



Universidade Federal do Pará
Campus Universitário Castanhal
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Dissertação de Mestrado

**O GeoGebra como ferramenta de auxílio
no ensino de funções polinomiais do 2º
grau na educação básica**

Paulo Danilo dos Santos Saldanha

Castanhal
2024

O **GeoGebra** como ferramenta de auxílio no ensino de funções polinomiais do 2º grau na educação básica

Mestrado

01/2022 – 08/2024

Submissão 23/07/2024

Defesa 23/08/2024

Versão Final 27/08/2024

Universidade Federal do Pará
Campus Universitário Castanhal
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Paulo Danilo dos Santos Saldanha

paulodanilonovo@gmail.com

Mestrando do Proformat

UFPA-Castanhal

Banca Examinadora:

Renato Germano Reis Nunes

UFPA - Orientador

Guilherme Luiz de Oliveira Neto

IFPI - Examinador externo

Roberta Modesto Braga

UFPA - Examinador interno

*Dedico este trabalho, primeiramente, a Deus,
razão de toda minha vida; a minha família,
em especial ao meu pai [In memoriam].*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à Deus, por me conceder saúde e motivação para estar aqui. Agradeço ao meu pai, o professor Assis Saldanha, por me servir de fonte de inspiração para correr atrás do conhecimento necessário para concluir mais essa etapa. Ao meu orientador, Prof. Dr. Renato Germano, pela sua disponibilidade, incentivo e apoio.

Agradeço aos professores do PROFMAT pela dedicação nas suas aulas me ofertando o conhecimento necessário para chegar até aqui.

Agradeço a todos que participaram das pesquisas pela colaboração e pela disposição no processo de obtenção de dados. Agradeço aos meus amigos que compreenderam a minha ausência do decorrer desse processo de escrita.

A todos minha gratidão.

Epígrafe

“É muito melhor arriscar coisas grandiosas, alcançar triunfos e glórias, mesmo expondo-se a derrota, do que formar fila com os pobres de espírito que nem gozam muito nem sofrem muito, porque vivem nessa penumbra cinzenta que não conhece vitória nem derrota”.

(Theodore Roosevelt)

Resumo

É perceptível a dificuldade encontrada pelos alunos do ensino médio no conteúdo de funções polinomiais do 1º grau. Quando se trata da função polinomial do 2º grau, essa dificuldade se agrava. Tal obstáculo persiste quando o foco é a construção dos gráficos das funções. Por outro lado, a utilização do software matemático GeoGebra pode facilitar a compreensão do conteúdo por meio da construção de gráficos, tornando mais evidente a razão pela qual a lei de formação da função é disposta de tal forma. O objetivo geral deste trabalho é analisar as vantagens da utilização do software GeoGebra como ferramenta de auxílio no ensino de funções quadráticas. A metodologia empregada será de natureza bibliográfica, qualitativa e quantitativa, e de campo, onde será aplicado um questionário a alunos do 1º ano do ensino médio em uma escola da rede estadual de ensino em Açailândia-MA. Foram utilizados na pesquisa artigos, monografias e periódicos obtidos em bases de dados como SciELO e Google Acadêmico para a busca de uma literatura coerente que respalde o objetivo desta pesquisa. Em suma, por meio desta pesquisa de campo, observar-se-á a utilização e a relevância do software na melhoria do desempenho dos alunos no referido assunto, bem como a identificação das fragilidades docentes neste processo. Pode-se concluir, por meio do questionário aplicado, que a utilização do software GeoGebra tem o potencial de facilitar o processo de ensino-aprendizagem e tornar as aulas sobre funções no ensino médio mais dinâmicas.

Palavras-chaves: TIC's; Computador; Matemática; Educação; Ensino.

Abstract

The difficulty encountered by high school students in the content of first-degree polynomial functions is noticeable. When dealing with second-degree polynomial functions, this difficulty is even greater. Such an obstacle persists when the focus is on constructing the graphs of functions. On the other hand, the use of the mathematical software GeoGebra can facilitate the understanding of the content through the construction of graphs, making it clearer why the function's formation law is arranged in such a way. The general objective of this work is to analyze the advantages of using the GeoGebra software as a tool to aid in the teaching of quadratic functions. The methodology employed will be of a bibliographic, qualitative and quantitative nature, and field research, where a questionnaire will be applied to first-year high school students in a state education network school in Açailândia-MA. Articles, monographs, and periodicals obtained from databases such as SciELO and Google Scholar were used in the research to seek coherent literature that supports the objective of this research. In summary, through this field research, the use and relevance of the software in improving student performance in the subject will be observed, as well as the identification of teaching weaknesses in this process. It can be concluded, through the questionnaire applied, that the use of the GeoGebra software has the potential to facilitate the teaching-learning process and make classes on functions in high school more dynamic.

Keywords: ICT's; Computer; Mathematics; Education; Teaching.

Lista de Figuras

3.1	Interface inicial Geogebra	24
3.2	Barra de comando	24
3.3	Exemplo de gráfico com Geogebra	25
3.4	Sobreposição de várias fotos do arremesso de uma bola escura	31
3.5	Sobreposição de 5 fotos com o Geogebra	32
4.1	Concavidade da Parábola para $a > 0$	37
4.2	Concavidade da Parábola para $a < 0$	38
4.3	Função $f(x)$ com parâmetro $\pm b$	39
4.4	Gráfico da função quadrática para $b = 0, f(x) = 2x^2 + 0x + 6$	40
4.5	Gráfico da parábola para $c = 6, f(x) = x^2 - 5x + 6$	41
6.1	Desempenho nas Questões com Geogebra	52
6.2	Desempenho nas Questões sem Geogebra	52
6.3	Comparação de Acertos e Erros Questão 1	54
6.4	Comparação de Acertos e Erros Questão 2	55
6.5	Comparação de Acertos e Erros Questão 3	56
6.6	Comparação de Acertos e Erros Questão 4	57
6.7	Comparação de Acertos e Erros Questão 5	58
6.8	Comparação de Acertos e Erros Questão 6	59
6.9	Comparação de Acertos e Erros Questão 7	60
6.10	Comparação de Acertos e Erros Questão 8	62

Lista de Tabelas

6.1	Desempenho dos Alunos nas Questões	51
6.2	Desempenho dos Alunos na Questão 1	53
6.3	Desempenho dos Alunos na Questão 2	54
6.4	Desempenho dos Alunos na Questão 3	55
6.5	Desempenho dos Alunos na Questão 4	56
6.6	Desempenho dos Alunos na Questão 5	57
6.7	Desempenho dos Alunos na Questão 6	59
6.8	Desempenho dos Alunos na Questão 7	60
6.9	Desempenho dos Alunos na Questão 8	61

Sumário

Introdução	11
1 O uso de TIC's como ferramenta de auxílio	13
2 A Matemática como ciência	21
3 Geogebra	23
3.1 Sobre o Geogebra	23
3.2 Principais comandos do Geogebra	23
4 Função Quadrática	34
4.1 O ensino de função quadrática	35
4.2 O ensino de função quadrática por meio do Geogebra	36
4.3 Formulação teórica da função quadrática	41
4.4 Caracterização da função quadrática	43
5 Metodologia	48
6 Análise e discussão de resultados	51
Considerações Finais	63
Referências	66
Apêndice	69
A Lista de exercícios sobre funções quadráticas	70

Introdução

A Educação Matemática enfrenta desafios constantes na busca por estratégias eficazes que promovam um aprendizado significativo entre os estudantes. Nesse contexto, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca a importância de integrar tecnologias digitais ao ensino, sugerindo que se “utilizem processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (ARAÚJO, 2007).

Esta pesquisa tem o intuito de explorar o potencial do software matemático GeoGebra como um valioso recurso pedagógico no ensino de funções do 2º grau para alunos da 1ª série do Ensino Médio, propondo-se a dinamizar as aulas e enriquecer o processo de ensino-aprendizagem.

O GeoGebra, uma ferramenta que permite a visualização dinâmica e precisa de gráficos, emerge como uma solução inovadora frente às metodologias tradicionais ainda predominantes em muitas escolas. Estas, caracterizadas por aulas expositivas e uma aprendizagem passiva, frequentemente não conseguem demonstrar a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos no cotidiano dos alunos, resultando em desinteresse e dificuldades de compreensão.

A expansão das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) oferece novos horizontes para o ensino, sugerindo uma transformação nas práticas pedagógicas que se adaptem às necessidades contemporâneas de interação e expressão. O debate sobre a influência das TIC no conhecimento matemático não é recente, mas permanece relevante, conforme evidenciado por pesquisas que continuam a investigar suas aplicações e impactos, como as de Araújo (2007) e Caliani (2021).

Neste cenário, o GeoGebra se destaca não apenas por facilitar o entendimento de conceitos matemáticos, mas também por atender a diversos estilos de aprendizagem e inteligências, oferecendo uma alternativa mais envolvente e eficaz em comparação com métodos convencionais (FARIAS; MARTINS; SANTOS, 2021).

Os objetivos deste estudo são analisar as vantagens da utilização do GeoGebra como ferramenta de apoio no ensino de funções polinomiais do 2º grau. Especificamente, pretende-se: examinar como o GeoGebra pode influenciar o processo de ensino-aprendizagem; sintetizar os conhecimentos adquiridos pelos alunos sobre conceitos de funções, com e sem o uso do soft-

ware; identificar contribuições do GeoGebra para o sucesso escolar dos alunos; e desenvolver estratégias pedagógicas que incorporem o uso do GeoGebra em sala de aula.

Ao repensar a educação matemática através do uso de tecnologias inovadoras, este trabalho almeja não apenas aprimorar a compreensão dos alunos sobre funções do 2º grau, mas também inspirar um ensino mais dinâmico, interativo e conectado com o mundo ao seu redor.

1

O uso de TIC's como ferramenta de auxílio

O processo de ensino-aprendizagem da Matemática se torna um grande desafio para os professores e estudantes brasileiros. Isso ocorre porque, em diversos momentos, os conceitos matemáticos são ensinados de forma pouco concreta, ou mesmo sem considerar a sua aplicação fora das escolas (FELIPE; VIEIRA, 2019).

As TDIC são mencionadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como recursos pedagógicos que devem ser utilizados para enriquecer a experiência educacional dos alunos. Elas visam preparar os educandos para um futuro no qual serão mais questionadores, conscientes e capazes de buscar informações e conhecimento de forma independente. Além disso, essas tecnologias são cruciais para formar novos profissionais e empreendedores, que dependerão cada vez mais delas (BRASIL, 2018).

É fato que o mundo está repleto de tecnologias digitais, essas tecnologias são denominadas Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). As TDICs estão no nosso cotidiano e as utilizamos para realizar diversas tarefas simples, como assistir um filme, navegar na internet, participar de uma reunião online dentre outras. Cada vez mais a tecnologia está inserida na sociedade.

No que se refere ao processo de ensino-aprendizagem não poderia ser diferente. Torna-se necessário utilizá-la também no ensino. Dentro da atualidade é bastante interessante falar em tecnologias e pensar em tudo o que diz respeito ao assunto como aparelhos eletrônicos, máquinas eletrônicas, computadores, tablets, celulares etc. Não obstante, sabe-se que a tecnologia é um processo que acompanha o homem e o seu uso o distingue dos outros animais. Quanto a educação, os desafios são enormes e se procedem em meio às tecnologias por meio do processo de ensino, bem como uma boa qualificação docente, sobretudo a uma adaptação a uma nova realidade que vai além do presencial (ARAÚJO, 2007).

É sabido que condições socioeconômicas do povo brasileiro de um modo geral, e os estudantes em particular, nem sempre confluem para a otimização do ensino por meio das

TIC'S tal qual se propõe até porque isso prescinde de equipamentos de informática adequado e bom ambiente de internet, uma vez que se destacar apenas nesse aspecto, já não se tem garantia constitucional de uma educação universal.

Falar em comunicação é entender como as pessoas conseguem transmitir informações, sobretudo quando possuem uma mensagem e um código. Desse modo, entende-se sobre comunicação:

Como uma necessidade e algo que está presente na vida do ser humano desde os tempos mais remotos. Trocar informações, registrar fatos, expressar ideias e emoções são fatores que contribuíram para a evolução das formas de se comunicar. Assim, com o passar do tempo, o homem aperfeiçoou sua capacidade de se relacionar. Nesse sentido, conforme as necessidades surgiram, o homem lançou mão de sua capacidade racional para desenvolver novas tecnologias e mecanismos para a comunicação. Conceitua-se tecnologia como tudo aquilo que leva alguém a evoluir, a melhorar ou a simplificar. Em suma, todo processo de aperfeiçoamento. A humanidade já passou por diversas fases de evoluções tecnológicas, porém um equívoco comum quando se pensa em tecnologia é se remeter às novidades de última geração (HOHENWARTER, 2002-02).

Desse modo, a informação aliada a comunicação traz um elo que vem sendo trabalhado em conformidade às tecnologias de modo a facilitar uma inclusão digital por meio da inserção de computadores nas escolas, aprimorando a comunicação em tempos remotos. Permutar informações, tirar fotos, demonstrar ideias e sentimentos são evoluções na ação de comunicação. Assim, com a evolução nas comunicações e nas informações, o homem passou a se capacitar mais e a se relacionar em busca de conhecimentos novos e ou aprimoramento do que ele já sabe.

Ou seja, Conforme as necessidades surgiram, o homem lançou mão de sua capacidade racional para desenvolver novas tecnologias e mecanismos para a comunicação. Conceitua-se tecnologia como tudo aquilo que leva alguém a evoluir, a melhorar ou a simplificar. Em suma, todo processo de aperfeiçoamento. A humanidade já passou por diversas fases de evoluções tecnológicas, porém um equívoco comum quando se pensa em tecnologia é se remeter às novidades de última geração.

Em se tratando de informação e comunicação, as possibilidades tecnológicas surgiram como uma alternativa da era moderna, facilitando a educação através da inclusão digital, com a inserção de computadores nas escolas, facilitando. Existe uma tendência cada vez mais acentuada de adoção das tecnologias de informação e comunicação não apenas pelas escolas, mas por empresas de diversas áreas, sobretudo com a disseminação dos aparelhos digitais no cotidiano contemporâneo (FIGUEIREDO; BATISTA, 2018).

Existe muitos tipos de informações que o mundo digital apresenta como imagens,

sons, sistemas de software e conteúdo que despertam a comunicação e a informação entre as pessoas como troca de mensagens e vídeos também. Assim, Num ambiente corporativo, onde um grupo de pessoas percorre objetivos comuns, a necessidade de comunicação aumenta consideravelmente. Em uma corporação, existem barreiras culturais, sociais, tecnológicas, geográficas, temporais, dentre outras, que dificultam às pessoas se comunicarem, portanto, um dos desafios de uma corporação é transpor essas barreiras.

Atualmente, os sistemas de informação e as redes de computadores têm desempenhado um papel importante na comunicação corporativa, pois é através dessas ferramentas que a comunicação flui sem barreira. (CARVALHO; MORGADO, 2015). Segundo Filho (2014), “novas maneiras de pensar e de conviver estão sendo elaboradas no mundo das telecomunicações e na informática”. Os elos entre os homens e as comunicações deste aprimoram sua inteligência, sua escrita, sua visão de mundo. Desse modo, Filho (2014):

A maior parte dos programas computacionais desempenha um papel de tecnologia intelectual, ou seja, eles reorganizam, de uma forma ou de outra, a visão de mundo de seus usuários e modificam seus reflexos mentais. As redes informáticas modificam circuitos de comunicação e de decisão nas organizações. Na medida em que a informatização avança, certas funções são eliminadas, novas habilidades aparecem, a ecologia cognitiva se transforma. O que equivale a dizer que engenheiros do conhecimento e promotores da evolução sociotécnica das organizações serão tão necessários quanto especialistas em máquinas.

O que se observa é a dinâmica do desenvolvimento de competências para o aumento das habilidades das pessoas quando se trata de informação e comunicação, ou seja, as pessoas usam as tecnologias, dentro da atualidade, para a busca da transformação social, usando-as recursos coerentes a cada troca cognitiva.

Para Capoano (2022) a Tecnologia da Informação (TIC) tem um papel significativo na criação desse ambiente colaborativo e, posteriormente, em uma Gestão do Conhecimento. No entanto, é importante ressaltar que a tecnologia da informação desempenha seu papel apenas promovendo a infraestrutura, pois o trabalho colaborativo e a gestão do conhecimento envolvem também aspectos humanos, culturais e de gestão .

A evolução da tecnologia da informação tem contribuído para alavancar a civilização rumo a uma sociedade do conhecimento. Uma síntese da evolução da tecnologia da informação, conforme Araújo (2007) é feita da seguinte maneira:

Por cinquenta anos, a TIC tem se concentrado em dados – coleta, armazenamento, transmissão, apresentação – e focalizado apenas o T da TI. As novas revoluções da informação focalizam o I, ao questionar o significado e a finalidade da informação. Isso está conduzindo rapidamente à redefinição das tarefas a serem executadas com o auxílio da informação, e com ela, à redefinição das instituições que as executam

Nesse sentido, de acordo com Branco et al. (2018) dentro da atualidade, mediante muitas tecnologias a favor da comunicação e informação, o foco é o uso das TIC'S, uma vez que dentro deste universo as ideias e pensamentos se edificam.

As tecnologias e o uso das mídias a favor do docente são condicionantes de seu sucesso e interação com seus alunos, sobretudo é ainda um grande desafio diário.

Ou seja, ao utilizar estas tecnologias, o professor se torna independente na procura de conhecimentos, de informações como um todo, uma vez que mostra autonomia em ler, interagir e produzir o que lhe convém dentro do quadrante educacional e social como um todo, o que condiciona, também, positivamente a aquisição da aprendizagem de seus alunos.

Não obstante, o nosso mundo está em processo de transformação estrutural desde a década de 1980 do Século XX. Tal transformação é um processo multidimensional, mas está associado à emergência de um novo paradigma tecnológico, baseado nas tecnologias de comunicação e informação, que teve início nos anos 1960 e que se difundiram de forma desigual por todo o mundo.

Com a tecnologia em ascendência, observa-se que cada dia mais cedo as crianças têm acesso livre às mídias como um todo, onde, no cotidiano muitos relatos de estudantes que assistem ou são protagonistas de muitos recursos digitais para fins diversos, sobretudo, educacionais. Nas palavras de Lopes & Pimenta (2017):

Um admirável mundo novo emerge com a globalização e com a revolução tecnológica que a impulsiona rumo ao futuro virtuoso". (...) A partir dessa premissa, organismos internacionais e governos fazem ecoar uma mesma proposição: é preciso reformar de alto a baixo a educação, tornando-a mais flexível e capaz de aumentar a competitividade das nações, únicos meios de obter o passaporte para o seleto grupo de países capazes de uma integração competitiva no mundo globalizado.

Este crescimento tecnológico se desenvolveu nas últimas décadas e atualmente vem ganhando espaço em grandes setores da vida social, no trabalho, lazer, na ciência e consequentemente na educação. Não obstante, o impacto da tecnologia se concretiza como processo social fomentando todas as instituições, o que nos mostra o sistema educacional a distância, por exemplo. Desta forma, as tecnologias se levam a melhorar cada vez mais a aquisição da aprendizagem no que tange ao estudante direcionar seus horários de estudo, seu pensar, seu agir, na dinâmica de assistir e ou gravar mídias educacionais e realizar suas interações com os professores de seu curso.

Ou seja, nessa linha de pensamento Felipe & Vieira (2019) nos informa que todos os dias surgem novidades no âmbito tecnológico para condicionar tarefas educacionais cotidianas, aumentando o grau de aceitação e de compreensão dos alunos como um todo. Com a união da revolução tecnológica e científica, toda a sociedade acadêmica mudou bastante

nas últimas décadas, ficando todos em uma situação bastante complexa e ao mesmo tempo intrigante no que tange a era digital.

Isso mostra que todos do mundo educacional precisa assumir um papel de ponta nesse processo de mudança tecnológica, uma vez que os recursos tecnológicos de comunicação e informação têm crescido e se diversificado bastante, sobretudo a quem não aceita essa realidade ou tem aversão está sujeito a abraçar essa mudança de vida acadêmica mais cedo ou tarde.

A tecnologia é definida algo útil e totalmente importante para quem busca aprender, pois o seu desconhecimento traz para a atualidade um tipo de exclusão que sofre o analfabeto no mundo da escrita.

É válido salutar que, em aspectos atuais, a sala de aula deixou de ser um espaço apenas resumido a professor, livros, quadro, giz e alunos e que o ensino tradicional no qual o professor repassava o saber através da oralidade, com seus rascunhos num pedaço de papel, foi trocado por uma onda de recursos de mídias e novas fontes de pesquisas que desafiam a mente e aguçam a curiosidade dos alunos.

Entretanto, [Borges \(2000\)](#) afirma que:

As tecnologias serão uma ferramenta a mais que reforçará as forças tradicionais de ensino. As tecnologias não modificam sozinhas o processo de ensinar e aprender, mas a atitude básica pessoal e institucional diante da vida, do mundo, de si mesmo e do outro e das atitudes fundamentais das instituições escolares.

É de grande valia a inovação no universo educacional, ou seja, que as escolas e ou instituições de ensino como um todo sempre se planejem para utilizarem aulas com os melhores e mais avançados recursos tecnológicos, de modo a melhorar cada vez mais o ensino do país, uma vez que a linguagem audiovisual favorecida por mídias digitais só vem a colaborar com os métodos pedagógicos como um todo.

Desse modo, a tecnologia deve servir para enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção de conhecimentos por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa por parte de alunos e professores. Devido a grande diversidade regional e cultural do Brasil, com grandes desigualdades sociais, é impossível pensar em um modelo único de implantação da informática nas escolas. O computador vai permitir novas formas de trabalho, possibilitando a criação de ambientes de aprendizagem em que os alunos possam pesquisar, fazer antecipações e simulações, confirmar ideais prévias, experimentar, criar soluções e construir novas formas de representação mental. O computador vai permitir ainda a interação com outros indivíduos e comunidades através da Internet.

Para [Saviani \(2016\)](#) o professor, pensando na qualidade do processo de aquisição de conhecimentos do aluno, precisa estar sempre em dia com seus métodos de ensino no que tange

ao ensino a distância, sobretudo no que tange a inovações tecnológicas como livros digitais, plataformas, mídias digitais como um todo para que auxilie sempre nesse condicionamento cognitivo do educando como um todo.

Em aspectos históricos, sobre o uso das mídias e tecnologias, temos que [Limeira, Batista & Bezerra \(2020\)](#) aponta durante meados das décadas de 1970 e 1980, a Internet não era apenas utilizada para fins militares, mas também como um dos principais meios de comunicação acadêmico, onde estudantes e professores universitários dos Estados Unidos a utilizavam, com a finalidade de conquistar novos conhecimentos e também transmitir novas teorias e descobertas. Esta rede privada era destinada a interligar os computadores dos centros de pesquisa, de universidades e instituições militares americanas, permitindo o compartilhamento de recursos entre os pesquisadores que trabalhavam com projetos estratégico-militares.

Para ser mais preciso, de acordo com [Felipe & Vieira \(2019\)](#) por volta da década de 80 a internet já estava bastante desenvolvida, já havia programas e surgiam funções a cada instante, e cada vez mais as pessoas ficavam influenciadas a conhecer tal ferramenta. Somente na década de 90 foi que essa nova estratégia de pesquisa e comunicação e no ano de 1998 surgia uma das maiores ferramentas de fonte de pesquisa existente na internet, o Google, formada por Larry Page e Sergey. E esse sistema buscador permanece ativo até hoje, claro passou por muitas adaptações, atualizações com a finalidade de melhorar cada vez mais o seu manuseio.

A inserção das tecnologias digitais na vida cotidiana tem gerado grandes e profundas transformações na comunicação e na interação entre as pessoas. Uma dessas mudanças está presente nas novas práticas de leitura de caráter semiótico com o uso de símbolos, ícones, imagens e figuras multissemióticas, alterando assim, as formas de ler do passado.

Notando as novas formas de uso da leitura, percebe-se também a chegada das tecnologias que têm sido hoje em dia, as grandes promotoras de comunicação em rede. Conectados à internet, temos à disposição uma infinidade de textos das mais variadas formas e com vários tipos de discursos: religiosos, culturais, ideológicos e étnicos. As atividades que eram feitas presencialmente, como falar e escutar sofreram inúmeras transformações com a chegada da era digital.

De acordo com [Brasil \(2018\)](#) todo cidadão precisa ter conhecimento de notícias da atualidade e com a internet é possível ter isso, e assim ampliará os seus conhecimentos, sua cidadania e atualizando o mundo, tudo isso pode acontecer através da informação. Isso significa, de acordo com [Capoano \(2022\)](#) que as novas tecnologias trazem novos horizontes à escola e, dessa forma, os alunos e professores podem estar mais próximos e o processo de ensino e aprendizagem pode ganhar um dinamismo, inovação e poder de comunicação inusitados. A aprendizagem se dá através da descoberta e o professor passa a ser um guia

do aluno. É no decorrer do uso das mídias e tecnologias como um todo que os alunos se conscientizam sobre os perigos da exposição excessiva nas redes sociais, sites, blogs, links, e-mails.

Ou seja, de acordo com [Lima et al. \(2022\)](#) o risco de acessar sites duvidosos ou realizar publicações não conhecidas, Mediante sua natureza digital, interativa e colaborativa, a internet é compreendida, desde o início de sua aparição como uma espécie de biblioteca universal, onde pode-se observar tudo o que se busca nas várias fontes digitais, bibliotecas virtuais, portais ou através de outros meios.

Assim, para [Caliani \(2021\)](#) a internet pode ser utilizada como fonte de informação, como também ponto de partida dos temas a tratar de maneira mais aprofundada na faculdade ou nas IES como um todo.

Em consonância a um computador ou um projetor de vídeo, a exposição do professor ou dos alunos é vista em todo o desenrolar das aulas e avaliações como uma das formas de mídia, bem como o uso de recursos disponíveis na internet, como textos, fotografias, gráficos e vídeos para auxílio da aquisição da aprendizagem dos educandos.

Desse modo, segundo [Lopes & Pimenta \(2017\)](#) o aluno pode utilizar a internet para disponibilizar tudo sobre a instituição, principalmente sobre suas aulas, seus conteúdos, datas e calendários, materiais virtuais, exercícios e bibliografias. Algumas devolutivas podem ser executadas por uma página da web ou por e-mail, como provas e ou atividades, ou até mesmo um chamado, assessoria da sede. É nesta dinâmica de realidades, que deve ser revisto o poder da internet, em assumir sua relevância como recurso educativo.

Desse modo, para [Felipe & Vieira \(2019\)](#) a internet pode ser e já vem sendo utilizada, seja em nível de turma, seja em nível de escola, para dar vida a projetos digitais como um jornal, uma rádio ou uma televisão escolar, para construir uma página, fazer um blog, etc. Projetos deste tipo são uma ótima maneira de motivar os alunos e levá-los a desenvolver a sociabilidade e a capacidade de trabalhar em grupo, a aprender de forma autônoma e a aprofundar seus conhecimentos.

Tal como se verifica com outras mídias, a internet é (ou deve ser) objeto de estudo e análise não somente nas disciplinas criadas para promoção da chamada “literacia midiática”, como é o caso das disciplinas de Tecnologias da Informação e da Comunicação, mas também em disciplinas de âmbito geral como a Sociologia, Antropologia, Economia e Língua Portuguesa, que buscam estudar as diversas questões de informação e da comunicação e, em particular, os funcionamentos e efeitos sociais próprios das TICs.

A internet, segundo [Sousa & Fontinele \(2021\)](#) é vista como comunicação cujo conteúdo é composto também dos outros meios de comunicação, inclusive eletrônicos como TV e rádio. Nesse sentido, a sua utilização representa uma enorme economia de recursos, ao

tornar possível a conjugação de meios que, sozinhos, são sempre limitados. Ainda mais se considerarmos uma tecnologia relativamente fácil de adquirir e utilizar por onde quer que se esteja ou vá, na escola, em casa ou numa biblioteca pública.

Desse modo, de acordo com [Saviani \(2016\)](#), como local social privilegiado para o desenvolvimento da cultura, a faculdade não pode ficar à margem da vida social e nem das mudanças culturais e científicas. Embora não seja um lugar social que viva a reboque das novidades e das influências que estas projetam sobre a vida prática e comportamental das pessoas envolvidas, é lógico pensar que é um local onde se ensina e aprende – dinâmica esta vivenciada por todos. Desta maneira, é que aparecem métodos e técnicas que vão se sucedendo no tempo, enquanto enriquecem as formas de aprender.

Segundo [Branco et al. \(2018\)](#) não se deseja ver a faculdade como um sistema operacional, pois ela tem sua vida cultural ligada à pessoa humana sob todos os aspectos, expressões e sentido. Não obstante, como desafios para que o ensino dado pelo docente, entram em jogo várias vertentes que são condicionantes para que haja uma aprendizagem exitosa, sendo elas boa internet, boas ferramentas tecnológicas e digitais, bem como uso de plataformas, metodologias coerentes de ensino e aprendizagem a distância, conexão entre professor/tutor e aluno, etc. ou seja, o professor é desafiado todos os dias a saber lidar com as ferramentas digitais, e mídias para que seus educandos aprendam e se motivem.

Para [Caliani \(2021\)](#) os treinamentos devem ser dados importância, pois a equipe gestora da faculdade deve se preocupar e dar a oportunidade de qualificação ao seu colegiado como um todo. Saber utilizar as novas tecnologias a seu favor, sobretudo em treinamentos e apresentações de ferramentas síncronas e assíncronas são formas de minimizar estes desafios diários.

Não obstante, é muito importante que os alunos sejam treinados por meio de uma palestra magna pelo seu tutor ou professor, para que este possa trabalhar melhor seu ambiente virtual e conhecer de perto toda a plataforma que irá utilizar no decorrer de seu curso e, com isso, conseguir ter êxito acadêmico.

A Matemática como ciência

De acordo com [Figueiredo & Batista \(2018\)](#) a matemática como uma das disciplinas que promove a exclusão de muitos alunos do sistema educacional. Para ele, a matemática, na sua forma linear e conteudista limita os discentes a um conhecimento mecânico e sem sentido, em relação ao todo que formam as tecituras do conhecimento. Conhecimento este que não o traz para as problemáticas nas quais a matemática seja inserida de modo a trazer um retorno cognitivo eficaz.

Sabemos que a matemática é uma das disciplinas fundamentais, pois com o seu bom desenvolvimento, o aluno é capaz de desenvolver-se em disciplinas afins, como Física e Química. Então é preciso um conhecimento concreto da disciplina, e para tal, é necessário torna-la mais atraente para que o êxito em sua aprendizagem seja um tanto mais positivo.

A matemática é uma das disciplinas que possui maior carga horária nas escolas, então o seu modo de transmissão não pode ser resumido apenas no uso de pincel e quadro de acrílico. É preciso que haja mudança na forma de ensinar matemática. Como diz [Onuchic \(2019\)](#) :

Ao passar de uma sociedade rural, onde ‘poucos precisavam conhecer matemática’, para uma sociedade industrial para onde mais gente precisava aprender matemática’ em razão da necessidade de técnicos especializados, daí para uma sociedade de informação onde a maioria das pessoas ‘precisa saber matemática’ e agora, caminhando para uma sociedade do conhecimento que exige de todos ‘saber matemática’, é natural que o homem se tenha interessado em promover mudanças na forma como se ensina e como se aprende matemática.

Para [Limeira, Batista & Bezerra \(2020\)](#), tendo em vista o papel do docente como um facilitador do conhecimento, ele precisa explorar de todas as ferramentas possíveis para tornar os conteúdos mais atrativos e acessíveis. O uso de softwares pode auxiliar o professor nesse processo. O conceito matemático de função surgiu no século XVII em conexão com o desenvolvimento do cálculo. O termo função foi introduzido por Gottfried Leibniz em uma de suas cartas, em 1673, na qual ele descreve a declividade de uma curva em um ponto específico.

Uma função ou aplicação é uma relação de um conjunto com um conjunto. Entende-se

também, função como uma relação entre duas variáveis e o seu conceito pode ser representado de quatro formas: representação algébrica, representação tabular, através de linguagem falada ou através de linguagem escrita. Assim sendo, é preciso explorar tais características a fim de se obter o melhor método de se transmitir esse conteúdo.

3.1 Sobre o Geogebra

Segundo [Caliani \(2021\)](#) um dos softwares matemáticos mais conhecidos e utilizados nos dias de hoje é o GeoGebra. Este software foi criado em 2001 pelo matemático Markus Hohenwarter. Ele é um software dinâmico de matemática para todos os níveis de educação. Ele reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em uma única plataforma.

O Geogebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, mas muito mais aplicado no ensino médio e no ensino superior e está disponível em www.geogebra.com e é usado em cerca de 190 países, tendo mais de 300.000 downloads mensais.

Além disso, o aplicativo pode ser usado de forma online. Este software possibilita aos professores e alunos explorarem, e investigar conteúdos matemáticos. O software também permite que seja criada um perfil de usuário, onde nesse perfil é possível que o usuário compartilhe seus materiais e projetos.

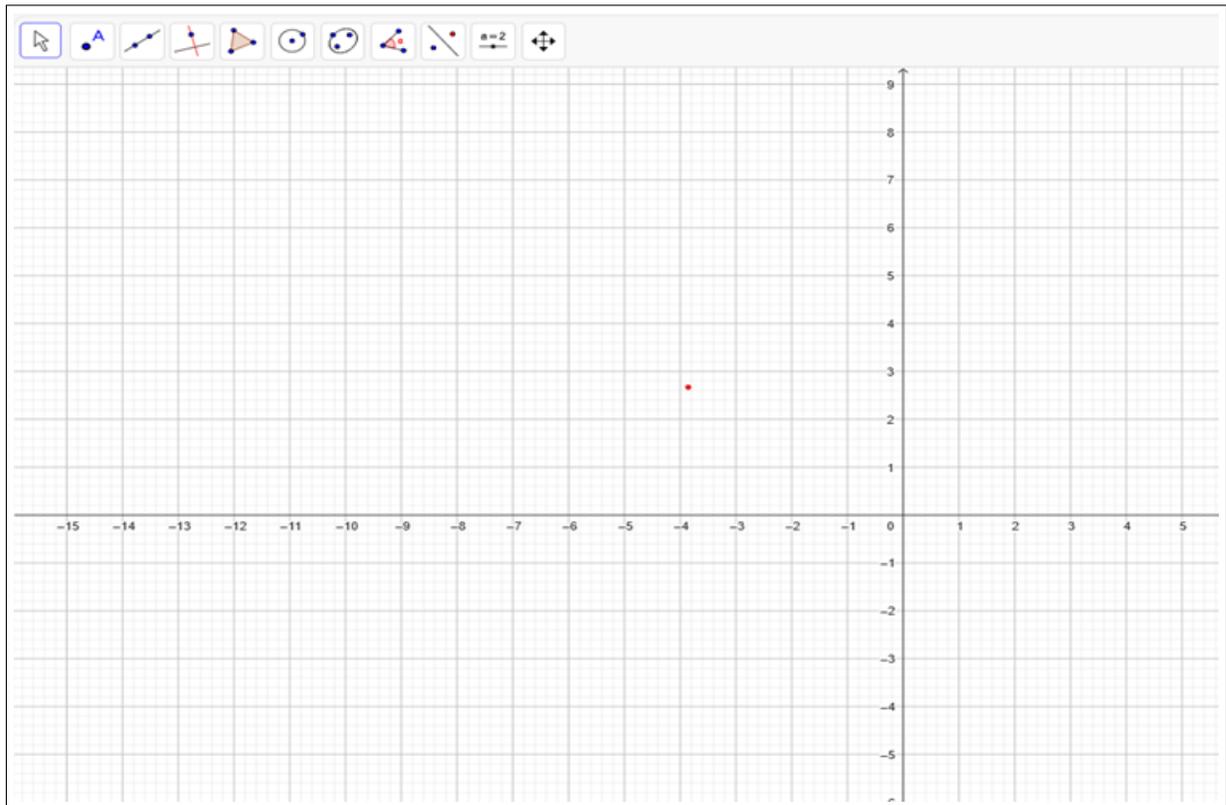
3.2 Principais comandos do Geogebra

Como todo software é necessário estar ambientado com os principais comandos para executarmos as principais funções que compõe o programa. Dessa forma, conhecer as teclas de atalho, os botões entre outras funcionalidades devem ser entendidos e explorados pelo usuário.

3.2.1 Interface inicial

O geogebra consiste em um software em que vários comandos podem ser executados. Suas principais aplicações matemáticas estão relacionadas aos conteúdos de álgebra e geometria. A interface do geogebra é bem simples de fácil manuseio, como mostrado na figura [3.1](#).

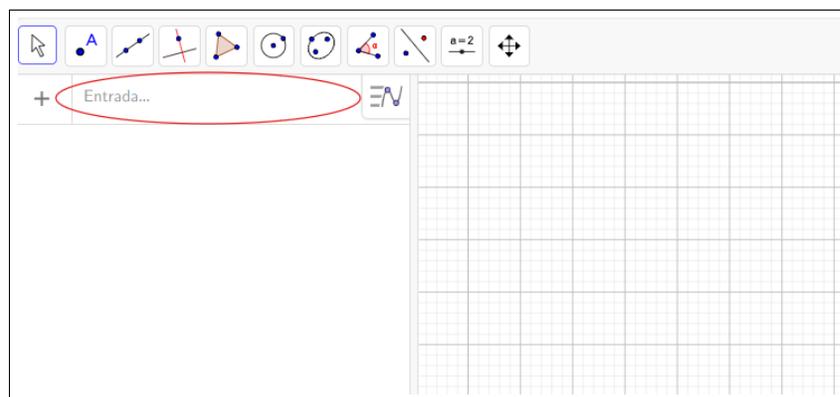
Figura 3.1: Interface inicial Geogebra



Fonte: Autor

Na barra de comandos inicial, temos a opção de inserirmos a função polinomial que desejamos explorar o gráfico e, após darmos o comando de entrada o programa construirá o gráfico automaticamente, como mostram as Figuras 3.2 e 3.3.

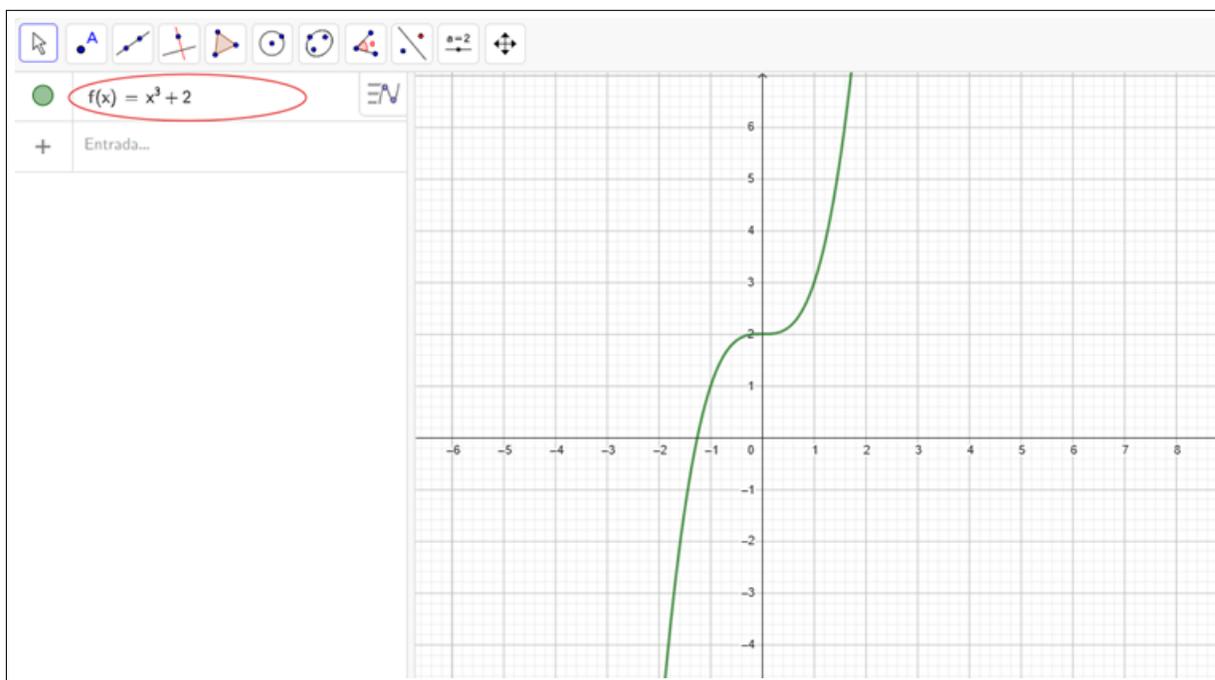
Figura 3.2: Barra de comando



Fonte: Autor

De acordo com (FARIAS; MARTINS; SANTOS, 2021) Muitas são as vantagens de poder visualizar um gráfico feito com o geogebra. O aluno percebe de modo mais claro como ocorre a relação entre as variáveis e, com isso, a relação com a álgebra fica mais leve e não causa tanto espanto como outrora.

Figura 3.3: Exemplo de gráfico com Geogebra



Fonte: Autor

3.2.2 O uso do Geogebra

O GeoGebra destaca-se como um software inovador dedicado à construção de conceitos e objetos matemáticos, abrangendo áreas como geometria, álgebra e cálculo. Conforme Capoano (2022) destaca, o GeoGebra oferece uma nova dimensão ao aprendizado, superando os métodos tradicionais de ensino, como quadro e giz e o uso de livros-texto. Por meio de seus recursos, ele introduz a ideia de movimento aos coeficientes das funções, permitindo aos alunos visualizarem os efeitos gráficos e algébricos de suas ações. Este software tem o potencial de revolucionar a maneira como as funções matemáticas são ensinadas, incentivando os estudantes a incorporarem-no em suas rotinas diárias para um aprendizado mais eficaz.

Para Felipe & Vieira (2019) com o avanço das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), a educação recebeu um impulso significativo, com novas ferramentas que promovem a dinamização das aulas e abrem novas perspectivas no processo de ensino-aprendizagem.

O impacto das TIC na produção do conhecimento, especialmente no campo da matemática, é um tema de constante debate e pesquisa, com estudos focando em questões cada vez mais específicas.

Nesse contexto, de acordo com [Sousa & Fontinele \(2021\)](#) o GeoGebra se sobressai como uma ferramenta pedagógica valiosa, capaz de atender a diferentes estilos de aprendizagem e inteligências, como apontam as pesquisas de [Hohenwarter \(2002-02\)](#). Muitos alunos demonstram um melhor desempenho ao serem expostos a essa tecnologia, em comparação com métodos educacionais mais tradicionais.

Especificamente no ensino de funções, o uso de tecnologias como o Geogebra mostra-se uma estratégia eficaz para auxiliar os alunos na resolução de problemas.

[Caliani \(2021\)](#) observa que os estudantes do ensino médio frequentemente enfrentam dificuldades com a matemática, percebida como uma das disciplinas mais desafiadoras. Isso se deve, em parte, à complexidade e à quantidade de informações que eles precisam aplicar no cotidiano. Neste cenário, é crucial que os professores enfatizem a relevância do conteúdo de funções e sua aplicabilidade na vida dos alunos.

A evolução constante do mundo exige que o processo de ensino-aprendizagem também se modernize. Limitar-se ao quadro e ao pincel já não é suficiente para capturar a atenção dos estudantes. A integração das TICs, especialmente em tópicos como gráficos e geometria, torna-se essencial para enriquecer as aulas e tornar o aprendizado mais atraente e efetivo. O GeoGebra, portanto, representa uma ferramenta indispensável nessa transformação, facilitando o ensino de conceitos matemáticos complexos de maneira intuitiva e interativa.

3.2.3 Geogebra e seus impactos

Para [Felipe & Vieira \(2019\)](#) o uso de dispositivos digitais na sala de aula é um tema que suscita intensos debates entre educadores. Enquanto muitos pais não veem problemas em seus filhos navegarem livremente na internet em casa, surge a dúvida: essa liberdade deve se estender à escola? Os defensores da tecnologia acreditam que dispositivos como notebooks, tablets e smartphones podem aumentar o engajamento dos alunos, uma vez que a tecnologia já faz parte essencial de suas vidas. Para a maioria, a ideia de um mundo sem internet parece impensável. Contudo, há quem argumente que estes aparelhos mais atrapalham do que ajudam, servindo como fontes de distração que podem comprometer o aprendizado.

Neste contexto, de acordo com [Giraldo, Caetano & Mattos \(2013\)](#) exploramos os argumentos a favor e contra o uso de dispositivos digitais em ambiente educacional, discutindo as vantagens e desvantagens, assim como a pertinência de sua adoção como ferramentas de ensino.

Para [Lopes & Pimenta \(2017\)](#) Dispositivos móveis, como celulares e smartphones,

emergem como aliados dos pais na busca por segurança para seus filhos na escola, além de motivar os estudantes, especialmente em disciplinas como matemática. A garantia de conexão constante oferece aos pais uma sensação de tranquilidade, sabendo que, em casos de emergência, a comunicação com os filhos é facilitada. Muitos desses aparelhos vêm equipados com GPS, possibilitando um monitoramento eficaz quando necessário.

A era digital democratizou o acesso ao conhecimento, satisfazendo a curiosidade instantânea das crianças imersas nesse universo de aprendizado acelerado. A possibilidade de encontrar respostas online para perguntas que poderiam causar desconforto ao serem feitas em sala é um exemplo claro dessa vantagem. Além disso, o acesso facilitado a uma ampla gama de informações permite aos estudantes explorarem novas áreas do conhecimento, aprender idiomas, praticar artes e desenvolver novas habilidades, tudo por meio de seus dispositivos móveis.

De acordo com [Valente \(2021\)](#) a introdução de dispositivos eletrônicos nas salas de aula também viabiliza o acesso imediato a recursos audiovisuais, como vídeos históricos, aulas online e documentários, enriquecendo a experiência educacional. Da mesma forma, a disponibilidade de uma vasta seleção musical nos dispositivos digitais permite a exploração de diversos gêneros musicais, contribuindo para uma aprendizagem mais abrangente e diversificada.

O potencial educacional das mídias sociais, embora frequentemente subestimado, representa uma valiosa ferramenta para o aprendizado social. Ao promover a interação e compartilhamento de ideias entre os alunos, especialmente os mais introvertidos, essas plataformas digitais podem desempenhar um papel significativo no desenvolvimento de habilidades interpessoais e na participação ativa no processo de aprendizagem.

No entanto, [Rabelo \(2013\)](#) a adoção de dispositivos digitais em sala de aula não está isenta de desafios. A Organização Mundial da Saúde expressa preocupações com os possíveis efeitos negativos da exposição prolongada às telas, especialmente quando adicionada ao tempo já gasto com esses dispositivos em casa. Ademais, o acesso irrestrito à internet pode levar a distrações, comprometendo o desempenho acadêmico. A exposição a riscos online, como cyberbullying e pedofilia, também é uma preocupação crescente, exigindo uma abordagem cuidadosa e estratégica por parte das instituições educacionais.

Por fim, a desigualdade no acesso às tecnologias digitais permanece um obstáculo significativo, com disparidades acentuadas entre diferentes regiões e estratos sociais. Enquanto algumas escolas conseguem superar essa barreira, garantindo acesso igualitário às ferramentas tecnológicas, outras ainda enfrentam dificuldades, evidenciando a necessidade de encontrar soluções inclusivas que assegurem a todos os alunos as mesmas oportunidades de aprendizado.

3.2.4 Geogebra e suas funções

O GeoGebra integra a Educação Estendida através de um aplicativo de realidade aumentada, que transporta a experiência do mundo real para a tela de um dispositivo. Com o simples gesto de apontar a câmera do celular, objetos quase tangíveis são animados diante dos olhos do usuário. Este aplicativo fascinante é oferecido gratuitamente, tanto na Google Play para usuários Android quanto na App Store para usuários de iOS.

A proposta de atividades do GeoGebra é especialmente voltada para os estudantes do Ensino Fundamental, demandando um mínimo de três aulas para sua completa execução. Estas atividades são versáteis, permitindo adaptações fáceis ao material didático já em uso pelas escolas. A responsabilidade de realizar alterações e ajustes, visando uma adequação à realidade específica de cada turma, recai sobre o professor.

No contexto atual, a adoção do celular como ferramenta pedagógica ganhou força, particularmente em 2020, ano em que as aulas remotas se tornaram uma necessidade imposta pela pandemia. No entanto, a implementação dessa nova ferramenta nas escolas representou um desafio significativo para os educadores. A adaptação ao ensino remoto também foi um obstáculo para muitos alunos. Diante desses desafios, optou-se por adiar a implementação do uso de celulares como ferramentas de aprendizagem. Contudo, foram detalhadas as atividades propostas e fornecidas orientações para futura utilização pelos professores, uma vez que as condições se mostrem mais propícias.

O GeoGebra apresenta-se como uma abordagem pedagógica inovadora no ensino da matemática, por meio de um aplicativo de realidade aumentada. O objetivo é facilitar o aprendizado de conceitos como a similaridade entre triângulos e pirâmides para alunos do nono ano. Adicionalmente, o aplicativo abre caminhos para a introdução de outros conceitos geométricos, como sólidos e planificações de superfícies poliédricas, expandindo sua aplicabilidade em diversas áreas da matemática. Essa estratégia permite aos professores desenvolver planos de aula abrangentes, adotando essa metodologia inovadora.

Para Araújo (2007) incorporar situações problemáticas e contextos históricos na sequência didática revela-se uma estratégia eficaz para engajar os alunos. É fascinante observar como eventos históricos e descobertas podem capturar a atenção dos estudantes. Aprimorar a habilidade de resolver problemas envolve o uso de tecnologia, jogos e materiais táteis, visando tornar os alunos protagonistas de seu processo educativo. Contudo, é essencial que a tecnologia seja empregada de forma adequada, assegurando seu papel como facilitador do aprendizado.

Dessa forma, de acordo com Brasil (2018) Os recursos didáticos, tais como ábacos, jogos matemáticos e livros, são fundamentais para a compreensão e aplicação dos conceitos

matemáticos. Entretanto, é vital que tais ferramentas sejam integradas a atividades que promovam reflexão e organização do conhecimento, desencadeando um processo de formalização conceitual. A sinergia entre o conteúdo programático e a prática educativa é o que propicia um aprendizado matemático profundo e significativo.

3.2.5 Relação entre escola e o geogebra

Segundo [Diniz \(2017\)](#) para oferecer um ensino de qualidade que corresponda às necessidades da sociedade e dos alunos no atual cenário educacional, torna-se necessário a qualificação dos profissionais em educação. A adequação do professor a essas necessidades possibilita uma educação “que vise à formação do aluno-cidadão, considerando sujeito do processo histórico e que necessita desvelar a realidade concreta em que vive, analisá-la e compreendê-la para sentir-se capaz de suscitar críticas no sentido de sua transformação” .

As escolas vêm colhendo benefícios significativos com a integração de dispositivos digitais em suas salas de aula. Estes dispositivos, inegavelmente, vieram para se estabelecer como ferramentas indispensáveis no cenário educacional, ao lado de invenções como a caneta, a máquina de lavar e o carro. Contudo, a importância de estabelecer diretrizes claras para o uso destes dispositivos é crucial.

Os estudantes devem ser capacitados a usar essas tecnologias de forma segura e responsável, sabendo discernir fontes de informação confiáveis e limitar o uso pessoal destes aparelhos durante as aulas. Essencialmente, é imprescindível que eles desenvolvam competências relacionadas à alfabetização digital e cidadania digital, conforme apontado por [Capoano \(2022\)](#).

Para incorporar e promover o uso efetivo de tecnologias digitais em sala de aula, é vital que os professores recebam apoio em forma de treinamento, desenvolvimento profissional e recursos curriculares adequados. O emprego destas tecnologias deve ser orientado por objetivos educacionais claros e específicos, priorizando a segurança dos alunos, a consciência digital, o pensamento crítico, a colaboração e o desenvolvimento contínuo.

Além de fornecer aos educadores as ferramentas necessárias para explorar o potencial pedagógico dos dispositivos digitais, é fundamental oferecer oportunidades para o aprimoramento profissional contínuo, permitindo-lhes adaptar-se às mudanças tecnológicas.

A utilização desses recursos deve ser sempre norteada por metas bem definidas, garantindo que seu uso seja direcionado e relevante para o processo de aprendizagem dos alunos. A segurança dos alunos no ambiente digital é uma preocupação constante. Medidas eficazes devem ser implementadas para proteger os estudantes online, incluindo políticas de privacidade robustas, diretrizes claras para comportamento na internet e educação sobre os riscos e responsabilidades no espaço virtual.

O uso pedagógico dos dispositivos digitais também deve visar o estímulo ao pensamento crítico e à colaboração. Os professores devem incentivar os alunos a questionar, analisar e avaliar as informações acessadas digitalmente, desenvolvendo um senso crítico aguçado. A colaboração entre estudantes, promovida pelo uso de tecnologia, enriquece o processo de aprendizagem, facilitando a troca de ideias e o compartilhamento de conhecimentos.

O acompanhamento do progresso dos alunos na aquisição de competências digitais é essencial. Os professores precisam monitorar o desenvolvimento dessas habilidades, oferecendo orientação e suporte quando necessário, para maximizar os benefícios das tecnologias em sala de aula. A implementação bem-sucedida dessas ferramentas exige um esforço colaborativo de toda a equipe educacional, visando criar um ambiente seguro, inclusivo e propício ao aprendizado.

A necessidade de inovação no processo educacional brasileiro é indiscutível. A realidade atual revela estudantes imediatistas, acostumados a soluções rápidas e pouco engajados com o currículo escolar tradicional. Essa situação desafia os educadores a desenvolver métodos de ensino criativos e personalizados, que motivem e inspirem os alunos, considerando suas particularidades e necessidades.

Segundo [Brasil \(2018\)](#) a capacidade dos alunos de compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de forma crítica, significativa e ética. Essa competência é fundamental para a participação ativa na sociedade e para o enfrentamento de desafios contemporâneos. Assim, a relação entre a escola e ferramentas digitais como o GeoGebra representa uma oportunidade valiosa para enriquecer o processo educativo, tornando-o mais dinâmico, interativo e alinhado às demandas do século XXI.

Nesse contexto, de acordo com [Borges \(2000\)](#), o uso do celular em sala de aula, especialmente para fins pedagógicos como a utilização do GeoGebra, exemplifica a integração eficaz de tecnologias digitais no ensino. A captura de fotos sequenciais de uma bola em movimento, por exemplo, permite a análise de trajetórias físicas, ilustrando conceitos matemáticos de forma prática e interativa. Ferramentas como o GIMP e o próprio GeoGebra facilitam a sobreposição e análise de imagens, oferecendo aos alunos uma compreensão visual da teoria estudada.

Figura 3.4: Sobreposição de várias fotos do arremesso de uma bola escura



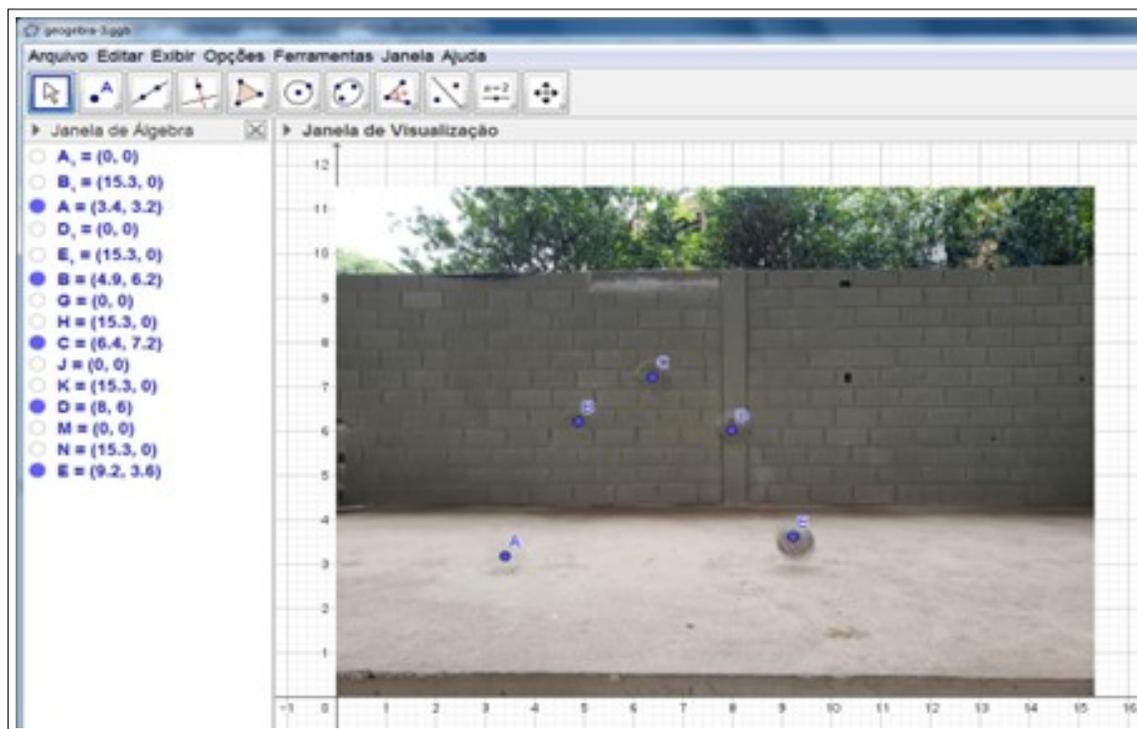
Fonte: Autor

O GeoGebra é amplamente reconhecido como uma ferramenta essencial no campo educacional, especialmente para o estudo da geometria, funções matemáticas, e como uma calculadora gráfica gratuita. Sua disponibilidade tanto para computadores quanto para dispositivos móveis facilita o acesso ao aprendizado de matemática, tornando-o mais acessível e interativo. Esta característica é fundamental para democratizar a educação matemática e incentivar uma abordagem mais prática e engajada por parte dos alunos (HOHENWARTER, 2002-02).

A versão clássica 5 do GeoGebra para computadores, por exemplo, pode ser facilmente instalada através do seu site oficial (www.geogebra.org/download), permitindo aos usuários também a opção de utilizar a ferramenta online sem necessidade de instalação. No ambiente móvel, o GeoGebra está disponível para download nas principais lojas de aplicativos, garantindo assim sua ampla acessibilidade.

Para ilustrar a aplicabilidade prática do GeoGebra, segue-se um guia passo a passo para a sobreposição de fotos utilizando esta poderosa ferramenta matemática, ideal para quando se tem poucas fotos. O processo inicia com a instalação do programa através do site oficial. Em seguida, seleciona-se a opção "Inserir Imagem" no penúltimo ícone de "Controle Deslizante". Após escolher e abrir a primeira foto, ajusta-se sua posição com o uso do botão esquerdo do mouse. Este processo é repetido para as fotos subsequentes, ajustando a transparência e sobrepondo-as cuidadosamente para manter a precisão da escala.

Figura 3.5: Sobreposição de 5 fotos com o Geogebra



Fonte: Autor

A Figura 3.5 exemplifica a sobreposição de cinco fotos com o GeoGebra, é possível observar as coordenadas dos pontos que representam as diferentes posições de uma bola. Estes pontos, identificados como A, B, C, D, e E na Janela de Álgebra, demonstram a versatilidade do GeoGebra na análise de movimentos e trajetórias. Essa funcionalidade se estende a outras ferramentas como o GIMP, onde, após a sobreposição das imagens, pode-se importar o resultado para o GeoGebra e proceder à identificação dos pontos correspondentes.

Este exemplo ilustra a utilização do lançamento de objetos como uma estratégia eficaz para o ensino de funções quadráticas a estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Empregando somente a câmera de um celular e a utilização do software para edição de imagens, é viável visualizar a trajetória de um objeto. Essa visualização serve de base para explorar e identificar a função quadrática que mais precisamente descreve essa trajetória.

Adicionalmente, a atividade permite aos alunos experimentar com diversas funções quadráticas e escolher aquela que melhor se adapta à situação observada. Tais atividades fomentam uma metodologia de ensino interativa, aproveitando recursos tecnológicos como o celular e o software GeoGebra, para tornar o aprendizado mais dinâmico e engajador (VALENTE, 2021).

Melhorar a qualidade da educação é um compromisso crucial para todos os educado-

res, embora represente um desafio significativo. Tal empreendimento exige dedicação contínua, investigação aprofundada e um processo constante de aprimoramento pedagógico. Confiamos que as atividades propostas neste contexto possam contribuir substancialmente para o enriquecimento do processo de ensino e aprendizagem das funções quadráticas. Além disso, espera-se que estas práticas sirvam como um estímulo adicional, incentivando o engajamento e a curiosidade dos alunos, e assim, promovendo uma experiência educacional mais rica e motivadora.

A importância do GeoGebra no ensino da matemática vai além da simples visualização gráfica. Muitos estudantes enfrentam dificuldades em correlacionar os conceitos matemáticos aprendidos em sala de aula com aplicações práticas do dia a dia. A abordagem didática que integra o uso do celular e do GeoGebra para explorar funções quadráticas e outras funções matemáticas revela-se uma estratégia eficaz para superar essas barreiras. Além de permitir a visualização da trajetória de objetos e a busca por funções que melhor se ajustem a essa trajetória, essa metodologia incentiva os alunos a experimentarem e selecionarem as funções mais adequadas para cada situação.

O aprimoramento da educação matemática é um desafio que exige não apenas dedicação e pesquisa, mas também um compromisso constante com o aprimoramento. As atividades que incorporam o uso do GeoGebra, como demonstrado, são capazes de enriquecer significativamente o processo de ensino e aprendizagem, estimulando o interesse e a participação ativa dos alunos. Este caminho, embora desafiador, é recompensador tanto para educadores quanto para estudantes, contribuindo para uma compreensão mais profunda e aplicada da matemática.

4

Função Quadrática

Para aprimorar o conhecimento em matemática é necessário compreender sobre as funções do segundo grau em sua totalidade e essência. É interessante ressaltar que, ao longo da história, a análise de equações quadráticas variou de acordo com a região e o período em que foi estudada. Os antigos povos, como os Árabes, Babilônios, Egípcios, Europeus, Gregos e Hindus, tinham seus próprios métodos de aplicação das funções do segundo grau. De acordo com [Hohenwarter \(2002-02\)](#), os estudos iniciais sobre as funções quadráticas remontam a aproximadamente 2000.

Segundo [Capoano \(2022\)](#) antigamente, a resolução de equações quadráticas era tratada como problemas envolvendo o produto e a soma. O autor destaca que os antigos babilônios já eram capazes de resolver com eficiência equações quadráticas com três termos em textos e problemas datados do segundo milênio a.C. Atualmente, após um extenso percurso histórico de pesquisas e evoluções, o estudo das equações de segundo grau se encontra solidamente estabelecido e é considerado parte essencial do currículo escolar. Nas escolas do Brasil, os alunos são apresentados às equações de segundo grau a partir do 9º ano do ensino fundamental sobre um estudo relacionado a Fórmula quadrática, uma técnica amplamente utilizada na resolução de equações quadráticas, o matemático indiano, não foi o único a desenvolver métodos para resolver esse tipo de equação, já que algoritmos semelhantes eram utilizados muito antes de sua época.

Desse modo, na disciplina de matemática o Brasil é o único país que atribui erroneamente o nome de Bhaskara a essa fórmula. É importante destacar que Equação e Função são termos correlacionados, porém possuem significados diferentes. Uma equação representa uma igualdade matemática entre duas quantidades ou expressões. Alguns exemplos de equações matemáticas são: $2x + 3 = 7$, $x^2 - 4 = 0$ e $3y + 2z = 10$. Estas equações são fundamentais para resolver problemas matemáticos e podem ser resolvidas de forma cuidadosa e precisa. Uma função é uma correspondência entre conjuntos de dados, em que cada elemento de um conjunto (domínio) está relacionado a um único elemento de outro conjunto (contradomínio), seguindo uma regra que descreve essa relação. Alguns exemplos de funções são: $g(x) = x^2 - 4$

e $h(x, y) = 3y + 2x$. Uma função quadrática, ou função polinomial do segundo grau, é uma expressão matemática que descreve a relação entre uma variável e seu quadrado, juntamente com outros termos lineares e constantes. Em termos mais simples, é representada pela equação do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ em que a, b, c são coeficientes reais, com $a \neq 0$. Essa função desempenha um papel fundamental na matemática e é amplamente aplicada em diversos campos, incluindo física, engenharia e economia.

4.1 O ensino de função quadrática

De acordo com [Lima et al. \(2022\)](#) os fundamentos das funções são introduzidos aos alunos nos anos finais do Ensino Fundamental e são aprofundados no Ensino Médio, sendo avaliados em testes de grande porte como o ENEM. Além disso, o conhecimento em funções é essencial para disciplinas universitárias. A relevância do estudo de funções é destacada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

O estudo das funções desempenha um papel fundamental na aquisição da linguagem algébrica, que é essencial para expressar relações entre variáveis e modelar problemas do mundo real. Através do estudo das diferentes funções, os alunos podem construir modelos descritivos de fenômenos, permitindo conexões tanto dentro como fora da matemática. É crucial concentrar-se no conceito de função, em suas propriedades e operações, na interpretação de gráficos e nas aplicações práticas dessas funções.

No Ensino Médio, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz diretrizes claras e específicas para cada disciplina, incluindo a Matemática, onde as competências buscam desenvolver a capacidade dos estudantes de utilizar estratégias matemáticas em diversas áreas, como Aritmética, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, para interpretar e resolver problemas em diferentes contextos. Além disso, os alunos são incentivados a analisar a validade de seus resultados e a apresentar soluções de forma consistente, contribuindo para a construção de argumentos sólidos.

Para [Felipe & Vieira \(2019\)](#) a presença cada vez mais marcante das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) no dia a dia das pessoas é evidenciada ao longo desta pesquisa. Os estudos abordados destacam a importância dessas tecnologias no ambiente escolar, enriquecendo o processo de aprendizagem, estimulando a criatividade e despertando a curiosidade dos alunos. Diante disso, é crucial que os educadores estejam abertos a adotar um planejamento que inclua as TDICs, indo além do tradicional quadro e giz.

A integração dessas tecnologias nas salas de aula tornou-se essencial para preparar os alunos para o futuro da educação.

Durante destas pesquisas, constata-se que o software GeoGebra tem sido amplamente adotado, provavelmente devido à sua interface amigável e de fácil utilização, além de ser gratuito e facilmente acessível. Desse modo, este software se destacou pela sua completa gama de recursos em comparação com outras opções disponíveis, tornando-o a principal ferramenta utilizada neste trabalho. Embora haja diversas opções de softwares disponíveis para uso em sala de aula, nem todos possuem a mesma popularidade.

De acordo com [Limeira, Batista & Bezerra \(2020\)](#) no contexto do estudo das Funções do Segundo Grau, o GeoGebra tem sido o mais comumente utilizado devido à sua simplicidade de manuseio e acessibilidade gratuita. Além disso, o Winplot também é bastante utilizado, sendo outra opção de software livre, e o Excel, apesar de ser amplamente conhecido, surpreende muitos por sua utilidade no ensino da Matemática.

É importante ressaltar que a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) estimula o uso de tecnologias na educação escolar, e, seguindo esse estímulo do documento curricular, os conceitos de função do segundo grau explorados de maneira dinâmica ao longo deste trabalho demonstram claramente sua aplicabilidade na sala de aula.

Asim, para [Hohenwarter \(2002-02\)](#) é válido destacar que essas pesquisas revelaram muitas informações sobre a utilização das TDIC (Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação) para o ensino de Matemática. Seja para conteúdo de geometria, álgebra ou qualquer outro, a utilização dessas tecnologias pode dinamizar o ensino em sala de aula, como comprovado em diversos trabalhos e artigos que abordam esses temas utilizando softwares matemáticos, tornando o planejamento do professor ainda mais eficiente.

4.2 O ensino de função quadrática por meio do Geogebra

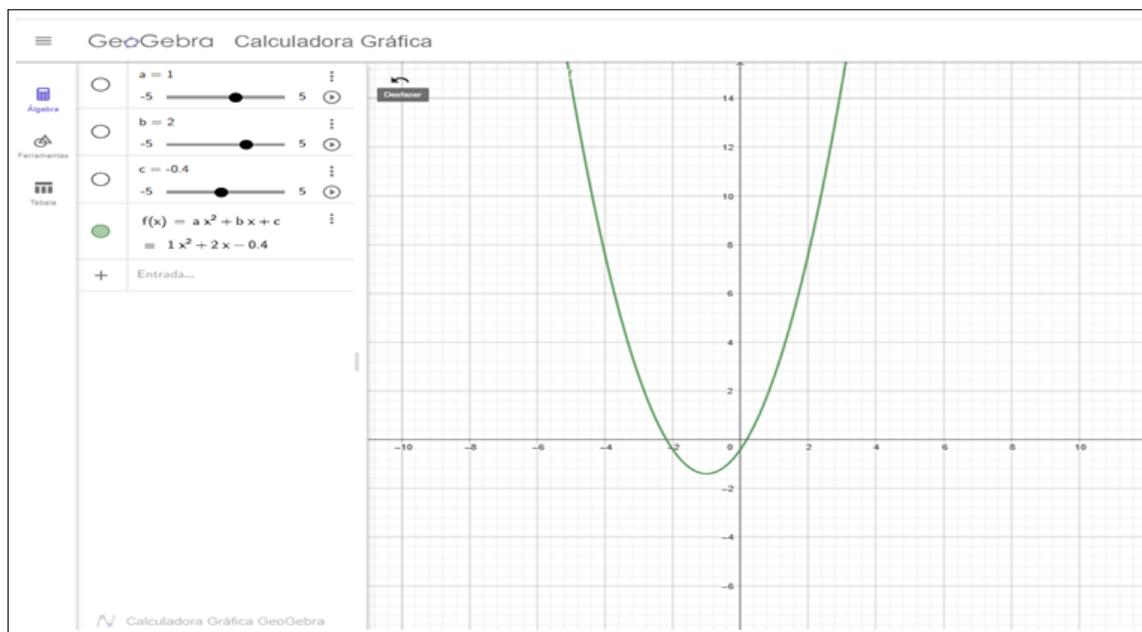
Para o estudo da função quadrática podemos seguir o ensinamento [Sá \(2020\)](#) no qual nos ensina que os conceitos podem ser propostos de modo gradativo. Dessa maneira, temos a cadência entre os conceitos propostos e podemos lançar mão das ferramentas computacionais para nos auxiliar nesse processo.

4.2.1 Parâmetro a

A representação gráfica de uma função quadrática é caracterizada por uma parábola, cuja concavidade é determinada pelo coeficiente a . Quando a é menor que zero, a parábola fica voltada para baixo; quando maior que zero, a concavidade é para cima. Se a for igual a zero, a função se torna afim, ou seja, seu gráfico é uma reta. Portanto, é fundamental

que o valor de a seja diferente de zero para garantir a correta representação da função. Nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3b observa-se a concavidade da parábola para os três exemplos, conforme o GeoGebra Classic.

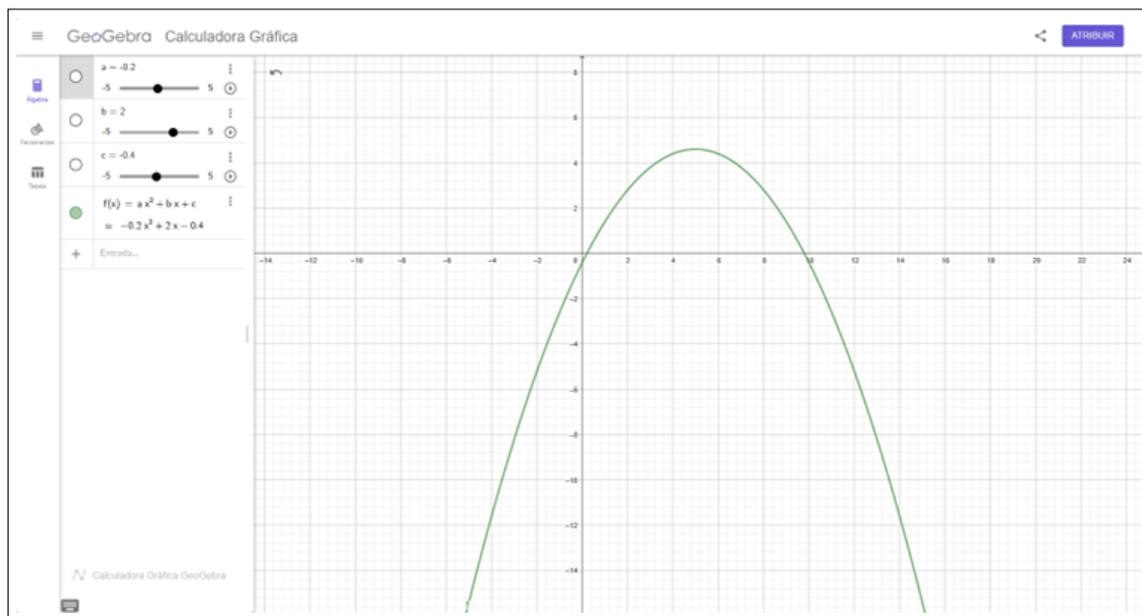
Figura 4.1: Concavidade da Parábola para $a > 0$



Fonte: Autor

Agora, podemos verificar como o gráfico da função muda quando o parâmetro a fica negativo. Perceba que ao colocar valores menores do que zero há uma mudança no vértice da parábola e isso deve ficar marcado para o aluno como uma das mudanças centrais porque a isso podemos relacionar os pontos de máximo e de mínimo de uma parábola.

Figura 4.2: Concavidade da Parábola para $a < 0$



Fonte: Autor

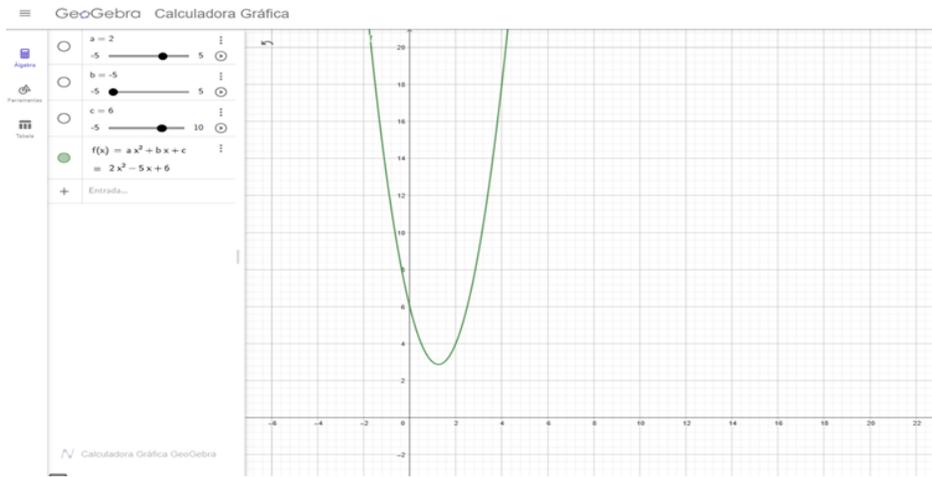
A análise dos coeficientes da função pode fornecer insights valiosos sobre o gráfico, já que cada coeficiente exerce sua própria influência. Notavelmente, o coeficiente a desempenha um papel crucial na determinação da concavidade e da abertura da parábola - quanto mais próximo de zero, maior será a abertura.

4.2.2 Parâmetro b

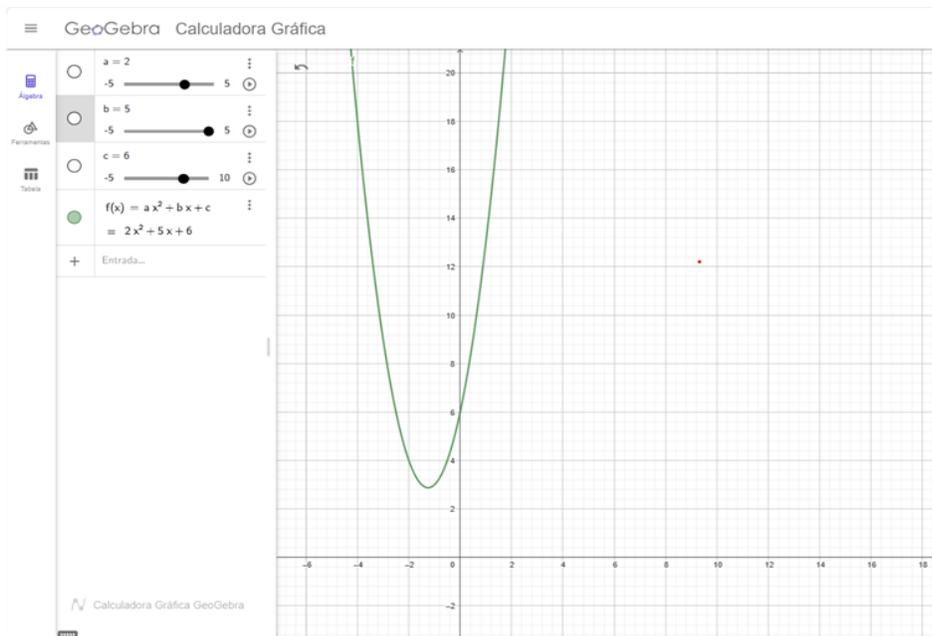
O parâmetro b possui a capacidade de influenciar a posição do gráfico da função, apresentando diferentes comportamentos conforme seu valor: para $b < 0$, o gráfico intersecta o eixo $-y$ de forma decrescente; para $b > 0$, o gráfico intersecta o eixo $-y$ de forma crescente; e para $b = 0$ o gráfico intersecta no vértice da parábola. As Figuras 4.3 (a)e(b) ilustram esses três casos de forma clara

Figura 4.3: Função $f(x)$ com parâmetro $\pm b$

(a) $b < 0$

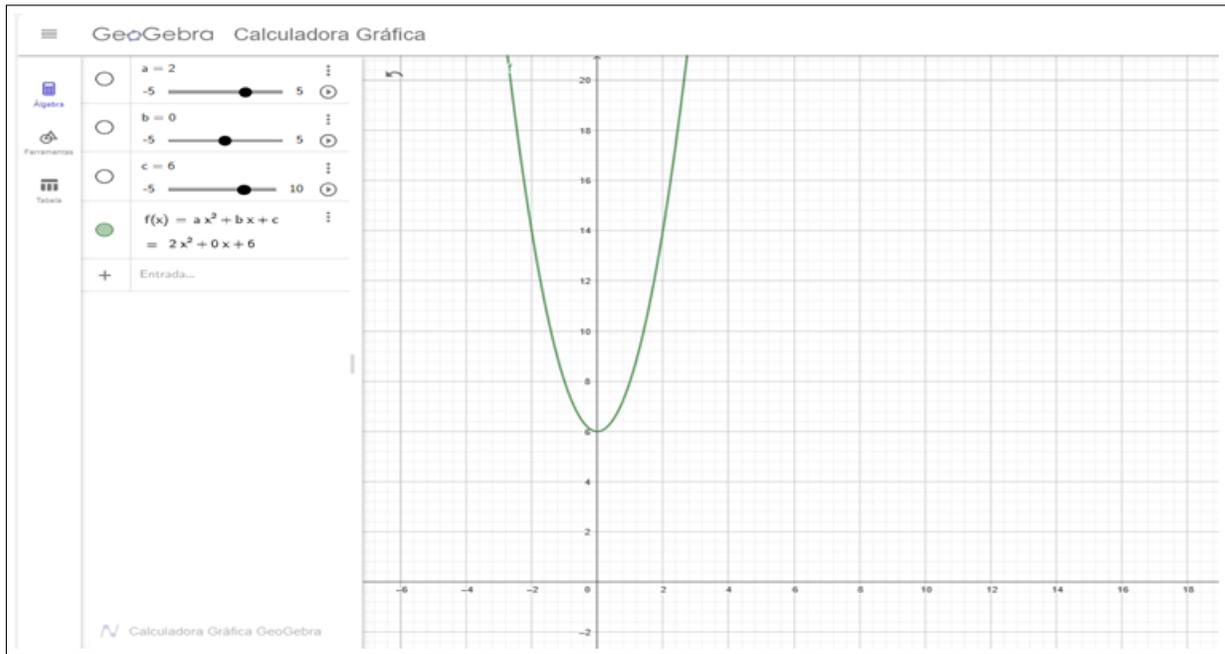


(b) $b > 0$



Fonte: Autor

Figura 4.4: Gráfico da função quadrática para $b = 0$, $f(x) = 2x^2 + 0x + 6$

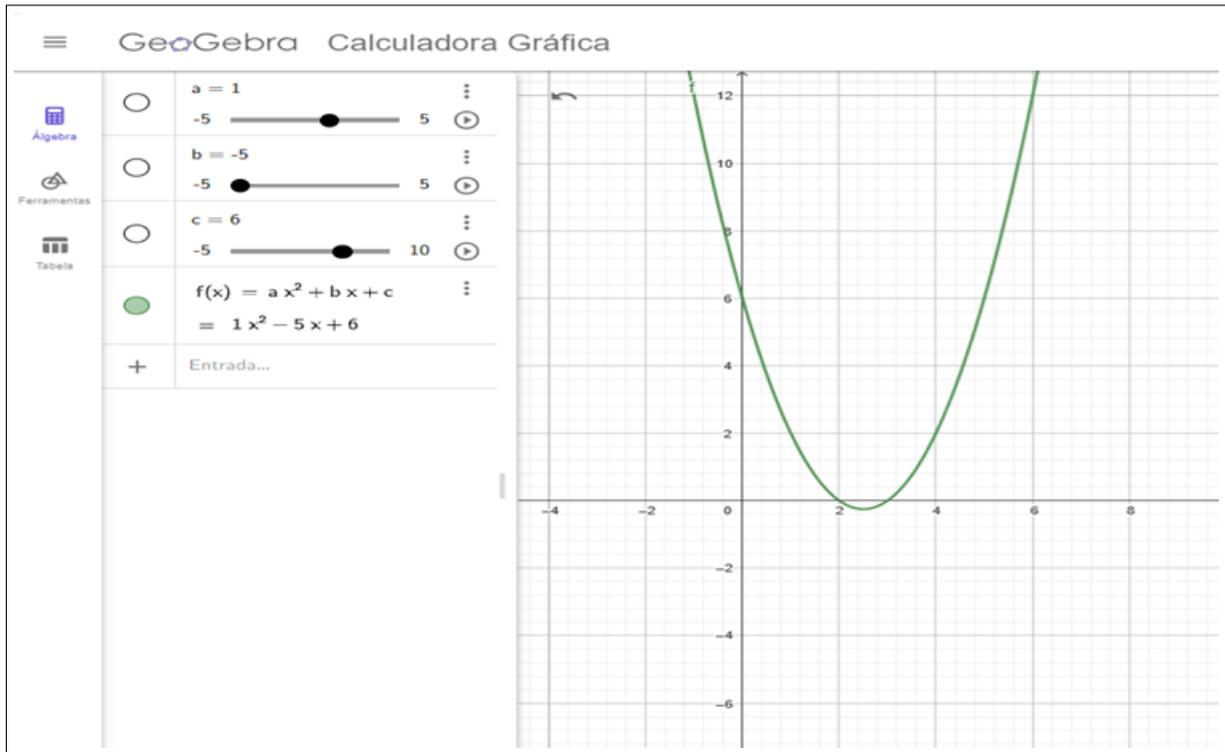


Fonte: Autor

4.2.3 Parâmetro c

O parâmetro c determina o ponto de intersecção do gráfico com o eixo y . Ou seja, o termo independente da função quadrática determina em que ponto do eixo das ordenadas o gráfico da função interceptará.

Figura 4.5: Gráfico da parábola para $c = 6$, $f(x) = x^2 - 5x + 6$



Fonte: Autor

4.3 Formulação teórica da função quadrática

De acordo com [Wagner et al. \(2016\)](#) uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se quadrática quando é possível determinar números reais a, b, c com $a \neq 0$ tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$ qualquer que seja $a \in \mathbb{R}$. Temos que os coeficientes da função quadrática f ficam determinados pelo valores que essa função assume. Isto quer dizer que, se $ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$ para qualquer $a \in \mathbb{R}$ então isso significa que $a = a', b = b'$ e $c = c'$. Vejamos se isso realmente faz sentido. Seja $ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$ para todo $a \in \mathbb{R}$.

Sem perda de generalidade, vamos tomar $x = 0$, daí obtemos $c = c'$. Então, cancelando c e c' obtemos a igualdade $ax^2 + bx = a'x^2 + b'x$ para todo $a \in \mathbb{R}$. Particularmente, podemos afirmar que a igualdade vale qualquer que seja a em \mathbb{R} . Nesse caso, dividindo ambos o membros por x temos que $ax + b = a'x + b'$ para todo $x \neq 0$. Tomando, primeiramente $x = 1$ e depois $x = -1$ temos que $a + b = a' + b'$ e $-a + b = -a' + b'$ de onde conclui-se que $a = b$ e $a' = b'$.

A partir das observações anterioremos podemos distinguir uma função quadrática,

que representa uma relação entre variáveis e um trinômio do segundo grau. Daí podemos estabelecer que um trinômio do 2º grau é uma expressão formal do tipo $aX^2 + bX + c$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$ sendo $a \neq 0$. Quando nos reportamos a palavra *formal* queremos dizer que a letra X é apenas um símbolo sendo X^2 apenas uma forma abreviada de escrever $X \cdot X$. Por definição, dois trinômios $aX^2 + bX + c = a'X^2 + b'X + c'$ são iguais apenas quando $a = a'$, $b = b'$ e $c = c'$.

A cada trinômio corresponde a função quadrática definida por $x \rightarrow ax^2 + bx + c$. Dessa maneira, temos que a correspondência (trinômio) \rightarrow (função quadrática) é biunívoca. Com isso, vamos relacionar a função quadrática com o trinômio do segundo grau a ela associado e vamos denotar a função

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

sempre quando não houver problemas de confundi-la com o número real $f(x)$, que é o valor da função no ponto x .

Com o intuito de obtermos $a = a'$, $b = b'$ e $c = c'$, não é obrigatório fazer a exigência, como anteriormente, de que:

$$ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$$

Para todo $x \in \mathbb{R}$. Basta supor que esta igualdade valha para três valores distintos de x .

Suponhamos que as funções quadráticas

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{e} \quad g(x) = a'x^2 + b'x + c'$$

assumam os mesmos valores $f(x_1) = g(x_1)$, $f(x_2) = g(x_2)$ e $f(x_3) = g(x_3)$ para três números distintos x_1, x_2 e x_3 . Escrevendo $\alpha = a - a'$, $\beta = b - b'$ e $\gamma = c - c'$ queremos provar que $\alpha = \beta = \gamma = 0$.

Inicialmente, sabemos que $f(x_1) - g(x_1) = 0$, $f(x_2) - g(x_2) = 0$ e $f(x_3) - g(x_3) = 0$. Isso significa que :

$$\begin{cases} \alpha x_1^2 + \beta x_1 + \gamma = 0 \\ \alpha x_2^2 + \beta x_2 + \gamma = 0 \\ \alpha x_3^2 + \beta x_3 + \gamma = 0 \end{cases}$$

Subtraindo a primeira equação de cada uma das outras, vem:

$$\begin{cases} \alpha(x_2^2 - x_1^2) + \beta(x_2 - x_1) = 0 \\ \alpha(x_3^2 - x_2^2) + \beta(x_3 - x_2) = 0 \end{cases}$$

Como $x_2 - x_1 \neq 0$ e $x_3 - x_2 \neq 0$, pode-se dividir a primeira dessas equações por $x_2 - x_1$ e a segunda por $x_3 - x_2$ e daí obtemos:

$$\begin{cases} \alpha(x_1 + x_2) + \beta = 0 \\ \alpha(x_2 + x_3) + \beta = 0 \end{cases}$$

Dessa maneira, subtraindo membro a membro temos $\alpha(x_3 - x_1) = 0$. Como $x_3 - x_1 \neq 0$ implica que $\alpha = 0$. Substituindo nas equações anteriores, obtemos que $\alpha = \beta = \gamma = 0$. Como queríamos. Dessa forma, mostramos que *se duas funções quadráticas assumem os mesmos valores em três pontos distintos x_1, x_2 e x_3 então essas funções são iguais, isto é, elas assumem o mesmo valor para qualquer número real x*

4.4 Caracterização da função quadrática

A função quadrática mais simples, quando $a = 1$, isto é, $f(x) = x^2$, transforma a progressão aritmética

$$1, 2, 3, 4, \dots, n, n + 1$$

na sequência

$$1, 4, 9, 16, n^2, n^2 + 2n + 1, \dots,$$

que não é, a princípio, uma progressão aritmética, a saber, a diferença entre dois termos consecutivos não é constante. No entanto, se observarmos mais atentamente as diferenças entre os termos consecutivos desta última sequência vamos encontrar

$$3, 5, 7, \dots, 2n-1, \dots,$$

que é uma progressão aritmética.

Se $f(x) = ax^2 + bx + c$ é uma função quadrática arbitrária e

$$x_1, x_2, x_3, x_4, \dots$$

é uma progressão aritméticas qualquer, então a sequência

$$y_1, y_2, y_3, \dots$$

dos valores $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), y_3 = f(x_3) = \dots$ goza das propriedades de que as diferenças sucessivas

$$d_1 = y_2 - y_1, d_2 = y_3 - y_2, d_3 = y_4 - y_3, \dots$$

formam uma progressão aritmética. De modo mais preciso, se $x_{i+1} - x_i = r$ qualquer que seja $i \in \mathbb{N}$ então $d_{i+1} - d_i = 2ar^2$

Uma *progressão aritmética de segunda ordem* é uma sequência y_1, y_2, y_3, \dots tal que as diferenças sucessivas

$$d_1 = y_2 - y_1, d_2 = y_3 - y_2, d_3 = y_4 - y_3, \dots$$

formam uma progressão aritmética usual. Isto é, se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é qualquer função quadrática e $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots$ é uma progressão aritmética arbitrária então os números $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), y_3 = f(x_3), y_4 = f(x_4), \dots$ formam uma progressão aritmética de segunda ordem. A seguir, vamos mostrar que, reciprocamente, toda função contínua $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que transforma progressões aritméticas em progressões aritméticas de segunda ordem é da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$. Vamos estabelecer, primeiramente, que uma progressão aritmética é a restrição de uma função afim aos números naturais: se $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ é uma P.A. de razão r então a igualdade $x_n = x_1 + (n-1)r$ pode ser escrita como $x_n = an + b$ onde $a = r$ e $b = x_1 - r$. Logo, a função afim $f(x) = ax + b$, quando restrita aos números naturais, fornece os termos $x_1 = f(1), x_2 = f(2), \dots, x_n = f(n)$ da P.A. Analogamente, se $y_1 = y_2, \dots, y_n, \dots$ é uma P.A. de segunda ordem, existem números reais a, b, c tais que $y_n = an^2 + bn + c$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Assim, considerando a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ temos $y_n = f(n)$ qualquer que seja n natural, assim a restrição de f aos números naturais fornece os termos da P.A. de segunda ordem dada. Tomemos as diferenças sucessivas

$$y_2 - y_1, y_3 - y_2, \dots, y_{n+1} - y_n$$

formam uma P.A. ordinária, cujo primeiro termo é $d = y_2 - y_1$ cuja razão chamaremos de r . Daí o n -ésimo termo é

$$y_{n+1} - y_n = d + (n-1)r$$

para $n = 1, 2, 3, \dots$, temos então

$$\begin{aligned}y_{n+1} &= (y_{n+1} - y_n) + (y_n - y_{n-1}) + \dots + (y_3 - y_2) + y_1; \\ &= [d + (n-1)r] + [d + (n-2)r] + \dots + [d + r] + d + y_1; \\ &= nd + \frac{n(n-1)}{2}r + y_1\end{aligned}$$

para todo n natural.

Tal igualdade também é válida para $n = 0$, o que nos permite escrever

$$\begin{aligned}y_n &= (n-1)d + \frac{(n-1)(n-2)}{2}r + y_1; \\ &= \frac{r}{2}n^2 + (d - \frac{3r}{2})n + r - d + y_1; \\ &= an^2 + bn + c\end{aligned}$$

Para qualquer n natural, com $a = \frac{r}{2}$, $b = d - \frac{3r}{2}$, $c = r - d + y_1$

Teorema 1 (Caracterização das Funções Quadráticas). *A fim de que a função contínua $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ seja quadrática é necessário e suficiente que toda progressão aritmética não constante $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ seja transformada por f numa progressão aritmética de segunda ordem não degenerada $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \dots, y_n = f(x_n), \dots$*

Demonstração. Para a necessidade observemos que uma P.A. pode ter razão $x_{n+1} - x_n = 0$. Nesse caso, trata-se de uma sequência constante: x_1, x_1, \dots . Consequentemente, uma P.A. de segunda ordem pode ser reduzida a uma P.A. ordinária quando a razão r da P.A. $y_2 - y_1, y_3 - y_2, \dots$ for igual a zero. Neste caso, $a = \frac{r}{2} = 0$ e a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ com $y_n = f(n)$, não é quadrática, reduzindo-se a $f(x) = bx + c$. Agora, para mostrar a suficiência consideremos $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua com a propriedade de transformar toda progressão aritmética não constante em uma P.A. de segunda ordem não degenerada. Substituindo $f(x)$ por $g(x) = f(x) - f(0)$ podemos perceber que g tem as mesmas propriedades de f e mais uma propriedade adicional de que $g(0) = 0$. Considerando a P.A. $1, 2, 3, 4, 5, \dots$, vemos que os valores $g(1), g(2), \dots, g(n), \dots$ formam uma progressão aritmética de segunda ordem

não degenerada. Consequentemente, existem constantes $a \neq 0$ tais que

$$g(n) = an^2 + bn$$

qualquer que seja n natural. Agora, fixemos um número arbitrário $p \in \mathbb{N}$ e consideremos a progressão aritmética

$$\frac{1}{p}, \frac{2}{p}, \frac{3}{p}, \dots, \frac{n}{p}, \dots$$

Analogamente, conclui-se que existem $a' \neq 0$ e b' tais que

$$g\left(\frac{n}{p}\right) = a'n^2 + b'n$$

para todo $n \in \mathbb{N}$. Daí, para todo n natural obtemos:

$$\begin{aligned} an^2 + bn &= g(n) \\ &= g\left(\frac{np}{p}\right) \\ &= a'(np)^2 + b'(np) \\ &= (a'p^2)n^2 + (b'p)n \end{aligned}$$

Assim, as funções quadráticas

$$ax^2 + bx \quad \text{e} \quad (a'p^2)x^2 + (b'p)x$$

coincidem para todo $x = n \in \mathbb{N}$. Como estabelecemos inicialmente, isso obriga a termos $a = a'p^2$ e $b = b'p$, isto é, $a' = \frac{a}{p^2}$, $b' = \frac{b}{p}$. Logo, para quaisquer números naturais n e p vale:

$$\begin{aligned} g\left(\frac{n}{p}\right) &= a'n^2 + b'n \\ &= \frac{a}{p^2}n^2 + \frac{b}{p}n \\ &= a\left(\frac{n}{p}\right)^2 + b\left(\frac{n}{p}\right) \end{aligned}$$

vemos então que as funções contínuas $g(x)$ e $ax^2 + bx$ são tais que $g(r) = ar^2 + br$ para todo racional positivo $r = \frac{n}{p}$. Segue-se que $g(x) = ax^2 + bx$ para todo real positivo x . De modo análogo, considerando a P.A. $-1, -2, -3, \dots$ concluiríamos que $g(x) = ax^2 + bx$ para todo $x \leq 0$. Logo, pondo $f(0) = c$, temos que $f(x) = g(x) + c$, isto é

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Para todo $x \in \mathbb{R}$

□

Metodologia

Este estudo é de natureza quali quantitativa, pois além dos benefícios quantitativos no índice de acertos das questões, o uso do software também tornou a aula mais dinâmica e agradável. Segundo [Marconi & Lakatos \(1999\)](#), as concepções quantitativas não são baseadas apenas em números, pois existem influências de pressupostos teóricos e limitações.

Dessa forma, foi analisada também a aceitação dos alunos em relação ao uso das tecnologias. Na realização dessa pesquisa, utilizei uma metodologia mista, que envolveu a coleta de dados e a avaliação da aceitação dos alunos sobre o uso do referido software.

Conforme explicam [Ribeiro, Gomes & Macêdo \(2018\)](#), a pesquisa quali quantitativa permite a análise de informações que não são imediatamente aparentes em um grande volume de dados. Essa transformação dos dados possibilita sua visualização sob uma nova perspectiva, facilitando a observação e interpretação de fenômenos complexos.

A investigação foi realizada em uma escola municipal de ensino público localizada na cidade de Açailândia - MA. O foco da pesquisa se concentrou em quatro turmas de Ensino médio. A amostra estudada consistiu em 127 alunos do 1º ano, com idades variando entre 13 e 15 anos, distribuídos em quatro turmas distintas. Nas turmas 3 e 4, que formam o grupo B as aulas foram conduzidas de forma tradicional, utilizando-se quadro de acrílico e pincel. Por outro lado, nas turmas 1 e 2, que formam o grupo A, optou-se por uma abordagem pedagógica diferenciada, empregando *datashow* e *notebook* para a utilização do *software* matemático GeoGebra como ferramenta de auxílio.

Para a coleta de dados, durante as aulas, alguns questionamentos foram levantados aos alunos para saber da aceitação dos mesmos sobre o uso do referido *software* (questionário disponível no apêndice) e, ao término das aulas, aplicou-se um questionário contendo oito perguntas relacionadas ao tema de funções quadráticas.

O objetivo era avaliar o impacto do uso do *software* GeoGebra na qualidade do ensino. Após a correção dos questionários, procedeu-se à tabulação dos dados de maneira quantitativa, buscando evidenciar as diferenças e melhorias no processo de aprendizagem decorrentes da metodologia aplicada em cada turma.

Para garantir a consistência na aplicação das metodologias diferentes, as aulas foram planejadas detalhadamente. Um plano de aula estruturado foi elaborado tanto para as aulas tradicionais quanto para as aulas utilizando o GeoGebra, garantindo que o conteúdo e o tempo de ensino fossem equivalentes entre as turmas.

Além do questionário aplicado ao final das aulas, foi realizado um pré-teste antes do início das aulas a fim de verificar se as turmas possuíam alguma disparidade em nível de conhecimento, para que, na realização do teste ao final das aulas, não houvesse destaque para uma possível melhor turma. Isso permitiu medir de forma mais precisa o impacto do *software* GeoGebra no desempenho dos alunos, comparando o progresso de aprendizagem entre as turmas.

Para complementar os dados quantitativos, sobre a análise qualitativa, foram conduzidas entrevistas semiestruturadas com um grupo representativo de alunos de cada turma. Essas entrevistas visaram explorar as percepções dos alunos sobre o uso do GeoGebra, fornecendo dados qualitativos que enriqueceram a análise.

Foi realizada uma observação sistemática durante as aulas, registrando o engajamento e a interação dos alunos nas diferentes abordagens pedagógicas. As observações das respostas foram levadas em consideração, proporcionando um contexto adicional para interpretar os resultados quantitativos e qualitativos. Essas melhorias visam fortalecer a validade e a confiabilidade dos resultados da pesquisa, oferecendo uma compreensão mais abrangente dos impactos do uso de tecnologias educacionais no processo de ensino-aprendizagem.

Além disso, a análise dos dados qualitativos obtidos nas entrevistas e observações foi essencial para identificar padrões e tendências que não poderiam ser capturados apenas pelos dados quantitativos. A interação dos alunos com o *software* GeoGebra foi examinada para entender como a tecnologia influenciou a motivação e a participação dos alunos durante as aulas. Esse exame revelou *insights* valiosos sobre as preferências dos alunos em relação às metodologias pedagógicas e permitiu ajustes finos nas abordagens de ensino para atender melhor às necessidades dos alunos.

Por fim, os resultados da pesquisa pretendem mostrar que o uso do *software* GeoGebra como ferramenta de auxílio podem auxiliar no processo de ensino-aprendizagem e esses resultados também serão utilizados para desenvolver recomendações práticas para a integração de tecnologias educacionais em sala de aula. A análise comparativa entre os métodos tradicionais e o uso do GeoGebra ajudará a informar futuras decisões sobre a implementação de recursos tecnológicos no currículo escolar.

Espera-se que essas recomendações não apenas melhorem o processo de ensino-aprendizagem, mas também forneçam uma base sólida para futuras pesquisas na área de tecnologias educacionais e suas aplicações no ensino de Matemática.

6

Análise e discussão de resultados

Os resultados da pesquisa indicaram uma diferença significativa no desempenho dos alunos que utilizaram o GeoGebra (Grupo A) em comparação com aqueles que seguiram métodos tradicionais (Grupo B).

A seguir, apresentamos uma análise detalhada dos resultados na tabela. Em sequência foram colocados os gráficos comparativos.

6.0.1 Tabela e gráficos comparativos

Podemos observar, pelos dados da tabela, que o grupo que utilizou o Geogebra foi muito melhor nas resoluções das questões do que o grupo que não utilizou o programa.

Tabela 6.1: Desempenho dos Alunos nas Questões

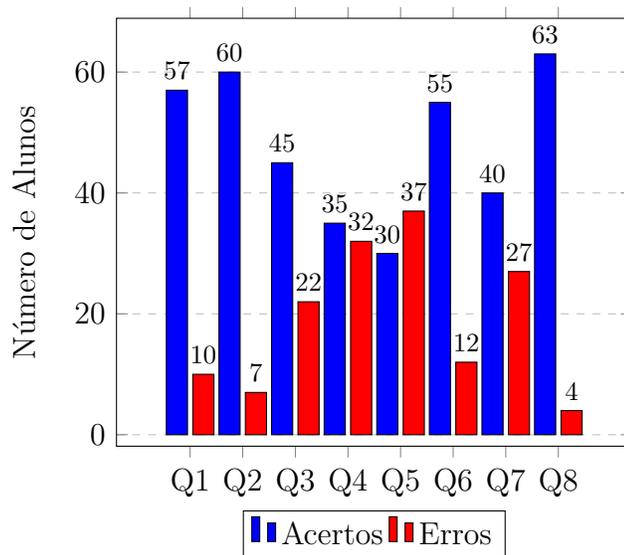
Questão	GeoGebra		Sem GeoGebra	
	Acertos	Erros	Acertos	Erros
1	57	10	40	20
2	60	7	55	5
3	45	22	35	25
4	35	32	25	35
5	30	37	20	40
6	55	12	30	30
7	40	27	15	45
8	63	04	27	33

Fonte: do autor.

Na Figura 6.1, vamos analisar o gráfico do grupo que utilizou o geogebra.

Podemos perceber, de acordo com [Caliani \(2021\)](#), que a utilização do software tem um impacto muito grande na percepção de vários aspectos relacionados a aprendizagem do

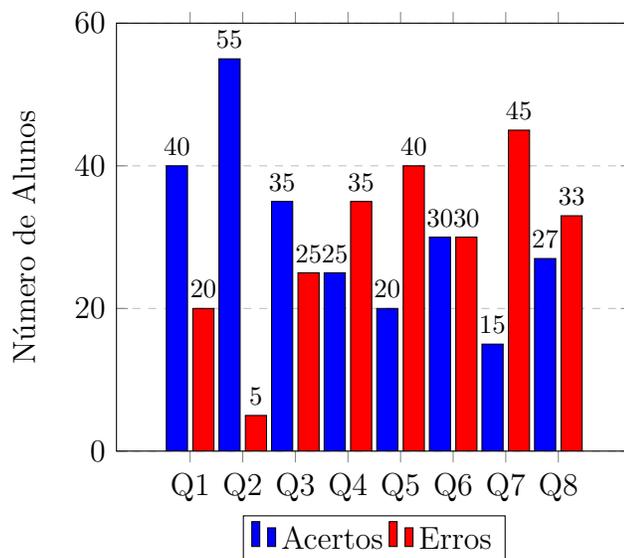
Figura 6.1: Desempenho nas Questões com Geogebra



Fonte: do autor.

conceito de função quadrática. Podemos observar, por exemplo, que as questões que exigem uma avaliação mais visual os alunos que utilizaram o software se sobressaem porque eles visualizaram mais de uma vez e compreenderam como ocorre o comportamento do gráfico.

Figura 6.2: Desempenho nas Questões sem Geogebra



Fonte: do autor.

Por outro lado, no grupo dos alunos que não utilizaram o software a curva de apren-

dizado ocorre de modo mais demorado em virtude das limitações próprias dos trabalhos manuais. Isso porque, ao construir o gráfico todas as vezes para cada tipo de parâmetro o aluno, naturalmente, vai perdendo o entusiasmo e acaba perdendo o interesse [Capoano \(2022\)](#).

Ainda que a construção do gráfico possa parecer algo interessante, em um primeiro momento, segundo [Almeida, Castro & Silva \(2021\)](#) esse interesse inicial vai se dissipando na medida em que a atividade vai tomando o tempo do aluno e ele começa a cometer enganos técnicos como errar a linha ou trocar um sinal por engano.

6.0.2 Tabelas e Gráficos Comparativos por questão

Questão 01

Na primeira questão respondida pelos alunos podemos observar uma superioridade nas respostas obtidas pelos alunos que fizeram uso do software.

Tabela 6.2: Desempenho dos Alunos na Questão 1

Grupo	Ferramenta	Acertos	Erros
A	GeoGebra	57	10
B	Sem GeoGebra	40	20

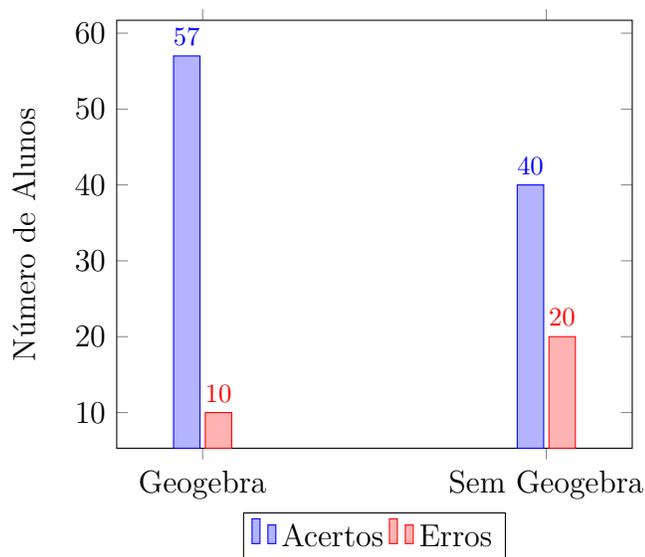
Fonte: do autor.

Nessa questão é perceptível o resultado dos alunos que utilizaram software e os que não utilizaram. Podemos comparar os percentuais de acerto do grupo que utilizou o software que for aproximadamente 85% contra 66% do grupo que não utilizou o software.

Isso pode ser justificado, segundo [Felipe & Vieira \(2019\)](#) por conta da maior facilidade em visualizar o gráfico pronto e utilizar os comandos para testar os possíveis efeitos dos parâmetros no gráfico, haja vista que a questão proposta não era tão direta e apresenta um grau de dificuldade médio para o aluno do 1º ano.

Dessa maneira, é perceptível a influência da utilização do software na medida em que o erro do grupo que fez o uso do Geogebra foi bem menor do que o grupo que não utilizou. Isto é, com o poder computacional o erro pode ser minimizado e ainda pode ser utilizado como forma de instrução no momento em que se compara os gráficos gerados em cada uma das alternativas.

Figura 6.3: Comparação de Acertos e Erros Questão 1



Fonte: do autor.

Questão 02

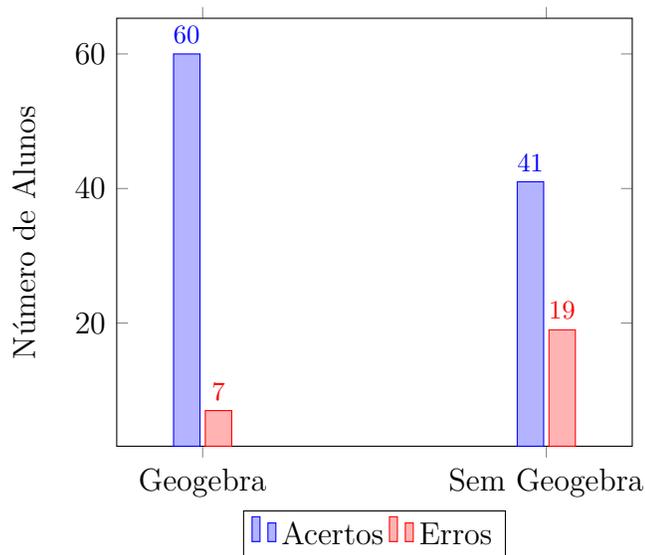
Na questão 02 podemos observar o impacto da utilização do software, uma vez que os acertos no grupo 1 foram muito maiores no grupo com software do que o grupo sem software. Segundo [Farias, Martins & Santos \(2021\)](#) o uso do Geogebra demonstra ser um facilitador do aprendizado do aluno quando o assunto é reconhecimento de gráficos. Podemos observar isso pelo caráter da questão. Nela era pedido para o aluno dizer qual o formato do gráfico. Entre os alunos que não utilizaram o software podemos observar uma taxa de erro na casa dos 32% aproximadamente. A taxa de erro, no grupo que utilizou o Geogebra, ficou em 10% aproximadamente. Dessa maneira, temos que observar padrões em gráficos é algo benéfico que o software proporciona e contribui para um processo de aprendizagem muito mais eficaz.

Tabela 6.3: Desempenho dos Alunos na Questão 2

Grupo	Ferramenta	Acertos	Erros
A	GeoGebra	60	07
B	Sem GeoGebra	41	19

Fonte: do autor.

Figura 6.4: Comparação de Acertos e Erros Questão 2



Fonte: do autor.

Questão 03

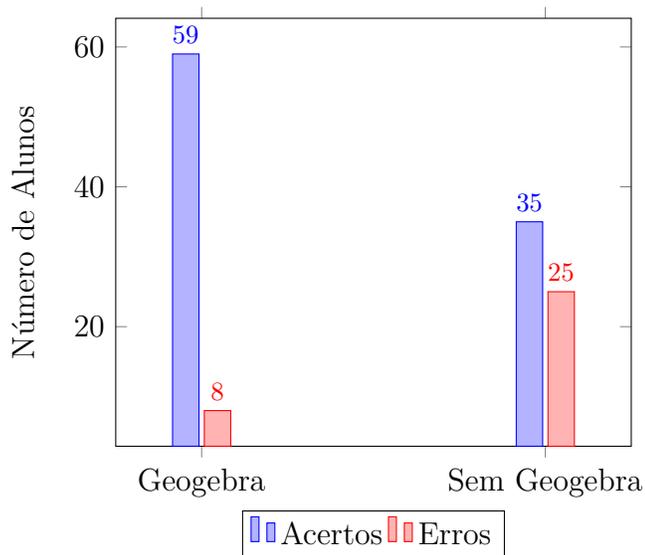
Na questão 03 observamos que os alunos que utilizaram o software se sentiram mais a vontade em responder a esse problema. Isso se deve ao caráter dinâmico que esse programa proporciona. Observa-se que o erro, para o grupo A, que utilizou o programa, foi aproximadamente de 12%. Isto é, temos uma taxa de acerto de quase 90% para esse grupo. Porém, para o grupo que não fez o uso do software temos uma taxa de erro de aproximadamente 42%. Isto significa que quase a metade dos alunos que não utilizaram o programa não reconhece a influência do parâmetro c no gráfico. Nesse sentido, Branco et al. (2018) reforça que o aprendizado utilizando recursos computacionais tende a diminuir de forma significativa o erro em problemas como esse que fora proposto aos para reconhecimento de parêmtro.

Tabela 6.4: Desempenho dos Alunos na Questão 3

Grupo	Ferramenta	Acertos	Erros
A	GeoGebra	59	08
B	Sem GeoGebra	35	25

Fonte: do autor.

Figura 6.5: Comparação de Acertos e Erros Questão 3



Fonte: do autor.

Questão 04

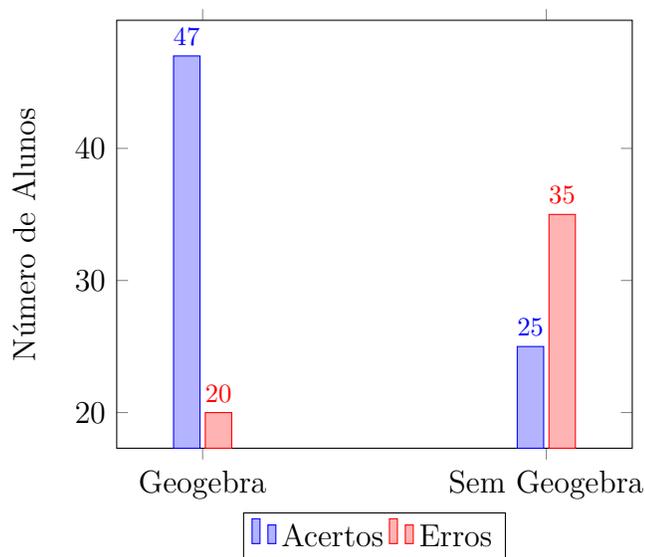
Na questão 04, ainda continuamos com a superioridade numérica de acertos com os alunos que fizeram uso do software. Essa questão envolvia o conceito de raízes e sua conexão com o gráfico. Foi observado que aproximadamente 30% dos alunos do grupo A erraram esse problema, ao passo que aproximadamente 60% dos alunos do Grupo B erraram. Observa-se que o erro praticamente dobrou de um grupo para outro e, novamente, os alunos que usaram o programa conseguiram relacionar melhor a função das raízes no gráfico. De acordo com [Borges \(2000\)](#) para o aluno, a prática precisa ser algo mais intenso e ser observado de vários prismas. Com isso entende-se que apenas o modelo tradicional de ensino de conteúdo não é suficiente para que haja um aprendizado significativo. Há de se pensar em novas formas de ensino para um novo público que se encontra em nossas redes de ensino.

Tabela 6.5: Desempenho dos Alunos na Questão 4

Grupo	Ferramenta	Acertos	Erros
A	GeoGebra	47	20
B	Sem GeoGebra	25	35

Fonte: do autor.

Figura 6.6: Comparação de Acertos e Erros Questão 4



Fonte: do autor.

Questão 05

A última questão, de acordo com a tabela a seguir, foi bem desafiadora para os dois grupos. vejamos.

Tabela 6.6: Desempenho dos Alunos na Questão 5

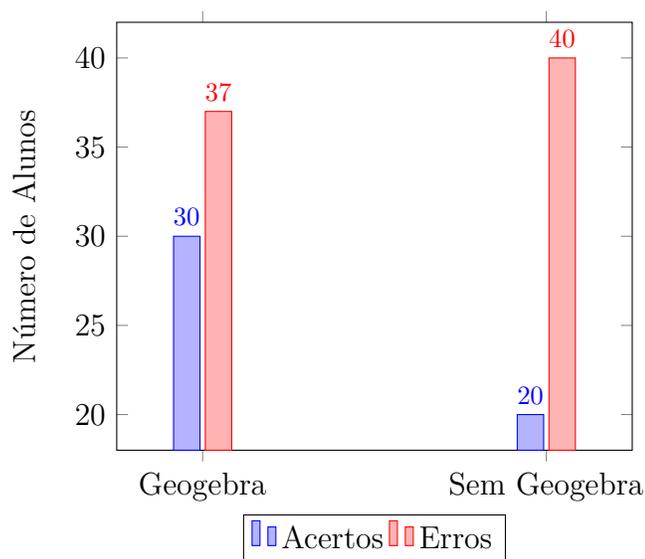
Grupo	Ferramenta	Acertos	Erros
A	GeoGebra	30	37
B	Sem GeoGebra	40	20

Fonte: do autor.

Nos dois grupos houveram erros que superam 50%. Porém, um aspecto positivo é que o erro no grupo dos alunos que utilizaram o Geogebra foi minorado, enquanto que o grupo que não utilizou o software o erro chegou a alarmantes 67%. Notemos que a questão precisava que o aluno pudesse utilizar as ferramentas analíticas que estavam em seu poder para relacionar o vértice da parábola com o gráfico.

Nesse sentido, [Capoano \(2022\)](#) aponta que ainda que o software seja algo que auxilie o aluno no aprendizado ele não é capaz de render resultados expressivos em curtíssimo prazo. O problema apresentado exigia um caráter analítico mais apurado e dadas as poucas aulas em

Figura 6.7: Comparação de Acertos e Erros Questão 5



Fonte: do autor.

que esse tema foi explorado não houve um tempo significativo para sedimentação desse saber.

Questão 06

Na questão 06 pode-se afirmar, com base em [Almeida, Castro & Silva \(2021\)](#) que os alunos que se utilizaram do Geogebra não tiveram, em sua maioria, dificuldades com esse problema pelo fato do recurso computacional proporcionar uma interação com o gráfico muito maior em um menor intervalo de tempo.

Isso porque, na manipulação gráfica o aluno tem uma facilidade maior na generalização uma vez que existe a possibilidade de ser colocados controles deslizantes, observar o resultado imediatamente e observar, de modo crítico, quais resultados ocorrem de acordo com a variação do parâmetro c . Podemos observar isso pelo resultado nos gráficos.

Observemos que aproximadamente 82% dos alunos que usaram o software conseguiram acertar a questão. Por outro lado, no grupo que não utilizou o Geogebra apenas 50% conseguir lograr êxito nas respostas. Podemos creditar esse percentual elevado de erros em uma questão simples a curva de aprendizado mais elevada para assimilação de conteúdo sem o software.

Com isso, segundo [Felipe & Vieira \(2019\)](#), há de se observar que o recurso computacional potencializa bastante o aprendizado e faz com que o erro, em questões simples seja

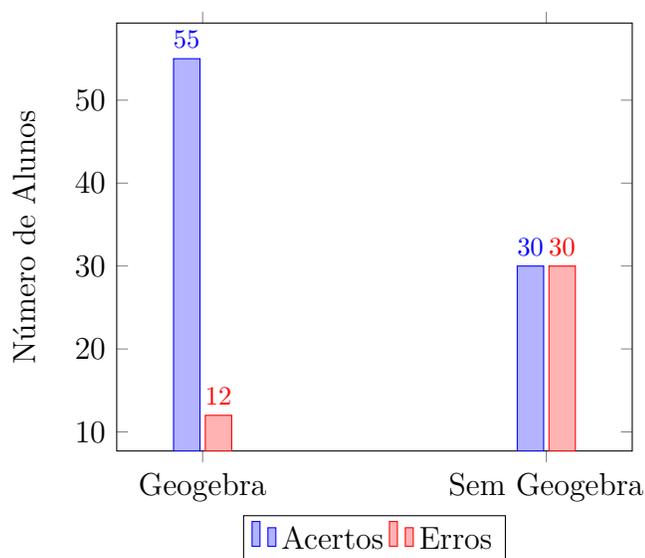
cada vez mais minorado e, dessa forma, o aprendizado ganhe significado de modo mais célere.

Tabela 6.7: Desempenho dos Alunos na Questão 6

Grupo	Ferramenta	Acertos	Erros
A	GeoGebra	55	12
B	Sem GeoGebra	30	30

Fonte: do autor.

Figura 6.8: Comparação de Acertos e Erros Questão 6



Fonte: do autor.

Questão 07

Na questão em que é pedido para que o aluno verifique qual função não possui raízes reais podemos observar que há bastante erros nos dois grupos analisados. No entanto, o erro no grupo A (Geogebra) o percentual de acerto foi bem maior sendo de, aproximadamente, 60% contra apenas 25% do grupo B (Sem Geogebra).

A complexidade do problema é considerada média, porém para o aluno que consegue visualizar o gráfico, de acordo com [Diniz \(2017\)](#) a complexidade é atenuada por uma experiência mais rica e completa no percurso de sua aprendizagem. Com isso, é válido salientar que o software não zera o erro, mas ele fornece uma experiência mais completa em relação ao ensino da Matemática do que apenas o ensino tradicional desse assunto.

Concordamos com [Lima et al. \(2022\)](#) quando mostra que o processo educacional depende, também, dos recursos inseridos durante o percurso trilhado. Além disso, segundo [Valente \(2021\)](#) hoje em dia podemos contar não somente com o software dentro de um computador de mesa ou notebook, mas um número significativo dos alunos possui smartphones que podem ser utilizados nesse processo. O Geogebra também pode ser utilizado via smartphone e assim democratizar ainda mais o estudo das funções quadráticas.

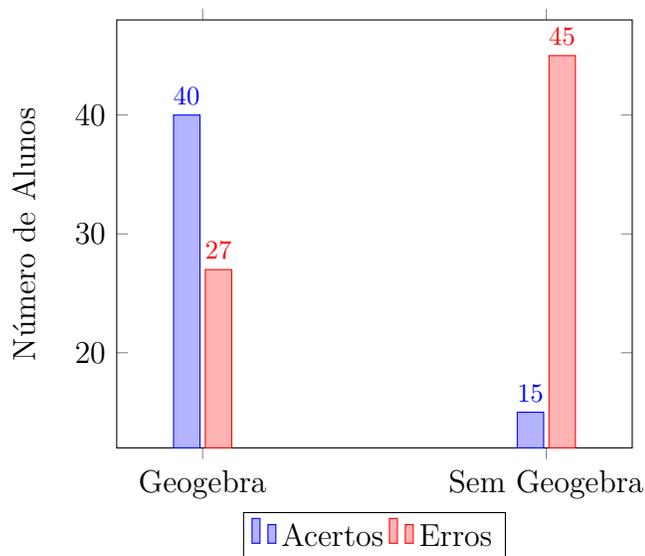
Para isso, conforme frisa [Branco et al. \(2018\)](#), é necessário o planejamento minucioso das atividades e das práticas a serem utilizadas dentro da sala de aula para que os objetivos não sejam desviados e os alunos acabem perdendo o entusiasmo no meio do processo. Dessa forma, contribuir para um ensino mais prático e mais atrativo é algo que todo professor que busca excelência no ensino precisa compreender para implementar em suas aulas.

Tabela 6.8: Desempenho dos Alunos na Questão 7

Grupo	Ferramenta	Acertos	Erros
A	GeoGebra	40	27
B	Sem GeoGebra	15	45

Fonte: do autor.

Figura 6.9: Comparação de Acertos e Erros Questão 7



Fonte: do autor.

Questão 08

Na última questão do questionário aplicado o grupo A (Geogebra) conseguiu se sair bem melhor do que o grupo B (sem Geogebra). Foram 94% de acerto do grupo A contra apenas 45% do grupo B. Podemos observar que essa questão, para os alunos sem software, é considerada complexa porque exige que o aluno tenha a habilidade de observar que o parâmetro a é quem determina a concavidade e, conseqüentemente, se haverá ponto de máximo ou de mínimo.

Para o aluno do grupo A ficou mais natural pelo fato de o contato com o software deixar o gráfico mais amistoso. Para o grupo B houve uma barreira natural pelo fato de ter que lidar com muitas informações em um intervalo de tempo relativamente curto. Para que um aluno, sem uso do Geogebra, consiga assimilar o conceito de máximos e mínimos demora um pouco mais porque tudo que ele vai realizar é manual e, muitos alunos, dependem apenas do que é passado em sala de aula.

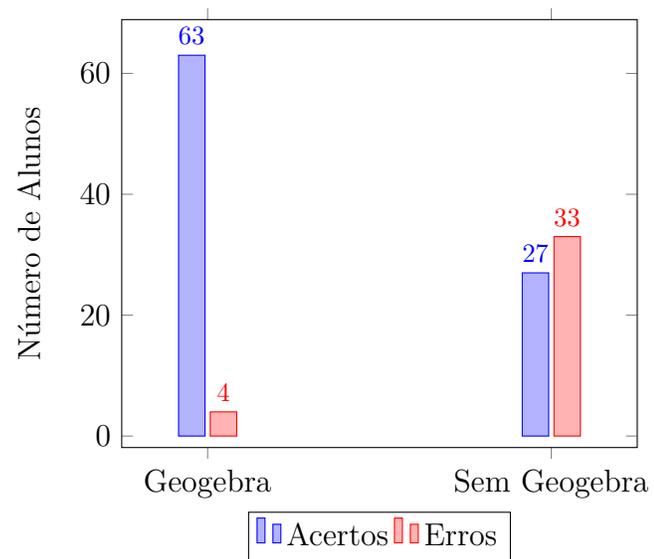
Não é a toa que o resultado do grupo B foi bastante inferior ao do grupo A pelo fato de que fazer os gráfico comparativos e analisar os parâmetros de forma manual são bastante tediosos. De acordo com [Limeira, Batista & Bezerra \(2020\)](#) em uma era onde o aluno já começa senod nativo da tecnologia e sabedor de muitos conceitos de informática e ter ao seu dispor várias ferramentas computacionais faz com que esse trabalho manual seja massante e, muitas vezes, ineficaz.

Tabela 6.9: Desempenho dos Alunos na Questão 8

Grupo	Ferramenta	Acertos	Erros
A	GeoGebra	63	04
B	Sem GeoGebra	27	33

Fonte: do autor.

Figura 6.10: Comparação de Acertos e Erros Questão 8



Fonte: do autor.

Considerações Finais

O uso do GeoGebra é uma abordagem inovadora no ensino das funções quadráticas e oferece uma série de vantagens significativas que potencializam a compreensão e o aprendizado dos alunos. Podemos citar, em primeiro lugar, a visualização gráfica interativa que o GeoGebra proporcionada pelo fato de permitir aos estudantes explorar as propriedades das funções quadráticas de maneira dinâmica e simplificada.

Em segundo lugar podemos falar que a manipulação direta dos coeficientes na fórmula $y = ax^2 + bx + c$ e a observação imediata das mudanças no gráfico promove um entendimento mais intuitivo das relações entre os coeficientes da função e a forma da parábola. Esta abordagem visual ajuda a consolidar conceitos abstratos, como a localização dos vértices, o eixo de simetria e as raízes da função e ainda pode ser relacionada mais tarde no ensino das cônicas na geometria analítica.

Os resultados evidenciam que o uso do GeoGebra proporciona uma compreensão mais intuitiva e precisa dos conceitos de funções quadráticas, resultando em um desempenho significativamente melhor dos alunos em comparação com métodos tradicionais sem uso de software. A visualização gráfica fornecida pelo GeoGebra facilita a aprendizagem e permite que os alunos estabeleçam conexões mais claras entre os parâmetros da função e o comportamento do gráfico.

Podemos citar alguns aspectos Positivos do Uso do GeoGebra no qual trouxe diversos benefícios, que foram destacados pelos alunos do Grupo A:

- **Visualização Dinâmica:** A capacidade de visualizar graficamente as funções quadráticas em tempo real ajudou os alunos a compreender melhor a relação entre a equação algébrica e sua representação gráfica.
- **Interatividade:** Os alunos puderam manipular os parâmetros das funções e observar as mudanças imediatas na curva, o que facilitou a compreensão dos efeitos dos coeficientes na forma da parábola.
- **Acessibilidade:** O GeoGebra está disponível tanto online quanto em aplicativos móveis, permitindo aos alunos acessar a ferramenta em qualquer lugar, o que promoveu um aprendizado contínuo fora da sala de aula.

- **Engajamento:** A interação com o software aumentou o engajamento dos alunos, tornando o aprendizado de matemática mais interessante e motivador.

A análise dos resultados indica que o uso do GeoGebra no ensino de funções quadráticas não só melhora o desempenho acadêmico dos alunos como também facilita a compreensão dos conceitos, tornando o aprendizado mais interativo e acessível. Isso pelo fato de que o aluno consegue perceber de modo dinâmico como funcionam cada parâmetro dentro da respectiva função.

Além disso, a facilidade de manuseio das funções conta bastante porque o sentido de "fazer" matemática fica muito mais latente quando o educando se coloca como autor de sua própria aprendizagem. Nesse sentido, é imperativo que, quando for possível, o professor utilize essa ferramenta dentro de sala de aula com o intuito de facilitar o aprendizado do aluno e faça com que ele construa novas sinapses positivas em relação ao estudo das funções quadráticas.

É importante destacar que o GeoGebra facilita a realização de experimentações e a verificação de hipóteses matemáticas. Os alunos podem rapidamente alterar parâmetros e observar os resultados, permitindo uma aprendizagem ativa e investigativa. Essa característica é fundamental para o desenvolvimento do pensamento crítico e das habilidades de resolução de problemas, pois incentiva os estudantes a formularem conjecturas, testá-las e validar suas conclusões de forma autônoma.

Outro benefício importante é a acessibilidade e a versatilidade do GeoGebra, que pode ser utilizado tanto em sala de aula quanto em ambientes de aprendizagem remota. A plataforma é gratuita e disponível em diversas línguas, o que amplia o acesso a estudantes de diferentes contextos socioeconômicos. Além disso, o GeoGebra integra-se facilmente a outras tecnologias educacionais e pode ser utilizado em dispositivos móveis, tablets e computadores, proporcionando flexibilidade no ensino e na aprendizagem.

O GeoGebra também fomenta a colaboração entre estudantes e professores. A possibilidade de compartilhar construções e atividades interativas online facilita a troca de ideias e a discussão coletiva sobre os conceitos matemáticos. Essa interação não apenas enriquece o processo de aprendizagem, mas também promove um ambiente de ensino mais inclusivo e colaborativo.

Ademais, a utilização e experimentação com o GeoGebra no estudo das funções quadráticas está alinhada com as competências e habilidades exigidas pelo século XXI, tais como o uso de tecnologias digitais e a habilidade de aprender de forma autônoma e contínua. A familiaridade com ferramentas tecnológicas avançadas prepara os estudantes para enfrentar os desafios acadêmicos e profissionais futuros, onde a fluência digital se torna cada vez mais essencial.

Nesse sentido, a aplicação do GeoGebra na educação matemática contribui significativamente para a motivação dos alunos. O aspecto lúdico e interativo da ferramenta torna o estudo das funções quadráticas mais atraente e envolvente, o que pode levar a um aumento do interesse e da participação nas aulas de matemática. Esta motivação intrínseca é crucial para a construção de uma atitude positiva em relação à disciplina e para a promoção do sucesso acadêmico a longo prazo.

Assim, o GeoGebra oferece uma gama abrangente de benefícios que vão desde a melhoria da compreensão conceitual até a promoção de habilidades essenciais para o século XXI. Sua utilização no ensino das funções quadráticas representa uma prática pedagógica inovadora e eficaz, que deve ser incentivada e explorada amplamente nos currículos escolares. Com sua capacidade de transformar o aprendizado matemático em uma experiência mais visual, interativa e envolvente, o GeoGebra se estabelece como uma ferramenta indispensável para educadores que buscam promover um ensino de alta qualidade e acessível a todos os estudantes.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W. de; CASTRO, É. M. V. de; SILVA, M. H. S. da. Recursos semióticos em atividades de modelagem matemática e o contexto on-line. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), v. 14, n. 2, p. 383–406, 2021. [53](#), [58](#)
- ARAÚJO, I. B. d. Uma abordagem para a prova com construções geométricas e cabri-geometre. PUC-SP, 2007. [11](#), [13](#), [15](#), [28](#)
- BORGES, M. A. G. A compreensão da sociedade da informação. *Ciência da Informação*, SciELO Brasil, v. 29, p. 25–32, 2000. [17](#), [30](#), [56](#)
- BRANCO, E. P. et al. Uma visão crítica sobre a implantação da base nacional comum curricular em consonância com a reforma do ensino médio. *[TESTE] Debates em Educação*, v. 10, n. 21, p. 47–70, 2018. [16](#), [20](#), [55](#), [60](#)
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. 2018. Acesso em: 10 abr. 2024. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. [13](#), [18](#), [28](#), [30](#)
- CALIANI, F. J. O. Um aplicativo de celular como alternativa metodológica para o ensino de semelhança de triângulos e pirâmides. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2021. [11](#), [19](#), [20](#), [23](#), [26](#), [51](#)
- CAPOANO, A. L. O. O som das funções: possibilidades em tecnologias digitais e educação matemática para futuros professores. Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2022. [15](#), [18](#), [25](#), [29](#), [34](#), [53](#), [57](#)
- CARVALHO, P. C. P.; MORGADO, A. C. de O. *Matemática Discreta*. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2015. 192 p. (Coleção Profmat). ISBN 9788583370154. [15](#)
- DINIZ, L. d. N. Leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso das tecnologias de informação e comunicação. 2017. [29](#), [59](#)
- FARIAS, J. V.; MARTINS, G. J. D.; SANTOS, A. S. B. dos. Matemática, arte e geogebra: fazendo arte com a função quadrática e com tecnologias digitais. *Holos*, v. 4, p. 1–19, 2021. [11](#), [25](#), [54](#)
- FELIPE, E. de M.; VIEIRA, E. R. Software geogebra: uma proposta de ensino para potencializar a interpretação gráfica da função quadrática. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, v. 4, n. 2, p. 104–119, 2019. [13](#), [16](#), [18](#), [19](#), [25](#), [26](#), [35](#), [53](#), [58](#)

FIGUEIREDO, H. R. S.; BATISTA, I. de L. Mathematics history and cognitive values on a didactic sequence: Teaching trigonometry. *Journal of Research in Mathematics Education*, v. 7, n. 3, p. 311–332, 2018. 14, 21

FILHO, D. C. de M. *Manual de Redação Matemática*. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2014. 169 p. ISBN 9788583370192. 15

GIRALDO, V.; CAETANO, P. A. S.; MATTOS, F. R. P. *Recursos Computacionais no Ensino da Matemática*. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013. 423 p. (Coleção Profmat). ISBN 9788585818678. 26

HOHENWARTER, M. *GeoGebra: Ein Softwaresystem für dynamische Geometrie und Algebra der Ebene*. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Paris Lodron University, Salzburg, Austria, 2002–02. (In German). 14, 26, 31, 34, 36

LIMA, E. J. de et al. Educação matemática crítica e modelagem matemática: uma proposta de atividade para sala de aula. *Research, Society and Development*, v. 11, n. 13, p. e154111335453–e154111335453, 2022. 19, 35, 60

LIMEIRA, G. N.; BATISTA, M. E. P.; BEZERRA, J. de S. Desafios da utilização das novas tecnologias no ensino superior frente à pandemia da covid-19. *Research, Society and Development*, v. 9, n. 10, p. e2219108415–e2219108415, 2020. 18, 21, 36, 61

LOPES, P. A.; PIMENTA, C. C. C. O uso do celular em sala de aula como ferramenta pedagógica: benefícios e desafios. *Revista Cadernos de Estudos e Pesquisa na Educação Básica*, CAP UFPE, Recife - PE, v. 3, n. 1, p. 52–66, 2017. 16, 19, 26

MARCONI, M. d. A.; LAKATOS, E. M. Técnicas de pesquisa. _____. *Técnicas de pesquisa*, v. 6, 1999. 48

ONUCHIC, L. d. I. R. *Resolução de problemas: teoria e prática*. [S.l.]: Paco Editorial, 2019. 21

RABELO, M. L. *Avaliação Educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro*. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013. 260 p. (Coleção Profmat). ISBN 9788583370062. 27

RIBEIRO, T. V.; GOMES, F. P.; MACÊDO, A. C. da C. Pesquisa quali-quantitativa sobre a produção de trabalhos acadêmico-científicos. In: ENCOINFO. *ENCOINFO-Congresso de Computação e Tecnologias da Informação*. [S.l.], 2018. p. 106–114. 48

SÁ, P. F. de. As atividades experimentais no ensino de matemática. *REMATEC*, v. 15, n. 35, p. 143–162, 2020. 36

SAVIANI, D. Educação escolar, currículo e sociedade: o problema da base nacional comum curricular. *Movimento-revista de educação*, n. 4, 2016. 17, 20

SOUSA, M. T. A. de; FONTINELE, F. C. F. O uso do geogebra nas aulas remotas: uma abordagem do conteúdo de função quadrática. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, v. 8, n. 23, p. 752–767, 2021. 19, 26

VALENTE, J. A. Informática na educação: confrontar ou transformar a escola. *Perspectiva*, v. 13, n. 24, p. 41–49, 2021. [27](#), [32](#), [60](#)

WAGNER, E. et al. *Temas e Problemas Elementares*. 4. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016. 283 p. (Coleção Profmat). ISBN 9788585818746. [41](#)

Apêndice



Lista de exercícios sobre funções quadráticas

1. Dadas as funções quadráticas abaixo, determine em quais delas o gráfico intersecta em dois pontos o eixo das abcissas:
 - (a) $x^2 - 4x + 4 = 0$
 - (b) $x^2 - 5x + 6 = 0$
 - (c) $x^2 - 5x + 8 = 0$
 - (d) $x^2 - 10x + 25 = 0$
 - (e) $3x^2 + 7x + 10 = 0$
2. Qual é o formato de uma função quadrática?
 - (a) uma reta
 - (b) uma elipse
 - (c) uma parábola
 - (d) uma hipérbole
 - (e) uma curva
3. Sendo a função quadrática no formato $y = ax^2 + bx + c$, qual coeficiente determina a concavidade da parábola?
 - (a) o vértice
 - (b) o discriminante
 - (c) o coeficiente a
 - (d) o coeficiente b

- (e) o coeficiente c
4. Os pontos de intersecção da parábola com o eixo das abcissas determinam:
- (a) O coeficiente a
 - (b) O discriminante
 - (c) As raízes
 - (d) O ponto de máximo
 - (e) O ponto de mínimo
5. Determine o vértice da parábola representada pela função $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.
- (a) (1,2)
 - (b) (2,1)
 - (c) (-2,1)
 - (d) (-2,-1)
 - (e) (1,-2)
6. O ponto $(0,c)$ no gráfico de uma função quadrática determina:
- (a) o ponto de intersecção da parábola com o eixo x .
 - (b) o ponto de intersecção da parábola com o eixo y .
 - (c) o vértice da parábola.
 - (d) o número de pontos em que a parábola intersecta o eixo x .
 - (e) as raízes
7. Dadas as funções quadráticas abaixo, determine qual delas não possui raiz real.
- (a) $y = x^2 - 7x + 10$
 - (b) $y = 2x^2 - 50$
 - (c) $y = x^2 - 6x + 9$
 - (d) $y = x^2 + 3x + 4$
 - (e) $y = x^2 - 121$

8. O Ponto de máximo ou ponto de mínimo de uma função quadrática pode ser determinado por meio do cálculo do vértice, porém conseguimos determinar se essa função terá ponto de máximo ou ponto de mínimo antes mesmo de fazermos esse cálculo. Baseada na afirmação acima, como podemos determinar se uma função quadrática possui ponto de máximo ou ponto de mínimo?
- (a) Por meio do cálculo das raízes.
 - (b) Fazendo o cálculo do discriminante.
 - (c) Por meio do coeficiente a .
 - (d) Por meio do coeficiente b .
 - (e) Por meio do coeficiente c .