

Fonte: MoneyTime

Embora a ação seja a menor parte de uma empresa, há três tipos de ações negociadas no mercado de ações brasileiro:

Ações ordinárias (ON): “são as ações representadas pelo dígito 3 no final do código, elas são caracterizadas por garantir direito de voto ao acionista.

Porém, para o pequeno investidor, esse direito é bastante limitado, já que seu voto pode ser bastante insignificante perto dos grandes investidores.

Se o acionista tiver um lote de 100 ações, por exemplo, seu voto será irrelevante quando comparado aos demais sócios.” [38]

**Exemplo:** Taae3

Ações preferenciais (PN): “Esse tipo de ação não dá direito de voto ao acionista, contudo, são ‘preferenciais’ no recebimento de dividendos.” [38]

**Exemplo:** Taae4

Ações units: ”são ativos compostos por mais de uma classe de valores mobiliários como, por exemplo, um conjunto de ações ordinárias e preferenciais.

Em outras palavras, uma Unit, ou certificado de depósito de ações, não é uma ação, mas sim um ‘pacote’ de classes de ativos, que pode ser formado por ações ordinárias, preferenciais e bônus de subscrição.” [38]

**Exemplo:** Taae11

Os três tipos de ações não são obrigatórios. Há empresas que possuem apenas um tipo (ordinária). Há empresas que possuem apenas a ordinária e a preferencial, e há empresas que possuem os três tipos.

Para saber o código de uma ação na B3, por exemplo, Banco do Brasil, uma simples busca no Google com “ticker Banco do Brasil” irá retornar o código BBAS3.

## 6.1.2 Bolsa de Valores

Bolsa de valores é o local onde ocorrem as transações financeiras. No Brasil, a Bolsa Brasil Balcão (B3), fica localizada na Cidade de São Paulo. “A B3 é uma das principais empresas de infraestrutura de mercado financeiro no mundo, com atuação em ambiente de bolsa e de balcão.” [1] “As atividades incluem criação e administração de sistemas de negociação, compensação, liquidação, depósito e registro para todas as principais classes de ativos, desde ações e títulos de renda fixa corporativa até derivativos de moedas, operações estruturadas e taxas de juro e de commodities. A B3 também opera como contraparte central garantidora para a maior parte das operações realizadas em seus mercados e oferta serviços de central depositária e de central de registro. Por meio da sua infraestrutura para financiamento, veículos e imóveis, a Companhia oferece produtos e serviços que suportam o processo de análise e aprovação de crédito em todo o território nacional, tornando o processo de financiamento mais ágil e seguro.” [1]

### 6.1.3 IBOVESPA

Diariamente, em qualquer veículo de informação, no final do dia, geralmente é divulgado a notícia de que a “bolsa caiu” (figura 6.3) ou a “bolsa subiu” (figura 6.4) .

Figura 6.3: Bolsa cai



Fonte: Globo.com

Figura 6.4: Bolsa sobe



Fonte: Globo.com

O que mede se a bolsa caiu ou se a bolsa subiu é o índice IBOVESPA (Índice da Bolsa de Valores de São Paulo), que é o principal índice do mercado de ações. Esse índice é composto de uma cesta de ações. “O Ibovespa é o índice de ações mais importante do Brasil, resultado de uma carteira teórica de ações e units negociadas na B3, cuja

quantidade pode variar de acordo com as regras de composição. O Ibovespa tem como critério o retorno total (total return) das ações, refletindo assim as variações dos ativos ao longo de sua vigência e a distribuição de proventos das empresas que as compõem. Por ser um indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado de ações brasileiro, o Ibovespa tornou-se a referência para rentabilidade de fundos de ações e para o desempenho da Bolsa.” [2]

O índice é uma cesta com as ações listadas na bolsa, que precisam atender aos critérios de maior volume de negociação e de ser uma empresa de grande porte. Ou seja, o IBOVESPA é uma média ponderada do resultado de uma cestas de ações.

#### 6.1.4 Negociação de ações

As ações são negociadas em todo dia útil, conforme calendário da B3. Durante o pregão, termo utilizado para o período de negociação, o preço dos ativos oscila, conforme a lei de oferta e demanda. Se há uma força compradora em um determinado papel, o seu preço tende a subir. Se há uma força vendedora, o preço irá cair. As negociações ocorrem através do Home Broker das corretoras, que é uma plataforma. Cada corretora possui sua plataforma, sendo seus tutoriais disponíveis nas diversas plataformas e redes sociais.

Quando um investidor quer comprar uma ação, ele emite uma ordem de compra. Quando quer vender, emite uma ordem de venda. As ações são vendidas em lotes de 100 unidades, porém, podem ser negociadas no lote fracionado.

Suponha que Maria queria comprar um lote da empresa ENBR3. Ao efetuar a compra de um lote, ela irá comprar 100 unidades dessa ação. Porém ela deseja comprar mais 30 unidades. Para essa operação, ela irá comprar no mercado fracionário. A diferença é apenas a letra “F” no final do código, ou seja ENBR3F.

## 6.2 Análise fundamentalista

A análise fundamentalista é o nome de um conjunto de ferramentas de análise contábil de uma empresa, cujo objetivo é determinar o preço justo da ação. “Dentre as diversas escolas de investimentos, a análise fundamentalista se caracteriza por ser uma das mais coerentes e sustentáveis no longo prazo.” [36]. “O conceito de análise fundamentalista pode ser definido como aquele que leva em consideração a situação financeira, econômica e setorial de uma empresa com a finalidade de determinar o preço justo de suas ações e quais são as perspectivas para o para seu futuro.”[36]

A análise fundamentalista engloba desde dados microeconômicos da empresa, como dados macroeconômicos do setor e da economia. “Para tomar decisões a respeito da compra e venda de ativos, a análise fundamentalista oferece um conjunto de instrumentos

que determinam o cenário microeconômico e cenário macroeconômico em que a empresa está inserida.” [36] Ou seja, a análise fundamentalista pretende identificar o que é uma boa empresa, inserida num setor bom ou ruim. Dito isto, responde a pergunta “que ação é boa de comprar”.

### 6.2.1 Indicadores

Os indicadores que serão apresentados a seguir são extraídos das demonstrações contábeis de uma empresa. O investidor precisa saber identificar e interpretar os principais, porém os cálculos não são necessários de serem feitos, pois há diversos sites na internet que fornecem essas informações, como “fundamentus”, “fundamentei” e “status invest”.

#### Índice Preço/Lucro - P/L

“O Preço/Lucro, ou somente P/L, é o indicador mais comumente usado para avaliar o quão atrativo está o preço de uma ação no mercado se comparado ao preço de ações de outras empresas do mesmo setor.” [20]

$$P/L = \frac{\text{Preço da Ação}}{\text{Lucro por Ação (LPA)}}$$

“Em geral, se o resultado do cálculo que resulta no P/L é baixo, a ação está com preço atrativo no mercado, ou seja ela está barata. Nesse caso há um potencial de compra.” [20]

Deve-se interpretar o valor do indicador como a quantidade de anos necessários para que o investimento na ação seja recuperado. Desta forma, quanto menor o P/L, melhor.

#### Índice Preço/Valor Patrimonial - P/VPA

“O P/VPA é o indicador que nos mostra quanto o investidor está disposto a pagar pelo ativo. Quanto mais elevado o indicador, mais cara a ação.” [20]

$$P/VPA = \frac{\text{Preço da Ação}}{\text{Valor Patrimonial da Ação (VPA)}}$$

#### Ebitda (LAJIDA)

“O Ebitda, sigla em inglês para *Earning Before Interest, Taxes, Depreciation and Amortization* é o índice que ajuda a analisar o desempenho operacional da empresa mensurando sua produtividade e eficiência dentro do setor de atuação.” [20]

Em português, a tradução do termo Ebitda é LAJIDA (Lucro Antes do Juros, Impostos, Depreciação e Amortização). Há empresas que apresentam de uma forma, há empresas que apresentam de outra forma.

A fórmula para calcular o Ebitda/LAJIDA é a seguinte:

$$\begin{aligned} \text{EBITDA} &= \text{Lucro Operacional Líquido antes dos Impostos} \\ &+ \text{Depreciação} + \text{Amortização} + \text{Juros.} \end{aligned}$$

### Dividend Yield

“O Dividend Yield (DY) é outro importante indicador da análise fundamentalista, sobretudo para investidores que buscam aplicações com foco em dividendos. Ele mostra ao analista o retorno em proventos que determinado gerou nos últimos 12 meses com base em cotações atuais.” [20]

Sua formula é

$$\text{Dividend Yield (DY)} = \frac{\text{Dividendos pagos nos últimos 12 meses}}{\text{Preço da ação}}.$$

Quanto maior o DY, melhor.

### ROE (Return On Equity)

“O ROE, como é normalmente chamado, é um indicador que mede o desempenho de uma empresa e mostra se ela está gerando benefícios aos seus acionistas. Além disso, o ROE mede a capacidade de uma empresa em agregar valor a ela mesma usando recursos próprios, gerando crescimento apenas com os recursos já disponíveis. Sendo assim, esse é um indicador que mede a eficiência da gestão. Para calcular o ROE basta dividir o lucro líquido pelo patrimônio líquido do período contábil anterior. Ambos valores estão declarados no balanço patrimonial.” [20]

### Margem Líquida

“A Margem Líquida é razão entre o Lucro Líquido e a Receita Líquida de uma companhia após a dedução de impostos e tributos. Podendo representar um resultado trimestral ou anual, a Margem Líquida representa o resultado líquido das vendas de um negócio. Portanto, está diretamente ligado com o nível de rentabilidade que uma companhia consegue com suas operações. Para os investidores, a Margem Líquida demonstra se uma empresa possui bons retornos a partir custos de produção do seu produto/serviço.” [20]

## Divida Líquida

“A dívida líquida está ligada às obrigações financeiras que as empresas adquirem, sejam elas para expandir as atividades empresariais ou para alavancar o capital de giro da empresa. Dado que, a dívida líquida pode revelar o grau de endividamento das empresas e o quanto ela possui em relação a patrimônio, para realizar a quitação de dívidas como, contas a pagar aos fornecedores, empréstimos e dívidas com investidores. Assim, o conceito de dívida líquida é considerado mediante o volume de empréstimos que são retirados do caixa e equivalentes de caixa. Ou seja, a dívida líquida refere-se à quantidade de capital que a instituição precisa para encerrar seu endividamento.” [20]

## 6.3 Análise técnica

A análise técnica é a ferramenta que analisa os gráficos dos preços das ações. “Essa metodologia é normalmente usada por quem tem objetivo de curto prazo e possui características bem distintas das características dos investidores adeptos da análise fundamentalista.” [36]. A análise técnica responde a pergunta “quando comprar uma ação”. Este tipo de análise não será abordada nesta dissertação.

## 6.4 Como buscar boas ações utilizando análise fundamentalista ?

Indicadores sozinhos possuem uma análise muito superficial de um ativo. “Um indicador financeiro, por si só, não nos diz muito sobre uma empresa, pois ele varia muito entre os setores” [25]. O melhor a se fazer é combinar os indicadores criando assim uma análise mais refinada. Importante ressaltar que indicadores indicam algo que ocorreu no passado, não garantindo que o resultado será repetido no futuro.

Como são inúmeros indicadores fundamentalistas e cada analista utiliza um critério diferente, serão adotados os indicadores e critérios abaixo com fins didáticos, sem caracterizar uma recomendação de avaliação: - Dividend Yield < 6 - Índice Preço/Lucro < 10 - Margem Líquida > 10% - ROE > 15% - DL/Ebitda < 3

Para compilar esses critérios e achar as ações que os refletem, pode-se utilizar a ferramenta grátis Status Invest (figura 6.5).

Após efetuar login, que é grátis e pode ser utilizado a conta Google, basta ir em ações e escolher a opção “Busca Avançada” (figura 6.6).

Em seguida, é só marcar os filtros com os critérios citados e clicar em buscar (figura 6.7).

Figura 6.5: Pagina Inicial Status Invest



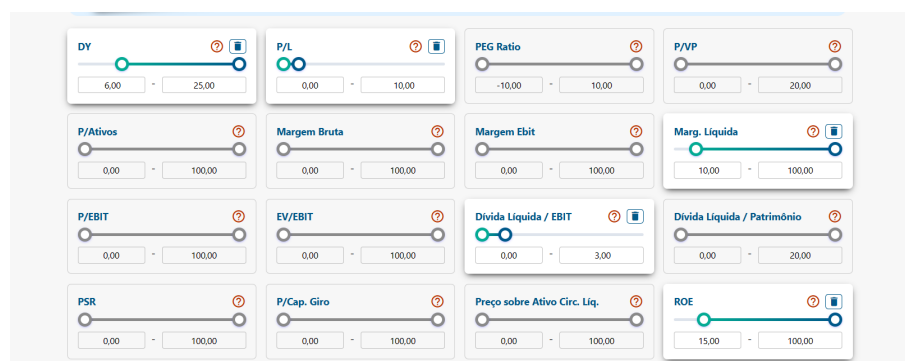
Fonte: Status Invest

Figura 6.6: Busca Avançada Status Invest



Fonte: Status Invest

Figura 6.7: Critérios selecionados



Fonte: Status Invest

Para esses critérios, 3 páginas de ativos apareceram, permitindo assim que seja efetuado um primeiro filtro de ações que o investidor pode comprar (figura 6.8).



Figura 6.8: Lista de empresas

TICKER	PREÇO	ESTIMATIVA	DY	PA	PEG RATIO	PVP	P/ATIVOS	MARGEM BRUTA	MARGEM EBIT	MARGEM LÍQUIDA	P/EBIT	EV/EBIT	DÍVIDA LÍQUIDA / EBIT	DÍVIDA LÍQUIDA / PATRIMÔNIO
LEVE3	R\$ 44,96		9,69	8,17	0,21	4,05	1,92	29,06	19,56	15,85	6,62	6,83	0,22	0,13
PETR3	R\$ 34,49		23,58	2,87	-0,90	1,21	0,45	50,63	40,34	26,89	1,91	2,78	0,93	0,59
PETR4	R\$ 31,52		25,78	2,63	-0,82	1,11	0,41	50,63	40,34	26,89	1,75	2,78	0,93	0,59
FCMO3	R\$ 4,73		6,43	6,44	0,05	1,38	0,62	19,81	9,47	11,01	7,48	10,48	1,79	0,33
RAN3	R\$ 10,62		8,29	5,32	0,14	2,05	0,69	46,90	41,51	29,87	3,82	5,27	1,44	0,77
ROM3	R\$ 12,89		7,80	5,17	1,54	1,04	0,52	32,50	17,85	14,09	4,08	5,90	1,83	0,46
SABR11	R\$ 22,30		8,26	4,91	0,23	0,74	0,38	60,18	34,84	23,19	3,27	5,44	2,17	0,49
SAPR3	R\$ 4,24		8,03	4,67	0,22	0,70	0,36	60,18	34,84	23,19	3,11	5,44	2,17	0,49
SAPR4	R\$ 4,49		8,35	4,94	0,23	0,74	0,38	60,18	34,84	23,19	3,29	5,44	2,17	0,49
SLCE3	R\$ 39,26		7,51	9,65	-0,25	1,68	0,57	29,46	22,43	10,34	4,45	6,33	1,88	0,71
TASA3	R\$ 15,00		8,64	5,27	-0,10	1,81	0,85	43,26	25,18	15,56	3,26	3,41	0,16	0,09
TASA4	R\$ 14,82		8,69	5,24	-0,10	1,80	0,85	43,26	25,18	15,56	3,24	3,41	0,16	0,09
UNIF3	R\$ 71,77		8,75	9,52	-0,14	2,86	1,27	38,90	24,82	12,50	4,79	4,97	-0,02	-0,01
VALE3	R\$ 61,22		6,61	4,87	-0,11	1,48	0,63	39,09	30,44	27,58	4,41	5,09	0,68	0,23
WZC3	R\$ 5,91		7,48	9,06	-0,55	2,29	0,40	58,20	36,98	10,49	2,57	2,69	0,12	0,10

Fonte: Status Invest

## 6.5 Cotação de uma Empresa

De uma maneira simples, a cotação de uma empresa pode ser encontrada no Google. Basta digitar o código do ativo (exemplo, PETR4) que a cotação irá aparecer (Figura 6.9).

Essa busca nos fornece a cotação de uma ação em vários períodos, como uma semana, um ano etc. Essa ferramenta é importante para saber se a ação está próxima do seu topo histórico (valor mais alto).

## 6.6 Atividade Proposta

Utilizando a ferramenta do Status Invest e os critérios adotados na seção 6.4, faça a seleção das empresas. Em seguida, discuta em sala de aula os seguintes assuntos:

1. Qual das empresa você conhecia?
2. O que a empresa faz?
3. Seu preço atual, comparada com o preço do último ano, está mais próximo do topo histórico?
4. Seu preço atual, comparada com o preço dos últimos 5 anos, está mais próximo do topo histórico?

Figura 6.9: Cotação de uma Ação



Fonte: Google

# Capítulo 7

## Conclusão

O assunto de investimentos está muito presente em canais de YouTube ou em páginas de “influenciadores digitais”. Porém, infelizmente, esse assunto não é abordado em escolas ou mesmo nos lares dos estudantes. Como citado na introdução por Puntel [21], “o número de produções para o público da Educação de Jovens e Adultos com ênfase na temática da Educação Financeira ainda é pouco expressivo em relação ao total das publicações que envolvem sistemas críticos e reflexivos sobre as finanças na área da Educação Matemática”.

É fundamental que este assunto comece a ser abordado em nível educacional, principalmente para que os alunos tornem-se adultos com capacidade de avaliar um problema de investimento e saber tomar uma decisão.

Para tornar esse assunto mais interativo, espera-se que a ferramenta apresentada na dissertação seja um produto educacional em que o professor utilize em sala de aula, tornando assim o assunto mais interessante e de fácil entendimento.

Acredita-se que esse produto educacional ajude a despertar nos jovens o interesse no assunto e, quem sabe, torná-lo um futuro profissional do mercado financeiro.

# Apêndice

## Plano de Aula: Educação para Investimentos

**Disciplina:** Matemática

**Público Alvo:** Alunos do 2º Ano do Ensino  
Médio

**Duração:** 8 aulas (50 min. cada)

## Conteúdo Programático

**Aula 1:** Revisão de Matemática Financeira.

**Aula 2:** Revisão de Matemática Financeira.

**Aula 3:** Ensino dos conceitos financeiros.

**Aula 4:** Renda Fixa.

**Aula 5:** Renda Fixa.

**Aula 6:** INSS e Pirâmide Financeira

**Aula 7:** Renda Variável.

**Aula 8:** Renda Variável.

## Objetivos de Aprendizagem

### Objetivo Geral

- Aprender os conceitos básicos sobre investimento

### Objetivos Específicos

- Aprender a diferença entre renda fixa e renda variável
- Aprender a importância do investimento para proteção da inflação
- Identificar aplicações financeiras não condizentes com a realidade - pirâmide financeira

## Recursos

- Computador com acesso a internet (GeoGebra).
- Produto educacional - GeoGebra.
- Projetor, para exibir os gráficos do GeoGebra.
- Quadro branco.
- Marcador de quadro e apagador

## Habilidades e Competências (BNCC)

- **COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 2:** “Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.” [3]
- (EM13MAT405) “Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.” [3]

## Passo a passo da aula

### Aula 1 e 2

1. Introdução (5 minutos): a. Contextualização: Explicar que antes de investir, deve-se ter os conhecimentos básicos de matemática financeira, como equivalência de taxa de juros e calcular o valor futuro. É desejável que o aluno tenha estudado essa matéria anteriormente, sendo essa aula apenas uma revisão.

2. Ensino da teoria (30 minutos): a. Apresentação teórica: Revisar os itens conforme Capítulo 1.

3. Exercícios (15 minutos): a. Fazer as atividades propostas do capítulo utilizando o produto educacional.

### **Aula 3**

1. Contextualização (5 minutos): Explicar que, nos investimentos, existem muitos conceitos necessários para se investir, e que as taxas “ $i$ ” da matemática financeira serão substituídas por siglas como “CDI”, “IPCA”, dentre outros.

2. Ensino da teoria (45 minutos): Ensino da teoria do Capítulo 2.

### **Aula 4 e 5**

1. Dinâmica sugerida: Alternar os conceitos teóricos com as atividades propostas no final do Capítulo 3, utilizando os recursos do produto educacional.

### **Aula 6**

1. Contextualização INSS (5 minutos): Introduzir o assunto INSS e o que representa na vida do cidadão. 2. Teoria (20 minutos): Explicar os conceitos do Capítulo 4. 3. Contextualização Pirâmide Financeira (5 minutos): Introduzir o assunto Pirâmide Financeira e os perigos que isso acarreta na vida das famílias. 4. Teoria (20 minutos): Explicar os conceitos do Capítulo 5.

### **Aula 7 e 8**

1. Dinâmica sugerida: Alternar os conceitos teóricos com as atividades propostas no final do Capítulo 6.

# Referências Bibliográficas

- [1] Bolsa Brasil Balcão. Quem somos. [https://www.b3.com.br/pt\\_br/b3/institucional/quem-somos/](https://www.b3.com.br/pt_br/b3/institucional/quem-somos/). acessado em 29/04/2024 as 21:17.
- [2] Bolsa Brasil Balcão. Índice ibovespa. [https://www.b3.com.br/pt\\_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/futuro-de-ibovespa.htm](https://www.b3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/futuro-de-ibovespa.htm). acessado em 29/04/2024 as 21:17.
- [3] BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base*. IMPA, Brasília, 2007.
- [4] Gustavo Cerbasi. Indicadores financeiros: o que são Selic, IPCA e CDI. <https://www.linkedin.com/pulse/indicadores-financeiros-o-que-s%C3%A3o-selic-ipca-e-cdi-gustavo-cerbasi/?originalSubdomain=pt>. acessado em 29/04/2024 as 21:25.
- [5] Benjamim Cesar. *Matemática Financeira*. Impetus, Rio de Janeiro, 2004.
- [6] Luiz Eduardo da Silva Gomes]. *Matemática Financeira: uma proposta de abordagem para o Ensino Médio por meio de simulações de investimentos no tesouro direto*. PROFMAT, Maceió, 2020.
- [7] Fundo Garantidor de Crédito. Quem somos. <https://www.fgc.org.br/sobre-o-fgc/quem-somos>. acessado em 29/04/2024 as 21:34.
- [8] Fundo Garantidor de Crédito. Sobre a garantia fgc. <https://www.fgc.org.br/garantia-fgc/sobre-a-garantia-fgc>. acessado em 29/04/2024 as 21:35.
- [9] Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Ipca - Índice nacional de preços ao consumidor amplo. <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo.html?=&t=conceitos-e-metodos>. acessado em 29/04/2024 as 21:36.

- [10] Danilo Pontual de Melo e Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa. Educação financeira no ensino médio: relações com a matemática financeira na prática docente. *Com a Palavra o Professor*, jan-abr 2018.
- [11] Diversos. *Raio X do investidor brasileiro 6 edição*. ANBIMA, Rio de Janeiro, 2023.
- [12] Banco Central do Brasil. Histórico da taxa de juros. <https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/historicotaxasjuros>. acessado em 29/04/2024 as 21:36.
- [13] Banco Central do Brasil. Taxa selic. <https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/taxaselic>. acessado em 29/04/2024 as 21:52.
- [14] Portal do Investidor. Debêntures. [https://www.investidor.gov.br/menu/Menu\\_Investidor/valores\\_mobiliarios/debenture.html](https://www.investidor.gov.br/menu/Menu_Investidor/valores_mobiliarios/debenture.html). acessado em 29/04/2024 as 21:33.
- [15] Portal do Investidor. O que é uma ação? [https://www.investidor.gov.br/menu/Menu\\_Investidor/valores\\_mobiliarios/Acoes/o\\_que\\_e\\_uma\\_acao.html](https://www.investidor.gov.br/menu/Menu_Investidor/valores_mobiliarios/Acoes/o_que_e_uma_acao.html). acessado em 29/04/2024 as 21:56.
- [16] Instituto Nacional do Seguro Social. Institucional. <https://www.gov.br/inss/pt-br/aceso-a-informacao/institucional/institucional>. acessado em 29/04/2024 as 21:37.
- [17] Instituto Nacional do Seguro Social. Reajuste inss. <https://www.gov.br/inss/pt-br/assuntos/noticias-ministerio-da-previdencia/beneficios-com-valor-acima-do-salario-minimo-sao-reajustados-em-5-93>. acessado em 29/04/2024 as 21:45.
- [18] Instituto Nacional do Seguro Social. Tributação inss. <https://www.gov.br/receitafederal/pt-br/assuntos/meu-imposto-de-renda/tabelas/2023>. acessado em 29/04/2024 as 21:45.
- [19] Sidnei Rocha dos Aanjos]. *Educação Financeira: Noções básicas de matemática financeirapara construção da auto previdência através de investimentos em renda fixa*. PROFMAT, Cruz das Almas - BA, 2023.
- [20] Tiago Reis e Jean Tosetto. *Guia Suno de Contabilidade para Investidores*. CLA Editora, São Paulo, 2008.
- [21] Elis Puntel e Vaneza de Carli Tibulo. Educação financeira na educação de jovens e adultos: um olhar em pesquisas acadêmicas desenvolvidas nas últimas duas décadas. *Revista de Ensino de Ciência e Matemática*, setembro 2021.



- [22] André Proite et al. *E-book do Tesouro Direto: Módulo 2*. Cerebral, Brasília, 2021.
- [23] André Proite et al. *E-book do Tesouro Direto: Módulo 3*. Cerebral, Brasília, 2021.
- [24] André Proite et al. *Guia do Investidor*. Cerebral, Brasília, 2021.
- [25] Ross et al. *Administração Financeira*. Bookman, New York, 2015.
- [26] Eustaquio Luis Fraga]. *A Educação Financeira como Ferramenta de Ensino da Matemática no Ensino Fundamental*. PROFMAT, Uberaba, 2019.
- [27] IBGE. Ipca histórico. <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo.html?=&t=series-historicas>. acessado em 29/04/2024 as 21:37.
- [28] Infomoney. Caso scarpa: como funciona a xland, empresa acusada de aplicar golpe milionário em jogadores de futebol? <https://www.infomoney.com.br/onde-investir/caso-scarpa-como-funciona-a-xland-empresa-acusada-de-aplicar-golpe-milionario-> acessado em 29/04/2024 as 21:57.
- [29] João Elias Vieira Júnior]. *Matemática e Educação Previdenciária*. PROFMAT, Salvador, 2017.
- [30] Urbe Lab. Risco e retorno. <https://www.certifiquei.com.br/risco-retorno/#:~:text=Assim%20como%20o%20pr%C3%B3prio%20nome%20indica%20%20risco%20e,tendem%20a%20gerar%20maiores%20retornos%20aos%20seus%20investidores>. acessado em 29/04/2024 as 22:02.
- [31] Augusto César Morgado and Paulo Cezar Pinto Carvalho. *Matemática Discreta*. SBM, Rio de Janeiro, 2015.
- [32] Gabriela Mosmann. Reserva de emergência: Tudo que você precisa saber! <https://dicadehoje7.com/educacao-financeira/reserva-de-emergencia-precisa>. acessado em 29/04/2024 as 21:46.
- [33] Tesouro Nacional. Taxas tesouro direto. <https://www.tesourodireto.com.br/conheca/regras.htm>. acessado em 29/04/2024 as 21:54.
- [34] Maria Rachel Queiroz. *Discussão sobre exercícios de Matemática Financeira em livros didáticos e implementações para a sala de aula*. Sociedade brasileira de Educação Matemática, São Paulo, 2016.

- [35] Eu quero investir. Debêntures incentivada. <https://www.euqueroinvestir.com/debentures-e-a-isencao-do-imposto-de-renda/>. acessado em 29/04/2024 as 21:33.
- [36] Suno. Análise fundamentalista: o que é? guia completo de análise de ações. <https://www.suno.com.br/guias/analise-fundamentalista/>. acessado em 29/04/2024 as 21:54.
- [37] Suno. Conheça as 5 pirâmides brasileiras mais famosas do brasil. <https://www.suno.com.br/web-stories/5-maiores-piramides-financeiras-do-brasil/>. acessado em 29/04/2024 as 21:57.
- [38] Suno. O que são ações ordinárias, preferenciais e units? <https://www.suno.com.br/artigos/o-que-sao-acoes-ordinarias-preferenciais-e-units/>. acessado em 29/04/2024 as 21:53.
- [39] Suno. Pirâmide financeira: saiba o que é e como não cair nesse esquema. <https://www.suno.com.br/artigos/piramide-financeira/>. acessado em 29/04/2024 as 21:56.
- [40] UOL. Matemática financeira. <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/matematica-financeira.htm>. acessado em 29/04/2024 as 21:45.
- [41] UOL. Taxa nominal e taxa real de juros. <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/taxa-nominal-taxa-real-juros.htm>. acessado em 29/04/2024 as 21:46.
- [42] Fundação Getúlio Vargas. Igpm. <https://portal.fgv.br/noticias/igp-m-resultados-2023>. acessado em 29/04/2024 as 21:37.
- [43] Wikipedia. Boi gordo. [https://pt.wikipedia.org/wiki/Boi\\_Gordo](https://pt.wikipedia.org/wiki/Boi_Gordo). acessado em 29/04/2024 as 21:57.