THAIS CANTALEJO GUSSANI MAGANHA

USO DO ORIGAMI COMO FERRAMENTA PARA EXPLORAR A RELAÇÃO DE EULER NA EJA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

Julho, 2024

THAIS CANTALEJO GUSSANI MAGANHA

USO DO ORIGAMI COMO FERRAMENTA PARA EXPLORAR A RELAÇÃO DE EULER NA EJA

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Orientador: Prof. Rigoberto Gregorio Sanabria Castro

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
Julho, 2024

THAIS CANTALEJO GUSSANI MAGANHA

USO DO ORIGAMI COMO FERRAMENTA PARA EXPLORAR A RELAÇÃO DE EULER NA EJA

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Aprovado em 12 de Julho de 2024.

Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre
D.Sc. - UENF

Prof. Rafael B. de Rezende Borges
D. Sc.-UENF

Profª. Lívia Azelman de Faria Abreu
D.Sc. - IFF

Prof. Rigoberto G. Sanabria Castro
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

A Deus, fonte de sabedoria e guia constante, dedico este trabalho com profunda gratidão. Que cada palavra escrita seja uma expressão de minha busca por compreensão e conhecimento, inspirada pela Sua luz.

Agradecimentos

Gostaria de expressar minha sincera gratidão a todas as pessoas que contribuíram de maneira significativa para a realização deste trabalho.

À minha família, em especial meus filhos Isabela e Rafael que sempre esteve ao meu lado, oferecendo amor, incentivo e compreensão durante os desafios acadêmicos. Seu apoio inabalável foi a força motriz por trás de cada conquista.

Aos meus colegas de estudo, em especial àqueles que compartilharam as viagens de carro para a faculdade: Alexandre Coqui, Joel Bragança e Rafael Boia. As conversas enriquecedoras e o companheirismo transformaram os momentos de deslocamento em oportunidades de aprendizado mútuo.

As amizades adquiridas nesse percurso, especialmente com Sara e Fernanda, tornaram esta jornada inesquecível, pelas risadas, pelas horas de estudo e, principalmente, pela amizade. Sou muito grata por ter encontrado companheiras tão incríveis e espero que nossa amizade continue, independentemente do futuro.

Agradeço aos professores, especialmente ao meu orientador Rigoberto, por sua contribuição direta e paciente na realização deste trabalho, e aos colegas e amigos que contribuíram com suas sugestões e feedback construtivo ao longo do processo de pesquisa.

Não posso deixar de agradecer ao professor Jorge Henrique, cuja didática em suas aulas de geometria espacial me encantou e me fez apaixonar por essa área da matemática. Suas explicações claras e envolventes despertaram meu interesse e curiosidade, tornando o aprendizado não apenas mais fácil, mas também muito prazeroso. Sua paixão pelo ensino e dedicação aos alunos foram uma fonte constante de inspiração.

Por fim, expresso minha gratidão a todos os envolvidos neste percurso, cada um deixando uma marca única e valiosa. Este trabalho é o resultado de um esforço coletivo e do apoio generoso de muitos.

‘‘Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina’’ (Cora Coralina)

Resumo

O origami é uma técnica japonesa de dobrar papel para criar formas. Além de ser uma atividade relaxante e divertida também pode ser utilizado como uma ferramenta educacional para ensinar conceitos matemáticos, especialmente sobre sólidos geométricos. Buscando a partir do objetivo geral: Promover o desenvolvimento das noções de sólidos geométricos e a relação de Euler, que é um dos conceitos mais importantes da matemática que se refere a relação entre vértices, faces e arestas de um poliedro convexo, utilizando o recurso Origami. Este trabalho se constitui enquanto uma pesquisa de abordagem qualitativa. Quanto aos objetivos é uma pesquisa exploratória. Como instrumentos de coleta de dados foram utilizadas 03 atividades. A pesquisa é de caráter qualitativo, e a aplicação didática com coleta de dados foi implementadas em uma turma de 3ª etapa da Educação de Jovens e Adultos no decorrer do 2°semestre do ano de 2023. A análise foi a de conteúdos que é um método para analisar os dados de pesquisa qualitativa, dados que descrevem e ilustram a realidade, mas que não podem ser quantificados, sendo utilizado para analisar os questionários. Vários pontos mostram que as aulas práticas, através de experimentações e demonstrações instigam o aluno, assim, fica evidente que a confecção dos origamis, que trazem demonstração das teorias apresentadas durante as aulas proporciona, ao estudante, no decorrer de seu processo de aprendizagem, uma visualização do conteúdo a ser aprendido e que ele faz parte desse aprendizado.

Palavras-chaves: Origami. Sólidos Geométricos. Relação de Euler.

Abstract

Origami is a Japanese technique of folding paper to create shapes. In addition to being a relaxing and fun activity, it can also be used as an educational tool to teach mathematical concepts, especially about geometric solids. Seeking through the general objective: Promote the development of notions of geometric solids and the Euler relationship, which is one of the most important concepts in mathematics that refers to the relationship between vertices, faces and edges of a convex polyhedron, using the Origami resource. This work constitutes a research with a qualitative approach. Regarding the objectives, it is an exploratory research. Two activities were used as data collection instruments. The research is qualitative in nature, and the didactic application with data collection will be implemented in a 3rd stage class of Youth and Adult Education during the 2nd semester of the year 2023. The analysis was content, which is a method to analyze qualitative research data, data that describe and illustrate reality, but that cannot be quantified, being used to analyze questionnaires. Several points show that practical classes, through experiments and demonstrations, instigate the student, thus, it is evident that the creation of origami, which demonstrate the theories presented during classes, provides the student, during their learning process, with a visualization of the content to be learned and that it is part of that learning.

Key-words:Origami. Geometric solids. euler ratio.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Kanjis que representam a palavra origami 19
Figura 2 – Tsuru 21
Figura 3 – Polígono 21
Figura 4 – Cachorro 22
Figura 5 – Panda 22
Figura 6 – Cartão 23
Figura 7 – Arranjo de Flores 23
Figura 8 – Folhas quadradas para a dobradura 42
Figura 9 – Passo 1 - construção do cubo 43
Figura 10 – Passo 2 - construção do cubo 43
Figura 11 – Passo 3 - construção do cubo 43
Figura 12 – Passo 4 44
Figura 13 – Passo 5 - construção do cubo 44
Figura 14 – Passo 6 - construção do cubo 44
Figura 15 – Passo 7 - construção do cubo 45
Figura 16 – Passo 8 - construção do cubo 45
Figura 17 – Folhas para dobradura 46
Figura 18 – Passo 1 - construção tetraedro 47
Figura 19 – Passo 2 - construção tetraedro 47
Figura 20 – Passo 3 - construção tetraedro 47
Figura 21 – Passo 4 - construção tetraedro 48
Figura 22 – Passo 4 - construção tetraedro 48
Figura 23 – Passo 5 - construção tetraedro 48
Figura 24 – Passo 6 - construção tetraedro 49
Figura 25 – Passo 6 - construção tetraedro 49
Figura 26 – Passo 6 - construção tetraedro 49
Figura 27 – Passo 1 - construção octaedro 50
Figura 28 – Passo 2 - construção octaedro 51
Figura 29 – Passo 3 - construção octaedro 51
Figura 30 – Passo 4 - construção octaedro 51
Figura 31 – Passo 5 - construção octaedro 52

Figura 32 – Passo 6 - construção octaedro 52
Figura 33 – Passo 7 - construção octaedro 52
Figura 34 – Passo 8 - construção octaedro 53
Figura 35 – Passo 8 - construção octaedro 53
Figura 36 – Questão 01 - resposta estudante 4 56
Figura 37 – Questão 01 - resposta estudante 11 56
Figura 38 – Questão 01 - resposta estudante 7 57
Figura 39 – Questão 02 - resposta estudante 3 57
Figura 40 – Questão 02 - resposta estudante 10 58
Figura 41 – Questão 03 - resposta estudante 2 58
Figura 42 – Questão 04 - resposta estudante 1 58
Figura 43 – Questão 04 - resposta estudante 8 59
Figura 44 – Questão 04 - resposta estudante 14 59
Figura 45 – Questão 05 - resposta estudante 14 59
Figura 46 – Questão 05 - resposta estudante 11 59
Figura 47 – Questão 05 - resposta estudante 8 59
Figura 48 – Questão 06 - resposta estudante 7 59
Figura 49 – Questão 06 - resposta estudante 3 60
Figura 50 – Questão 07 - resposta estudante 4 60
Figura 51 – Questão 07 - resposta estudante 9 60
Figura 52 – Montagem dos poliedros: cubo, tetraedro e octaedro 61
Figura 53 – Montagem dos poliedros: cubo, tetraedro e octaedro 63
Figura 54 – Montagem dos poliedros: cubo, tetraedro e octaedro 64
Figura 55 – Montagem dos poliedros: cubo, tetraedro e octaedro 64
Figura 56 – Exposição dos poliedros de Origami: cubo, tetraedro e octaedro . . 65
Figura 57 – Exposição dos poliedros de Origami:s: cubo, tetraedro e octaedro . 66
Figura 58 – Questão 1 - Atividade pós-teste - resposta estudante 3 68
Figura 59 – Questão 1 - Atividade pós-teste - resposta estudante 7 68
Figura 60 – Questão 2 - Atividade pós-teste - resposta estudante 11 69
Figura 61 – Questão 2 - Atividade pós-teste - resposta estudante 9 69
Figura 62 – Questão 3 - Atividade pós-teste - resposta estudante 6 69
Figura 63 – Questão 3 - Atividade pós-teste - resposta estudante 12 70
Figura 64 – Questão 4 - Atividade pós-teste - resposta estudante 10 70
Figura 65 – Questão 4 - Atividade pós-teste - resposta estudante 5 70
Figura 66 – Questão 6 - Atividade pós-teste - resposta estudante 2 71
Figura 67 – Questão 6 - Atividade pós-teste - resposta estudante 15 71
Figura 68 – Questão 7 - Atividade pós-teste - resposta estudante 12 72
Figura 69 – Questão 7 - Atividade pós-teste - resposta estudante 01 72
Figura 70 – Questão 8 - Atividade pós-teste - resposta estudante 04 73

Lista de tabelas

Tabela 1 – Tabela de elaboração da sequência de atividades 35
Tabela 2 – Tabela do Questionário Pré-teste 56
Tabela 3 – Tabela de comparação do Questionário Pré-teste e Questionário Pós-teste 68

Lista de abreviaturas e siglas

EJA – Educação de Jovens e Adultos

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

Sumário

1 INTRODUÇÃO 14

2 REFERENCIAL TEÓRICO 16
2.1 Teorema de Euler: um pouco de História 16
2.2 Teorema de Euler e suas aplicações na Geometria 17
2.3 Origami: um pouco sobre a arte 19
2.4 O origami no ensino de Matemática e Geometria 24
2.5 Sólidos Geométricos e a Educação de Jovens e Adultos 27
2.6 Conceituando 29

3 PERCURSO METODOLÓGICO 32
3.1 Autorização para a pesquisa 33
3.2 Sujeitos da pesquisa 33
3.3 Instrumentos de pesquisa 34
3.4 Elaboração da Sequência de atividades 35
3.4.1 Elaboração do pré-teste 36
3.4.2 Elaboração da Atividade Prática 36
3.4.3 Elaboração do pós-teste 38
3.5 Estruturação da análise de dados 38

4 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 40
4.1 Elaboração e aplicação do questionário pré-teste - Atividade 1 40
4.2 Aplicação da atividade 2 40
4.2.1 CUBO 42
4.2.2 TETRAEDRO REGULAR 46
4.2.3 OCTAEDRO REGULAR 50
4.3 Aplicação do questionário pós-teste - Atividade 3 54

5 ANÁLISE DE DADOS DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 55
5.1 Análise dos dados do questionário pré-teste - Atividade 1 55
5.2 Análise e avaliação da atividade prática - Atividade 2 61
5.3 Análise dos dados do questionário pós-teste - Atividade 3 67

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 75

REFERÊNCIAS 77

APÊNDICES 81

APÊNDICE A – AUTORIZAÇÃO DA DIREÇÃO 82

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO PRÉ TESTE 84

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO PÓS-TESTE 86

APÊNDICE D – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 89

Capítulo 1

Introdução

O trabalho com os sólidos geométricos se estabelece a partir do momento em que o indivíduo é inserido no ambiente escolar. A introdução de conceitos dos poliedros já se faz no segundo ano do ensino fundamental. De acordo com os PCNs, na parte dos estudos de espaços e formas os alunos exploram o “Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedros (como os prismas, as pirâmides e outros) e identificação de elementos como faces, vértices e arestas”. BRASIL (1998)

De acordo com a Educação. (2018) o pensamento geométrico é uma ferramenta de grande relevância para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. De acordo com Pereira (2022),(p. 23) “o estudo da Geometria é um momento significativo e propício para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente”. O autor continua dizendo que “[...]assim, entendemos que as atividades geométricas aguçam reflexões matemáticas” (p. 24).

Na EJA, o ensino dos sólidos geométricos pode ser exatamente de forma prática e concreta para tornar o aprendizado mais acessível e significativo para os alunos adultos, de acordo com o documento de referência da EJA (BRASIL, 2021),(p.09)

> A este desafio posto somam-se as competências gerais da Educação Básica da BNCC, a presença das histórias de vida dos sujeitos da EJA nas suas formas de oferta e flexibilização do atendimento educacional da modalidade no acesso, permanência e conclusão da escolarização e articuladas à qualificação profissional ou de formação técnica de nível médio para inserção ou recolocação no mundo do trabalho de modo a levar a elaboração das políticas públicas educacionais da EJA [...]

Visto essa necessidade de flexibilizar o aprendizado tornando-o mais significativo e interessante para esses jovens e adultos surge a ideia de se trabalhar com o origami para desenvolver o conhecimento dos elementos dos poliedros e a Relação de Euler que se aplica à eles.

O origami é uma técnica japonesa de dobrar papel para criar formas. Além de ser uma atividade relaxante e divertida também pode ser utilizado como uma ferramenta educacional para ensinar conceitos matemáticos. Essa técnica pode ser uma valiosa ferramenta pedagógica para tornar o aprendizado atrativo, auxiliando na superação de dificuldades de aprendizagem e no estímulo do interesse pela escola e pelos estudos. Podendo ser utilizado como forma auxiliar do aluno aprender os conteúdos de Matemática, o origami consegue relacionar os conteúdos com material concreto, melhorando assim a concentração, memorização e coordenação motora.

A pesquisa buscou responder a seguinte questão norteadora: Quais contribuições o Origami pode trazer para o entendimento de conceitos de sólidos geométricos e a relação de Euler na Educação de Jovens e Adultos?

Em resposta a questão anterior, o objetivo deste trabalho é o desenvolvimento das noções dos sólidos geométricos convexos e a relação de Euler que se refere a relação entre vértices, faces e arestas utilizando o recurso do origami.

E para auxiliar, tem-se por objetivos específicos:

- Contribuir com alternativas metodológicas para a aprendizagem de sólidos geométricos e a relação de Euler;
- Demonstrar e discutir como a arte do origami pode ser usada em sala de aula para o ensino e a aprendizagem de Matemática;
- Utilizar tipos de dobras de papel na apropriação de conhecimentos matemáticos.

A hipótese provável para o questionamento é que para a aprendizagem de sólidos geométricos e a relação de Euler na EJA, é importante adotar uma abordagem prática e aplicada, com atividades interativas e exemplos, como o origami. O uso de materiais manipulativos, como o origami, torna o aprendizado mais concreto e envolvente.

O texto do trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 1 -inicia-se com a apresentação da introdução, na qual são destacadas a motivação para o trabalho, as questões de pesquisa e considerações da pesquisadora, os objetivos geral e específicos da pesquisa; no Capítulo 2 discute-se o referencial teórico que deu suporte e balizou nossa pesquisa norteada pelo teorema de Euler, o origami e a geometria e o estudo dos sólidos geométricos; no Capítulo 3, descreve-se o percurso metodológico utilizado nessa pesquisa; no Capítulo 4, a aplicação da atividade; no Capítulo 5 destacamos a análise de dados da sequência de atividades e por fim no Capítulo 46, as Considerações Finais.

Capítulo 2

Referencial Teórico

Inicialmente resolveu-se fazer uma pesquisa bibliográfica acerca do tema, a fim de revisar a literatura e desenvolver a investigação com base em estudos já realizados.

2.1 Teorema de Euler: um pouco de História

Leonhard Paul Euler nasceu em 15 de abril de 1707, na Basileia, Suíça e foi um dos pensadores pioneiros da matemática moderna, estabelecendo uma carreira como acadêmico e contribuindo muito para os campos da geometria, cálculo, mecânica e teoria dos números, mas também desenvolveu métodos para resolver problemas em astronomia observacional e demonstrou aplicações úteis da matemática em tecnologia e assuntos públicos (SOUSA, 2021).

Seu talento na matemática causou grande estima de Johann Bernoulli, um importante matemático da época e de seus filhos, Nicolas e Daniel Bernoulli. Sucedendo este último na Academia de Ciências de São Petersburgo, na Rússia, onde desenvolveu a teoria das funções trigonométricas e logarítmicas, um grande avanço na disciplina (SOUSA, 2021).

Convidado por Frederico, o Grande, em 1741, tornou-se membro da Academia de Berlim, onde por 25 anos produziu inúmeras publicações, muitas das quais ele contribuiu para a Academia de São Petersburgo, que lhe concedeu uma pensão. Ele desenvolveu o conceito de função na análise matemática e descobriu os logaritmos imaginários de números negativos, também se interessou pela teoria dos números. Retornou ‘a Rússia em 1766 sob o convite de Catarina II, dedicando-se novamente aos estudos da acústica e da astronomia física (SOUSA, 2021).

Ele consagrou a tendência de expressar matemática e física em termos aritméticos, além disso, introduziu muitos símbolos que se tornaram padrão: para a soma; e para a base de logaritmos naturais; a, b e c para os lados de um triângulo com A, B e C para ângulos opostos; *f* (x) para uma função; e *i* para raiz quadrada de - 1.

Possuindo uma memória privilegiada e uma facilidade extraordinária para cálculos mentais, sua produtividade não diminuiu apesar de ter ficado completamente cego durante os últimos anos de sua vida. Ao longo de sua vida, Euler dedicou-se excessivamente aos problemas relacionados à teoria dos números, que trata das propriedades e relações de números inteiros; nisso, sua maior descoberta, em 1783, foi a lei de reciprocidade quadrática, que se tornou uma parte essencial da teoria moderna dos números (SOUSA, 2021).

Euler era um autor altamente produtivo, tendo escrito centenas de artigos e publicações ao longo de sua vida, incluindo a conhecida série de ciência e filosofia: Letters to a Princess German (SOUSA, 2021).

Ele é considerado um dos maiores matemáticos de todos os tempos. Euler sofreu uma hemorragia cerebral, quando estava trabalhando e morreu durante a noite de 18 de setembro de 1783, em São Petersburgo (SOUSA, 2021).

2.2 Teorema de Euler e suas aplicações na Geometria

O "Teorema de Euler"é um conceito matemático importante e possui várias formulações e aplicações em diferentes áreas da matemática. “O Teorema de Euler é muito conhecido para poliedros, mas será mostrado que também é válido para grafos poligonais. Seguindo pela teoria dos grafos, será utilizada indução para provar o teorema” (OLIVEIRA, 2021).

> Entendendo a relevância de identificar os conhecimentos geométricos necessários para compreensão, e posteriormente, demonstração do teorema, a seguir, propomos destacar pontos importantes do teorema de Euler, considerando tais conhecimentos geométricos, pontos importantes na construção e obtenção das atividades e tarefas com a geometria dinâmica (PEREIRA, 2022).

De acordo com a BNCC Educação. (2018)(p. 265):

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (EDUCAçãO., 2018)p. 265

Uma das formulações mais conhecidas do Teorema de Euler é relacionada à teoria dos grafos e é conhecida como "Fórmula de Euler para Grafos Planos". Essa

fórmula estabelece uma relação entre o número de vértices (V), o número de arestas (E) e o número de faces (F) em um grafo plano conexo, ou seja, um grafo que pode ser desenhado em um plano sem que suas arestas se cruzem. A fórmula é dada por: V - E + F = 2 (SIQUEIRA, 2009).

> A Geometria é um importante campo da matemática e instrumento para outras áreas do conhecimento. Serve para o estudante compreender o mundo em que vive, ser capaz de descrever, representar, estudar sua localização e deslocamentos, identificar formas, relacionar elementos de figuras planas e espaciais, desenvolvendo seu pensamento geométrico (OLIVEIRA, 2021)(p. 41).

Essa fórmula é extremamente útil na teoria dos grafos e é frequentemente utilizada para resolver problemas de planejamento, design e otimização em diversas áreas, como redes de computadores, engenharia de tráfego, logística e design de circuitos. Pereira (2022)(p. 24) relata que "o ensino e aprendizagem de geometria pode ocorrer de diferentes maneiras significativas, desde a ilustração de conteúdos até a constituição de situações que fomente o trabalho investigativo".

> Desenvolve habilidades de percepção espacial, percepção de figuras planas e discriminação visual, que apoiam processos cognitivos relacionados à leitura e a escrita. Para desenvolvimento dessas habilidades pode se propor atividades geométricas problematizadoras, que envolvam experimentação e investigação, e manipulação de materiais (OLIVEIRA, 2021)(p. 41).

O autor continua dizendo que:

> Os anos finais do Ensino Fundamental, são momentos de consolidação e ampliação das aprendizagens, onde os estudantes devem ser capazes de identificar elementos e desenvolver conceitos necessários para as manipulações geométricas, que contribuem para a formação do raciocínio hipotético-dedutivo (OLIVEIRA, 2021)(p. 41).

A BNCC Educação. (2018)(p. 265) acrescenta que "apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática".

Para FREITAS (2020)(p. 15) "para haver aprendizagem precisa-se de coisas simples e interessantes, pois basta que educadores opinem práticas pedagógicas nas quais o elemento lúdico é concebido como fio condutor". De acordo com Anastasiou Léa das Graças Camargos; Alves (2004)(p. 69) "o professor deverá ser um verdadeiro

estrategista, o que justifica a adoção do termo estratégia, no sentido de estudar, selecionar, organizar e propor as melhores ferramentas facilitadoras para que os estudantes se apropriem do conhecimento".

Segundo LIMA (1991), o Teorema de Euler vem sendo ensinado nas aulas de Matemática, nos conteúdos de geometria há muitas décadas, possuindo uma característica popular e atraente, simplicidade de enunciado, com demonstração elegante e inteligente.

> A execução de construções geométricas no ambiente da geometria dinâmica compõe parte do que entendemos como necessário para o caminhar da investigação. Portanto pretendemos propor um olhar sobre os seguintes tópicos: ortocentro, baricentro e circuncentro de um triângulo qualquer (PEREIRA, 2022) (p. 22).

Por fim, espera-se que a aplicação das atividades da oficina estimule o papel do professor como mediador da aprendizagem contribuindo à construção do conhecimento fundamentada na troca de saberes entre os participantes. Assim, torna-se fundamental a análise dos materiais produzidos pelos alunos para determinar o sucesso ou não da proposta.

2.3 Origami: um pouco sobre a arte

Origami é a arte tradicional japonesa de dobrar papel. A palavra origami vem das palavras japonesas "oru"(dobrar) e "kami"(papel), e envolve a criação de esculturas e desenhos complexos usando uma única folha de papel sem cortá-la ou colá-la, conforme a Figura 1 .

Figura 1 – Kanjis que representam a palavra origami

Fonte: Brasileiros no Japão. Origami e sua história. 2014

O objetivo é transformar um pedaço de papel plano e quadrado em um modelo tridimensional acabado por meio de técnicas de dobragem. Segundo (SILVA J. M. DA.; MASSARANDUBA, 2018),

> No período Muromachi com o papel mais acessível o Origami tornou-se popular e a partir daí foram criados aproximadamente 70 tipos de dobraduras. A dobradura mais famosa, esteticamente perfeita e antiga que se tem registro é a Tsuru, uma garça, ave sagrada do Japão, em que para sua construção é necessário apenas de uma folha de papel geralmente quadrada (SILVA J. M. DA.; MASSARANDUBA, 2018)(p. 2).

Sobre a definição do que é origami, GENOVA (2008)(p. 14) diz que "origami é uma forma de expressão. Quem manipula o papel abre uma porta de comunicação com o outro. Dobrar papéis valoriza o movimento das mãos, estimula as articulações e estimula o cérebro".

> O origami é o principal componente de referência para diversos tipos de projetos em pesquisa no mundo todo, apesar de ser uma arte milenar, com o passar dos anos foi adaptando-se as mais diversas situações até o ponto de ser utilizado, por exemplo, para o envio de um satélite para a órbita terrestre (LIMA, 2021)(p. 75).

A arte do origami não é apenas um passatempo criativo, mas também traz vários benefícios, incluindo melhorar a coordenação mão-olho, promover a atenção plena e proporcionar uma sensação de realização quando uma peça acabada é criada. Conforme QUINTINO B.; JÚNIOR (2020)(p. 264) "a prática destas dobras permite o contato simultâneo com o real e o abstrato". É praticado por pessoas de todas as idades e níveis de habilidade, variando de designs simples adequados para iniciantes a criações incrivelmente intrincadas e complexas que desafiam até dobradores experientes.

Como descreveu J. (2003) (p. 3) "se você consegue pensar em um objeto, seja ele natural ou uma criação humana, alguém, em algum lugar, provavelmente já criou uma versão em origami deste objeto".

Nos últimos anos, o origami também encontrou aplicações práticas em áreas como engenharia, exploração espacial (por exemplo, painéis solares dobráveis para satélites) e dispositivos médicos (por exemplo, stents que podem ser dobrados para inserção).

> Os modelos de origami se espalharam através de publicações de suas sequências de dobraduras - um conjunto de instruções, passo a passo, de como construir um determinado modelo. As sequências de dobraduras, baseadas em um código simples, formado por linhas tracejadas e pontilhadas, desenvolvido pelo grande mestre japonês Akira Yoshizawa, transcendem as barreiras de linguagem, levando a divulgação mundial desta arte (J., 2003)(p. 4).

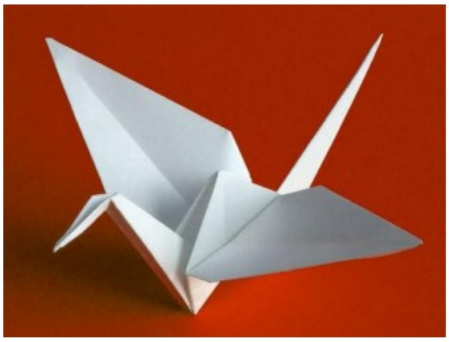
Segundo QUINTINO B.; JÚNIOR (2020)(p. 269):

> A arte do origami inicia-se com uma folha de papel, na maioria das vezes quadrada, porém diversas peças de origami se originam de uma folha de papel em outro formato, geralmente um polígono regular. Uma forma geométrica regular é, portanto, o estágio inicial para a arte do origami, assim, aprender a obter estas formas é uma curiosa maneira de relacionar a Matemática com a arte do origami.

Segundo RÊGO Rogéria Gaudencio; RÊGO (2018), as técnicas variadas de origami podem ser classificadas como:

• Origami Tradicional: Tem como exemplo o tsuru, onde são feitas apenas dobraduras, não podendo nem cortar e nem colar o papel, conforme a Figura **??**

Figura 2 – Tsuru



Fonte: Donjou (2017)

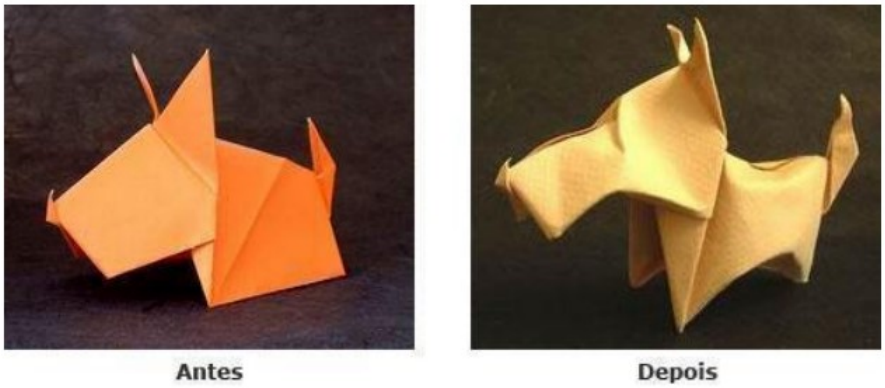
• Block Folding: Conhecido como origami modular, sendo encaixados peças iguais em formato triangular, obtendo um objeto em 3D, conforme a Figura 3

Figura 3 – Polígono

Fonte: Oficina do origami (2011)

• Kusudama: Tem formato de bola, como significado kusuri: remédio e dama: bola, na antiguidade eram colocadas ervas medicinas dentro das bolas para trazer saúde, hoje em dia são penduradas para enfeitar os locais, conforme a Figura

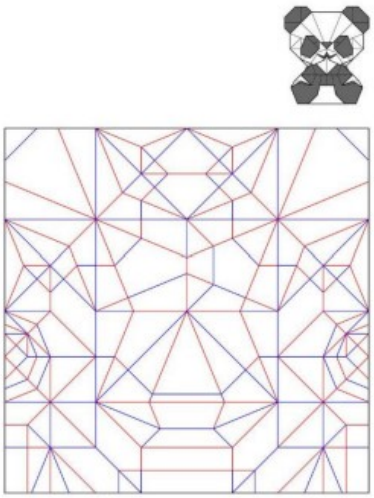
Figura 4 – Cachorro



Fonte: Oficina do origami (2011)

• Crease Pattern: É uma técnica bastante complexa, porque se forma o origami a partir de marcas gravadas no papel, ou seja, cria-se vincos no papel para deixar uma sequencia de dobras e seguindo essas marcas, constrói-se o origami, conforme a Figura 5.

Figura 5 – Panda



Fonte: Michellefung.net (2016)

• Kirigami: Nesse origami transforma-se uma imagem bidimensional em um objeto tridimensional. É conhecido como origami arquitetônico e nesse tipo é permitido cortar o papel, conforme a Figura 6.

• Oribana: baseia-se na arte da ikebana, que é uma técnica japonesa de montagem de arranjos de flores, feitas somente com papel, conforme a Figura 7.

Segundo HAYASAKA Enio Yoshinori; NISHIDA (2021)(online)

Figura 6 – Cartão

Fonte: Oficina do origami (2011)

Figura 7 – Arranjo de Flores

Fonte: Oficina do origami (2011)

As inquietações criativas e inovadoras do mestre de origami, Akira Yoshisawa eram incessantes: ele padronizou regras para representação gráfica das dobras do origami, sistematizou um conjunto de dobras que servem de base para vários origamis e quebrou paradigmas tradicionais introduzindo a técnica do wet-folding, ou seja, dobrar com o papel molhado.

DIAS Charlene de Farias; FRONZA (2019) afirmam que o uso de metodologias ativas em sala de aula é muito utilizado entre os professores, nas mais diversas disciplinas, tornando-se cada dia mais necessárias, frente aos muitos estímulos que são recebidos diariamente pelos estudantes. Entre esses elementos utilizados pelos professores estão a arte do origami.

Segundo os estudos de FLEISCHMANN (2019)(p. 32) “a medida que a pessoa vai se envolvendo com o origami, melhora seu grau de concentração, sua criatividade, sua autoestima”

2.4 O origami no ensino de Matemática e Geometria

Educação. (2000) diz que um dos desafios para a aprendizagem da Matemática é exatamente proporcionar aos estudantes a visão de que ela não é um conjunto de regras e técnicas, mas faz parte da nossa cultura e da nossa história.

Cardoso (2021) destaca que o uso do origami é um ótimo recurso para se utilizar nas aulas de geometria, porque através dele o aluno consegue ter uma visão ampla do que seja as formas geométricas e as suas propriedades, além de ser um recurso muito criativo e divertido, facilitando o ensino e a aprendizagem.

DIAS Charlene de Farias; FRONZA (2019) (p. 113) em sua pesquisa mostram que a "utilização do origami promove o despertar do interesse dos estudantes para a matemática, utilizando meios nos quais sejam desenvolvidas as suas potencialidades", e conseguir que o estudante veja a sua utilização, colaboram para "seu desenvolvimento cognitivo e artístico, colaborando com a formação do cidadão e rompendo com os métodos tradicionais para o ensino dos conteúdos matemáticos", sendo esse um dos fatores que causam a aversão dos estudantes pela disciplina.

Desse modo Stehling D. F. e Conti (2021) (p. 6) dizem que "É consenso entre especialistas, que a Matemática é um importante instrumento de leitura e intervenção no mundo em que vivemos. Ler e escrever o mundo inclui ler o mundo matematicamente também".

De acordo com os PCN's BRASIL (1998)

> Para que ocorram as inserções dos cidadãos no mundo do trabalho, no mundo das relações sociais e no mundo da cultura e para que desenvolvam a crítica diante das questões sociais, é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estrutura do pensamento, na agilização do raciocínio do aluno, na sua aplicação a problemas, situações de vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares.

Podendo ser utilizado como forma auxiliar do estudante aprender os conteúdos de Matemática, o origami consegue relacionar os conteúdos com material concreto, melhorando assim a concentração, memorização e coordenação motora. conforme Fredrich (2018) (p. 28): "[...] se perde muito tempo em tentar ensinar matemática de forma errônea na Educação Infantil, por meio de treino e memorização, não valorizando e até mesmo desprezando conhecimentos e o cotidiano das crianças".

Corroborando a citação acima, Fredrich (2018) (p. 28) diz "para que o ensino da Matemática se torne eficiente e prazeroso, é necessário repensar o modo como estão sendo desenvolvidos os conteúdos que abordam essa temática".

(OLIVEIRA, 2004) (p. 6) diz que:

> O trabalho manual das dobraduras estimula também as habilidades motoras com uma ênfase no desenvolvimento da organização, na elaboração de sequências de atividades, na memorização de passos e coordenação motora fina do aluno. Atividades em grupo favorecem a cooperação, bem como a paciência e a socialização. O resultado das dobraduras, além de um incentivo à realização pessoal e à autoestima, é um motivo especial para presentear pais, amigos criando uma saudável conexão escola/casa.

Segundo ASCHENBACH Lena; FAZENDA (1997) (p. 54): “Não se trata apenas de uma brincadeira não intencional, mas de uma atividade dirigida, que assegura a criança uma aprendizagem significativa e prazerosa, uma vez que é a extensão de seu próprio mundo de imaginação e fantasia”.

Os autores continuam explicando que essas dificuldades, ocorrem por falta de conhecimento de modos e métodos, como esta arte pode ser trabalhada, os professores até os conhecem, mas têm dificuldade em interligá-los junto aos conteúdos da matemática (DIAS CHARLENE DE FARIAS; FRONZA, 2019). Conforme FLEISCHMANN (2019) (p. 33): “O origami no ensino da matemática contribui para que o professor seja um mediador do conhecimento”.

> As atividades que exigem maior esforço de concentração, como o preparo de peças pequenas, o quadriculado, diferentes dimensões de espaço, precisão de detalhes, colaboram para diminuir o nível de ansiedade da criança, pois ela necessita concentrar-se, e mesmo os mais dispersos passam a adquirir gradativamente um maior poder de atenção nas tarefas que estão sendo desenvolvidas (LOPES, 2001)(p. 39).

Conforme RÊGO Rogéria Gaudencio; RÊGO (2018) (p.18) “na realização das dobraduras, os (as) estudantes familiarizam-se com formas geométricas, movimentos de transformação de forma e posição, e a observação de múltiplas linhas de simetria e formas dentro de uma mesma figura”.

Segundo ASCHENBACH Lena; FAZENDA (1997) (p. 02):

> Ao evidenciar, nas atividades, os conceitos geométricos nelas implícitos, reforçamos a ideia de que a dobradura pode auxiliar grandemente o trabalho de outras áreas do currículo da escola de 1º grau, em particular a Matemática, que oferece um campo riquíssimo a ser explorado no exercício do aprender a pensar.

Ensinar Matemática através das dobraduras de papel do origami auxilia o professor no articular dos questionamentos frequentes dos alunos e de acordo com (ÁVILA, 2010) (p. 09).

> Trazendo frequentemente à suas aulas, histórias, problemas e questões interessantes, o professor desperta no aluno uma crescente admiração pelo largo alcance da Matemática, estimulando seu interesse

> pela disciplina. E assim procedendo, ele se antecipa às perguntas dos alunos sobre a relevância da Matemática, a ponto de eles nem terem tanta necessidade de fazê-las.

DIAS Charlene de Farias; FRONZA (2019) (p. 110) dizem que "o material lúdico por si só não ensina os conceitos, é necessário fazer uma relação específica entre o material e o conteúdo em questão". Quando se pensa em como utilizar o origami nos conteúdos de Matemática, não devemos pensar somente na identificação dos sólidos geométricos, mas estabelecer conceitos, relações, comparações e construção de argumentos, partindo do material concreto para criar as definições e suas propriedades, como pode-se citar as frações, porcentagem, simetria, ângulos e retas.

Mas como o origami, com suas dobraduras de papel, podem auxiliar no ensino e na aprendizagem de Geometria?

BAIRRAL (2020) (p. 192) diz que "A formação de imagens mentais contribui para a compreensão matemática e não requer necessariamente a presença física do objeto em questão. Em outras palavras não é preciso que o objeto esteja ao alcance de nossa visão para ser visualizado".

Conforme BAIRRAL (2020) (p. 192) "[...] para diminuir dificuldades em representar é preciso criar estímulos visando aprimorar a habilidade de visualizar, tanto para distinguir objetos bidimensionais de tridimensionais quanto para representá-los".

Dentre alguns estudos e pesquisas já realizadas, a prática de dobraduras de papel podem auxiliar no ensino de Geometria, conforme diz (OLIVEIRA, 2021)

> O trabalho manual das dobraduras estimula também as habilidades motoras com uma ênfase no desenvolvimento da organização, na elaboração de sequências de atividades, na memorização de passos e coordenação motora fina do aluno. Atividades em grupo favorecem a cooperação, bem como a paciência e a socialização. O resultado das dobraduras, além de um incentivo à realização pessoal e à auto-estima, é um motivo especial para presentear pais, amigos criando uma saudável conexão escola/casa.

"Com o emprego do origami, examina-se comparações para compreender os conceitos geométricos, pois além de visíveis eles são palpáveis" (DIAS CHARLENE DE FARIAS; FRONZA, 2019) (p. 114).

LIMA (2021) (p. 31) apresenta que "além de todos os benefícios pedagógicos que o trabalho com Origami pode trazer, a prática do ensino por meio de dobraduras auxilia nos alunos o convívio em equipe e o trabalho em grupo, auxiliando assim o processo de aprendizagem".

2.5 Sólidos Geométricos e a Educação de Jovens e Adultos

A EJA é uma modalidade de ensino que faz parte da educação básica brasileira, segundo a Lei de Diretrizes e base da Educação (LDB) artigo 75 inciso 1º

> Os sistemas de ensino assegurarão gratuitamente aos jovens e aos adultos, que não puderam efetuar os estudos na idade regular, oportunidades educacionais apropriadas, consideradas as características do alunado, seus interesses, condições de vida e de trabalho, mediante cursos e exames (BRASIL., 1996)

Os alunos da EJA possuem algumas particularidades, como a diversidade de idades, experiências de vida diferentes, desafios e barreiras para retomada dos estudos.

> Nesse sentido, compreende-se que os sujeitos da EJA estão distribuídos de forma ampla e diversificada na sociedade brasileira, necessitando o envolvimento das demais etapas e modalidades da Educação Básica para garantir a aprendizagem e a escolarização dos sujeitos do campo, jovens em e com defasagem de aprendizagem na escolarização por séries, anos ou ciclos; pessoas em situação de privação total ou parcial de liberdade nos sistemas prisionais; povos e comunidades indígenas, ribeirinhas e quilombolas; itinerantes, refugiados e migrantes, pessoas portadores de deficiência em perspectiva atendimento educacional inclusivo ou especializado; pessoas em situação de rua e demais sujeitos ao alcance da modalidade EJA. (BRASIL, 2021) p. 19

Segundo BRASIL (2021) p. 22, a educação de jovens e adultos é formada por 3 segmentos, sendo o 1º segmento com o ensino fundamental 1, o segundo segmento com o ensino fundamental 2 e o 3º segmento com o ensino médio.

Os professores que atuam nessa modalidade de ensino precisam adotar práticas pedagógicas que dialoguem com a vida cotidiana desses alunos, criando uma relação entre conceito prático e teórico.

> A prática didático-pedagógica e metodologias de ensino e aprendizagem voltadas para EJA devem estar em consonância com as características da modalidade. O pensar e fazer Educação de Jovens e Adultos nas realidades dos sistemas de ensino exige esse comprometimento educacional, que está direta e inerentemente ligado às estratégias de avaliação elaboradas de, para e a partir das histórias de vida dos sujeitos da EJA. (BRASIL, 2021) p. 91.

Os sólidos geométricos têm um papel importante na Educação de Jovens e Adultos (EJA) como ferramenta para o ensino da geometria, pois é uma área da matemática que estuda as formas, dimensões, posições e propriedades do espaço.

Essa área da geometria trata dos objetos tridimensionais que têm comprimento, largura e altura. Introduzir as formas geométricas no currículo da Educação de Jovens e Adultos (EJA) pode trazer diversos benefícios educacionais, cognitivos e práticos.

Leivas (2017) (p. 111) relata que "a utilização de modelos concretos permite que a figura geométrica possa ser observada em várias posições e angulações, tornando o registro da imagem mental mais dinâmico [...]".

> O estudo dos geométricos é essencial na matemática porque ajuda a desenvolver habilidades de visualização espacial, raciocínio lógico e compreensão de formas tridimensionais. Na EJA, o ensino dos geométricos pode ser exatamente de forma prática e concreta para tornar o aprendizado mais acessível e significativo para os alunos adultos (PAULA, 2020) (p. 5).

É fundamental adaptar a abordagem de ensino de acordo com as necessidades e experiências dos alunos adultos na Educação de Jovens e Adultos. O objetivo é tornar o aprendizado dos geométricos significativo e útil para sua vida cotidiana, além de auxiliá-los a desenvolver habilidades matemáticas essenciais para o seu crescimento pessoal e profissional.

Para ensinar geometria na EJA, é importante adotar uma abordagem prática e aplicada, com atividades interativas e exemplos do mundo real. O uso de materiais manipulativos, como blocos geométricos ou objetos tridimensionais reais, pode tornar o aprendizado mais concreto e envolvente, "a utilização de materiais manipuláveis é um meio auxiliador do ensino aprendizagem e que o professor tem que saber que o material por si só não trará benefícios para o ensino" (COELHO, 2021) (p. 27).

> O aprendizado de Geometria é baseado na construção e interpretação das propriedades dos objetos geométricos. A solução da maior parte dos problemas em geometria depende de observar e compreender as relações entre os objetos em estudo, sugerir uma construção para ele e, a partir dela, criar uma demonstração formal da validade do resultado (VERONA VIVIANE APARECIDA; LOPES, 2016) (p. 6).

É importante que os educadores da EJA utilizem abordagens didáticas adequadas ao público adulto, levando em consideração suas experiências de vida e contextos específicos. Abordagens práticas, que demonstram aplicações reais dos sólidos geométricos, são especialmente relevantes para envolver os alunos adultos e mostrar o culto do tema em suas vidas cotidianas.

> O ensino de geometria depende do ensino de álgebra, quando trabalhamos a resolução de problemas geométricos, dependemos não somente das "contas", mas também da capacidade de visualização do estudante para figuras planas e espaciais e suas propriedades. Encontrei nas dobraduras um meio para melhorar essas percepções em meus alunos (SANTOS, 2021) (p. 15).

Além disso, o uso de materiais manipuláveis, como blocos ou esferas, pode ser útil para auxiliar na compreensão e representação dos sólidos de forma concreta antes de avançar para a abstração dos conceitos matemáticos envolvidos.

ZUNTI (2018) apresenta em seu trabalho um histórico da EJA no Estado do Espírito Santo, discutindo sobre os anos da década de 1940, coincidente com a literatura do campo, sendo que a partir dessa década, a Educação de Jovens e Adultos se firmou como um problema de política nacional, mas, de acordo com (FREIRE, 1996) na atualidade a EJA - Educação de Jovens e Adultos ainda apresenta um discurso diverso da prática, principalmente quando observado a questão dos poucos recursos e investimentos na modalidade.

No estado do Espírito Santo, assim como em outras regiões, a EJA é oferecida em diversas instituições educacionais, como escolas públicas, particulares e centros de educação de jovens e adultos. Esses programas geralmente seguem uma abordagem flexível para atender às necessidades específicas desse público, incluindo horários alternativos, metodologias diferenciadas e material didático adaptado.

O material didático utilizado na EJA pode ser adaptado para atender às necessidades específicas desse público, visando uma aprendizagem mais eficaz e acessível.

Algumas iniciativas podem envolver parcerias com organizações sociais e projetos que visam apoiar a educação de jovens e adultos, promovendo a inclusão e reduzindo as desigualdades educacionais.

2.6 Conceituando

De acordo com Pereira (2022) Sólidos geométricos são figuras tridimensionais que ocupam um espaço no ambiente, descritos por terem volume e superfície. Eles podem ser categorizados em várias formas com base em suas propriedades geométricas.

Poliedros são figuras geométricas tridimensionais compostas por faces planas, onde cada face é um polígono. Além das faces, um poliedro é caracterizado por arestas (linhas que intersectam as faces) e vértices (pontos onde as arestas se encontram). Em resumo, um poliedro é uma estrutura tridimensional delimitada por polígonos planos.

Poliedro convexo, segundo Silva (2015) é quando qualquer reta que não é paralela a nenhuma de suas faces, o corta em no máximo dois pontos.

Já o Teorema de Euler é um resultado fundamental da matemática que estabelece uma relação entre os vértices, arestas e faces de poliedros convexos.

Em geometria, vértices, arestas e faces são os elementos fundamentais que especificam os sólidos geométricos, a autora Silva (2015) apresenta algumas defini-

ções. Poliedro é uma reunião de número finito de polígonos planos, que satisfazem as condições seguintes:
1. Cada lado de um desses polígonos, é também lado de apenas um outro polígono.
2. A interseção de duas faces quaisquer ou é um lado comum, ou é um vértice ou é vazia. Cada lado de um polígono, comum a exatamente duas faces, é chamado uma aresta do poliedro e cada vértice de uma face é um vértice do poliedro.

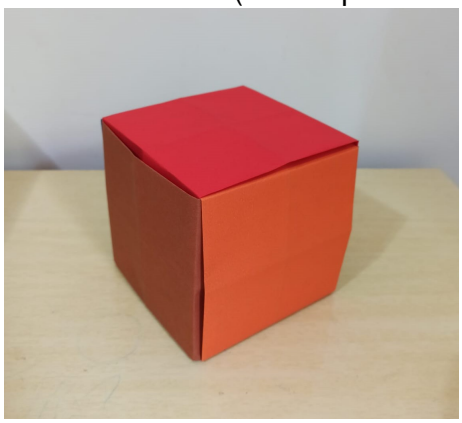
- Exemplos de Sólidos

1. Cubo

   Vértices: 8

   Arestas: 12

   Faces: 6 (todas quadradas)

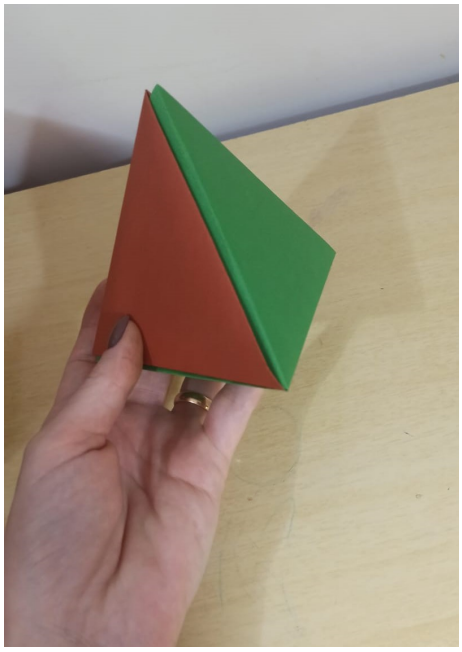


1. Tetraedro

   Vértices: 4

   Arestas: 6

   Faces: 4 (todas triangulares)

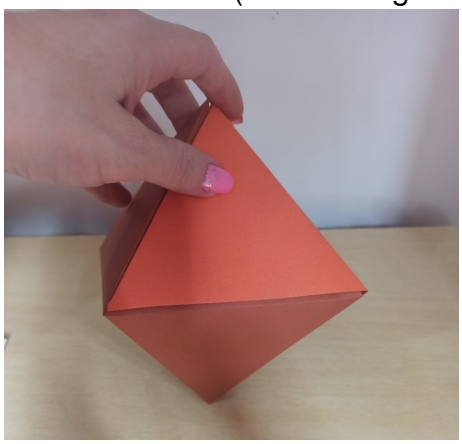


1. Octaedro :

   Vértices: 6

   Arestas: 12

   Faces: 8 (todas triangulares)



Agora será enunciado o Teorema de Euler comumente conhecido como a Relação de Euler:

Teorema 2.1. *Seja P um poliedro convexo com F faces, A arestas e V vértices. Tem-se necessariamente F - A + V = 2*

Um tipo de demostração deste Teorema se encontra na Revista do professor de Matemática (ZOROASTRO, 1983).

Capítulo 3

Percurso Metodológico

Este trabalho se constitui enquanto uma pesquisa de abordagem qualitativa. Quanto aos objetivos é uma pesquisa exploratória que, segundo a concepção de CHIZZOTTI (1998), a pesquisa qualitativa permite “uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito”. E segundo GIL (2008) (p. 43), tem como objetivo “proporcionar uma visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato”.

Isso porque “o conhecimento não se reduz a um rol de dados isolados, conectados por uma teoria explicativa; o sujeito observador é parte integrante do processo de conhecimento e interpreta os fenômenos atribuindo-lhes um significado” ((CHIZZOTTI, 1998), p. 83). Essa abordagem ressalta a importância de considerar o papel ativo dos sujeitos observadores no processo de conhecimento e enfatiza a necessidade de uma abordagem mais contextualizada e significativa para a educação.

Segundo (GIL, 2008) (p. 48) as pesquisas exploratórias têm como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores. [...] Pesquisas exploratórias são desenvolvidas com o objetivo de proporcionar uma visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato.

Nesse sentido, a escolha por essa abordagem se deve ao fato de que a “[...] pesquisa qualitativa responde a ‘[...] questões muito particulares [...]’, pois ela trabalha com o universo dos significados, dos motivos das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes [...]” ((MINAYO, 2009), p. 21).

Conforme afirmam (BOGDAN R.; BIKLEN, 1994) (p. 51), “os investigadores qualitativos estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitem tomar em consideração as experiências do ponto de vista do informador”.

A metodologia abordada tem sido adotada como metodologia de ensino inovadora, classificada como Metodologia Ativa, ela busca envolver os alunos de forma

ativa, encorajando-os a construir poliedros de origami, ao mesmo tempo em que desenvolvem habilidades essenciais.

Sobre a aprendizagem criativa:

> "Uma educação crítica reflexiva, onde o professor vai trazer o aluno a ser o protagonista e criador da sua própria história. O ato de ensinar exige respeito à autonomia do ser educado e o professor que desrespeita a curiosidade do aluno, está infringindo os princípios fundamentalmente éticos da existência, afogando a liberdade do educando e tirando seu direito de estar sendo curioso e inquieto" ((FREIRE, 1996), p. 35).

OLIVEIRA (2010) (p. 51) já assinala que "nem sempre é possível pesquisar a totalidade desses elementos, ou todas as pessoas e grupos que se situam na área que delimitamos para nossa pesquisa de campo".

3.1 Autorização para a pesquisa

Por envolver os estudantes, a pesquisa foi inicialmente submetida para apreciação da escola, conforme autorização no Apêndice A.

O benefício direto do trabalho está em possibilitar, ao professor, uma reflexão sobre sua prática pedagógica e sobre sua formação continuada, e ao aluno a possibilidade de vivenciar metodologias ativas, que o motivem ao aprendizado. Como benefício indireto destaca-se a contribuição para a formação de professores no paradigma da Matemática a partir da divulgação dos resultados da pesquisa por meio de publicações científicas.

3.2 Sujeitos da pesquisa

A pesquisa é de caráter qualitativo, e a aplicação didática com coleta de dados foram implementadas em uma turma de 3ª etapa da Educação de Jovens e Adultos no decorrer do 2°semestre do ano de 2023.

O universo da pesquisa se restringe a um público de 15 estudantes que se propuseram a desenvolver uma atividade prática proposta pelo educador, a qual forneceu informações precisas para a elaboração desse trabalho.

Segundo MARCONI Marina de Andrade de. ; LAKATOS (2012) (p. 51):

> (...) a delimitação do universo consiste em explicitar que pessoas ou coisas, fenômenos e etc. serão pesquisadas, enumerando suas características comuns, como, por exemplo, sexo, faixa etária, organização a que pertencem, comunidade onde vivem e etc ((MARCONI MARINA DE ANDRADE DE. ; LAKATOS, 2012), p. 51).

Para preservar a identidade dos estudantes, mas identificá-los por suas respostas, foram atribuídos a cada um, nomes fictícios.

3.3 Instrumentos de pesquisa

Como instrumentos de coleta de dados foram utilizadas 03 atividades. A primeira atividade tinha como objetivo realizar um diagnóstico do conhecimento prévio dos estudantes em relação ao tema.

A segunda atividade tem o objetivo de avaliar todo o procedimento sequência didática realizadas pelos alunos, o resultado do desenvolvimento de habilidades com percepção espacial e compreensão tridimensional, além da articulação da criatividade e expressão pessoal, verificando se houve uma aprendizagem matemática significativa, atraente e envolvente para alunos jovens e adultos, tornando assim, a aprendizagem mais eficaz e duradoura.

De acordo com (SEVERINO, 2007) (p. 125) o questionário permite "levantar informações escritas por parte dos sujeitos pesquisados, com vistas a conhecer a opinião dos mesmos sobre os assuntos em estudo". O questionário é um instrumento empregado para se obter informações. É um método de fácil acesso que aborda as mesmas questões para todos e garante o anonimato dos participantes, podendo conter questões que atendam a finalidade específica da pesquisa.

(TRIVIÑOS, 1987) vem tentando definir e caracterizar a entrevista semi-estruturada. Para o autor, ela tem como característica questionamentos básicos que estejam apoiados em teorias e hipóteses que se relacionam ao tema da pesquisa. Os questionamentos feitos pelo entrevistador permitem novas possibilidades a partir das respostas dos entrevistados. O autor, afirma ainda que a entrevista semi-estruturada "[...] favorece não só a descrição dos fenômenos sociais, mas também sua explicação e a compreensão de sua totalidade [...]", além de manter a presença consciente e atuante do pesquisador no processo de coleta de informações ((TRIVIÑOS, 1987), p. 152).

A elaboração do questionário se justifica com base na questão norteadora desse trabalho e trouxe possibilidades de dialogar com os objetivos propostos, dando aos participantes possibilidades de responder sobre as questões propostas de maneira a dialogar com o tema em pauta.

A tabulação das atividades se deu em computador pessoal, protegido por senha, sem conexão com redes de dados e os entrevistados não foram identificados nominalmente.

3.4 Elaboração da Sequência de atividades

Os momentos anteriormente descritos compuseram as etapas da sequência de atividades. A organização da sequência de atividades em termos de tais critérios, das etapas e momentos, das atividades desenvolvidas, conteúdos abordados e avaliação, é apresentada na tabela 1

Essa sequência de atividades combina teoria, prática e aplicação, proporcionando aos alunos uma experiência completa e significativa no estudo de sólidos geométricos utilizando origami. Além disso, incentiva a criatividade e a exploração de diferentes formas geométricas de maneira lúdica e envolvente.

Etapa da Oficina	**Atividade**	**Conteúdo**	**Avaliação**
1º Momento	Apresentação da sequência de atividades e da temática.	Apresentação dos conceitos básicos de sólidos geométricos/Relação de Euller	Questionário pré-teste
2º Momento	Exploração de Sólidos Geométricos com Origami	Introdução ao origami/prática de como fazer diferentes sólidos geométricos (cubo, pirâmide, prisma, etc.) usando origami.	Os alunos criam sólidos geométricos através das dobraduras de papel, aplicando os conceitos aprendidos.
3º Momento	Compreendendo a Relação de Euler	Explicação detalhada da relação de Euler: F + V = A + 2/Exemplos de aplicação da relação de Euler em diferentes poliedros	Questionário pós-teste: Atividade de resolução de problemas: os alunos resolvem exercícios que envolvem a relação de Euler

Tabela 1 – Tabela de elaboração da sequência de atividades

Essas etapas formam um ciclo de pesquisa completo, desde o desenvolvimento inicial do questionário até a análise dos resultados finais após a aplicação das atividades planejadas. O cuidado e a atenção dedicados a cada etapa contribuem significativamente para a qualidade e validade dos resultados obtidos.

Ao seguir essa sequência, os alunos têm a oportunidade de aprender de forma progressiva, passando da manipulação física dos sólidos para a compreensão teórica da relação de Euler e, por fim, para a aplicação prática por meio da resolução de problemas. Isso promove uma aprendizagem mais completa e significativa dos conceitos geométricos envolvidos.

3.4.1 Elaboração do pré-teste

Iniciando a sequência de atividades, um questionário pré-teste desempenha um papel crucial em pesquisas, garantindo a qualidade e a validade dos dados coletados. Após a conclusão do pré-teste, é fundamental analisar os dados obtidos e o feedback dos participantes, avaliando suas primeiras interações com a temática apresentada.

As questões foram escolhidas visando detectar qual o conhecimento prévio dos estudantes em relação a temática de sólidos geométricos e a relação de Euler.

A primeira questão foi elaborada visando detectar qual conhecimento o aluno possui de poliedros, buscando perceber se sabe descrever as características de um poliedro, seu entendimento dos conceitos relacionados aos poliedros e se é capaz de identificar e descrever suas propriedades principais.

A segunda questão foi uma continuidade da primeira, ou seja, se o aluno conhece as caracteríticas dos poliedros, ele conseguiria localizar na figura os elementos.

Já as questões 3, 4, 5 e 6 buscava detectar se os estudantes possuíam um conhecimento prévio sobre os elementos constituintes dos poliedros e suas principais características. Perceber se o aluno é capaz de descrever as características das faces, vértices e arestas do poliedro, incluindo forma, número de lados, orientação, comprimento, relações com as faces adjacentes e número de arestas que se encontram em cada vértice.

A sétima questão, de modo a finalizar o pré-teste e a busca pelos conhecimentos prévios dos alunos, foi elaborada de modo a solicitar que os estudantes completassem uma tabela que apresentava três poliedros distintos, determinando o número de faces, vértices e arestas.

O pré-teste fornece feedback formativo valioso aos pesquisadores, destacando as áreas fortes e fracas, ajudando a direcionar os esforços do estudo de forma mais eficaz, monitorando o progresso ao longo da pesquisa. Com base nos resultados do pré-teste, a pesquisadora pode planejar as estratégias da aplicação da atividade prática, de maneira que seja mais eficaz. Podendo direcionar o conteúdo, para cobrir áreas em que os estudantes têm menos ou dificuldade de conhecimento, adaptando o ritmo de aprendizagem e selecionando abordagens de ensino mais abrangentes.

3.4.2 Elaboração da Atividade Prática

Já a prática realizada permitiu que os alunos visualizassem e manipulassem sólidos geométricos de forma prática, aplicando os conceitos aprendidos em sala de aula, estimulando a compreensão tridimensional dos sólidos, ajudando a internalizar conceitos como faces, vértices e arestas, e promovendo a conexão entre a teoria e

a prática, proporciona também, uma compreensão teórica da relação de Euler, que é fundamental para a análise e caracterização de sólidos geométricos.

A prática de dobrar papel para criar sólidos geométricos oferece uma experiência prática e concreta aos alunos. Essa abordagem envolvente pode aumentar o interesse e a motivação dos alunos no aprendizado de conceitos matemáticos abstratos. O origami oferece oportunidades para os alunos explorarem sua criatividade ao criar diferentes formas e padrões a partir de uma simples folha de papel. Isso pode estimular o pensamento divergente e a experimentação.

Elaboração do origami:

• Necessário uma folha quadrada de papel (pode ser papel de origami, papel colorido ou qualquer papel comum cortado em um quadrado.

• Existem vários tipos de dobras e dobraduras para confeccionar os mais diversos tipos de origami.

Os passos para a elaboração do origami conforme consta no Apêndice D:

Passo 1: Preparação - Certifique-se de que o papel esteja posicionado com a cor ou padrão desejado para baixo.

Passo 2: Dobra Diagonal - Dobre a folha ao meio na diagonal, alinhando um canto com o oposto. Abra a dobra e repita no outro sentido, formando uma cruz com as linhas.

Passo 3: Dobra ao Meio - Dobre cada lado da folha em direção ao centro, alinhando as bordas com as dobras diagonais.

Passo 4: Dobra as Quinas para o Centro - Dobre cada quina da folha em direção ao centro, alinhando-as com a dobra diagonal.

Passo 5: Dobra as Bordas para o Centro - Dobre as bordas direita e esquerda em direção ao centro, alinhando-as com as dobras diagonais.

Passo 6: Dobra a Parte Superior e Inferior para o Centro - Dobre a parte superior e inferior da folha em direção ao centro, alinhando-as com as dobras diagonais.

Passo 7: Abra as Abas - Abra as abas resultantes das dobras laterais e insira a ponta superior na abertura criada pela dobra inferior.

Passo 8: Dobre as Abas Superiores - Dobre as abas superiores para baixo, alinhando-as com as bordas da dobra inferior.

Passo 9: Dobre as Abas Inferiores - Dobre as abas inferiores para cima, alinhando-as com as bordas da dobra superior.

Passo 10: Forme o Cubo - Agora, você deve ter uma forma que se monte em

um cubo. Pressione suavemente nas bordas para ajudar a definir a forma.

Seguidamente, apos a construção do sólido ou origami será explorada a relação de Euler.

3.4.3 Elaboração do pós-teste

O questionário pós-teste foi aplicado após a conclusão das atividades práticas de construção dos sólidos geométricos usando o origami para avaliar o impacto das intervenções ou coletar feedback sobre a experiência dos participantes.

As questões 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 8 foram retiradas do questionário pré-teste, permitindo assim avaliar o que os alunos aprenderam durante o período de aplicação da atividade prática. Isso é essencial para medir o progresso individual e coletivo dos alunos em relação aos objetivos de aprendizagem estabelecidos.

A questão 7, de forma mais específica, questionava a relação de Euler ao estudo dos poliedros, buscando uma visão clara do progresso e áreas que precisam de mais atenção.

As questões 9 e 10, ainda forma específica do conteúdo e aumentando o nível de dificuldade da atividade, questionava o número de arestas e vértices de um poliedro, a partir de dados da questão, observando se o estudante demonstra compreensão dos conceitos fundamentais relacionados aos poliedros e seja capaz de comunicar essa compreensão de maneira clara e organizada.

Permitindo comparar os resultados pré e pós-intervenção, ajudando a determinar se houve mudanças significativas nas variáveis de interesse, os dados do questionário pós-teste auxiliaram a validação e a construção das conclusões a partir das atividades, oferecendo uma visão mais abrangente e confiável dos resultados.

3.5 Estruturação da análise de dados

A análise e interpretação dos resultados serão fundamentadas teoricamente com referenciais escolhidos para a temática, dialogando com as informações obtidas por meio dos instrumentos de coleta de dados. A análise dos dados, segundo (LÜDKE MENGA; ANDRÉ, 1986) (p. 45) consiste em “trabalhar” todo o material obtido durante a pesquisa”.

Para (DEMO, 2003) (p. 23):

> (...) o analista qualitativo observa tudo, o que é ou não dito: os gestos, o olhar, o balanço, o meneio do corpo, o vaivém das mãos, a cara de quem fala ou deixe de falar, porque tudo pode estar imbuído de sentido e expressar mais do que a própria fala, pois a comunicação humana é

> feita de sutilezas, não de grosserias. Por isso, é impossível reduzir o entrevistado a objeto ((DEMO, 2003), p. 230.)

(MORAES, 1999) (p. 10) complementa o conceito quando diz que a análise de conteúdo é usada para descrever e interpretar toda a classe de documentos e textos, de forma a ajudar a "reinterpretar as mensagens e a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum".

(BARDIN, 2004), reforça que a análise dos dados está presente ao longo do processo de investigação, mostrando-se mais formal ao término da coleta de dados.

Os dados levantados durante as diferentes etapas da pesquisa, com a utilização de questionários, serão analisados qualitativamente através da técnica de análise de conteúdo temática. Conforme Bardin.

> A análise de conteúdo pode ser considerada como um conjunto de técnicas de análises de comunicações, que utilizam procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens... A intenção da análise de conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos as condições de produção e recepção das mensagens, inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos ou não) ((BARDIN, 2004), p. 38).

A análise de conteúdo de Bardin consiste em seguir passos para uma análise científica de dados qualitativos, divididos em 03 etapas de análise, sendo a primeira a etapa do pré-teste, a segunda da exploração do material trabalhado e a terceira etapa a análise e interpretação dos resultados obtidos.

Capítulo 4

Aplicação da sequência de atividades

A aplicação de uma sequência de atividades requer um planejamento detalhado e estruturado para garantir a eficácia do processo de ensino-aprendizagem.

Ao elaborar e aplicar uma sequência de atividades, é importante considerar a diversidade de estilos de aprendizagem dos alunos, promover a participação ativa e reflexiva, e utilizar uma variedade de recursos e metodologias. Adaptar a sequência conforme as necessidades e interesses dos alunos também é fundamental para garantir um aprendizado significativo e eficaz.

4.1 Elaboração e aplicação do questionário pré-teste - Atividade 1

Para iniciar houve uma apresentação do título da pesquisa, explicando como serão as atividades e a justificativa pela escolha da turma, apresentando a temática da pesquisa. Em seguida aplicou-se uma atividade pré-teste para analisar o conhecimento prévio dos estudantes, conforme apresentado no questionário B.

Para realização da sondagem inicial com os estudantes acerca de conhecimentos da temática da pesquisa, foi realizada de forma individual a aplicação de questionário com 07 questões aos 16 alunos da classe. Nessa etapa objetivou-se saber como estava o conhecimento dos estudantes em relação aos conceitos e informações do conteúdo.

4.2 Aplicação da atividade 2

Na aula seguinte continuamos o trabalho com a montagem dos sólidos geométricos. Reuniu-se os 16 alunos em grupos com 4 integrantes e a professora foi realizando os passos conforme apresentado no apêndice D , e os alunos replicaram as

ações.

Todos os membros integrantes do grupo precisam seguir as instruções do professor para a montagem dos origamis. Desta forma, o grupo garantiria uma montagem adequada do origami.

A montagem do origami em grupo incentiva os alunos a trabalharem juntos para alcançar um objetivo comum. Eles podem trocar ideias, compartilhar conhecimentos e apoiar uns aos outros durante o processo.

Para essa etapa, foi solicitado a escola que providenciasse os papeis adequados para confecção de origamis.

Cada grupo recebeu 10 folhas de papel apropriado de tamanho A4, sendo necessário que as colocasse de forma quadrangular utilizando tesoura ou régua. Com isso as folhas ficaram com 20 cm de lados aproximadamente.

Após uma breve explanação acerca do tema abordado, foi feito um questionamento a respeito do que os participantes entendiam sobre poliedros e sobre a Relação de Euller. Foi proposto, então, que eles experimentassem, em pequenos pedaços de papel, os poliedros no Origami, que foram apresentados nos slides.

Para isso iniciou-se com o comando de formar grupos de 04 alunos para montagem do origami e para a execução das tarefas seguintes. Todos os membros integrantes do grupo receberam a informação de que precisavam seguir as instruções do professor para a montagem dos origamis. Desta forma, o grupo garantiria uma montagem adequada do origami.

A execução de origamis requer atenção aos detalhes e a capacidade de seguir instruções precisas. Essa atividade pode ajudar os alunos a desenvolverem habilidades de leitura atenta e execução precisa, o que é valioso em muitos aspectos da aprendizagem.

Cientes dessas informações, a turma foi dividida em grupos e receberam os materiais necessários para a confecção do primeiro origami, o cubo, sendo passado o passo-a-passo aos estudantes.

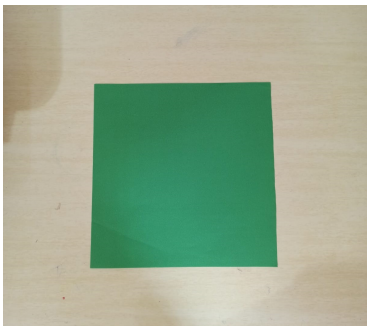
O professor começou a aula demonstrando cada etapa da montagem de um cubo de origami, explicando os passos claramente, conforme detalhado passo a passo no capítulo 3, subcapítulo 3.4.2 - Elaboração da Atividade Prática.

Cientes dessas informações, deu-se inicio a confecção do primeiro origami, o cubo, sendo passado o passo-a-passo aos estudantes:

4.2.1 CUBO

Materiais necessários: 6 folhas quadradas especificas para dobraduras (utilizamos folhas coloridas com 20 cm de lado).

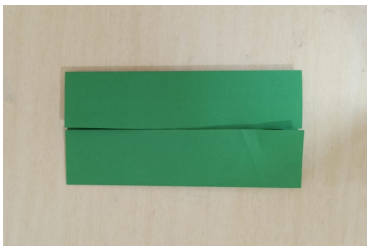
Figura 8 – Folhas quadradas para a dobradura



Fonte: Acervo da pesquisa.

Passo 1: Utilizando apenas 1 folha, dobre-a ao meio de maneira horizontal fazendo uma linha de marcação suave e logo após junte as laterais a essa linha central da folha.

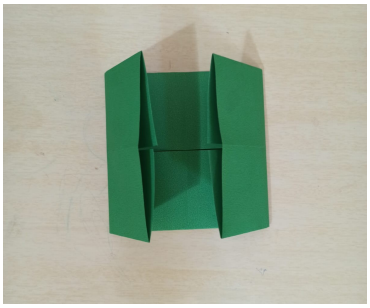
Figura 9 – Passo 1 - construção do cubo



Fonte: Acervo da pesquisa.

Passo 2: Dobre-a novamente ao meio fazendo uma linha de marcação suave e novamente junte as laterais da folha a essa linha central.

Figura 10 – Passo 2 - construção do cubo



Fonte: Acervo da pesquisa.

Passo 3: Repita o passo 1 e o passo 2 nas outras 5 folhas.

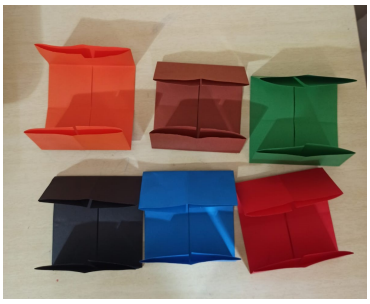


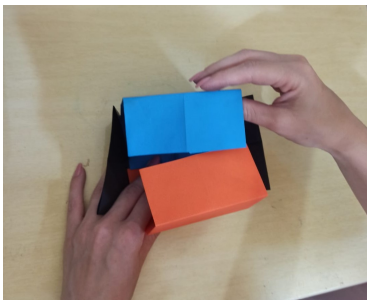
Figura 11 – Passo 3 - construção do cubo
Fonte: Acervo da pesquisa.

Passo 4: Agora é só encaixar as 6 peças.

Figura 12 – Passo 4

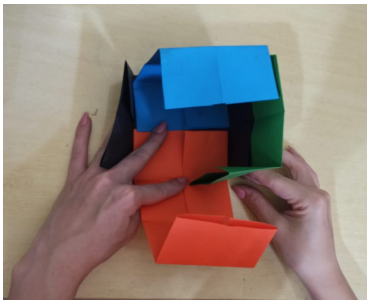
Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 13 – Passo 5 - construção do cubo



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 14 – Passo 6 - construção do cubo

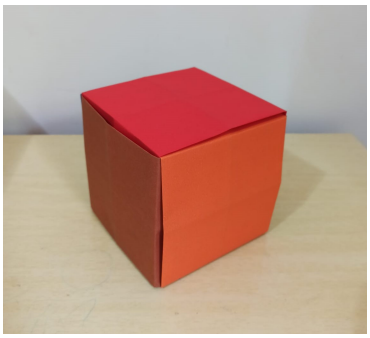


Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 15 – Passo 7 - construção do cubo

Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 16 – Passo 8 - construção do cubo



Fonte: Acervo da pesquisa.

Após a confecção do cubo, foi dado um tempo para que os alunos pudessem analisar o sólido para começarmos as discussões.

Primeiro analisamos a definição de face, vértices e arestas. Logo após fizemos a contagem desses elementos.

Então foi nesse momento que a professora introduziu a relação de Euler para equilibrar a equação e dar sentido ao conteúdo explorado.

Aplicando a Relação de Euler ao Cubo

V=8

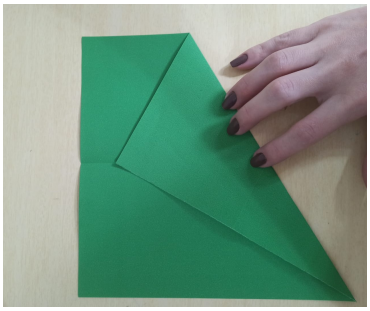
A=12

F=6

Substituindo esses valores na fórmula: $V - A + F = 8 - 12 + 6 = 2$. Portanto, a relação de Euler é satisfeita para o cubo, como esperado.

A relação de Euler demonstrou ter uma propriedade fundamental da topologia dos poliedros convexos e pôde ser uma ferramenta útil para verificar a precisão da construção do modelo geométrico cubo em origami. A relação de Euler é uma equação simples, mas poderosa, que revela uma propriedade fundamental dos poliedros

Figura 17 – Folhas para dobradura



Fonte: Acervo da pesquisa.

convexos.

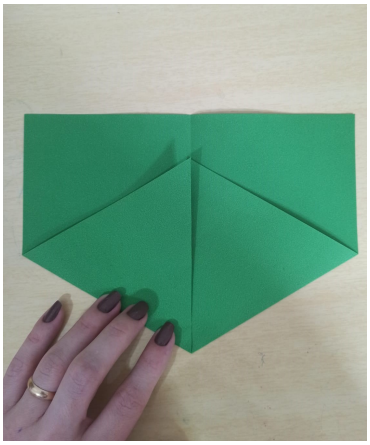
Também observou-se que a relação de Euler é uma ferramenta tanto na matemática teórica quanto em aplicações práticas como o origami. Ela nos permite garantir que modelos geométricos complexos, como os poliedros, são construídos corretamente, respeitando as propriedades topológicas fundamentais.

Os alunos olharam admirados para Relação de Euler e perguntaram se isso valeria para todos poliedros. A professora aproveitou o momento e explicou que sim, para todos poliedros convexos.

4.2.2 TETRAEDRO REGULAR

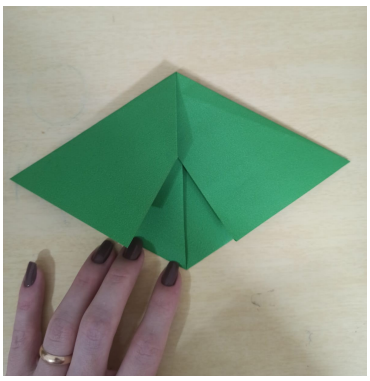
Materiais necessários: 2 folhas quadradas especificas para dobradura (utilizamos folhas coloridas com 20 cm de lado).

Figura 18 – Passo 1 - construção tetraedro



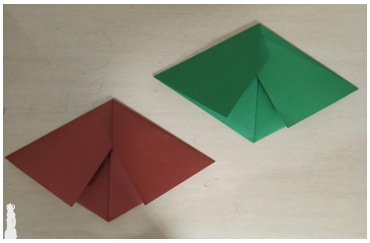
Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 19 – Passo 2 - construção tetraedro



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 20 – Passo 3 - construção tetraedro



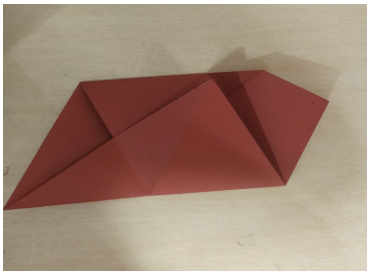
Fonte: Acervo da pesquisa.

Passo 1: Dobre a folha ao meio na posição vertical, logo após leve o canto inferior direito para cima até a linha que acabou de marcar, de modo que o canto inferior direito fique alinhado.

Passo 2: Levamos agora a ponta superior da direita sobre a ultima dobra. Fazemos o mesmo com a ponta superior da esquerda.

Passo 3: Repetimos o processo com a outra folha.

Figura 21 – Passo 4 - construção tetraedro



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 22 – Passo 4 - construção tetraedro

Fonte: Acervo da pesquisa.

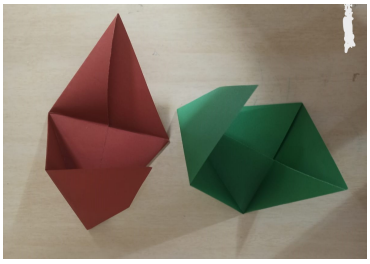


Figura 23 – Passo 5 - construção tetraedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

Passo 4: Agora pegamos 1 das peças, abrimos e levamos primeiro o canto de cima da esquerda para baixo usando as linhas que já existem, depois façamos o mesmo com o canto direito inferior. Último passo da peça é levar o canto da direita inferior até o canto esquerdo superior, dividindo esse espaço ao meio foto.

Passo 5: Para a outra peça, desdobramos e levamos o canto superior da direita para baixo, depois o canto inferior da esquerda para cima e repetimos como na primeira peça. Repare que os passos são os mesmos, porém com posições contrárias. Sendo assim, ficamos com essas duas peças.

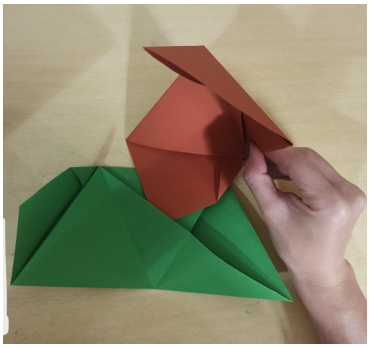


Figura 24 – Passo 6 - construção tetraedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

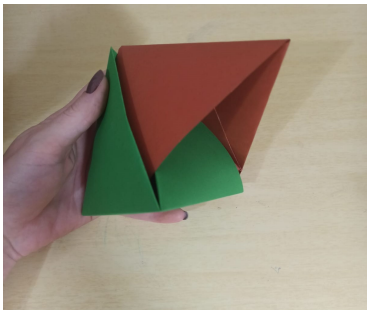


Figura 25 – Passo 6 - construção tetraedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

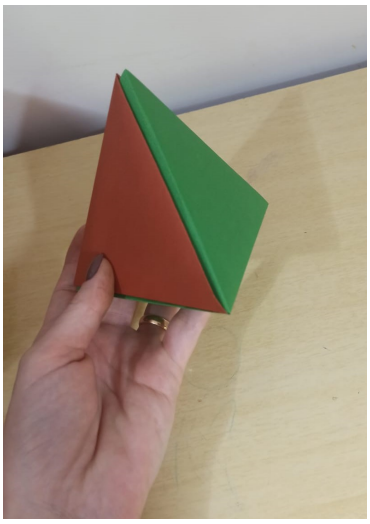


Figura 26 – Passo 6 - construção tetraedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

Passo 6: Vamos montar

Posicione a peça conforme a primeira figura. Logo após vá formando a pirâmide de acordo com as dobras. E para finalizar encaixe a ultima aba que fica sobreposta a pirâmide.

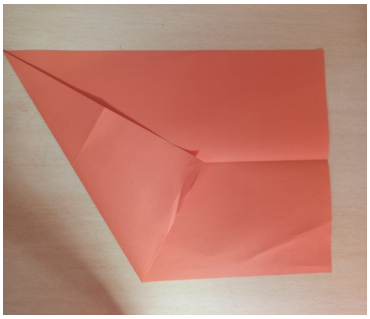


Figura 27 – Passo 1 - construção octaedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

Após a confecção do tetraedro foi realizada a contagem de faces, vértices e arestas e aplicamos na Relação de Euler, confirmando a sua veracidade. Aplicando a relação de Euler ao tetraedro.

Um tetraedro é um poliedro com:

4 vértices,

6 arestas,

4 faces.

Substituindo esses valores na relação de Euler:

V - E + F= 4 - 6 + 4

Calculando: 4 - 6 + 4 = 2

Portanto, pode-se confirmar que a relação de Euler é satisfatória para o tetraedro.

4.2.3 OCTAEDRO REGULAR

Na aula seguinte começamos com a confecção do octaedro regular.

Materiais necessários: 2 folhas tamanho A4 especificas para dobradura (utilizamos folhas coloridas)

Construção:

Passo 1: Dobre a folha ao meio na posição vertical, logo após leve o canto inferior esquerdo para cima até a linha que acabou de marcar, de modo que o canto inferior direito fique alinhado.

Passo 2: Dobre a ponta do lado inferior da direita até o lado esquerdo da folha, fechando a figura.

Passo 3: Abra a folha e repita os passos 1 e 2 com as pontas superior. Logo

Figura 28 – Passo 2 - construção octaedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

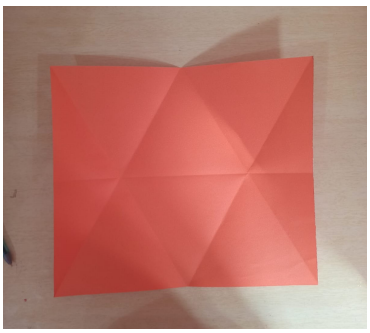


Figura 29 – Passo 3 - construção octaedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

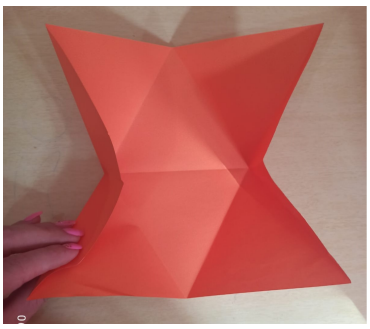


Figura 30 – Passo 4 - construção octaedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

após elimine o pedaço de papel sem dobras.

Passo 4: Pela linha central na posição horizontal, flexione as dobras do lado direito e esquerdo pra cima.

Passo 5: Agora, feche a figura, unindo o lado de cima com o debaixo.

Passo 6: Repita os 5 passos anteriores com a outra folha.

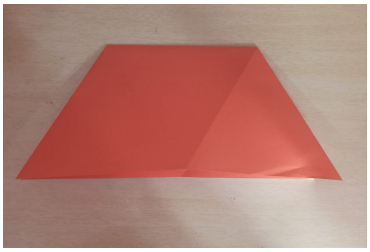


Figura 31 – Passo 5 - construção octaedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

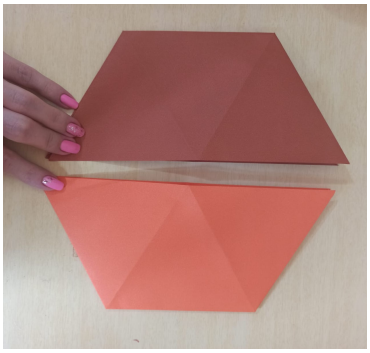


Figura 32 – Passo 6 - construção octaedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

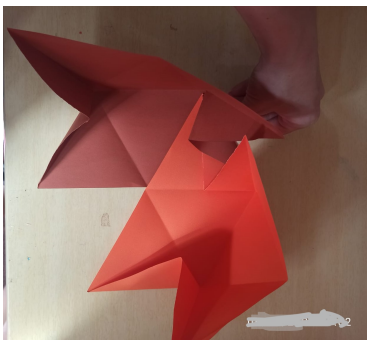


Figura 33 – Passo 7 - construção octaedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

Passo 7 : Com as duas figuras posicionadas com a linha central na posição horizontal, vamos montar. Escolhemos uma das figuras para receber as 4 pontas da outra, começando com a ponta inferior da esquerda se encaixando no canto inferior da direita da outra figura.

Passo 8: Só finalizar os encaixes das pontas de uma figura na outra.

Figura 34 – Passo 8 - construção octaedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

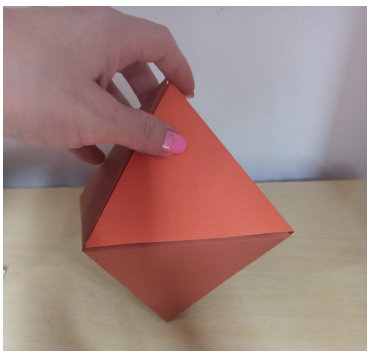


Figura 35 – Passo 8 - construção octaedro
Fonte: Acervo da pesquisa.

Após a confecção do octaedro regular realizamos novamente a contagem de vértices, faces e arestas e aplicamos à Relação de Euler novamente.

Vamos verificar se o octaedro satisfaz a relação de Euler.

Para o octaedro:

Número de vértices - V= 6

Número de arestas - A= 12

Número de faces - F= 8

Substituindo esses valores na relação de Euler: V - A + F= 6 - 12 + 8= 2

Portanto, o octaedro satisfaz a relação de Euler, conforme esperado. Essa relação é uma característica essencial de todos os poliedros convexos.

Os estudantes se divertiram e se mostraram interessados, pois estavam totalmente envolvidos no processo de construção. A turma interagiu bem, sendo alcançado o propósito desta etapa da pesquisa.

Na mesma aula, depois dos materiais confeccionados, ocorreu a exploração das características desses poliedros e buscando entender suas definições e conceitos, para que depois a turma pudesse associar de forma mais tranquila, a relação de

Euler nos poliedros. Os estudantes conseguiram associar a teoria dada com a prática realizada.

4.3 Aplicação do questionário pós-teste - Atividade 3

Buscando perceber se as atividades e as práticas alcançaram o objetivo proposta na pesquisa, aplicou-se um questionário para explorar um pouco do que os estudantes tinham consolidado durante esse processo.

Foi aplicada uma atividade com 10 questões, para os mesmos 16 alunos que realizaram o questionário pré-teste, de forma individual, visando obter informações sobre o aprendizado dos estudantes a respeito Apêndice C.

A atividade/questionário de pós-teste, consistia em questões com grau de dificuldade maior que os do pré-teste, com o objetivo de avaliar a aprendizagem com a aplicação da sequência de atividades desenvolvida, de modo a comparar com o pré-teste, avaliando se a confecção dos origamis proporcionou melhor entendimento sobre os poliedros e se esses materiais manipuláveis facilitam o ensino desse conteúdo.

Capítulo 5

Análise de dados da sequência de atividades

Neste capítulo, são apresentadas a análise e a discussão dos dados. Os dados foram coletados através da aplicação de atividades e aula prática.

Do ponto de vista da pesquisa, a finalidade foi observar o aprendizado dos estudantes e analisar as atividades realizadas por eles, uma vez que o intuito era despertar engajamento e a motivação dos estudantes nas aulas, para assim, aguçar o interesse pela aprendizagem deles.

Avaliar consiste numa etapa importante no processo de ensino e aprendizagem do aluno, e através dessas respostas foi possível organizá-las e fazer a análise dos dados.

5.1 Análise dos dados do questionário pré-teste - Atividade 1

Esta aula pode ser considerada uma aula introdutória, portanto, aplicou-se um atividade/questionário para avaliar os conhecimentos iniciais dos estudantes. Foi explicado aos estudantes a importância do pré-teste para seu aprendizado e como ele ajudará a ajustar o ensino às suas necessidades, reforçando que o pré-teste não é uma avaliação formal, mas uma ferramenta de diagnóstico.

Na tabela 2, são apresentados os acertos e erros das 7 questões que compuseram o pré-teste, respondidos pelos estudantes.

A interação dos alunos com o questionário pré-teste foi uma ferramenta valiosa para avaliar seus conhecimentos prévios, porque com as dúvidas relatadas pelos estudantes, foi possível, além das respostas dadas, identificar as dificuldades e ajustar a atividade prática de acordo com as necessidades da turma. Nessa etapa objetivou-se saber como estava o conhecimento dos estudantes em relação aos conceitos e infor-

Questão	Acertos	Erros
1	4	12
2	3	13
3	2	14
4	6	10
5	3	13
6	3	13
7	6	10

Tabela 2 – Tabela do Questionário Pré-teste

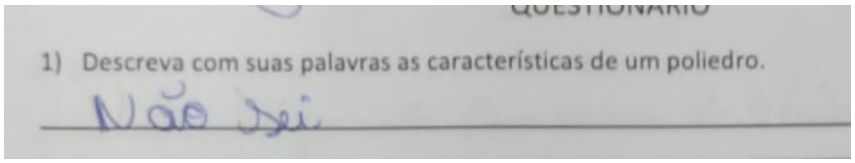
mações sobre os conceitos de políedros, origem e construção/montagem do origami.

A partir das respostas dadas pelos estudantes às sete (07) questões apresentadas foi detectado que existia pouco conhecimento sobre o assunto. De acordo com (GIL, 2008), construir um questionário consiste basicamente em traduzir objetivos da pesquisa em questões específicas. Além disso, o questionário é vantajoso ao possibilitar atingir muitas pessoas.

A cada dúvida ou a cada comentário, foi fornecido feedback imediato sobre as respostas, ajudando os estudantes a entenderem seus erros e acertos imediatamente.

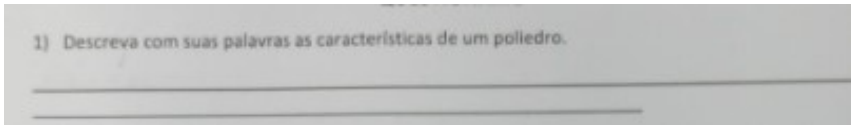
A questão 01 solicitava que os estudantes descrevessem com suas palavras sobre as características de um poliedro, e apenas 04 estudantes descreveram ou tentaram descrever, e 12 estudantes escreveram palavras como *"não sei"* ou *"não lembro"*, ou deixaram em branco, conforme Figuras 36, 37 e 38

Figura 36 – Questão 01 - resposta estudante 4



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 37 – Questão 01 - resposta estudante 11

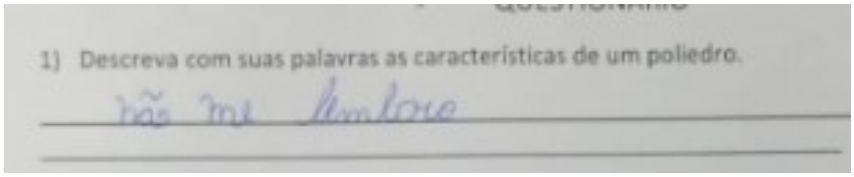


Fonte: Acervo da pesquisa.

Os estudantes não conseguiram descrever que um poliedro é uma figura geométrica tridimensional limitada por faces poligonais, arestas e vértices.

A dificuldade de um aluno em entender um poliedro pode variar de acordo com diversos fatores, incluindo o nível de instrução, o estilo de aprendizagem, a experiência prévia em geometria e a qualidade do material didático utilizado. Se a relação de Euler

Figura 38 – Questão 01 - resposta estudante 7



Fonte: Acervo da pesquisa.

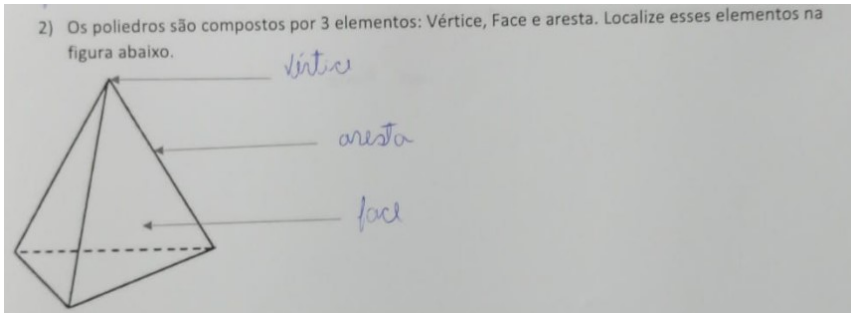
for apresentada sem um contexto ou explicação adequada, pode se tornar um ponto de confusão. Explicações que mostrem aplicações práticas e exemplos concretos dessa relação podem ser mais eficazes.

Se o aluno não possui uma compreensão sólida dos conceitos básicos de geometria, como pontos, linhas e planos, pode ser difícil para ele entender os poliedros, que são formas tridimensionais mais complexas e a relação de Euller.

"Nas últimas décadas, uma necessidade de modificações no ensino da geometria cresceu ao redor do mundo, devido às dificuldades encontradas e ao fraco desempenho mostrado por alunos secundários em geometria" (NASSER L.; SANTANNA, 1997).

A questão número 2 informa que os poliedros são compostos por vértices, faces e arestas e pede que seja localizado esses elementos em uma imagem indicada, conforme apresentado nas Figuras 39 e 40

Figura 39 – Questão 02 - resposta estudante 3



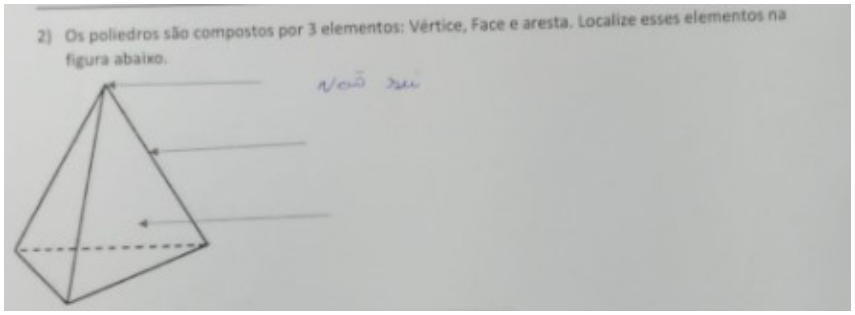
Fonte: Acervo da pesquisa.

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1998).

Os estudantes que responderam a questão, responderam de forma genérica, não evidenciando de forma clara em sua resposta, como de fato os locais corretos de cada elemento na imagem.

De acordo com (DANTE, 2017) (p. 166), "Cada poliedro é formado pela reunião

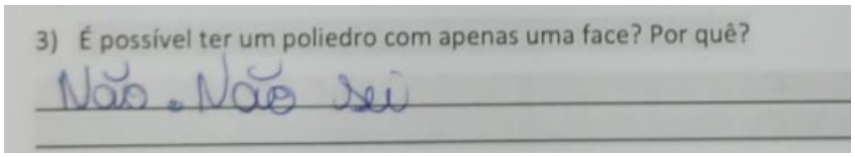
Figura 40 – Questão 02 - resposta estudante 10



Fonte: Acervo da pesquisa.

de um número finito de polígonos chamados faces e a região do espaço limitada por eles. Cada lado de um desses polígonos é também lado de um outro único polígono. A intersecção de duas faces quaisquer é um lado comum, ou é um vértice, ou é vazia".

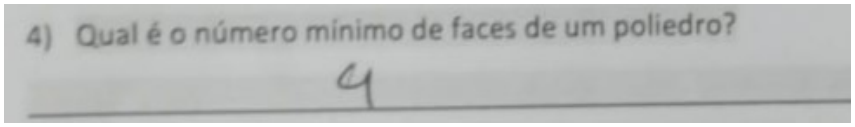
Figura 41 – Questão 03 - resposta estudante 2



Fonte: Acervo da pesquisa.

Pensando nos elementos que compõem um poliedro, a questão 04 perguntou aos estudantes o número mínimo de faces de um poliedro, e apenas 06 estudantes responderam a pergunta corretamente, ou seja, disseram que um número mínimo de faces de um poliedro são 04 faces, remetendo ao tetraedro que tem quatro faces em forma de triângulo equilátero, com 4 faces, 4 vértices e 6 arestas, conforme apresentado na Figura 42

Figura 42 – Questão 04 - resposta estudante 1

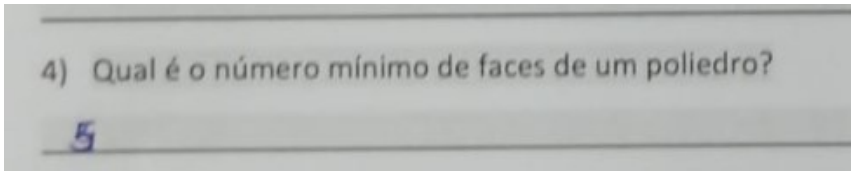


Fonte: Acervo da pesquisa.

Os demais 06 estudantes, responderam os mais diversos números, inclusive, tiveram respostas com "não sei", demonstrando a falta de conhecimento prévio do conteúdo, conforme Figuras 43 e 44

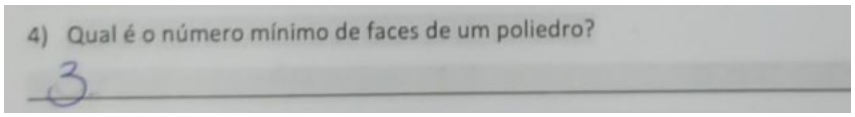
Ao serem indagados pela questão 5 sobre qual o número mínimo de vértices que um poliedro pode ter, observa-se que a maioria dos estudantes não tem percepção do conteúdo, demonstrado em apenas 3 estudantes responderem corretamente, como apresentado nas Figuras 45, 46 e 47

Figura 43 – Questão 04 - resposta estudante 8



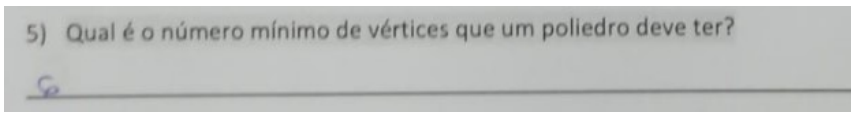
Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 44 – Questão 04 - resposta estudante 14



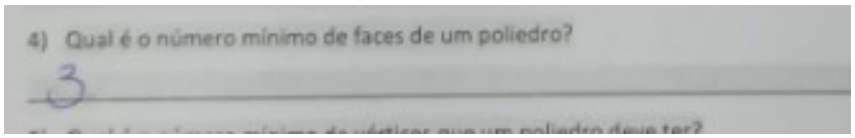
Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 45 – Questão 05 - resposta estudante 14



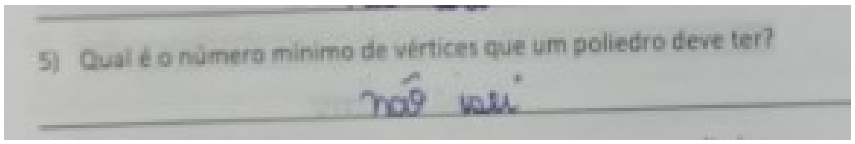
Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 46 – Questão 05 - resposta estudante 11



Fonte: Acervo da pesquisa.

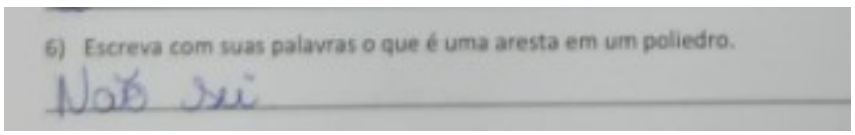
Figura 47 – Questão 05 - resposta estudante 8



Fonte: Acervo da pesquisa.

Já a questão 6, demonstrada nas Figuras 48 e 49 pedia que os estudantes escrevessem, com suas palavras, o que era uma aresta de um poliedro, e 13 estudantes responderam errado ou escreveram "não sei", mais uma vez ficando claro que alguns estudantes não possuem nenhum conhecimento sobre o conteúdo indicado.

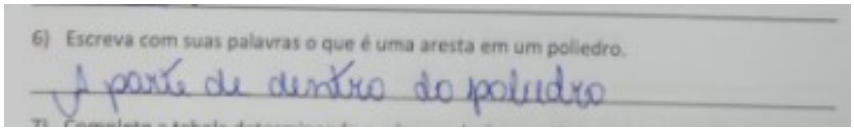
Figura 48 – Questão 06 - resposta estudante 7



Fonte: Acervo da pesquisa.

E por fim, a questão 7 solicitava que os estudantes preenchessem uma tabela

Figura 49 – Questão 06 - resposta estudante 3

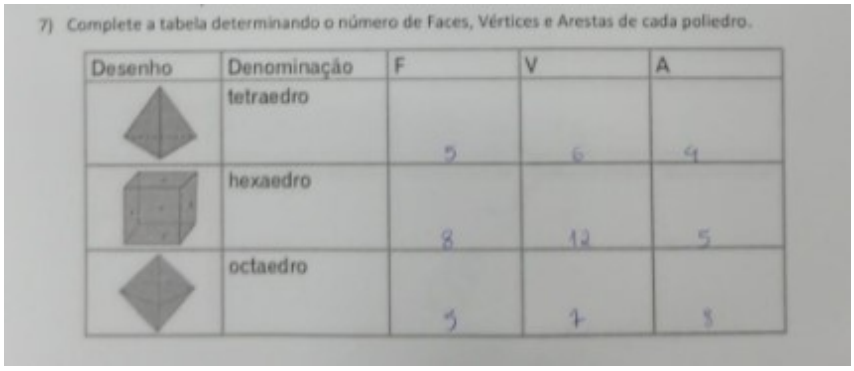


Fonte: Acervo da pesquisa.

indicando o número de faces, vértices e arestas das três imagens indicadas, um tetraedro, hexaedro e um octaedro.

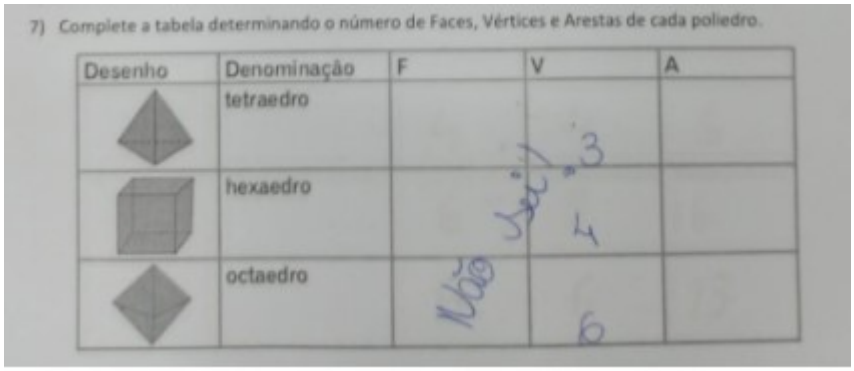
Dos 16 estudantes respondentes, apenas 2 alunos conseguiram acertar parcialmente a questão, e os outros 14, erraram ou nem tentaram responder por não saberem como identificar os elementos do poliedro, conforme identificado nas Figuras 50 e 51.

Figura 50 – Questão 07 - resposta estudante 4



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 51 – Questão 07 - resposta estudante 9



Fonte: Acervo da pesquisa.

A partir das respostas dadas pelos alunos às sete (07) questões apresentadas foi detectado que não existia conhecimento prévio sobre o assunto.

Como em todo processo de construção do conhecimento, diagnosticar a aprendizagem não é uma tarefa fácil, principalmente quando os alunos apontam não terem conhecimento sobre o conteúdo proposto. Desse modo, analisa-se os dados buscando

descobrir as fragilidades e necessidades dos alunos, que no caso da temática da pesquisa, vão desde da conceituação, as práticas e cálculos.

Todos os dados obtidos foram analisados quantitativamente para descrever os sentidos contidos nas explanações, como em todo processo de construção do conhecimento, diagnosticar a aprendizagem não é uma tarefa fácil, principalmente quando os alunos apontam não terem conhecimento sobre o conteúdo proposto. Desse modo, analisa-se os dados buscando descobrir as fragilidades e necessidades dos estudantes, que no caso da temática da sequência de atividades, vão desde a conceituação, as práticas e cálculos.

5.2 Análise e avaliação da atividade prática - Atividade 2

Através da construção desses modelos, podemos visualizar e compreender melhor propriedades geométricas importantes, como a relação de Euler.

Em seguida, o professor pode modelar a execução da atividade, fazendo pausas para permitir que os alunos acompanhem cada etapa, conforme Figura 52

Figura 52 – Montagem dos poliedros: cubo, tetraedro e octaedro

Fonte: Acervo da pesquisa.

A interação professor-aluno na atividades de montagem de origamis de poliedros, ofereceu uma oportunidade rica para o desenvolvimento de habilidades cognitivas, uma vez que, os estudantes tiveram a oportunidade de visualizar e manipular formas geométricas tridimensionais, facilitando a compreensão dos conceitos de vértice, aresta e face que são abstratos quando ensinados apenas na teoria. Percebe-se, ainda, que a conversa paralela entre colegas fez com que eles se dispersassem e perdessem algumas orientações transmitidas, que tiveram que ser repassadas, sendo explicado a necessidade de atenção para a execução correta da atividade.

Os alunos aprendem a seguir uma sequência de passos detalhados, o que aprimora suas habilidades de resolução de problemas e a capacidade de seguir direções complexas. O professor pode ajudar os alunos a identificar e corrigir erros na montagem, promovendo um entendimento mais profundo do processo e incentivando o aprendizado.

Com o desenvolvimento da atividade, os alunos puderam montar o origami. Pode-se dizer que a utilização do origami de forma diferenciada e planejada, promove mais aprendizagem que apenas mandar os estudantes fazerem atividades e mais atividades, além de textos nos quadros ou como pesquisa na internet de formato pronto.

Foram distribuídos os materiais necessários e a professora iniciou as instruções de montagem, começando pela montagem do cubo. Solicitou que dobrassem a folha ao meio na diagonal formando um triângulo, repetindo o processo na diagonal oposta. Em seguida, pediu que dobrassem ao meio horizontalmente e depois verticalmente, para que depois, usando as marcações, realizassem a dobra das 4 pontas em direção ao centro. Após, deveriam dobrar as bordas da parte inferior em direção ao centro e depois a parte superior deveria ser dobrada de forma a alinhar com a borda inferior. Para encerrar, informou que deveriam abrir os lados para formar o cubo.

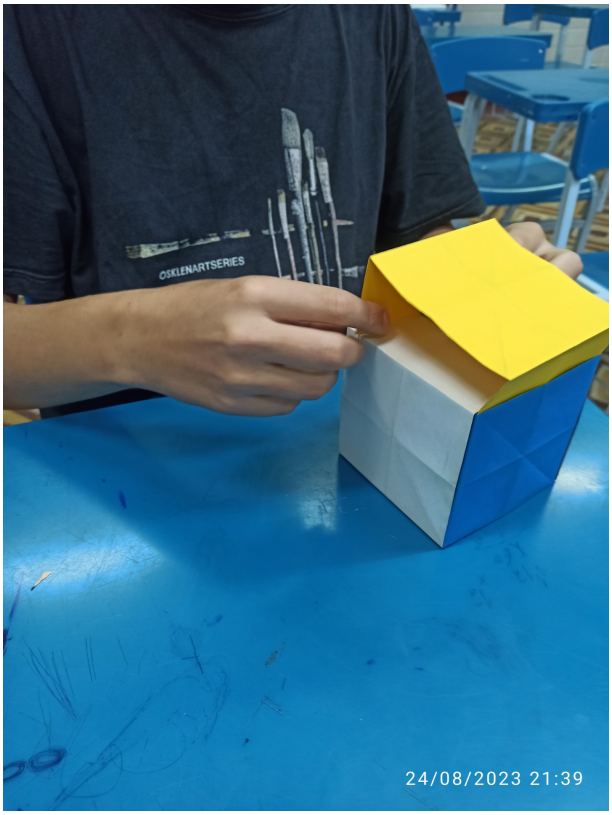
No caso específico dessa atividade, uma situação chamou a atenção. Ao ser solicitado que os estudantes fizessem a primeira dobra no papel, com uma marca que deveria ser singela, apenas uma pequena dobra que deixasse o ponto evidente, um estudante marcou suas folhas efetuando a dobra completa, fazendo um vinco unindo lado superior e inferior do quadrado, como mostra o seguinte diálogo:

- Estudante: “Professora! Dobrei a folha toda. O que faço?”

- Pesquisadora: “Não tem problema. Fez, pode deixar. Só não dobre as outras assim”.

No caso específico deste estudante, a atividade pode continuar sendo realizada na folha, porém, ficou notório o excesso de conversas, falta de atenção ou atitudes desnecessárias atrapalham o andamento da atividade.

Figura 53 – Montagem dos poliedros: cubo, tetraedro e octaedro

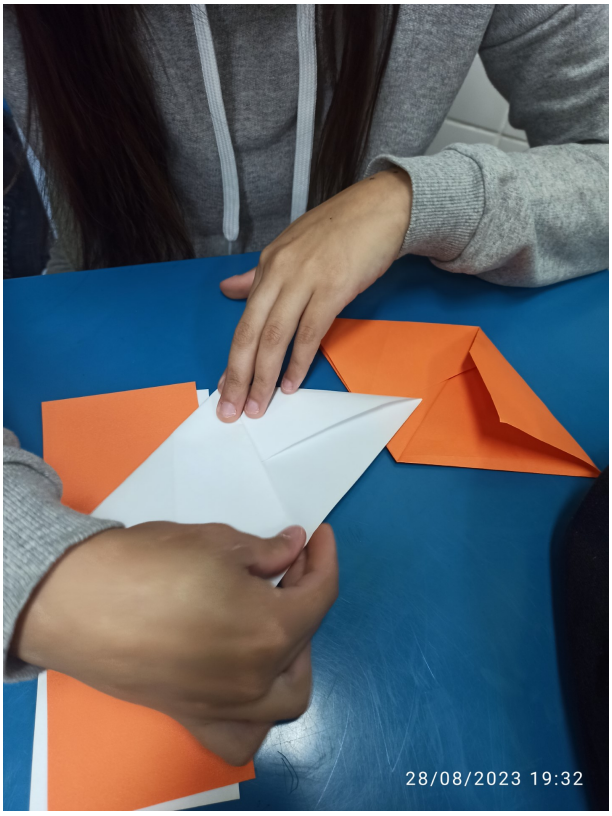


Fonte: Acervo da pesquisa.

Durante a montagem do origami, os alunos podem encontrar desafios e obstáculos. Isso oferece oportunidades para resolver problemas de maneira criativa e desenvolver habilidades de pensamento crítico.

Utilizar aulas práticas com utilização de materiais manipuláveis em sala de aula para que a teoria seja vivenciada em sua prática constitui uma ótima ferramenta para que aluno veja o conteúdo, possibilitando que uma visão ampliada do que se está estudando seja criada, tendo um contato direto com o fenômeno, auxiliando assim no grande problema enfrentado pelos professores em suas salas de aula, a relação entre a teoria explicada em sala com a realidade cotidiana dos alunos.

Figura 54 – Montagem dos poliedros: cubo, tetraedro e octaedro



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 55 – Montagem dos poliedros: cubo, tetraedro e octaedro

Fonte: Acervo da pesquisa.

Os sólidos restantes foram obtidos através da mesma instrução que produz os módulos que geram as faces triangulares, de acordo com as Figuras 53, 54 e 55, porém, em tamanhos diferentes. Para tanto, todos foram orientados para que dividissem,

cuidadosamente, entre os participantes, as folhas de papel separadas.

Criar um cubo, octaedro e tetraedro de origami é um projeto divertido e desafiador, fez com que a turma participasse ativamente da atividade, respeitando os limites de cada sujeito. Trabalhar em grupo também promove a socialização entre os alunos. Eles aprendem a respeitar as ideias dos colegas, a trabalhar em conjunto e a compartilhar responsabilidades.

Ao finalizar a montagem do origami, os alunos têm uma criação tangível em mãos. Isso pode ser uma fonte de orgulho e realização, contribuindo para uma experiência positiva de aprendizado. Criar algo com as próprias mãos pode ser gratificante e promover a autoexpressão. Os alunos sentem-se orgulhosos de suas criações, fortalecendo a autoestima, conforme apresentado nas Figuras 56 e 57

Figura 56 – Exposição dos poliedros de Origami: cubo, tetraedro e octaedro

Fonte: Acervo da pesquisa.

Um cubo é um poliedro com as seguintes características:

- 8 vértices (pontos de encontro das arestas),
- 12 arestas (linhas que conectam os vértices),
- 6 faces (superfícies planas).

Figura 57 – Exposição dos poliedros de Origami:s: cubo, tetraedro e octaedro

Fonte: Acervo da pesquisa.

A participação nesta atividade foi unânime. Alguns com mais dificuldades, outros com menos, e houve, também, os que não encontraram barreiras para executá-la, o importante de se observar é que todos se apropriaram do material e o exploraram ao máximo.

Ao apresentar seus trabalhos, os alunos são incentivados a serem criativos e inovadores, além de gerar um espaço de debates e conversas acerca da temática, fazendo com que exponha, além dos trabalhos, suas dúvidas e opiniões sobre a execução da atividade, conforme descrição das falas destacadas:

- *Estudante 2: "É muito importante que o aluno seja apresentado à geometria com práticas que podemos visualizar, pois assim terá maior facilidade de aprender.*

- *Estudante 4: "É importante criar atividades que motivem a participação dos alunos. A geometria desse jeito, aprendendo em sala de aula com os origamis, é um aprendizado além do que podemos ter apenas observando."*

- *Estudante 6: "Sim, eu estava com muita dificuldade de entender o que a professora falava dos poliedros, mas depois de montar os origamis, consegui entender a relação de Euler, número de face, vértice e arestas."*

- *Estudante 11: "Sim. Acredito que as "propriedades" destes poliedros, com atividades como estas, podem despertar a curiosidade e o interesse dos alunos."*

A exposição dos trabalhos dos alunos, apresentada na Figura 57 serve como uma celebração do aprendizado. Mostrar o que os alunos conseguiram realizar é uma maneira de reconhecer e celebrar seus esforços e conquistas acadêmicas. A exposição dos trabalhos dos alunos é uma prática educacional que oferece uma série de benefícios significativos. Ao expor seus trabalhos, os alunos têm a oportunidade de compartilhar suas realizações com colegas, professores, familiares e até mesmo a comunidade em geral. Isso pode aumentar a autoestima, promover o orgulho e desenvolver a confiança dos alunos em suas habilidades.

A exposição dos trabalhos dos alunos vai além de simplesmente mostrar o que foi feito. Ela desempenha um papel crucial no desenvolvimento acadêmico, social e emocional dos alunos, proporcionando uma plataforma para a expressão criativa, aprendizado colaborativo e preparação para o sucesso futuro.

5.3 Análise dos dados do questionário pós-teste - Atividade 3

As questões 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 8 foram retiradas do questionário pré-teste e em comparação das respostas no questionário pós-teste, pode-se observar, conforme tabela 3 que o número de acertos foi superior a atividade pré-teste, demonstrando que houve compreensão do conteúdo.

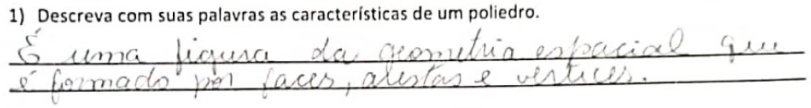
Questão	**Acertos - Pré-teste**	**Acertos - Pós-teste**
1	4	9
2	3	10
3	2	14
4	6	12
5	3	11
6	3	11
8	6	13

Tabela 3 – Tabela de comparação do Questionário Pré-teste e Questionário Pós-teste

Os materiais manipulativos, como a confecção do origami, permitem ao estudante uma aproximação do que seria imaginário para o real, dessa forma, as dobraduras foram um alicerce para o aprendizado de poliedros.

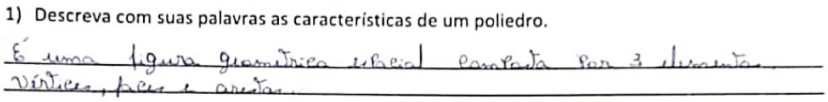
A questão 1 solicitava que os estudantes descrevessem com suas palavras as características de um poliedro, conforme apresentado nas Figuras 58 e 59.

Figura 58 – Questão 1 - Atividade pós-teste - resposta estudante 3



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 59 – Questão 1 - Atividade pós-teste - resposta estudante 7



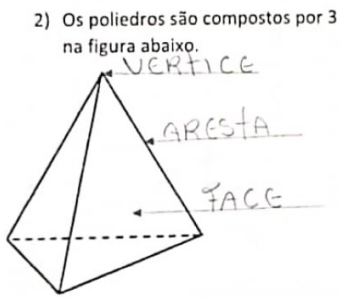
Fonte: Acervo da pesquisa.

Analisando as respostas da questão 1, pode-se perceber que houve o entendimento dos conceitos sobre poliedros apresentados e a utilização da confecção do origami contribuiu para que ocorresse uma aprendizagem significativa. Os professores precisam entender que devem apresentar os conceitos matemáticos de forma que os estudantes consigam relacioná-los com situações palpáveis e visuais. Isso auxilia os estudantes a visualizar a aplicação prática da matemática, entendendo sua importância. Com essas abordagens, os estudantes ganharam uma compreensão mais concreta e intuitiva do que é uma aresta e como a relação de Euler se aplica aos poliedros.

A questão 2 pede que o estudante localize na imagem dada, os elementos do poliedro: a face, o vértice e a aresta, como apresentado nas Figuras 60 e 61.

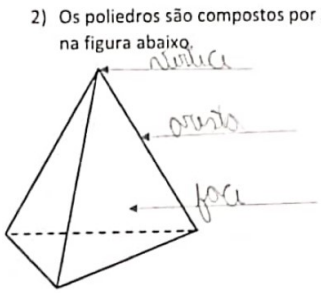
Os alunos demonstraram que com a visualização, em forma de material palpável, e com a visualização dos poliedros, entender os elementos de sua composição ficaram mais fáceis e de melhor compreensão. Buscando melhorar o processo de

Figura 60 – Questão 2 - Atividade pós-teste - resposta estudante 11



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 61 – Questão 2 - Atividade pós-teste - resposta estudante 9



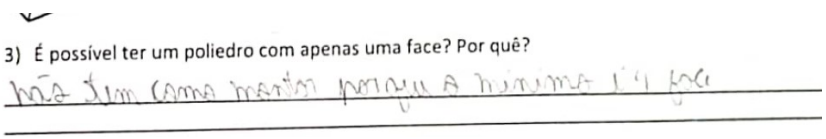
Fonte: Acervo da pesquisa.

ensino-aprendizagem com abordagens que motivem os alunos, deixando-os interessados em aprender os conteúdos, o uso de materiais manipuláveis, deve-se entender da mesma forma que as metodologias de ensino se aperfeiçoaram, não devendo mais o professor ficar estagnado em suas práticas.

A questão 3, conforme demonstrado nas Figuras 62 e 63, perguntava se é possível ter um poliedro com apenas uma face e os 16 estudantes responderam corretamente, informando que o número mínimo de faces de um poliedro são 04.

O número de acertos mostra que este tipo de aula, que foge da aula tradicional, por si só, já aumenta a curiosidade do estudante a partir do início da experiência, motivando o estudante pela busca de resposta, elaborando ideias pra que, assim, chegue a uma resposta que não foi dada pelo professor, mas obtida pelo seu esforço, pelo desafio posto à própria imaginação e raciocínio, tornando, assim, o conteúdo interessante, agradável e por fim, motivador.

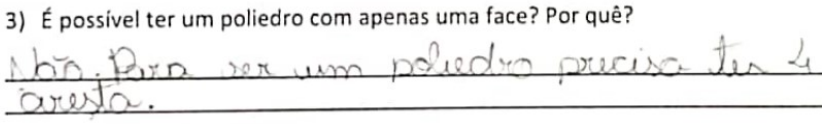
Figura 62 – Questão 3 - Atividade pós-teste - resposta estudante 6



Fonte: Acervo da pesquisa.

Na questão 04, retornando a questão da atividade pré-teste, perguntava qual

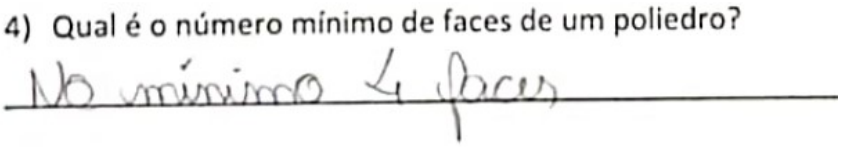
Figura 63 – Questão 3 - Atividade pós-teste - resposta estudante 12



Fonte: Acervo da pesquisa.

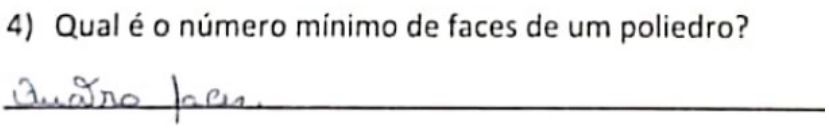
o número mínimo de faces de um poliedro, e como já haviam explicado na questão anterior, os alunos tinham conhecimento e responderam corretamente, de acordo com as Figuras 64 e 65

Figura 64 – Questão 4 - Atividade pós-teste - resposta estudante 10



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 65 – Questão 4 - Atividade pós-teste - resposta estudante 5



Fonte: Acervo da pesquisa.

Para promover uma aprendizagem significativa, os educadores devem criar ambientes de ensino que incentivem os alunos a relacionar o conteúdo novo com os seus conhecimentos prévios, estimulando a discussão, a resolução de problemas e a exploração ativa, além disso, a criação de analogias, metáforas e exemplos concretos, como a construção de sólidos a partir do origami, pode ser uma estratégia eficaz para facilitar a compreensão e a retenção do conhecimento. Nesse sentido, é preciso respeitar e aproveitar o conhecimento do aluno, levando em consideração as formas de interação social e o seu desenvolvimento cognitivo.

A relação de Euler é um exemplo de como conceitos matemáticos podem ser ensinados de maneira significativa. Utilizando estratégias que conectam novos conteúdos aos conhecimentos prévios dos alunos e explorando métodos ativos e concretos de ensino, os educadores podem facilitar a compreensão e a retenção do conhecimento.

A questão 5 perguntou: quantas arestas no mínimo precisamos para formar um vértice?

Todos os 16 estudantes responderam corretamente a questão, demonstrando que a visualização através da confecção dos origamis foi eficaz. Fica demonstrado que a confecção dos origamis auxiliou a visualização dos elementos dos poliedros e que a aula realizada de forma prática buscou melhorar o processo de ensino-aprendizagem com abordagens que motivam os estudantes, deixando-os interessados em aprender os conteúdos, entendendo assim que as metodologias de ensino se aperfeiçoaram, não devendo mais o professor ficar estagnado em suas práticas, voltadas somente a aulas teóricas.

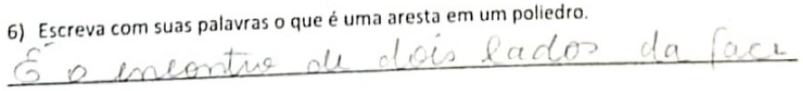
Mas, é necessário compreender que a eficácia de novas metodologias no ensino da disciplina de Matemática, ou qualquer outra disciplina, pode variar dependendo de diversos fatores, incluindo o contexto da sala de aula, as características dos alunos, o planejamento e a implementação das atividades, entre outros.

Os professores devem planejar cuidadosamente as atividades, fornecendo orientação adequada e avaliar o progresso dos estudantes. Além disso, as preferências de indivíduos dos estudantes também devem ser consideradas, uma vez que algumas pessoas podem se beneficiar mais de abordagens ativas do que outras.

A atividade prática de confecção de origamis ajudou a desenvolver uma gama mais ampla de habilidades que são fundamentais para o sucesso da aprendizagem de Matemática, mas especificadamente no conteúdo de poliedros. A integração da arte do origami na educação matemática, especialmente no estudo de poliedros, não apenas facilita a compreensão da relação de Euler, mas também desenvolve habilidades essenciais para a aprendizagem matemática.

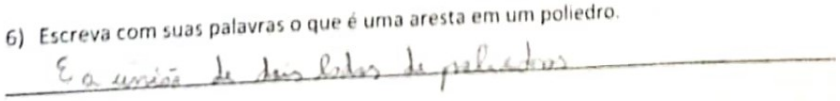
A questão 06 indaga aos estudantes o que é uma aresta de um poliedro em suas palavras e todos os 16 estudantes conseguiram, a sua maneira e com suas palavras, responder corretamente a questão, como apresentado nas Figuras 66 e 67.

Figura 66 – Questão 6 - Atividade pós-teste - resposta estudante 2



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 67 – Questão 6 - Atividade pós-teste - resposta estudante 15



Fonte: Acervo da pesquisa.

Professor e estudante acabam aprendendo com o uso de metodologias dife-

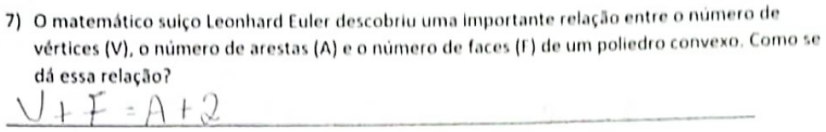
rentes, como a confecção de origami para aprendizagem dos poliedros, através da interação que essa metodologia proporciona, visto que os estudantes conseguem visualizar toda a explicação teórica de forma prática. Por isso, o professor deve estar com a mente aberta ao aprender e não ser o detentor do conhecimento, não utilizando desta ferramenta como mais uma fonte de controle da disciplina e sim como uma aliada a aprendizagem.

Pode-se dizer que a utilização de aula prática, diferenciada e planejada, como a de confecção de origamis, promovem mais aprendizagem que apenas mandar os alunos fazerem cópias de textos e resolução de atividades.

Aulas práticas permitem ao aluno observar em poucos minutos conteúdos que poderia levar dias, meses para ser assimilado, além de permitir que o aluno repita a observação por várias vezes, ou seja, utilizar de experimentos e demonstrações em sala de aula para que a teoria seja vivenciada em sua prática constitui uma ótima ferramenta para que aluno veja o conteúdo, possibilitando que uma visão ampliada do que se está estudando seja criada, tendo um contato direto com o fenômeno, auxiliando assim no grande problema enfrentado pelos professores em suas salas de aula, a relação entre a teoria explicada em sala com a realidade cotidiana dos alunos.

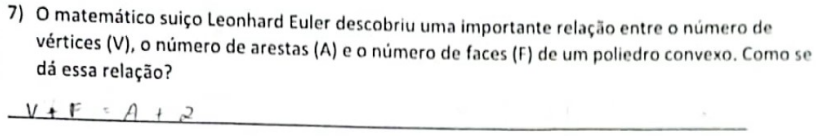
Na questão 7 apresenta que o matemático suíço Leonhard Euler descobriu uma importante relação entre o número de vértices, aresta e face de um poliedro convexo, perguntando como se dá essa relação. Os 16 estudantes que responderam conseguiram acertar a questão, demonstrando ter entendido a relação que existe em um poliedro, conforme respostas apresentadas nas Figuras 68 e 69.

Figura 68 – Questão 7 - Atividade pós-teste - resposta estudante 12



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 69 – Questão 7 - Atividade pós-teste - resposta estudante 01



Fonte: Acervo da pesquisa.

Este tipo de aula foge da tradicional e, por si só, já aumenta a curiosidade do estudante a partir do início da experiência, motivando o estudante pela busca de resposta, elaborando ideias pra que, assim, chegue a uma resposta que não foi dada

pelo professor, mas obtida pelo seu esforço, pelo desafio posto à própria imaginação e raciocínio, tornando, assim, o conteúdo interessante, agradável e por fim, motivador.

Atender os anseios do estudante, com a utilização de métodos que que auxiliem a construção do conhecimento é uma exigência da educação hoje e um desafio enfrentado pelos professores.

Assim, fica evidente que a aplicação de aulas práticas, que trazem a experimentação e demonstração das teorias apresentadas durante as aulas proporcionam, ao estudante, no decorrer de seu processo de aprendizagem, uma visualização do conteúdo a ser aprendido e que ele faz parte desse aprendizado. O professor como mediador deve refletir, planejar, organizar as orientações e demonstrações, relacionando ao conteúdo ministrado, para que o estudante sinta-se seguro em realizar as experiências.

A questão 8 indagava dos alunos a quantidade de faces, vértices e arestas dos poliedros confeccionados em origamis. Dos 16 estudantes, 13 acertaram a questão e apenas 3 erraram parcialmente, conforme resposta do estudante 04 na Figura 70.

Figura 70 – Questão 8 - Atividade pós-teste - resposta estudante 04

8) Durante as aulas foram feitos de origami os seguintes poliedros: hexaedro (cubo), tetraedro e octraedro. De acordo com esse trabalho complete a tabela determinando o número de Faces, Vértices e Arestas de cada poliedro.

Desenho	Denominação	F	V	A
	tetraedro	4	4	6
	hexaedro	6	8	12
	octaedro	8	6	12

Fonte: Acervo da pesquisa.

A forma como um conteúdo é ensinado também pode fazer a diferença no processo de aprendizagem.

Em relação à percepção dos estudantes sobre a quantidade de elementos de um poliedro, ficou evidente que a confecção dos origamis não são somente uma maneira de se divertir, mas uma estratégia pedagógica que coopera e enriquece o desenvolvimento do estudante e, neste caso, auxiliou os estudantes a aprenderem sobre os poliedros.

As questões 9 e 10 apresentaram elementos de poliedros e questionavam elementos com informações faltantes, para serem analisados mediante a fórmula da relação de Euler e dos 16 estudantes, 10 responderam corretamente, conseguindo utilizar

a relação de Euler para determinar os elementos solicitados e 6 alunos tiveram dificuldades em realizar a relação, errando parcialmente a questão.

Portanto, avalia-se que a realização de atividades diversificadas gera e desperta o interesse dos estudantes, visto ser uma grande aliada na prática pedagógica do professor, permitindo um alcance dos objetivos pedagógicos, visando melhor desempenho do ensino aprendizagem. Acredita-se que o resultado do questionário demonstra que professores de Matemática precisam levar em conta a importância de ferramentas pedagógicas na formação do conhecimento do estudante.

As práticas pedagógicas, como a confecção de origamis, quando executadas na aula desenvolvem no estudante a prática de manuseio nos materiais manipuláveis, ficando para o professor a missão de organizar e planejar suas aulas com os recursos existentes, buscando a qualidade do ensino, fazendo sua parte, com a melhor metodologia possível.

Por meio da atividade prática, os estudantes aprenderam muito além da simples prática de copiar os conteúdos e realizar listas de exercício sobre ele, pois promovem a socialização entre estudantes e professor, assim como a cooperação, sendo um recurso importante para abordar diversas temáticas que percorrem o currículo de Matemática. As práticas não trazem respostas prontas, mas favorecem a investigação, a pesquisa e a reflexão envolta de situações problema ou experimentações, como confecção de origamis para trabalhar o conteúdo de poliedros.

Capítulo 6

Considerações Finais

Pode-se entender no decorrer da pesquisa que a metodologia de utilização de materiais manipuláveis são abordagens de ensino que buscam envolver os estudantes de maneira mais participativa e ativa no processo de aprendizagem e que no contexto do ensino de Matemática, no caso da pesquisa, no uso do origami para desenvolver o conteúdo dos poliedros.

Uma aula de Matemática trabalhada de forma significativa e estimulante envolve uma abordagem prática, interativa e relacionada ao cotidiano dos alunos, onde o foco está em adaptar essas estratégias ao público específico, levando em consideração os interesses e níveis de compreensão dos estudantes.

Ao incorporar elementos lúdicos, com desafios, as pessoas tendem a se envolver mais nas tarefas, nas mais diversas disciplinas e conteúdos que “[...] permitem a interação com o meio e a construção coletiva de conceitos e experiências, bem como a geração de conhecimento”. (SENA et al, 2016, p. 2).

Os educadores têm a oportunidade de experimentar abordagens diferentes, incorporar tecnologia, explorar novas maneiras de envolver os alunos e adaptar o material para atender às necessidades específicas de aprendizado. Isso pode envolver o desenvolvimento de técnicas de ensino diferenciadas, a aplicação de recursos diversos, a criação de projetos interdisciplinares ou a adoção de estratégias inovadoras de avaliação.

Vários pontos mostram que as aulas práticas, através de experimentações e demonstrações instigam o aluno, porque a curiosidade, a busca pelo desafio a ser vencido, o encontro com o inesperado pode contribuir no aprendizado, afirmando ainda que uma aula tradicional dificilmente despertaria no aluno o interesse, fazendo com que permaneçam dispersos e sem motivação ou vontade de aprender.

Assim, fica evidente que a confecção dos origamis, que trazem demonstração das teorias apresentadas durante as aulas proporciona, ao estudante, no decorrer de

seu processo de aprendizagem, uma visualização do conteúdo a ser aprendido e que ele faz parte desse aprendizado. O professor como mediador deve refletir, planejar, organizar as orientações e demonstrações, relacionando ao conteúdo ministrado, para que o aluno se sinta seguro em realizar as experiências.

A forma como um conteúdo é ensinado também pode fazer a diferença no processo de aprendizagem. Acredita-se que os resultados desta pesquisa despertem o interesse dos professores de várias áreas do conhecimento, levando em conta a importância das ferramentas tecnológicas na formação do sujeito.

A escola não é apenas um lugar para adquirir conhecimentos acadêmicos, mas também para desenvolver habilidades sociais importantes. Nas atividades desenvolvidas em equipe, como ocorreu na confecção dos origamis, as estratégias como estabelecer regras claras, estimular comportamentos positivos, fornecer suporte emocional e promover a comunicação aberta e em equipe podem ajudar a criar um ambiente propício ao aprendizado.

Os benefícios da utilização dos materiais manipuláveis no aprendizado incluem o aumento do interesse dos estudantes pelo conteúdo, a melhoria na retenção de informações, o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e a criação de um ambiente mais dinâmico de aprendizagem.

Referências

ANASTASIOU LéA DAS GRAçAS CAMARGOS; ALVES, L. P. Estratégias de ensinagem. *In: ANASTASIOU, Lea das Graças Camargos;ALVES, Leonir Pessate. (Orgs.). Processos de ensinagem na universidade. Pressupostos para as estratégias de trabalho em aula.*, 2004. Citado na página 18.

ASCHENBACH LENA; FAZENDA, I. E. M. A arte-magia dasdobraduras. histórias e atividades pedagógicas com origami. *Paulo: Scipione*, 1997. Citado na página 25.

BAIRRAL, T. F. D. O. S. M. A. Dificuldades de envolvendo a visualizaÇÃo em geometria espacial. *VIDYA, v. 1, pág. 177-195, jan./junho*, 2020. Citado na página 26.

BARDIN, L. Análise de conteúdo. *Lisboa*, 2004. Citado na página 39.

BOGDAN R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação. *Porto, Portugal: PortoEditora,*, 1994. Citado na página 32.

BRASIL. Lei de diretrizes e bases da educação nacional, ldb. 9394/1996. *Brasília*, 1996. Citado na página 27.

BRASIL. Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos:apresentação dos temas transversais. *Brasília: MECSEF*, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 14, 24 e 57.

BRASIL. Documento referencial para a implementação da diretrizes operacionais da eja nos estados, municípios e distrito federal. *Brasília, DF*, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 27.

CARDOSO, R. dos Santos Ribeiro; Roberta dos S. R. V. C. Origami como material manipulativo: investigandopossibilidades para ensinar geometria para um aluno deterceiro ano do ensino fundamental. *Kiri-kerê: Pesquisa em Ensino, n.11, dez.*, 2021. Citado na página 24.

CHIZZOTTI, A. Pesquisa em ciências humanas e sociais. *São Paulo: Cortez*, 1998. Citado na página 32.

COELHO, L. S. N. Inscrição e circunscrição de sólidos geométricos por meio de materiais manipuláveis'. *175 f. Mestrado Profissional em ENSINO DE MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ, Belém Biblioteca Depositária: Biblioteca Paulo Freire/CCSE*, 2021. Citado na página 28.

DANTE, L. R. Matemática: contexto e aplicações. *Ensino Médio. 3ª série. 3 ed. São Paulo:Ática*, 2017. Citado na página 57.

DEMO, P. Pesquisa: princípio científico e educativo. *10. ed. São Paulo: Cortez*, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.

DIAS CHARLENE DE FARIAS; FRONZA, J. V. G. C. Experimentação do origami no ensino da geometria. *In: Revista Eletrônica daMatemática, Bento Gonçalves, RS. v. 5, n. 2, p. 108 -122*, 2019. Citado 4 vezes nas páginas 23, 24, 25 e 26.

EDUCAçãO., B. M. da. Parecer cne/ceb 11/2000, de 10 de maio de2000. diretrizes curriculares nacionais para educação de jovens e adultos. *Brasília: MEC, 2000*, 2000. Citado na página 24.

EDUCAçãO., B. M. da. Base nacional comum curricular. *Brasília*, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 14, 17 e 18.

FLEISCHMANN, S. O. O origami e suas dobras no ensino e aprendizagem deconteÚdos matemÁticos. *Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Curitiba*, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 25.

FREDRICH, L. S. Ensino da matemática na educação infantil : uma análise das percepções de professores e dos jogos de linguagem presentes em sua prática docente. *Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul*, 2018. Citado na página 24.

FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberesnecessários à prática educativa. *São Paulo: Paze Terra*, 1996. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 33.

FREITAS, W. V. C. d. Ludicidade: processo de aprendizagem e construção dapersonalidade da criança. *Amazon Digital Services LLC*, 2020. Citado na página 18.

GENOVA, C. Origami, contos e encantos. *São Paulo: Escrituras Editora,*, 2008. Citado na página 20.

GIL, A. C. Como elaborar projetos depesquisa. *4. ed. São Paulo: Atlas,*, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 56.

HAYASAKA ENIO YOSHINORI; NISHIDA, S. M. equena história sobre origami. 2021. Citado na página 22.

J., L. R. Origami design secrets: mathematical methods for an ancient art. *Natik, MA:A. K. Peters,*, 2003. Citado na página 20.

LEIVAS, M. T. O. e J. C. P. Visualização e representação geométrica com suporte na teoria de van hiele. *Ciência e Natura, Santa Maria v.39 n.1, 2017, Jan - abr, p. 108 – 117Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas - UFSM*, 2017. Citado na página 28.

LIMA, E. L. Medida e forma em geometria: Comprimento, Área, volume esemelhança. *Rio de Janeiro: SBM, 97 p. Coleção do Professor de Matemática.*, 1991. Citado na página 19.

LIMA, R. Z. D. Ensino da geometria sob uma visÃo de dobraduras no origami: Uma proposta de atividades para a educaÇÃo bÁsica. *83 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, Rio de Janeiro Biblioteca*, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 26.

LOPES, M. d. g. Jogos na educação: criar , fazer, jogar. *3 ed. SãoPaulo: Cortez*, 2001. Citado na página 25.

LÜDKE MENGA; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagensqualitativas. *São Paulo: EPU, 1*, 1986. Citado na página 38.

MARCONI MARINA DE ANDRADE DE. ; LAKATOS, E. M. Metodologia do trabalho científico: procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica, projeto e relatório, publicações e trabalhos científicos. *7. ed. São Paulo: Atlas*, 2012. Citado na página 33.

MINAYO, M. C. S. o. Pesquisa social. teoria, método e criatividade. *Petrópolis, RJ:Vozes,*, 2009. Citado na página 32.

MORAES, R. Análise de conteúdo. *Revista Educação, Porto Alegre, RS, v. 22, n. 37, p. 7-32,*, 1999. Citado na página 39.

NASSER L.; SANTANNA, N. P. Geometria segundo a teoria de van hiele. *Rio deJaneiro,RJ: UFRJ,*, 1997. Citado na página 57.

OLIVEIRA, C. M. D. Propostas de uso do teorema de euler para poliedros em sala de aula. *76 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Unicamp*, 2021. Citado 3 vezes nas páginas 17, 18 e 26.

OLIVEIRA, D. d. P. R. d. Planejamento estratégico: conceitos,metodologias e prática. *28. ed. São Paulo: Atlas,*, 2010. Citado na página 33.

OLIVEIRA, F. F. Origami: Matemática e sentimento. 2004. Citado na página 24.

PAULA, E. A. d. S. Geometria espacial: a aprendizagem através de diferentes recursos didáticos. *Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro*, 2020. Citado na página 28.

PEREIRA, T. d. L. M. Geometria dinâmica : um estudo de atividades investigativas e demonstrações em geometria plana. *Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Institutode Ciências Exatas. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- (PROFMAT)*, 2022. Citado 5 vezes nas páginas 14, 17, 18, 19 e 29.

QUINTINO B.; JÚNIOR, V. D. O origami enquanto manifestação artística e possíveisrelações com o ensino de matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 11,n. 4, p. 254-274, 22 jul.*, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

RÊGO ROGéRIA GAUDENCIO; RÊGO, R. M. J. S. G. Ageometria do origami: Atividades de ensino com dobraduras. *2. ed. João Pessoa: Editorado CCTA,*, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 25.

SANTOS, D. J. F. C. H. Uso de modelagem em fluidodinÂmica computacional em sistemas alagados construÍdos de escoamento horizontal subsuperficial: AvaliaÇÃo da influÊncia de chicanas e vegetaÇÃo'. *Mestrado Profissional em Tecnologias e Inovações Ambientais Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS, Lavras Biblioteca*, 2021. Citado na página 28.

SEVERINO, A. J. Metodologia do trabalho científico. *23. ed. rev. eatual. São Paulo: Cortez,*, 2007. Citado na página 34.

SILVA, A. S. O teorema de euler e algumas aplicações. *Universidade Estadual da Paraíba*, 2015. Citado na página 29.

SILVA J. M. DA.; MASSARANDUBA, D. M. d. S. Origami: a geometria dasdobraduras. 2018. Citado na página 20.

SIQUEIRA, R. De oslo a roma: A enziklopädie kleiniana de geometria. *In:Scientiarum Historia II Encontro Luso-Brasileiro de História das Ciências, 2009, Rio deJaneiro. Anais do Scientiarum Historia II,*, 2009. Citado na página 18.

SOUSA, M. S. Considerações sobre o teorema de euler. *Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Feira de Santana. Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT*, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.

STEHLING D. F. E CONTI, K. C. Conhecimento matemático na educação infantil: saberes e práticas de professoras num grupo colaborativo. *Revista Baiana de Educação Matemática, 1, p. e202005*, 2021. Citado na página 24.

TRIVIÑOS, A. N. S. Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa emeducação. *São Paulo: Atlas,*, 1987. Citado na página 34.

VERONA VIVIANE APARECIDA; LOPES, M. R. M. Aplicação da geometriaespacial em ambientes diversos. 2016. Citado na página 28.

ZOROASTRO, A. F. Demonstração do teorema de euler para poliedros convexos. *Revista do professor de Matemática- SBM- São Paulo*, n. 3, p. 15–17, 1983. Citado na página 31.

ZUNTI, M. L. G. A educação de jovens e adultos no espírito santo - políticaspúblicas: Panorama retrospecto 1930-1998. *Revista Pró-Discente: EdiçãoEspecial 40 anos do PPGE, Vitória, ano 2018, v. 01, n. 01, ed. 01, p. 18-30, 19 dez.2018.*, 2018. Citado na página 29.

ÁVILA, G. S. d. S. Várias faces da matemática: tópicos paralicenciatura e leitura geral. *2.ed. São Paulo: Blucher*, 2010. Citado na página 25.

Apêndices

APÊNDICE A

Autorização da direção

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

PROFMAT
Mestrado Profissional em Matemática

Muqui, 09 de agosto de 2023.

SBM

AUTORIZAÇÃO

Prezado(a) Diretor(a),

Os alunos da turma 3ª Etapa Ensino Médio da EJA, da nossa escola Marcondes de Souza, estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da UENF, realizado pela mestranda e professora de matemática dos referidos alunos, Thais Cantalejo Gussani Maganha. A pesquisa será realizada no segundo semestre, durante algumas aulas de Matemática, com o seguinte tema: "Uso do origami para explorar a relação de Euler na EJA", onde os alunos irão aprender Geometria Espacial por meio da Metologia Ativa – Cultura Maker, que é uma evolução do "Do it yourself" ou, em bom português, do "Faça você mesmo". Essa metodologia permite que as aulas sejam mais dinâmicas, disponibilizando mais tempo para resolução de questões e desenvolvimento de atividades. O objetivo principal dessa experimentação é a verificar se essa metodologia acarreta melhora no processo de ensino-aprendizagem dos alunos. Dessa forma, gostaria de pedir sua autorização para que a Escola e a referida turma possam participar da pesquisa, e que os registros das atividades possam ser publicados. Desde já, agradeço, e se estiver de acordo, peço que destaque e preencha o formulário a seguir:

Eu, Ériton Bernardes Berçaco, diretor(a) da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Marcondes de Souza, autorizo a participação da turma 3ª Etapa EM EJA na pesquisa sobre: "Uso do origami para explorar a relação de Euler na EJA", desenvolvida pela professora de Matemática, Thais Cantalejo Gussani Maganha.

Assinatura

Ériton Bernardes Berçaco
Diretor Escolar
EEEFM Marcondes de Souza
Port. nº 460-S de 26/03/2019

Muqui, 09 de agosto de 2023.

Scanned with CamScanner

APÊNDICE B

Questionário pré teste

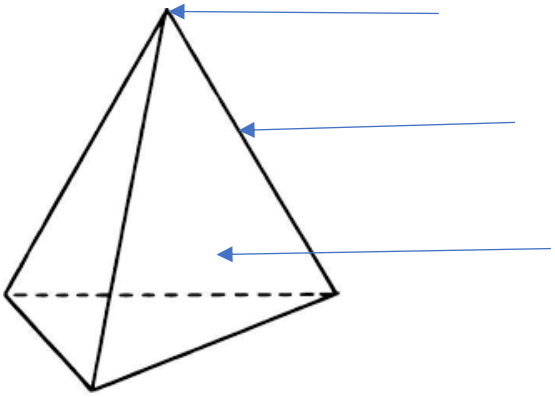
	E. E. E. F. M. “MARCONDES DE SOUZA”	
	Componente Curricular: GEOMETRIA ESPACIAL	Turma: 3ºEJA.
	Professora: THAIS C. GUSSANI M.	
	Aluno (a):	

QUESTIONÁRIO

1) Descreva com suas palavras as características de um poliedro.

_____
_____

2) Os poliedros são compostos por 3 elementos: Vértice, Face e aresta. Localize esses elementos na figura abaixo.



3) É possível ter um poliedro com apenas uma face? Por quê?

_____
_____

4) Qual é o número mínimo de faces de um poliedro?

_____

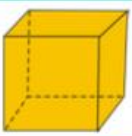
5) Qual é o número mínimo de vértices que um poliedro deve ter?

_____

6) Escreva com suas palavras o que é uma aresta em um poliedro.

_____

7) Complete a tabela determinando o número de Faces, Vértices e Arestas de cada poliedro.

Desenho	Denominação	F	V	A
	tetraedro			
	hexaedro			
	octaedro			

APÊNDICE C

Questionário Pós-teste

	E. E. E. F. M. “MARCONDES DE SOUZA”	
	Componente Curricular: GEOMETRIA ESPACIAL	Turma: 3ºEJA.
	Professora: THAIS C. GUSSANI M.	
	Aluno (a):	

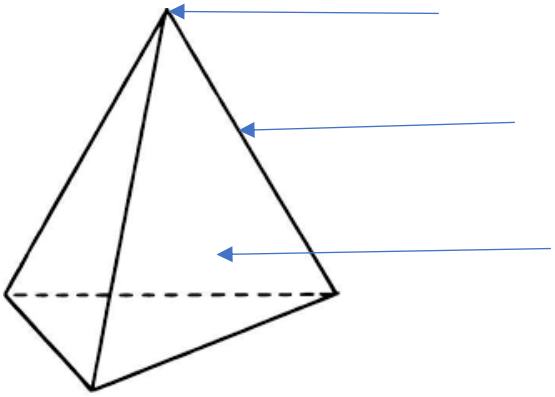
Após trabalharmos com o origami envolvendo poliedros convexos para explorar a relação de Euler, vamos responder ao questionário.

1) Descreva com suas palavras as características de um poliedro.

_____

_____

2) Os poliedros são compostos por 3 elementos: Vértice, Face e aresta. Localize esses elementos na figura abaixo.



3) É possível ter um poliedro com apenas uma face? Por quê?

_____

_____

4) Qual é o número mínimo de faces de um poliedro?

_____

5) O vértice é o ponto de encontro das arestas em um poliedro. Quantas arestas, no mínimo, são necessárias para formar um vértice?

_____

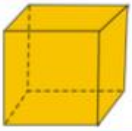
6) Escreva com suas palavras o que é uma aresta em um poliedro.

_____

7) O matemático suiço Leonhard Euler descobriu uma importante relação entre o número de vértices (V), o número de arestas (A) e o número de faces (F) de um poliedro convexo. Como se dá essa relação?

_____

8) Durante as aulas foram feitos de origami os seguintes poliedros: hexaedro (cubo), tetraedro e octraedro. De acordo com esse trabalho complete a tabela determinando o número de Faces, Vértices e Arestas de cada poliedro.

Desenho	Denominação	F	V	A
	tetraedro			
	hexaedro			
	octaedro			

9) Um poliedro possui 16 faces e 18 vértices. Qual é o número de arestas desse poliedro?

10) Um poliedro convexo possui 20 faces, das quais 7 são pentagonais e 13 triangulares. Dessa forma, qual é o número de arestas e vértices desse poliedro.

APÊNDICE D

Sequência de Atividades

SEQUENCIA DE ATIVIDADES: USO DO ORIGAMI COMO FERRAMENTA PARA EXPLORAR A RELAÇÃO DE EULER NA EJA

Para iniciar houve uma apresentação do título da pesquisa, explicando como serão as atividades e a justificativa pela escolha da turma, apresentando a temática da pesquisa. Em seguida aplicou-se uma atividade pré-teste para analisar o conhecimento prévio dos estudantes.

Em um outro momento, começou a exploração do origami.

- Necessário uma folha quadrada de papel (pode ser papel de origami, papel colorido ou qualquer papel comum cortado em um quadrado.
- Existem vários tipos de dobras e dobraduras para confeccionar os mais diversos tipos de origami.

Cientes dessas informações, a turma foi dividida em grupos e receberam os materiais necessários para a confecção do primeiro origami, o cubo, sendo passado o passo-a-passo aos estudantes:

Passo 1: Preparação Certifique-se de que o papel esteja posicionado com a cor ou padrão desejado para baixo.

Passo 2: Dobra Diagonal Dobre a folha ao meio na diagonal, alinhando um canto com o oposto. Abra a dobra e repita no outro sentido, formando uma cruz com as linhas.

Passo 3: Dobra ao Meio Dobre cada lado da folha em direção ao centro, alinhando as bordas com as dobras diagonais.

Passo 4: Dobra as Quinas para o Centro Dobre cada quina da folha em direção ao centro, alinhando-as com a dobra diagonal.

Passo 5: Dobra as Bordas para o Centro Dobre as bordas direita e esquerda em direção ao centro, alinhando-as com as dobras diagonais.

Passo 6: Dobra a Parte Superior e Inferior para o Centro Dobre a parte superior e inferior da folha em direção ao centro, alinhando-as com as dobras diagonais.

Passo 7: Abra as Abas Abra as abas resultantes das dobras laterais e insira a ponta superior na abertura criada pela dobra inferior.

Passo 8: Dobre as Abas Superiores Dobre as abas superiores para baixo, alinhando-as com as bordas da dobra inferior.

Passo 9: Dobre as Abas Inferiores Dobre as abas inferiores para cima, alinhando-as com as bordas da dobra superior.

Passo 10: Forme o Cubo Agora, você deve ter uma forma que se monte em um cubo. Pressione suavemente nas bordas para ajudar a definir a forma.

Após cada grupo terminar o processo de construção do cubo, iniciou a explicação de suas faces, arestas e vértices.

Com do funcionamento de como confeccionar um origami, entendendo também seus conceitos geométricos, passou a explicação da confecção do tetraedro e do octaedro. Os estudantes se divertiram e se mostraram interessados, envolvidos no processo de construção. A turma interagiu bem, sendo alcançado o propósito desta etapa da pesquisa.

Em outro momento, depois dos materiais confeccionados, ocorreu a exploração das características desses poliedros e buscando entender suas definições e conceitos, para que depois a turma pudesse associar de forma mais tranquila, a relação de Euler nos poliedros. Os estudantes conseguiram associar a teoria dada com a prática realizada.

Buscando perceber se as atividades e as práticas alcançaram o objetivo proposta na pesquisa, aplicou-se um questionário para explorar um pouco do que os estudantes tinham consolidado durante esse processo.

O segundo origami, foi o tetraedro:

Materiais necessários: 2 folhas quadradas especificas para dobradura (utilizamos folhas coloridas com 20 cm de lado).

Passo 1: Dobre a folha ao meio na posição vertical, logo após leve o canto inferior direito para cima até a linha que acabou de marcar, de modo que o canto inferior direito fique alinhado.

Passo 2: Levamos agora a ponta superior da direita sobre a ultima dobra. Fazemos o mesmo com a ponta superior da esquerda.

Passo 3: Repetimos o processo com a outra folha.

Passo 4: Agora pegamos 1 das peças, abrimos e levamos primeiro o canto de cima da esquerda para baixo usando as linhas que já existem, depois façamos o mesmo com o canto direito inferior.

Passo 5: Para a outra peça, desdobramos e levamos o canto superior da direita para baixo, depois o canto inferior da esquerda para cima e repetimos como na primeira peça.

Passo 6: Vamos montar

Posicione a peça conforme a primeira figura. Logo após vá formando a pirâmide de acordo com as dobras. E para finalizar encaixe a ultima aba que fica sobreposta a pirâmide.

O terceiro origami a ser montado é o octaedro:

Materiais necessários: 2 folhas tamanho A4 especificas para dobradura (utilizamos folhas coloridas)

Construção:

Passo 1: Dobre a folha ao meio na posição vertical, logo após leve o canto inferior esquerdo para cima até a linha que acabou de marcar, de modo que o canto inferior direito fique alinhado.

Passo 2: Dobre a ponta do lado inferior da direita ate o lado esquerdo da folha, fechando a figura.

Passo 3: Abra a folha e repita o passo 1 e 2 com as pontas superior. Logo após elimine o pedaço de papel sem dobras.

Passo 4: Pela linha central na posição horizontal, flexione as dobras do lado direito e esquerdo pra cima.

Passo 5: Agora, feche a figura, unindo o lado de cima com o debaixo.

Passo 6: Repita os 5 passos anteriores com a outra folha.

Passo 7 : Com as duas figuras posicionadas com a linha central na posição horizontal, vamos montar.

Passo 8: Só finalizar os encaixes das pontas de uma figura na outra.