

**UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI**

**Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede**

**Fernando Teixeira Coelho Graunke**

**TRIGONOMETRIA: Aspectos teóricos e a criação de uma sequência didática em  
forma de um GeoGebraBook**

**Teófilo Otoni**

**2024**

**Fernando Teixeira Coelho Graunke**

**TRIGONOMETRIA: Aspectos teóricos e a criação de uma sequência didática em  
forma de um GeoGebraBook**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Orientador: **Weversson Dalmaso Sellin**

**Teófilo Otoni**

**2024**

### Catálogo na fonte - Sisbi/UFVJM

G774t Teixeira Coelho Graunke, Fernando  
2024 TRIGONOMETRIA [manuscrito] : Aspectos teóricos e a criação de uma sequência didática em forma de um GeoGebraBook / Fernando Teixeira Coelho Graunke. -- Teófilo Otoni, 2024.  
84 p. : il.

Orientador: Prof. Weversson Dalmaso Sellin.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) -- Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Teófilo Otoni, 2024.

1. Trigonometria. 2. GeoGebraBook. 3. Interatividade. 4. Mídias Digitais. 5. Matemática. I. Dalmaso Sellin, Weversson. II. Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFVJM com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).  
Este produto é resultado do trabalho conjunto entre o bibliotecário Rodrigo Martins Cruz/CRB6-2886 e a equipe do setor Portal/Diretoria de Comunicação Social da UFVJM

FERNANDO TEIXEIRA COELHO GRAUNKE

**TRIGONOMETRIA: Aspectos teóricos e a criação de uma sequência didática em  
forma de um GeoGebraBook**

Dissertação apresentada ao  
MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL, nível de MESTRADO,  
como parte dos requisitos para  
obtenção do título de MESTRE EM  
MATEMÁTICA.

Orientador: Prof. Dr. WEVERSSON  
DALMASO SELLIN

Data da aprovação: 19/07/2024

Prof. Dr. WEVERSSON DALMASO SELLIN (Orientador)

Prof. Dr. ALEXANDRE FAISSAL BRITO (UFVJM)

Prof. Dr. JOSÉ LUCAS PEREIRA LUIZ (IFNMG)

Documento assinado digitalmente  
 WEVERSSON DALMASO SELLIN  
Data: 19/07/2024 13:20:49-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Documento assinado digitalmente  
 ALEXANDRE FAISSAL BRITO  
Data: 19/07/2024 13:52:20-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Documento assinado digitalmente  
 JOSE LUCAS PEREIRA LUIZ  
Data: 19/07/2024 14:23:55-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

## AGRADECIMENTO

A Deus, que me concedeu forças e condições para caminhar até aqui na realização de mais um sonho. Ao Programa de Pós-Graduação, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT, da UFVJM - Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri /Campus Teófilo Otoni. À CAPES, pois o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. A todos os professores do PROFMAT, os quais eu tive o privilégio de conhecer e que tiveram a grandeza de compartilhar seus valiosos conhecimentos através das disciplinas ministradas, à coordenação e pessoal administrativo que oportunizaram e viabilizaram a experiência do mestrado. Ao Prof. Dr. Weversson Dalmaso Sellin, meu orientador, pelo comprometimento, por ser compreensivo, pela paciência em tantos momentos, pelos incentivos que me faziam ir mais longe quando pensava que não podia mais, minha especial admiração e orgulho pela oportunidade de aprender com uma pessoa que, apesar do lugar que ocupa, consegue conviver com os estudantes fazendo-os acreditar que é possível superar suas dificuldades no aprendizado. A todos os colegas de curso que tive a honra de partilhar os conhecimentos e as dificuldades. De forma muito especial, a minha família, aos meus queridos filhos Emanuel, Davi e Gabriel e esposa Simone, que passaram comigo por toda essa trajetória, convivendo com minha ausência física e mental, mas vivenciando comigo o sonho do mestrado. Também aos meus dois parceiros/amigos Aurenilson e Charles que contribuíram para que as dificuldades enfrentadas tivessem também um pouco de alegria. Ao amigo Fábio Moser que mostrou-me que quando nos dedicarmos de verdade aos nossos objetivos podemos alcançá-los, mesmo que pareçam sonhos distantes da nossa realidade. Enfim todos os que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, minha eterna gratidão.

## RESUMO

Neste trabalho, propõe-se desenvolver uma sequência didática sobre Trigonometria por meio de um GeoGebraBook, com atividades dinâmicas e interativas destinadas a alunos do Ensino Fundamental e Médio. O projeto segue uma abordagem baseada em metodologias ativas de aprendizagem, que faz uso de recursos digitais para formatar as atividades. A revisão de literatura adotada contempla três aspectos principais para a aplicação do GeoGebraBook na trigonometria, dentro do contexto da Matemática escolar: As práticas de ensino historicamente empregadas no ensino de trigonometria; A análise do ensino-aprendizagem à luz dos documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e as Orientações Curriculares do Espírito Santo (OCES), alinhados à proposta deste trabalho de incorporar recursos digitais na Educação Matemática, promovendo interatividade e dinamismo nas aulas; Os benefícios derivados das múltiplas representações possíveis ao explorar as mídias digitais na Educação Matemática. Essa abordagem não só enriquece o aprendizado dos estudantes, mas também se alinha com as diretrizes curriculares contemporâneas, buscando novas formas de interação e compreensão dos conceitos de trigonometria. Para acessar o livro completo, clique no seguinte link: <https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7>.

**Palavras-chave:** trigonometria; GeoGebraBook; interatividade; mídias digitais; matemática.

## ABSTRACT

In this work, it is propose to develop a didactic sequence on Trigonometry through a GeoGebraBook, with dynamic and interactive activities aimed at Elementary and High School students. The project follows an approach based on active learning methodologies, which makes use of digital resources to format the activities. The selected literature review comtemplats three main aspects for the application of the GeoGebraBook in trigonometry within the context of school Mathematics: The teaching practices historically employed in the teaching of trigonometry; The analysis of teaching-learning in the light of official documents, such as the Nacional Comum Curricular Base (BNCC) and the Curricular Guidelines of Espírito Santo (OCES), aligned with the proposal of this work to incorporate digital resources in Mathematics Education, promoting interactivity and dynamism in the classes; The benefits derived from the multiple possible representations when exploring digital media in mathematics education. This approach not only enriches students' learning but also aligns with contemporary curricular guidelines, seeking new ways of interaction and understanding of the trigonometry concepts. To access the complete book, click on the following link: <https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7>.

**Keywords:** trigonometry; GeoGebraBook; interactivity; digital media; mathematics.

## LISTA DE FIGURAS

2.1	Super Logo . . . . .	29
2.2	WINPLOT . . . . .	30
2.3	CABRI GÉOMÈTRE . . . . .	31
3.1	Fragmento do Papiro Rhind . . . . .	39
3.2	Plimpton 322 . . . . .	40
3.3	YBC 7289 . . . . .	41
3.4	Desenho explicativo do YBC 7289 . . . . .	42
4.1	Tela inicial da plataforma Geogebra.org . . . . .	48
4.2	Tela inicial de acesso à plataforma Geogebra.org . . . . .	49
4.3	Tela para login na plataforma Geogebra.org . . . . .	50
4.4	Tela para Criar um GeoGebraBook . . . . .	51
4.5	Tela criar Livro . . . . .	52
4.6	Tela Configuração do livro . . . . .	53
4.7	Tela Compartilhamento do livro . . . . .	54
4.8	Tela Livro teste . . . . .	54
4.9	Tela Editar livro . . . . .	55
4.10	Ícones "Tarefa" e Google Classroom . . . . .	56
4.11	Apresentação . . . . .	59
4.12	Problema Motivador . . . . .	59
4.13	Problema Motivador após a animação . . . . .	60
4.14	Noções iniciais . . . . .	61
4.15	Página inicial do capítulo . . . . .	61
4.16	Relações métricas no triângulo retângulo . . . . .	62

4.17	Relações métricas no triângulo retângulo . . . . .	62
4.18	Jogo da memória para formar proporções . . . . .	63
4.19	Jogo da memória realizado . . . . .	63
4.20	Atividade para obtenção das relações métricas . . . . .	64
4.21	Teorema de Pitágoras “Atividade realizada” . . . . .	65
4.22	Questões sobre o Teorema de Pitágoras . . . . .	65
4.23	Demonstração Algébrica do Teorema de Pitágoras . . . . .	66
4.24	Demonstração Algébrica do Teorema de Pitágoras . . . . .	66
4.25	Relacionando os catetos e os ângulos em um triângulo retângulo . . . . .	67
4.26	Relacionando os catetos e os ângulos em um triângulo retângulo . . . . .	67
4.27	Relacionando os catetos e os ângulos em um triângulo retângulo . . . . .	68
4.28	Relacionando os catetos e os ângulos em um triângulo retângulo . . . . .	68
4.29	Relacionando os catetos e os ângulos em um triângulo retângulo . . . . .	69
4.30	Introdução às razões trigonométricas . . . . .	69
4.31	Atividade sobre Introdução às razões trigonométricas realizada . . . . .	70
4.32	Razões trigonométricas . . . . .	70
4.33	Razões trigonométricas . . . . .	71
4.34	Razões trigonométricas . . . . .	71
4.35	Questão sobre Razões trigonométricas . . . . .	72
4.36	Jogo Quebra Cabeça dos 15 . . . . .	73
4.37	Jogo Quebra Cabeça dos Ângulos notáveis . . . . .	73
4.38	Trigonometria na circunferência . . . . .	74
4.39	Trigonometria num triângulo qualquer . . . . .	76
4.40	Funções Trigonométricas . . . . .	77
4.41	Tela inicial do jogo perfil trigonométrico . . . . .	78

## LISTA DE SIGLAS

UFVJM – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri.

MEC - Ministério da Educação

BNCC – Base Nacional Comum Curricular.

TI – Tecnologias Informáticas.

TICs - Tecnologias da Informação e da Comunicação.

TDICs – Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

TD – Tecnologias digitais.

IA – Inteligência Artificial.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

PNAD – Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios.

INCT-CPCT – Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Comunicação Pública da Ciência e Tecnologia.

G8 – Grupo dos 8 países mais ricos e influentes do mundo.

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

EaD – Educação a Distância.

MOOC – Massive Open Online Course.

COVID-19 – Coronavirus Disease 2019.

SEDU – A Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo.

SGF – Sistema Gestão de Formação.

GD – Geometria Dinâmica.

YBC – Yale Babylonian Collection.

LDD – Livro Dinâmico Digital.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	10
<b>2 A TECNOLOGIA DIGITAL NA SOCIEDADE CONTEMPORÂNEA E A ESCOLA COMO PARTE DESTA SOCIEDADE</b>	15
2.1 Sociedade digital	16
2.2 A educação e a tecnologia digital	20
2.3 A formação do professor para o uso das tecnologias digitais na educação	24
2.4 As tecnologias digitais na Educação Matemática	28
2.5 A BNCC e as Tecnologias digitais na Educação Matemática	34
<b>3 A TRIGONOMETRIA</b>	38
3.1 Breve Histórico	38
3.2 A tradição do livro didático no Brasil e o ensino de Trigonometria	43
3.2.1 A Trigonometria nos livros didáticos: abordagens atuais em Sala de aula	43
<b>4 TRIGONOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: CONSTRUINDO CONHECIMENTO ATRAVÉS DO GEOGEBRA</b>	46
4.1 O GeoGebra	46
4.2 O GeoGebraBook	51
4.2.1 Como criar um GeoGebraBook	51
4.3 Apresentando o GeoGebraBook Trigonometria: Uma abordagem interativa	55
4.3.1 TRIGONOMETRIA: Uma abordagem interativa	57
4.3.1.1 Capítulo I: Apresentação	58
4.3.1.2 Capítulo II: Problema motivador	59
4.3.1.3 Capítulo III: Noções iniciais	60
4.3.1.4 Capítulo IV: Trigonometria no triângulo retângulo	61
4.3.1.5 Capítulo V: Trigonometria na circunferência	74
4.3.1.6 Capítulo VI: Trigonometria num triângulo qualquer	75
4.3.1.7 Capítulo VII: Funções trigonométricas	76
4.3.1.8 Capítulo VIII: Jogo perfil trigonométrico	78
<b>5 CONCLUSÃO</b>	79
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	81
<b>REFERÊNCIAS</b>	82

## 1 INTRODUÇÃO

Há muitos anos os livros didáticos tradicionais têm sido uma ferramenta central no ensino de trigonometria no contexto escolar. No entanto, seu formato, muitas vezes linear e estático, limita a capacidade dos alunos de desenvolverem uma compreensão profunda e significativa do assunto. Diante desse cenário surge a necessidade de inovar no ensino de trigonometria, buscando não apenas transmitir conceitos, mas também desenvolver habilidades essenciais para os alunos, como autonomia, pensamento crítico e criatividade.

Uma das possibilidades para alcançar esse objetivo é a utilização do GeoGebra e do GeoGebraBook. Essas ferramentas, inseridas no grupo das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs), apresentam-se como recursos educacionais capazes de envolver os estudantes de forma mais dinâmica e interativa, contribuindo significativamente para o processo de ensino e aprendizagem da trigonometria. Uma das possibilidades para alcançar esse objetivo é a utilização do GeoGebra e do GeoGebraBook. Essas ferramentas, inseridas no grupo das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs), apresentam-se como recursos educacionais capazes de envolver os estudantes de forma mais dinâmica e interativa, contribuindo significativamente para o processo de ensino e aprendizagem da trigonometria. De acordo com Silva e Santos (2013) estes softwares permitem aos alunos realizar investigações sobre propriedades geométricas de diversas figuras que dificilmente eles poderiam observar utilizando apenas o quadro e o giz.

Neste sentido foi produzido um Livro Dinâmico Digital dentro da plataforma GeoGebra, por isso o nome GeoGebraBook. As atividades produzidas aproveitam ao máximo a dinamicidade e interatividade oferecida pelo software, buscando proporcionar ao estudante uma interação com a Matemática diferente daquelas vivenciadas nas aulas tradicionais para que, através da investigação e da manipulação de objetos matemáticos, os conceitos vão se formando e se consolidando naturalmente.

O principal objetivo deste estudo foi desenvolver um material didático digital com a pretensão de facilitar o ensino e a aprendizagem da trigonometria na educação básica. O processo incluiu a seleção de conteúdos relevantes, a criação de exercícios dinâmicos e a integração de recursos visuais e interativos com o intuito de facilitar o

ensino/aprendizagem de conceitos referentes à trigonometria. Além disso, buscou-se:

- Promover a compreensão mais aprofundada dos conceitos de trigonometria por meio de atividades interativas que possam engajar os alunos de forma ativa.
- Desenvolver habilidades essenciais como autonomia, pensamento crítico e criatividade nos alunos.
- Integrar a tecnologia digital no ambiente educacional, proporcionando um recurso que pode ser utilizado tanto online quanto offline.

Este estudo caracteriza-se, quanto à abordagem, como uma pesquisa de natureza qualitativa e, em relação aos fins ou objetivos, como exploratória, descritiva e explicativa. Classificamos também como uma investigação aplicada ou prática, no que diz respeito à utilização de seus resultados.

Optamos pela pesquisa qualitativa porque essa abordagem prioriza descrições, comparações e interpretações. Segundo Strauss e Corbin (2008), qualquer tipo de pesquisa que produza resultados não alcançáveis por meio de procedimentos estatísticos ou outras formas de quantificação pode ser considerada qualitativa. Mesmo que alguns dados possam ser quantificados, o fundamental no processo de análise é a interpretação.

Para adquirir maior familiaridade com o problema de investigação e torná-lo mais explícito, utilizamos a pesquisa exploratória, que realiza descrições precisas com o objetivo de descobrir as relações existentes entre os diversos elementos que compõem o estudo (CERVO; BERVIAN; SILVA, 2007). Além disso, o planejamento da pesquisa exploratória é flexível e, na maioria dos casos, assume a forma de pesquisa bibliográfica (GIL, 2007).

Como parte da pesquisa exploratória, a bibliográfica “se efetua tentando resolver um problema ou adquirir conhecimentos a partir do emprego predominante de informações advindas de materiais gráfico, sonoro e informatizado” (BARROS; LEHFELD, 2000, p. 70). Ainda na caracterização da pesquisa, quanto à forma de estudo, a pesquisa descritiva se aproxima da explicativa quando identifica a natureza das variáveis e determina a natureza dessa relação. “Nesse caso, tem-se uma pesquisa descritiva que se aproxima da

explicativa” (GIL, 2007, p. 42). Sob essa perspectiva, a junção dessas duas abordagens é comumente utilizada por pesquisadores preocupados com a prática (GIL, 2007).

As diversas etapas da pesquisa que culminaram com a criação e implementação do GeoGebraBook podem ser resumidas da seguinte forma:

- **Revisão Bibliográfica:** Inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica sobre o uso de tecnologias digitais na educação, com foco em ferramentas que apoiam o ensino da matemática e, mais especificamente, da trigonometria. Nessa etapa da pesquisa tomamos como referências (BORBA; PENTEADO, 2019), (CARVALHO, 2022), (GADANIDIS; BORBA; SILVA, 2016), (SILVA, 2012), (MORAN, 2000), (BRASIL, 1996), (BRASIL, 2018), (BERRÍO-ZAPATA; SANT’ANA, 2018), (ROQUE, 2012), (MASSARANI et al., 2019).
- **Desenvolvimento do GeoGebraBook:** Utilizando a plataforma GeoGebra.org, foram criadas atividades interativas organizadas em um livro digital. O processo incluiu a seleção de conteúdos relevantes, a criação de exercícios dinâmicos e a integração de recursos visuais e interativos com o intuito de facilitar o ensino/aprendizagem de conceitos referentes à trigonometria.
- **Implementação e Avaliação:** O GeoGebraBook foi produzido com a pretensão de ser implementado em sala de aula para verificar sua eficácia, no entanto, por motivos diversos, não conseguimos o desenvolver nesse contexto. Planejamos, em um futuro próximo, realizar a aplicação do livro em algumas turmas da educação básica e, através de questionários e testes aplicados aos alunos, medir o impacto do material no aprendizado da trigonometria.

Ainda referente aos aspectos metodológicos frisamos que a escolha do GeoGebra e a produção do GeoGebraBook na plataforma GeoGebra.org foram motivadas por diversos aspectos, dentre os quais destacamos o fato do Geogebra ser um software de distribuição livre para fins não comerciais e ser multiplataforma: roda nos principais sistemas operacionais, bem como estar disponível de forma online. E esta última característica, permite a disponibilização de atividades sob a licença Creative Commons, facilitando a cópia e utilização dos materiais. Outro aspecto relevante é a dinamicidade, que possibilita a

criação de atividades interativas, transformando o usuário em um participante ativo na produção de conhecimento.

A abordagem no desenvolvimento das atividades no GeoGebraBook visa não apenas a memorização de fórmulas, mas sim a construção de conhecimento de forma sólida e significativa. Com esse intuito, este trabalho propõe uma reflexão sobre como promover o ensino de trigonometria de maneira a motivar os alunos do Ensino Fundamental e Médio a compreenderem e utilizarem diferentes registros de representação matemática na resolução de problemas. Essa competência, destacada pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é essencial para a formação integral dos estudantes e sua integração na sociedade contemporânea.

Quanto a organização, a dissertação está configurada em seis capítulos. Neste capítulo introdutório são apresentados as justificativas, objetivos e aspectos metodológicos que nortearam o desenvolvimento da pesquisa, bem como uma descrição breve de cada capítulo subsequente do trabalho.

No Capítulo II, exploramos em cinco seções temas relacionados às tecnologias digitais. Começamos com uma breve análise do impacto das tecnologias digitais na sociedade contemporânea e na vida das pessoas. Em seguida, adentramos nosso tema principal examinando a evolução das tecnologias na educação ao longo da história, discutindo a necessidade e as oportunidades do uso das tecnologias digitais na Educação Matemática. Concluimos o capítulo com um estudo das diretrizes da BNCC para a implementação de novas tecnologias, visando aproximar a educação escolar da realidade atual dos jovens. Para este estudo, baseamo-nos nos escritos de (KOHN; MORAES, 2007) (MORAN, 2000), (MASSARANI et al., 2019), (BERRÍO-ZAPATA; SANT'ANA, 2018), (GADANIDIS; BORBA; SILVA, 2016), (PINHEIRO; PINHEIRO, 2019), (BRASIL, 1996), (BRASIL, 2018), (CARVALHO, 2022), (BORBA; PENTEADO, 2019) como referências.

Posteriormente, no Capítulo III, são abordados aspectos históricos do estudo da trigonometria e sua evolução ao longo do tempo, com foco na importância do ensino desse tema por civilizações como os egípcios e os babilônios. Também são analisados os métodos tradicionais de ensino no Brasil e sua abordagem em relação à trigonometria.

O capítulo conclui com uma análise das abordagens contemporâneas encontradas nos livros didáticos utilizados, fundamentando-se teoricamente nos estudos de autores como (EVES, 2011), (ROQUE, 2012), (SILVA, 2012), (MACÊDO; SANTOS, 2019).

Na sequência, no Capítulo IV, apresentamos o software Geogebra, enfatizando suas características que o estabelecem como uma ferramenta amplamente reconhecida globalmente. Discutimos os diversos prêmios recebidos que corroboram seu prestígio internacional. Além disso, apresentamos o GeoGebraBook, detalhando como criar e utilizar essa ferramenta, e oferecemos estratégias para otimizar o uso de tarefas desenvolvidas no software, culminando na apresentação de um livro dinâmico digital criado na plataforma online: o GeoGebraBook TRIGONOMETRIA: UMA ABORDAGEM INTERATIVA. O livro dinâmico digital está organizado em oito capítulos, o primeiro dedicado a apresentação e orientações, o segundo dedicado às atividades voltadas a objetos de conhecimentos que visam preparar os estudantes para o estudo dos tópicos relacionados à trigonometria. Do terceiro ao sétimo capítulo foram desenvolvidos tópicos sobre trigonometria com assuntos que estão nos currículos do Ensino Fundamental e Médio e, então, finalizamos o livro com um capítulo dedicado ao jogo Perfil Trigonométrico, cuja finalidade é de revisão, de forma lúdica, dos assuntos estudados nos capítulos anteriores.

Por fim, os dois últimos capítulos da dissertação tratam das conclusões e considerações finais sobre o trabalho.

Assim, não nos limitamos apenas ao estudo dos conceitos Matemáticos, apesar do direcionamento para o estudo da trigonometria, buscamos também mostrar ao estudante a importância de enxergar a Matemática integrada às tecnologias digitais, pois a produção de um Livro Dinâmico Digital poderá tanto desenvolver conhecimentos acerca do assunto, quanto despertar no discente o interesse no estudo mais aprofundado dessas tecnologias tão presentes na sociedade atual.

## **2 A TECNOLOGIA DIGITAL NA SOCIEDADE CONTEMPORÂNEA E A ESCOLA COMO PARTE DESTA SOCIEDADE**

Neste capítulo, será feita uma breve reflexão sobre alguns temas pertinentes à sociedade contemporânea. Trata-se de uma análise que se julga necessária no momento em que se encontra a nossa educação. Discutiremos sobre o quanto é grande a presença das tecnologias digitais na vida social das pessoas, ao mesmo tempo em que a escola ainda se encontra numa transição entre o analógico e o digital. Busca-se mostrar, assim, a importância de uma educação digital para uma geração de estudantes que aproveita muito das informações e pouco das formações que essas tecnologias podem nos fornecer.

Nesse diapasão, é importante refletir um pouco sobre a formação do professor para atuar com essas tecnologias. Será dado destaque, aqui, ao professor de Matemática e ao processo evolutivo das tecnologias digitais na Educação Matemática, como, por exemplo, a utilização do computador na sua formação e no seu planejamento, a utilização de softwares que possibilitam a interatividade e a dinamicidade de suas aulas, a utilização da internet como ferramenta de pesquisa e de aproximação das pesquisas inovadoras com a sala de aula, enfim o que há na sociedade contemporânea altamente digital e que está sendo ou poderá ser utilizado para a evolução do processo educacional brasileiro.

Para finalizar, faremos uma análise da abordagem dada pela BNCC e as habilidades previstas no que concerne ao tema e como ela propõe que este seja inserido nos currículos das escolas e sistemas de ensino, uma vez que, para que a educação seja inserida nessa sociedade digital, não podemos esperar que a inclusão seja uma atitude apenas do professor, mas que isto esteja elencado nos documentos legais que a regem e que sejam previstas condições adequadas para que essa inserção ocorra. Pensando em Educação Matemática, podemos encontrar uma gama de pesquisas e produções de softwares e práticas educacionais com essa proposta, mas é preciso que isso chegue às salas de aulas, ou seja, o professor precisa conhecer, entender, acreditar nas possibilidades e que bons resultados podem ser conseguidos, para assim pôr as propostas em prática em suas aulas.

## 2.1 Sociedade digital

Não é novidade que as tecnologias digitais vêm, há algum tempo, transformando vários setores da sociedade contemporânea. Isso se dá desde a realização de tarefas simples, nas casas, como ouvir músicas, abrir cortinas e realizar a limpeza, até a produção de bens e serviços nas grandes indústrias. A montagem de carros, aplicação de produtos agrícolas nas lavouras e automação de máquinas, que aumentaram a produção das empresas, são exemplos dessa transformação. Observamos que as mudanças geradas pelas tecnologias digitais acontecem em períodos cada vez mais curtos de tempo, ou seja, um produto lançado fica ultrapassado cada vez mais rápido.

Hoje, ouvimos falar em Inteligência artificial (IA), robótica, biotecnologia, veículos autônomos, internet das coisas e outras tecnologias com muita naturalidade e, quando olhamos para um passado não tão distante, percebemos que esses termos passaram a fazer parte das nossas vidas há poucas décadas.

Nesse contexto vertiginoso, muitos de nós fazemos parte do grupo denominado de imigrantes digitais, para quem foi preciso adequação e aceitação das transformações que nos levaram de uma sociedade analógica a uma sociedade digital. Ao mesmo tempo, nossas crianças – a chamada geração digital – enxergam essa sociedade tecnológica com muita naturalidade, pois é o mundo que elas conhecem e são as coisas de que, elas acreditam, precisam. A geração digital sempre usa os artefatos tecnológicos que já possui ou sonha em possuir os que ainda não tem. Quando alguém ousa falar sobre como era a vida das pessoas sem tanta tecnologia, eles ouvem como se fosse um absurdo que as pessoas vivessem sem essas ferramentas tão presentes em suas vidas.

Se objetivamos refletir sobre isso, precisamos olhar para um passado conhecido por muitos adultos que lidam diariamente com os jovens deste tempo e para as tecnologias utilizadas por esses adultos em tempos passados, como, por exemplo, a chegada da energia elétrica, que levou muitas casas a aposentarem as lamparinas e os lampiões. Ou a chegada dos carros e motos, que fizeram com que as viagens ficassem mais rápidas do que em lombo de animais. Outro bom exemplo dessa transformação é o fogão a gás e o próprio gás de cozinha, que fez com que as refeições fossem preparadas de forma

mais rápida e com menos esforço físico. Além disso, houve a chegada do rádio e da televisão, que acostumou as pessoas a buscarem informação e entretenimento produzidos em lugares distantes de onde moravam.

Assim, teremos um olhar que nos dará condições de entender que essas tecnologias fizeram com que a vida das pessoas melhorasse e perceber que também acharíamos difícil viver sem elas, ou seja, as facilidades que as tecnologias, principalmente as digitais, nos proporcionam são indiscutíveis, tornando compreensível que essa juventude, nascida nessa era digital, considere tão difícil viver sem elas.

Também é importante observarmos o princípio de tudo, em termos de tecnologia, como elemento comparativo com o tempo presente, visto que

Nos primórdios da tecnologia humana, passou-se da atividade agrária para a industrialização das cidades, por conseguinte, esse processo mudou a estrutura social de forma tão ampla que foi denominado Revolução. Do mesmo modo, as transformações ocorridas com o desenvolvimento tecnológico podem ser consideradas uma revolução contemporânea da ascensão digital e da informação (KOHN; MORAES, 2007, p. 4)

Um exemplo importante é a televisão. Quando a TV passou a fazer parte da vida das pessoas, era comum que muitas famílias se juntassem na sala para assistir a alguns programas, o que unia os membros dessas famílias na mesma atividade. Inicialmente, isso era muito bom, mas devemos lembrar que esse hábito afastou os vizinhos que moravam lado a lado na rua. De fato, as pessoas que, antes, estavam juntas praticamente todos os dias passaram a não se ver mais. Além disso, muitos pais utilizavam a TV para entreter as crianças o que as levava a ficarem por longas horas assistindo a programas infantis. Isso gerou alguns questionamentos sobre os impactos negativos desse hábito, a longo prazo.

Da mesma forma, devemos observar que o uso das tecnologias digitais, muito presentes nos dias atuais, geram impactos positivos, mas também muitos impactos negativos para a sociedade. A TV afastou vizinhos e o celular tem afastado pessoas que estão em um mesmo ambiente, ou até mesmo do lado uma da outra. A internet tem aproximado pessoas que estão a quilômetros de distância, mas também afastado as famílias dentro da mesma casa.

No que concerne especificamente aos jovens, existe uma grande quantidade de pla-

taformas que se dedicam a produzir entretenimento, como jogos, redes sociais e vídeos direcionados, exclusivamente, para esse público. Essas plataformas criam algoritmos para entender os hábitos e descobrir o que interessa ao usuário. Estão sempre fazendo atualizações para não deixar que esse usuário perca o interesse pelo seu produto, mas, sim, que se sinta cada vez mais envolvido por ele. Nesse contexto, é necessário que, como educadores, levantemos questões sobre: como competir com tantas opções de entretenimento fora da escola? Como escolher? O que oferecer? Como oferecer? No cenário dessa gama de inovações tecnológicas, produtos para despertar e manter o interesse, envolvendo os alunos nas aulas, construir os conhecimentos necessários em cada etapa e atender as expectativas das instituições e redes de ensino. Sendo assim, concordamos que:

Tudo o que for previsível será cada vez mais realizado por aplicativos, programas, robôs. Nosso papel fundamental na educação escolar é de ser mediadores interessantes, competentes e confiáveis entre o que a instituição propõe em cada etapa e o que os alunos esperam, desejam e realizam (MORAN, 2000, p. 68).

Como já mencionado, as vantagens da presença das tecnologias digitais nas nossas vidas são indiscutíveis, mas precisamos refletir sobre aspectos importantes dessa presença na sociedade contemporânea. O primeiro aspecto que importa destacar é a exclusão digital ainda presente na sociedade brasileira no que diz respeito ao acesso a essas tecnologias. De acordo com o site Educa IBGE<sup>1</sup>, na Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua – PNAD Contínua, em 2021, a internet já era acessível para 90% dos brasileiros, porém, comparando alunos de escolas privadas e públicas, enquanto mais de 80% dos jovens que estudam em escolas privadas utilizam, além de aparelhos celulares, também computadores para acessarem a internet esse número cai para 38% entre jovens de escolas públicas. Outro dado relevante é que, enquanto 84% dos jovens do primeiro grupo utilizam a internet para enviar e receber e-mails, esse número é de apenas 55% entre os jovens do segundo grupo.

É claro que essa disparidade nos números está relacionada ao fato de que muitas famílias brasileiras não têm acesso a alguns aparelhos devido à falta de condições econômicas, pois, apesar de eles despertarem muito interesse nas pessoas, ainda têm alto custo para o consumidor, não sendo de fácil acesso para a parcela mais pobre da população. Além disso, embora existam muitos notebooks pelo mesmo preço de alguns

---

<sup>1</sup>Disponível em: (<https://educa.ibge.gov.br/>). Acesso em 17 de junho, 2024.

smartfones, se um jovem tiver que escolher entre um ou outro, o que acontece muito, ele irá preferir o segundo, pela versatilidade de uso e facilidade no transporte.

Outro aspecto se refere à preparação do jovem para entender e utilizar, de maneira correta, toda essa gama de tecnologia que surge todos os anos. Para tanto precisamos investigar como o jovem enxerga e como ele entende essas tecnologias. Em 2019 o Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Comunicação Pública da Ciência e Tecnologia (INCT-CPCT) realizou uma pesquisa intitulada “O que os jovens brasileiros pensam da ciência e da tecnologia?” com o objetivo de compreender atitudes e representações da população em geral sobre a ciência e a tecnologia. A pesquisa foi feita em forma de questionamentos onde foram ouvidas 2.206 pessoas com idade entre 15 e 24 anos, em situação urbana, residentes em 79 cidades de todas as regiões do Brasil. Um desses questionamentos da pesquisa foi: O que os jovens brasileiros entendem por ciência e tecnologia?

A maior parte dos jovens respondeu à pergunta sobre tecnologia com exemplos, mesmo antes que esses fossem solicitados. Assim, “celular” aparece como termo mais frequente, seguido por “computador”. A internet também figura no imaginário desses jovens como associada à tecnologia. Aqui, a palavra “avanço” ganha destaque: tecnologia é encarada pelos entrevistados como algo que move adiante, em direção ao futuro. “Modernidade”, “desenvolvimento” e “inovação” são outros termos frequentes que se associam a tal ideia. Palavras como “ajudar”, “facilitar” e “melhorar”, por sua vez, indicam uma noção utilitarista do termo (MASSARANI et al., 2019, p. 68).

Apesar do interesse pelo tema ser grande, a pesquisa também revelou que o conhecimento sobre o assunto é pequeno. Ela mostrou que, entre os entrevistados, apenas 5% sabiam citar o nome de um cientista brasileiro e que apenas 12% demonstraram conhecer alguma instituição de pesquisa no Brasil. Percebemos, assim, que não adianta apenas que tenhamos disponibilidade de tecnologias, mas também acesso aos conhecimentos necessários para um uso com responsabilidade e qualidade.

Em 2000, foi declarada, na reunião do G8<sup>2</sup>, em Osaka, no Japão, a Exclusão Digital como “o grande perigo global” e foi criada a força tarefa para a Oportunidade Digital. A intenção seria utilizar as novas tecnologias para reduzir as desigualdades econômicas e sociais, tornando essas tecnologias acessíveis para toda a humanidade. Eis o que podemos observar do ano 2000 até os dias atuais sobre essa possível inclusão digital e sobre acesso às novas tecnologias:

---

<sup>2</sup>Grupo dos 8 países mais ricos e influentes do mundo.

Espaços que antes permaneciam intocados pela mercantilização, como os tempos mortos fora da fábrica (o tempo no transporte, de ônibus ou metrô), o pátio de recreio na escola, o tempo lúdico para as brincadeiras no bairro, o tempo da família, as madrugadas, ficaram colonizados pelo capital por graça das TIC e integrados dentro do sistema de produção e mercado (BERRÍO-ZAPATA; SANT'ANA, 2018, p. 79).

Precisamos analisar os impactos negativos da presença das tecnologias digitais em nossas vidas. Assim, poderemos deixar de lidar com esses impactos e começaremos a combater as causas, antes que os problemas surjam. Dessa maneira, aproveitaremos mais os seus benefícios e elas se tornarão instrumentos de transformação social, o que acreditamos que realmente pode acontecer. Aqui, se pretende destacar as questões ligadas à utilização da tecnologia. Não se discutirão aspectos éticos, como o descarte inapropriado e o consumismo, que geram grandes problemas para a sociedade, ou seja, será destacado o uso incorreto e o não aproveitamento dessas tecnologias como oportunidade para o desenvolvimento intelectual do indivíduo que as utiliza. A esse respeito, avaliam Kohn e Moraes (2007)

É impossível não ver os benefícios que as novas tecnologias trouxeram para a vida das pessoas, mas sua prepotência lúdica esconde bichos-de-sete-cabeças. É preciso tomar cuidado para não ser engolido por eles, por mais que pareçam amistosos. Encerra-se com uma frase de Carlos Vogt, que se intitula *Cacofonia Social*: “com a globalização, dá-se aos pobres a exclusão, acima dos médios a inclusão e destes – se ricos – a reclusão” (KOHN; MORAES, 2007, p. 12).

Assim, é urgente que tiremos nossos olhares das telas para olhar para o futuro e escolher os caminhos que iremos trilhar, os quais deixaremos para as gerações futuras trilharem, para que não transformemos nossas criações, e a esperança de uma vida melhor proporcionadas por elas, em criaturas capazes de transformar a humanidade em escravos de sua própria criação.

## **2.2 A educação e a tecnologia digital**

Quando falamos em sociedade e tecnologia digital, como educadores, isso nos remete ao fato de que a escola e todos os indivíduos que a compõem estão inseridos nessa sociedade. Percebemos, também, que muitos professores, pedagogos e gestores, entre outros profissionais da educação, por motivos como a falta de habilidade com essas tecnologias, a falta dessas tecnologias nas escolas, pelo tipo de formação, básica e/ou superior que receberam, ainda estão presos em outro tempo, com práticas educativas ultrapassadas ou utilizando dessa tecnologia para reproduzir uma educação pouco integrada

ao momento em que vivemos. Já faz algumas décadas que ouvimos falar sobre a importância de uma educação voltada para um mundo digital. Os autores GADANIDIS et al. (GADANIDIS; BORBA; SILVA, 2016) destacam o quanto esse assunto passou a ser explorado pela mídia, partidos políticos, sociedades científicas e empresas de consultoria e nos alertam sobre o perigo de se acreditar em soluções fáceis oferecidas por esses grupos que, muitas vezes, estão mais interessados em poder político do que em resolver de verdade os problemas da educação brasileira.

Em seu Art. 2º, a LDB (BRASIL, 1996) diz que “A educação tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho”. Portanto, a escola precisa, como parte de uma sociedade tecnológica, entender e acompanhar as mudanças que ocorrem nessa sociedade, devido aos avanços tecnológicos, para que ela consiga oferecer uma educação integral, mas também integrada ao lugar e também ao tempo em que está inserida. Assim, ela dará condições a esse educando de entender a sociedade em que vive e de se inserir nela tanto para o trabalho como para exercer sua cidadania. Nesse sentido, se faz necessária, também, a educação para entender e lidar com as diferentes mídias, conforme nos alertam Pinheiro e Pinheiro

Acreditamos na urgência da Educação para as Mídias, pois ela envolve não apenas aspectos prementes da aprendizagem de várias habilidades, mas também deve desenvolver um espírito de criticidade, de uso das mídias para construção de argumentos, de contra-argumentos, de relações que devem perpassar o ambiente virtual (PINHEIRO; PINHEIRO, 2019, p. 3).

A integração da educação e mídias digitais pode ser vista como uma nova forma de se fazer educação, na qual a Educação para as Mídias irá preparar os jovens na habilidade de utilização das tecnologias digitais em sociedade. A Educação pelas Mídias aproximará a escola dessa sociedade e ajudará os estudantes no desenvolvimento das habilidades nas várias áreas de conhecimentos. Assim, eles se tornarão sujeitos ativos, capazes de exercer sua cidadania e criticidade, agindo diretamente nas tomadas de decisões que influenciam sua participação na sociedade contemporânea.

Dessa forma, devemos pensar na relação da escola e do jovem com o mundo moderno e nos perguntar o que esse jovem espera da sua escola, hoje. Também devemos observar que, muitas vezes, as escolas estão preocupadas em cumprir o currículo e pre-

parar os alunos para as avaliações internas e/ou externas, ou seja, melhorar os índices educacionais da escola ou do sistema de ensino.

Aqueles professores que ainda ministram aulas tradicionais, quase sempre expositivas, acreditam que os alunos devem sentar em suas cadeiras e ouvi-los falarem por horas, como se esses estudantes fossem sujeitos passivos na sua formação. Não levam em conta que essa juventude vive nas redes sociais, procurando pessoas que pensam de forma semelhante, tomam decisões sobre o que querem ver, ouvir, saber, enfim, buscam aquilo que lhes interessa na web. Quando chegam à escola, esses jovens encontram um lugar onde não fazem parte das tomadas de decisões, não escolhem o que estudam e, muitas vezes, não entendem por que estudam determinados assuntos. Isso os faz pensar que a escola não oferece muito para eles e que não pode ajudá-los a construir um projeto de vida para o futuro deles.

Fora da escola, tanto estudantes quanto professores estão acostumados a usar seus dispositivos eletrônicos com frequência, acreditando que esses aparelhos ajudam a resolver problemas diários e a manter conexões com outras pessoas. No entanto, ao chegarem à escola, enfrentam um ambiente que contrasta com esse cenário, onde o uso desses dispositivos é frequentemente restrito ou proibido. Essa diferença de abordagem merece uma reflexão cuidadosa, pois muitos educadores acreditam que a liberdade total no uso desses aparelhos pode prejudicar a concentração dos alunos. Por outro lado, a proibição absoluta também apresenta desafios, como a ansiedade em relação ao que acontece fora da escola. Segundo CARR (2011), o fluxo constante de informações tem reduzido o tempo disponível para reflexão e aumentado a ansiedade e o estresse dos internautas, que se tornam cada vez mais ansiosos por novidades. Portanto, é essencial encontrar um equilíbrio no uso desses dispositivos no ambiente escolar, integrando as tecnologias de maneira a potencializar o aprendizado sem transformá-las em obstáculos. Assim, criar uma abordagem equilibrada, que evite a proibição total e aproveite os benefícios das tecnologias, é crucial para um processo de ensino-aprendizagem eficaz a médio e longo prazo.

As tecnologias digitais móveis - internet, celular, tablets - estão modificando as normas que vivemos, os valores associados a determinadas ações. Mais uma vez isso acontece em ritmo diferente fora e dentro da escola. Assim o abismo entre práticas que alunos e professores têm fora da escola e dentro da mesma instituição aumenta (GADANIDIS; BORBA; SILVA, 2016, p. 42).

Sabemos que o problema da qualidade da educação brasileira não está relacionado apenas ao problema da falta de tecnologias digitais nas aulas. Sabemos ainda que a falta de tecnologias digitais não impede que muitas escolas alcancem resultados expressivos em avaliações internas e externas. Também é certo que muitos alunos conseguem evoluir na aprendizagem e atingir objetivos pessoais mesmo com aulas tradicionais.

Por outro lado, a grande variedade de tecnologias digitais que encontramos hoje gera outros problemas: é difícil dizer qual nos ajudaria mais nas aulas, qual chamaria mais a atenção dos alunos, levando-os a se envolverem mais nas atividades propostas, qual a escola teria condições de adquirir, mas elegemos esse tema por ser, entre vários outros, o que mais recebe destaque pelos alunos e professores das nossas escolas.

Borba, Silva e Gadanidis (2020) discutem vários exemplos de práticas bem-sucedidas com o uso de tecnologias digitais ao longo das últimas décadas. No entanto, é importante evitar o erro de acreditar que o que funcionou em um estado, cidade ou escola necessariamente funcionará em outros contextos. Para alcançar bons resultados e modernizar a educação além do século XX, é essencial utilizar uma variedade de recursos disponíveis. Entretanto, o recurso mais eficaz será aquele que melhor se adaptar à situação específica, ao local e às pessoas envolvidas.

O avanço do mundo digital traz inúmeras possibilidades, ao mesmo tempo em que deixa perplexas as instituições sobre o que manter, o que alterar, o que adotar. Não há respostas simples. É possível ensinar e aprender de muitas formas, inclusive da forma convencional. Há também muitas novidades, que são reciclagens de técnicas já conhecidas. Não temos certeza de que o uso intensivo de tecnologias digitais se traduz em resultados muito expressivos. Vemos escolas com poucos recursos tecnológicos e bons resultados, assim como outras que se utilizam mais de tecnologias. E o contrário também acontece. Não são os recursos que definem a aprendizagem, são as pessoas, o projeto pedagógico, as interações, a gestão. Mas não há dúvida de que o mundo digital afeta todos os setores, as formas de produzir, de vender, de comunicar-se e de aprender (MORAN, 2000, p. 64).

Não é difícil encontrar um professor, outro profissional da educação e até mesmo alunos dizendo que a escola que temos hoje, na sociedade, na sua grande maioria, é a mesma escola há décadas, ou seja, um aluno do século XXI está assistindo às mesmas aulas a que seus pais assistiam, os problemas foram repaginados, não houve mudança substancial no que se vê na escola. Pensando nisso, muitos pesquisadores em educação vêm, há algum tempo, se dedicando à busca de alternativas para fazer essa aproximação da escola com essa sociedade moderna e cheia de tecnologias digitais que tem ocupado

espaços na vida das pessoas e, por consequência, nas vidas dos jovens estudantes.

Um professor conhece o conteúdo que vai ensinar, conhece do ponto de vista pedagógico as melhores opções para ensinar determinados conteúdos e precisa de conhecer também recursos digitais e tecnologias que facilitem a aprendizagem e motivem os alunos a aprender (CARVALHO, 2022, p. 77).

É claro que precisamos de uma educação mais adequada ao momento tecnológico da nossa sociedade, mas uma educação que vá além da utilização da tecnologia para mudar a maneira de se ensinar o que se ensina nas escolas. Precisamos de uma educação que possa, também, colaborar para a preparação do jovem para ser parte, viver e ser agente transformador dessa sociedade tecnológica. Para isso, devemos diminuir a distância entre o que se vive na escola e o que se vive fora dela, transformando também a visão educacional da gestão, do corpo docente, dos discentes, ou seja, de toda a comunidade escolar. Isso está contido, inclusive, na Base Nacional Comum Curricular:

A sociedade contemporânea impõe um olhar inovador e inclusivo a questões centrais do processo educativo: o que aprender, para que aprender, como ensinar, como promover redes de aprendizagem colaborativa e como avaliar o aprendizado (BRASIL, 1996, p. 14)

Assim, o jovem e suas famílias encontrarão na escola uma parceira para sua formação e enxergarão um elo, uma extensão sociedade-escola, na qual as transformações ocorrem em mão dupla.

### **2.3 A formação do professor para o uso das tecnologias digitais na educação**

Deve-se, inicialmente, destacar que, apesar do mercado de trabalho estar exigindo cada vez mais conhecimento e domínio das tecnologias digitais, esse não deve ser o fim pensado para a educação escolar. É claro que o preparo para o mercado de trabalho deve fazer parte da formação do educando, mas a incorporação dessas tecnologias nas aulas deve buscar mais do que isso, ela precisa desenvolver a capacidade de reflexão do jovem para que ele possa, além de explorá-la nas aulas, perceber as possibilidades de seu uso em outras situações. Quando inserimos uma nova mídia nas aulas, no caso, as tecnologias digitais, devemos pensar em algumas questões que, muitas vezes, nos passam despercebidas. Eis algumas delas:

- I. Uma nova mídia não necessariamente irá substituir as mídias utilizadas anteriormente. O uso do papel e lápis não substituiu a oralidade. Isso nos mostra que o uso de uma nova mídia nos faz perceber outras formas de fazer educação.

De maneira geral, o cinema não acabou com o teatro, o vídeo não eliminou o cinema; da mesma forma, a oralidade não foi suprimida pela escrita: pelo contrário, foi criada uma nova oralidade a partir da leitura da escrita (BORBA; PENTEADO, 2019, p. 41).

- II. O uso de algo novo em nossas aulas pode despertar grande interesse, no início, mas seu uso exagerado ou errado pode gerar perda de interesse após algum tempo. Precisamos lembrar que existem muitas maneiras de abordar determinados temas e que encontrar a melhor forma para essa abordagem irá garantir maior envolvimento e melhores resultados, ou seja, talvez uma aula expositiva, uma roda de conversa ou até mesmo a utilização de lápis e caderno seja melhor em determinados momentos do que tecnologias digitais.

Assim, um dado software utilizado em sala pode, depois de algum tempo, se tornar enfadonho, da mesma forma que para muitos uma aula com uso intensivo de giz, ou outra baseada em discussão de textos, pode também, não motivar (BORBA; PENTEADO, 2019, p. 12).

- III. A motivação para uso de uma nova mídia deve estar fundamentada em melhora na educação, de uma forma mais ampla. Os objetivos não devem ser apenas “fazer mais do mesmo”, ou seja, não podemos cometer o erro de introduzir essa mídia como uma ferramenta que será utilizada para resolver os mesmos problemas de sempre ou reproduzir uma solução mudando apenas a tecnologia utilizada. Com o uso de uma nova mídia os problemas anteriores podem não existir ou não fazerem sentido e/ou podem surgir novos problemas para serem estudados.

Pensamos que, dessa forma, evitamos a domesticação dessas novas tecnologias. Entendemos que domesticar uma tecnologia significa utilizá-la de forma a manter intactas práticas que eram desenvolvidas com uma mídia que é predominante em um determinado momento da produção de conhecimento. Manter tais práticas de forma acrítica, como, por exemplo, usar ambientes virtuais de aprendizagem apenas para enviar um PDF é o que chamamos de domesticação (GADANIDIS; BORBA; SILVA, 2016, p. 24).

Analisando as questões acima, podemos perceber que a utilização de mídias digitais na educação não é apenas usar um computador para planejar as aulas ou em alguma atividade nessas aulas. Além disso, como podemos pedir aos professores para utilizarem mídias digitais nas suas aulas, se muitos não conseguem, muitas das vezes, utilizar um

computador para fazer suas pautas eletrônicas, ou não conseguem enviar um simples e-mail? Para que a incorporação de uma nova mídia nas escolas aconteça de forma correta, buscando alcançar objetivos claros e realmente necessários precisamos passar por um tema que não deve ficar fora de qualquer debate sobre melhora na qualidade da educação: a formação do professor.

Não é de agora que se discute a formação do professor, tanto nas universidades quanto nos sistemas de ensino pelo país, já que a grande maioria dos especialistas em educação acredita que, entre vários outros fatores que podem interferir e melhorar a qualidade da educação, é essencial que haja professores bem formados dentro das salas de aulas. Dessa forma, o debate sobre uma formação digital do professor nas licenciaturas é muito importante, já que, se esse professor sai da universidade com um bom conhecimento e afinidade com as mídias digitais voltadas à educação, ele terá mais condições de incorporar essas mídias em suas aulas.

Mas o que fazer com aquele professor que está na sala de aula há algumas décadas e ainda permanecerá lá por algum tempo? Muitos estão tão habituados com uma forma de lecionar, que se recusam a fazer diferente, nem sempre porque não querem, mas porque não sabem. De acordo com Borba et al. (2014) as tecnologias digitais são parte do processo de educação do ser humano, e também partes constituintes da incompletude e da superação dessa incompletude ontológica do ser humano. Assim, é necessário que entremos em outro campo da formação do professor, também muito conhecido por qualquer profissional da educação, a formação continuada, que precisara ser ofertada pelos respectivos sistemas educacionais ou em especializações nas universidades pelo país. Um professor, mesmo que tenha dificuldades com mudanças, o que é comum no ser humano, precisa entender que sua atividade exige que ele saia de sua zona de conforto e entre onde autores como Borba e Zulatto [2010 apud (GADANIDIS; BORBA; SILVA, 2016, p. 23)] chamam de zona de risco. Assim professores podem vivenciar o risco de introduzir as tecnologias informáticas, saindo de uma zona de conforto, ou podem ver o conforto de vivenciar o risco de lidar com as TI em ambientes educacionais.

Ademais, o uso das tecnologias digitais na educação irá exigir empenho de qualquer profissional, não apenas desses que não têm afinidade com essas mídias. Não de-

vemos cair no erro de pensar que da forma que estamos acostumados a fazer está bom, pois qualquer educador do nosso país sabe que não estamos nem perto disso. Olhar para as oportunidades que nos são apresentadas, mesmo que isso nos tire, como dito anteriormente, da nossa zona de conforto, pode ser uma chance de evoluir profissionalmente, a qual nos leve a fazer parte de um grupo de profissionais que busca uma transformação na educação brasileira. Esse grupo sabe que existe muito a se fazer e que a formação do professor é um pilar essencial na construção de uma nova forma de se fazer educação e essa nova forma de se fazer educação necessita vir acompanhada por novos ambientes educacionais, integrados às tecnologias digitais que permeiam as nossas vidas.

Podemos destacar aqui as várias oportunidades de formação, inicial ou continuada, que surgiram nas últimas décadas devido aos avanços na tecnologia da informação e comunicação. A Educação a Distância (EaD) ganhou novas formas de acontecer devido a essas tecnologias. Plataformas e-learning para a educação, como moodle, Canvas LMS, Chamilo, OpenedX e Sakai, são alguns exemplos de plataformas muito utilizadas por universidades que possuem algum curso de extensão “MOOC”, sigla indicativa de que o curso é aberto para todo tipo de público e será ofertado de forma on-line ou com disciplinas na forma EaD, o que dá oportunidade àquelas pessoas que querem fazer um curso superior ou de aperfeiçoamento, mas não têm condições de se deslocar do local onde moram para ir presencialmente todos os dias às universidades.

Outra ferramenta on-line muito conhecida é disponibilizada pelo Google, lançada em 2014, o google classroom. A ferramenta ganhou muita visibilidade na educação básica e superior no Brasil, em 2020, durante a pandemia de COVID-19, pois, com ela, devido às paralisações das atividades presenciais, as redes de ensino conseguiram formar turmas on-line com os alunos de suas escolas e os professores puderam desenvolver as atividades com os alunos de forma remota.

Nesse ponto, é impossível não retomar o problema da exclusão digital, que ainda existe no Brasil, problema cuja existência ficou muito clara nesse período. Muitos professores não conseguiam preparar as atividades nas salas de aula on-line por não dominarem a ferramenta, muitos alunos não podiam realizar as atividades, ora por falta de um celular ou de um computador, ora por falta de internet. Também houve muitos casos de falta dos

conhecimentos básicos para acesso à plataforma. O lado bom, se é que existe, foi que esses problemas levaram a algumas tomadas de decisões, que já vinham sendo adiadas há algum tempo, a respeito de investimentos na área de tecnologias digitais na educação.

Um bom exemplo de investimento na área de tecnologia da educação temos o investimento feito pela Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo (SEDU), que ocorreu durante e após a pandemia de COVID-19. Em 2021, o governo do Estado realizou esse investimento, através do Programa de Inovação Educação Conectada do governo federal. Foi concedido a cada professor o valor de R\$ 5000,00 para aquisição de um notebook e um auxílio mensal de R\$ 70,00 para a contratação de plano de internet.

Esses investimentos buscam o fortalecimento de práticas voltadas ao uso de tecnologias na educação para trabalhos burocráticos e para atividades pedagógicas nas escolas e na formação continuada dos professores, dado que o governo estadual, através da Secretaria Estadual de Educação (SEDU), criou a (SGF) Sistema Gestão de Formação, uma plataforma de cursos de extensão direcionada para esse fim. É claro que esse é apenas um exemplo de investimentos em TIC na educação, mas acreditamos que existem vários outros pelo país e esperamos que não sejam apenas medidas que buscam poder político, mas que se tenha realmente o intuito de realizar a tal revolução digital na educação, tão discutida pelos especialistas nessa área.

#### **2.4 As tecnologias digitais na Educação Matemática**

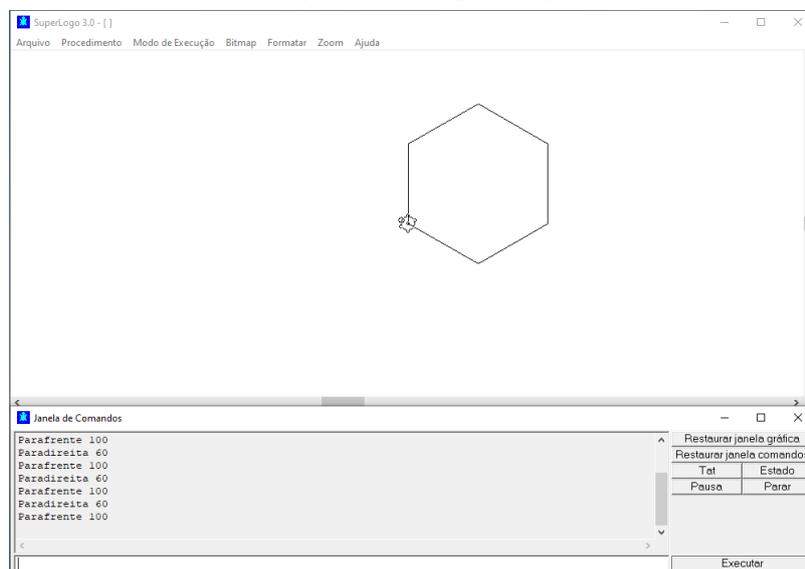
Borba, Silva e Gadanidis (GADANIDIS; BORBA; SILVA, 2016, p. 18-37) trazem um estudo sobre a introdução, de forma experimental, em aulas da educação básica e/ou superior, de tecnologias digitais que estavam sendo desenvolvidas, naquele período, com intuito de facilitar o desenvolvimento de habilidades Matemáticas, fazendo um paralelo das diferenças entre o estudo de determinados temas com essas tecnologias e sem elas. Tal trabalho faz uma análise temporal, separando em quatro fases a presença das tecnologias digitais nas aulas de Matemática, no qual temos a oportunidade de entender quais tecnologias estavam à disposição em determinadas décadas, como alguns pesquisadores as utilizavam, como essas tecnologias evoluíram e o surgimento de novas ferramentas, até chegar ao que temos atualmente.

A década de 80 é considerada o momento em que ocorre a primeira fase. Nessa década, já se discutia o uso de calculadoras científicas e de computadores em educação Matemática. A presença dos computadores na sociedade leva as pessoas a utilizarem expressões como “tecnologias informáticas” (TI) ou tecnologias computacionais.

Nessa fase, ganhou destaque o software LOGO, uma tartaruginha virtual que era utilizada na construção de figuras geométricas. O usuário digitava comandos que determinavam movimentos do tipo “quantos passos para frente” e “ângulo de giro para os lados”, como na (Figura 2.1). Assim, era possível desenvolver habilidades e conceitos geométricos:

A experimentação com o LOGO oferece meios para que o aluno possa estabelecer relações entre representações algébricas (os comandos) e representações geométricas dinâmicas (os movimentos executados pela tartaruga) (GADANIDIS; BORBA; SILVA, 2016, p. 21).

Figura 2.1: Super Logo



Fonte: Super Logo 3,0.

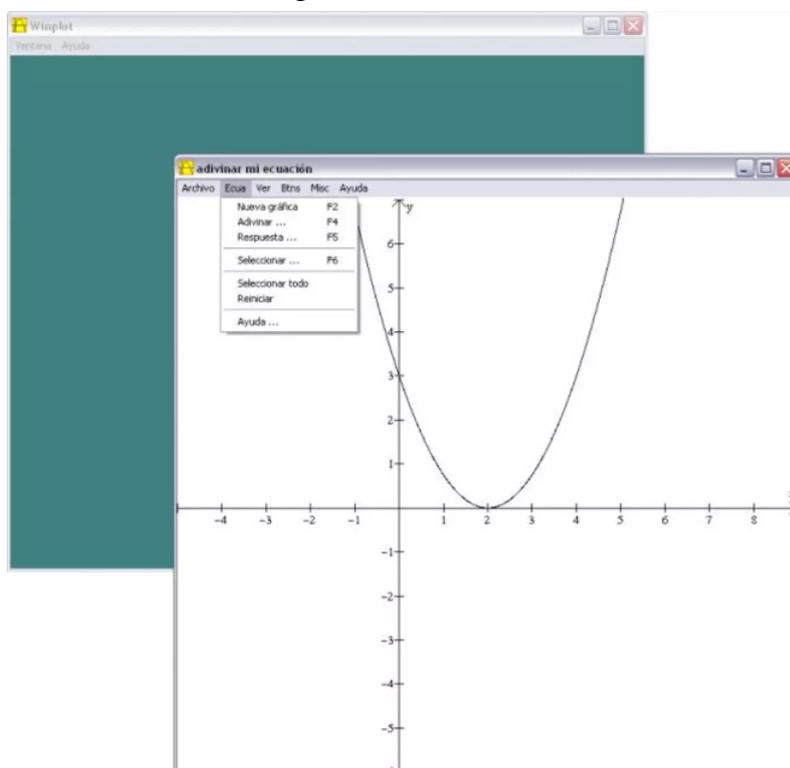
Nos primeiros anos da década de 90, inicia-se a segunda fase, fase essa marcada pela produção de diversos softwares educacionais por empresas, governos e pesquisadores. Isso é possível e incentivado por, mesmo que ainda tímida, uma popularização de computadores pessoais. Essa é uma fase marcada pelo início da busca e introdução des-

ses softwares nas aulas de Matemática por professores e formação continuada voltadas a essa área.

Nesse período, podemos destacar os softwares Winplot, Fun, Graphmatica, Cabri Géomètre e Geometricks, voltados ao estudo das funções e de geometria dinâmica. Os mesmos autores aduzem que:

Esses softwares são caracterizados não apenas por suas interfaces amigáveis, que exigem pouca ou nenhuma familiaridade com linguagens de programação, mas principalmente pela natureza dinâmica, visual e experimental. Em geometria dinâmica, o dinamismo pode ser atribuído às possibilidades em podermos utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação. Distinções entre desenho e construção não faziam sentido quando construíamos objetos geométricos com lápis, papel e outras tecnologias, como régua e compasso, mas essa distinção começou a ser significativa com o uso de softwares de geometria dinâmica. (GADANIDIS; BORBA; SILVA, 2016, p. 23)

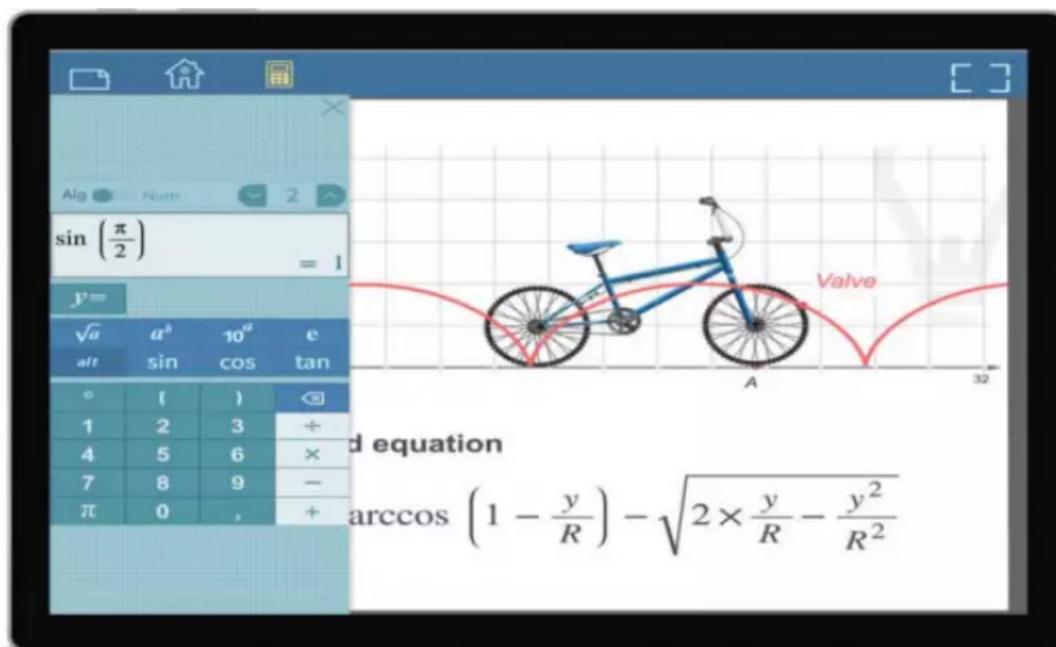
Figura 2.2: WINPLOT



Fonte: Print da tela inicial do Winplot.<sup>3</sup>

<sup>3</sup>Disponível em: <https://winplot.softonic.com.br/>. Acesso em 12 de junho, 2024.

Figura 2.3: CABRI GÉOMÈTRE



Fonte: Site da Akermann Electronic. <sup>4</sup>

Com a possibilidade de utilização da internet, inicia-se, no final dos anos 90, a terceira fase. Ela facilita a interação e comunicação entre professores e estudantes, com a utilização de e-mail, chats, fóruns de discussões ou através de videoconferências. É através dessas interações que começam a serem colocadas em prática novas modalidades de formação continuada, envolvendo professores que não necessariamente estavam na mesma cidade ou estado. Nessa fase, o Winplot, que era utilizado na construção de gráficos de função com uma ou duas variáveis, ganha destaque, pois a sua manipulação poderia ser de forma síncrona, dentro de um ambiente virtual de aprendizagem. Essa interação entre professores de lugares, sistemas de ensinos e níveis educacionais diferentes fazia com que a exploração desse software fosse mais interativa e dinâmica e propiciava que fossem levantados novos questionamentos e novas abordagens nas resoluções de problemas. Cada participante, nos encontros virtuais, podia contribuir com uma nova resolução ou com a resolução de outro participante, manipulando o software através dos recursos digitais disponíveis. Assim, Gadanidis, Borba e Silva destacam:

<sup>4</sup>Disponível em: <https://akermann.cz/software-cabri/>. Acesso em 12 de junho, 2024.

Em nossa perspectiva teórica que enfatiza a constituição de inteligências coletivas, esse evento ilustra o modo como professores-com-Winplot-lápis-e-papel produzem conhecimentos matemáticos em um ambiente virtual (GADANIDIS; BORBA; SILVA, 2016, p. 34).

Em 2004, tem início a quarta fase, a respeito da qual, devido à qualidade da internet, os softwares desenvolvidos e a relação da Educação Matemática com essas tecnologias, podemos dizer que é a fase em que estamos nos dias atuais. É nessa fase que o termo “tecnologias digitais” (TD) passa a se incorporar ao vocabulário das pessoas com naturalidade, indicando algo que faz parte de seu cotidiano. Com uma internet de maior velocidade, isso possibilitou à sociedade um momento de grande difusão do conhecimento e desenvolvimento de tecnologias digitais em Educação Matemática.

Nos últimos 20 anos, o conhecimento não está mais restrito aos livros físicos, às salas de aulas estáticas, a um tempo de aula pré-estabelecido, à necessidade de encontros presenciais, a lápis, papel, régua e a compasso. Nenhuma dessas mídias deixou de ser importante, mas não são as únicas formas para produção e difusão de conhecimento matemático. Os professores de Matemática puderam, utilizando de várias dessas possibilidades, sair do abstrato ou das construções trabalhosas em quadros e levar imagens visuais, com mais qualidade, interatividade e dinamismo para suas aulas. Os autores Gadanidis, Borba e Silva (GADANIDIS; BORBA; SILVA, 2016, p. 35 - 77) destacam aspectos da quarta fase, como:

### I. GeoGebra

- (a) Integração entre GD<sup>5</sup> e múltiplas representações de funções;
- (b) Cenários inovadores de investigação matemática.

### II. Multimodalidade

- (a) Diversificados modos de comunicação passaram a estar presentes no ciberespaço;
- (b) Uso de vídeos na internet;
- (c) Fácil acesso a vídeos em plataformas ou repositórios (YouTube e TED Talks);

---

<sup>5</sup>Geometria dinâmica

- (d) Produção de vídeos com câmeras digitais e softwares de edição com interfaces amigáveis.

### III. Novos designs e interatividade

- (a) Comunicadores online – telepresença (Skype);
- (b) Ambientes virtuais de aprendizagem (Moodle, ICZ e Second Life);
- (c) Aplicativos online (applets);
- (d) Objetos virtuais de aprendizagem (RIVED).

### IV. Tecnologias móveis ou portáteis

- (a) Celulares inteligentes, tablets, laptops, dentre outros:
  - i. Comunicação por sms;
  - ii. Multifuncionalidade;
  - iii. Câmeras digitais,
  - iv. Jogos e outros aplicativos;
  - v. Multiconectáveis (USB);
  - vi. Interação através do toque em tela;
  - vii. Acesso à internet.

### V. Performance

- (a) Estar online em tempo integral;
- (b) Internet na sala de aula;
- (c) Reorganização de dinâmicas e interações nos ambientes escolares;
- (d) Redes sociais (Facebook);
- (e) Compartilhamento de vídeos (YouTube);
- (f) A Matemática dos estudantes passa a ir além da sala aula:
  - i. torna-se pública no ciberespaço;
  - ii. presente em diversos tipos de diálogos e cenários sociais.

## VI. Performance matemática digital:

- (a) Uso das artes na comunicação de ideias matemáticas;
- (b) Estudantes e professores como artistas;
- (c) Produção audiovisual e disseminação de vídeos na internet;
- (d) Narrativas multimodais e múltiplas identidades online;
- (e) Surpresas, sentidos, emoções e sensações matemáticas;
- (f) Ambientes multimodais de aprendizagem;
- (g) Novas imagens públicas sobre a Matemática e os matemáticos.

Analisando o desenvolvimento na sociedade e a apropriação dessas tecnologias digitais em Educação Matemática pelas escolas e universidades, nessas quatro fases, podemos entender o quanto é importante que a educação escolar, professores e, em especial, os professores de Matemática se atualizem sempre e busquem novas metodologias para que a construção de conhecimento ocorra tanto no plano individual quanto no coletivo.

Vemos que hoje, devido ao surgimento das tecnologias digitais, temos uma nova linguagem e que precisamos nos adaptar a ela, pois há novos termos e novas interpretações para termos antigos, surgiram problemas matemáticos novos ou novas soluções para problemas antigos, ou seja, o aparecimento dessas tecnologias nos leva a pensar em uma nova forma de organização da sala de aula e na importância de um novo fazer pedagógico: As dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e aprendizagem de Matemática (GADANIDIS; BORBA; SILVA, 2016).

### **2.5 A BNCC e as Tecnologias digitais na Educação Matemática**

A BNCC (BRASIL, 2018) é um documento normativo que define as competências a serem desenvolvidas nos educandos em cada uma das etapas da Educação Básica. Essas competências indicam as habilidades e aprendizagens mínimas fundamentais, necessárias para o desenvolvimento da pessoa humana, que são organizadas dentro de cada etapa de ensino, se relacionando de maneira progressiva. A BNCC é uma referência nacional para

a formulação dos currículos dos sistemas de ensino e das redes escolares, em todo o país, e das propostas pedagógicas das instituições escolares:

Nesse sentido, espera-se que a BNCC ajude a superar a fragmentação das políticas educacionais, enseje o fortalecimento do regime de colaboração entre as três esferas de governo e seja balizadora da qualidade da educação. Assim, para além da garantia de acesso e permanência na escola, é necessário que sistemas, redes e escolas garantam um patamar comum de aprendizagens a todos os estudantes, tarefa para a qual a BNCC é instrumento fundamental (BRASIL, 2018, p. 8).

Em seu documento de implantação, ela traz algumas ações que visam a adequar o currículo à realidade local e que podem ser interpretadas como uma adequação à realidade temporal das escolas e sistemas de ensino. Seguem algumas delas:

- I. Contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas;
- II. Selecionar, produzir, aplicar e avaliar recursos didáticos e tecnológicos para apoiar o processo de ensinar e aprender;
- III. Criar e disponibilizar materiais de orientação para os professores, bem como manter processos permanentes de formação docente que possibilitem contínuo aperfeiçoamento dos processos de ensino e aprendizagem.

São ações que visam a uma formação integral, o desenvolvimento do protagonismo dos alunos, formação continuada dos professores e interdisciplinaridade dos componentes curriculares, buscando uma maior integração da escola com a sociedade.

Sobre a Computação e/ou tecnologias digitais na educação, a BNCC traz como competência geral:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

Como complemento das ações citadas anteriormente, o Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação, através da Câmara de Educação Básica, publicou, no D.O.U. -

Diário oficial da União, em 06/10/2022, a Resolução Nº 1, de 4 de outubro de 2022 (BRASIL, 2022), normas sobre a Computação na Educação Básica. Essas normas definem processos e aprendizagens que devem ser desenvolvidos nos educandos, em cada um dos níveis da educação básica, em complemento à BNCC, formulação do currículo e formação continuada dos professores.

A Computação na Educação Básica deve ser entendida como um alicerce para a transformação social e cultural estratégica ao Brasil, para que sua população atinja melhores patamares de qualidade de vida (BRASIL, 2018, p. 1).

Nesse documento complementar, podemos notar algumas competências e habilidades que estão relacionadas diretamente à Educação Matemática, ou seja, que podem ser desenvolvidas integradas a objetos de conhecimento da Matemática definidos nas matrizes curriculares de cada sistema educacional.

Para a Educação Infantil, encontramos a identificação de padrões em sequências, que pode ser relacionada a quantidades, formas e tamanho. A criação de algoritmos, através de receitas ou de atividades com Tangram<sup>6</sup>, que está relacionada à geometria. E a codificação e decodificação numérica de mensagens, com a utilização de jogos digitais.

Para o Ensino Fundamental, encontramos o desenvolvimento de algoritmos, através de fluxogramas, reorganizando e criando sequências de passos em meios físicos ou digitais, relacionando-os com ângulos e giros e Lógica Matemática, a sequenciação por meio numérico, tamanho ou padrões em figuras geométricas, jogos educacionais com a utilização de aparelhos eletrônicos, como computadores, tablets e smartphones e a utilização de softwares educacionais.

Para o Ensino Médio, podemos notar habilidades voltadas à programação, como, por exemplo, a construção de algoritmos destinados ao desenvolvimento de programas, a utilização de softwares de geometria dinâmica, como o Geogebra, a demonstração de paradoxos e a sua relação com o mau funcionamento de programas, unidades de medidas de armazenamento e velocidade de fluxo de dados, a exploração de modelos computacionais, em estatística, para fazer previsões envolvendo envelhecimento e crescimento populacional, a utilização da impressora 3D, a economia com as moedas digitais e as possibilidades de desenvolvimento de projetos em plataformas, como Arduino ou MakeCode.

---

<sup>6</sup>O tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa, praticado há muitos séculos em todo o Oriente.

Nesse contexto, surge a necessidade de pesquisas voltadas ao uso das tecnologias digitais em sala de aula, mais especificamente nas aulas de Matemática, que é o objetivo deste trabalho. Pretende-se abordar assuntos de Matemática integrados ao uso da computação e tecnologias digitais, promovendo a construção do conhecimento de maneira inovadora, dinâmica e interativa.

É essencial destacar a importância do conhecimento matemático na sociedade atual. Se a sociedade valoriza o conhecimento matemático, é necessário desconstruir o sentimento negativo que muitos têm em relação à Matemática. Para isso, é fundamental que a Matemática seja integrada às tecnologias, ou que as tecnologias sejam elucidativas através da Matemática. Dessa maneira, os jovens poderão enxergá-la como um componente essencial do conhecimento científico, reconhecendo também, sua importância em objetos de entretenimento e, conseqüentemente, percebendo a Matemática escolar como relevante em seu cotidiano.

Quem sabe, um dia, quando um Matemático falar da beleza que ele vê nos números, nas fórmulas matemáticas e nas formas geométricas, muitos à sua volta poderão também compartilhar desse sentimento.

### 3 A TRIGONOMETRIA

A origem da palavra trigonometria e seu significado vêm do grego e estão relacionados ao estudo dos triângulos (trí: três, gonon: ângulos e metrein: medidas). Seu estudo e uso fazem parte da História da humanidade há alguns milênios. Já foram encontrados, por exemplo, documentos arqueológicos que mostram a sua presença e aplicação em várias áreas de estudo de algumas civilizações antigas, como astronomia, agrimensura, engenharia e navegação. Esses documentos indicam, também, que já existia uma preocupação com o ensino do assunto para os jovens escribas, no antigo Egito, indicando a importância dada à trigonometria por essas civilizações. Vamos fazer aqui um breve estudo da história da trigonometria, mas com foco na forma como eram abordados os subtemas e como esse conhecimento foi transmitido através da história.

#### 3.1 Breve Histórico

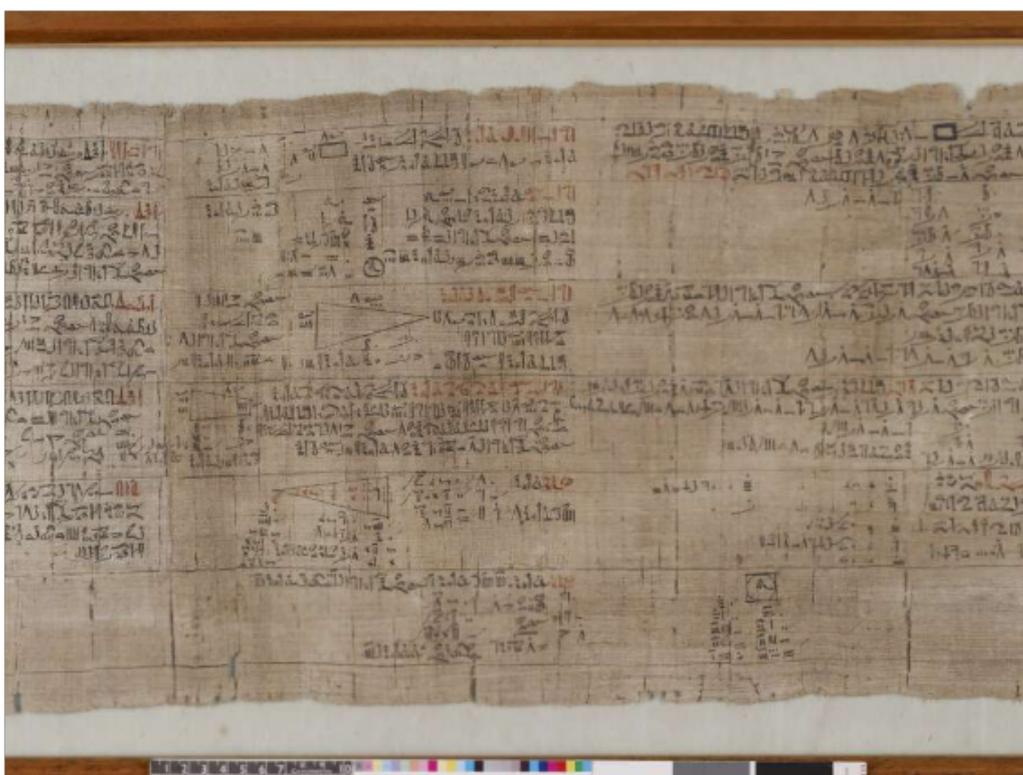
De acordo com EVES(2011), acredita-se que a trigonometria se desenvolveu na Grécia, a partir dos estudos de grandes astrônomos, como Ptolomeu, Menelau e aquele que teve maior destaque nesse desenvolvimento, Hiparco de Alexandria. Apesar de não termos registros diretos de seus trabalhos, o comentarista Theon de Alexandria (sec. IV) atribui a Hiparco grande destaque nessa área.

Em 1858, foi adquirido por Alexander Henry Rhind o Papiro de Rhind, que está no Museu Britânico de Londres e data de cerca de 1650 anos e, em 1922, adquirida por George A. Plimpton a tábula cuneiforme babilônica Plimpton 322, da Universidade de Colúmbia, em Nova Iorque, nos EUA, datada de 3 700 anos. Nesses artefatos, existem problemas matemáticos relacionados à trigonometria. Daí, podemos notar que, apesar de formalmente o estudo da trigonometria datar de aproximadamente 150 a. C., existem significativos estudos a respeito do assunto muitos séculos antes. Eves (2011) complementa: As origens da trigonometria são obscuras. Há alguns problemas no papiro Rhind que envolvem a cotangente de um ângulo diedro da base de uma pirâmide.

Ademais, no Papiro de Rhind (Figura 3.1) o problema 56 pede-se que se ache o seqt de uma pirâmide de 250 cúbitos de altura cujos lados da base medem 360 cúbitos.

De acordo com EVES (2011), seqt é a medida da inclinação de uma das faces da pirâmide, que os egípcios mediam pela razão entre o percurso e a elevação da vertical, o que claramente é um problema que hoje seria abordado em trigonometria. Nesse contexto, observamos uma abordagem da trigonometria, na forma de resolução de problemas em que foram utilizadas as dimensões de uma pirâmide, o que faz muito sentido dada a importância dessas construções naquele período.

Figura 3.1: Fragmento do Papiro Rhind



Fonte: Site do British Museum, 2024.<sup>1</sup>

Na tábula cuneiforme babilônica Plimpton 322 (Figura 3.2), acredita-se que está a tabela trigonométrica mais antiga. É uma tabela com quatro colunas e quinze linhas, criada na região da Mesopotâmia. Para Eves (2011), parece evidente que os babilônicos, já naquela época, tinham ciência da representação paramétrica geral dos ternos pitagóricos primitivos. Aqui, vemos uma preocupação na construção de uma tabela trigonométrica,

<sup>1</sup>Disponível em: [https://www.britishmuseum.org/collection/object/Y\\_EA10057](https://www.britishmuseum.org/collection/object/Y_EA10057). Acesso em 20 de março, 2024

o que resolve um problema que encontramos até hoje: a maioria das pessoas não seria capaz de decorar uma tabela tão grande. Daí a necessidade de sua construção para ter esses valores ao alcance, para consulta, sempre que necessário.

Figura 3.2: Plimpton 322



Fonte: Site da Columbia Magazine, 2024. <sup>2</sup>

Também na região da Mesopotâmia foi encontrado o artefato histórico YBC 7289 (Figura 3.3), coleção da Universidade Yale, nos Estados Unidos, datado entre 2000 e 1600 a.C. De acordo com especialistas, esse era um exercício escolar no qual, em um quadrado de lado 30 e como o sistema era o sexagesimal, essa medida correspondia a  $1/2$  no sistema decimal, o objetivo da atividade era encontrar o valor da diagonal do quadrado desenhado. Esse exercício é reconhecido por qualquer professor de Matemática e, apesar de a resolução ser diferente da maneira que abordamos hoje, o problema em si está muito presente, nas aulas de Matemática, nos dias atuais. Essa é a maneira como os babilônicos resolviam a questão, de acordo com Roque:

---

<sup>2</sup>Disponível em: <https://magazine.columbia.edu/article/babylon-revisited>. Acesso em 20 de março, 2024.

Como desejamos determinar a  $\sqrt{2}$ , então  $k = 2$ . Fazendo a escolha  $a = \frac{3}{2}$ , podemos obter uma primeira aproximação  $a' = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{17}{12}$ . Em números sexagesimais, que eram os efetivamente usados pelos babilônios, essa fração é equivalente a 1,25:  $\frac{17}{12} = \frac{85}{60} = \frac{(60+25)}{60} = 1 + \frac{25}{60} = 1,25$ . Precisamos fazer uma segunda aproximação. Partindo agora do valor obtido na primeira  $a' = \frac{17}{12} = 1,25$ , e fazemos  $1,25/2 + 1/1,25$ , que é a soma de 0,42;30 com o inverso de 1,25. No entanto, esse número não possui inverso com representação finita em base 60, e, portanto, uma aproximação desse valor era representada em um tablete como 0,42;21;10. Calculamos, assim,  $a'' = 0,42;30 + 0,42;21;10 = 1,24;51;10$ , que é o valor aproximado da raiz de 2 encontrado sobre a diagonal do quadrado desenhado no tablete YBC 7289 em escrita cuneiforme (ROQUE, 2012, p. 47)

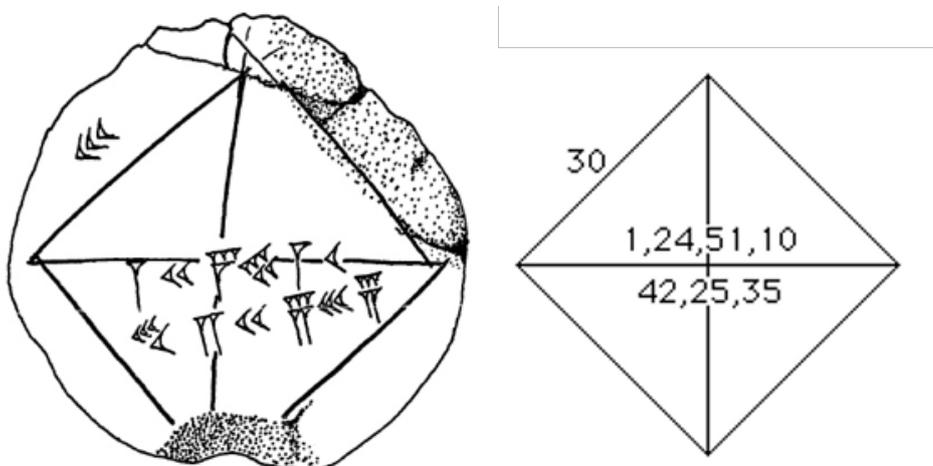
Figura 3.3: YBC 7289



Fonte: Site da Yale University, 2024.<sup>3</sup>

<sup>3</sup>Disponível em: <https://ipch.yale.edu/news-events/3d-print-ancient-history-one-most-famous-mathematical-texts-mesopotamia>. Acesso em 20 de março, 2024

Figura 3.4: Desenho explicativo do YBC 7289



Fonte: Site da Yale University. 2024.<sup>4</sup>

De acordo com Costa (2003) , existem evidências de que, já no segundo milênio a.C., os chineses utilizavam trigonometria em medidas de distâncias, profundidades e ângulos e que tinham conhecimentos sobre relações trigonométricas, mas não há documentos que indicam a forma da sua utilização.

Com o passar do tempo, os estudos mostram que o desenvolvimento da trigonometria se volta para a Grécia, com o avanço de estudos relacionados à Geometria, através de seus grandes sábios. No século V, ocorre a queda do Império Romano e, de acordo com Eves (2011), durante o Império Gupta, por volta de 400 d.C., a Índia torna-se o centro do saber, arte e medicina. É também nesse período que a Matemática hindu se volta para a astronomia e surge o primeiro trabalho astronômico importante, o *Sūrya Siddhānta*. A partir desse trabalho, desenvolve-se também a trigonometria hindu:

O trabalho do século VI, *Panca Siddhāntikā*, do astrônomo Varāhamihira, de Ujjain, baseado no anterior *Sūrya Siddhānta*, contém um bom sumário da trigonometria hindu antiga e uma tábua de senos aparentemente oriunda da tábua de cordas de Ptolomeu (EVES, 2011, p. 248).

No desenvolvimento da trigonometria através da história, alguns sábios que tiveram participação foram os gregos: Thales de Mileto (625 - 546 a.C.), Pitágoras (570 - 495 a.C.), Eratóstenes de Cirene (276 - 196 a.C.), Hipsícles (190 - 120 a.C.), Hiparco de

<sup>4</sup>Disponível em: <https://ipch.yale.edu/news-events/3d-print-ancient-history-one-most-famous-mathematical-texts-mesopotamia>. Acesso em 20 de março, 2024

Nicéia (180 a 125 a.C.), Ptolomeu de Alexandria (100 d.C. a 160 d.C.), o matemático Índú Surya Siddhanta (400 d.C.), os árabes Al Battani (850 d.C. a 929 d.C.) e Abul Wêfa (940 d.C. a 998 d.C.) são os grandes matemáticos que deram excepcional contribuição ao desenvolvimento da trigonometria. Mas foi Euler (1707 – 1783) que conferiu o aspecto atual, quando introduziu o raio de um círculo como unidade, definindo funções aplicadas a números e não mais a ângulos.

Hoje, essa ferramenta Matemática é largamente utilizada em diversas áreas do conhecimento, como nas navegações marítimas e aéreas, nas engenharias, na astronomia, na meteorologia, na arquitetura, na física e outras áreas, com várias aplicações.

Podemos perceber, a partir dos exemplos arqueológicos mencionados, que a preocupação com o ensino da Matemática, especialmente da Trigonometria, é milenar. Este trabalho focará no ensino dessa área da Matemática, analisando como era realizado no passado e como é conduzido atualmente. Além disso, buscaremos explorar as possibilidades para aprimorar seu ensino no presente e no futuro.

### **3.2 A tradição do livro didático no Brasil e o ensino de Trigonometria**

No Brasil, o livro didático está presente desde o período imperial e essa presença vem se transformando através do tempo. Hoje, temos o PNLD (Programa Nacional do Livro Didático), que é coordenado pelo MEC (Ministério da Educação). De acordo com Silva (2012), o livro didático tem assumido a primazia entre os recursos didáticos utilizados nas salas de aula:

Desde que surgiu na Grécia Antiga, quando Platão sugeriu que se fizesse uma composição de livros de leitura com uma seleção do melhor de sua época, o livro didático tem estado presente nas instâncias formais de ensino, nas mais variadas sociedades, como documenta a História da Educação (SILVA, 2012, p. 807).

#### **3.2.1 A Trigonometria nos livros didáticos: abordagens atuais em Sala de aula**

O ensino de trigonometria sofreu, por muito tempo, com a mesma falta de inovação e dinamicidade que afetam o ensino de outros ramos da Matemática, apenas com figuras estáticas e aplicação de fórmulas, o que não é nada atrativo, pois esse tipo de abordagem não aguça a curiosidade dos jovens.

Ao pesquisar sobre o ensino de trigonometria, encontramos diversos produtos educacionais e metodologias inovadoras desenvolvidos nos últimos anos. Um exemplo notável é o programa PROFMAT, que conta com cerca de 130 dissertações relacionadas ao ensino de trigonometria disponíveis em seu site. No entanto, é crucial que essas pesquisas sejam efetivamente implementadas nas salas de aula.

Além disso, observamos que os livros didáticos têm chegado às escolas com algumas sugestões de abordagens que incorporam tecnologias digitais. Contudo, de maneira geral, esses materiais ainda reproduzem o tradicionalismo histórico no ensino da trigonometria.

Sabemos que várias plataformas digitais já oferecem inovações para o ensino da Matemática, temos por exemplo Rei da Matemática, iMathematics, Socratic, App-Prova, Toon Math e Tindin porém elas são raramente utilizadas, especialmente nas escolas públicas, devido a dificuldades financeiras, conhecimento ou domínio dos professores para acessar essas ferramentas. Quando o professor de Matemática deseja abordar os conteúdos de forma mais dinâmica, ele precisa buscar softwares gratuitos e, de preferência, que não exijam acesso à internet, pois essa é outra barreira comum na maioria das escolas.

Diante disso, apesar de ser consenso, entre a grande maioria dos professores de Matemática, a importância da resolução de questões de maneira tradicional para a aprendizagem e fortalecimento dos conceitos matemáticos, também se assume a necessidade do desenvolvimento de inovações. Tendo em vista as várias pesquisas que surgem, nessa área, aproximando a Matemática das TICs, podemos perceber o quanto a Matemática é importante para o desenvolvimento destas tecnologias. De acordo com Macêdo e Santos,

Sabe-se que a utilização das tecnologias digitais, seja por meio da inserção do computador ou qualquer outra ferramenta tecnológica no ambiente escolar, não é a solução única e definitiva para os problemas educacionais existentes. Mesmo assim, não se pode negar a relevância das tecnologias digitais no ambiente educacional, com ênfase na Educação Matemática, sem deixar é claro de destacar também a importância da presença do professor e sua disponibilidade e preparação para utilizar tais ferramentas (MACÊDO; SANTOS, 2019, p.65)

Um exemplo de tecnologia digital é o Geogebra, um software de geometria dinâmica. Pretendemos explorar essa ferramenta para implementar uma abordagem mais interativa da trigonometria em sala de aula. Com isso, os alunos poderão observar, levantar

hipóteses e tirar conclusões a partir de uma interação mais significativa com as atividades propostas.

Para a aplicação deste estudo em sala de aula, com ênfase em softwares e aplicativos, destacaremos o uso do Geogebra. Nosso foco será a criação de um GeogebraBook, visando melhorar o ensino e a aprendizagem da trigonometria. Utilizaremos o dinamismo e a interatividade do software para captar a atenção dos alunos e despertar um maior interesse, na perspectiva de promover a construção de um conhecimento trigonométrico mais eficaz e de maior qualidade.

## 4 TRIGONOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: CONSTRUINDO CONHECIMENTO ATRAVÉS DO GEOGEBRA

Neste capítulo, trataremos do GeoGebra, sua origem, características e ferramentas, principalmente a criação de um GeoGebraBook. Também abordaremos de forma mais detalhada na Seção 4.3 o produto educacional fruto desse trabalho, o qual trata-se da criação de um Livro dinâmico e interativo destinado ao estudo do tema trigonometria na Educação Básica, utilizando-se dos recursos disponíveis na plataforma online do Geogebra<sup>1</sup>.

### 4.1 O GeoGebra

O GeoGebra é um software de Matemática dinâmica. Seu nome deriva das palavras Geometria e Álgebra, pois combina conceitos dessas duas áreas da Matemática.

São características do software que o tornam uma ferramenta tão interessante e poderosa:

- I. Geometria, álgebra e planilha de cálculo estão interconectadas e são totalmente dinâmicas.
- II. A interface é fácil de usar e conta com muitos recursos poderosos.
- III. Trata-se de uma ferramenta de autoria para criar recursos interativos de aprendizagem como páginas da Web.
- IV. É um software de código aberto, disponível gratuitamente para usuários não comerciais.

De acordo com o site Instituto São Paulo GeoGebra<sup>2</sup>, o GeoGebra foi criado pelo austríaco Markus Hohenwarter, em 2001, na Universität Salzburg e continuou a ser desenvolvido na Florida Atlantic University. Atualmente, o GeoGebra é largamente utilizado no mundo, com números impressionantes que mostram a qualidade da ferramenta e as

---

<sup>1</sup><https://www.geogebra.org/>

<sup>2</sup><https://www.pucsp.br/geogebra/>

possibilidades de seu emprego na educação, tanto básica quanto superior. Sobre ele, podemos ainda destacar:

- I. Utilizado em 190 países;
- II. Traduzido para 55 idiomas;
- III. Mais de 300.000 downloads mensais;
- IV. 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar suporte a seu uso.

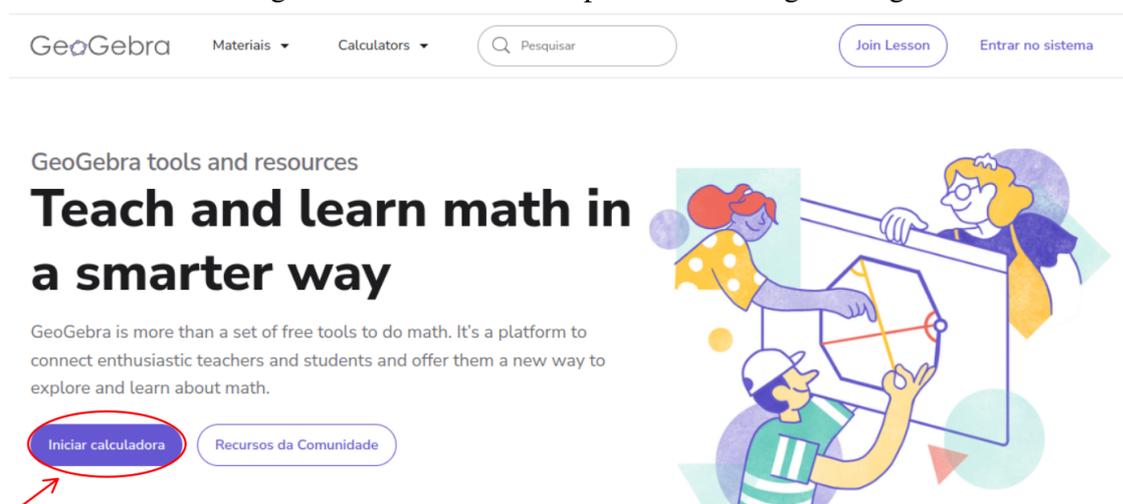
Desde que foi criado, já recebeu inúmeros prêmios, concedidos por grandes intuições pelo mundo. Segundo o próprio site (<https://www.geogebra.org/>), o GeoGebra já havia recebido, até abril do ano de 2024, os prêmios:

- I. Archimedes 2016: MNU Award in category Mathematics (Hamburg, Germany)
- II. Microsoft Partner of the Year Award 2015: Finalist, Public Sector: Education (Redmond, WA, USA)
- III. MERLOT Classics Award 2013: Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching (Las Vegas, Nevada, USA)
- IV. NTLC Award 2010: National Technology Leadership Award (Washington D.C., USA)
- V. Tech Award 2009: Laureat in the Education Category (San Jose, California, USA)
- VI. BETT Award 2009: Finalist in London for British Educational Technology Award
- VII. SourceForge.net Community Choice Awards 2008: Finalist, Best Project for Educators
- VIII. AECT Distinguished Development Award 2008: Association for Educational Communications and Technology
- IX. Learnie Award 2006: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)

- X. eTwinning Award 2006: 1st prize for "Crop Circles Challenge" with GeoGebra (Linz, Austria)
- XI. Les Trophées du Libre 2005: International Free Software Award, category Education (Soisson, France)
- XII. Comenius 2004: German Educational Media Award (Berlin, Germany)
- XIII. Learnie Award 2005: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)
- XIV. Digita 2004: German Educational Software Award (Cologne, Germany)
- XV. Learnie Award 2003: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)
- XVI. EASA 2002: European Academic Software Award (Ronneby, Sweden)

O GeoGebra pode ser usado tanto online como offline. Para utilizá-lo online, basta acessar a página (<https://www.geogebra.org/>). É possível para o usuário utilizá-lo sem criar uma conta. Nesse caso, é só clicar em **Iniciar calculadora**, como mostra a figura 4.1 abaixo.

Figura 4.1: Tela inicial da plataforma Geogebra.org

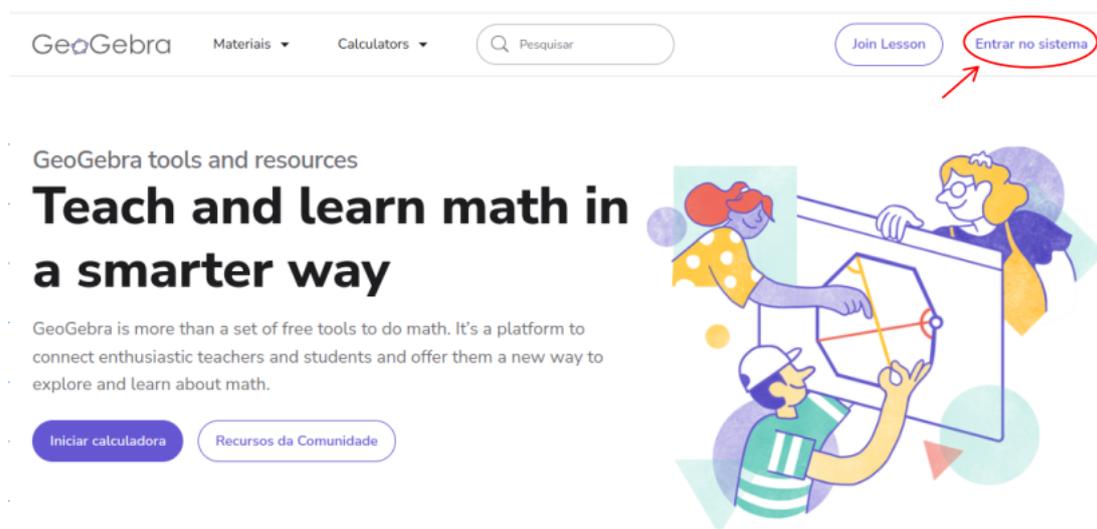


Fonte: Site do ©Geogebra®, 2024.<sup>3</sup>

<sup>3</sup>Disponível em: (<https://www.geogebra.org/>). Acesso em 07 de junho, 2024.

É interessante que o usuário crie uma conta na plataforma, pois o uso é totalmente gratuito e, desta maneira, ele poderá produzir conteúdos, que ficarão disponíveis para edição e uso, posteriormente. Para criar uma conta na plataforma, o usuário deve clicar em “Entrar no sistema”, como indica a Figura 4.2.

Figura 4.2: Tela inicial de acesso à plataforma Geogebra.org

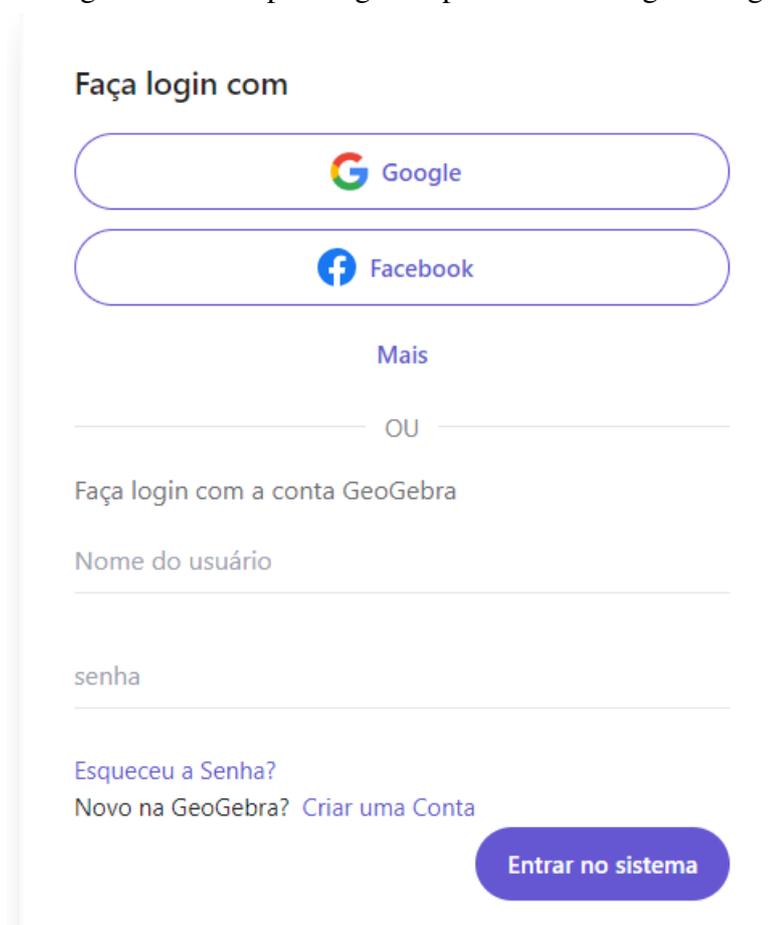


Fonte: Site do ©Geogebra®, 2024.<sup>4</sup>

Em seguida, ele será direcionado para a tela abaixo, onde deverá clicar em “Criar uma Conta”. Dessa forma, ele criará uma nova conta com perfil e usuário ou poderá acessar a plataforma com uma conta já existente do Google, Facebook, X, etc.

<sup>4</sup>Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em 07 de junho, 2024.

Figura 4.3: Tela para login na plataforma Geogebra.org



A imagem mostra a interface de login da plataforma Geogebra.org. No topo, há o título "Faça login com". Abaixo dele, há dois botões de login social: "Google" com o ícone da letra G colorida e "Facebook" com o ícone da letra f branca em um círculo azul. Abaixo dos botões, há o link "Mais" em azul. Segue o separador "OU" entre duas linhas horizontais. Abaixo disso, há o texto "Faça login com a conta GeoGebra". Em seguida, há dois campos de entrada: "Nome do usuário" e "senha", ambos com linhas de texto cinza. Abaixo dos campos, há o link "Esqueceu a Senha?" em azul e o texto "Novo na GeoGebra? Criar uma Conta" em azul. No canto inferior direito, há um botão azul arredondado com o texto "Entrar no sistema" em branco.

Fonte: Site do ©Geogebra®, 2024.<sup>5</sup>

Outra forma de utilizar o GeoGebra é offline, baixando o aplicativo em um smartphone ou no seu computador. Para instalar o GeoGebra em um computador, o usuário deverá acessar o site (<https://www.geogebra.org/download?lang=pt>) e clicar em download em uma das várias versões disponíveis de ferramentas. Neste trabalho, usamos a versão GeoGebra Clássico 6, disponível para download no link direto ([https://wiki.geogebra.org/en/Reference:GeoGebra\\_Installation#GeoGebra\\_Classic\\_6](https://wiki.geogebra.org/en/Reference:GeoGebra_Installation#GeoGebra_Classic_6)). A própria página irá reconhecer o sistema operacional que o computador do usuário está utilizando. O GeoGebra é compatível com IOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux.

Na sequência descrevemos a criação de um livro dinâmico digital na plataforma do Geogebra, o qual denomina-se GeogebraBook.

<sup>5</sup>Disponível em: (<https://www.geogebra.org/>). Acesso em 07 de junho, 2024.

## 4.2 O GeoGebraBook

O GeoGebraBook é um recurso do GeoGebra em forma de livro dinâmico digital que pode ser produzido com atividades interativas já desenvolvidas na própria plataforma GeoGebra e/ou disponíveis na Web, por exemplo vídeos, material em pdf e páginas específicas. Isso permite ao usuário criar atividades sobre determinado assunto e organizá-las em forma de um livro, só que dinâmico, interativo e digital. O usuário poderá utilizar esse livro online ou baixá-lo e utilizá-lo offline, o que facilitará naqueles casos quando não há internet ou a internet é de baixa qualidade.

### 4.2.1 Como criar um GeoGebraBook

É importante frisar que os usuários desse recurso podem utilizar GeogebraBooks, atividades e materiais diversos disponíveis na plataforma do GeoGebra criados por outros usuários, bem como eles podem criar seus próprios livros, com atividades e assuntos que lhes interessam. Vamos dar algumas instruções básicas de como criar um GeoGebraBook.

Para as próximas instruções é importante que o leitor, caso deseje criar um GeoGebraBook, esteja logado na sua conta na plataforma do GeoGebra (<https://www.geogebra.org/>).

- I. Clique no ícone “+CRIAR” como indica a Figura 4.4.

Figura 4.4: Tela para Criar um GeoGebraBook

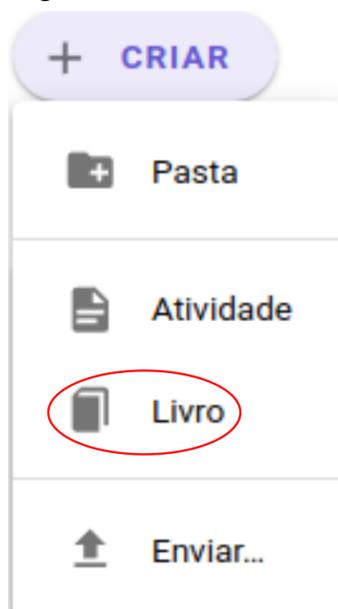


Fonte: Site do ©Geogebra®, 2024.<sup>6</sup>

<sup>6</sup>Disponível em: (<https://www.geogebra.org/>). Acesso em 07 de junho, 2024.

II. Escolha a opção “Livro”.

Figura 4.5: Tela criar Livro



Fonte: Site do ©Geogebra®, 2024.<sup>7</sup>

III. Em seguida abrirá uma janela de configurações do livro que você está criando. Ali você irá inserir o título e fará uma descrição do seu livro e indicará uma faixa de idade do público para o qual o livro está sendo produzido.

---

<sup>7</sup>Disponível em: (<https://www.geogebra.org/>). Acesso em 07 de junho, 2024.

Figura 4.6: Tela Configuração do livro

GeoGebra

## Criar Título da Página

Pode ser criado aqui um Livro de recursos GeoGebra, que poderá ser adicionado no próximo passo.

**Título**

**Idioma**

Portuguese / Português ▼

**Descrição** (opcional)

**B** **I**  $f(x) =$  [www](#)

Fonte: Site do ©Geogebra®, 2024.<sup>8</sup>

Nessa mesma página você irá escolher como deseja manter seu livro em relação ao compartilhamento: se é um livro público, particular ou se deseja que o seu compartilhamento seja apenas pelo link do livro. É interessante manter como “Particular” até que você termine a elaboração das atividades que você deseja inserir, já que se manter público outras pessoas poderão encontrá-lo quando fizer buscas na plataforma com o assunto do seu livro.

Após terminar as configurações iniciais não esqueça de clicar no botão “Gravar” para salvar as informações inseridas Figura 4.7.

---

<sup>8</sup>Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em 07 de junho, 2024.

Figura 4.7: Tela Compartilhamento do livro

**Palavras-chaves**  
Palavras-chaves são usadas para descrever o seu material e ajudar na pesquisa. Você e outros usuários podem acrescentar novas palavras-chaves mais tarde.

**Visibilidade**  
Por favor, escolha se você quer compartilhar este Livro com outras pessoas ou quer mantê-lo privado.

- Público** - Outros usuários podem encontrar e visualizar este Livro. Obrigado por compartilhá-lo com a comunidade.  
Para definir a visibilidade para "Público": por favor, feche esta tela, pressione ; e escolha "Publicar".
- Compartilhado com o Link** - Somente usuários que possuam o link poderão visualizar este Livro. Ele não aparecerá nos resultados de pesquisa de outros usuários.
- Particular** - Outros usuários não poderão visualizar este Livro GeoGebra. Ele não aparecerá nos resultados de pesquisa de outros usuários.

Por favor, note que você não pode acrescentar materiais particulares em Livros compartilhados ou públicos.  
Por favor, note que os recursos não podem ter maior visibilidade do que o original. Também 'privado' não é uma opção válida se o recurso for usado em atividades públicas ou livros, ou tiver sido anexado a uma postagem pública.

---

 Ao criar um Livro você concorda em publicar o seu trabalho segundo a licença [Creative Commons: Attribution Share Alike](#).

Fonte: Site do ©Geogebra®, 2024.<sup>9</sup>

Após esses passos o livro irá aparecer na sua página da plataforma do GeoGebra, como na Figura 4.8, e está pronto para que seja inserida atividades no mesmo.

Figura 4.8: Tela Livro teste



Fonte: Site do ©Geogebra®, 2024.<sup>10</sup>

<sup>9</sup>Disponível em: (<https://www.geogebra.org/>). Acesso em 07 de junho, 2024.

Para inserir atividades no livro clique nos três pontinhos que aparecem na capa do livro e selecione a opção “Editar livro” e assim você poderá criar capítulos e seções.

Figura 4.9: Tela Editar livro



Fonte: Site do ©Geogebra®, 2024.<sup>11</sup>

E assim inserir as atividades desejadas no seu livro

### 4.3 Apresentando o GeoGebraBook Trigonometria: Uma abordagem interativa

Aqui, apresentamos um livro dinâmico digital, um GeogebraBook, como produto educacional resultante de uma pesquisa na área de Educação Matemática, que tem por objetivo auxiliar professores da educação básica no ensino de “Trigonometria”. Esse livro foi criado utilizando a versão GeoGebra Classic e de acordo com as regras da plataforma e teve o aceite segundo a licença Creative Commons: Attribution Share Alike, o que significa que é possível a outras pessoas editarem, copiarem e transformarem as atividades produzidas, mas estas deverão ser distribuídas sob a mesma licença original

<sup>10</sup>Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em 07 de junho, 2024.

<sup>11</sup>Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em 07 de junho, 2024.

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0>). O livro pode ser acessado na plataforma do GeoGebra utilizando o link <https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7>.

O livro que ora apresentamos está organizado em capítulos, cada um deles organizado em seções com atividades relacionadas ao objeto de conhecimento que queremos desenvolver. Então, o professor poderá explorar esse livro dinâmico digital de Trigonometria de várias maneiras: apresentando-o integralmente aos alunos, ou utilizando o recurso “Tarefas”, por meio do qual poderá enviar uma atividade do livro para um grupo de alunos, formando, assim, uma sala de aula dentro do GeoGebra. Poderá ainda integrar as atividades do livro ao Google Classroom, o que facilitará na interação aluno-professor.

Figura 4.10: Ícones ”Tarefa”e Google Classroom



Fonte: Site do ©Geogebra®, 2024.<sup>12</sup>

Essas possibilidades evidenciam a flexibilidade do software, o que garante que o professor poderá aproveitar o livro ao máximo e, assim, promover o ensino de Trigonometria de forma mais dinâmica, buscando motivar os alunos das séries do Ensino fundamental e Ensino médio.

<sup>12</sup>Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em 07 de junho, 2024.

Cada atividade foi pensada com o intuito de oportunizar a construção dos conhecimentos necessários sobre os variados temas dentro de Trigonometria, mas com o atrativo da interação aluno-software-conhecimento-feedbacks para que esse aprendizado seja o mínimo possível cansativo e enfadonho, como as atividades de muitos livros didáticos tradicionais têm se mostrado. Dessa forma, almejamos atingir o principal objetivo desse livro, que é a desmistificação da Matemática, mais especificamente, da trigonometria e, assim, democratizar o conhecimento matemático que ainda é considerado, na educação brasileira, um “bicho de sete cabeças” e, portanto, algo que poucos são capazes de aprender.

#### **4.3.1 TRIGONOMETRIA: Uma abordagem interativa**

Essa parte do trabalho poderá ser melhor compreendido se o leitor visitar o livro que está disponível pelo link <https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7> e acompanhar sua apresentação fazendo uma exploração das atividades e suas funcionalidades.

O objetivo deste livro é explorar os recursos do software Geogebra na produção de um GeogebraBook para promover o ensino de Trigonometria de forma mais dinâmica, buscando motivar os alunos dos anos finais do Ensino fundamental e do Ensino médio na aprendizagem de variados temas dentro deste ramo da Matemática.

A partir deste ponto, será apresentado o livro e suas seções, com uma exposição mais detalhada de suas atividades. Mostraremos a interatividade e dinamicidade dessas atividades, o potencial que esses recursos possuem, os quais podem levar o educando a uma aprendizagem significativa, desenvolvendo também o protagonismo deste educando, pois o colocam como sujeito ativo na realização das atividades e construção de seu conhecimento acerca dos temas estudados.

O livro está dividido em oito capítulos, sendo o primeiro a “Apresentação”. No segundo capítulo, trouxemos uma atividade como “Problema Motivador”. No terceiro, “Noções iniciais”, no qual procuramos desenvolver atividades voltadas a assuntos que consideramos conhecimentos prévios importantes dos estudantes para o estudo de trigonometria. Iniciamos o estudo de trigonometria a partir do quarto capítulo “Trigonometria no triângulo retângulo”. No quinto capítulo, abordamos a “Trigonometria na cir-

cunferência”; no sexto, “Trigonometria num triângulo qualquer”. No sétimo capítulo é tratado os tópicos de “Funções trigonométricas”. E por fim, o último capítulo traz o Jogo “Perfil Trigonométrico”, que foi criado com o intuito de revisão de forma lúdica dos temas abordados no livro.

#### **4.3.1.1 Capítulo I: Apresentação**

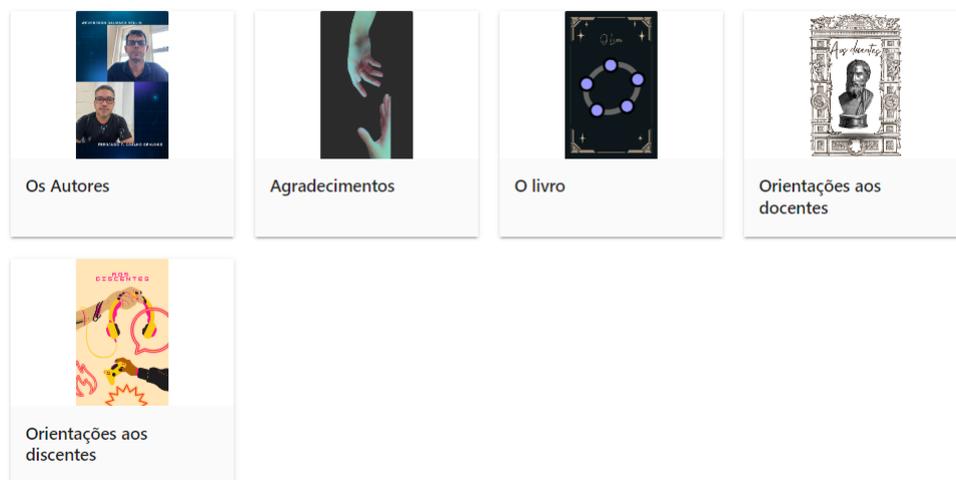
O capítulo que será apresentado a seguir poderá ser acessado de forma direta através [⟨https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7#chapter/1028248⟩](https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7#chapter/1028248), ou de forma indireta através da navegação pelos menus do livro disponível no link [⟨https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7⟩](https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7).

Neste capítulo, apresentamos os autores do livro, falando um pouco da trajetória acadêmica e profissional de cada um. Deixamos os links de seus currículos na plataforma Lattes e um e-mail, caso o leitor deseje fazer contato. Falamos um pouco do livro, sobre suas possibilidades didáticas, os conteúdos que ele contém e quais as nossas pretensões quando produzimos um material para estudo de Matemática, objetivando uma ferramenta dinâmica e interativa.

Como é muito importante que o professor se familiarize com o livro antes de levá-lo às suas aulas, fizemos também uma seção de “Orientações aos docentes”. Nela, incluímos informações sobre o livro, indicamos quais habilidades buscamos desenvolver com as atividades do livro e damos dicas de como aproveitá-lo ao máximo. Também anexamos um “Tutorial”, para auxiliar o professor no envio das atividades, utilizando a função “Tarefa” disponibilizada pela própria plataforma, o que é uma excelente forma de aproveitar as atividades em momentos nos quais o professor não pode ter contato direto com os alunos. Foi feito também uma seção de “Orientações aos discentes”, onde procuramos incentivar a participação e envolvimento nas atividades propostas no livro, mostrando aos alunos que esta é uma abordagem diferente daquela a que eles estão acostumados nas aulas tradicionais de Matemática. Nosso objetivo, com isso, é que os alunos despertem o desejo e o interesse em conhecer e explorar todas as funcionalidades do livro.

Figura 4.11: Apresentação

Apresentação



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.3.1.2 Capítulo II: Problema motivador

Neste capítulo, desenvolvemos uma atividade motivadora. Clicando no botão Iniciar/Pausar animação, o aluno iniciará uma animação em que ele verá os quadrados menores se deslocando até preencherem o quadrado maior, como se observa nas figuras abaixo:

Figura 4.12: Problema Motivador

Iniciar/Pausar Animação

(I) Qual a expressão que representa a área do quadrado de lado a?

Área A =

(II) Qual a expressão que representa a área do quadrado de lado b?

Área B =

(III) Qual a expressão que representa a área do quadrado de lado c?

Área C =

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.13: Problema Motivador após a animação

Iniciar/Pausar Animação

(I) Qual a expressão que representa a área do quadrado de lado  $a$ ?

Área A =

(II) Qual a expressão que representa a área do quadrado de lado  $b$ ?

Área B =

(III) Qual a expressão que representa a área do quadrado de lado  $c$ ?

Área C =

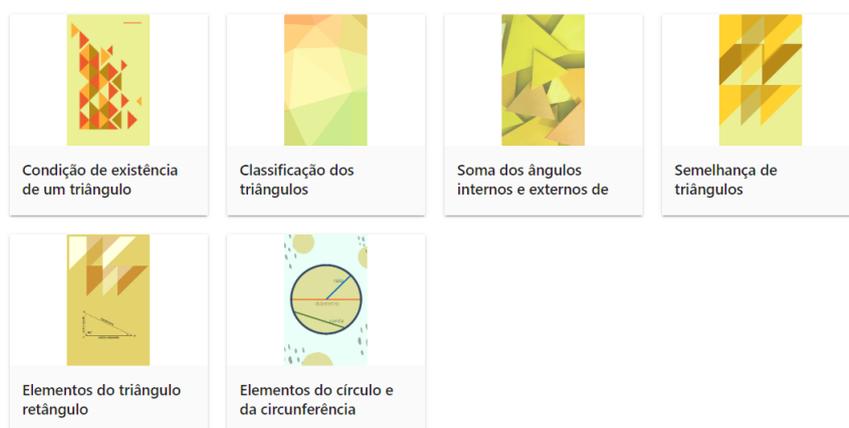
Fonte: Elaborado pelo autor.

Esperamos que, ao realizar essa atividade, ele perceba que a área do quadrado maior é igual à soma das áreas dos quadrados menores. Isso será utilizado e desenvolvido em atividades posteriores, buscando uma conclusão dos alunos relacionada ao Teorema de Pitágoras. A atividade mostrada acima poderá ser acessada pelo link <https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7#material/zythj225>.

#### 4.3.1.3 Capítulo III: Noções iniciais

Sabemos que o assunto abordado neste livro necessita de um conhecimento básico do estudante acerca de alguns conteúdos que são, ou pelo menos deveriam, ser vistos antes do estudo de trigonometria. Pensando nisso e analisando a BNCC, bem como o currículo do estado do Espírito Santo, selecionamos quais assuntos seriam pré-requisitos para o estudo de trigonometria e de quais habilidades precisariam para que se pudessem realizar as atividades com condições de evoluir no tema e se apropriar desse conhecimento.

Figura 4.14: Noções iniciais



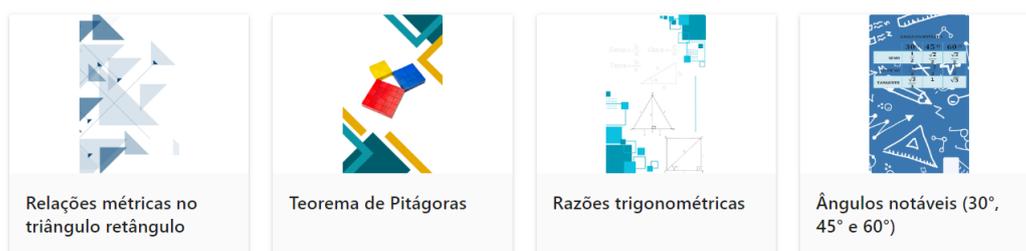
Fonte: Elaborado pelo autor.

Achamos por bem produzir um capítulo onde o estudante teria contato com esses assuntos, o que ajudará no entendimento dos conteúdos que serão estudados na trigonometria e, ao mesmo tempo, o preparará para o contato com a interatividade e dinamicidade das atividades do livro. Esse capítulo poderá ser acessado através do link <https://www.geogebra.org/m/ubrmqhh6>

#### 4.3.1.4 Capítulo IV: Trigonometria no triângulo retângulo

Neste capítulo, mostraremos suas seções e atividades, como pretendemos que sejam desenvolvidas e os objetivos que pretendemos alcançar. Esse capítulo poderá ser acessado através do link <https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7#material/xdkngrmk>

Figura 4.15: Página inicial do capítulo

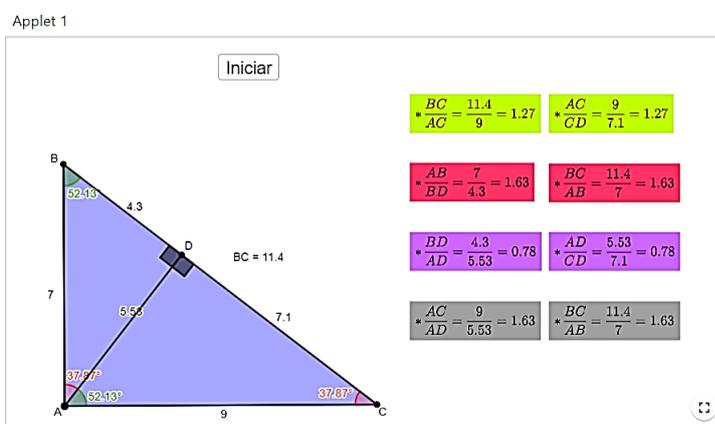


Fonte: Elaborado pelo autor.

## Relações métricas no triângulo retângulo

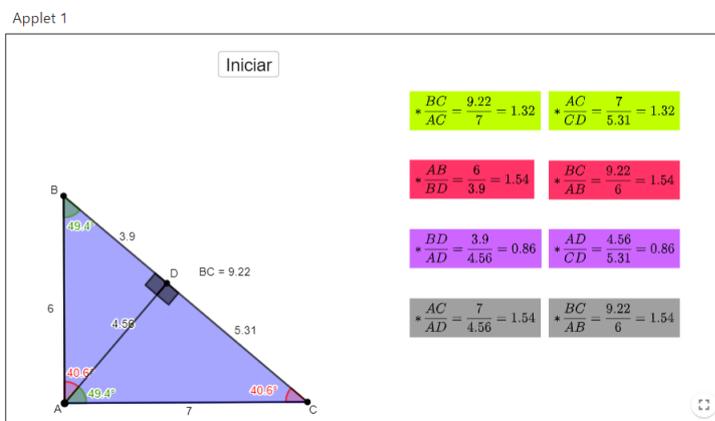
Como já foram trabalhados os elementos de um triângulo retângulo no capítulo anterior, buscamos desenvolver o conhecimento sobre relações métricas no triângulo retângulo. Produzimos um Applet onde, clicando no botão Iniciar, o estudante irá obter diferentes triângulos retângulos com a altura relativa à hipotenusa traçada. Ao lado, ele observará pares de razões e também que, mesmo que troquemos os triângulos retângulos, as razões com a mesma cor são sempre iguais, como pode ser observado nas Figuras 4.16 e 4.17.

Figura 4.16: Relações métricas no triângulo retângulo



Fonte: Elaborado pelo autor.

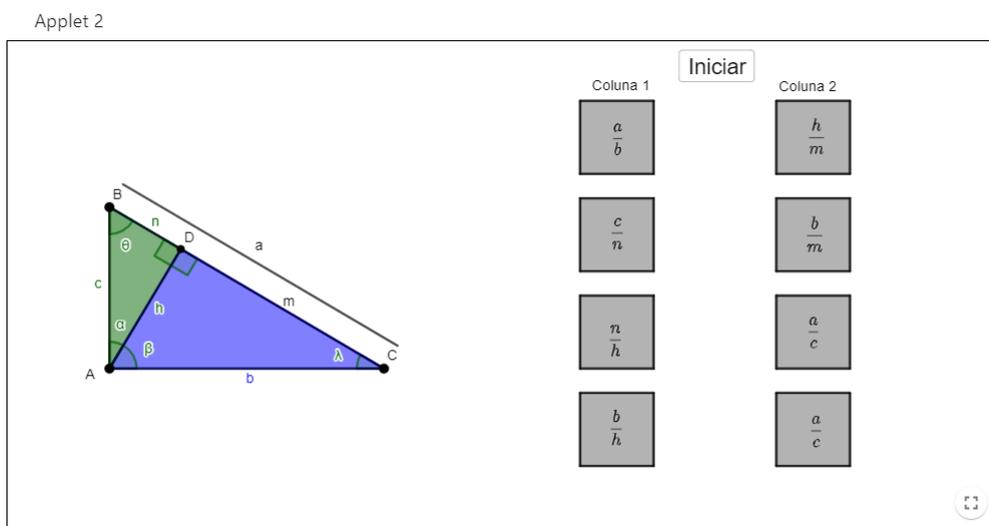
Figura 4.17: Relações métricas no triângulo retângulo



Fonte: Elaborado pelo autor.

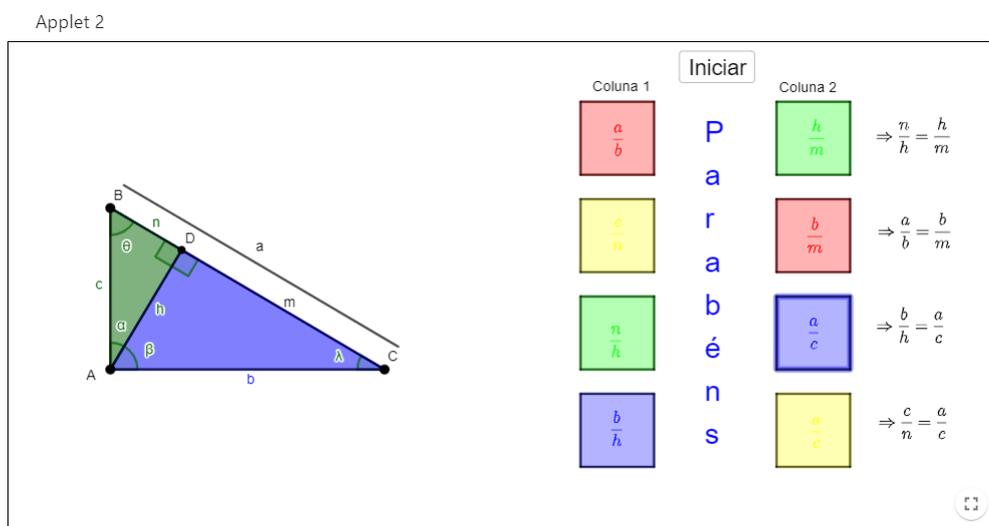
No Applet 2 apresentado na (Figura 4.18), a intenção é concluir o raciocínio iniciado no Applet 1 (Figura 4,16). Analisando os dois Applets, o estudante deverá encontrar os dois pares de razões iguais, só que, dessa vez, não há medidas. Quando clicar num cartão da Coluna 1, ele deverá clicar no cartão da Coluna 2 que corresponde à igualdade correta entre as razões.

Figura 4.18: Jogo da memória para formar proporções



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.19: Jogo da memória realizado



Fonte: Elaborado pelo autor.

Sempre que o estudante acertar a igualdade correta, os cartões terão a mesma cor. Ele receberá, do lado direito, a igualdade escrita e, quando ele terminar a atividade, receberá uma mensagem de “Parabéns”, como o exibido na Figura 4.19.

E, para finalizar, temos uma questão que consiste em aplicar a “Propriedade Fundamental das Proporções” na igualdade do Applet anterior para obter as relações métricas no triângulo retângulo (Figura 4.20). Assim que o estudante colocar sua resposta, ele poderá ver a correção da atividade e a sugestão de um vídeo para aprofundar o assunto.

Figura 4.20: Atividade para obtenção das relações métricas

Obtendo as relações métricas.

Podemos utilizar a **propriedade fundamental das proporções** para escrever cada uma das proporções obtidas acima como uma fórmula, que em trigonometria chamamos de **relações métricas no triângulo retângulo**. Isso consiste em aplicar a Propriedade Fundamental das Proporções: “**o produto dos extremos é igual ao produto dos meios**” também conhecida como “**multiplicação cruzada**”.

Sendo assim, resolva as questões abaixo.

#### Questão 2

Aplique a propriedade das proporções nas igualdades obtidas no Applet acima e determine as quatro primeiras relações métricas no triângulo retângulo.

Aa  $\pi$   $h^2 = m \cdot n$

---

Resposta correta: 1)  $b^2 = a \cdot m$

2)  $c^2 = a \cdot n$

3)  $h^2 = m \cdot n$

4)  $b \cdot c = a \cdot h$

Para saber mais, assista ao vídeo: <https://youtu.be/0o2cNmmCxT8?si=X6YCKVabOti7OTra>

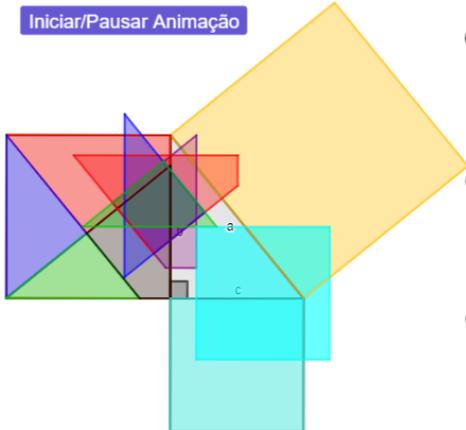
Fonte: Elaborado pelo autor.

## Teorema de Pitágoras

Nesta seção, voltamos ao “Problema motivador”. Agora, com a intenção de que o estudante possa concluir o Teorema de Pitágoras de duas maneiras. Preenchendo as caixinhas com as expressões que representam as áreas dos quadrados corretamente, o estudante receberá um feedback automático e estará pronto para responder a duas questões, veja a Figura 4.22.

Figura 4.21: Teorema de Pitágoras “Atividade realizada”

Applet 1



(I) Qual a expressão que representa a área do quadrado de lado  $a$ ?

Área A =  **Parabéns!**  
**Resposta correta.**

(II) Qual a expressão que representa a área do quadrado de lado  $b$ ?

Área B =  **Parabéns!**  
**Resposta correta.**

(III) Qual a expressão que representa a área do quadrado de lado  $c$ ?

Área C =  **Parabéns!**  
**Resposta correta.**

Fonte: Elaborado pelo autor.

A primeira pergunta é relacionada ao entendimento geométrico e a segunda, ao entendimento algébrico do Teorema de Pitágoras. A atividade acima poderá ser acessada através do link <https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7#material/xahmbxdj>

Figura 4.22: Questões sobre o Teorema de Pitágoras

Questão 1

Em relação ao Applet 1, qual a relação que você observou entre as áreas dos três quadrados.

  Digite sua resposta aqui...

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Questão 2

À respeito das expressões que representam as áreas de cada quadrado e o que se observa na figura. Qual a relação que podemos chegar entre essas expressões?

  Digite sua resposta aqui...

VERIFIQUE SUA RESPOSTA

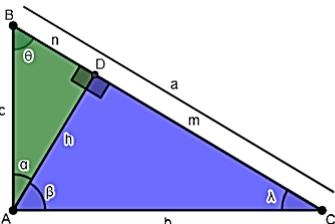
Fonte: Elaborado pelo autor.

A seguir, no Applet 2, iremos utilizar o Applet 2 do capítulo anterior para também demonstrar com o estudante o Teorema de Pitágoras. Apresentamos duas relações métricas

ao estudante e pedimos para somar essas igualdades membro a membro. A cada passo que ele vai acertando, receberá uma nova instrução, até chegar ao Teorema de Pitágoras.

Figura 4.23: Demonstração Algébrica do Teorema de Pitágoras

Applet 2



Como vimos na atividade anterior

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \Rightarrow b^2 = a \cdot m$$

e

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{n} \Rightarrow c^2 = a \cdot n$$

Utilize as duas relações métricas acima para obter mais uma relação métrica.

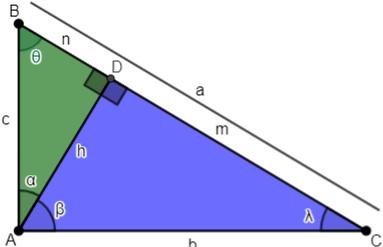
$$\begin{cases} b^2 = a \cdot m \\ c^2 = a \cdot n \end{cases}$$

Some as duas equações membro a membro.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.24: Demonstração Algébrica do Teorema de Pitágoras

Applet 2



Como vimos na atividade anterior

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \Rightarrow b^2 = a \cdot m$$

e

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{n} \Rightarrow c^2 = a \cdot n$$

Utilize as duas relações métricas acima para obter mais uma relação métrica.

$$\begin{cases} b^2 = a \cdot m \\ c^2 = a \cdot n \end{cases}$$

$b^2 + c^2 = a \cdot m + a \cdot n$   $\Rightarrow$   $b^2 + c^2 = a \cdot (m + n)$   $\Rightarrow$   $b^2 + c^2 = a \cdot a$   $\Rightarrow$   $b^2 + c^2 = a^2$

Some as duas equações membro a membro. Coloque o fator comum do 2º membro em evidência. Substitua m + n por a. Substitua a por uma potência.

Observe o triângulo ABC:  $m + n = a$

**Parabéns! Esse é o Teorema de Pitágoras.**

Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim o estudante terá a oportunidade de observar, manipular e concluir o Teorema de Pitágoras, o que tornará seu aprendizado sobre o assunto mais eficaz e com mais

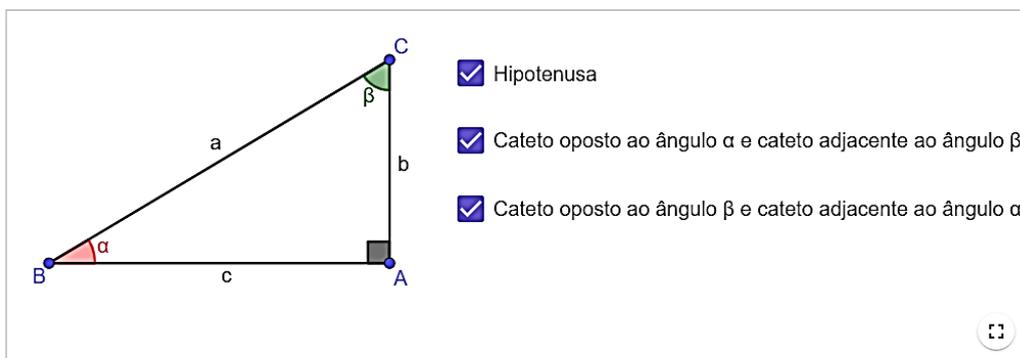
sentido.

## Razões trigonométricas

Nesta seção, buscamos desenvolver o entendimento dos estudantes acerca das razões trigonométricas, não lhes ensinando a decorar as fórmulas, mas os levando a entender essas razões. Iniciamos com uma atividade de manipulação na qual ele deverá apenas marcar caixas para aprender a relacionar os catetos e os ângulos em um triângulo retângulo. Observe as Figuras 4.25 e 4.26:

Figura 4.25: Relacionando os catetos e os ângulos em um triângulo retângulo

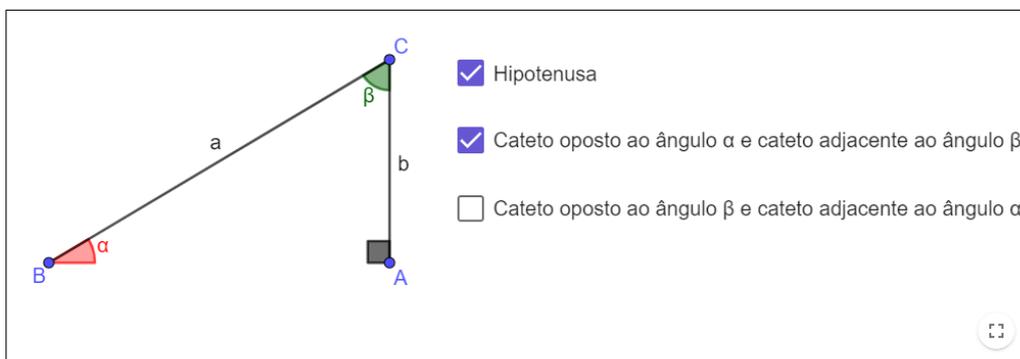
Applet 1



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.26: Relacionando os catetos e os ângulos em um triângulo retângulo

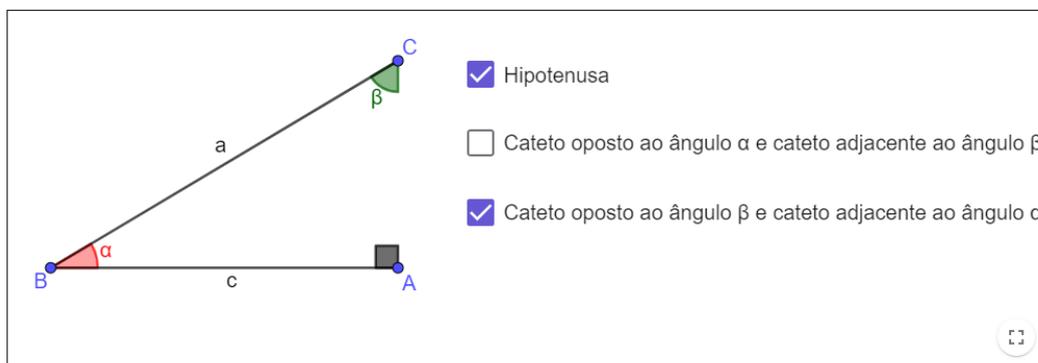
Applet 1



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.27: Relacionando os catetos e os ângulos em um triângulo retângulo

Applet 1



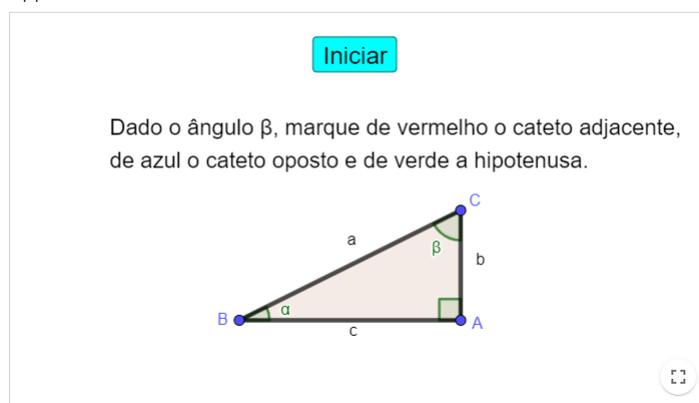
Fonte: Elaborado pelo autor.

A próxima atividade também tem por finalidade trabalhar a relação entre os lados e os ângulos do triângulo retângulo para que o estudante consiga identificar qual é o cateto oposto e qual é o cateto adjacente a cada um dos ângulos agudos do triângulo.

Nesta atividade, quando o estudante clicar no botão Iniciar, ele receberá um comando que poderá ser executado clicando sobre o lado indicado quantas vezes forem necessárias até que o lado fique da cor desejada. Essa atividade poderá ser realizada várias vezes, pois, a cada vez que clicar no botão Iniciar, o estudante receberá um comando diferente.

Figura 4.28: Relacionando os catetos e os ângulos em um triângulo retângulo

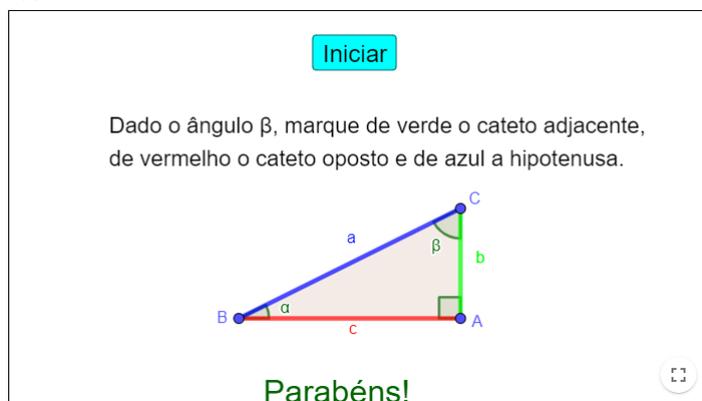
Applet 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.29: Relacionando os catetos e os ângulos em um triângulo retângulo

Applet 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nesse momento, considerando que o estudante já domina os conhecimentos necessários, introduzimos a ideia das razões entre os lados em um triângulo retângulo. Nessa atividade, o estudante precisará apenas identificar os nomes dos lados no triângulo e observar que, aumentando ou diminuindo as medidas dos lados do triângulo, as razões permanecem constantes.

Figura 4.30: Introdução às razões trigonométricas

Applet 3

$t = 5.4$

$BC = 6.235$   $a$   $60^\circ$   $b$   $AC = 3.118$   $30^\circ$   $c$   $BA = 5.4$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{b}{a} = \frac{3.118}{6.235} = 0.5$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{c}{a} = \frac{5.4}{6.235} = 0.866$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{b}{c} = \frac{3.118}{5.4} = 0.577$$

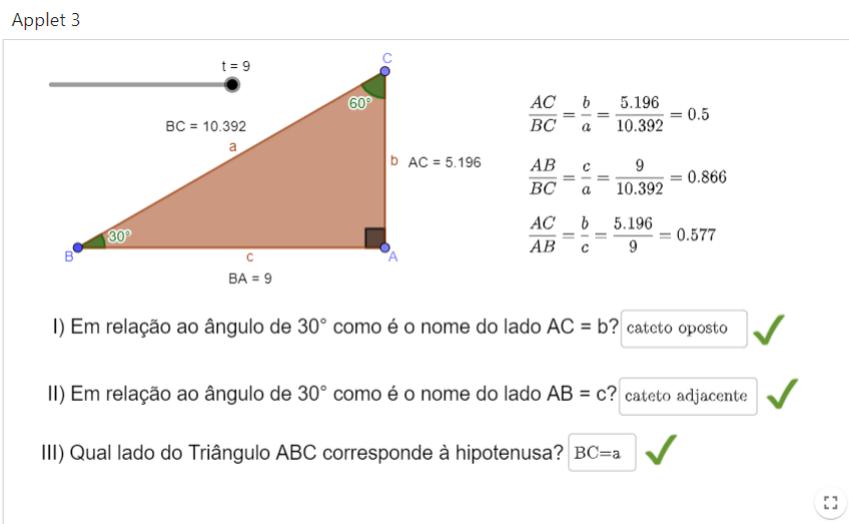
I) Em relação ao ângulo de  $30^\circ$  como é o nome do lado  $AC = b$ ?

II) Em relação ao ângulo de  $30^\circ$  como é o nome do lado  $AB = c$ ?

III) Qual lado do Triângulo ABC corresponde à hipotenusa?

Fonte: Elaborado pelo autor.

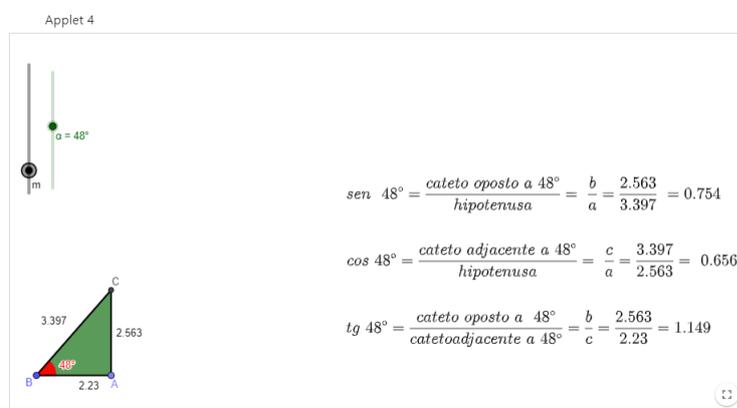
Figura 4.31: Atividade sobre Introdução às razões trigonométricas realizada



Fonte: Elaborado pelo autor.

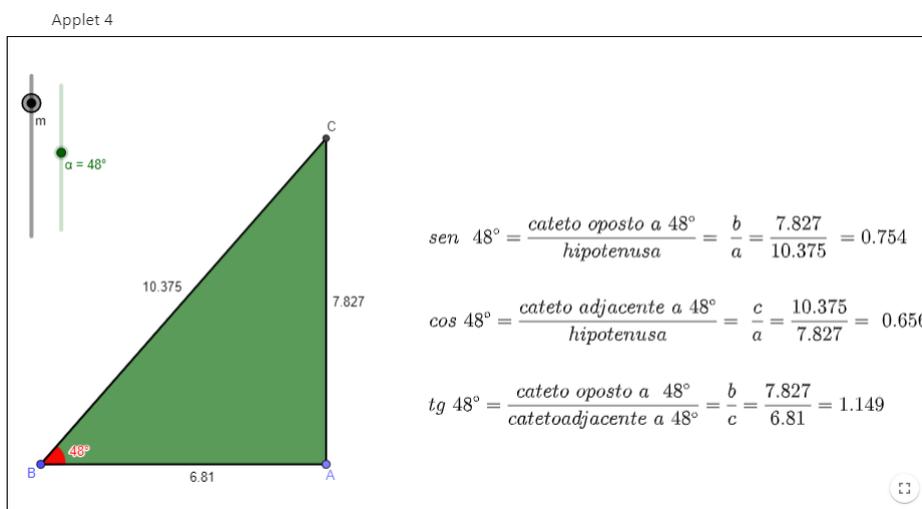
Aqui, apresentamos aos estudantes os nomes das razões trigonométricas, através de um triângulo retângulo que pode ser manipulado para alterar as medidas de seus ângulos agudos e de seus lados. O objetivo dessa atividade é que os estudantes percebam que, quando alteramos as medidas de seus lados, mas mantemos os mesmos ângulos internos, as razões permanecem iguais, ou seja, os triângulos obtidos são todos semelhantes, mas, quando alteramos as medidas dos ângulos internos, obtemos razões diferentes.

Figura 4.32: Razões trigonométricas



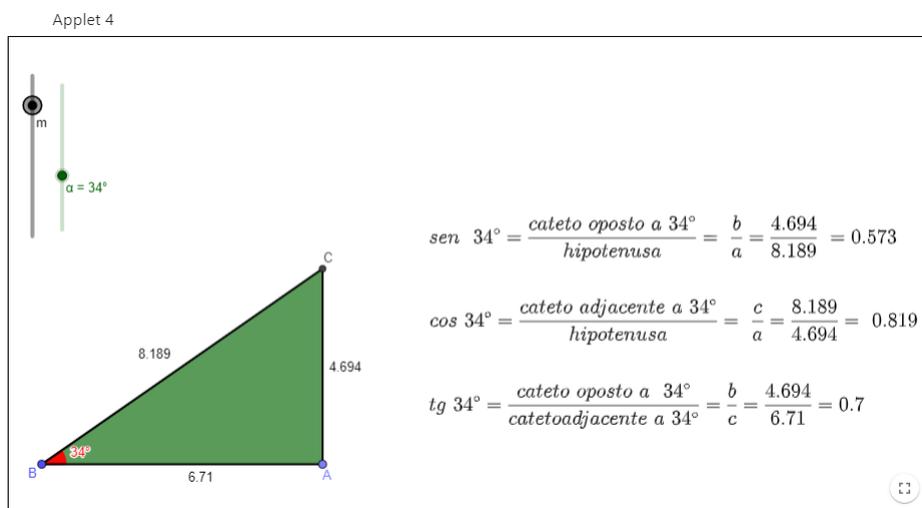
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.33: Razões trigonométricas



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.34: Razões trigonométricas

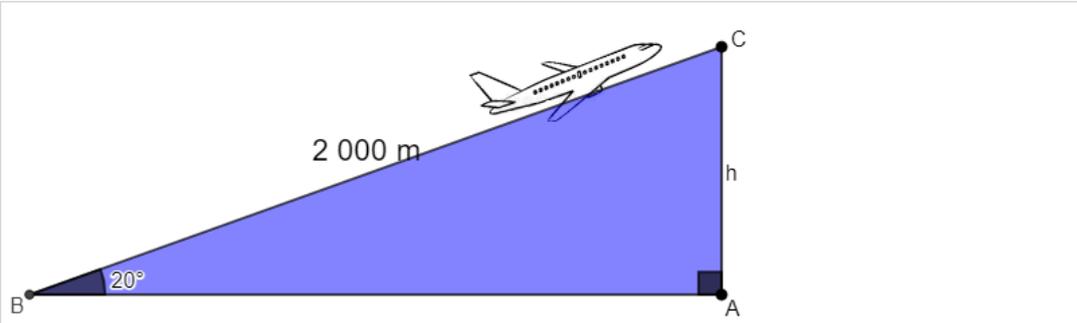


Fonte: Elaborado pelo autor.

Com essa atividade, esperamos que os alunos percebam que cada ângulo gera valores diferentes para três razões diferentes em um triângulo retângulo e que os matemáticos chamam essas razões de seno, cosseno e tangente. Com essa atividade, o estudante será capaz de obter os valores para o seno, cosseno e tangente de  $1^\circ$  a  $89^\circ$ , ou seja, todos os valores da tabela de razões trigonométricas.

E, para finalizar essa seção, construímos uma atividade muito conhecida nas aulas de razões trigonométricas da educação básica, mas com um atrativo: o avião, nessa atividade, se movimenta simulando o levantamento de voo, o que esperamos atrair a atenção do estudante, apesar de não interferir na resolução da atividade.

Figura 4.35: Questão sobre Razões trigonométricas



I) Qual lado do triângulo você conhece a medida?

II) Em relação ao ângulo de  $20^\circ$ , qual nome do lado que está indicado por  $h$ ?

III) Qual razão trigonométrica é determinada pela razão entre esses dois lados?

Fonte: Elaborado pelo autor.

### Ângulos notáveis ( $30^\circ$ , $45^\circ$ e $60^\circ$ )

Para finalizar o Capítulo “Trigonometria no triângulo retângulo”, introduzimos essa seção, na qual temos um jogo que é a adaptação de um quebra-cabeça muito conhecido por pessoas nascidas entre as décadas de 70 e 90:

O Jogo dos 15 consiste em uma caixinha quadrada com dezesseis partilhas, também quadradas. A  $16^{\text{a}}$  é retirada, deixando-se um espaço vago, para o qual se pode empurrar uma pastilha adjacente, na horizontal ou vertical. Esta, por sua vez, ao ser removida, deixa outro espaço, para o qual pode-se empurrar outra pastilha e assim por diante (ZAGO, 2017, p. 18).

Observe a ideia original do quebra-cabeça na Figura 4.36.

Figura 4.36: Jogo Quebra Cabeça dos 15

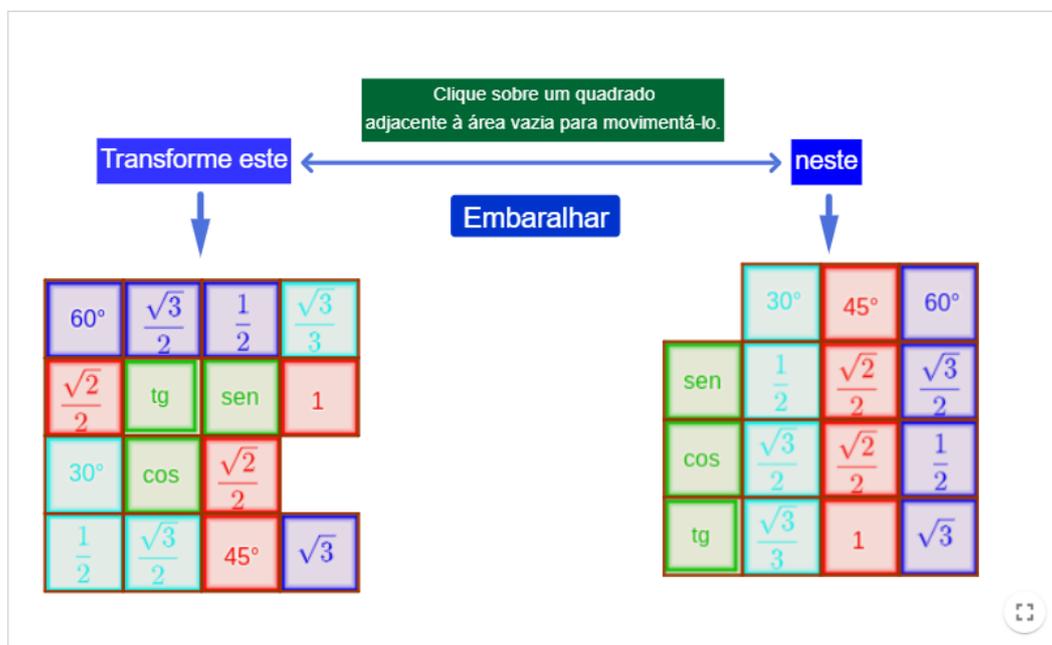


Fonte: Elaborado pelo autor.

O objetivo aqui é apresentar a tabela de ângulos notáveis aos estudantes de uma forma diferente. Saímos daquele enfadonho desafio de decorar a tabela e, através do jogo, criamos uma afinidade com ela, de forma que sua memorização, esperamos, se dará de maneira natural.

Figura 4.37: Jogo Quebra Cabeça dos Ângulos notáveis

Applet 1: Puzzle Ângulos notáveis



Fonte: Elaborado pelo autor.

As atividades deste capítulo foram pensadas com o intuito de levar os estudantes a

construção dos conhecimentos necessários acerca da trigonometria no triângulo retângulo, partindo da necessidade de conhecer as relações entre os lados e ângulos de um triângulo retângulo, passando pela observação das razões entre os lados e que essas razões permanecem constantes quando não alteramos ângulos internos, finalizamos com um jogo de quebra-cabeças utilizando os ângulos notáveis, o que poderá ajudá-los a memorizá-los.

#### 4.3.1.5 Capítulo V: Trigonometria na circunferência

Neste capítulo, nos aprofundamos no estudo da trigonometria, expandindo o assunto, com a aplicação de conceitos estudados no triângulo retângulo ao círculo trigonométrico. Esse capítulo pode ser acessado diretamente através do link <https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7#chapter/1028265>, ou indiretamente através da navegação do livro, caso esteja como o mesmo aberto em alguma aba do navegador.

Figura 4.38: Trigonometria na circunferência

### Trigonometria na circunferência



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na primeira seção, desenvolvemos conceitos como quadrantes do plano cartesiano aplicados nos intervalos angulares da primeira volta positiva do círculo e a relação entre comprimento da circunferência, seu diâmetro e o número  $\pi$ . Também dedicamos uma atividade na intencionalidade de que o estudante defina e se aproprie do conceito de radiano. Por fim, a primeira seção contém uma atividade na qual relacionamos os con-

ceitos e a conversão de grau e radiano a ângulos formados pelos ponteiros de um relógio analógico. Nessa atividade, o aluno, cada vez que clicar em um botão Iniciar ele obterá horários diferentes e deverá preencher duas caixas, uma com o valor do ângulo em grau e outra em radiano.

Na seção dois, trabalhamos as razões trigonométricas no círculo trigonométrico, aplicando os conceitos já estudados no triângulo retângulo para expandi-los à circunferência trigonométrica. Também construímos uma atividade voltada à demonstração da tangente como o quociente entre o seno e o cosseno de um ângulo, além de outra atividade destinada à demonstração da Relação fundamental da trigonometria.

A terceira seção deste capítulo foi exclusivamente dedicada à redução ao primeiro quadrante. Sabemos que é um tema muito necessário no estudo da trigonometria na circunferência, bem como para os assuntos dos próximos capítulos. Por isso, utilizando a ideia de simetria, produzimos essa seção com atividades que levem o aluno a entender que ele poderá relacionar arcos que estão em qualquer um dos outros três quadrantes a arcos do primeiro quadrante, o que o possibilitará a resolução de problemas que utilizam arcos maiores que  $90^\circ$  graus.

#### **4.3.1.6 Capítulo VI: Trigonometria num triângulo qualquer**

Neste capítulo, abordamos um dos temas mais complexos, mas também muito importante para os estudantes do Ensino Médio, pois tem muita aplicação na Física e também nas engenharias. Procuramos levar os estudantes a perceberem as igualdades entre as razões entre os lados e o seno dos ângulos opostos ao lado em questão, para que não precisem decorar, mas entenderem relações matemáticas que nos levam à Lei dos senos.

Também desenvolvemos uma seção voltada à construção de conhecimento relacionado à Lei dos cossenos. A intenção é que, através da manipulação das medidas dos lados e ângulos, obtendo, assim, triângulos diferentes, ele possa perceber que existe um padrão entre essas medidas e consiga, no final, entender a relação que conhecemos como Lei dos cossenos.

Essas atividades buscam que o próprio estudante tire conclusões e que, em vez de decorar as Lei dos senos e dos cossenos, ele possa observar seus funcionamentos e que, quando precisar, consiga se apropriar dessas relações pela percepção de sua utilidade na resolução do problema, algo que não conseguimos quando apenas apresentamos uma fórmula ao estudante.

Figura 4.39: Trigonometria num triângulo qualquer

## Trigonometria num triângulo qualquer



Fonte: Elaborado pelo autor.

O capítulo e suas respectivas atividades podem ser acessadas através do link <https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7#chapter/1028264>

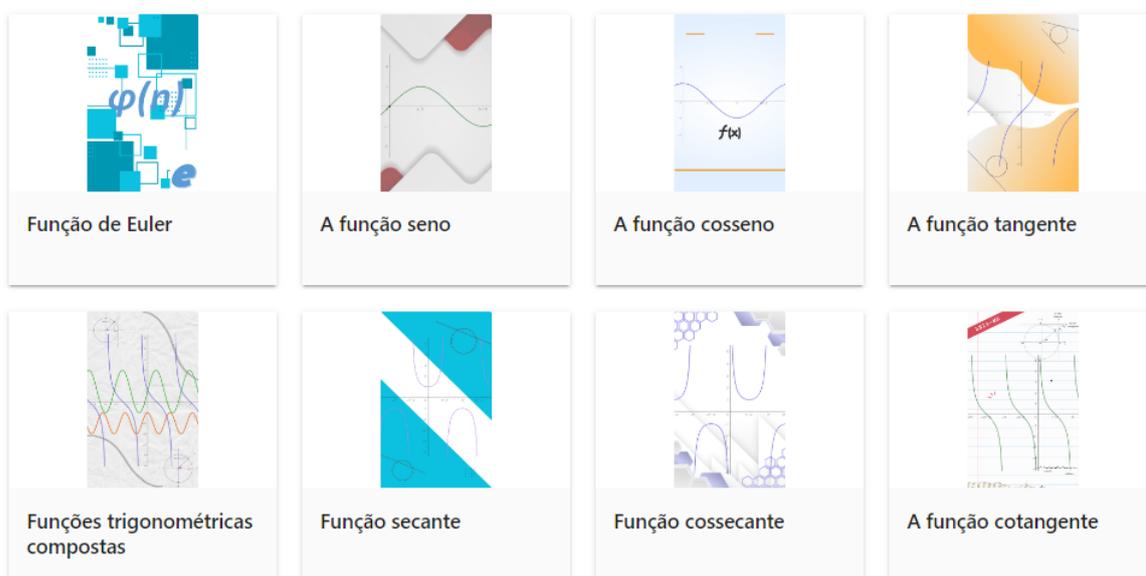
### 4.3.1.7 Capítulo VII: Funções trigonométricas

O penúltimo capítulo do livro, o qual pode ser acessado através do link <https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7#chapter/1028266>, é dedicado às funções trigonométricas, iniciando com a Função de Euler onde associamos pontos do círculo a pontos da reta real, e na sequência damos destaque às funções seno, cosseno, tangente e finalizamos com as funções secante, cossecante e cotangente. O foco, nas construções, foi na relação da função com os eixos, tanto nas funções elementares, nas compostas, como também nas

inversas, procurando levar o estudante a perceber as transformações, translação horizontal e vertical, expansão horizontal e vertical e também compressão horizontal e vertical. Acreditamos que a análise algébrico-geométrica é fundamental no estudo das funções trigonométricas. Se é o que exige mais conhecimentos dos estudantes a respeito do tema, também é o que lhes dará maiores condições de aplicar esse conteúdo na resolução de problemas.

Figura 4.40: Funções Trigonômétricas

### Funções trigonométricas



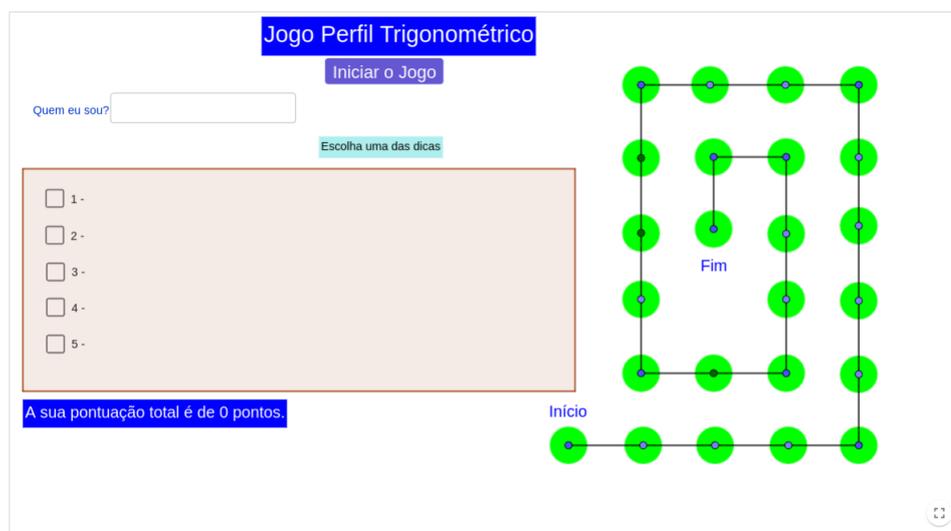
Fonte: Elaborado pelo autor.

Sabemos que as funções trigonométricas são ferramentas essenciais na análise de padrões cíclicos e oscilatórios em diversos campos da matemática, ciência e engenharia, portanto é fundamental que o estudante que esteja finalizando o Ensino Médio domine esse conhecimento e que entenda suas características e comportamentos. Esperamos que, através das atividades dinâmicas e interativas elaboradas, os estudantes possam compreender as propriedades e comportamentos dessas funções, essencial para qualquer estudante que deseje explorar os muitos domínios em que elas estão presentes e conhecer suas possibilidades de aplicação em vários ramos da ciência.

### 4.3.1.8 Capítulo VIII: Jogo perfil trigonométrico

Por fim, no último capítulo do livro apresentamos o Jogo Perfil Trigonométrico (Figura 4.41).

Figura 4.41: Tela inicial do jogo perfil trigonométrico



Fonte: Elaborado pelo autor.

O jogo pode ser acessado através do link <https://www.geogebra.org/m/c8vq3hn7#material/bced7bg5>.

O Jogo Perfil Trigonométrico é uma adaptação do clássico jogo de tabuleiro "Perfil" da Grow. A programação do Jogo no Geogebra foi desenvolvida no Projeto de Extensão MaJoVem: Matemática, Jogos e Vivências coordenado pelo Prof. Weversson D. Sellin e com apoio da PROEXC/UFVJM.

Nesta versão, produzimos as cartas do jogo com o tema: Trigonometria. E o objetivo é de fazer uma revisão geral dos temas abordados no livro.

## 5 CONCLUSÃO

A presente pesquisa investigou as práticas educativas na disciplina de Matemática, com ênfase no ensino da Trigonometria, e a aplicação das tecnologias digitais, especialmente o GeoGebra, como ferramenta pedagógica. Os resultados apontam que a utilização do GeoGebraBook e de atividades interativas pode potencializar o aprendizado dos alunos, tornando o processo de ensino mais dinâmico e envolvente.

Ao longo do estudo, foi evidente que muitos dos métodos tradicionais utilizados no ensino de Trigonometria não têm alcançado o efeito desejado na aprendizagem dos estudantes. A introdução de tecnologias digitais, como o GeoGebra, pode ser uma alternativa viável e eficaz para superar essas dificuldades. As atividades interativas propostas não apenas podem facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também têm a pretensão de servir de incentivo à participação ativa dos alunos, promovendo um ambiente de aprendizagem mais colaborativo e motivador.

Durante o processo de produção do livro dinâmico digital, GeoGebraBook, encontramos algumas adversidades que interferiram na produção ou poderiam interferir no desenvolvimento das atividades propostas. Para minimizar os efeitos dessas adversidades, avaliamos e buscamos maneiras de contorná-las:

- Programar as atividades no GeoGebra requer conhecimentos básicos do software e sua linguagem de programação embutida. Em um primeiro momento isso pode ser desafiador, no entanto, é fácil de contornar visto que há diversos cursos disponíveis e muito material de apoio que podem ser acessados de forma gratuita na internet, por exemplo, canais no YouTube, cursos em formato EAD - Educação à distância.
- O site do GeoGebraBook não é responsivo, ou seja não adaptam o tamanho das suas páginas (alteração do layout) ao tamanho das telas que estão sendo exibidos, como as telas de celulares e tablets. E devido a esse problema, algumas das atividades propostas podem ser exibidas de forma incorreta em telas de smartphones ou em monitores com baixa resolução, o que pode tornar inviável a sua utilização nesses aparelhos tão comum nas escolas.

- A utilização do livro dinâmico digital requer acesso à internet, o que pode ser um desafio para algumas escolas que não dispõem de uma conexão de qualidade. Para contornar essa limitação, é possível baixar previamente as atividades no computador e utilizá-las offline.
- A utilização das atividades, por parte do professor, em sala de aula requer conhecimento, mesmo que mínimo, sobre a interface do software GeoGebra. Dessa forma, é importante que o professor se familiarize com o livro antes de apresentá-lo aos alunos.

Além disso, fazendo um link com o parágrafo acima, a pesquisa destaca a importância de capacitar os professores para o uso dessas tecnologias em sala de aula. A formação continuada dos educadores é essencial para que possam explorar todo o potencial das ferramentas digitais e integrá-las de forma eficaz ao currículo escolar.

Portanto, conclui-se que a integração das tecnologias digitais no ensino da Trigonometria não apenas tem o potencial de melhorar a compreensão dos conteúdos pelos alunos, mas também pode contribuir para a modernização das práticas pedagógicas. Essa abordagem, alinhada com as diretrizes da BNCC, pode proporcionar um aprendizado mais significativo e conectado com a realidade digital dos estudantes, preparando-os melhor para os desafios da sociedade contemporânea.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que a introdução de tecnologias digitais interativas, como o GeoGebra, no ensino da Trigonometria pode transformar significativamente a forma como esse conteúdo é aprendido. A elaboração do GeoGebraBook "Trigonometria: Uma abordagem interativa" visa oferecer um recurso que não apenas instrua, mas envolva e motive os alunos, tornando a aprendizagem mais significativa e alinhada com os interesses e realidades dos jovens contemporâneos.

Para que a implementação de tais recursos seja bem-sucedida, é fundamental investir na formação continuada dos professores, proporcionando-lhes não apenas o conhecimento técnico necessário, mas também a confiança para utilizar essas ferramentas em suas práticas pedagógicas. Além disso, é crucial que as escolas sejam equipadas com a infraestrutura tecnológica adequada para suportar essas inovações.

Esperamos que este trabalho contribua para uma mudança positiva na educação matemática, promovendo uma aprendizagem mais dinâmica, interativa e eficaz, que prepare os estudantes para os desafios da sociedade digital. A continuidade desse projeto dependerá do empenho de educadores, gestores e políticas educacionais que incentivem e viabilizem o uso de tecnologias digitais no ensino.

Como trabalho futuro, pretendemos implementar as atividades propostas no GeoGebraBook em um curso regular do ensino básico e, posteriormente, analisar os resultados. O objetivo é produzir um artigo que avalie a eficácia das atividades a partir da perspectiva da análise da prática docente.

## REFERÊNCIAS

- AKERMANN Electronic. 2024. Acesso em 12 de junho, 2024. Disponível em:  
[〈Disponvelem:https://akermann.cz/software-cabri/〉](https://akermann.cz/software-cabri/).
- BARROS, A. J. S.; LEHFELD, N. A. S. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo: Pearson, 2000.
- BERRÍO-ZAPATA, C.; SANT'ANA, R. C. G. **Exclusão digital: discurso e poder sobre a tecnologia da informação**. [S.l.]: SciELO-Editora UNESP, 2018.
- BORBA, M. D. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. [S.l.]: Autêntica Editora, 2019.
- BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário oficial da União**, Brasília, DF, v. 134, n. 248, p. 27833–27833, 1996.
- BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. **Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação. Resolução N° 01, de 4 de outubro de 2022. Diário Oficial da União**. Brasília, DF. Edição 191. Seção 1, p. 33, 2022.
- BRITISH Museum. 2024. Acesso em 20 de março, 2024. Disponível em:  
[〈https://www.britishmuseum.org/collection/object/Y\\_EA10057〉](https://www.britishmuseum.org/collection/object/Y_EA10057).
- CARVALHO, A. A. A. **Metodologias Ativas e Tecnologias Educacionais Digitais**. [S.l.]: FAPEMA, 2022.
- CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. **Metodologia científica**. São Paulo: Pearson, 2007.
- COLUMBIA Magazine. 2024. Acesso em 20 de março, 2024. Disponível em:  
[〈Disponvelem:https://magazine.columbia.edu/article/babylon-revisited〉](https://magazine.columbia.edu/article/babylon-revisited).
- COSTA, N. M. L. da. A história da trigonometria. **Educação Matemática em Revista-Revista da SBEM**,(10), p. 60–68, 2003.

EVES, H. Introdução à história da matemática. **Tradução de: Hygino H. Domingues**, Unicamp, Campinas, 2011.

GADANIDIS, G.; BORBA, M. de C.; SILVA, R. S. R. D. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. [S.l.]: Autêntica, 2016.

GEOGEBRA ©®. 2024. Acesso em 07 de junho, 2024. Disponível em: <https://www.geogebra.org/>.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2007.

KOHN, K.; MORAES, C. d. O impacto das novas tecnologias na sociedade: conceitos e características da sociedade da informação e da sociedade digital. In: SN. **XXX Congresso Brasileiro de Ciências da Comunicação**. [S.l.], 2007. v. 30, n. 3, p. 1–13.

MACÊDO, J. A. de; SANTOS, A. C. F. dos. Estudo de funções transcendentais usando o software geogebra. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 9, n. 1, 2019.

MASSARANI, L. et al. O que os jovens brasileiros pensam da ciência e da tecnologia. **Resumo executivo. INCT-CPCT**, 2019.

MORAN, J. M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. [S.l.]: Papirus Editora, 2000.

PINHEIRO, A. P.; PINHEIRO, F. Mídiação, aprendizagem e incivilização. **Anais de Artigos do Seminário Internacional de Pesquisas em Mídiação e Processos Sociais**, v. 1, n. 3, 2019.

ROQUE, T. **História da matemática**. [S.l.]: Editora Schwarcz-Companhia das Letras, 2012.

SILVA, M. A. A fetichização do livro didático no Brasil. **Educação & Realidade**, SciELO Brasil, v. 37, p. 803–821, 2012.

SITE Educa IBGE. 2024. Acesso em 17 de junho, 2024. Disponível em: [Disponvelem: https://educa.ibge.gov.br/](https://educa.ibge.gov.br/).

SOFTONIC. 2024. Acesso em 12 de junho, 2024. Disponível em: [Disponvelem:https://winplot.softonic.com.br/](https://winplot.softonic.com.br/).

STRAUSS, A. **Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

YALE University. 2024. Acesso em 20 de março, 2024. Disponível em: <https://ipch.yale.edu/news-events/3d-print-ancient-history-one-most-famous-mathematical-texts-mesopotamia>.

ZAGO, S. de O. **O Jogo dos 15 e a Teoria dos Grupos**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Mato Grosso, 2017.



**UFVJM**