UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

LUIZ FELIPE MARTINS NASCIMENTO

PROPOSTA DE ATIVIDADES DE GEOMETRIA PARA O SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL BASEADA NA TEORIA DE VAN HIELE

Boa Vista, RR

2024

LUIZ FELIPE MARTINS NASCIMENTO

PROPOSTA DE ATIVIDADES DE GEOMETRIA PARA O SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL BASEADA NA TEORIA DE VAN HIELE

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Sociedade Brasileira de Matemática - SBM e Universidade Federal de Roraima - UFRR, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Profa. Dra. Kelly Karina Santos
Coorientador: Prof. Dr. Elzimar de Oliveira Rufino

Boa Vista, RR

2024

Dados Internacionais de Catalogação na publicação (CIP)
Biblioteca Central da Universidade Federal de Roraima

N244p Nascimento, Luiz Felipe Martins.
Proposta de atividades de geometria para o sexto ano do ensino fundamental baseada na teoria de Van Hiele / Luiz Felipe Martins Nascimento. – Boa Vista, 2024.
102 f. : il.

Orientadora: Profa. Dra. Kelly Karina Santos.
Coorientador: Prof. Dr. Elzimar de Oliveira Rufino.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Roraima, Programa de Mestrado Profissional em Matemática.

1 – Aprendizagem. 2 – Ensino de matemática. 3 – Ensino Fundamental. 4 – Geometria. 5 – Van Hiele. I – Título. II – Santos, Kelly Karina (orientadora). III – Rufino, Elzimar de Oliveira (coorientador).

CDU (2. ed.) 51:373.3

Ficha Catalográfica elaborada pela Bibliotecária/Documentalista:
Mariede Pimentel e Couto Diogo - CRB-11-354 - AM

LUIZ FELIPE MARTINS NASCIMENTO

PROPOSTA DE ATIVIDADES DE GEOMETRIA PARA O SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL BASEADA NA TEORIA DE VAN HIELE

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática - PROFMAT da Universidade Federal de Roraima-UFRR, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Matemática. Defendida em 23 de julho de 2024 e avaliada pela seguinte banca examinadora.

Kelly Karina

Profa. Dra. Kelly Karina Santos
Orientadora - UFRR

Almir Neto

Prof. Dr. Almir Cunha da Graça Neto
Membro Externo - UEA

Max Ferreira

Prof. Dr. Max Ferreira
Membro Interno - UFRR

Boa Vista, RR
2024

AGRADECIMENTOS

Primeiro agradeço a Deus por permitir que tudo o que passei fosse importante para chegar até aqui, por me sustentar e sempre guiar meus passos. A todos os meus familiares e amigos, pelo encorajamento e apoio, principalmente a minha irmã Leidy Fênixmirle pela força, compreensão e incentivo aos estudos. Aos meus amigos da turma, Gleison Ricardo e Maria Patricia, por serem de um grande apoio nessa caminhada que foi o mestrado, com incentivos nos momentos mais difíceis e pela amizade fortalecedora. Aos meus professores do PROFMAT da UFRR que foram essenciais em todo processo, em especial ao professor Guilherme Zsigmond pelos encorajamentos com a minha turma, nos mantendo unidos e não posso deixar de citar meus queridos orientadores Kelly Karina e Elzimar por tamanha paciência, ajuda e disponibilidade que contribuíram para o meu enriquecimento pessoal e profissional.

"O homem não teria alcançado o possível se, repetidas vezes, não tivesse tentado o impossível."

Max Weber

RESUMO

Esta dissertação de mestrado apresenta uma proposta de atividades de geometria para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental baseada na Teoria do desenvolvimento geométrico de Van Hiele. Para isto, foi feito um levantamento sobre as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular no que diz respeito às unidades temáticas de Geometria, Grandezas e Medidas bem como dos principais pontos do modelo de Van Hiele para o ensino de geometria. O objetivo principal deste trabalho foi a elaboração de material didático para uso em sala de aula: o desenvolvimento dos principais temas de matemática propostos no currículo e finalmente a proposta de atividades de geometria. Ao final deste trabalho esperamos ajudar na compreensão das possibilidades de ações para melhorar o desenvolvimento do pensamento geométrico nos alunos e que essa compreensão possa aprimorar nossa atuação como docentes, uma vez que a Geometria está presente em nosso cotidiano e seu ensino é de grande importância para o desenvolvimento acadêmico e social dos alunos.

Palavras-chave: Aprendizagem, Ensino de Matemática, Ensino Fundamental, Geometria, Van Hiele.

ABSTRACT

This Master's thesis presents a proposal for geometry activities for sixth-year elementary school students based on Van Hiele's theory of geometric development. For this, a survey was carried out on the guidelines of the National Common Curricular Base with regard to the thematic units of Geometry, Quantities and Measures as well as the main points of the Van Hiele model for teaching geometry. The main objective of this work was the development of teaching material for use in the classroom: the development of the main mathematics themes proposed in the curriculum and finally the proposal of geometry activities. At the end of this work we hope to help in understanding the possibilities of actions to improve the development of geometric thinking in students and that this understanding can improve our performance as teachers, since Geometry is present in our daily lives and its teaching is of great importance for the academic and social development of students.

Keywords: Learning, Mathematics Teaching, Elementary Education, Geometry, Van Hiele.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Apesar da importância da geometria, seu ensino frequentemente enfrenta desafios significativos. Os alunos podem ter dificuldades em visualizar e manipular formas bidimensionais e tridimensionais, compreender relações espaciais e aplicar conceitos geométricos no mundo real. Essas dificuldades podem ser atribuídas a vários fatores, incluindo a abstração dos conceitos geométricos, a falta de conexões claras com outros tópicos matemáticos e a escassez de recursos adequados para auxiliar no aprendizado.

Este trabalho foi motivado por uma necessidade real: o ensino de geometria em várias turmas do sexto ano da escola Colégio Estadual Militarizado Profª Maria De Lourdes Neves - CEM VI, na cidade de Boa Vista, estado de Roraima, previsto para o segundo semestre de 2024.

Neste sentido, no Capítulo 1, discutimos as diretrizes elaboradas pelo governo federal para servir como referenciais na orientação da Educação Básica brasileira. Enfatizamos o que essas diretrizes trazem para a disciplina de Matemática, especialmente nas áreas de Geometria, Grandezas e Medidas. Além disso, abordamos as práticas docentes que capacitam o professor a identificar progressos, desafios e oportunidades para a reconstrução das aprendizagens de seus alunos.

Mas como funciona o aprendizado em geometria? No Capítulo 2, abordaremos a visão do ensino através da Teoria de Dina e Pierre van Hiele, desenvolvida na década de 1950 e o modelo foi detalhado em vários trabalhos acadêmicos ao longo dos anos, mas um dos principais livros que descreve este modelo é: Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education, que foi publicado em 1986. Esta teoria deseja capacitar professores a diagnosticar o nível de compreensão dos alunos adaptando suas estratégias de ensino que propõe características na aprendizagem da geometria por meio de cinco níveis progressivamente mais complexos, com a progressão determinada pelo ensino. Assim, o professor desempenha um papel crucial ao determinar as tarefas adequadas para que os alunos avancem para níveis superiores de pensamento geométrico.

O objetivo principal deste trabalho foi a elaboração de material didático para contribuir no ensino-aprendizagem de geometria. A primeira parte do material consiste no desenvolvimento dos principais temas de matemática propostos no currículo, cuja leitura deve ser acessível ao aluno do sexto ano. No Capítulo 3, apresentamos os conteúdos das unidades temáticas de Geometria e Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental do sexto ano, com base na BNCC e em dois livros didáticos: Teláris Essencial Matemática de Luiz Roberto Dante (DANTE, 2022) e Matemática Realidade & Tecnologia de Joamir Souza (SOUZA, 2018). O objetivo é fornecer aos professores um suporte sólido para o ensino de conceitos fundamentais.

A segunda parte do material proposto, no último capítulo, apresenta uma proposta de atividades focadas nos três primeiros níveis de van Hiele. As questões de geometria propostas foram elaboradas com ilustrações elaboradas com a ajuda do GeoGebra e do pacote tikzpicture do LaTeX.

Ao final deste trabalho esperamos ajudar na compreensão das possibilidades de ações para melhorar o desenvolvimento do pensamento geométrico nos alunos e que essa compreensão possa aprimorar nossa atuação como docentes, uma vez que a Geometria está presente em nosso cotidiano e seu ensino é de grande importância para o desenvolvimento acadêmico e social dos alunos.

1 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR - BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento estruturado que estabelece o que os alunos devem aprender durante a Educação Básica, independentemente da região onde vivem. O objetivo principal é garantir que todos os alunos do Brasil tenham a mesma oportunidade de aprender as habilidades consideradas essenciais.

O documento é destinado exclusivamente à educação escolar e está orientado por princípios que visam construir uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva, bem como uma formação humana mais completa.

O desenvolvimento de uma base comum curricular visa outros objetivos além de igualar as oportunidades de aprendizagem e reduzir as disparidades históricas. Esses objetivos incluem garantir que as aulas essenciais sejam definidas para cada etapa da Educação Básica, fornecer orientação para a criação de um currículo específico para cada escola pública ou privada e fornecer a instrução de matrizes de referência das avaliações e dos exames externos.

Uma característica da BNCC é que ele não define o modo como ensinar, nem impede que sejam contempladas no dia a dia escolar, as especificidades regionais. Nesse sentido, no Estado de Roraima temos o Documento Curricular de Roraima (DCRR).

Com isso, a BNCC (BRASIL, 2017) estabelece um conjunto de conhecimentos básicos que devem ser assegurados, sem interferir na diversidade cultural e regional e na autonomia dos educadores. Essas aprendizagens essenciais devem coexistir para assegurar aos alunos o desenvolvimento de dez competências gerais tendo em consideração que, segundo a BNCC (BRASIL, 2017, p. 8),

> [...] competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.

A seguir, estão listadas as dez competências gerais definidas pela BNCC.

Tabela 1 – COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

1	Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2	Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3	Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4	Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5	Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6	Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7	Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8	Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

Tabela 1 – *Continuação da tabela*

9	Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10	Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

(BRASIL, 2017, 9-10)

As dez competências listadas na BNCC, conseguem articular a importância da formação cidadã, abordando o sujeito de maneira integral e contemporânea. Essa abordagem atende às necessidades socioeducativas do indivíduo ao perpassar por todas as etapas e modalidades de ensino, promovendo, ao mesmo tempo, a progressão entre essas fases e pressupondo, assim, seu desenvolvimento integral.

1.1 A BNCC e os currículos

A BNCC e os currículos encarregam-se de papéis complementares e ambos visam o compromisso da educação na formação e no desenvolvimento global do ser humano, considerando seu aspecto intelectual, físico, afetivo, social, ético, moral e simbólico. Conforme foi explicado, a BNCC não define o jeito de ensinar, como também não define o currículo escolar, que, por sua vez, fica a cargo das escolas ou professores, tendo como ponto de partida a BNCC. É por meio de um conjunto de decisões, que caracterizam o currículo, que as aprendizagens essenciais preconizadas para cada etapa da Educação Básica poderão ser desenvolvidas. Também é por meio do currículo que se adequará a BNCC às realidades de cada região, aos contextos e às características dos alunos.

A definição de currículo pode ser dado como um “conjunto de práticas que proporcionam a produção, a circulação e o consumo de significados no espaço social e que contribuem, intensamente, para a construção de identidades sociais e culturais.” (BRASIL, 2013, p. 23).

Entre as decisões que competem ao currículo, a BNCC apresenta as seguintes ações:

- contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas;

- decidir sobre formas de organização interdisciplinar dos componentes curriculares e fortalecer a competência pedagógica das equipes escolares para adotar estratégias mais dinâmicas, interativas e colaborativas em relação à gestão do ensino e da aprendizagem;
- selecionar e aplicar metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas, recorrendo a ritmos diferenciados e a conteúdos complementares, se necessário, para trabalhar com as necessidades de diferentes grupos de alunos, suas famílias e cultura de origem, suas comunidades, seus grupos de socialização etc.;
- conceber e pôr em prática situações e procedimentos para motivar e engajar os alunos nas aprendizagens;
- construir e aplicar procedimentos de avaliação formativa de processo ou de resultado que levem em conta os contextos e as condições de aprendizagem, tomando tais registros como referência para melhorar o desempenho da escola, dos professores e dos alunos;
- selecionar, produzir, aplicar e avaliar recursos didáticos e tecnológicos para apoiar o processo de ensinar e aprender;
- criar e disponibilizar materiais de orientação para os professores, bem como manter processos permanentes de formação docente que possibilitem contínuo aperfeiçoamento dos processos de ensino e aprendizagem;
- manter processos contínuos de aprendizagem sobre gestão pedagógica e curricular para os demais educadores, no âmbito das escolas e sistemas de ensino.

(BRASIL, 2017, p. 16-17).

1.2 **A Matemática na BNCC**

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece as competências e habilidades que os alunos devem desenvolver ao longo de sua caminhada escolar na disciplina de Matemática.

Na BNCC, A matemática é destacada como uma importante área de conhecimento para os alunos do ensino fundamental não apenas pelas suas aplicações, mas também pelo seu potencial no desenvolvimento da cidadania crítica e participativa. Nesse sentido, o documento explica que a matemática não se limita à quantificação e às técnicas computacionais de fenômenos determinísticos, mas envolve também o estudo de fenômenos estocásticos. Outro ponto de visão na BNCC relacionado à matemática envolve a extensão das ideias da área para uma ciência hipotético-dedutiva. No ensino fundamental, é importante considerar o papel heurístico desta área porque os experimentos matemáticos realizados pelos alunos são cruciais. O documento também apresenta o compromisso que se deve ter no Ensino Fundamental com o letramento matemático, definido como:

> [...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2017, p. 266)

Nesse compromisso, fica evidente a preocupação em utilizar os conhecimentos matemáticos para compreender o mundo e nele atuar. Para o desenvolvimento desse letramento e do pensamento computacional, a BNCC cita os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem. Os recursos utilizados na abordagem da BNCC na Matemática devem estar alinhados aos objetivos de aprendizagem e às necessidades dos alunos, promovendo uma educação matemática significativa e contextualizada.

Esses processos podem ser tomados como formas de organização da aprendizagem matemática e levam em consideração a análise de situações do cotidiano, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática. Com base no que foi apresentado anteriormente, a BNCC delimita as seguintes competências específicas para a área de Matemática e, consequentemente, para esse componente curricular. As competências específicas de Matemática para o ensino fundamental são:

Tabela 2 – COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

1	Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2	Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Tabela 2 – *Continuação da tabela*

3	Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4	Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá- las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5	Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6	Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7	Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8	Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

(BRASIL, 2017, p. 265)

1.3 **As unidades temáticas da Matemática**

A BNCC propõe cinco unidades temáticas para a Matemática. Essas unidades orientam a formulação das habilidades que deverão ser desenvolvidas no decorrer do Ensino Fundamental. A seguir, cada uma delas é brevemente discutida nos anos finais.

Números

Para os anos finais do Ensino Fundamental, espera-se que os alunos saibam lidar com os conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, e percebam, diante de problemas geométricos, a necessidade de outros conjuntos de números: os irracionais.

A utilização com os números talvez seja um dos mais antigos e elementares na história da humanidade, e esta unidade temática tem como objetivo desenvolver o pensamento numérico dos alunos. Ao construir a noção de número, tem se que algumas ideias que devem ser desenvolvidas, entre elas: reconhecer, comparar e ordenar números reais, com apoio da relação desses números com pontos na reta numérica, aproximação, proporcionalidade e equivalência.

O estudo de conceitos básicos no sistema de finanças também é destacado nesta unidade temática. Temas como taxa de juros, inflação, aplicações financeiras podem ser discutidos, inclusive por meio de um estudo interdisciplinar, do quais os alunos devem dominar o cálculo de porcentagem, porcentagem de porcentagem, juros, descontos e acréscimos.

Álgebra

Para os anos finais do Ensino Fundamental que os alunos têm contato com equações e funções e com técnicas de resolução de equações e de sistemas de equações. Utilizando uma linguagem algébrica, eles devem estabelecer a relação entre duas grandezas. O trabalho com funções, que é iniciado nessa fase do ensino, será consolidado no Ensino Médio.

Essa parte da unidade temática tem como objetivo desenvolver o pensamento algébrico. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental o trabalho com álgebra começa pela observação de padrões e regularidades, estudando os princípios da igualdade, proporção e interdependência entre quantidades, então nos anos finais do Ensino Fundamental esses conceitos serão trazidos à tona, aprofundados e ampliados.

Nesta fase do ensino os alunos devem não só perceber padrões e regularidades, mas também estabelecer generalizações, utilizando até mesmo a sua própria linguagem algébrica. Eles também precisam compreender os diferentes significados de uma variável numérica e expressar o valor desconhecido em uma frase ou o que está representando.

No dia a dia existem diversas situações que podem ser expressas através de uma função e um dos objetivos do trabalho em Álgebra é permitir ao aluno saber identificar essas situações, as variáveis envolvidas e a relação interdependente entre essas variáveis. Eles também devem ser capazes de representar o problema formulado em sua língua nativa por meio de uma linguagem algébrica.

Geometria

Para os anos finais do Ensino Fundamental é esperado que as aprendizagens dos anos iniciais sejam consolidadas e ampliadas e que os alunos sejam capazes de utilizar esses novos conhecimentos para realizar demonstrações simples, desenvolvendo o raciocínio hipotético-dedutivo.

O objetivo desta unidade temática é abordar os diferentes elementos intrínsecos à Geometria, presentes tanto em situações práticas do mundo físico quanto em diversas áreas do conhecimento. O enfoque recai sobre atividades que envolvem a transformação de figuras, vistas ortogonais, localização e deslocamento, assim como figuras geométricas planas e espaciais. Tais atividades visam promover o desenvolvimento do pensamento geométrico, essencial para a compreensão e aplicação em diversos contextos. Além disso, o pensamento geométrico deve abranger as composições abstratas e as propriedades das figuras, contribuindo para a formulação de argumentos, como justificativas para categorizações de grupos de figuras, por exemplo.

Um aspecto relevante a ser ressaltado é a integração entre a Álgebra e a Geometria, iniciada desde o estudo inicial do plano cartesiano por meio da geometria analítica. As atividades que abordam a concepção de coordenadas, iniciadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, podem ser expandidas para incluir contextos mais complexos, como a representação de sistemas de equações do 1º grau. Isso envolve a articulação de conhecimentos resultantes da ampliação dos conjuntos numéricos e de suas representações na reta numérica.

Grandezas e Medidas

As medidas são ferramentas essenciais para quantificar grandezas no mundo físico, desempenhando um papel fundamental na compreensão da realidade. Dessa forma, a unidade temática "Grandezas e Medidas"propõe o estudo das medidas e das inter-relações entre elas, conhecidas como relações métricas. Esse enfoque facilita a integração da Matemática com outras áreas do conhecimento, como Ciências (explorando densidade, grandezas e escalas no Sistema Solar, energia elétrica, etc.) e Geografia (abordando coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias, entre outros). Além disso, essa unidade temática contribui para a consolidação e expansão da compreensão de números, a aplicação de conceitos geométricos e o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Nos anos finais do Ensino Fundamental a expectativa é que os alunos identifiquem comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas relacionadas a figuras geométricas, demonstrando habilidade na resolução de problemas que envolvem essas grandezas por meio do uso de unidades de medida convencionais. Além disso, espera-se que eles estabeleçam e apliquem relações entre essas grandezas, bem como entre elas e grandezas não geométricas, a fim de analisar grandezas derivadas, como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras.

Nesta etapa educacional, os alunos devem ser capazes de formular expressões para calcular áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, assim como os volumes de prismas e cilindros. Destaca-se ainda a introdução da medida de capacidade de armazenamento de computadores como uma grandeza associada às demandas da sociedade moderna.

Probabilidade e Estatística

A unidade temática de Probabilidade e Estatística aborda o estudo da incerteza e o processamento de dados. Essa unidade propõe a exploração de conceitos, fatos e procedimentos presentes em diversas situações-problema da vida cotidiana, ciências e tecnologia. Portanto, é essencial que todos os cidadãos desenvolvam habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, possibilitando a formulação de julgamentos fundamentados e a tomada de decisões apropriadas. Isso inclui a capacidade de raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos.

Nos anos finais do Ensino Fundamental o objetivo é abordar conceitos relacionados à incerteza e ao processamento de dados, buscando integrar esse estudo a situações próximas à realidade dos alunos e a outras áreas do conhecimento. As fases fundamentais do trabalho com Estatística incluem a coleta, organização, representação, interpretação e análise crítica dos dados, todas conectadas a contextos relevantes.

No que diz respeito à Probabilidade, espera-se que os alunos compreendam que muitos eventos no mundo físico têm natureza aleatória, permitindo, em certa medida, a identificação de resultados prováveis para esses eventos. Nessa etapa de ensino, é desejável que realizem experimentos aleatórios e simulações, comparando os resultados obtidos por meio dessas práticas com aqueles derivados de cálculos.

1.4 Unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades da BNCC para o 6º ano do Ensino Fundamental

A BNCC tem no seu documento, objetos de conhecimento e das habilidades essenciais para cada unidade temática, em sua respectiva área de conhecimento. Esses objetivos de conhecimento são fornecidos em códigos alfanuméricos que servem para identificar os objetivos de aprendizagem. Eles ajudam a explicar de uma maneira clara qual é a etapa de ensino, a faixa etária e o campo de experiência relacionado ao objetivo.

No Ensino Fundamental, o primeiro par de letras corresponde a etapa do Ensino Fundamental cuja abreviação é EF, o primeiro par de números indica o ano (01 a 09) a que se refere a habilidade, o segundo par de letras diz respeito a componente curricular, exemplo da disciplina de Matemática é representado por MA, o último par de números corresponde ao número sequencial da habilidade dentro da quantidade de habilidades que existem para cada área de conhecimento, unidade temática e objetos de conhecimento.

As tabelas a seguir indicam as unidades temáticas Geometria e Grandezas e Medidas com seus respectivos objetos de conhecimento e habilidades propostas para o 6° ano de acordo com a BNCC, que serão trabalhados nas atividades propostas neste trabalho (BRASIL, 2017, p. 298-303).

Tabela 3 – Habilidades da Unidade Temática: Geometria do 6ºano

Habilidades	**Objetos De Conhecimento**	**Orientações Didáticas/Metodológicas**
(EF06MA16)	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	Inicie o estudo conceituando plano cartesiano, identificando os quadrantes representando os pares ordenados apenas no 1º quadrante em situações aplicadas em atividades que explorem localizar os vértices de um polígono no plano. Proponha atividades para localizar pontos no plano, utilizando malhas em papel milimetrado ou software de geometria. Fale sobre os dispositivos de localização global (GPS), muito usado em situações que necessitam conhecer o ponto de localização.
(EF06MA17)	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	Apresente a classificação de formas espaciais dando ênfase às suas características (faces, vértices e arestas), sistematizando a classificação dos poliedros em prismas e pirâmides, relacionando sua planificação entre os sólidos geométricos. Trabalhe o conteúdo dando significado, solicite que os alunos pesquisem e apresentem imagens de diferentes construções do mundo físico, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões com os poliedros que apresentam formato de prismas e pirâmides. Utilize mídias com animações.

Tabela 3 – *Continuação da tabela*

(EF06MA18)	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	Introduza o estudo apresentando imagens (construídas com o uso de softwares de geometria dinâmica ou desenhadas na lousa) com vários polígonos já feitos e questione os alunos sobre as diferenças observadas entre os mesmos, considerando lados, vértices e ângulos. Proponha atividade com os polígonos construídos e estimule que os alunos utilizem instrumentos de medidas para fazerem medições. Certifique de que os alunos conseguem diferenciar os polígonos regulares dos polígonos não regulares e nomeá-los corretamente. Classificação de polígonos: regulares e irregulares, conforme a medição e construção dos ângulos.
(EF06MA19)	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	Identifique características dos triângulos e classifique-os em relação às medidas dos lados e dos ângulos. Verificar a condição de existência dos triângulos, suas relações com outros polígonos, bem como suas aplicações.
(EF06MA20)	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	Retome as definições básicas dos quadriláteros para um aprofundamento do tema. Discuta com os alunos a classificação de um quadrilátero quanto à medida dos lados e ângulos, mostrando e aplicando a soma das medidas dos ângulos internos. Apresente as características dos quadriláteros para sua identificação e estimule o aluno a entender que existe a intersecção entre as classes. Proponha questionamentos sobre isso.

Tabela 3 – *Continuação da tabela*

(EF06MA21)	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	Inicie discutindo as ideias de ampliação e redução de uma figura para introduzir a ideia de semelhança. Proponha atividades para os alunos construírem figuras planas com régua, esquadro e compasso, ou com o uso de software, reconhecendo os eixos de simetria em diferentes figuras presentes na natureza e em construções.
(EF06MA22)	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares.	Desenvolva essa habilidade despertando no aluno o uso correto dos instrumentos de desenho geométrico, como réguas e esquadros, ou programas computacionais. Mostre as representações de retas paralelas e perpendiculares, fazendo a construção de quadriláteros, entre outros para desenvolver a visualização na busca de solucionar problemas. Apresentação de atividades através das mídias poderá ser gerenciada no ambiente pedagógico da informática.
(EF06MA23)	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares.	Apresente situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo as noções de direção e sentido, de paralelismo e perpendicularismo, elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas.

Tabela 4 – Habilidades da Unidade Temática: Grandezas e Medidas do 6ºano

Habilidades	Objetos De Conhecimento	Orientações Didáticas/Metodológicas
(EF06MA24)	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
(EF06MA25)	Ângulos: noção, usos e medida	Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.
(EF06MA26)	Ângulos: noção, usos e medida	Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.
(EF06MA27)	Ângulos: noção, usos e medida	Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.
(EF06MA28)	Plantas baixas e vistas aéreas	Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.
(EF06MA29)	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

1.5 Fundamentos e bases sobre o Documento Curricular de Roraima (DCRR)

A estrutura do Documento Curricular de Roraima – DCRR, estabelece uma ênfase no desenvolvimento de competências e habilidades para as fases da Educação Infantil e do Ensino Fundamental. Essa abordagem é delineada nos campos de experiência, objetivos de aprendizagem, competências gerais, competências específicas das áreas, competências dos componentes, textos e fundamentos didático-pedagógicos. Além disso, são consideradas as questões regionais destacadas nas orientações didáticas/metodológicas, visando promover a formação humana integral dos alunos da Educação Básica.

A estruturação do currículo de Matemática de Roraima fundamentou-se no desenvolvimento de competências, as quais se expandem e se aprofundam a cada nova fase do percurso educacional. Além disso, é crucial demonstrar um compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático. Esse letramento é definido como a capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, visando facilitar a formulação de conjecturas e a resolução de problemas em diversos contextos. Ele envolve a utilização de conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. O letramento matemático também assegura aos alunos o reconhecimento de que os conhecimentos matemáticos são essenciais para compreender e atuar no mundo, ao mesmo tempo em que ressalta a natureza lúdica da matemática. Este aspecto contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser uma experiência prazerosa. Dado que a Matemática é uma disciplina composta por diversos conceitos inter-relacionados, complementares e, muitas vezes, interdependentes, é essencial proporcionar revisões regulares e avanços contínuos no aprendizado matemático. Isso deve ser feito com o devido respeito e estabelecimento de conexões entre os anos/séries, entre os diferentes segmentos educacionais e ao longo de todo o currículo da Educação Básica.

O processo de implementação do Documento Curricular de Roraima (DCRR) envolve um plano de ação e um cronograma de trabalho para a formação inicial e continuada dos profissionais das redes públicas estadual e municipal de Educação. As ações e estratégias didático-pedagógicas resultantes desse plano orientarão o trabalho educativo das escolas, a prática docente dos professores e as atividades dos gestores, administradores e coordenadores pedagógicos das redes de ensino nos próximos anos. Adicionalmente, serão delineados os próximos passos nas frentes de construção dos materiais didáticos, monitoramento e acompanhamento da implementação do Documento Curricular de Roraima.

O plano de ensino é atualizado todos os anos e ficam disponíveis para os professores usarem, nele contem o componente curricular, etapa, modalidade, ano, carga horaria semanal e também a bimestral.

Nele foi desenvolvido em alinhamento com o Documento Curricular de Roraima (DCRR), propondo um programa de recuperação de aprendizagem para abordar as lacunas nos processos de ensino e aprendizagem resultantes do ensino remoto durante o período de pandemia. Para tanto, apresentam-se algumas habilidades do ano anterior, consideradas como pré-requisitos para o desenvolvimento das habilidades do ano atual.

São citadas as competências gerais e específicas para o componente curricular, são divididos em dez e oito partes, respectivamente e por fim, as sugestões de habilidades que serão usadas nos bimestres. Como o foco do nosso recurso didático é em Geometria bem como Grandezas e medidas, foram extraídas somente essas habilidades referentes aos seus bimestres, que estão logo a seguir:

Habilidades das Unidades Temáticas: Geometria; Grandezas e Medidas do 6º ano divididos em seus bimestres

Tabela 5 – Habilidades no 1º Bimestre

Unidade Temática	**Objetos De Conhecimento**	**Habilidade**
Geometria	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
Geometria	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial destacando suas características e reconhecendo-as em objetos do seu cotidiano.
Geometria	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.	(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
Geometria	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

Tabela 6 – Habilidades no 3º Bimestre

Unidade Temática	**Objetos De Conhecimento**	**Habilidade**
Geometria	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono, reconhecendo o par ordenado como uma forma padronizada de identificar a localização de um ponto no plano cartesiano.
Geometria	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
Geometria	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
Geometria	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares.	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
Geometria	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas.	(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais construindo conceito de homotétia.
Medidas e Grandezas	Ângulos: noção, usos e medida.	(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas, compreendendo a ideia de medida de um ângulo (em grau), operando com medidas de ângulos.

Tabela 6 – *Continuação da tabela*

Medidas e Grandezas	Ângulos: noção, usos e medida.	(EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos
Medidas e Grandezas	Ângulos: noção, usos e medida.	(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais, reconhecendo ângulos retos, agudos e obtusos e sua aplicabilidade na solução de problemas.

Tabela 7 – Habilidades no 4º Bimestre

Unidade Temática	**Objetos De Conhecimento**	**Habilidade**
Geometria	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares.	(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).
Medidas e Grandezas	Medidas de comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade: utilização de unidades convencionais e relações entre as unidades de medida mais usuais.	(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.
Medidas e Grandezas	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume.	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
Medidas e Grandezas	Plantas baixas e vistas aéreas	(EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas, fazendo uso de instrumentos de medidas.

Tabela 7 – *Continuação da tabela*

Medidas e Grandezas	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

1.6 Saberes docentes para os anos finais do Ensino Fundamental

Um professor de Matemática que leciona nos anos finais do Ensino Fundamental deve não apenas estar familiarizado com diversas abordagens metodológicas, mas também possuir o conhecimento necessário para desenvolver novas práticas pedagógicas. Essas práticas devem capacitar o professor a identificar progressos, desafios e oportunidades para a reconstrução das aprendizagens de seus alunos. De acordo com a BNCC, a área de Matemática no Ensino Fundamental,

> por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. (BRASIL, 2017, p. 263)

Buscar oportunidades de desenvolvimento profissional contínuo é essencial para os professores aprimorarem suas habilidades de ensino, permanecerem atualizados com as melhores práticas educacionais e adquirirem novas estratégias para promover o sucesso dos alunos. A adoção de métodos mais diversificados, como aulas expositivas, atividades práticas, jogos educativos e uso de tecnologia, pode manter os alunos engajados e facilitar a compreensão dos conceitos. E também fomentar uma comunicação transparente e colaborativa com os pais e engajar a comunidade na educação pode ter um impacto notável no êxito dos estudantes. Os educadores podem compartilhar atualizações sobre o desenvolvimento dos alunos, disponibilizar materiais para auxiliar o estudo em casa e aproveitar o conhecimento e as aptidões dos membros da comunidade para enriquecer o contexto educacional.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Características no modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele

Imagine uma situação hipotética: numa casa, destacam-se os objetos A, B, C, D e E, cujas massas (em quilogramas) medem, respectivamente, x, k, y, w e z, de tal modo que $x < k < y < w < z$. Se um adulto consegue suspender o objeto E, com certeza, ele pode levantar os objetos A, B, C ou D, pois estes são menos pesados do que o objeto E. Mas, se uma criança é capaz de carregar o objeto A, nada garante que ela possa suspender os objetos B, C, D ou E, porque eles são mais pesados do que o objeto A. A vida de uma pessoa dessa casa pode ser dividida em cinco etapas:

- Etapa 1: Capaz de suspender o objeto A;
- Etapa 2: Capaz de suspender o objeto B;
- Etapa 3: Capaz de suspender o objeto C;
- Etapa 4: Capaz de suspender o objeto D;
- Etapa 5: Capaz de suspender o objeto E.

Pensando assim, se uma pessoa estiver na Etapa 3, ela não pode carregar os objetos D ou E, mas é perfeitamente capaz de suspender os objetos A, B ou C. Seguindo essa lógica, uma criança não pode levantar boa parte dos objetos que um adulto é capaz de suspender. Portanto, se pedirmos para uma criança carregar um peso maior do que possa suportar, ela será incapaz de fazê-lo, segundo Silva (2018, p.15).

Utilizamos essa situação hipotética para mostrar o Modelo de Aprendizagem de Geometria desenvolvido por Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof, o qual defende que a aprendizagem da Geometria é composta por cinco níveis de pensamentos: “A principal característica da teoria é a distinção de cinco diferentes níveis de pensamentos com relação ao desenvolvimento da compreensão dos alunos acerca da geometria” (VILLIERS, 2010).

No Modelo de aprendizagem de geometria do casal van Hiele, de acordo com L. Silva (2014 apud Silva, 2018, p. 24), destacam-se quatro características dos níveis de desenvolvimento mental:

- **Sequencialidade**

O modelo diz que, para um determinado conteúdo escolhido, os alunos devem passar por todos os níveis, para que haja compreensão, pois não é possível esses alunos estarem no Nível 2 sem terem passado pelo Nível 1. Vale ressaltar que a passagem de um nível para outro não depende da idade, porque o nível de desenvolvimento mental está relacionado ao aprendizado.

- **Linguagem**

  A linguagem tem extrema importância para a compreensão do raciocínio matemático, por isso, o docente precisa utilizar a linguagem específica para cada nível, a fim de que os alunos possam interpretá-la. Portanto, o mau uso da linguagem pode fazer com que o professor não alcance o propósito desejado e o estudante se sinta intimidado por não entendê-la, causando-lhe frustração.

- **Localidade**

  Um aluno pode estar em níveis diferentes com relação a temas distintos de geometria, ou seja, o nível de pensamento depende também do assunto que está sendo estudado.

- **Continuidade**

  Na formulação inicial da teoria, van Hiele assegura que o estudante passa de um nível para outro sem interrupções. Porém, pesquisas realizadas indicam que há uma fase de transição na progressão de um nível a outro, ou seja, antes de avançar para o próximo nível, o indivíduo experimenta uma fase na qual ele reflete e se prepara para o nível seguinte.

Além dos níveis de Hiele, há cinco fases de aprendizado para cada nível, as quais orientam os professores sobre como podem ajudar os alunos a progredirem mais facilmente para o próximo nível de pensamento. Segundo L. Silva (2014 apud Silva, 2018, p. 25), “os van Hiele propuseram cinco fases sequenciais de aprendizado para cada nível e, segundo eles, ao completar a quinta fase o aluno alcançará um nível superior”. Com isso, ao superar as cinco fases de aprendizado em cada nível, o aluno estará preparado para avançar para o próximo nível de van Hiele.

2.2 Níveis do modelo de Van Hiele

O modelo consiste em cinco níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. O casal van Hiele observou que os problemas e tarefas propostos aos alunos frequentemente exigem um nível maior de pensamento geométrico do que os alunos têm. É comum que os alunos estejam em diferentes níveis de pensamento geométrico em relação a um determinado tema em uma sala de aula. Poucos alunos atingem o nível mais alto de pensamento porque o aumento da idade nem sempre se traduz em um avanço intelectual. E o modelo propõe, ainda, que para cada tópico a ser ensinado, o professor deve definir o nível que deseja atingir e, depois disso, passar por todos os níveis anteriores, mantendo uma hierarquia rígida entre eles. O resumo dos níveis de Hiele, segundo Kaleff (2008, p.45). é o seguinte:

> • NÍVEL 0 - VISUALIZAÇÃO OU RECONHECIMENTO: Neste estágio inicial, os alunos raciocinam basicamente por meio de considerações visuais. Conceitos Geométricos são levados em conta como um todo, sem considerações explicitas das propriedades dos seus componentes. Assim, figuras geométricas são reconhecidas pela aparência global, podendo ser chamadas de triângulo, quadrado, etc, mas os alunos não explicitam as propriedades de identificação das mesmas. Um aluno, neste nível, pode aprender o vocabulário geométrico, identificar formas específicas, reproduzir uma figura dada, etc.
>
> • NÍVEL 1 - ANALISE: Neste nível, os alunos raciocinam sobre conceitos geométricos, por meio de uma análise informal de suas partes e atributos através de observação e experimentação. Os estudantes começam a discernir características das figuras geométricas, estabelecendo propriedades, que são então usadas para conceituarem classes e formas. Porém, eles ainda não explicitam inter-relações entre figuras e propriedades.
>
> • NÍVEL 2 - DEDUÇÃO INFORMAL OU ORDENAÇÃO: Neste nível, os alunos formam definições abstratas, podendo estabelecer inter-relações das propriedades nas figuras (por exemplo, um quadrilátero com lados opostos paralelos necessariamente possui ângulos opostos iguais) e entre figuras (por exemplo, um quadrilátero é um retângulo porque ele possui todas as propriedades do retângulo). Podem também distinguir entre a necessidade e a suficiência de um conjunto de propriedades no estabelecimento de um conceito geométrico. Assim, classes de figuras são entendidas; entretanto, o aluno neste nível não compreende o significado de uma dedução como um todo, ou o papel dos axiomas. Provas formais podem ser acompanhadas, mas os alunos não percebem como construir uma prova, partindo-se de premissas diferentes.
>
> • NÍVEL 3 - DEDUÇÃO FORMAL: Neste nível, os alunos desenvolvem sequências de afirmações deduzindo uma afirmação a partir de uma outra ou de outras. A relevância das tais deduções é entendida como um caminho para o estabelecimento de uma teoria geométrica. Os alunos raciocinam formalmente no contexto de um sistema matemático completo, com termos indefinidos, com axiomas, com um sistema lógico subjacente, com definições e teoremas. Um aluno neste nível pode construir provas (e não somente memorizá-las) e percebe a possibilidade de desenvolver uma prova de mais de uma maneira.
>
> • NÍVEL 4 - RIGOR: Neste nível, os alunos avaliam vários sistemas dedutivos com um alto grau de rigor. Comparam sistemas baseados em diferentes axiomas e estudam várias geometrias na ausência de modelos concretos. São capazes de se aprofundarem na análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independência e completude dos axiomas.

Como van Hiele se concentrava nos ensinos fundamental e médio, seu estudo do modelo se concentrou nos níveis 0 a 3. Eles descobriram que o rigor do nível 4 era normalmente alcançado apenas no ensino superior, o que não estava dentro do alcance de sua pesquisa.

Segundo Burger e Shaughnessy (1986 apud VILLIERS, 2010, p. 404), ao utilizar entrevistas com base em tarefas, caracterizam de forma completa os níveis de pensamento dos alunos, como segue:

Nível 1

1. Costumam usar propriedades visuais irrelevantes para identificar figuras, comparar, classificar e descrever.
2. Normalmente se referem a protótipos visuais de figuras e são facilmente enganados pela orientação das figuras.
3. Incapacidade de pensar em uma variação infinita de um tipo específico de figura (por exemplo, em termos de orientação e forma).
4. Classificações inconsistentes de figuras, por exemplo, uso de propriedades incomuns ou irrelevantes para classificar as figuras.
5. Descrições (definições) incompletas de figuras ao ver condições necessárias (normalmente visuais) como condições suficientes.

Nível 2

1. Uma comparação explícita de figuras com relação às suas propriedades subjacentes.
2. Evitam inclusões de classe entre as diferentes classes de figuras, por exemplo, quadrados e retângulos são considerados disjuntos.
3. Classificação de figuras somente com relação a uma propriedade, por exemplo, propriedades dos lados, enquanto outras propriedades, como simetrias, ângulos e diagonais, são ignoradas.
4. Exibem uma utilização não econômica das propriedades das figuras para descrevê-las (defini-las), em vez de usar apenas as propriedades suficientes.
5. Rejeição explícita de definições fornecidas por terceiros, por exemplo, um professor ou livro, favorecendo apenas suas próprias definições pessoais.
6. Abordagem empírica no estabelecimento da verdade de uma declaração, por exemplo, o uso de observação e medição com base em diversos rascunhos.

Nível 3

1. Formulação de definições econômicas e corretas para as figuras.
2. Capacidade de transformar definições incompletas em definições completas e uma aceitação e uso espontâneo de definições para novos conceitos.
3. A aceitação de diferentes definições equivalentes para o mesmo conceito.
4. Classificação hierárquica de figuras, por exemplo, quadriláteros.
5. Uso explícito da forma lógica "se... então" na formulação e tratamento de conjecturas, além do uso implícito de regras lógicas, como modus ponens.
6. Incerteza e falta de clareza com relação às respectivas funções de axiomas, definições e provas.

Nível 4

1. Compreensão das respectivas funções (papéis) de axiomas, definições e provas.
2. Realização espontânea de conjecturas e esforços iniciados por vontade própria para verificá-los de maneira dedutiva.

A Teoria dos Níveis de Hiele enfatiza a importância de adaptar o ensino ao nível de compreensão geométrica dos alunos, enfatizando que é necessário fornecer experiências educacionais adequadas para fomentar o desenvolvimento do pensamento geométrico ao longo do tempo. Essa abordagem teve um grande impacto na geometria. O tratamento dado aos conteúdos geométricos, em sala de aula, deve levar em consideração os recursos disponíveis para que o trabalho seja efetuado.

O professor deve ter também em conta, naturalmente, os alunos, as suas capacidades e interesses. Há alunos que reagem bem a certo tipo de propostas, outros que preferem outro tipo, outros que têm uma atitude relativamente indiferente. Cada vez com maior frequência, encontramos alunos que revelam grande desinteresse em relação a tudo o que tem a ver com a escola em geral e com a Matemática em particular. Dentro de uma mesma turma, há, muitas vezes, alunos com características muito diversas no que diz respeito aos seus conhecimentos matemáticos, interesse pela Matemática, atitude geral em relação à escola, condições de trabalho em casa, acompanhamento por parte de família, etc. A diversidade dos alunos que o professor tem na sua sala de aula deve ser por ele ponderada, de modo a tentar corresponder, de modo equilibrado, às necessidades e interesses de todos. (PONTE, 2005).

3 A GEOMETRIA DO SEXTO ANO

A matemática é uma ciência incrível com muitas descobertas fascinantes. Os alunos começam a estudar conceitos mais abstratos e complexos, como frações, decimais e porcentagens, quando estão no sexto ano. Eles adquirem habilidades de adição, subtração, multiplicação e divisão de números. Além de aprimorar as habilidades matemáticas, o que melhora a capacidade de raciocínio lógico e resolução de problemas diários.

A geometria se torna mais presente no currículo do sexto ano. Com esse pensamento, apresentaremos uma proposta didática direcionada a alguns assuntos das unidades temáticas de geometria, medida e grandezas. Os alunos passam a estudar ângulos, retas, figuras geométricas, como triângulos, quadrados e círculos, e a entender melhores suas propriedades. Eles aprendem a calcular perímetros, áreas e volumes, o que lhes permite compreender a aplicação prática desses conceitos em situações reais, como na construção de objetos no plano cartesiano ou na decoração de um espaço. A visualização e a manipulação de formas geométricas ajudam a estimular a imaginação e a criatividade com prismas e pirâmides.

Neste capítulo apresentamos uma proposta didático-pedagógica que fundamentará as atividades propostas no próximo capítulo. O objetivo principal é abordar os principais temas de geometria para um aluno do 6° ano. Os livros que serão usados como base desta proposta são (DANTE, 2022) e (SOUZA, 2018). Esta proposta didático-pedagógica fundamentará as atividades propostas no próximo capítulo. O GeoGebra ofereceu a possibilidade de trabalhar com construções mais avançadas, como a interseção de figuras e a criação de figuras mais sofisticadas. Isso permitiu a exploração de conceitos geométricos e a devida construção de figuras geométricas, o que enriqueceu os temas de matemática, tornando-os mais dinâmicos, visuais e acessíveis para os alunos do sexto ano.

3.1 Ponto, reta e plano

Na cidade de Boa Vista, Roraima, o complexo poliesportivo Ayrton Senna da Silva, possui diversas quadras, para a população brincar e/ou treinar. Podem trazer inúmeros benefícios para a saúde e o bem-estar dos alunos. A prática regular de atividades físicas é fundamental para o desenvolvimento físico, mental e social das crianças e adolescentes. Uma quadra de esportes bem equipada oferece um espaço adequado para a realização de diversas modalidades esportivas, como futebol, basquete, vôlei e handebol, promovendo a saúde cardiovascular, o fortalecimento muscular e a melhora da coordenação motora.

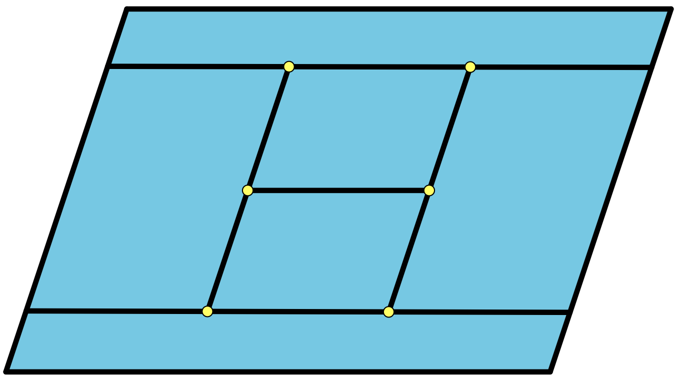
Vamos destacar a quadra de Tênis do complexo poliesportivo Ayrton Senna da Silva, na figura abaixo:

Figura 3.1.1 – Quadra de tênis

Fonte: Autor

Nela podemos observar alguns pontos por meio de uma representação abaixo:

Figura 3.1.2 – Quadra de tênis - desenho

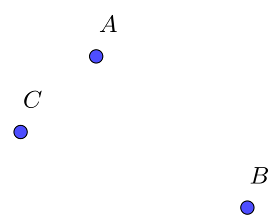


Fonte: Autor

Considere o desenho de uma quadra de tênis com as linhas demarcatórias. Nesta representação e em partes dela, podemos perceber várias das figuras geométricas que estudaremos logo a seguir.

O que aparece em amarelo, próximos do centro do campo, nos dá a ideia de ponto. Na representação dos pontos, cada um é indicado por uma letra maiúscula.

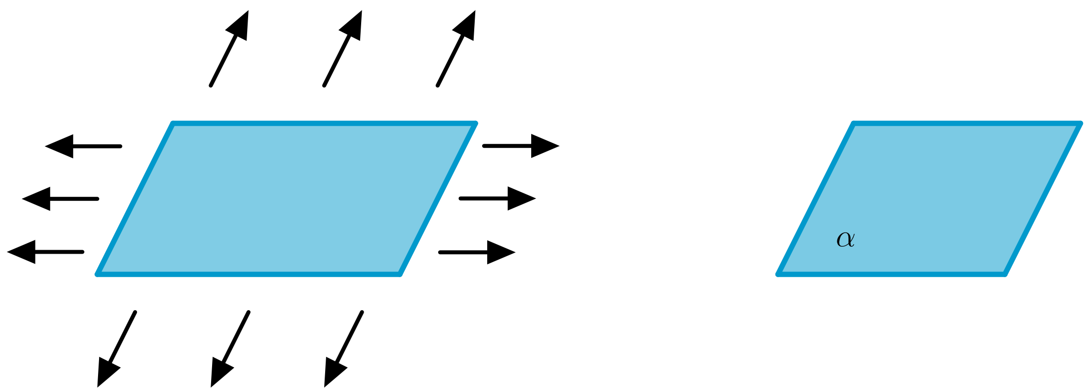
Figura 3.1.3 – Pontos



Fonte: Autor

Imagine a quadra (ou piso) do campo se expandindo indefinidamente em todas as direções e você terá ideia do que é um plano. Costumamos indicar cada plano por uma letra grega: α (alfa), β (beta) e γ (gama), etc.

Figura 3.1.4 – Planos

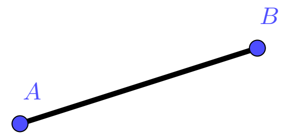


Fonte: Autor

Note, na representação da quadra de tênis, as partes destacadas em preto. Cada uma delas dá a ideia de mais uma figura geométrica: **o segmento de reta**.

Analise a representação de um segmento de reta. .

Figura 3.1.5 – Segmento de reta



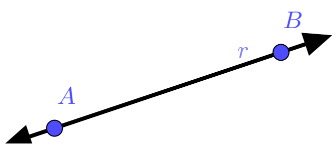
Fonte: Autor

Indicamos: $\overline{AB}$ ou $\overline{BA}$.

Os pontos A e B são as extremidades deste segmento de reta.

Agora em um segmento de reta $\overline{AB}$ que se prolonga indefinidamente nos 2 sentidos. A figura correspondente lembra, aproximadamente, o conceito abstrato de uma reta.

Figura 3.1.6 – Reta

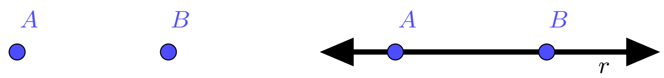


Fonte: Autor

Indicamos por $\overleftrightarrow{AB}$ ou $\overleftrightarrow{BA}$ a reta que passa pelos pontos A e B.
Também podemos indicar a reta por uma letra minúscula; neste caso, reta r.

Podemos encontrar uma reta sempre por 2 pontos, ou seja, 2 pontos determinam uma única reta. e não existe outra reta.

Figura 3.1.7 – Determinação da reta

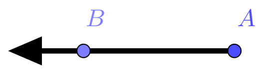


Fonte: Autor

Mais uma vez, pense em um segmento de reta $\overline{AB}$, mas agora sendo prolongado apenas em um sentido(de A para B, por exemplo). A figura correspondente é uma representação aproximada do conceito abstrato de semirreta.

- O ponto A é a origem desta semirreta. Indicamos a semirreta de origem A e que passa por B por $\overrightarrow{AB}$.

Figura 3.1.8 – Semirreta



Fonte: Autor

- A origem desta semirreta é o ponto E. Indicamos: $\overrightarrow{EF}$.

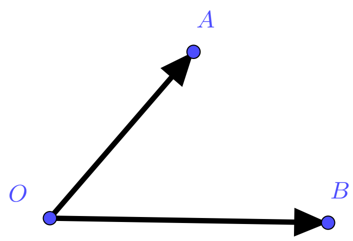
Figura 3.1.9 – Semirreta

Fonte: Autor

3.2 Ângulos

Ângulo é a figura geométrica formada por 2 semirretas de mesma origem. Analise este exemplo.

Figura 3.2.1 – Ângulo AÔB



Fonte: Autor

As semirretas OA e OB são os lados do ângulo. Perceba que os lados de um ângulo são ilimitados, por serem semirretas.

O ponto O é o vértice do ângulo.

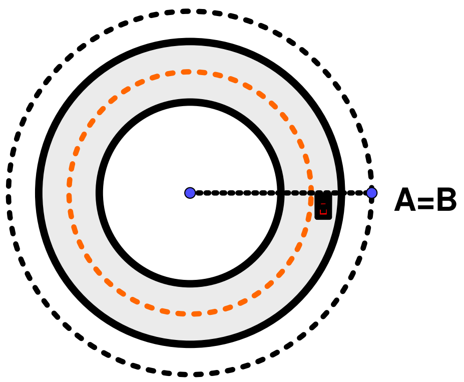
Indicamos este ângulo por $A\hat{O}B$, $B\hat{O}A$ ou, simplesmente, $\hat{\mathrm{O}}$.

Giros e ângulos

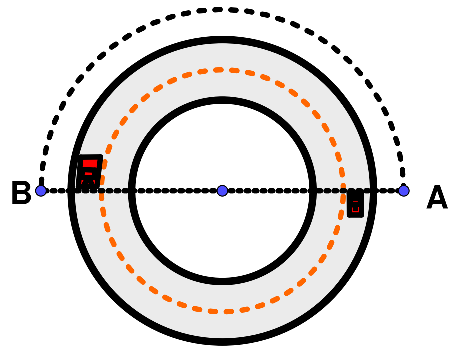
Adrian gosta de brincar com um carrinho em uma pista circular. Considere os giros que ele fez. Você vai perceber que para cada giro há um ângulo correspondente.

Figura 3.2.2 – Giros e ângulos

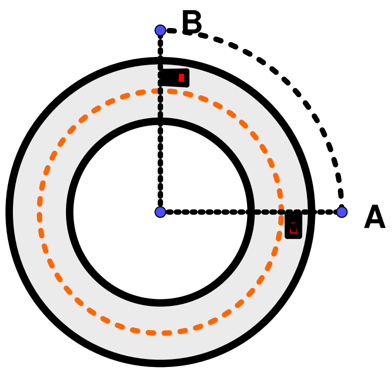
Giro de 1 volta e abertura de **ângulo de 1 volta**. Neste giro, o ponto A de saída e o ponto B de chegada coincidem.



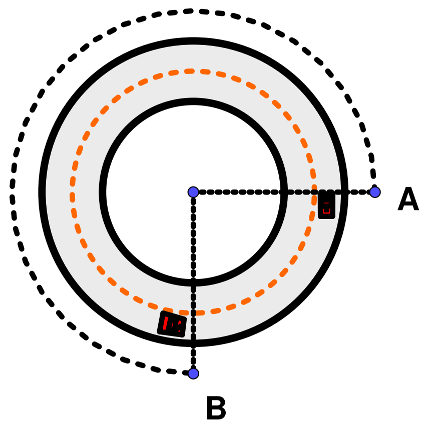
Giro de meia volta $\frac{1}{2}$ volta e abertura de **ângulo de meia volta** ou **ângulo raso**.



Giro de $\frac{1}{4}$ de volta e abertura de **ângulo de $\frac{1}{4}$ de volta** ou **ângulo reto**.



Giro de $\frac{3}{4}$ de volta e abertura de **ângulo de $\frac{3}{4}$ de volta**.



Fonte: Autor

Grau e Medidas de abertura de um ângulo

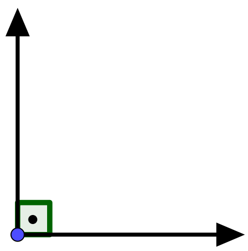
Segundo (DANTE, 2022) o astrônomo e matemático grego Hiparco de Niceia, que viveu por volta de 180 a.C. a 125 a.C., provavelmente influenciado pelos conhecimentos dos babilônios, dividiu a circunferência em 360 partes iguais, criando a unidade de medida de abertura de ângulos (e arcos) chamada grau, que é simbolizado por °.

Imagine o ângulo correspondente a 1 das partes da circunferência dividida em 360 partes iguais, ou seja, um ângulo de $\frac{1}{360}$ de volta. Dizemos que a medida de abertura desse ângulo é 1 grau e indicamos essa medida por 1°.

A volta toda da circunferência tem medida de abertura de 360°. Os ângulos recebem nomes de acordo com as características e suas aberturas em grau.

Ângulo reto: É a medida exata em abertura de 90° ou abertura de $\frac{1}{4}$ de volta completa.

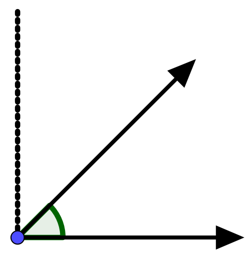
Figura 3.2.3 – Ângulo reto



Fonte: Autor

Ângulo agudo: Quando tem abertura menor do que a do ângulo reto, e as semirretas não coincidem ou sua abertura em grau é maior do que 0° e menor que 90°.

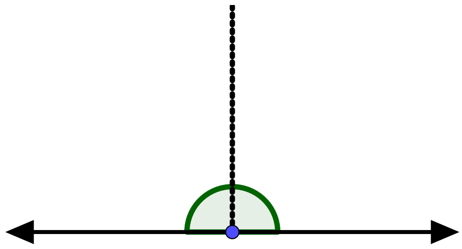
Figura 3.2.4 – Ângulo agudo



Fonte: Autor

Ângulo raso: A abertura de um ângulo raso corresponde à de 2 ângulos retos ou quando a medida tem exatamente 180°.

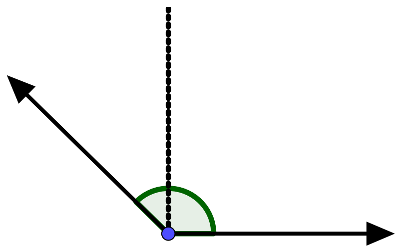
Figura 3.2.5 – Ângulo raso



Fonte: Autor

Ângulo obtuso: A abertura deste ângulo é maior do que a do ângulo reto e menor do que a do ângulo raso.

Figura 3.2.6 – Ângulo obtuso



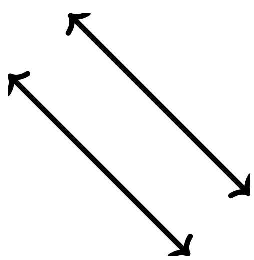
Fonte: Autor

3.3 Retas Paralelas e Perpendiculares

3.3.1 Retas Paralelas

Tendo por exemplo duas retas, r e s, elas são classificadas como paralelas quando não possuem nenhum ponto em comum. Em outras palavras, duas retas paralelas são aquelas que não se cruzam em nenhum ponto. Quando r e s são paralelas, elas podem ser representadas por r//s.

Figura 3.3.1 – Retas Paralelas

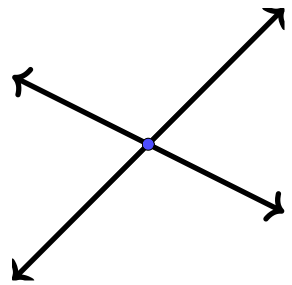


Fonte: Autor

3.3.2 Retas concorrentes oblíquas

Duas retas são concorrentes oblíquas quando têm apenas 1 ponto comum e se intersectam formando 2 ângulos agudos e 2 ângulos obtusos.

Figura 3.3.2 – Retas concorrentes oblíquas

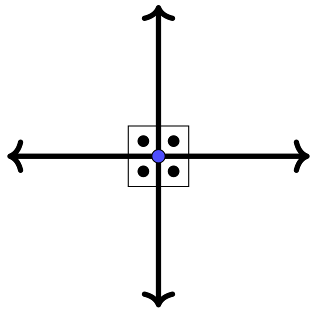


Fonte: Autor

3.3.3 Retas concorrentes perpendiculares

Duas retas são concorrentes perpendiculares quando têm apenas 1 ponto comum e se intersectam formando 4 ângulos retos (caso especial de retas concorrentes).

Figura 3.3.3 – Retas concorrentes perpendiculares



Fonte: Autor

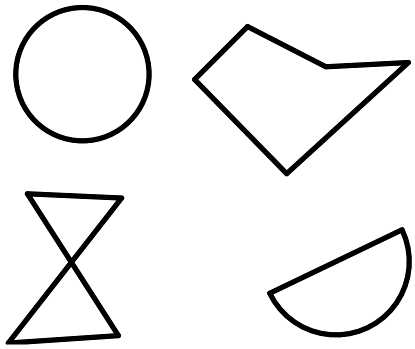
3.4 Linhas e regiões planas

Linhas

As linhas são usadas na geometria para descrever e desenhar vários tipos de figuras. As linhas podem ser descritas como sequências contínuas de pontos. Elas podem ser retas ou curvas e podem ter uma variedade de formas combinadas. As linhas podem ser classificadas por fechadas ou abertas.

- fechadas

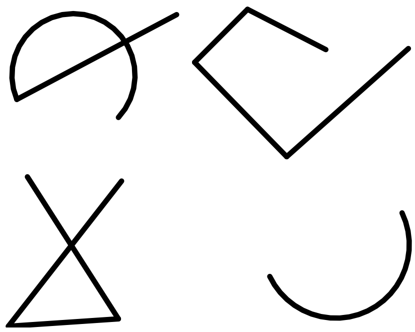
Figura 3.4.1 – Linhas fechadas



Fonte: Autor

- abertas

Figura 3.4.2 – Linhas abertas

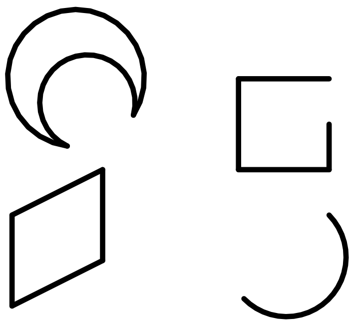


Fonte: Autor

As linhas também podem ser simples ou não simples.

- Simples (não se cruzam)

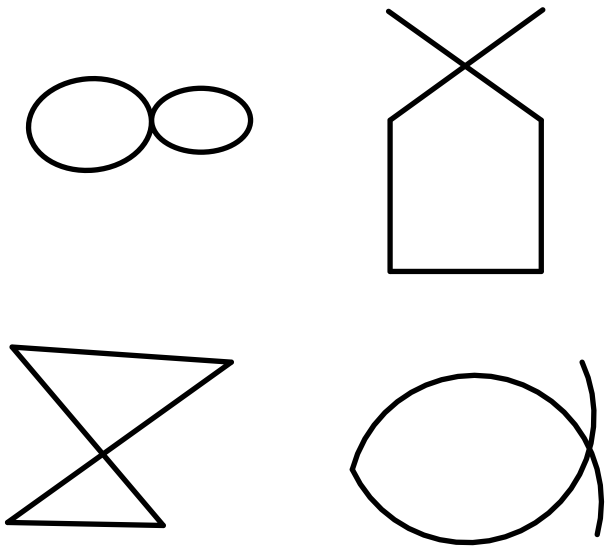
Figura 3.4.3 – Linhas simples



Fonte: Autor

- Não simples (se cruzam)

Figura 3.4.4 – Linhas não simples

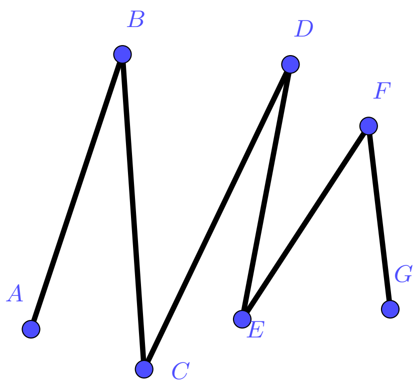


Fonte: Autor

Quando uma linha é formada apenas por uma sequência de segmentos de reta, ela é chamada de linha poligonal. Podemos considerar as características das linhas para as linhas poligonais.

- Linha poligonal aberta simples

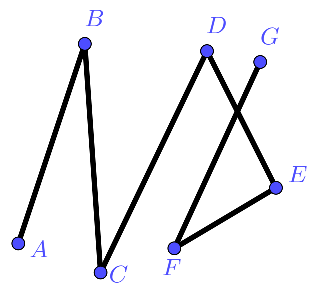
Figura 3.4.5 – Linha poligonal aberta simples



Fonte: Autor

- Linha poligonal aberta não simples

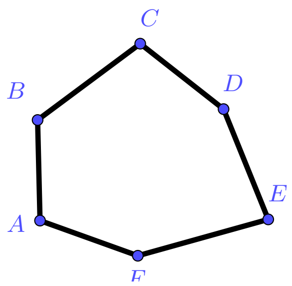
Figura 3.4.6 – Linha poligonal aberta não simples



Fonte: Autor

- Linha poligonal fechada simples ou Contorno

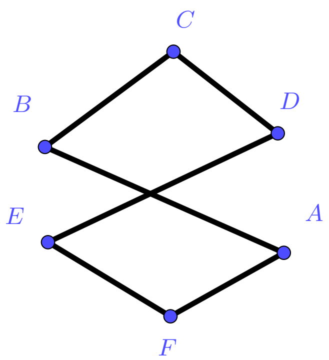
Figura 3.4.7 – Linha poligonal fechada simples ou Contorno



Fonte: Autor

- Linha poligonal fechada não simples

Figura 3.4.8 – Linha poligonal fechada não simples



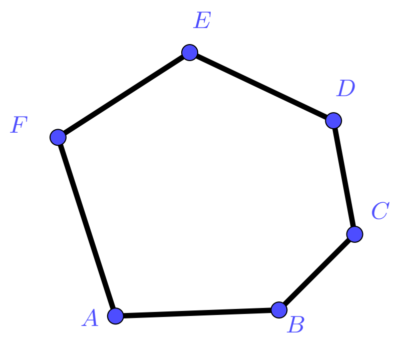
Fonte: Autor

3.5 Polígonos

A palavra polígono tem origem grega, em que **poli** indica muitos e **gonos**, ângulos. Segundo (SOUZA, 2018) chamamos de **polígono** toda figura geométrica plana formada por uma região e por seu contorno, que deve ser fechado e composto apenas de segmentos de reta que não se cruzam.

Analisando a figura abaixo: partindo do ponto A, temos que o primeiro segmento de reta deste polígono ($\overline{AB}$) tem uma extremidade comum (A) com o último segmento de reta dessa sequência ($\overline{FA}$). Isso é um exemplo de contorno poligonal de seis lados.

Figura 3.5.1 – Contorno de um polígono

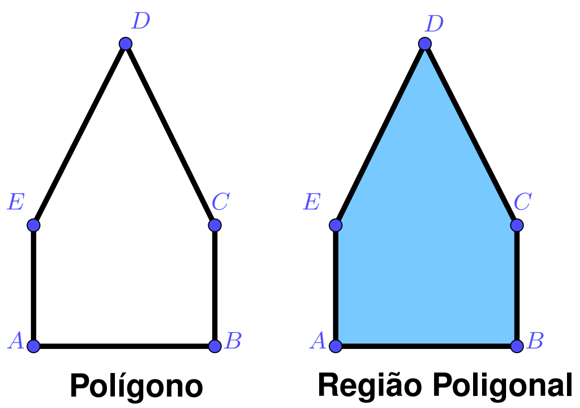


Fonte: Autor

Polígono e região poligonal

Um polígono divide o plano em duas regiões: o interior e o exterior dele. Quando mencionamos um polígono, estamos nos referindo apenas à sua linha ou contorno. Por outro lado, ao nos referirmos à região poligonal, estamos incluindo tanto o contorno quanto a região interna plana.

Figura 3.5.2 – Região poligonal



Fonte: Autor

Aos polígonos podemos associar a grandeza perímetro. Às regiões poligonais podemos associar a grandeza perímetro e também a grandeza área.

Elementos de um polígono

Observe alguns elementos que podemos destacar em um polígono.

- **Lado**

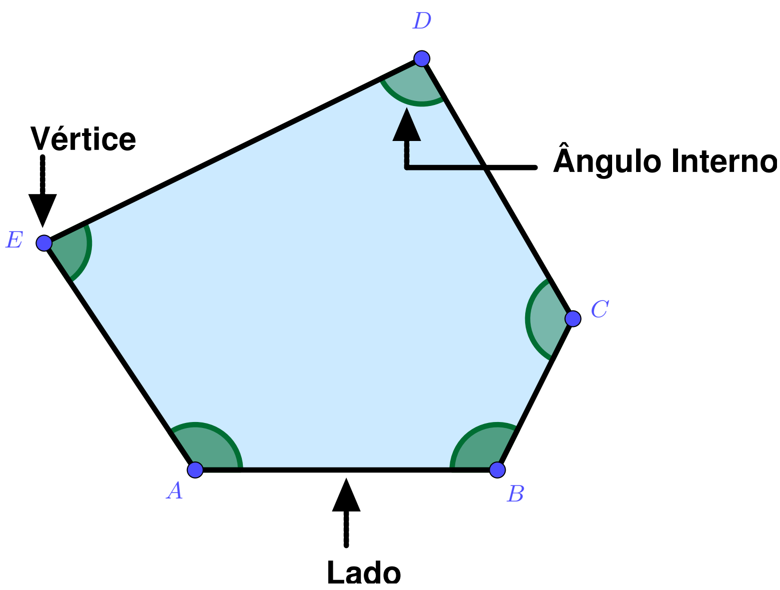
  Cada segmento de reta do contorno de um polígono é um lado.

- **Vértice**

  Cada ponto em que dois lados do polígono se encontram é um vértice.

- **Ângulo interno** Cada ângulo interno corresponde à abertura formada por dois lados do polígono.

Figura 3.5.3 – Poligonos com seus elementos



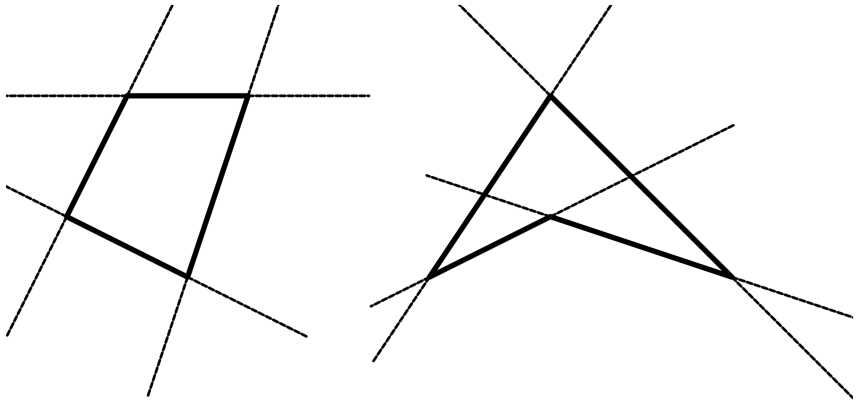
Fonte: Autor

Observação: O número de lados, vértices e ângulos interno são iguais.

Polígonos convexos e polígonos não convexos

Se traçarmos uma reta sobre cada lado de um polígono e o restante do polígono ficar do mesmo lado dessa reta, então dizemos que o polígono é convexo. Se houver pelo menos um lado em que isso não ocorra, então dizemos que o polígono é não convexo.

Figura 3.5.4 – Polígonos convexos e polígonos não convexos



Polígono convexo **Polígono não convexo**

Fonte: Autor

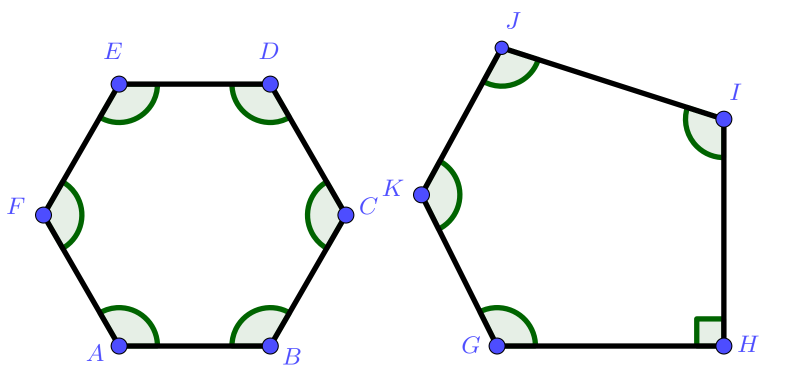
Polígono regular e polígono não regular

Entre os polígonos convexos, há os regulares e os não regulares. Um polígono convexo é regular quando:

- as medidas de comprimento dos lados são iguais;
- as medidas dos ângulos internos são iguais.

Caso contrário, o polígono é chamado não regular.

Figura 3.5.5 – Polígono regular e polígono não regular



Polígono regular **Polígono não regular**

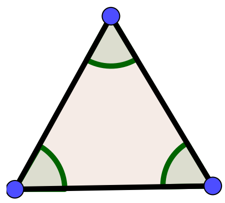
Fonte: Autor

Tipos de polígono

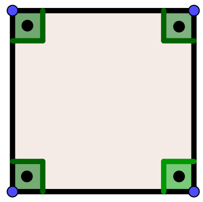
Um polígono pode ser classificado e nomeado de acordo com o número de lados, vértices e ângulos internos. Observe alguns exemplos.

Figura 3.5.6 – Triângulo e Quadrilátero

Triângulo:
3 lados;
3 vértices;
3 ângulos internos.



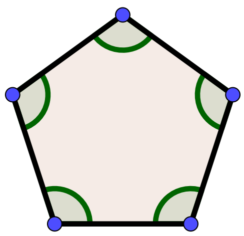
Quadrilátero:
4 lados;
4 vértices;
4 ângulos internos.



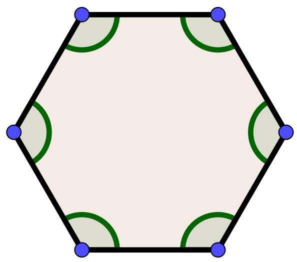
Fonte: Autor

Figura 3.5.7 – Pentágono e Hexágono

Pentágono:
5 lados;
5 vértices;
5 ângulos internos.



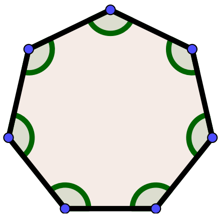
Hexágono:
6 lados;
6 vértices;
6 ângulos internos.



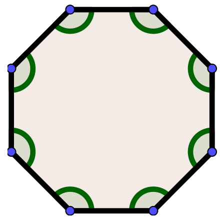
Fonte: Autor

Figura 3.5.8 – Heptágono e Octógono

Heptágono: 7 lados;
7 vértices;
7 ângulos internos.



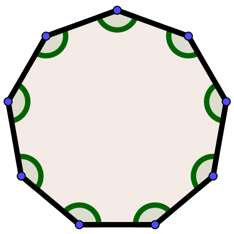
Octógono: 8 lados;
8 vértices;
8 ângulos internos.



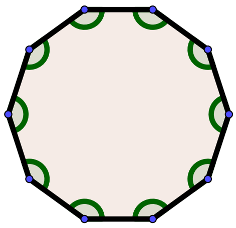
Fonte: Autor

Figura 3.5.9 – Eneágono e Decágono

Eneágono: 9 lados;
9 vértices;
9 ângulos internos.



Decágono: 10 lados;
10 vértices;
10 ângulos internos.

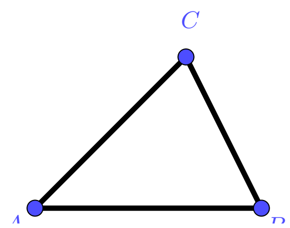


Fonte: Autor

3.5.1 Triângulos

Triângulo é todo polígono que tem 3 lados e, consequentemente, 3 vértices e 3 ângulos internos.

Figura 3.5.10 – Triângulo ABC



Fonte: Autor

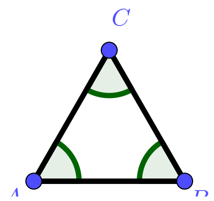
Indicamos este triângulo assim: ΔABC.

Classificação dos triângulos quanto aos ângulos

Conheça os nomes que os triângulos recebem de acordo com os ângulos internos deles.

- **Triângulo acutângulo**: tem os 3 ângulos internos agudos.

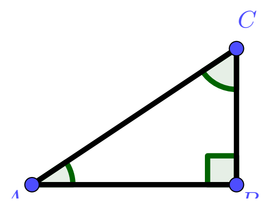
Figura 3.5.11 – Triângulo acutângulo



Fonte: Autor

- **Triângulo retângulo**: tem 1 ângulo interno reto e 2 ângulos internos agudos.

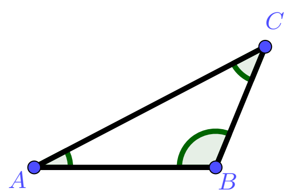
Figura 3.5.12 – Triângulo retângulo



Fonte: Autor

- **Triângulo obtusângulo**: tem 1 ângulo interno obtuso e 2 ângulos internos agudos.

Figura 3.5.13 – Triângulo obtusângulo



Fonte: Autor

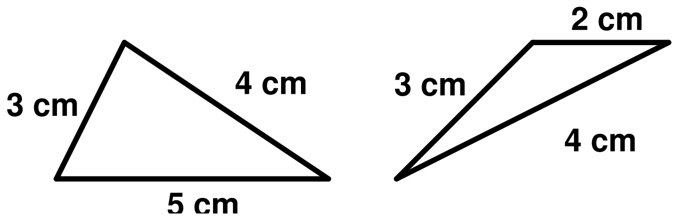
O ΔABC é um triângulo obtusângulo, pois ele tem 1 ângulo interno obtuso ($\hat{B}$) e 2 ângulos internos agudos ($\hat{A}$ e $\hat{C}$).

Classificação dos triângulos quanto aos lados

Agora, conheça os nomes que recebem os triângulos de acordo com os lados deles.

- **Triângulo escaleno**: tem os 3 lados com medidas de comprimento diferentes.

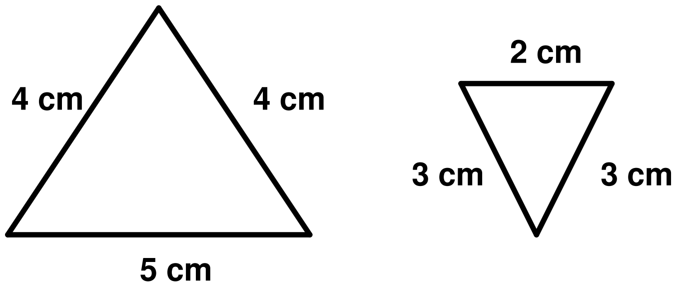
Figura 3.5.14 – Triângulo escaleno



Fonte: Autor

- **Triângulo isósceles**: tem 2 lados com medidas de comprimento iguais.

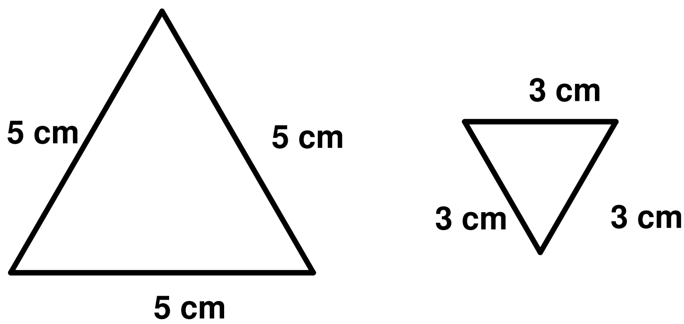
Figura 3.5.15 – Triângulo isósceles



Fonte: Autor

- **Triângulo equilátero**: tem os 3 lados com medidas de comprimento iguais.

Figura 3.5.16 – Triângulo equilátero

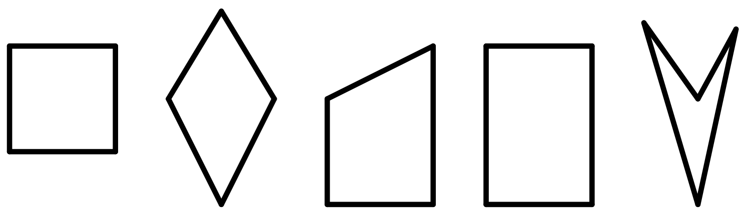


Fonte: Autor

3.5.2 Quadriláteros

Quadriláteros são polígonos de 4 lados e, consequentemente, de 4 vértices e 4 ângulos internos. Todas as figuras representadas a seguir são quadriláteros.

Figura 3.5.17 – Quadriláteros



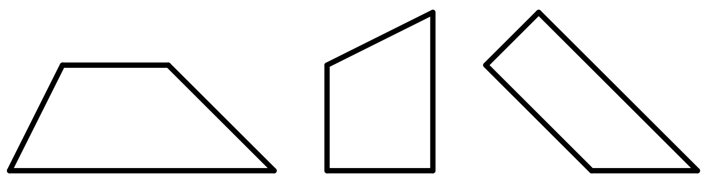
Fonte: Autor

Tipos de quadriláteros

Alguns quadriláteros recebem nomes de acordo com a posição relativa dos lados deles.

- **Trapézio**: tem apenas 1 par de lados paralelos.

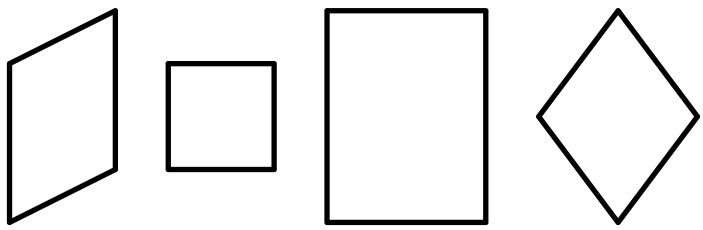
Figura 3.5.18 – Trapézios



Fonte: Autor

- **Paralelogramo**: tem 2 pares de lados paralelos.

Figura 3.5.19 – Paralelogramos

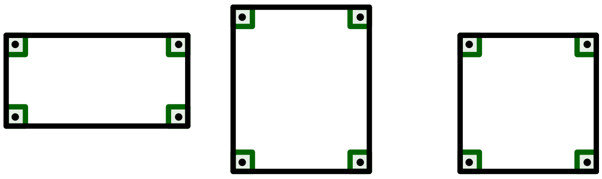


Fonte: Autor

Entre os quadriláteros que são paralelogramos, alguns recebem nomes especiais de acordo com as medidas de comprimento dos lados e as medidas de abertura dos ângulos internos deles.

- **Retângulo**: tem os 4 ângulos internos retos.

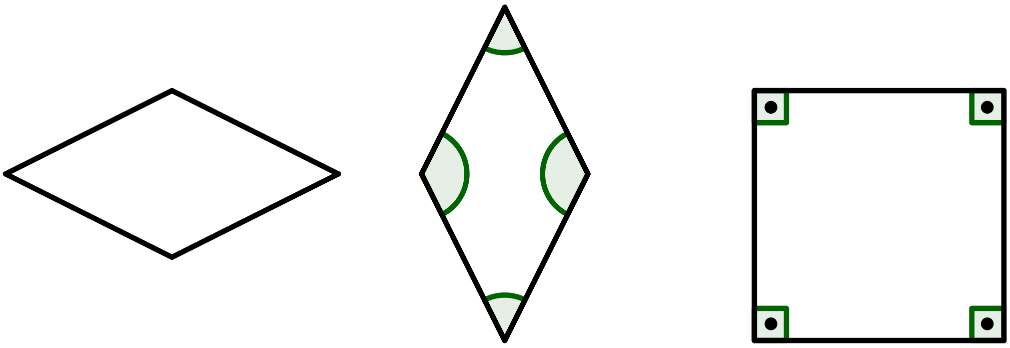
Figura 3.5.20 – Retângulos



Fonte: Autor

- **Losango**: tem os 4 lados com medidas de comprimento iguais.

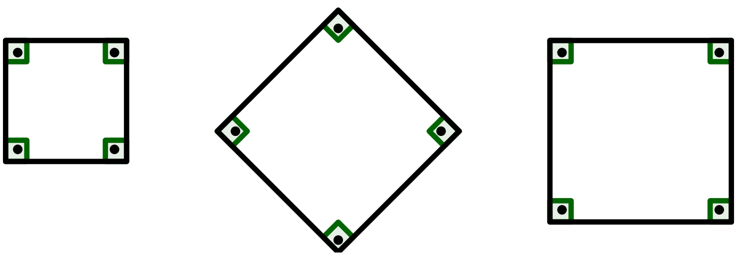
Figura 3.5.21 – Losangos



Fonte: Autor

- **Quadrado**: tem os 4 lados com medidas de comprimento iguais e os 4 ângulos internos retos.

Figura 3.5.22 – Quadrados

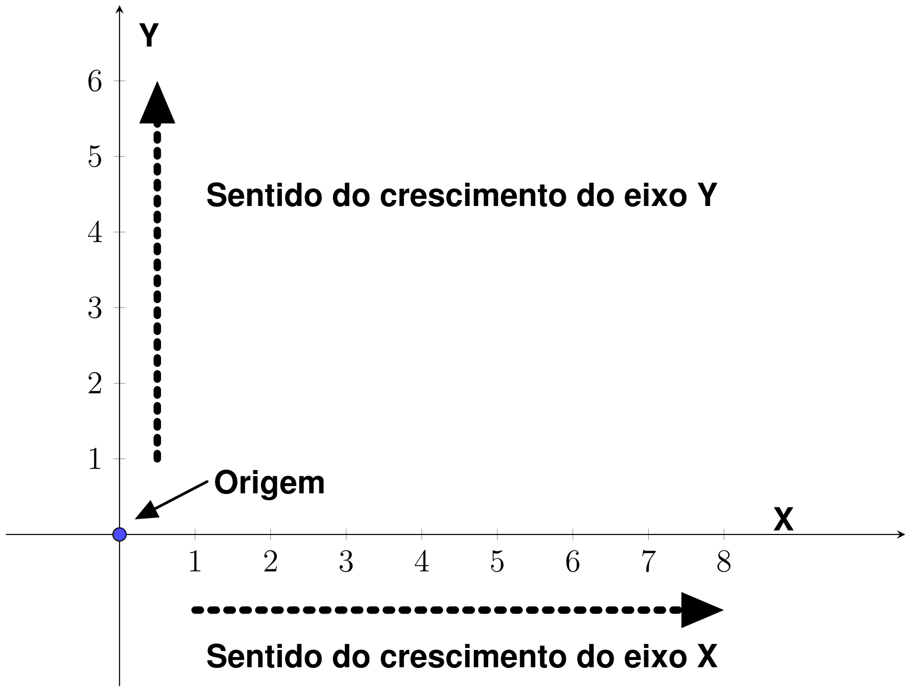


Fonte: Autor

3.6 Plano Cartesiano

O plano cartesiano é composto por dois eixos perpendiculares entre si: um eixo horizontal, conhecido como eixo das abscissas (x), e um eixo vertical, chamado eixo das ordenadas (y). Esses eixos se intersectam em um ponto denominado origem (O). A partir da origem, os eixos são numerados e tratamos somente de números naturais. O eixo horizontal cresce da esquerda para a direita, semelhante a uma reta numérica, enquanto o eixo vertical cresce de baixo para cima.

Figura 3.6.1 – Plano cartesiano 1º Quadrante



Fonte: Autor

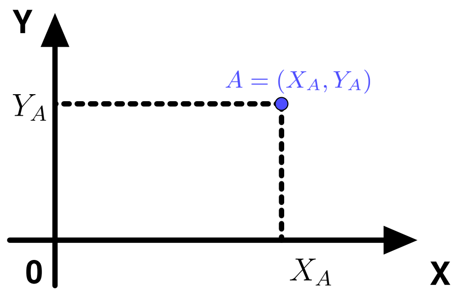
Coordenadas cartesianas

Para localizar um ponto no plano cartesiano, são necessárias duas informações: uma referente ao eixo x e outra referente ao eixo y. Essa localização é determinada por um par ordenado (x, y), onde o primeiro elemento representa a abscissa do ponto, indicando sua posição em relação ao eixo x, e o segundo elemento representa a ordenada do ponto, indicando sua posição em relação ao eixo y.

Observações

- Quando a abcissa de um ponto é igual a zero, ele se localiza sobre o eixo y.
- Quando a ordenada de um ponto é igual a zero, ele se localiza sobre o eixo x.

Figura 3.6.2 – Informação do ponto cartesiano

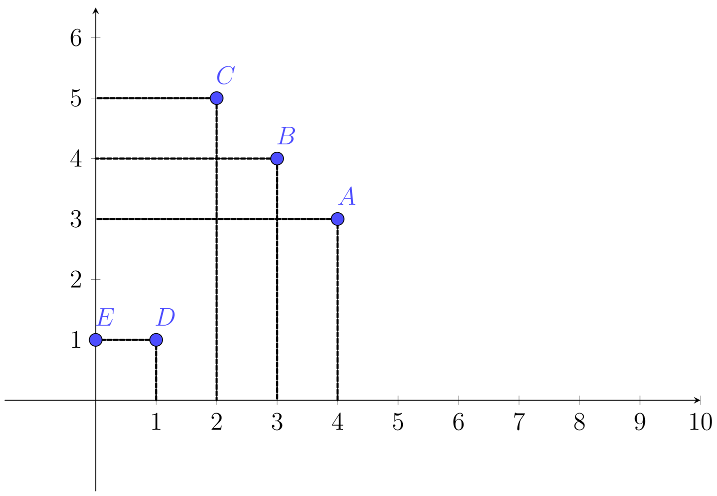


Fonte: Autor

Exemplo com plano cartesiano

Escrevemos que ele está na posição (4, 3), ou seja, o par ordenado correspondente ao ponto A é (4, 3). Também podemos indicar assim: A (4, 3).
Nesse par ordenado, 4 é a abscissa do ponto A, 3 é a ordenada desse ponto e 4 e 3 são as coordenadas desse ponto.
Analogamente, o ponto B tem abscissa 3 e ordenada 4. As coordenadas do ponto B são 3 e 4 e o par ordenado correspondente a B é (3, 4).
Para ler o par ordenado que representa um ponto no plano, primeiro lemos a abscissa e, depois, a ordenada. Por exemplo, o ponto C é localizado pelo par ordenado (2, 5), que se lê "par ordenado 2, 5". Ainda no mesmo plano cartesiano, temos os pontos D (1, 1) e E (0, 1).

Figura 3.6.3 – Exemplo no 1º Quadrante



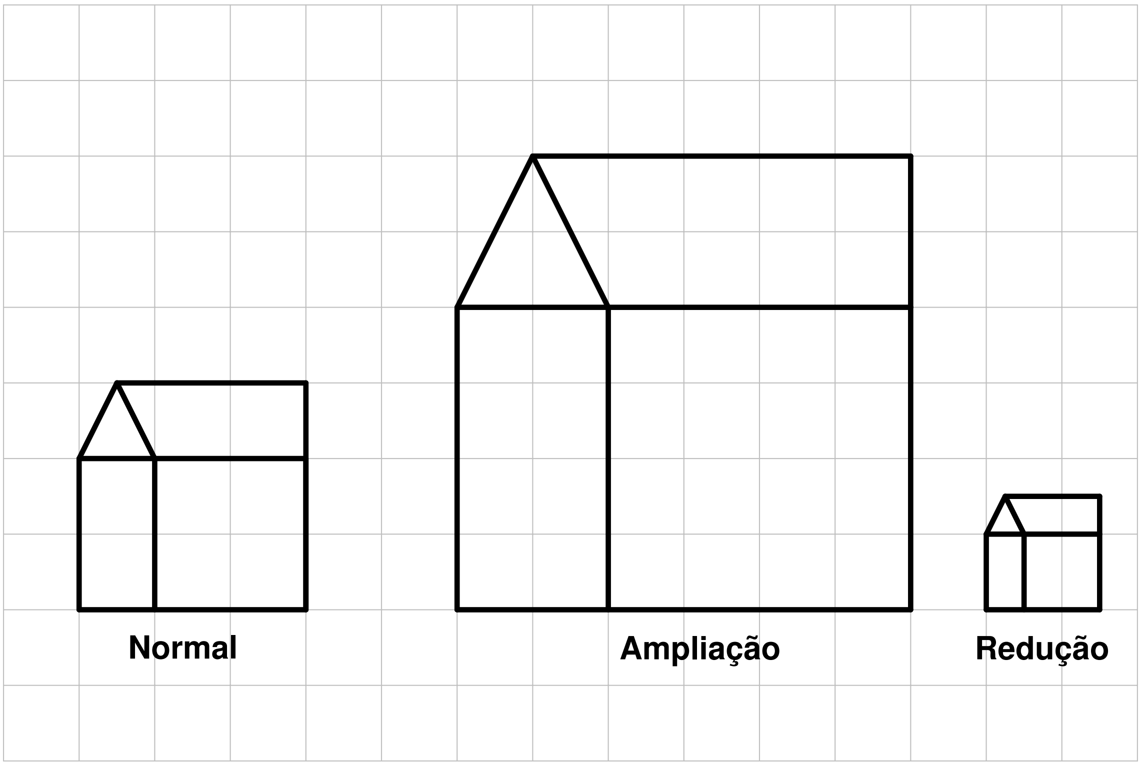
Fonte: Autor

3.7 Ampliação e redução de figuras planas

Ao ampliar ou reduzir uma figura, as medidas de abertura dos ângulos são mantidas e as medidas das dimensões são multiplicadas e/ou divididas por um mesmo número maior do que 1.

Podemos usar uma malha quadriculada para ampliar ou reduzir figuras planas. Analise este exemplo: na ampliação, as medidas de abertura dos ângulos foram mantidas e as medidas de comprimento dos segmentos de reta foram dobradas, ou seja, multiplicadas por 2; na redução, as medidas de abertura dos ângulos foram mantidas e as medidas de comprimento dos segmentos de reta foram consideradas pela metade, ou seja, foram divididas por 2.

Figura 3.7.1 – Ampliação e redução de figuras planas



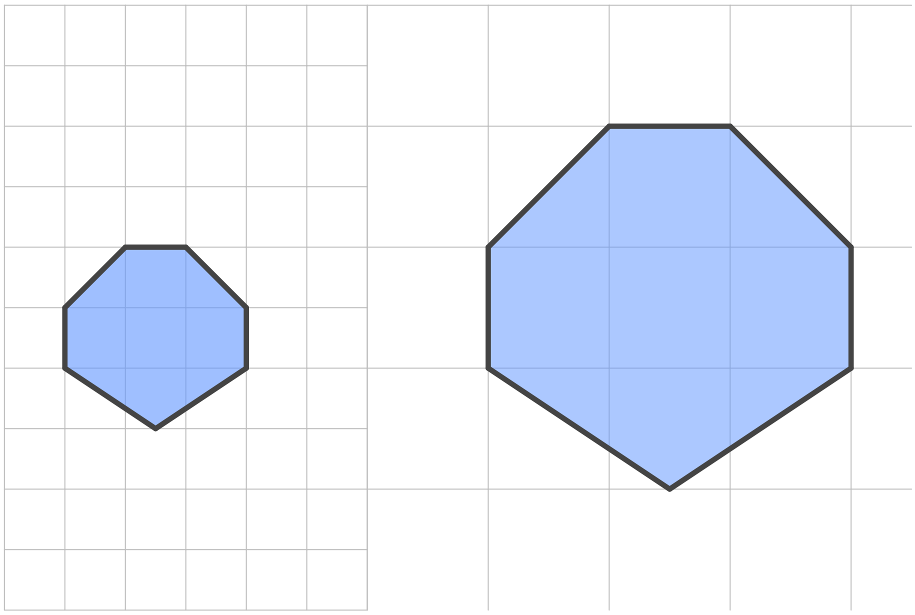
Fonte: Autor

Figuras como essas são chamadas de **figuras semelhantes**.

Também podemos obter figuras semelhantes aumentando ou reduzindo os quadradinhos da malha quadriculada. Analise este exemplo.

O quadriculado da figura original tem lados de medida de comprimento de 5 mm e o quadriculado da figura ampliada, de 1 cm (10 mm). As medidas de abertura dos

Figura 3.7.2 – Figuras semelhantes



Fonte: Autor

ângulos da figura ampliada permaneceram iguais e as medidas de comprimento dos lados dela são o dobro das medidas correspondentes da figura original.

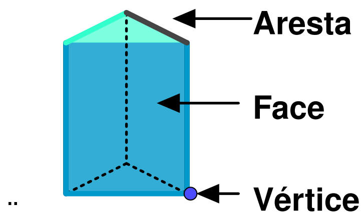
3.8 **Figuras geométrica espaciais**

3.8.1 Os poliedros

Um poliedro é um sólido geométrico cujas faces são todas formadas por polígonos. Essas estruturas geométricas estão presentes constantemente no espaço que nos rodeia. O conceito de poliedros é definido por **Poli** significa muitos; **edros** significa faces. Poliedro significa objeto com muitas faces.

Elementos de um poliedro: vértice, face e aresta. Examine o poliedro abaixo.

Figura 3.8.1 – Poliedro e seus elementos



Fonte: Autor

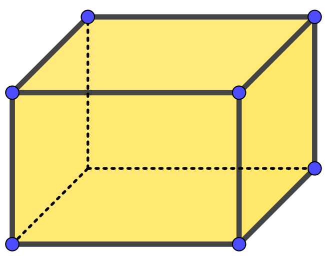
Ele tem 6 vértices, 5 faces e 9 arestas.

- Cada vértice é um ponto.
- Cada aresta é um segmento de reta.
- Cada face é uma região plana.
- Neste poliedro, cada vértice é o encontro de 3 arestas.
- Cada aresta é o encontro de 2 faces.
- Este poliedro tem 2 faces triangulares e 3 faces retangulares.

3.8.2 Um poliedro bastante conhecido: paralelepípedo-reto ou bloco retangular

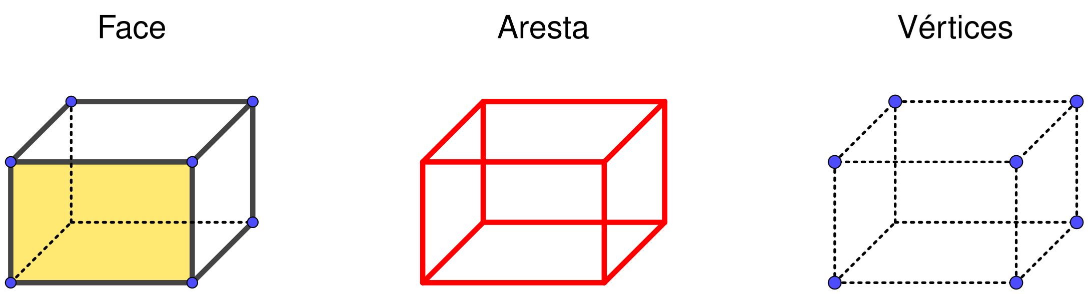
Todo sólido geométrico tem 3 dimensões e, por isso, é chamado de figura tridimensional. Observe as 3 dimensões do bloco retangular que possui tamanhos diferentes.

Figura 3.8.2 – Bloco reto-retangular



Fonte: Autor

Figura 3.8.3 – Face, Aresta e Vértice de Bloco reto-retangular

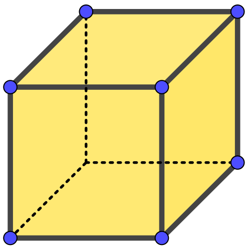


Fonte: Autor

3.8.3 Um caso particular de bloco retangular: o cubo

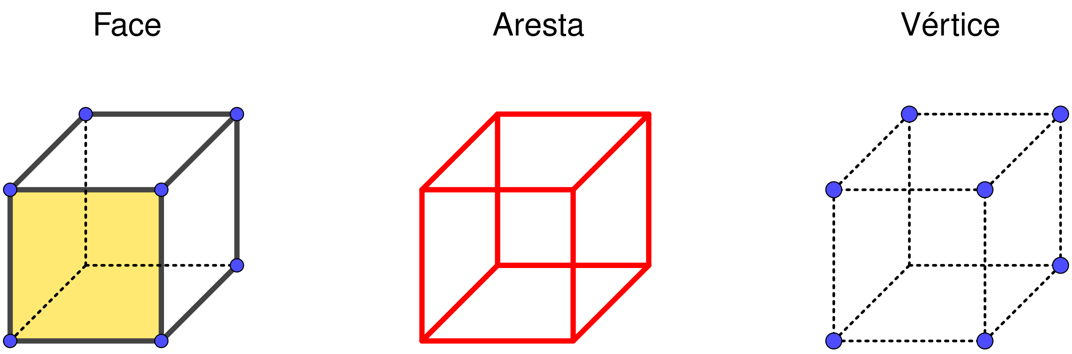
Imagine um bloco retangular com as 3 dimensões de medidas iguais, ou seja, com todas as arestas com medidas de comprimento iguais. Esse bloco retangular que você imaginou é o poliedro que chamamos de cubo.

Figura 3.8.4 – Cubo



Fonte: Autor

Figura 3.8.5 – Face, Aresta e Vértice de cubo



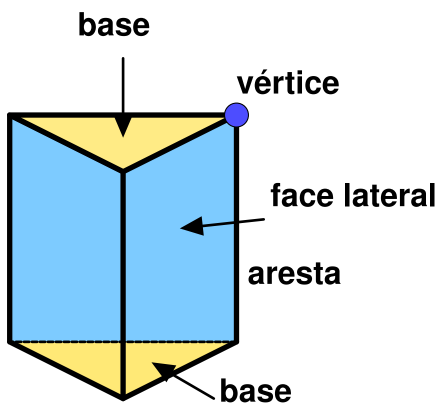
Fonte: Autor

3.8.4 Prismas e Piramides

Os blocos retangulares (ou paralelepípedos) fazem parte de um grupo maior de poliedros: os prismas. Outro grupo importante de poliedros são as pirâmides. Vamos conhecer um pouco mais sobre cada um desses grupos.

Prismas Alguns poliedros, pelas características que têm, são chamados de prismas. Analise a seguir a representação de alguns deles. As faces pintadas de amarelo são as bases dos prismas, e as demais são as faces laterais.

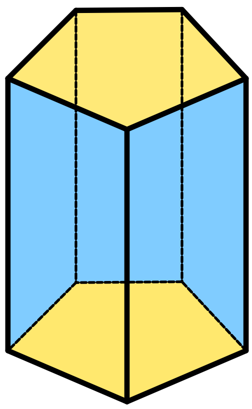
Figura 3.8.6 – Prisma reto e seus elementos



Fonte: Autor

Todo prisma reto tem 2 bases paralelas e iguais e tem faces laterais retangulares.

Figura 3.8.7 – Exemplo de prisma reto de base pentagonal



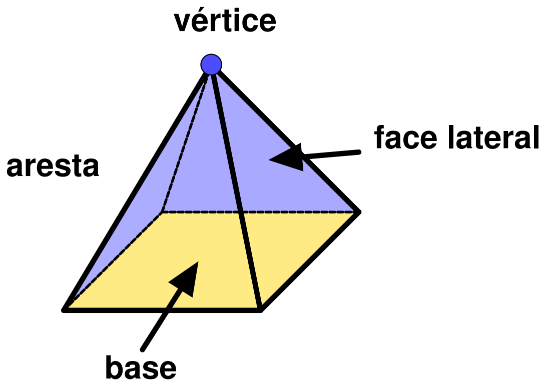
Fonte: Autor

Perceba que o nome do prisma é definido de acordo com a forma das bases dele.

Pirâmides Outros poliedros, pelas características deles, são chamados de pirâmides. Analise a representação de algumas delas. As faces em verde são as bases, e as demais são as faces laterais.

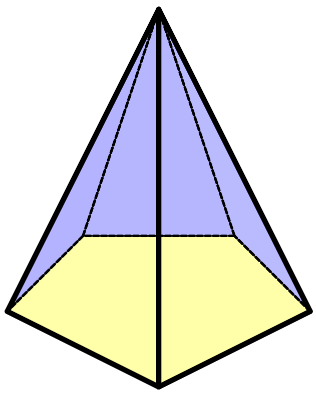
Toda pirâmide tem faces laterais triangulares.

Figura 3.8.8 – Pirâmide e seus elementos



Fonte: Autor

Figura 3.8.9 – Exemplo de pirâmide de base pentagonal



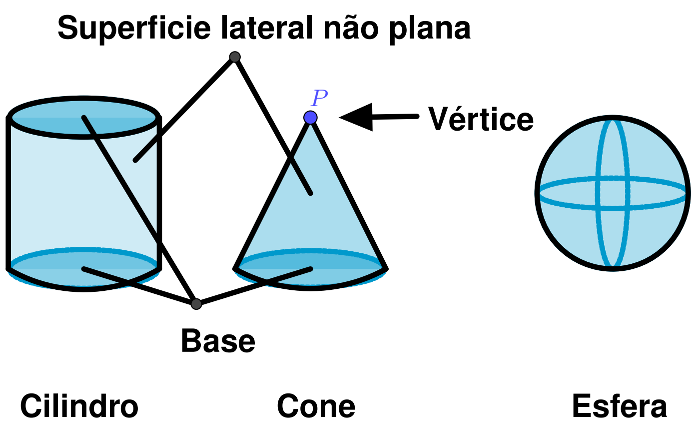
Fonte: Autor

Perceba que o nome da pirâmide também é definido de acordo com a forma da base dela.

3.9 Corpos Redondos

Corpos redondos são sólidos geométricos que têm pelo menos uma parte não plana, arredondada. Considere a seguir quais são os principais corpos redondos.

Figura 3.9.1 – Cilindro, cone e esfera



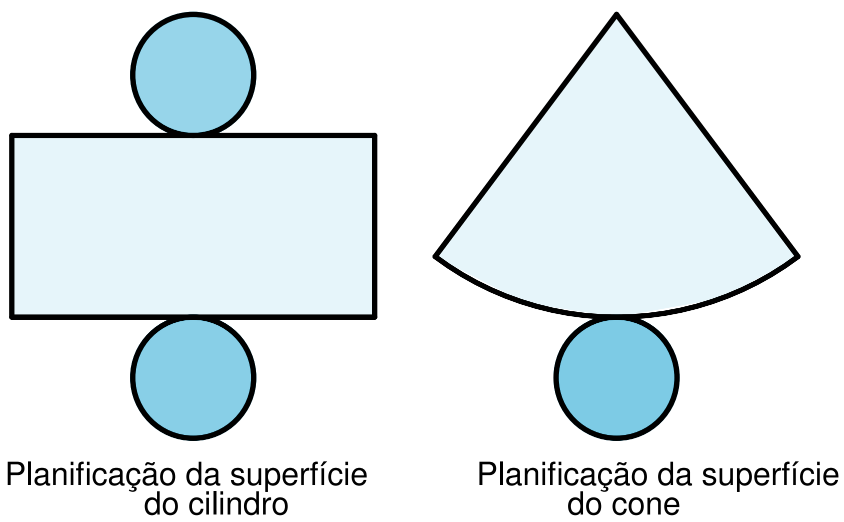
Fonte: Autor

O cilindro é caracterizado principalmente por ter duas bases circulares com o mesmo raio. Muitos objetos têm forma cilíndrica, como uma lata de milho enlatado. Quando desenrolamos um cilindro, vemos que ele é formado por um retângulo e dois círculos.

E também podemos encontrar cones em diversos objetos do nosso dia a dia, como chapéus de aniversário, casquinhas de sorvete, cones de trânsito e árvores de Natal. Ao desenrolar um cone, observamos que ele é composto por um círculo, que constitui a base, e um arco, que forma sua área lateral.

Como mostra os exemplos abaixo:

Figura 3.9.2 – Planificação do cilindro e do cone



Fonte: Autor

3.10 Medidas e Grandezas

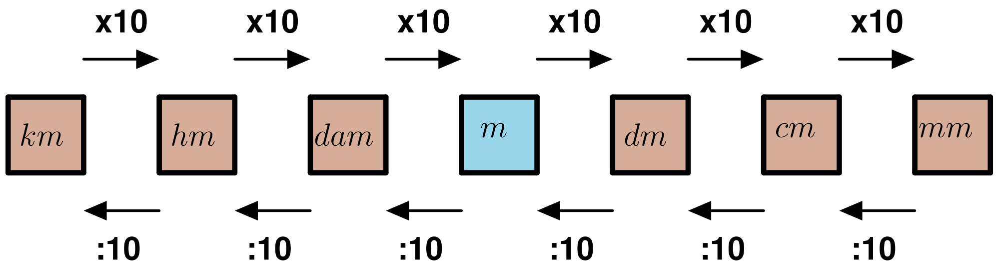
3.10.1 Comprimento

A um objeto físico retilíneo, como uma corda esticada, ou a uma representação desse objeto, que é o desenho dele, ou ao conceito abstrato matemático de segmento de reta, associamos uma grandeza, que é o comprimento, que pode ser medida. Medir uma grandeza é atribuir um número a essa grandeza. Esse número, seguido da unidade de medida adotada, é a medida da grandeza.

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade padronizada de medida de comprimento é o metro (m) é a unidade de base, ou unidade-padrão ou unidade fundamental de medida de comprimento. Há também outras unidades de medida padronizadas de comprimento que derivam dele: os múltiplos do metro (usados para medir comprimentos grandes em relação a ele) e os submúltiplos do metro (usados para medir comprimentos pequenos em relação a ele).

Por exemplo, um múltiplo do metro é o quilômetro (km), que equivale a 1 000 metros (1 km = 1 000 m). Um submúltiplo do metro é o centímetro (cm), que equivale à centésima parte do metro (1 cm = 0,01 m). Há outros múltiplos e submúltiplos do metro, tais como o hectômetro (hm), o decâmetro (dam), o decímetro (dm) e o milímetro (mm). Analise como eles se relacionam.

Figura 3.10.1 – Múltiplos e Submúltiplos de comprimento



Fonte: Autor

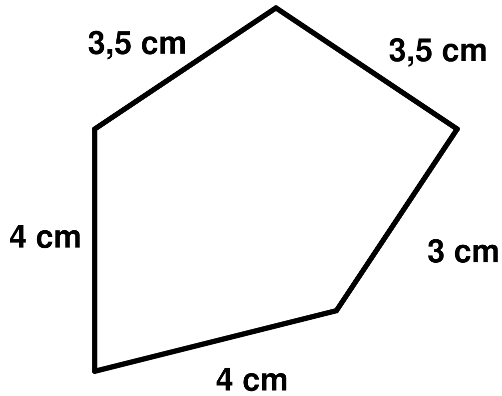
Perceba que cada unidade de medida de comprimento é igual a 10 vezes a unidade de medida imediatamente inferior. Escrevendo de outra maneira, podemos dizer que cada unidade de medida de comprimento é igual a 1 décimo da unidade de medida imediatamente superior.

Medida de perímetro de um polígono

O perímetro de um polígono é o comprimento da linha poligonal simples e fechada que forma o polígono. Para calcular a medida de perímetro de um polígono, basta adicionarmos as medidas de comprimento de todos os lados dele.

Por exemplo, a medida de perímetro deste pentágono é:

Figura 3.10.2 – Exemplo de perímetro



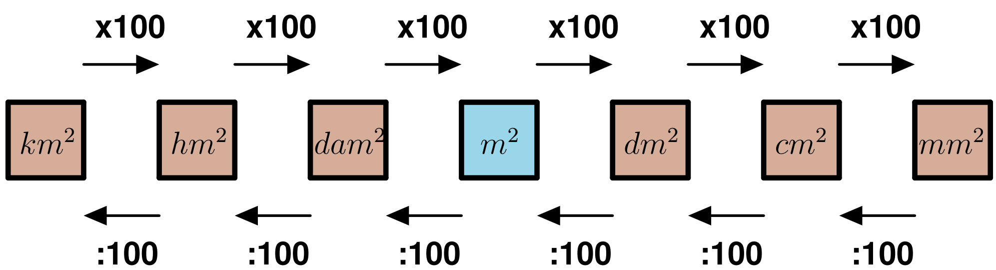
Fonte: Autor

Perímetro é igual: $4cm + 4cm + 3cm + 3,5cm + 3,5cm = 18cm$.

3.10.2 Superfície (Área)

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade padronizada de medida de área é o metro quadrado (m^2) é a unidade de base, ou unidade-padrão ou unidade fundamental de medida de área. Há também outras unidades de medida de área que derivam dele: os múltiplos do metro quadrado (usados para medir grandes áreas em relação a ele) e os submúltiplos do metro quadrado (usados para medir pequenas áreas em relação a ele).

Figura 3.10.3 – Múltiplos e Submúltiplos de áreas



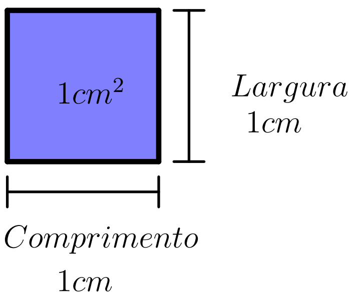
Fonte: Autor

Por exemplo, um múltiplo do metro quadrado é o quilômetro quadrado (km^2), que equivale a 1 000 000 metros quadrados (1 km^2 = 1 000 000 m^2). Um submúltiplo do metro quadrado é o centímetro quadrado (cm^2), que equivale a 0,0001 m^2 ($1cm^2$ = 0,0001 m^2). Há outros múltiplos e submúltiplos do metro quadrado, tais como o hectômetro quadrado (hm^2), o decâmetro quadrado (dam^2), o decímetro quadrado (dm^2) e o milímetro quadrado (mm^2). Acompanhe como eles se relacionam.

Perceba que cada unidade de medida de área é igual a 100 vezes a unidade de medida imediatamente inferior. Escrevendo de outra maneira, podemos dizer que cada unidade de medida de área é 1 centésimo da unidade de medida imediatamente superior.

Medida de área de uma região retangular

Figura 3.10.4 – Unidade de medida de área: $1cm^2$



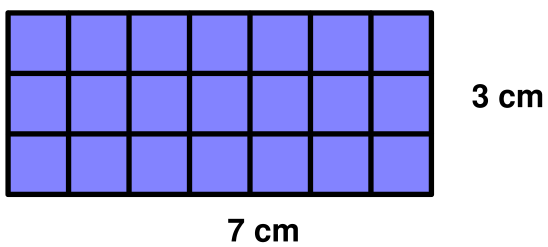
Fonte: Autor

Podemos afirmar que, para calcular a medida de área de qualquer região retangular, basta multiplicar a medida de comprimento pela medida de largura.

medida de área = (medida de comprimento) x (medida de largura)

Por exemplo, a medida de área deste retângulo é:

Figura 3.10.5 – Exemplo de área



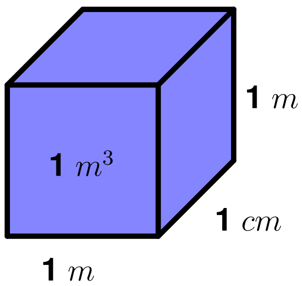
Fonte: Autor

Logo a medida de área é igual: 7 cm (medida de comprimento) x 3 cm (medida de largura) = 21 cm^2.

3.10.3 Volume

No SI, o metro cúbico (m^3) é a unidade de base, ou unidade-padrão, ou unidade fundamental de medida de volume. Um cubo, cujas arestas têm medida de comprimento de 1 m, tem medida de volume (espaço ocupado) de **1 metro cúbico**.

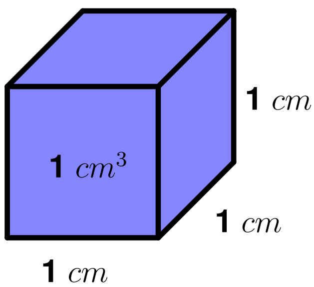
Figura 3.10.6 – Unidade de volume de 1m^3



Fonte: Autor

Há também outras unidades de medida de volume que derivam do metro cúbico: os múltiplos e os submúltiplos. Por exemplo, um múltiplo do metro cúbico (m^3) é o quilômetro cúbico (km^3), que equivale a 1 000 000 000 metros cúbicos (1 km^3 = 1 000 000 000 m^3). Um submúltiplo do metro cúbico (m^3) é o centímetro cúbico (cm^3), que equivale a 0,000001 metro cúbico (1 cm^3 = 0,000001 m^3). Analogamente ao metro cúbico, temos que um cubo, cujas arestas têm medida de comprimento de 1 cm, tem medida de volume de **1 centímetro cúbico** (cm^3).

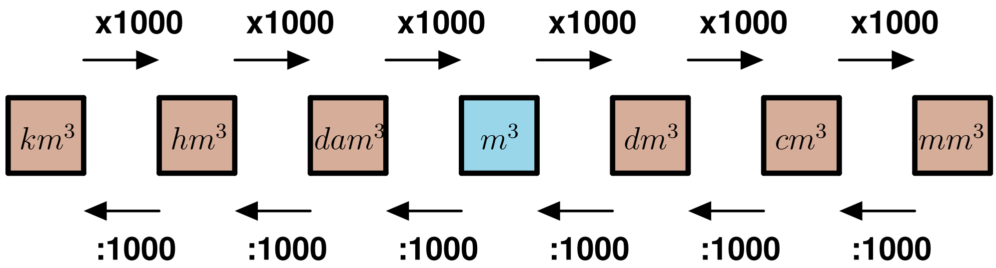
Figura 3.10.7 – Unidade de volume de 1cm^3



Fonte: Autor

Analise como os múltiplos e os submúltiplos do metro cúbico se relacionam.

Figura 3.10.8 – Múltiplos e Submúltiplos de volumes



Fonte: Autor

Perceba que cada unidade de medida de volume é igual a 1 000 vezes a unidade imediatamente inferior.

4 ATIVIDADES DE GEOMETRIA PARA O SEXTO ANO

Ao elaborar a proposta didática deste trabalho, nosso foco estará nos três primeiros níveis de Hiele, já que tal proposta será aplicada no ensino básico.

Nesta etapa educacional, é crucial que o estudante tenha a oportunidade de observar e interagir com objetos e formas, pois isso ajuda a tornar a abstração do pensamento geométrico mais acessível, ou seja, segundo Gonçalves e Lando (2012) este conteúdo não se resume apenas à aplicação de fórmulas. É fundamental também incorporar exemplos práticos que os alunos possam relacionar com situações do dia a dia, evitando assim negligenciar o processo de construção do conhecimento geométrico. Como afirmam:

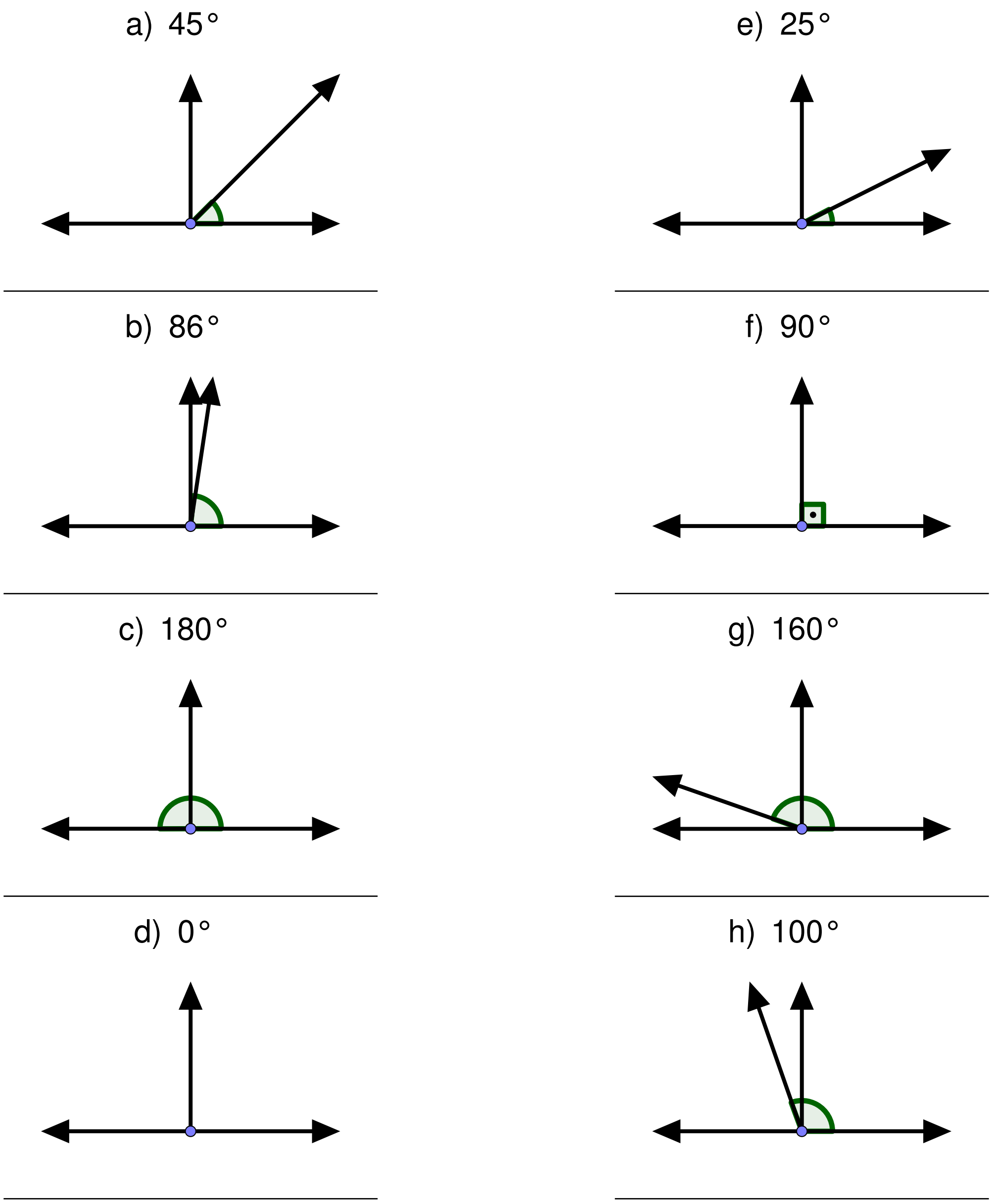
> [...] novas metodologias que permitam que o processo de construção do conhecimento possa confrontar o sujeito com a realidade em que vive, permitindo ao mesmo a liberdade de descobrir e de se expressar. Dessa forma, os jogos, a manipulação de materiais concretos, os programas computacionais e a resolução de problemas se tornam instrumentos capazes de tornarem o ensino de geometria mais atrativo para os alunos (GONÇALVES J. S.; LANDO, 2012).

A ênfase no aprendizado de geometria oferece várias vantagens significativas aos alunos. Aprender os conceitos geométricos melhora as habilidades matemáticas e o raciocínio lógico e a resolução de problemas. Ao trabalhar com figuras e formas, os alunos melhoram sua visualização espacial e aprendem mais sobre as relações entre os diferentes elementos geométricos. Além disso, usar a geometria na vida real e em outras disciplinas prepara os alunos para lidar com desafios futuros com confiança e criatividade. Em resumo, dar mais ênfase à geometria melhora o aprendizado dos alunos e os torna mais críticos, versáteis e preparados para o mundo que os cerca.

A seguir propomos atividades de geometria para o 6º ano do Ensino Fundamental.

1. (Nível 0) Classifique em nulo, agudo, reto, obtuso ou raso o ângulo que mede:

Figura 4.0.1 – Exercício 01

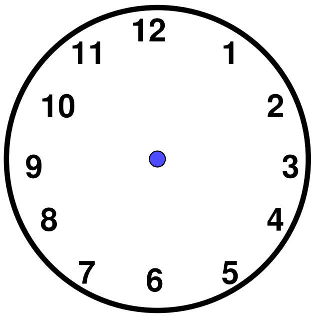


Fonte: Autor

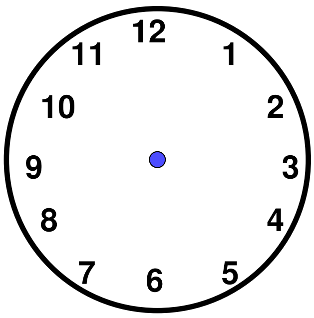
2. (Nível 1) Desenhe os ponteiros das horas e minutos, depois determine a medida do menor ângulo formado entre os ponteiros quando o relógio indica:

Figura 4.0.2 – Exercício 02

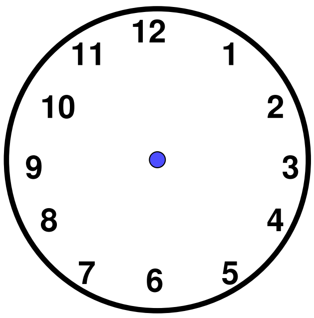
a) 3 horas.



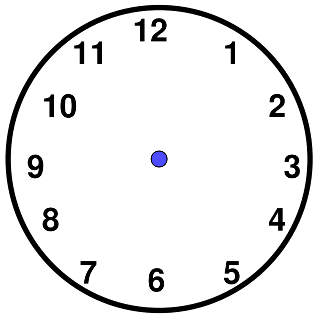
b) 4 horas.



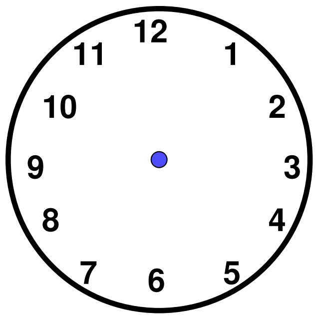
c) 6 horas.



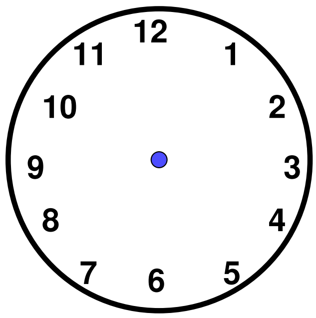
d) 10 horas.



e) 14 horas.



f) 20 horas.



Fonte: Autor

3. (Nível 2) Luan estava analisando o movimento dos ponteiros de um relógio analógico e viu os ângulos formados entre eles em diferentes horários. Ele percebeu que ao longo do dia, os ponteiros do relógio se movem e formam ângulos distintos, indicando diferentes horas. Ele decidiu investigar esses ângulos para melhorar seus conhecimentos matemáticos. Qual é o ângulo formado pelos ponteiros do relógio quando ele marca 5 h e 30 min?

Figura 4.0.3 – Exercício 03

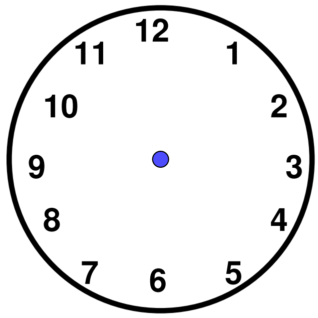
(a) 5°

(b) 15°

(c) 30°

(d) 60°

(e) 120°



Fonte: Autor

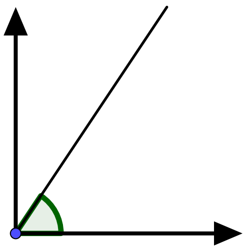
4. (Nível 2) Desenhe as figuras planas da 1ª coluna e depois relacione a 2ª coluna de acordo com a 1ª coluna.

(A) Triângulo equilátero	( ) 1 ângulo obtuso e 2 agudos.
(B) Triângulo isósceles	( ) 3 ângulos agudos.
(C)Triângulo escaleno	( ) 1 ângulo reto e 2 agudos.
(D)Triângulo retângulo	( ) 3 lados com medidas diferentes.
(E) Triângulo acutângulo	( ) 2 lados com medidas iguais.
(F) Triângulo obtusângulo	( ) 3 lados com medidas iguais.

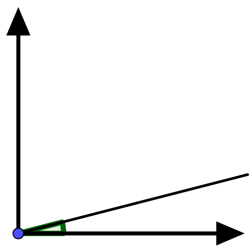
5. (Nível 1) Determine a medida do complemento do ângulo indicado em cada item.

Figura 4.0.4 – Exercício 05

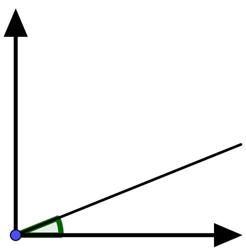
a) 56°



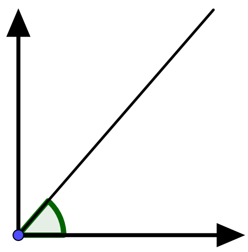
b) 14°



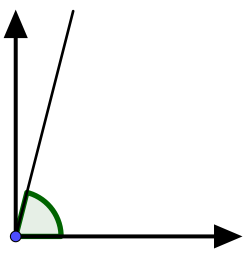
c) 22º



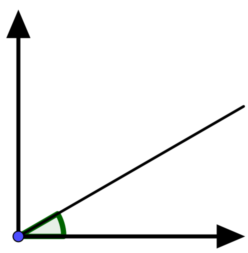
d) 49º



e) 76º



f) 30º

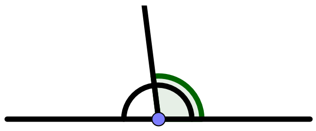


Fonte: Autor

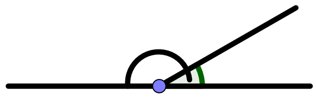
6. (Nível 1) Determine a medida do suplemento de cada ângulo indicado.

Figura 4.0.5 – Exercício 06

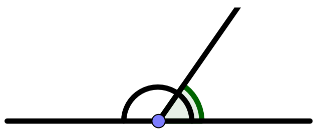
a) 97°



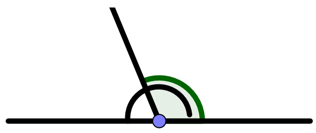
b) 29°



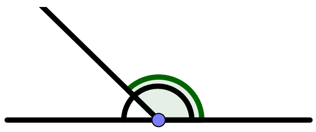
c) 55°



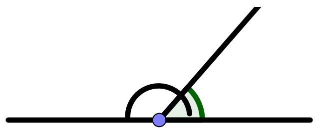
d) 110°



e) 135°



f) 50°

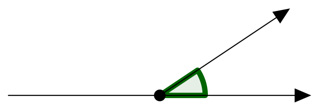


Fonte: Autor

7. (Nível 2) Sabendo que dois ângulos x e y são suplementares e, que o ângulo x possui 35º, a medida do ângulo y é igual a

Figura 4.0.6 – Exercício 07

a) 25º.
b) 55º.
c) 63º.
d) 145º.
e) 224º.

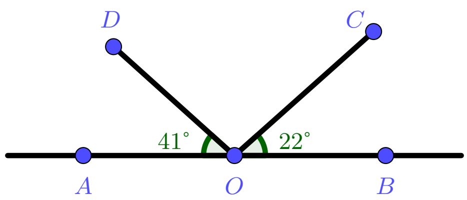


Fonte: Autor

8. (Nível 2) Sabendo que AÔB é um ângulo raso, o ângulo DÔC possui quantos graus na imagem abaixo?

   a) 76º . b) 90º. c) 100º. d) 117º. e) 124º.

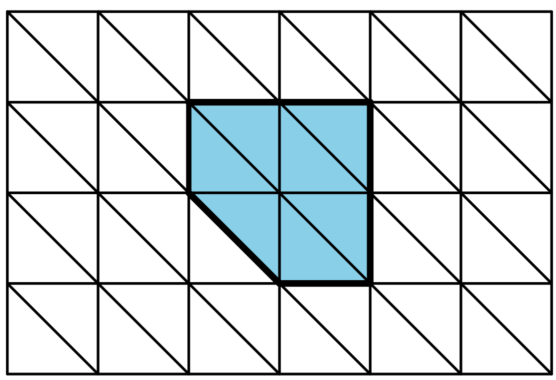
Figura 4.0.7 – Exercício 08



Fonte: Autor

9. (Nível 1) Um pentágono é um polígono com cinco lados. Na malha triangular abaixo, um pentágono foi destacado, como mostra a imagem.

Figura 4.0.8 – Exercício 09



Fonte: Autor

Cada triângulo nesta imagem é retângulo, ou seja, possui um ângulo reto. Como também são isósceles, os outros dois ângulos são iguais a 45° cada.

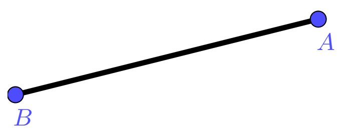
Observando a imagem, é possível concluir que a soma dos ângulos internos deste pentágono é de

a) 180º . b) 360º. c) 450º. d) 540º. e) 675º.

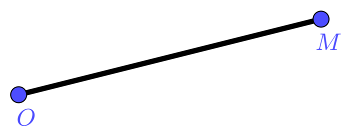
10. (Nível 1) Construa, com auxílio da régua e do transferidor, os ângulos com as seguintes medidas e depois classifique-os:

Figura 4.0.9 – Exercício 10

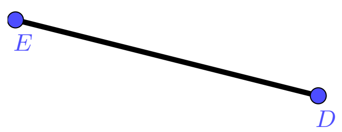
a) BÂC = 45º.



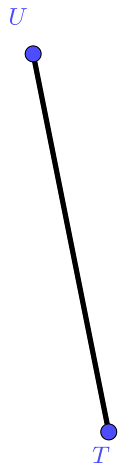
c) MÔN = 35º.



b) DÊF = 135º.



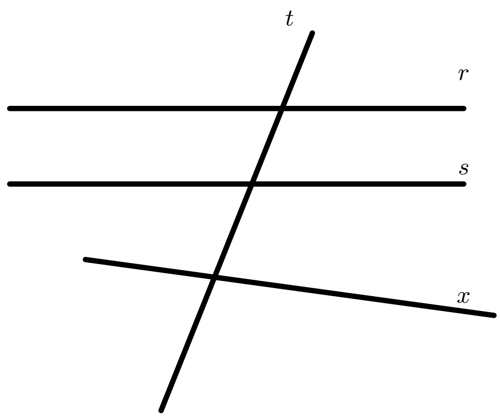
d) TÛV = 90º.



Fonte: Autor

11. (Nível 0) Identifique a posição relativa das retas, se são concorrentes ou paralelas.

Figura 4.0.10 – Exercício 11



Fonte: Autor

a) r e t

b) r e s

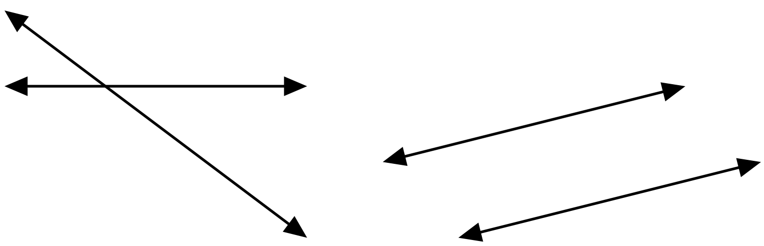
c) x e t

d) x e s

e) r e x

12. (Nível 1) Analise a posição relativa entre as retas a seguir:

Figura 4.0.11 – Exercício 12



Fonte: Autor

Podemos afirmar que as posições relativas entre as retas são, respectivamente:

a) perpendiculares e concorrentes

b) concorrentes e paralelas

c) paralelas e perpendiculares

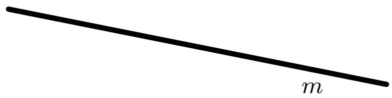
d) concorrentes e coincidentes

e) coincidentes e paralelas

13. (Nível 2) Dadas as retas **m** e **t**, desenhe os ângulos pedidos, com auxilio do transferidor e da régua:

a) DÊF = 90º, tal que EF está contido na reta **m**.

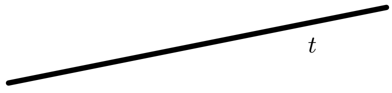
Figura 4.0.12 – Exercício 13A



Fonte: Autor

b) NÔP = 120º, sabendo que OP está contido na reta **t**.

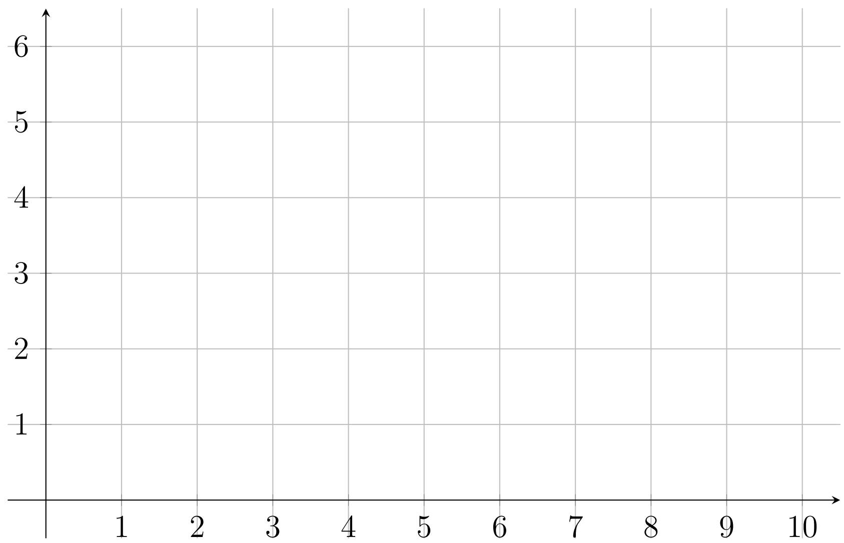
Figura 4.0.13 – Exercício 13B



Fonte: Autor

14. (Nível 0) No plano cartesiano, localize os pares ordenados abaixo:
    $A = (3, 2), B = (5, 4), C = (0, 3), D = (4, 1)$ e $E = (6, 0)$.

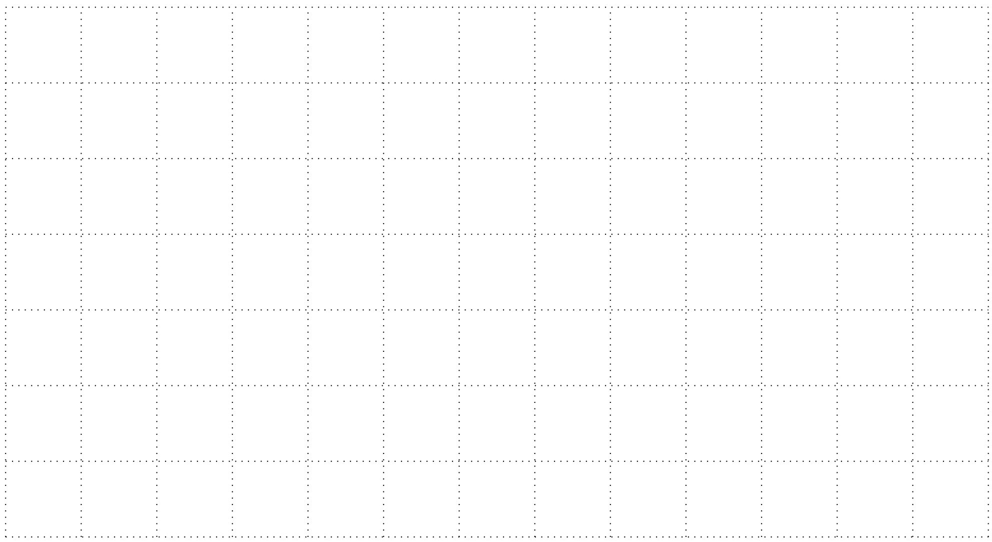
Figura 4.0.14 – Exercício 14



Fonte: Autor

15. (Nível 1) Desenhe o primeiro quadrante e localize os seguintes pontos:
    A = (2, 4), B = (3, 1), C = (0, 6), D = (8, 7) e E = (9, 3).

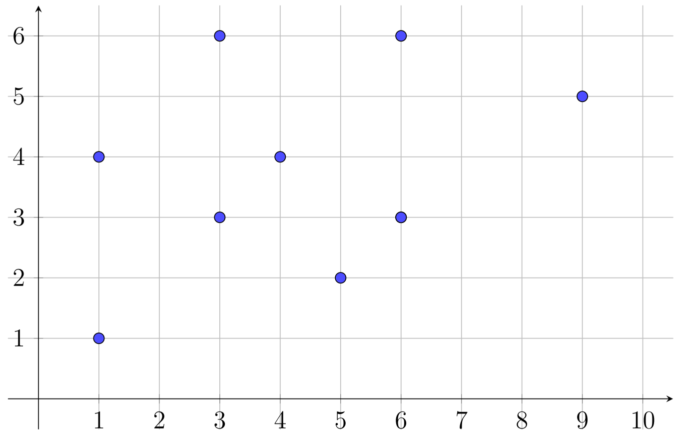
Figura 4.0.15 – Exercício 15



Fonte: Autor

16. (Nível 0) Quais dos pares ordenados não está representado no plano cartesiano?
    F=(5, 2), G=(2, 5), H=(3, 7), J=(3, 6) e K=(9, 5).

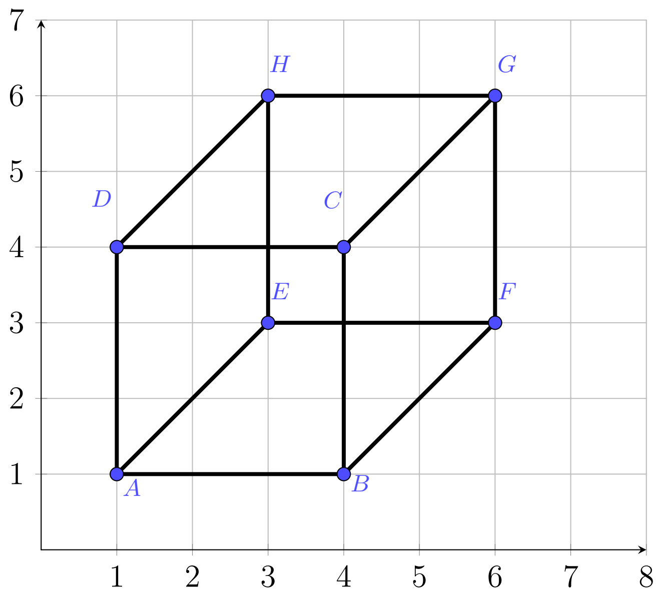
Figura 4.0.16 – Exercício 16



Fonte: Autor

17. (Nível 1) Quais são os pares ordenados que representam os vértices do poliedro abaixo?

Figura 4.0.17 – Exercício 17



Fonte: Autor

18. (Nível 1) Sobre o plano cartesiano, julgue as afirmativas a seguir:
    I - O eixo horizontal é conhecido também como eixo das abscissas.
    II - O eixo vertical é conhecido também como eixo das coordenadas.
    III - O ponto A (2, 1) é um ponto do eixo X.
    Podemos afirmar que:

(a) Somente a afirmativa I é verdadeira.

(b) Somente a afirmativa II é verdadeira.

(c) Somente a afirmativa III é verdadeira.

(d) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.

(e) Todas são verdadeiras.

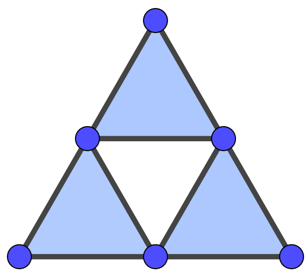
19. (Nível 1) Quais e quantos polígonos podemos formar usando três pontos? (desenhe na malha quadrada)

Figura 4.0.18 – Exercício 19

Fonte: Autor

20. (Nível 0) Quantos triângulos você consegue ver nessa figura?

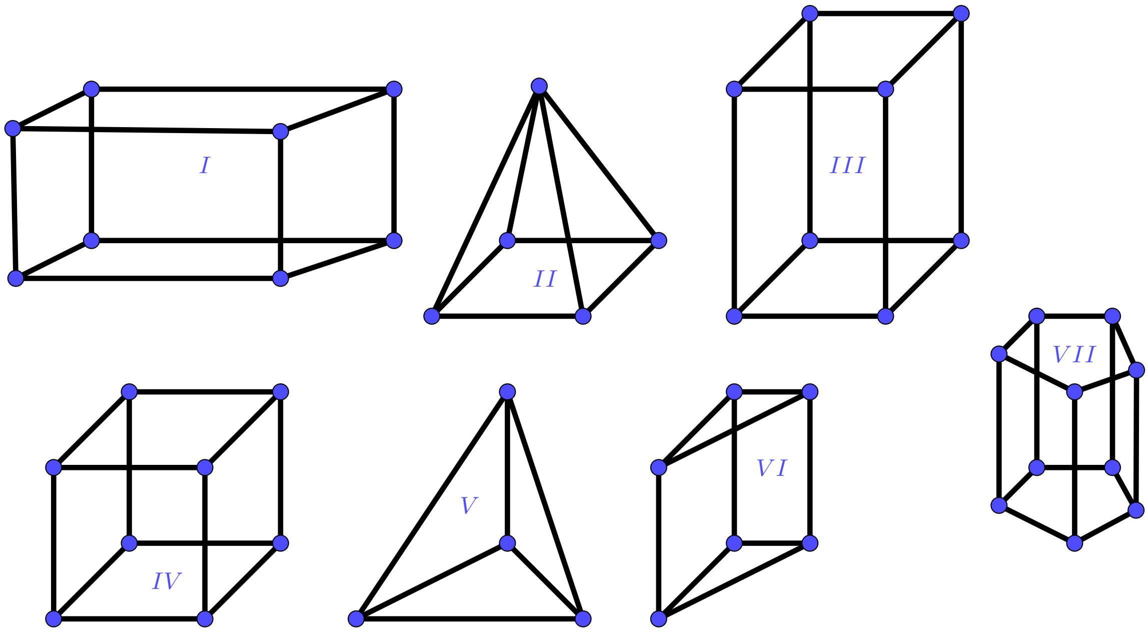
Figura 4.0.19 – Exercício 20



Fonte: Autor

21. (Nível 1) Observem abaixo estes poliedros.

Figura 4.0.20 – Exercício 21



Fonte: Autor

Agora, copie a tabela a seguir no caderno e complete-a com o número de vértices (V), o número de arestas (A) e o número de faces (F) de cada um. Preenche a tabela abaixos com as informações obtidas dos poliedros acima:

Figura 4.0.21 – Exercício 21 tabela

poliedros	vértices (V)	arestas (A)	faces (F)
I			
II			
III			
IV			
V			
VI			
VII			

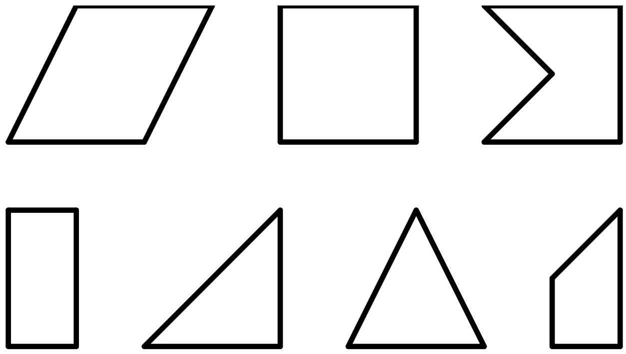
Fonte: Autor

22. (Nível 0) No mundo em que vivemos, estamos cercados por formas geométricas que podem ser agrupadas em figuras planas e figuras espaciais. Das alternativas a seguir, marque aquela que corresponde a uma figura espacial.

(a) Retângulo
(b) Círculo
(c) Paralelogramo
(d) Cubo
(e) Hexágono

23. (Nível 0) Pinte as figuras abaixo que são um quadrado.

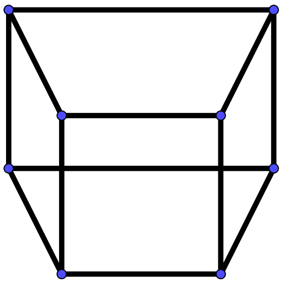
Figura 4.0.22 – Exercício 23



Fonte: Autor

24. (Nível 1) Observe o poliedro abaixo e responda no caderno.

Figura 4.0.23 – Exercício 24

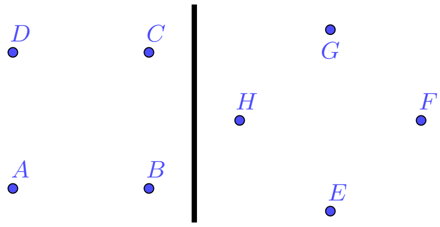


Fonte: Autor

a) Quantos vértices, quantas faces e quantas arestas esse poliedro tem?
b) Cada vértice é o encontro de quantas arestas?
c) Qual é o polígono que representa as faces?

25. (Nível 0) Usando uma régua e lápis, trace os polígonos **ABCD** e **EFGH**:

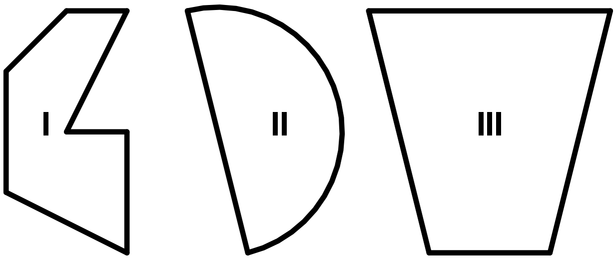
Figura 4.0.24 – Exercício 25



Fonte: Autor

26. (Nível 0) Analise as figuras a seguir. Quais não são polígonos?

Figura 4.0.25 – Exercício 26

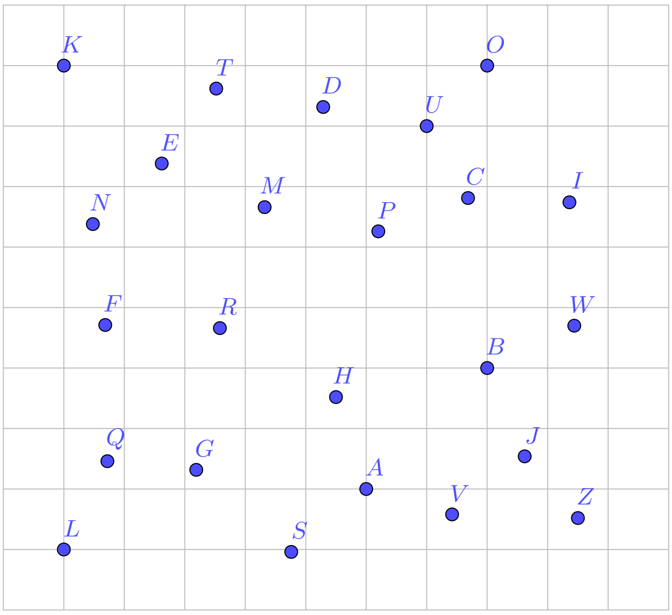


Fonte: Autor

(a) Somente I
(b) Somente II
(c) Somente III
(d) I e III
(e) II e III

27. (Nível 0) Usando uma regua e lápis, trace os pontos para formar o polígono **ABCDEFG**. Qual polígono foi formado?

Figura 4.0.26 – Exercício 27

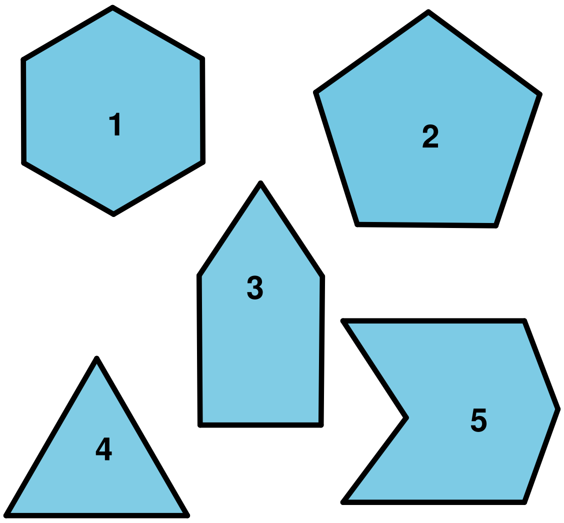


Fonte: Autor

28. (Nível 0) Marque a opção que indica quais polígonos são regulares.

(a) 1, 2 e 3
(b) 2, 4 e 5
(c) 1, 2 e 4
(d) 1, 2 e 5
(e) 2, 3 e 6

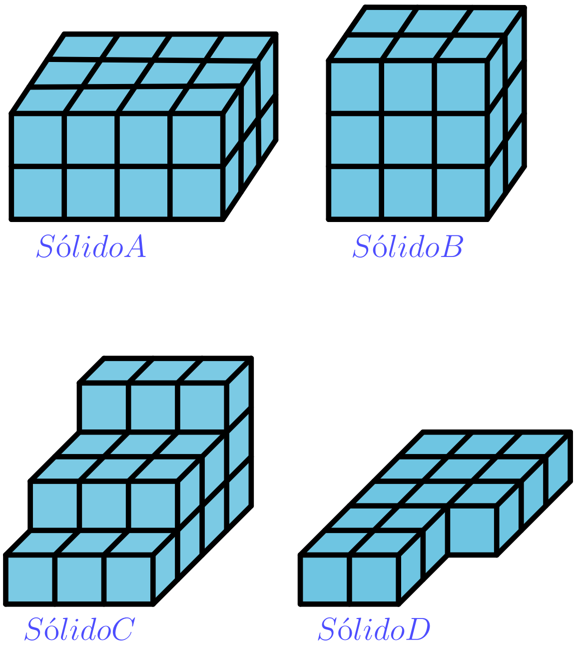
Figura 4.0.27 – Exercício 28



Fonte: Autor

29. (Nível 1) Os sólidos a seguir foram construídos utilizando cubos com aresta de 1 cm.

Figura 4.0.28 – Exercício 29

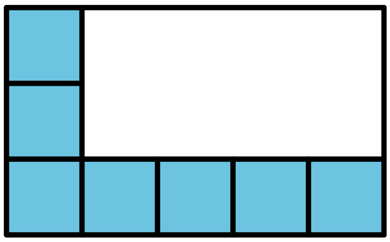


Fonte: Autor

Agora, determine o volume, em cm^3, de cada um dos sólidos.

30. (Nível 1) O piso de uma sala está sendo coberto por cerâmica quadrada. Já foram colocadas 7 cerâmicas, como mostra a figura. Quantas cerâmicas faltam para cobrir o piso?

Figura 4.0.29 – Exercício 30

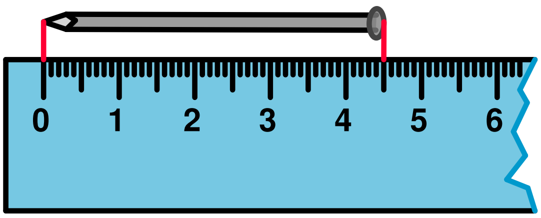


Fonte: Autor

(a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 10 (e) 15

31. (Nível 1) A figura que está abaixo, mostra uma régua graduada em centímetros, e cada um desses centímetros está dividido em 10 partes (milímetros).

Figura 4.0.30 – Exercício 31



Fonte: Autor

a) qual é o comprimento do prego em centímetros?

b) qual é o comprimento do prego em milímetros?

32. (Nível 1) Complete o quadro a seguir.

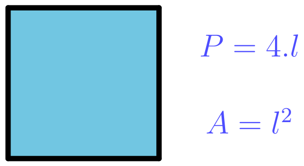
Tabela 8 – Exercício 32 tabela

Lado do quadrado (cm)	2	4	6
Perímetro (cm)			
Área (cm^2)			

Fonte: Autor

Agora responda.

Figura 4.0.31 – Exercício 32



Fonte: Autor

a) Se o lado do quadrado dobrar de medida, o perímetro também dobra?

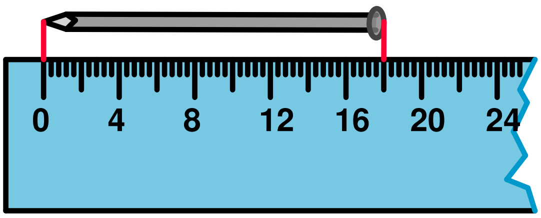
b) Se triplicarmos a medida do lado, o que acontece com o perímetro?

c) Se o lado do quadrado dobrar de medida, a área também dobra?

d) E se triplicarmos a medida do lado do quadrado, o que acontece com a área?

33. (Nível 1) A figura que está abaixo, mostra uma régua numa escala de 4 cm e também está dividido em 10 partes iguais. Qual é o comprimento do prego em centímetros e milímetros?

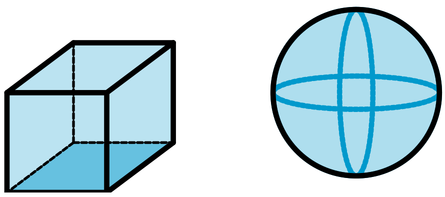
Figura 4.0.32 – Exercício 33



Fonte: Autor

34. (Nível 2) Analise as figuras.
Cite uma diferença e uma característica comum entre a esfera e o cubo.

Figura 4.0.33 – Exercício 34

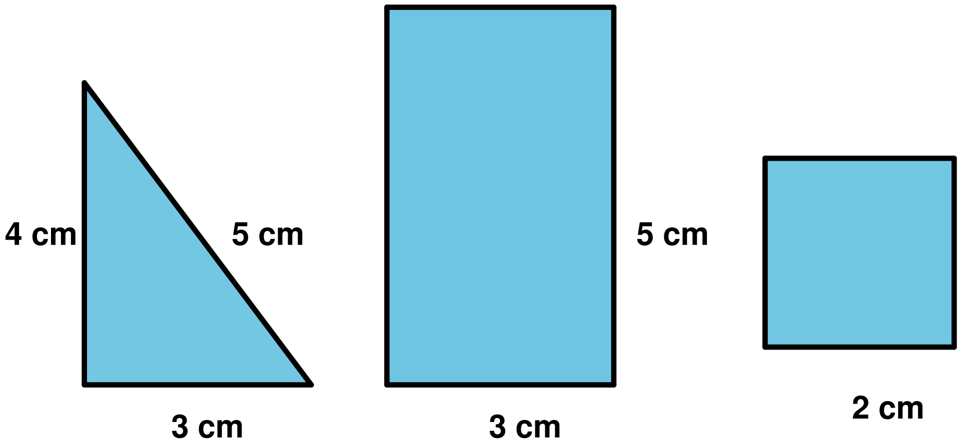


Fonte: Autor

35. (Nível 1) Calcule o perímetro e a área das figuras a seguir.

    a) Triângulo b) Retângulo c) Quadrado

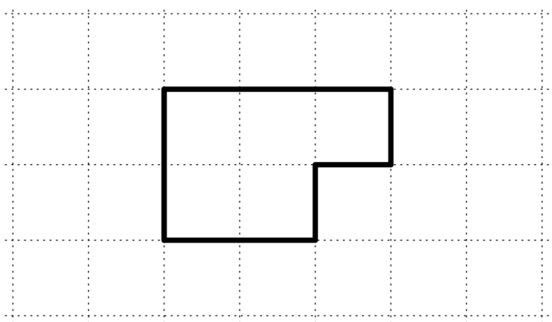
Figura 4.0.34 – Exercício 35



Fonte: Autor

36. (Nível 0) A parte destacada na malha quadriculada abaixo representa uma figura na bandeira da escola do Arthur. Cada lado do quadradinho mede 1 metro. Quantos metros de fita serão necessários para contornar essa figura?

Figura 4.0.35 – Exercício 36

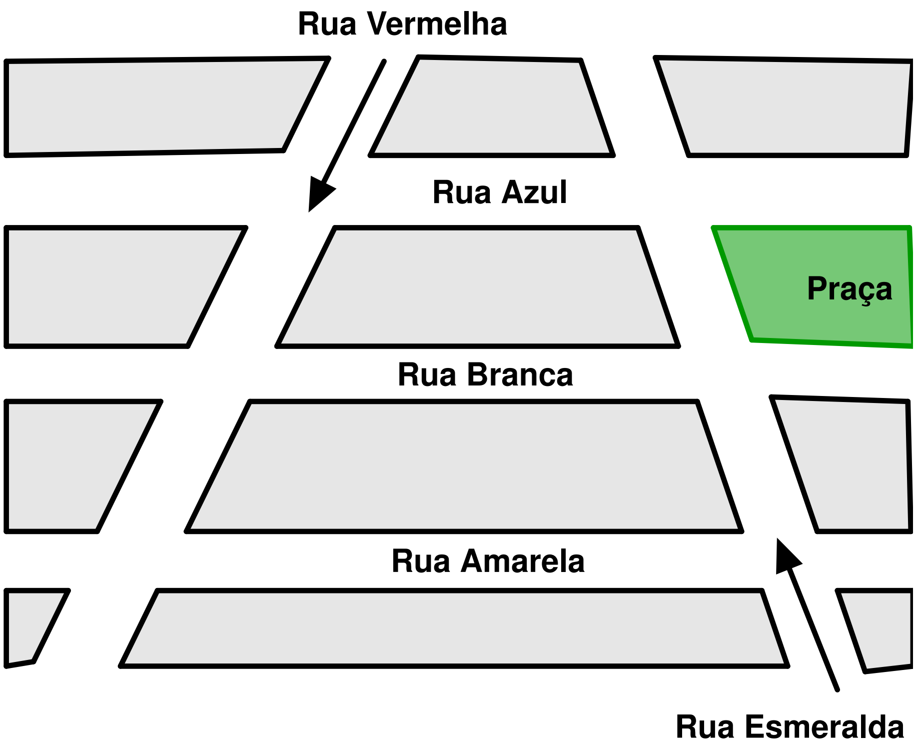


Fonte: Autor

    (a) 4
    (b) 6
    (c) 8
    (d) 10

37. (Nível 0) Na figura abaixo vemos parte da planta de um bairro. As ruas Vermelha e Esmeralda são transversais e as ruas Azul, Branca e Amarela são:

Figura 4.0.36 – Exercício 37

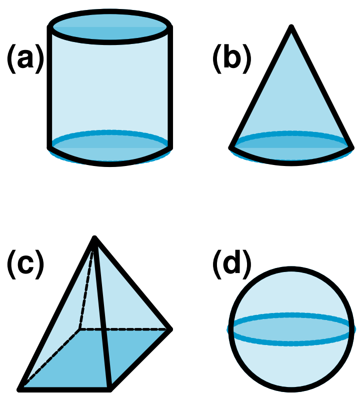


Fonte: Autor

(a) paralelas (b) concorrentes (c) congruentes (d) perpendiculares

38. (Nível 1) Qual dos sólidos geométricos a seguir não é um corpo redondo? Qual é o nome dele?

Figura 4.0.37 – Exercício 38

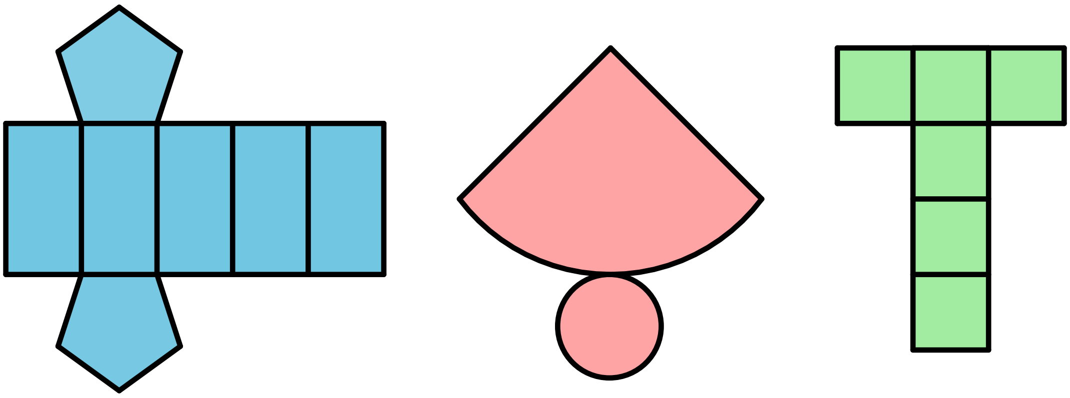


Fonte: Autor

39. (Nível 0) As planificações de três sólidos estão representadas a seguir:

Analisando as imagens, os sólidos geométricos formados são, respectivamente:

Figura 4.0.38 – Exercício 39



Fonte: Autor

a) prisma de base pentagonal, cone e cubo.

b) prisma de base hexagonal, cone e pirâmide de base quadrada.

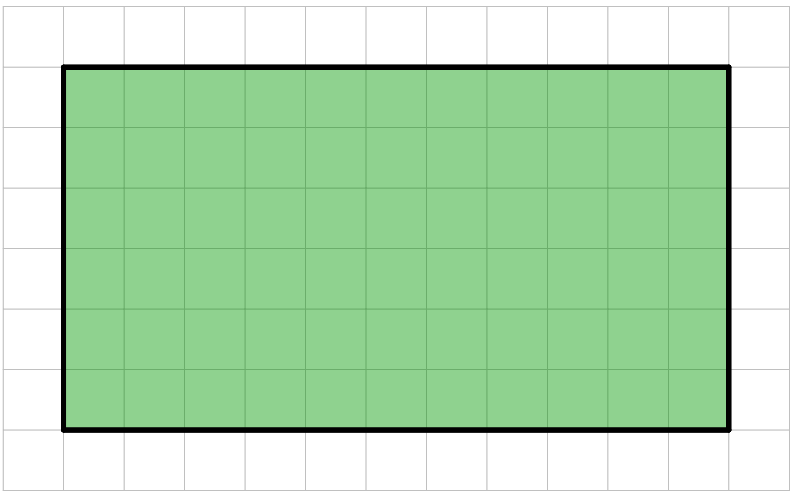
c) paralelepípedo, cone e cubo.

d) prisma de base retangular, cone e pirâmide de base quadrada.

e) tetraedro, esfera e prisma de base triangular.

40. (Nível 1) Ricardo quer vender seu terreno representado na figura abaixo. Considerando que cada quadradinho que forma o retângulo verde mede $1m^2$, qual é a área total ocupada por seu terreno?

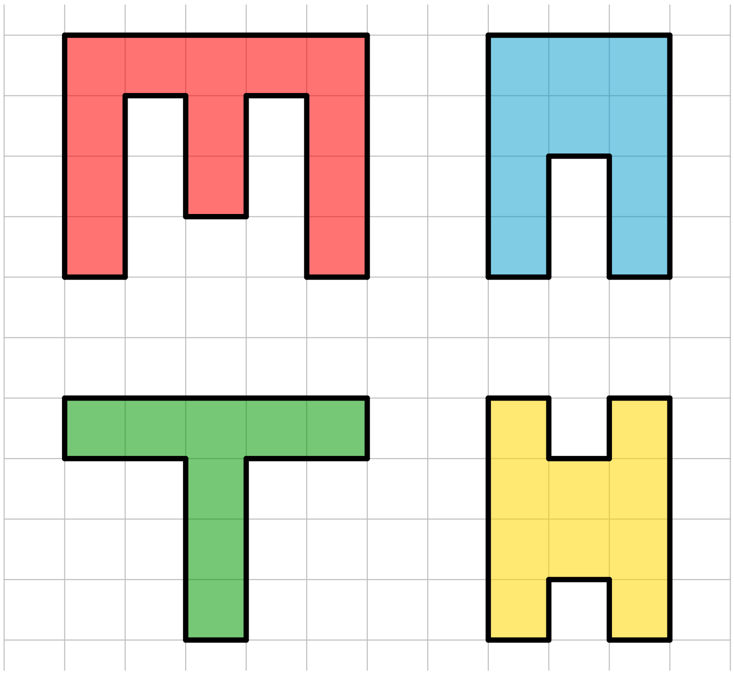
Figura 4.0.39 – Exercício 40



Fonte: Autor

41. (Nível 1) Observe as figuras na malha quadriculada. Considere cada quadradinho como unidade de medida para determinar qual tem o maior perímetro e qual tem a menor área.

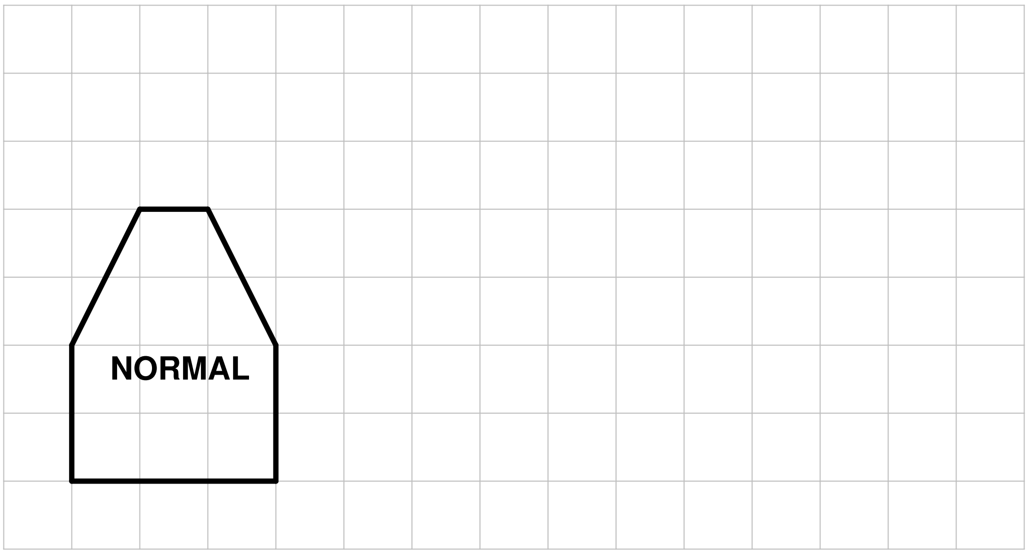
Figura 4.0.40 – Exercício 41



Fonte: Autor

42. (Nível 0) Use a malha quadriculada para duplicar e reduzir pela metade a figura plana abaixo.

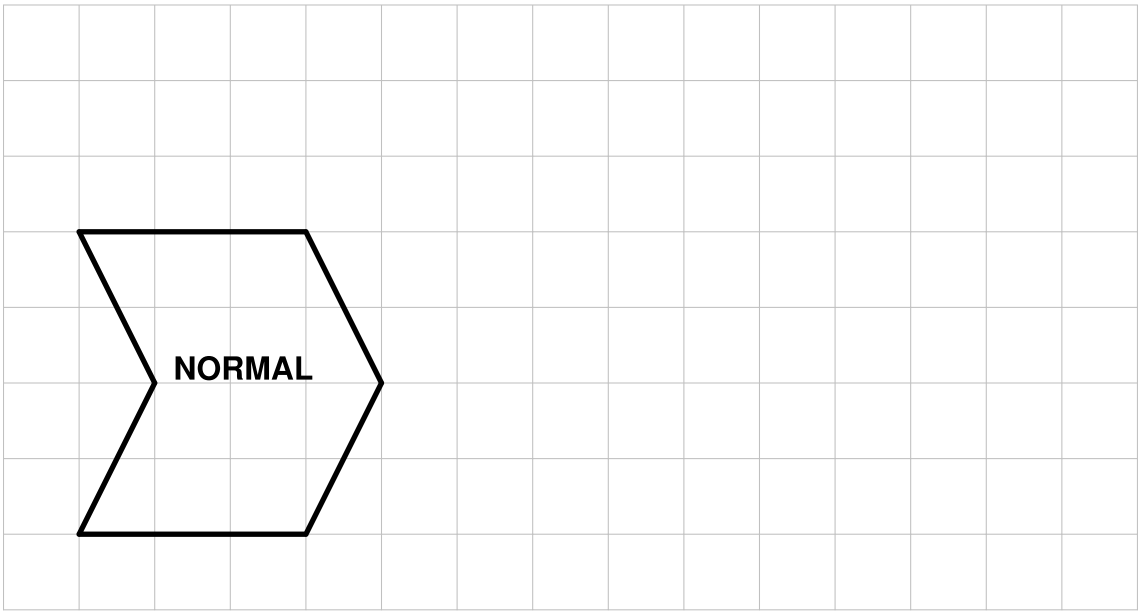
Figura 4.0.41 – Exercício 42



Fonte: Autor

43. (Nível 0) Use a malha quadriculada para duplicar e reduzir pela metade a figura plana abaixo.

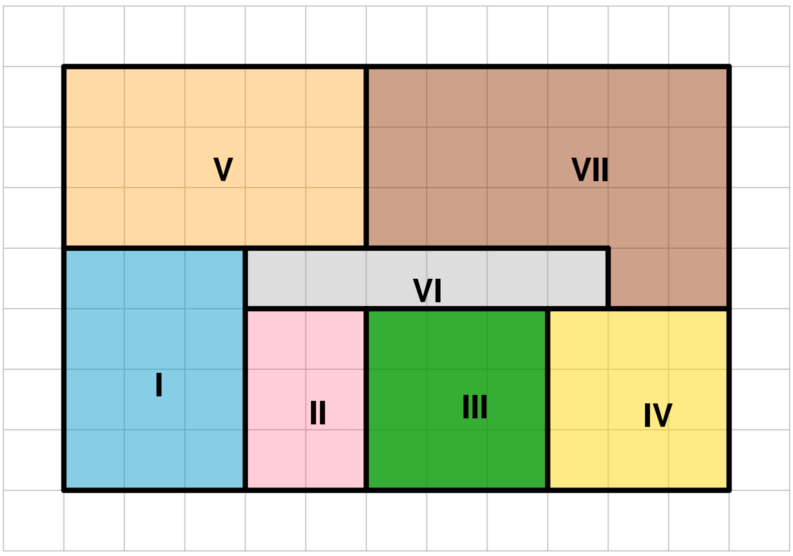
Figura 4.0.42 – Exercício 43



Fonte: Autor

44. (Nível 1) Esta é a planta baixa da casa de Patricia. Observe-a:

Figura 4.0.43 – Exercício 44



Fonte: Autor

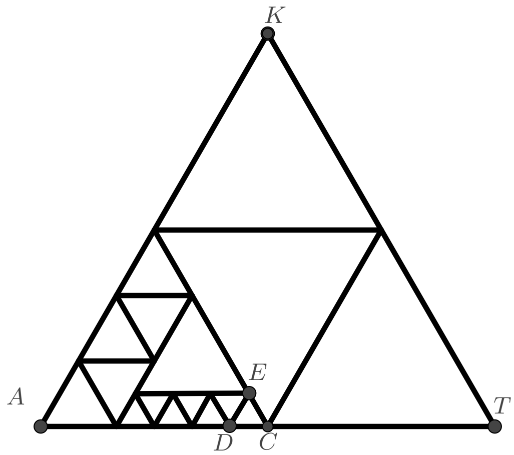
I - SALA; II - BANHEIRO; III - COZINHA; IV - QUARTO DO IRMÃO; V - QUARTO DA PATRICIA; VI - CORREDOR e VII - QUARTO DOS PAIS

Agora vamos responder as seguintes questões:
a) Quantos m^2 tem o quarto da Patricia?
b) Quantos m^2 tem a sala da casa?
c) Quantos m^2 tem o quarto do irmão da Patricia?
d) Qual o perímetro da casa?

45. (Nível 0) Desenhe um sorvete, usando os sólidos redondos em sua construção.

46. (Nível 2) (OBMEP - bq2013 - N1Q22) Neste desenho todos os triângulos são equiláteros.

Figura 4.0.44 – Exercício 46

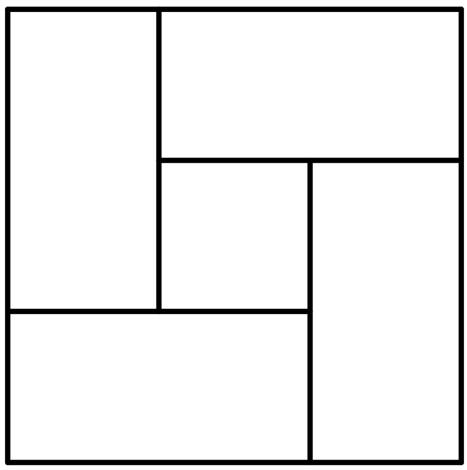


Fonte: OBMEP

Sendo o perímetro do triângulo AKT igual a 108 cm, calcule o perímetro do triângulo DEC.

47. (Nível 2) (OBMEP - bq2013 - N1Q26) Dona Lígia tem um terreno em forma de quadrado. Ela decide dividi-lo em cinco regiões, sendo quatro retângulos e um quadrado como ilustrado na figura abaixo:

Figura 4.0.45 – Exercício 47



Fonte: OBMEP

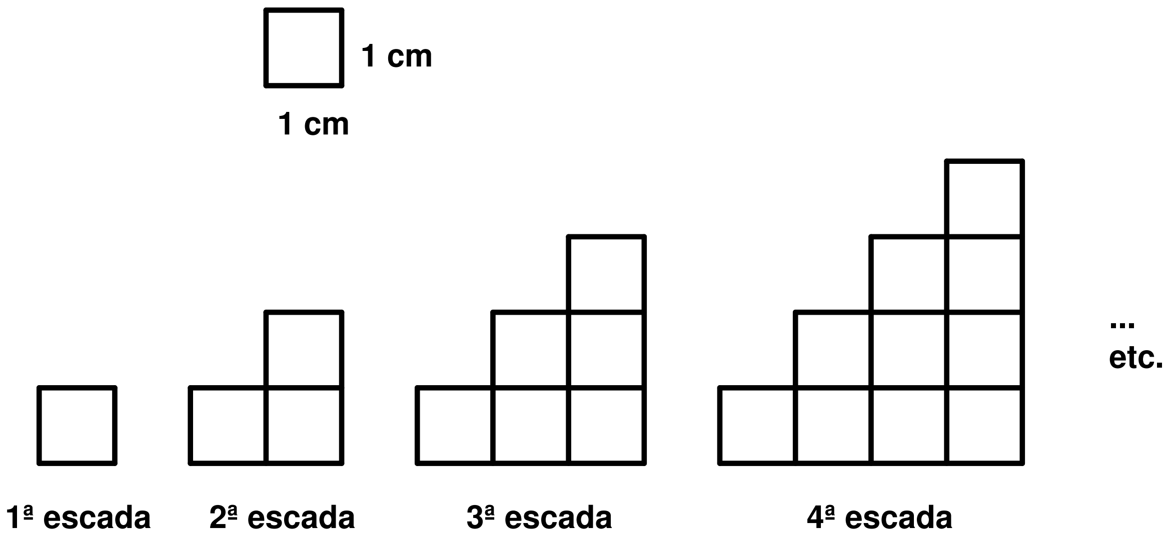
Na figura acima temos que:

- O quadrado do centro tem área igual a $64m^2$;
- Os lados maiores dos quatro retângulos têm o mesmo comprimento;
- As cinco regiões têm o mesmo perímetro.

Determine a área do terreno de Dona Lígia.

48. (Nível 2) (OBMEP - bq2013 - N1Q30) Utilizando-se quadradinhos de 1 cm de lado são construídas escadas conforme a figura abaixo:

Figura 4.0.46 – Exercício 48



Fonte: OBMEP

a) Calcule a área total e o perímetro da quinta escada construída.

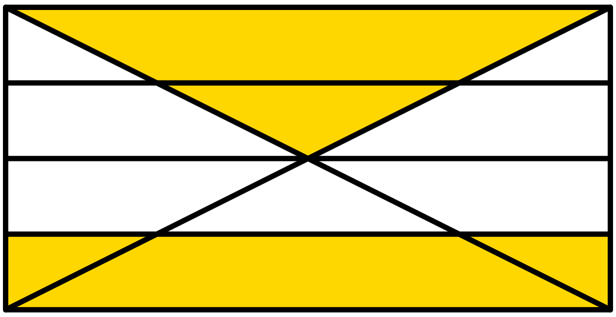
b) Precisamos de uma escada de $78cm^2$ de área. Qual escada devemos escolher?

c) Precisamos de uma escada de $100cm$ de perímetro. Qual escada devemos escolher?

49. (Nível 2) (OBMEP - 2023 - N1Q07) Os segmentos horizontais dividem o retângulo da figura em quatro faixas de mesma largura. A área da região amarela corresponde a qual fração da área do retângulo?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{7}{12}$ e) $\frac{2}{3}$

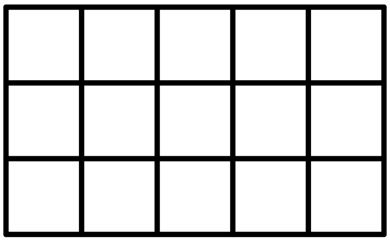
Figura 4.0.47 – Exercício 49



Fonte: OBMEP

50. (Nível 2) (OBMEP - bq2019 - N1Q21) O tabuleiro com 15 quadradinhos a seguir é formado com 4 linhas horizontais e 6 linhas verticais.

Figura 4.0.48 – Exercício 50



Fonte: OBMEP

Qual o número máximo de quadradinhos que podemos obter em um tabuleiro usando 21 linhas?

5 CONCLUSÕES

A nossa vivência em sala de aula nos leva a buscar maneiras de ensinar o conteúdo visando facilitar o aprendizado, tornando-o mais atrativo e prazeroso, bem como despertar no aluno o interesse pela Matemática, fazendo que o mesmo desenvolva a sua capacidade dedutiva e investigativa, levando-o a aplicar o conhecimento adquirido na escola em seu cotidiano.

Com base nos documentos regulatórios nacionais como a BNCC, foi destacada a importância do tema para a formação do aluno no nível Fundamental enquanto indivíduo formador do seu próprio conhecimento.

Ao mesmo tempo, o modelo do casal van Hiele propõe particularidades do processo de aprendizagem de geometria. Neste modelo a Teoria van Hiele destaca a importância de adaptação do ensino ao nível de compreensão geométrica dos alunos. O modelo destaca ainda que é necessário fornecer experiências educacionais adequadas a fim de fomentar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos ao longo do tempo.

O ensino de Matemática tem desafios a serem enfrentados e o processo de ensino aprendizagem pode se beneficiar quando situações reais, como construir coisas ou decorar espaços são levadas para a sala de aula, pois a visualização e a manipulação de formas geométricas por meio do produto educacional estimularia a imaginação e a criatividade. Assim, o objetivo principal deste trabalho foi a elaboração de material didático para contribuir no ensino-aprendizagem de geometria, especialmente com uma proposta de atividades para o sexto ano do Ensino Fundamental.

Espera-se que este trabalho possa contribuir na compreensão das possibilidades de ações para melhorar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos. Espera-se ainda que o produto apresentado contribua para o ensino de geometria no sexto ano e ajude o desenvolvimento do pensamento geométrico dos mesmos, uma vez que a Geometria está presente em nosso cotidiano e seu ensino é de grande importância para o desenvolvimento acadêmico e social dos alunos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Base nacional comum curricular. Ministério da Educação, Brasília, DF, 2017.

DANTE, L. R. *Teláris Essencial [livro eletrônico] : Matemática : 6º ano / Luiz Roberto Dante, Fernando Viana*. 1º. ed. São Paulo, SP: Ática, 2022.

GONÇALVES J. S.; LANDO, J. C. O ensino da geometria, em escolas públicas. Eventos Pedagógicos, v.3, n.3, 363-389, Cidade de Jequié, BA, 2012.

HIELE, P. M. van. *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. [S.l.]: Academic Press, 1986.

KALEFF, A. M. M. Tópicos em ensino de geometria: a sala de aula frente ao laboratório de ensino e à história da geometria. UFF/UAB/CEDERJ, Rio de Janeiro, RJ, 2008.

PONTE, J. P. d. Gestão curricular em matemática. In: GTI (Ed.). O professor e o desenvolvimento curricular, Lisboa: APM, 2005.

SILVA, O. P. M. d. A teoria de ausubel e o modelo dos van hiele aplicados à geometria: uma proposta didática. PROFMAT/CCT/UFCG, Campina Grande, PB, 2018.

SOUZA, J. R. d. *Matemática realidade & tecnologia : 6º ano: ensino fundamental : anos finais / Joamir Roberto de Souza*. 1º. ed. São Paulo, SP: FTD, 2018.

VILLIERS, M. d. Algumas reflexões sobre a teoria de van hiele. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/PUC-SP, São Paulo, SP, 2010. Acesso em: 18 mai. 2024. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/download/5167/3696>.