Universidade Federal do Piauí
Centro de Ciências da Natureza
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional em Matemática

GERSON MISAEL SOUSA OLIVEIRA

Mobile Learning no Ensino da Geometria Plana: Um Aplicativo para Celular como Ferramenta de Apoio

Teresina - 2024

PROFMAT

UFPI - CCN
1973 - 2024

GERSON MISAEL SOUSA OLIVEIRA

Dissertação de Mestrado:

Mobile Learning no Ensino da Geometria Plana: Um Aplicativo para Celular como Ferramenta de Apoio

Dissertação submetida à Coordenação do Programa de Mestrado Profissional em Matemática - Profmat, da Universidade Federal do Piauí, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática na modalidade profissional.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Humberto Soares Júnior

Teresina - 2024

FICHA CATALOGRÁFICA
Universidade Federal do Piauí
Sistema de Bibliotecas UFPI - SIBi/UFPI
Biblioteca Setorial do CCN

O48m Oliveira, Gerson Misael Sousa.

Mobile Learning no ensino de geometria plana: um aplicativo para celular como ferramenta de apoio / Gerson Misael Sousa Oliveira. -- 2024.

84 f. : il.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Piauí, Centro de Ciências da Natureza, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Teresina, 2024.

"Orientador: Prof. Dr. Carlos Humberto Soares Júnior."

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Aplicativo AppAGeom. 3. Sequência Fedathi. 4. Tecnologia da educação. I. Soares Júnior, Carlos Humberto. II. Titulo.

CDD 510.7

Bibliotecária: Caryne Maria da Silva Gomes - CRB3/1461

PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

SBM

Dissertação de Mestrado submetida à coordenação Acadêmica Institucional, na Universidade Federal do Piauí, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para obtenção do grau de mestre em matemática intitulada: ***"Mobile Learning no Ensino da Geometria Plana: Um Aplicativo para Celular como Ferramenta de Apoio"***, defendida pelo mestrando Gerson Misael Sousa Oliveira, em 15 de agosto de 2024 e aprovada pela banca constituída pelos professores:

Carlos Humberto Soares Júnior
Presidente da Banca examinadora

Cleidinaldo Aguiar Souza
Examinador Interno

Antônio Kelson Vieira da Silva
Examinador Externo

Edvalter da Silva Sena Filho
Examinador Externo

Dedico este trabalho a Deus, por Sua infinita bondade e proteção. Agradeço imensamente à minha família, que sempre acreditou em mim e me ofereceu apoio incondicional. Aos meus filhos, dedico este trabalho como um reflexo do meu amor e do meu desejo de construir um futuro melhor para todos nós.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus pelo dom da vida e por me guiar até este momento. Toda a glória e honra sejam dadas a Ele, meu Salvador e Senhor Jesus Cristo.

Agradeço à minha mãe, Deusa, minha fonte constante de incentivo e inspiração. Seus ensinamentos me impulsionaram a nunca desistir dos meus objetivos.

Aos meus amados filhos, Helouise, Heitor e Heloah, vocês são a minha energia, a razão pela qual trabalho, estudo e me dedico a cada dia.

À minha esposa Vanessa, meu porto seguro. Seu apoio incondicional durante a jornada do mestrado foi fundamental para que eu chegasse até aqui.

À minha tia Socorro, por sua generosidade e orações. Sua ajuda financeira e seu carinho tornaram possível minha ida a Teresina todas as semanas.

À minha diretora Liduina, por acreditar em mim mesmo quando eu duvidava. Sua confiança e palavras de motivação foram essenciais para que eu continuasse em frente.

Ao meu orientador, Dr. Carlos Humberto Soares Júnior, por sua sabedoria e orientação durante todo o processo.

Aos meus colegas e professores, que caminharam ao meu lado nesta jornada, compartilhando conhecimento e apoio.

A todos os meus familiares e amigos, por suas orações e torcida. Vocês fazem parte desta conquista.

"*A viagem de mil quilômetros começa com um passo*".

Lao Tzu.

Resumo

Esta dissertação investiga o potencial da tecnologia móvel no ensino da Geometria Plana na educação básica, com foco no desenvolvimento de um aplicativo para celular. O aplicativo, denominado "AppAGeom", foi desenvolvido utilizando a plataforma Fabapp e segue a metodologia da Sequência Fedathi para apresentar o conteúdo de maneira interativa e envolvente. O objetivo principal da pesquisa é desenvolver e analisar o potencial de utilização do AppAGeom como ferramenta de apoio no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Plana. Para isso, o protótipo do aplicativo foi avaliado por professores através de questionários e entrevistas, destacando-se aspectos como usabilidade, adequação pedagógica e potencial de integração ao currículo escolar. Os resultados indicam que o AppAGeom é uma ferramenta promissora, especialmente pela sua capacidade de engajar os alunos e facilitar a compreensão dos conceitos geométricos. As sugestões e comentários dos avaliadores serão incorporados em futuras versões do aplicativo. Espera-se que esta pesquisa contribua para o avanço do conhecimento na área de Educação Matemática e promova a utilização da tecnologia móvel como uma aliada no processo educacional.

Palavras-chave: Geometria Plana, *Mobile Learning*, Sequência Fedathi, Aplicativo Educacional, Tecnologia na Educação.

Abstract

This dissertation investigates the potential of mobile technology in teaching Plane Geometry in basic education, focusing on the development of a mobile application. The application, called "AppAGeom,"was developed using the Fabapp platform and follows the Fedathi Sequence methodology to present content in an interactive and engaging manner. The main objective of the research is to develop and analyze the potential use of AppAGeom as a support tool in the teaching-learning process of Plane Geometry. For this purpose, the prototype of the application was evaluated by teachers through questionnaires and interviews, highlighting aspects such as usability, pedagogical adequacy, and potential integration into the school curriculum. The results indicate that AppAGeom is a promising tool, especially for its ability to engage students and facilitate the understanding of geometric concepts. The suggestions and comments from the evaluators will be incorporated into future versions of the application. It is hoped that this research will contribute to the advancement of knowledge in the field of Mathematics Education and promote the use of mobile technology as an ally in the educational process.

Keywords: Plane Geometry, *Mobile Learning*, Fedathi Sequence, Educational Application, Technology in Education.

Lista de Figuras

Sumário

Prefácio

A era digital está revolucionando a educação, e o ensino de Matemática, em especial da Geometria Plana, não é exceção. Esta dissertação explora o potencial transformador da tecnologia móvel, especificamente através do desenvolvimento de um aplicativo para celular, como ferramenta de apoio para alunos e professores da educação básica.

A crescente onipresença dos dispositivos móveis, como smartphones e tablets, oferece uma oportunidade única para tornar o aprendizado mais acessível, personalizado e envolvente. Ao integrar a tecnologia móvel ao ensino da Geometria Plana, buscamos criar um ambiente de aprendizado mais dinâmico e interativo, que estimule a curiosidade, o pensamento crítico e a autonomia dos alunos.

Este trabalho apresenta um protótipo de aplicativo, desenvolvido em uma plataforma no-code (Fabapp). Os conceitos e teorias seguem uma sequencia didática baseada na metodologia da Sequência Fedathi para guiar os alunos em um processo de aprendizado ativo e significativo. Através de recursos interativos e conteúdos relevantes, o aplicativo busca facilitar a compreensão dos conceitos geométricos e sua aplicação no mundo real.

Além disso, esta dissertação discute os desafios e as oportunidades da integração da tecnologia móvel na educação, destacando a importância da formação de professores e do desenvolvimento de recursos educacionais digitais de qualidade. Acreditamos que esta pesquisa contribuirá para o avanço do conhecimento na área de Educação Matemática e para a construção de um futuro em que a tecnologia móvel seja uma aliada fundamental no processo de ensino-aprendizagem.

Introdução

Com o avanço tecnológico, é notável que muitas tarefas do dia a dia têm sofrido modificações e adaptações. Isto significa que o mercado de trabalho está a modificar-se e criando oportunidades para quem se adapta. Nesse cenário, o papel do Professor se torna alvo de diversos debates e questionamentos do tipo: "Qual é o papel do professor no contexto das novas tecnologias? O professor continua sendo o mediador do conhecimento, ou ele se torna um facilitador, um mentor?". Por outro lado, o aperfeiçoamento de técnicas de ensino que utilize as novas tecnologias tem se apresentando um caminho razoavelmente interessante a ser seguido.

Na obra Tecnologia de Ensino, Skinner (1972) já defendia que para melhorar a ineficiência no ensino era necessária uma tecnologia que, baseada em análises comportamentais, possibilitasse que os alunos aprendessem. Esta visão de Skinner o levou a projetar as famosas máquinas de ensinar, que naquela época foi algo extraordinário. Portanto, se há 50 anos o uso da tecnologia no ensino já era algo sugerido como um caminho para melhorar a sua eficiência, nos dias de hoje, com as novas tecnologias e meios digitais, é de se admitir que há um grande potencial para auxiliar professores e alunos no processo de ensino aprendizagem.

As máquinas de ensinar de Skinner eram caixas com uma abertura na sua parte superior, onde se podia visualizar os problemas propostos que vinham impressos em uma tira de papel. A criança movia um ou mais dos cursores, onde estavam impressos os dígitos, para poder responder os problemas que eram propostos. As respostas eram impressas juntamente com as suas respectivas perguntas. Um botão devia ser girado ao término de cada resposta. Se esta estivesse correta, o botão giraria facilmente. Já se estivesse incorreta, o botão não giraria e o aluno teria que persistir na mesma questão até que conseguisse solucioná-la. O objetivo era que os alunos pudessem aprender por tentativas e erros de modo a superar os obstáculos de aprender em seu próprio ritmo. Inspirado nessa perspectiva faço a seguinte indagação, no que diz respeito ao Ensino de Geometria Plana: *Como podemos transformar nossos celulares em Máquinas de Aprender Geometria Plana?*

Hoje em dia, existem diversas plataformas que nos permite programar aplicativos de celulares de forma intuitiva, por exemplo: MIT AppInventor, Fábrica de Aplicativos, Kodular, entre outras. Portanto, mesmo com pouco conhecimento de programação, é totalmente possível, até para um leigo, programar um aplicativo de celular de modo a proporcionar nele, um ambiente em que alunos e professores tenham uma referência de qualidade e que possam aprender Geometria, por meio de seus smartphones.

Um dos desafios dos Educadores na atualidade, é enfrentar os malefícios que o mau uso das novas tecnologias trás, para o processo de ensino aprendizagem. Os desafios enfrentados pela educação na atualidade, incluindo o uso das tecnologias. As tecnologias podem ser utilizadas para promover a aprendizagem ativa e significativa dos alunos, mas que também podem ser utilizadas de forma inadequada, causando malefícios, incluindo:

- Distrações: o uso excessivo de tecnologias pode levar à distração em sala de aula, dificultando a concentração e o aprendizado.
- Dependência: o uso excessivo de tecnologias pode levar à dependência, prejudicando o desenvolvimento social e emocional dos alunos.
- Problemas de saúde: o uso excessivo de tecnologias pode levar a problemas de saúde, como obesidade, problemas de visão e sono.
- Exposição a conteúdo inadequado: os alunos podem estar expostos a conteúdo inadequado, como conteúdo violento ou pornográfico, na internet.
- Fraude: os alunos podem usar tecnologias para fraudar em exames ou trabalhos escolares.

Em contrapartida, não se deve negar que a evolução tecnológica trouxe também uma série de melhorias em todas as áreas inclusive na educação. Portanto pesquisar maneiras de utilizar o celular de modo a auxiliar o professor no processo de ensino aprendizagem junto com os estudantes se monstra como a melhor forma de se combater o mau uso que é feito das tecnologias hoje em dia dentro das escolas e nas salas de aula. Partindo desse ponto de vista, propus esse projeto de pesquisa com o seguinte objetivo geral: *Programar um aplicativo de celular para o ensino de Geometria Plana, voltado para alunos e professores da educação básica.* Para essa finalidade, especifiquei os seguintes objetivos:

- Conhecer as principais plataformas para a programação de aplicativos para smartphone;
- Identificar os conteúdos de Geometria Plana no qual os alunos possuem maior dificuldade;
- Determinar uma metodologia de ensino ideal para o ensino de Geometria Plana por meio de tecnologias;

O aplicativo será desenvolvido na plataforma Fábrica de Aplicativos, que foi escolhida pelo professor orientador juntamente com o pesquisador pelo fato de ser mais intuitiva e satisfazer as necessidades e objetivos desejados. A plataforma disponibiliza recursos de interação com serviços da Google bem como faz a publicação do aplicativo diretamente na PlayStore.

Em seguida será feito uma pesquisa bibliográfica sobre as metodologias existentes para o ensino de matemática, sendo a proposta inicial utilizar a Sequência Fedathi como a principal metodologia de ensino a ser utilizado. A Sequência Fedathi é uma proposta teórico-metodológica elaborada pelo laboratório de Pesquisa Multimeios, na Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, sob a coordenação do professor Dr. Hermínio Borges Neto, a partir de experiencias na educação básica e na educação superior nos campos de matemática e Ciências. Borges et al (2013) defendem que a Sequência Fedathi propõe um ensino da matemática baseado no trabalho investigativo, buscando assim uma aprendizagem mais autônoma e transformadora para o aluno."

Será feito um levantamento dos principais teoremas de Geometria voltados para a educação básica tomando como referência de organização o livro: *Círculos de Matemática da OBMEP vol2: Primeiros passos em Geometria*, de Bruno Holanda e Emiliano A. Chagas. O protótipo deverá ser testado voluntariamente por alguns alunos e professores no qual retornarão com um feedback sobre a utilização do aplicativo e de seus pontos positivos e negativos, para que possa ser feito ajustes necessários para entregar sempre a melhor experencia ao usuário.

A dissertação está organizada em três capítulos e uma conclusão, cada um com um propósito específico no desenvolvimento da pesquisa e na apresentação dos resultados. No primeiro capítulo, discutimos o impacto das novas tecnologias na educação e o conceito de *mobile learning* e apresentamos uma metodologia de ensino de matemática, a sequencia Fedathi, que pode ser utilizada como recurso pedagógico aliada ao aplicativo desenvolvido. O segundo capítulo oferece uma introdução aos conceitos da Geometria Plana, e o terceiro, apresentamos a pesquisa que embasa a criação do aplicativo, incluindo a escolha da plataforma e detalha o desenvolvimento do aplicativo e sua avaliação por professores.

Convidamos você a explorar os próximos capítulos e descobrir como a tecnologia móvel pode revolucionar o aprendizado da Geometria.

Capítulo 1

Fundamentação Teórica

1.1 O advento das novas tecnologias na educação: prós e contras

As novas tecnologias trouxeram uma revolução na educação, abrindo um leque de possibilidades para o ensino e a aprendizagem. Mais do que ferramentas auxiliares, elas se tornaram elementos essenciais para a construção de um ambiente educacional mais dinâmico, interativo e engajador, beneficiando tanto alunos quanto professores. Apesar disso, é crucial reconhecer também suas desvantagens e os desafios que elas apresentam. Um dos fatores prejudiciais que o uso indevido das novas tecnologias traz é a falta de concentração em uma determinada tarefa. Christoph Türcke denominou esse fenômeno de distração concentrada.

> De modo fulminante, o choque (audiovisual) concentra a atenção num ponto, para poder triturar essa concentração através de incontáveis repetições. O meio de concentração é, propriamente, o meio de decomposição [...]. A tela, o grande recheio do tempo livre, penetrou profundamente, por meio do computador, no mundo do trabalho; a coordenação de processos inteiros de produção e administração perpassa por ela, de tal modo que se apresenta como o ensino do futuro (Türcke, 2010, p. 266-267, apud Zuin, V. G; Zuin, A. A. S., 2011. p. 213-228).

Türcke ilustra como as mídias audiovisuais, como televisão, internet e redes sociais, capturam nossa atenção de forma instantânea e abrupta. Essa captação rápida da atenção, no entanto, é muito veloz, e a constante repetição de estímulos nos leva a nos tornarmos menos aptos na tarefas que exijam concentração, foco e reflexão crítica. A capacidade de refletir criticamente sobre questões complexas, analisar argumentos e ponderar diferentes perspectivas é essencial para o desenvolvimento intelectual e a tomada de decisões. No entanto, a cultura da instantaneidade, o excesso de informações simultâneas e a distração constante pode minar essa habilidade, tornando-nos mais superficiais em nossas análises, menos capazes de sustentar nossa atenção em um tema por períodos prolongados e ainda trazer diversos prejuízos para nossa saúde emocional (Oliveira, 2020).

Na obra "A fabrica de cretinos digitais", Desmurgert (2023) destaca que, durante a pré-adolescência (entre 8 e 12 anos) o tempo médio diário diante das telas é de 4h45. Isto representa o equivalente a meio turno de trabalho diário. Apesar de assustador, não é surpreendente, diante do nível de exposição digital em que os adolescentes estão condicionados hoje:

> [...] 52% possuem seu próprio tablet, 23% têm um laptop, 5% dispõe de um relógio conectado ("smartwatch"), 84% consomem todo dia conteúdos audiovisuais(TV/vídeos), 64% jogam videogame diariamente, etc. A partir dos 8 anos, eles são 19% a possuir um smartphone. A porcentagem aumenta em seguida quase linearmente, atingindo 69% ao 12 anos (Desmurgert, 2023, p.50).

O uso de dispositivos móveis e smartphones nas salas de aula tem gerado debatem entre os diversos profissionais da educação no Brasil e no mundo. É importante que as instituições de ensino brasileiras reavaliem, urgentemente, os métodos e estratégias para limitar e conscientizar acerca do uso adequado da tecnologia por parte de alunos e professores (Mendonça; Guiraud, 2011, Apud Mendes, 2019). McCoy (2016, apud Mendes, 2019) observou, em estudos sobre distrações digitais, que a utilização de dispositivos móveis por parte de estudantes americanos era em média de 10,93 vezes para fins extraclasse em um dia normal de aula em 2013, passando para 11,43 vezes em 2015 oque evidencia um crescimento no uso desses dispositivos pelos estudantes. Os resultados dos estudos de McCoy (2016, apud Mendes, 2019) revelaram ainda que os estudantes passam uma média de 21% do tempo de aula utilizando o dispositivo digital para fim extraclasse.

Um estudo realizado por Azevedo (2017) no Colégio Diocesano Seridoense em Caicó/RN, buscou analisa a relação entre o uso da tecnologia e o ensino. Os resultados revelaram uma subutilização do laboratório de informática e uma preferência pelo uso da sala de vídeo e outras salas com Datashow. Azevedo (2017) aponta que, para que a tecnologia educacional possa trazer benefícios significativos para o processo de ensino-aprendizagem, é crucial que os professores sejam capacitados e incentivados a usar essas ferramentas de forma eficaz. Barros (2019) aponta alguns desafios da integração da tecnologia na educação, como a necessidade de qualificar os professores para usar as ferramentas digitais de forma eficaz, superar a resistência à mudança e garantir que a tecnologia seja utilizada para complementar, e não substituir, o papel do professor. A tecnologia tem o potencial de transformar a educação, mas é crucial que sua implementação seja feita de forma cuidadosa e estratégica, com foco na formação de professores, no investimento em infraestrutura e na criação de um ambiente de aprendizado que utilize a tecnologia como uma ferramenta para aprimorar, e não substituir, a interação humana e o desenvolvimento de habilidades essenciais (Barros, 2019).

A tecnologia, em sua essência, visa facilitar a vida humana por meio de ferramentas e processos inovadores. Na educação, essa ferramenta poderosa, se utilizada corretamente, tem o potencial de revolucionar a forma como os alunos aprendem e os professores ensinam. No entanto, é fundamental que essa integração seja feita de maneira crítica e reflexiva, como defende Paulo Freire (2018), para que os benefícios da tecnologia sejam realmente aproveitados e não se tornem uma mera reprodução de modelos tradicionais de ensino.

Em "Pedagogia do Oprimido"Paulo Freire (2018), critica a educação bancária, na qual o aluno é um mero receptor passivo de informações. Ele defende uma educação libertadora, em que o aluno é o sujeito de sua própria aprendizagem. A tecnologia, nesse contexto, pode ser uma ferramenta poderosa para empoderar os alunos, permitindo que eles explorem, criem e construam seu próprio conhecimento.

Seymour Papert, em "Logo: Computadores e Educação"(1985), apresenta a abordagem construcionista, na qual o computador é visto como uma ferramenta para a construção do conhecimento. Nessa perspectiva, a tecnologia não é apenas um meio de transmitir informações, mas um ambiente onde os alunos podem experimentar, criar e aprender ativamente. Papert destaca a importância de o aluno ser o protagonista de sua aprendizagem, utilizando a tecnologia para explorar seus próprios interesses e desenvolver suas habilidades.

Para Almeida (s.d.) a necessidade de uma formação docente crítica e reflexiva para o uso da tecnologia na educação. A autora defende que a tecnologia não deve ser apenas mais um recurso na sala de aula, mas uma ferramenta que transforme a prática pedagógica, promovendo a aprendizagem ativa e a construção do conhecimento. A UNESCO, em suas "Diretrizes de políticas para a aprendizagem móvel"(2014), também destaca os benefícios da tecnologia na educação, como a expansão do alcance e da equidade, a facilitação da aprendizagem individualizada e a criação de novas comunidades de estudantes. No entanto, a organização enfatiza a importância de políticas que garantam o acesso igualitário à tecnologia e promovam o uso seguro e responsável.

A tecnologia na educação, quando utilizada de forma crítica e reflexiva, pode ser uma ferramenta poderosa para transformar a aprendizagem, empoderar os alunos e promover uma educação mais equitativa e inclusiva. No entanto, é fundamental que os educadores estejam preparados para utilizar a tecnologia de forma inovadora, indo além da mera reprodução de modelos tradicionais de ensino. A tecnologia deve ser vista como um meio para promover a aprendizagem ativa, a construção do conhecimento e o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos.

1.2 *Mobile Learning*: A Revolução da Aprendizagem na Palma da Mão

A era digital transformou a maneira como interagimos com o mundo, e a educação não ficou de fora dessa revolução. O *Mobile Learning* (m-learning), ou aprendizagem móvel, emergiu como uma poderosa ferramenta para democratizar o acesso ao conhecimento, quebrando barreiras de tempo e espaço. Saccol, Schemmer e Barbosa (2011) definem m-learning como:

> [...] processos de aprendizagem apoiados pelo uso de tecnologia da informação ou comunicações móveis e sem fio, cuja característica fundamental é a mobilidade dos aprendizes, que podem estar distantes uns dos outros e também de espaços formais de educação, tais como salas de aula, salas de formação, capacitação e treinamento ou local de trabalho (SACCOL, SCHEMMER e BARBOSA, 2011, p.25, apud KOHLS-SANTOS, SILVA e TEIXEIRA, 2022, p.69).

Com o avanço da tecnologia e a crescente disponibilidade de dispositivos móveis, o m-learning tem se tornado cada vez mais popular e acessível, revolucionando a educação e abrindo novas possibilidades para o futuro do processo de ensino-aprendizagem. O m-learning, permite que os alunos aprendam em qualquer lugar e a qualquer hora, adaptando-se às suas rotinas e necessidades individuais. Essa flexibilidade promove o engajamento e a autonomia do aluno, incentivando-o a assumir o controle do seu próprio aprendizado.

No artigo "Reflexões sobre as modalidades de estudo na educação a distância: benefícios e limitações"publicado na revista EDaPECI em 2020, Mossio menciona as seguintes vantagens do m-learning:

- **Diversidade de aplicações e metodologias:** O m-learning complementa o ensino misto, isto é, presencial e a distância, oferecendo uma variedade de ferramentas e abordagens de ensino.
- **Incentivo à participação e comunicação:** As tecnologias móveis facilitam a interação entre alunos e professores, promovendo um ambiente de aprendizado mais colaborativo.
- **Maximização do tempo de estudo:** A flexibilidade do m-learning permite que os alunos acessem o conteúdo de qualquer lugar e a qualquer hora, otimizando seu tempo de estudo.
- **Incentivo à pesquisa:** Por ser uma modalidade recente, o m-learning estimula a pesquisa em ambientes empresariais e acadêmicos, impulsionando a inovação na educação.

Apesar de muitas vantagens, o m-learning tambem apresenta algumas desvantagens. Mussio (2020) menciona que as plataformas podem apresentar dificuldades de acesso por não serem responsivas, além de suas limitações ergonômicas. A autora também cita o excesso de informações e o impacto na qualidade de vida como desvantagens do m-learning:

- **Dificuldades de acesso devido a diferentes plataformas:** Nem todas as plataformas são responsivas, ou seja, adaptadas para diferentes dispositivos móveis, o que pode dificultar o acesso ao conteúdo.
- **Limitações ergonômicas:** As telas pequenas dos dispositivos móveis, a ausência de teclados e outros fatores ergonômicos podem dificultar o uso prolongado para estudo.
- **Excesso de informações:** A grande quantidade de informações disponíveis em dispositivos móveis pode ser difícil de processar e utilizar de forma eficiente para o aprendizado.
- **Impacto na qualidade de vida:** A facilidade de acesso à informação e comunicação em qualquer lugar e a qualquer hora pode levar à ruptura da fronteira entre vida pessoal e profissional, afetando a qualidade de vida.

Mesmo com suas limitações, o *Mobile Learning* pode ser aplicado em diversos contextos, desde a educação formal até o treinamento corporativo. Brasil, Santos e Ferenhof (2018) mencionam exemplos de projetos que se utilizam dessa tecnologia:

- **Realidade aumentada:** para apresentar virtualmente um museu e suas obras.
- **Criação de conteúdo:** para estimular a criatividade nas escolas e propor redes de aprendizagem interativa e intercâmbio cultural, combinando áudio e imagens.
- **Alfabetização:** por meio de aplicativos educacionais com sons, letras e imagens.
- **Aprendizagem ativa:** utilizando tablets na educação básica.
- **No Ensino fundamental e médio:** utilizando smartphones e tablets para estimular a discussão sobre temas como meio ambiente e sustentabilidade.

O *Mobile Learning* é uma tendência que veio para ficar. Com o avanço da tecnologia e a popularização dos dispositivos móveis, a aprendizagem móvel tem o potencial de transformar a educação, tornando-a mais acessível, personalizada e engajadora. O mobile learning representa uma revolução na forma como aprendemos. Ao combinar tecnologia e educação, essa abordagem inovadora oferece inúmeras possibilidades para democratizar o acesso ao conhecimento e preparar os alunos para os desafios do século XXI.

1.3 Sequencia FEDATHI

A metologia de ensino utilizada para a apresentação dos conteúdos dentro do aplicativo, bem como orientações para os professores utilizarem em salas de aula, foi a Sequencia FEDATHI.

A Sequência Fedathi surgiu a partir de experiências na educação básica e na educação superior, nos campos da Matemática e das Ciências, no Laboratório de Pesquisa Multimeios da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, sob a coordenação do professor Dr. Hermínio Borges Neto.

Souza (2013) apresenta a Sequência Fedathi como uma proposta teórica e metodológica para o ensino de Matemática e outras áreas do conhecimento, com o objetivo de melhorar a aprendizagem e o ensino. Segundo Souza (2013), a Sequência Fedathi é dividida em quatro etapas sequenciais e interdependentes:

1º) Tomada de Posição: O professor apresenta um problema de forma que possa ser generalizado, ou seja, que possa ser abstraído do seu contexto particular para um modelo matemático genérico. Essa situação-problema pode ser apresentada de diversas formas, como escrita, verbal, jogos ou perguntas, e deve estar relacionada ao conhecimento que se deseja ensinar. O professor também deve estabelecer regras para nortear o trabalho dos alunos, incentivando a interação e o debate.

2º) Maturação: Nesta etapa, professor e alunos discutem o problema apresentado. Os alunos buscam compreender o problema, identificar os dados e as relações entre eles, e levantar hipóteses sobre possíveis soluções. O professor atua como mediador, incentivando o raciocínio dos alunos por meio de perguntas e questionamentos.

3º) Solução: Os alunos organizam e apresentam modelos que podem levar à solução do problema. Esses modelos podem ser escritos em linguagem matemática, desenhos, gráficos ou até verbalizações. O professor estimula a troca de ideias e a discussão entre os alunos, e juntos analisam as diferentes soluções apresentadas.

4º) Prova: O professor apresenta o novo conhecimento de forma clara e concisa, utilizando a linguagem matemática e suas regras. É o momento de formalizar o modelo matemático geral que resolve o problema e pode ser aplicado a outras situações. Nessa etapa, o professor também avalia a aprendizagem dos alunos.

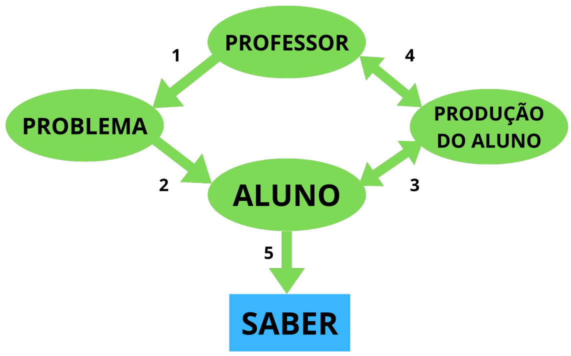


Figura 1.1: Relação professor-aluno-saber na sequência Fedathi
Fonte: Adaptado de Borges Neto et al (2001)

De acordo com o esquema proposto por Borges Neto et al (2001) na figura 1.1, a aula é iniciada pelo professor que deverá propor aos alunos, um problema relacionado ao conhecimento que pretende ensinar, no entanto, nada impede que os alunos possam propor uma situação problema (1); na sequencia o professor apresenta o problema aos alunos por intermédio de uma linguagem adequada (2); uma vez apresentados ao problema, os alunos deverão naturalmente explorá-lo na busca de uma solução (3); a solução encontrada deverá ser apresentada ao professor, que por sua vez, deverá ser analisada junto ao grupo (4); os passos (3) e (4) acontecerão em simultâneo, corresponderá ao debate a cerca da solução, visando à formulação do saber pelo aluno (5). Esse momento corresponde à mediação entre o professor-saber-aluno (Souza, 2013).

1.3.1 Tomada de posição: apresentação do problema

Na primeira etapa da Sequencia FEDATHI, o professor apresenta uma situação-problema generalizável aos alunos, que deve estar relacionada ao conhecimento a ser ensinado. Essa apresentação pode ocorrer de diversas formas, como escrita, verbal, jogos, perguntas, manipulação de materiais concretos, uso de softwares, individualmente ou em grupo (Souza, 2013).

Antes da apresentação, o professor deve realizar um diagnóstico para identificar os conhecimentos prévios dos alunos e o que eles precisam saber para aprender o novo conteúdo. Esse diagnóstico pode ser feito em dois momentos: definindo os conhecimentos prévios necessários e investigando se os alunos os possuem. Os resultados do diagnóstico guiarão as ações didáticas do professor (Souza, 2013).

Após o diagnóstico, o professor, ciente do nível dos alunos, planejará o ensino de acordo. Iniciará contextualizando o problema a ser trabalhado, situando os alunos no universo matemático a ser explorado. Para isso, apresentará informações matemáticas iniciais sobre o(s) conceito(s) relacionado(s) ao problema, envolvendo a turma no trabalho matemático a ser realizado (Souza, 2013).

Na tomada de posição, se espera que o professor adote uma postura interativa e multilateral, devendo estabelecer regras claras para o trabalho em grupo, incentivando a participação ativa dos alunos na construção do conhecimento. A interação multilateral, segundo Bordenave (1983), se estabelece por meio da troca de mensagens entre indivíduos. Duas pessoas (A e B) que, ao perceberem a presença um do outro e a diferença de seus repertórios, sentem a necessidade de trocar informações, tanto sobre si mesmos quanto sobre a realidade que os cerca. Essa troca de mensagens, que envolve processos de percepção, decodificação e interpretação, leva à formação de novos significados compartilhados, modificando ou não os significados iniciais de cada indivíduo (Bordenave, 1983).

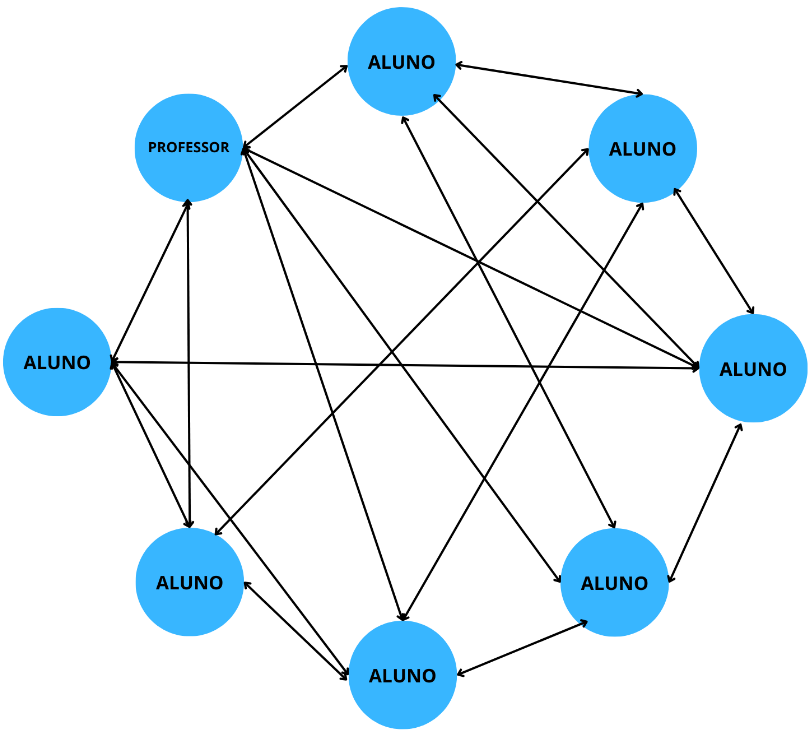


Figura 1.2: Interação Multilateral entre professor e alunos
Fonte: Adaptado de Bordanave (1983).

Na interação multilateral apresentada na Figura 1.2, a relação entre professor e alunos se transforma, com o debate deixando de ser focado apenas no professor. Todos os participantes passam a ter igual importância e relevância durante as discussões. Para facilitar o entendimento dos alunos, o professor deve utilizar uma linguagem clara e acessível, sem abrir mão das particularidades da comunicação matemática (Souza, 2013).

Essa abordagem, diferente do ensino tradicional, pode gerar desafios tanto para professores quanto para alunos, acostumados a um modelo em que o professor é o detentor do saber. O professor, inserido no grupo, passa a ter o papel de mediador, incentivando a reflexão, o questionamento e a troca de ideias entre os alunos. Essa interação multilateral pode ser vista como uma perda de tempo por alunos habituados a receber o conhecimento pronto, e o professor pode enfrentar desafios como a indisciplina e a gestão do tempo. No entanto, à medida que o professor se familiariza com essa nova metodologia, percebe os benefícios da interação multilateral na construção do conhecimento e no desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos. O planejamento cuidadoso é fundamental para que essa abordagem seja bem-sucedida e produza os resultados desejados (Souza, 2013).

Portanto, a tomada de posição, como primeira etapa da Sequência Fedathi, desempenha um papel crucial ao estabelecer as bases para um aprendizado significativo e colaborativo. Ao apresentar um problema generalizável e contextualizado, o professor desperta o interesse e a curiosidade dos alunos, motivando-os a explorar o universo matemático. O diagnóstico dos conhecimentos prévios permite que o professor adapte suas ações didáticas às necessidades da turma, garantindo que todos os alunos estejam preparados para o novo conteúdo. A interação multilateral, por sua vez, promove um ambiente de aprendizado mais dinâmico e participativo, em que os alunos se sentem encorajados a compartilhar suas ideias e construir o conhecimento em conjunto. No entanto, a tomada de posição também apresenta desafios, como a necessidade de adaptação a um novo modelo de ensino e a gestão da indisciplina. Superar esses desafios requer planejamento cuidadoso e uma postura aberta por parte do professor, que deve estar disposto a mediar o processo de aprendizagem e a valorizar a participação ativa dos alunos. Ao final da tomada de posição, espera-se que os alunos estejam não apenas cientes do problema a ser resolvido, mas também engajados e motivados a buscar soluções, criando um ambiente propício para as etapas subsequentes da Sequência Fedathi.

1.3.2 Maturação: compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema

A segunda etapa da Sequência Fedathi é a maturação, que se caracteriza por ser o momento em que os alunos se debruçam sobre o problema apresentado, buscando compreendê-lo e identificar os possíveis caminhos para sua solução. Nessa fase, os alunos devem analisar os dados do problema, entender a relação entre eles e identificar o que está sendo solicitado (SANTOS et al., 2019).

Durante a maturação, o professor assume um papel fundamental como mediador, incentivando a discussão e a troca de ideias entre os alunos. É importante que o professor adote uma postura de "mão no bolso", ou seja, que provoque os alunos a pensarem e refletirem sobre suas ações, evitando dar respostas diretas aos seus questionamentos (SANTOS et al., 2019).

O processo de maturação é essencial para o desenvolvimento do raciocínio do aluno e para a construção da aprendizagem. É nesse momento que os alunos formulam hipóteses, analisam e refletem sobre a solução do problema. A participação ativa do aluno nessa etapa garante uma aprendizagem mais significativa e duradoura (SANTOS et al., 2019). Na obra "Sequência Fedathi: Uma Proposta Pedagógica para o Ensino de Matemática e Ciências"(2013), a maturação é descrita como o momento em que os alunos exploram o problema, buscando compreendê-lo e identificar as variáveis envolvidas. Nessa fase, o professor deve observar e acompanhar o comportamento dos alunos, seus interesses, dúvidas e estratégias aplicadas na busca pela solução (SOUZA, 2013).

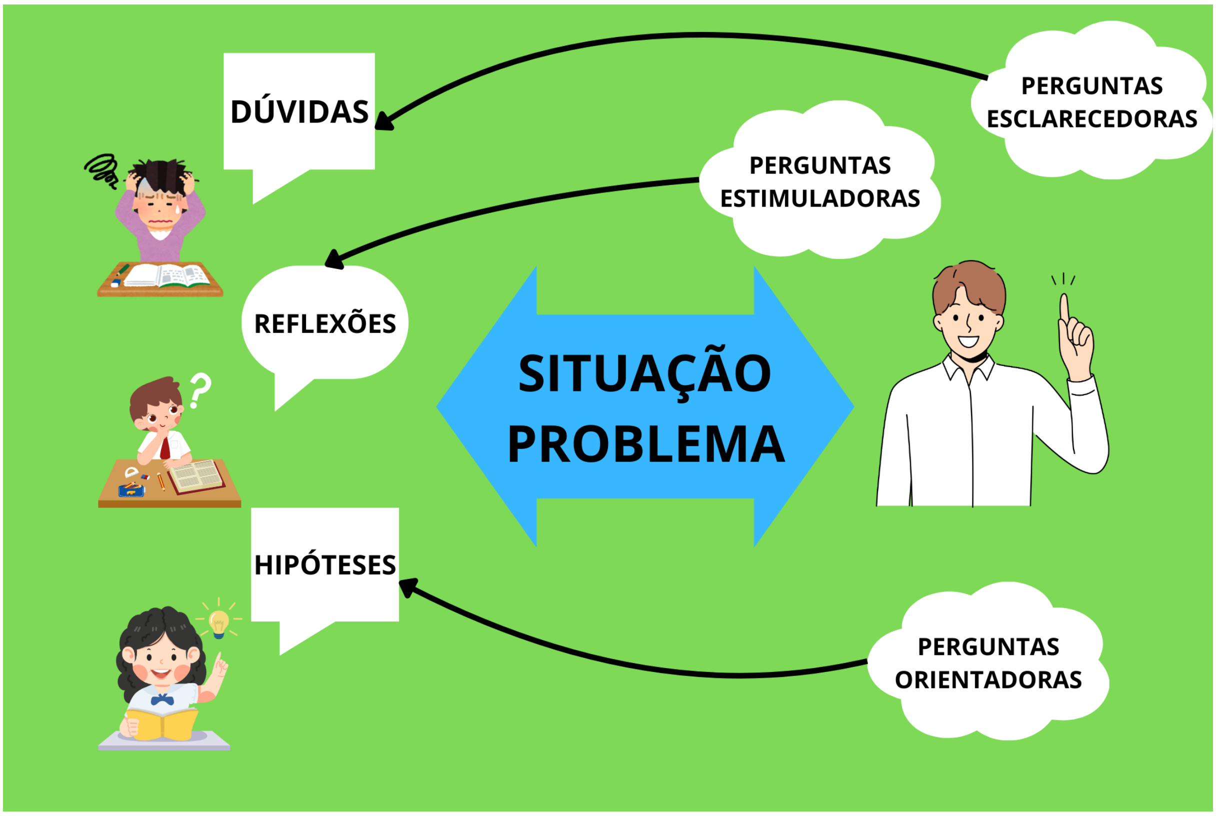


Figura 1.3: Tipos de Questionamentos em relação a Situação-Problema
Fonte: Adaptado de Souza (2013)

A Figura 1.3 ilustra como a maturação é um momento de intensa interação e troca de ideias entre alunos e professor. As perguntas esclarecedoras, estimuladoras e orientadoras do professor guiam os alunos na exploração do problema, incentivando a reflexão e a formulação de hipóteses. As dúvidas e reflexões dos alunos são valorizadas, permitindo que eles construam seus próprios caminhos para a solução. Ao momento em que uma hipótese se transforma em uma solução potencial, resultado da análise e discussão coletiva é importante que o professor compreenda o erro como oportunidade de aprendizagem e que esta percepção seja também transmitida aos alunos, de modo a compreender que o erro é parte fundamental para o processo de aprendizagem. A maturação é um processo ativo, colaborativo e essencial para a construção do conhecimento.

É importante ressaltar que o tempo de maturação pode variar de acordo com o tipo de problema, o ritmo dos alunos e os objetivos da aula. O professor deve ter sensibilidade para ajustar a duração dessa etapa, garantindo que todos os alunos tenham a oportunidade de explorar o problema de forma adequada (Souza, 2013).

1.3.3 Solução: representação e organização de esquemas/modelos que visem à solução do problema

A terceira etapa da Sequência Fedathi, chamada de Solução, é o momento em que os alunos apresentam suas soluções para o problema proposto. Nessa etapa, a ênfase está na representação e organização de esquemas ou modelos que podem levar à solução do problema.

De acordo com Santos et al. (2019), os alunos devem elaborar e apresentar seus modelos, que podem ser expressos em linguagem escrita, matemática, desenhos, gráficos, esquemas ou até mesmo verbalizações. É importante que haja troca de ideias e discussões entre os alunos sobre os diferentes pontos de vista e modelos propostos (Souza, 2013).

O professor atua como mediador, incentivando os alunos a explicarem seus modelos e justificarem suas escolhas. Ele deve questionar se os modelos abrangem todas as variáveis do problema e se são suficientes para encontrar a resposta (Santos et al., 2019). O professor também deve analisar as diferentes formas de representação e, a partir delas, buscar a construção do novo conceito matemático (Souza, 2013).

Nessa etapa, é crucial que o professor discuta com os alunos as soluções encontradas, validando os modelos corretos e identificando as lacunas ou falhas nos modelos que não levaram à solução correta (Santos et al., 2019). É importante que os alunos compreendam por que alguns modelos não funcionaram, para que possam aprimorar seus raciocínios e evitar erros semelhantes no futuro.

O professor deve motivar os alunos a verificarem seus resultados e, se necessário, apresentar contraexemplos para refutar modelos inadequados. É importante que os alunos percebam que a solução ideal deve ser aplicável a diversas situações, e não apenas ao problema específico em questão (Santos et al., 2019).

A etapa da Solução é caracterizada pela **interação bilateral** entre professor e alunos (Souza, 2013). O professor atua como mediador, incentivando os alunos a apresentarem suas soluções para o problema em questão. Os alunos, por sua vez, como representado na Figura 1.4, observam e absorvem as informações apresentadas pelo professor, participando ativamente da discussão e análise das soluções propostas. Nessa etapa, é muito importante a comunicação e troca de informações entre professor e alunos, pois através dessa interação, o professor pode identificar as dificuldades dos alunos, direcionar o aprendizado e conduzir a turma à construção do conhecimento.

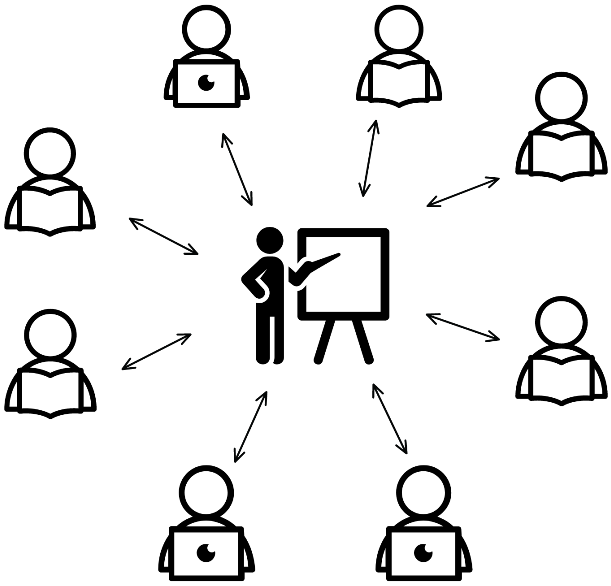


Figura 1.4: Interação Bilateral entre Professor e Alunos Durante a Análise das Soluções
Fonte: Adaptado de Bordanave (1983)

Para conduzir a etapa da Solução de forma eficaz, o professor precisa ter um bom domínio dos conceitos matemáticos e didáticos, além da habilidade de utilizá-los em conjunto para alcançar os objetivos de ensino (Souza, 2013). Essa competência é fundamental para interpretar as representações dos alunos, identificar erros e acertos, e conduzir a turma à compreensão do novo conceito.

1.3.4 Prova: apresentação e formalização do modelo matemático a ser ensinado

A quarta e última etapa da Sequência Fedathi é a Prova, que consiste na apresentação e formalização do modelo matemático a ser ensinado. Nessa etapa, o professor apresenta o novo conhecimento como uma ferramenta prática e otimizada para resolver o problema.

A figura 1.5 apresenta um esquema da etapa da Prova na Sequência Fedathi, destacando a interação entre professor e aluno. O professor assume o papel de transmitir o novo conhecimento matemático, utilizando linguagem formal e exemplos práticos para demonstrar sua aplicação na resolução de problemas. Além disso, o professor enfatiza a importância dos modelos gerais na matemática para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo. Por sua vez, o aluno busca compreender e assimilar o novo conhecimento, relacionando-o com os modelos apresentados nas etapas anteriores. Ao entender como aplicar o novo saber na resolução de problemas, o aluno desenvolve seu raciocínio lógico e se torna capaz de utilizar a matemática como uma ferramenta para solucionar desafios em diversas situações.

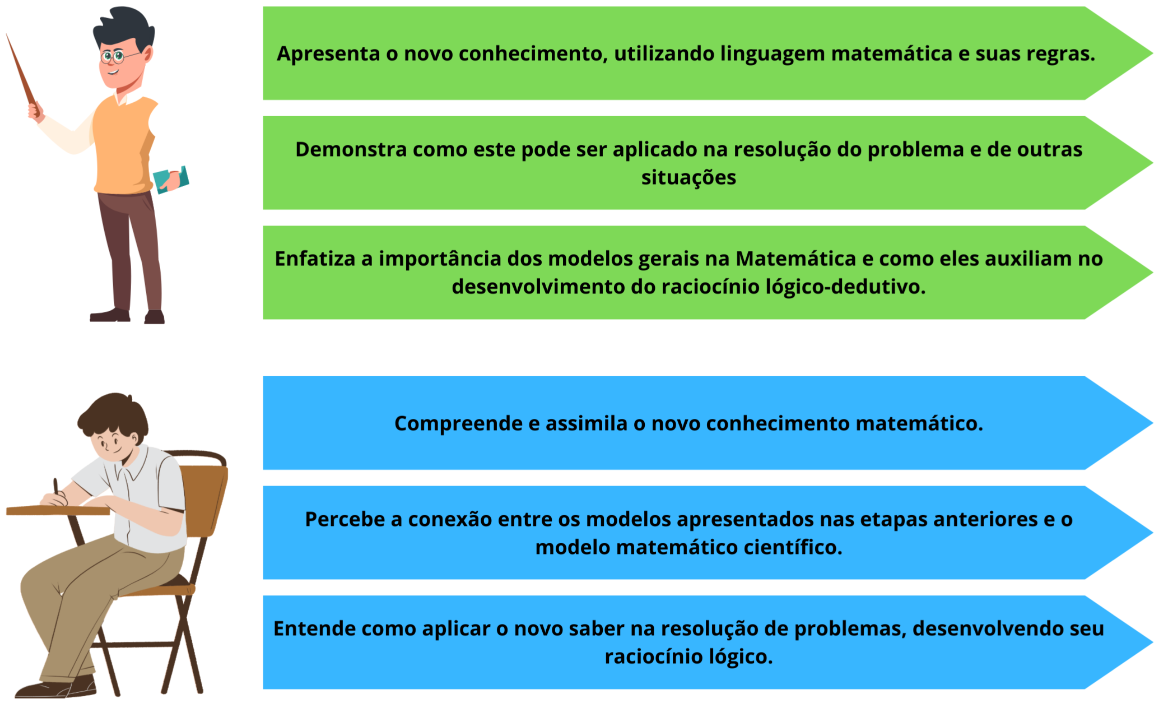


Figura 1.5: A etapa da Prova Na Sequência FEDATHI
Fonte: Elaborado pelo autor.

Segundo Santos et al. (2019), a didática do professor é fundamental para a aquisição do conhecimento nessa etapa. O professor deve conectar os modelos apresentados pelos alunos ao modelo matemático científico, introduzindo o novo saber por meio de sua notação simbólica em linguagem matemática e suas regras. É o momento em que o novo saber deve ser compreendido e assimilado, levando o aluno a perceber que pode deduzir outros modelos mais simples e específicos a partir dele.

Souza (2013) destaca a importância de o aluno perceber o valor de trabalhar com modelos gerais, pois eles o instrumentalizam para resolver outros problemas e situações, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo. Na visão de Santos et al. (2019), a avaliação da aprendizagem deve ocorrer nessa etapa final, utilizando exercícios orais, escritos, jogos ou atividades no computador, desde que permitam ao professor verificar se o aluno realmente compreendeu o modelo geral.

1.3.5 Sequência FEDATHI e o Modelo Tradicional

A Sequência Fedathi é uma metodologia de ensino que se contrapõe ao modelo tradicional, incentivando uma aprendizagem mais ativa e significativa. No ensino tradicional, o professor assume o papel central, transmitindo o conhecimento de forma expositiva, enquanto os alunos permanecem em uma posição passiva, como meros receptores de informações (BORGES NETO et al., 2013). Em contraste, a Sequência Fedathi busca estimular a participação ativa do aluno em todo o processo de ensino e aprendizagem. Borges Neto et al. (2013) explicam que a Sequência Fedathi se baseia nas etapas do trabalho científico de um matemático, incentivando a investigação e a descoberta. As quatro etapas sequenciais e interdependentes da Sequência Fedathi, a saber, Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova, proporcionam um ambiente de aprendizagem que valoriza a autonomia do aluno e o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático.

Na Tomada de Posição, o professor apresenta um problema contextualizado, estabelecendo regras claras para o trabalho dos alunos. Na Maturação, os alunos exploram o problema, buscando compreendê-lo e identificar possíveis soluções. A Solução envolve a organização e apresentação de modelos que representam as soluções encontradas, e a Prova consiste na formalização do modelo matemático a ser ensinado (BORGES NETO et al., 2013). A figura 1.6 ilustra o desenvolvimento da Sequência Fedathi, desde a etapa inicial, a Tomada de Posição, até a etapa final, a Prova.

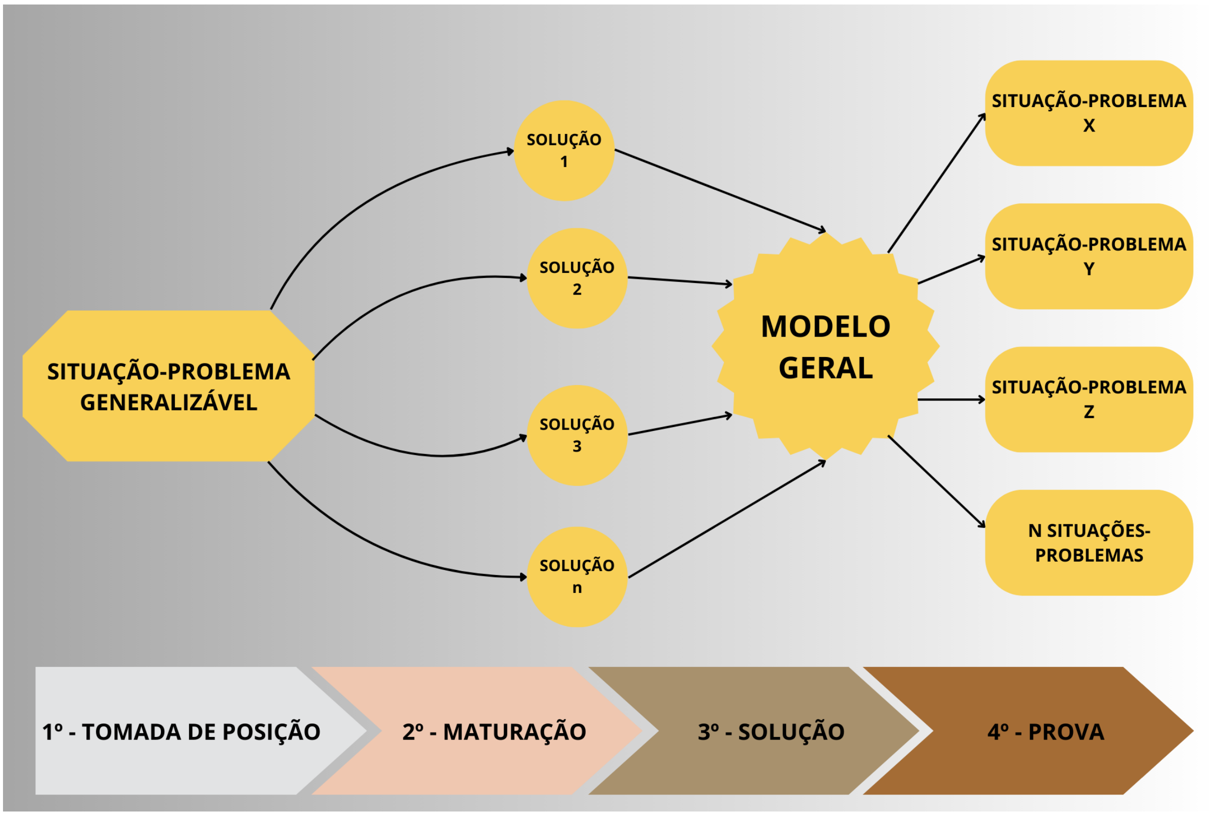


Figura 1.6: Desenvolvimento da Sequência Fedathi
Fonte: Adaptado de Borges Neto et al. (2013).

Ao longo dessas etapas, o professor atua como mediador, incentivando a discussão, questionando e orientando os alunos em sua busca por soluções. Essa abordagem promove a interação e a troca de ideias entre os alunos, estimulando o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia. Teixeira et al. (2020) destacam a importância da participação ativa do aluno na construção de sua própria aprendizagem, o que contrasta com a passividade característica do ensino tradicional.

Resumidamente, a Sequência Fedathi se apresenta como uma metodologia de ensino que se contrapõe ao modelo tradicional, promovendo uma aprendizagem mais ativa, significativa e autônoma. Ao estimular a investigação, a descoberta e a participação ativa dos alunos, a Sequência Fedathi contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e para a construção de um conhecimento mais profundo e duradouro.

Capítulo 2

Uma Breve Introdução na Geometria Plana

Neste capítulo, abordaremos alguns dos principais tópicos de Geometria Plana. Partiremos desde algumas definições básicas até chegarmos no Teorema de Pitágoras. Para isso, utilizaremos as referencias [2], [4] e [3].

2.1 Idéias Primitivas

A Geometria Plana pode ser entendida como um jogo tipo xadrez, damas, RPG etc., de modo que antes de iniciar a jogatina é necessário, primeiramente, conhecer as peças (os objetos utilizados dentro do jogo) e as regras do jogo. Na Geometria Plana existem três conceitos básicos: ponto, reta e plano que são as "peças bases" dessa Geometria e, portanto, chamados de noções primitivas, pelo fato de que sua definição se dá de modo intuitivo a partir da experiencia e observação. Assim como em um jogo, a Geometria Plana dispõe de regras que são aceitas como verdades absolutas sem que haja a necessidade de demonstração. A essas regras damos o nome de axiomas ou postulados. Os Axiomas são fundamentais para a construção da geometria euclidiana. Eles servem como base para diversos conceitos e teoremas, permitindo a criação de um sistema lógico e coerente para descrever as propriedades das formas geométricas no plano.

Para o que segue, fixaremos a seguinte notação para ponto, reta e plano:

Com letras:

- Ponto: letras latinas maiúsculas $(A, B, C, ...)$
- Reta: letras latinas minúsculas $(a, b, c, ...)$
- Plano: letras gregas minúsculas $(\alpha, \beta, \gamma, ...)$

Graficamente:

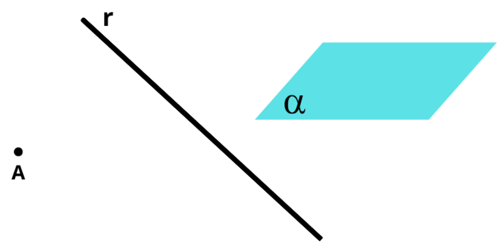


Figura 2.1: Ponto, reta e plano
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

2.2 Noções Básicas

2.2.1 Axiomas de incidência

Axioma 1 *Dados dois pontos distintos, existe uma única reta que os contém.*

Um interpretação intuitiva desse do axioma acima, também conhecido como **Axioma de Determinação da Reta**, seria imaginar dois pontos distintos, como se fossem pregos fixados em uma parede. Segundo o axioma, existe apenas uma linha reta que pode ser "esticada"entre esses dois pontos, como se fosse um fio conectando-os. Note que se por acaso tentarmos esticar outro fio entre estes pregos, os fios ficariam um sobre o outro, portanto essa linha reta é única e não pode ser substituída por outra.

O Axioma de Determinação da Reta, garante que para cada par de pontos distintos, existe apenas uma reta que os conecta, é o que chamamos de **Unicidade da Reta**. Essa unicidade é crucial para a construção de figuras geométricas e para o desenvolvimento de conceitos como ângulos, paralelismo e perpendicularidade. Para que toda a geometria plana se desenvolva, é necessário que seus objetos existam. Ao afirmar que para qualquer par de pontos distintos, há pelo menos uma reta que os une, está, portanto, à declarar a **Existência da Reta**. Isso significa que o plano euclidiano está preenchido por infinitas retas, cada uma com suas próprias propriedades e relações.

Axioma 2 *Qualquer que seja a reta, existe pontos que pertencem e pontos que não pertencem à reta.*

O que este axioma afirma é que, qual quer que seja a reta escolhida, existem tantos pontos quantos queira dentro e fora da reta. Na figura 2.2, podemos observar os pontos A, B que foram escolhidos na reta, e os pontos C, D fora da reta.

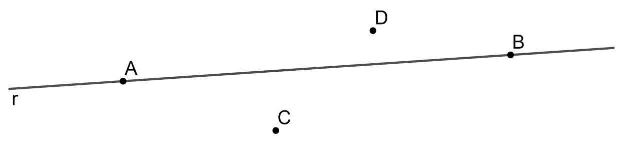


Figura 2.2: Ilustração do axioma 2
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Axioma 3 *Por três pontos não colineares passa um único plano.*

Também conhecido como **Axioma de Incidência do Plano**, a afirmação acima nos garante não só a existência de um plano, dados três pontos, mas também a sua unicidade.

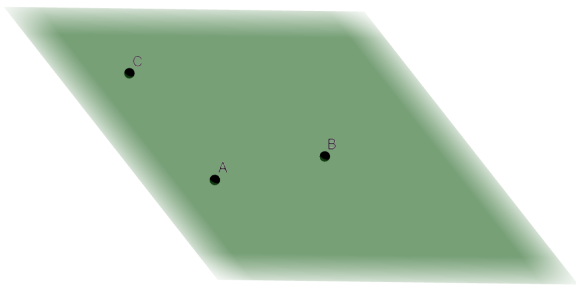


Figura 2.3: Ilustração do axioma 3
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Axioma 4 *Para qualquer plano, existem uma reta contida neste plano, um ponto que pertence ao plano, mas não pertence a tal reta, e existe um ponto que não pertence ao plano.*

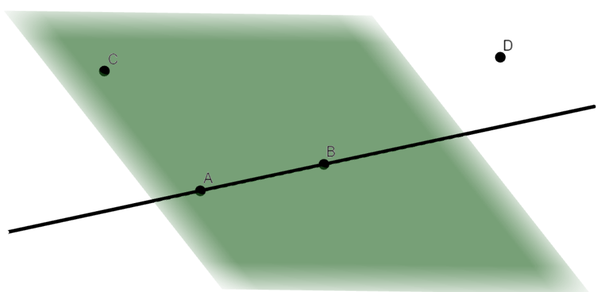


Figura 2.4: Ilustração do axioma 4
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Axioma 5 *Se uma reta tem dois pontos distintos num plano, então a reta está contida nesse mesmo plano.*

2.2.2 Axiomas de Ordem

Axioma 6 *Dados três pontos distintos de uma reta, só um deles localiza-se entre os outros dois.*

O Axioma 6, apresenta uma relação de ordem introduzindo a noção de estar entre. Note que se os pontos A, B e C são colineares (estão na mesma reta), então existem três possibilidades: C está entre A e B como na figura 2.5, B está entre A e C como na figura 2.6 ou A está entre C e B como na figura 2.7.

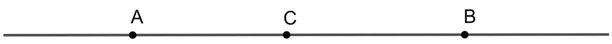


Figura 2.5: Ilustração do axioma 6 (caso 1)
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Figura 2.6: Ilustração do axioma 6 (caso 2)
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

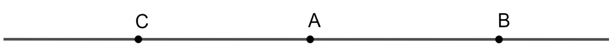


Figura 2.7: Ilustração do axioma 6 (caso 3)
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Axioma 7 *Dados dois pontos distintos A e B, sempre existem: um ponto C entre A e B e um ponto D, tal que B está entre A e D.*

O axioma 7 nos garante a infinitude de pontos em uma reta, uma vez que dados dois pontos distintos, sempre haverá pontos internos e externos a eles.

2.2.3 Algumas definições importantes

Definição 2.2.1 *Um ponto O pertencente a uma reta r a divide em duas partes chamadas de* ***semirretas*** *de origem em O, de modo que o ponto O é a única interseção entre elas. Assim, se $A \neq O$ e $A \in r$, a semirreta de origem em O que passa por A é denotada por $\overrightarrow{OA}$.*

Figura 2.8: Semirreta $\overrightarrow{OA}$
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Definição 2.2.2 *Seja A e B pontos pertencentes a uma reta r, com $A \neq B$. As partes formadas pela intersecção entre as semirretas $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$ formam uma parte da reta que chamaremos de* ***segmento de reta*** *com extremidades em A e B. Denotaremos tal segmento escrevendo AB.*

Figura 2.9: Segmento de reta AB
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Definição 2.2.3 *Seja A, B, C pontos não colineares, a figura formada pela união dos segmentos AB, BC e CA é chamada de* ***triângulo*** *de vértices A, B, C e o representamos por ΔABC. Os segmentos AB, BC e CA são os lados de tal triângulo e os seus ângulos internos são $\angle ABC$, $\angle BCA$ e $\angle CAB$.*

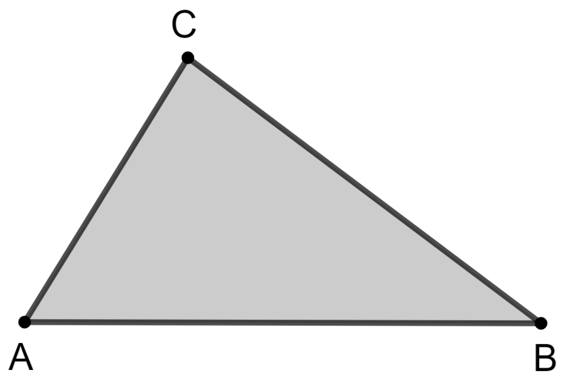


Figura 2.10: Triângulo
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Definição 2.2.4 *Dados A, B, C e D pontos não colineares três a três, a figura formada pela união dos segmentos AB, BC, CD e DA é chamada de* ***quadrilátero****. Alguns quadriláteros possuem nomes especiais devido às suas respectivas propriedades. A saber:*

- *O paralelogramo é um quadrilátero que possui os dois pares de lados paralelos;*
- *O trapézio é um quadrilátero que possui um par de lados paralelos (que são chamados de bases).*

Definição 2.2.5 *Dado um ponto O no plano e fixado um comprimento de tamanho r, o conjunto de todos os pontos que estão a uma mesma distância r de O é o que chamamos de* ***circunferência*** *de centro O e raio r. Ou seja, se P e Q estão sobre uma mesma circunferência de centro O e raio r, então $PO = QO = r$. Se P e Q são pontos sobre uma circunferência de centro O e raio r, o segmento PQ é uma corda da circunferência.*

Toda corda divide a circunferência em dois arcos podendo ser um maior, menor ou igual ao outro. Um tipo especial de corda é aquele que passa pelo centro da circunferência e divide-a em dois arcos iguais, ela recebe o nome especial de diâmetro da circunferência. O comprimento de um diâmetro é igual ao dobro da medida do raio.

2.3 Perímetro

2.3.1 Axiomas sobre medição de segmentos

Axioma 8 *A todo par de segmentos do plano corresponde um número maior ou igual a zero. Este número é zero se, e somente se, os pontos são coincidentes.*

Imagine que você tem duas formigas em um grande papel. O axioma acima fala sobre a distância entre essas duas formigas. Portanto, distância é a medida do quanto um ponto está "longe"do outro. É como se você tivesse uma régua mágica que pudesse medir o menor caminho entre as formigas, passando por cima do papel. Essa medida, sempre será um número maior ou igual a zero. Será zero quando as duas formigas estiverem no mesmo lugar, ou seja, se os pontos forem coincidentes, a distância entre elas é zero. É como se as formigas estivessem uma em cima da outra.

Axioma 9 *Para todo ponto de uma reta existe um único número real associado a ele, e para todo número real existe um único ponto em tal reta associado a este número.*

A afirmação acima, significa que existe uma correspondência biunívoca (perfeita) entre os pontos em uma reta e os números reais. Por exemplo, imagine que você tem uma régua longa e numerada, representando a reta real. Você pode colocar um pequeno objeto em qualquer lugar da régua e então associar um número à posição do objeto, observando a marcação da régua onde o objeto está posicionado temos que o número que corresponde a marcação é o número associado ao ponto. Ou ainda, você pode escolher um número real da reta, encontrar a marcação que corresponde a tal número e colocar o objeto nessa marcação, neste caso o objeto será colocado sobre o ponto na régua associado ao número escolhido.

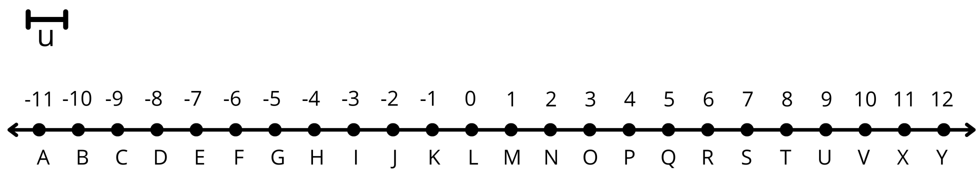


Figura 2.11: Reta numerada
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Para realizarmos esta correspondência entre números reais e pontos na reta, primeiro definimos um segmento unitário u, em seguida dividimos a reta colecionando pontos consecutivos que distam $1u$ um do outro, veja a figura 2.11. Dessa forma, para cada ponto podemos associar um número inteiro (e para os números reais é possível estabelecer uma correspondência biunívoca), isso permite usar números para representar pontos em uma reta. Facilitando o estudo de geometria e matemática. Ao número que corresponde a um ponto da reta damos o nome de coordenada daquele ponto. Pelo axioma 8, a distância entre dois pontos sempre é maior ou igual a zero. Assim sendo, seja AB um segmento cujas extremidades possuem coordenadas a e b respectivamente. A distância entre os pontos A e B será a diferença entre o maior e o menor valor das coordenadas desses pontos. A essa distância damos o nome de comprimento do segmento AB e representamos pelo símbolo $\overline{AB}$,porém para evitar exageros de notação, iremos muitas vezes optar pela representação simplificada, AB, somente. Logo,

$$AB = |b - a|$$

Exemplo 2.3.1 *Na figura 2.11, determinar a distancia entre os pontos F e P.*

Solução:

$$FP = |4 - (-6)|$$
$$FP = |4 + 6|$$
$$FP = |10|$$
$$FP = 10$$

□

Axioma 10 *Se o ponto C encontra-se entre A e B, então,*

$$AC + CB = AB$$

Figura 2.12: Ilustração do axioma 10
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Vimos que um ponto divide uma reta em duas semirretas, em particular um ponto divide um segmento em dois segmento, como podemos ver na figura 2.12, de modo que existem somente duas possibilidades: um é maior que o outro ou eles são iguais. Neste ultimo caso acontece o que introduziremos na definição a seguir.

Definição 2.3.1 *O ponto médio de um segmento AB é o ponto M deste segmento, tal que $AM = MB$.*

Figura 2.13: Ponto médio de um segmento
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Teorema 2.3.2 *Todo seguimento possui exatamente um ponto médio.*

Prova: Seja AB um seguimento de reta qualquer, suponha que exista os pontos $M_1, M_2 \in AB$, tais que:

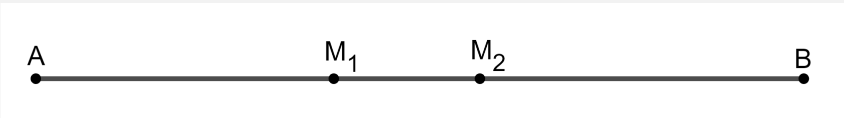


Figura 2.14: Segmento com dois pontos médios
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

(i) $AM_1 = M_1B = \frac{AB}{2}$

(ii) $AM_2 = M_2B = \frac{AB}{2}$

Daí, temos que:

$$\begin{aligned} AM_1 + M_1M_2 + M_2B &= AB \\ \frac{AB}{2} + M_1M_2 + \frac{AB}{2} &= AB \\ M_1M_2 + AB &= AB \\ M_1M_2 &= 0 \end{aligned}$$

Portanto, $M_1 = M_2$.

□

2.3.2 Cálculo do perímetro

Definição 2.3.3 *O **perímetro** de uma figura é dado pela medida do seu contorno. No caso em que a figura é um polígono, seu perímetro é calculado pela soma do comprimento de todos os seus lados.*

Exemplo 2.3.2 *Determinar o perímetro do polígono abaixo:*

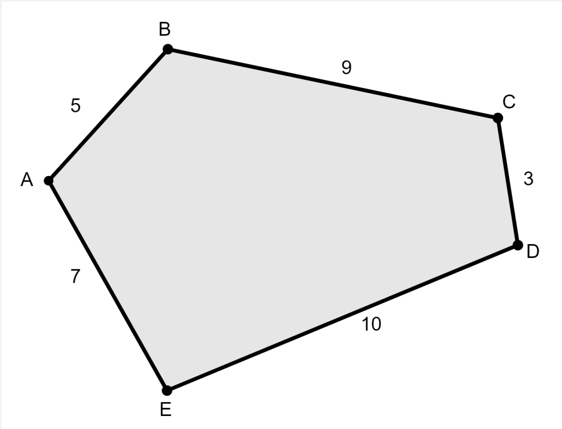


Figura 2.15: Pentágono
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

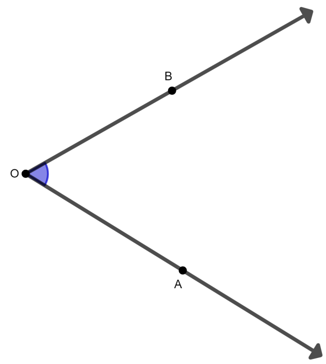
Solução:

$$P_{ABCDE} = 5 + 9 + 3 + 10 + 7$$
$$P_{ABCDE} = 14 + 20$$
$$P_{ABCDE} = 34$$

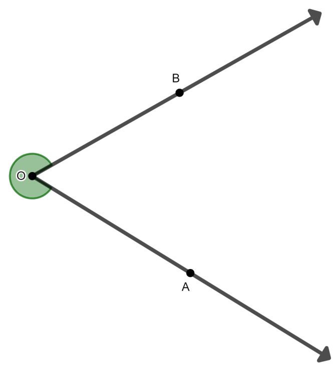
□

2.4 Ângulos

Definição 2.4.1 *Duas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, com a mesma origem em O dividem o plano em duas regiões, cada uma delas chamadas de **ângulo**. As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são chamadas de lados do ângulo. Considerando as figuras a seguir temos os ângulos orientados que denotaremos por $\angle AOB$ e $\angle BOA$.*



(a) Ângulo $\angle AOB$



(b) Ângulo $\angle BOA$

Figura 2.16: Ângulos formados por duas semirretas
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Importante:

- Os pontos do interior de um ângulo são chamados de **pontos internos**.
- A reunião do ângulo e seus pontos internos é chamado de ângulo completo e conhecido como "**ângulo convexo**".
- Os pontos que não estão no interior e nem pertence ao ângulo são chamados de **pontos externos**;
- A reunião do ângulo e seus pontos externos é conhecida por "**ângulo concavo**";
- Dois ângulos são **consecutivos** se, e somente se, um lado de um deles é também lado do outro. Ex: Os ângulos $\angle AOB$ e $\angle AOC$ na figura 2.18;
- Dois ângulos consecutivos são **adjacentes** se, e somente se, não têm pontos internos comuns. Ex: Os ângulos $\angle AOC$ e $\angle COB$ na figura 2.18.

2.4.1 Axiomas de medição de ângulos:

Axioma 11 *É possível colocar, em correspondência biunívoca, um dado intervalo de números reais e as semirretas de mesma origem.*

Em outras palavras, para cada número real no intervalo, podemos associar uma única semirreta com a mesma origem, e vice-versa. O axioma nos permite estabelecer, por exemplo, uma associação entre os números reais de 0 até 90 e as semirretas de mesma origem internas a um ângulo reto, como podemos observar no exemplo da figura 2.17. Desta maneira, fica convencionado que o ângulo reto possuí 90° (noventa graus).

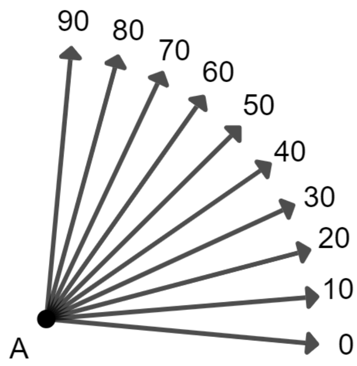


Figura 2.17: Correspondência entre semirretas de mesma origem e intervalo de números reais

Fonte: Produzida pelo próprio autor

O ângulo de 0° grau é chamado de **ângulo nulo** e o ângulo correspondente a soma de dois ângulos retos adjacente (180°) é chamado de ângulo raso ou **ângulo de meia-volta**. Ângulos entre 0° e 90° são chamados de **agudos**. Enquanto ângulos entre 90° e 180° são chamados de obtusos. Dois ângulos são ditos **suplementares** quando a soma de suas medidas é 180°, caso a soma seja 90° são ditos **complementares**.

Axioma 12 *Se uma semirreta* $\overrightarrow{OC}$ *é interna a um ângulo* $\angle AOB$*, então* $\angle AOC + \angle COB = \angle AOB$

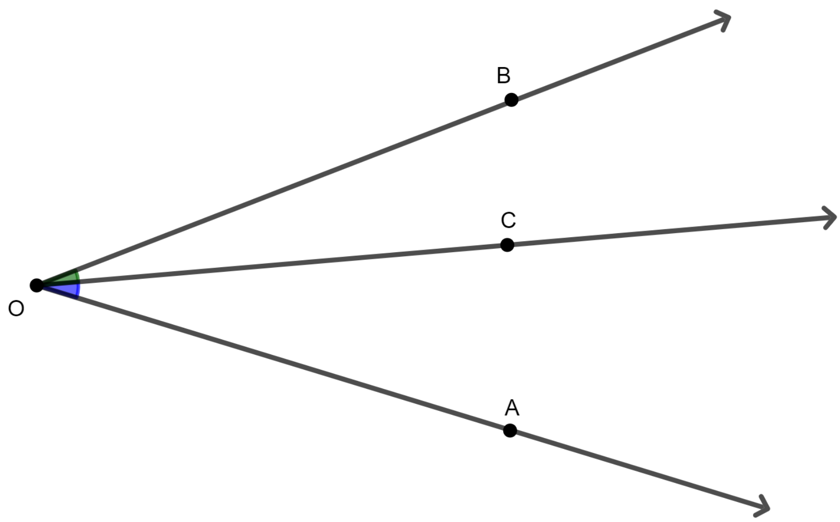


Figura 2.18: Ilustração do axioma 12

Fonte: Produzida pelo próprio autor

Definição 2.4.2 *Duas retas concorrentes formam 4 ângulos, como na figura 2.19, os pares de ângulos não adjacentes* $\angle AOD$ *e* $\angle BOC$*,* $\angle AOB$ *e* $\angle COD$ *são chamamos de* ***Ângulos Opostos Pelo Vértice (O.P.V.)****.*

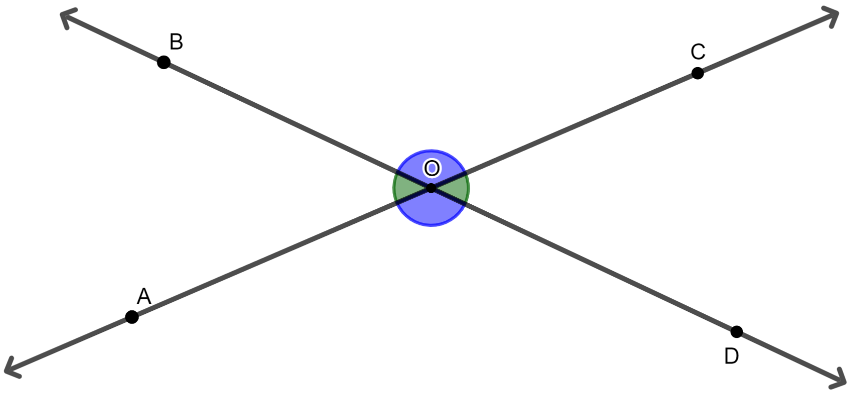


Figura 2.19: Ângulos opostos pelo vértice (O.P.V.)
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Teorema 2.4.3 *Ângulos opostos pelo vértice (O.P.V) são congruentes, i.e., possuem a mesma medida.*

Prova: Tomando como exemplo os angulos indicados na figura 2.19, vamos mostrar que $\angle AOD = \angle BOC$.
Note que os ângulos $\angle AOD$ e $\angle COD$ são adjacentes e estão sobre uma mesma reta, portanto $\angle AOD + \angle COD = 180°$. Do mesmo modo, o são os ângulos $\angle COD$ e $\angle BOC$, logo $\angle COD + \angle BOC = 180°$.
Subtraindo membro a membro as duas igualdades acima obtemos:

$$\angle AOD - \angle BOC = 0 \Leftrightarrow \angle BOD = \angle AOC$$

$\square$

De modo análogo, é fácil provar que $\angle AOB = \angle COD$, portanto deixaremos como exercício para o leitor.

Axioma 13 ***(Quinto Postulado de Euclides)*** *Sejam duas retas r e s, cortadas por uma terceira reta t. As retas r e s são paralelas se e somente se os ângulos marcados na figura 2.20, que são chamados de **alternos internos**, são congruentes. Ou, seja*

$$r \parallel s \Leftrightarrow \alpha = \beta$$

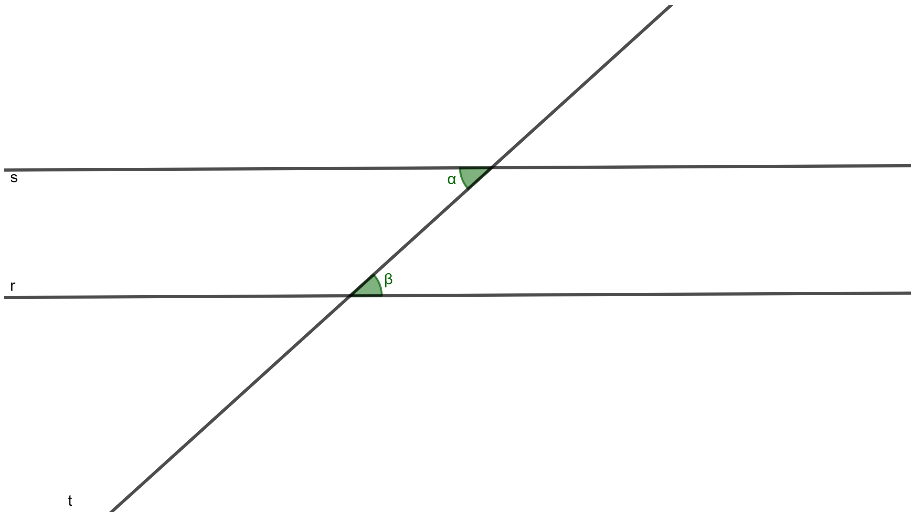


Figura 2.20: Ângulos alternos internos
Fonte: Produzida pelo próprio autor

2.4.2 Resultados importantes envolvendo ângulos

Agora vamos apresentar uma coleção de fatos importantes sobre ângulos que são frequentemente utilizados para resolver diversos tipos de problemas na geometria.

Teorema 2.4.4 ***(Soma dos ângulos internos de um triângulo)*** *Em todo triângulo, a soma de seus ângulos internos é igual a* $180°$*. Isto é, seja* ABC *um triângulo qualquer como na figura 2.21, então*

$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180°$$

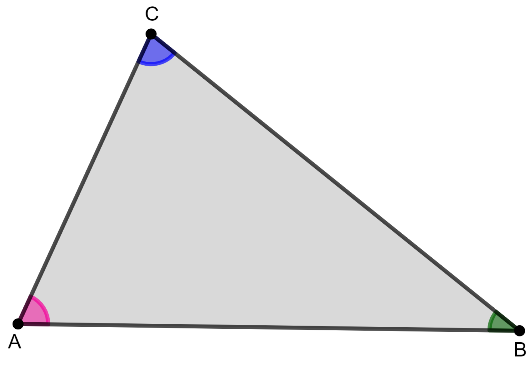


Figura 2.21: Triângulo qualquer
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Prova: Seja r uma reta passando pelo ponto B, paralela ao lado AC. Sejam D e E pontos de r tais que B está entre eles, como na figura 2.22.

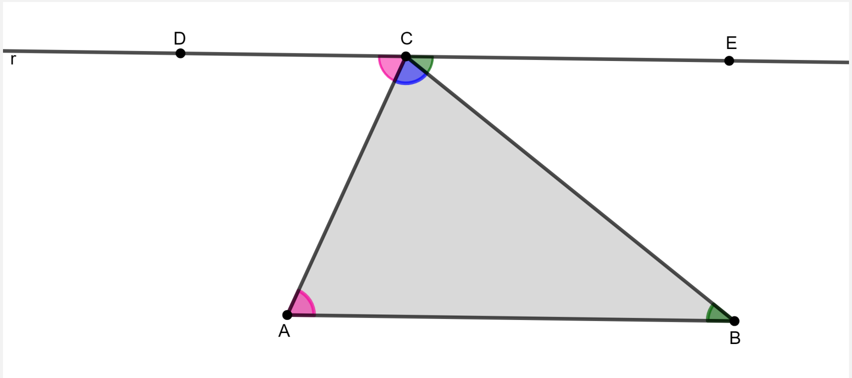


Figura 2.22: Soma dos ângulos internos de um triângulo
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Pelo quinto postulado de Euclides 13 os ângulos $\angle CAB$ e $\angle ACD$ são alternos internos, da mesma forma os ângulos $\angle ABC$ e $\angle BCE$. Logo, temos que $\angle CAB = \angle ACD$ e $\angle ABC = \angle BCE$. Note que os ângulos $\angle ACD$, $\angle ACB$ e $\angle BCE$ são adjacentes e formam um ângulo de meia volta. Daí,

$$\angle ACD + \angle ACB + \angle BCE = 180° \Leftrightarrow \angle CAB + \angle ACB + \angle ABC = 180°$$

.

□

2.5 Congruência

Definição 2.5.1 *Dois segmentos que possuem a mesma medida são chamados de* ***congruentes****. Dessa forma, se AB e CD são congruentes, então $AB = CD$.*

Definição 2.5.2 *Dado os triângulos ΔABC e ΔDEF, se for possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre seus vértices, de modo que lados e ângulo correspondentes sejam congruentes, então dizemos que os dois* ***triângulos são congruentes****. Logo, se a correspondência $A \leftrightarrow D$, $B \leftrightarrow E$, $C \leftrightarrow F$, define a congruência, então denotaremos:*

$$\Delta ABC \equiv \Delta DEF \iff \begin{cases} \hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{E}, \hat{C} = \hat{F} \\ \\ AB = DE, BC = EF, AC = DF \end{cases}$$

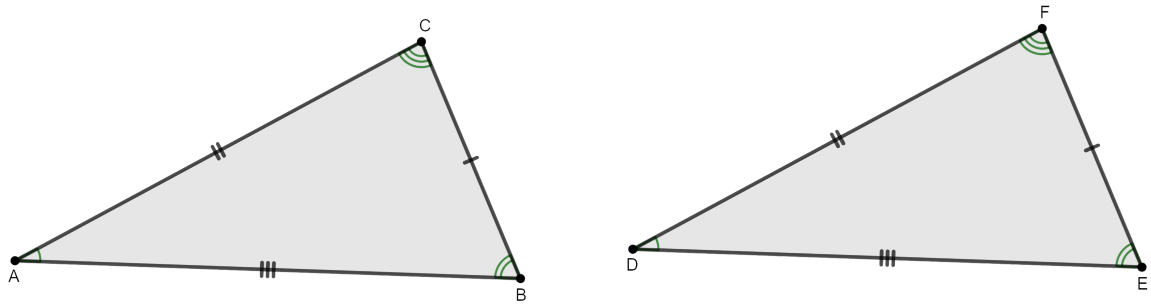


Figura 2.23: Triângulos congruentes
Fonte: Produzida pelo próprio autor

2.5.1 Casos de congruência de triângulos

Pela definição de congruência de triângulos, vimos que para dois triângulos sejam congruentes, é necessário e suficiente que 6 relações de igualdade entre mediadas de lados e ângulos correspondentes sejam satisfeitas. Porem veremos no que segue, que bastará apenas verificar 3 dessas igualdades, para que as outras 3 também sejam verdades. Essa estratégia será muito utilizada para podermos resolver diversos problemas de geometria que envolva encontrar medidas de ângulos e segmentos.

Axioma 14 ***Caso*** *LAL: Se* ΔABC *e* ΔXYZ *são dois triângulos tais que* $AB = XY$, $BC = YZ$ *e* $\angle ABC = \angle XYZ$, *então,* $\Delta ABC \equiv \Delta XYZ$.

Este primeiro caso de congruência é um axioma da geometria plana, isto é, devemos simplesmente aceitá-lo como verdadeiro. Os demais casos a seguir podem ser provados a partir do caso LAL.

Proposição 2.5.3 ***Caso*** *LLL: Se* ΔABC *e* ΔXYZ *são dois triângulos tais que* $AB = XY$, $BC = YZ$ *e* $CA = ZX$, *então,* $\Delta ABC \equiv \Delta XYZ$.

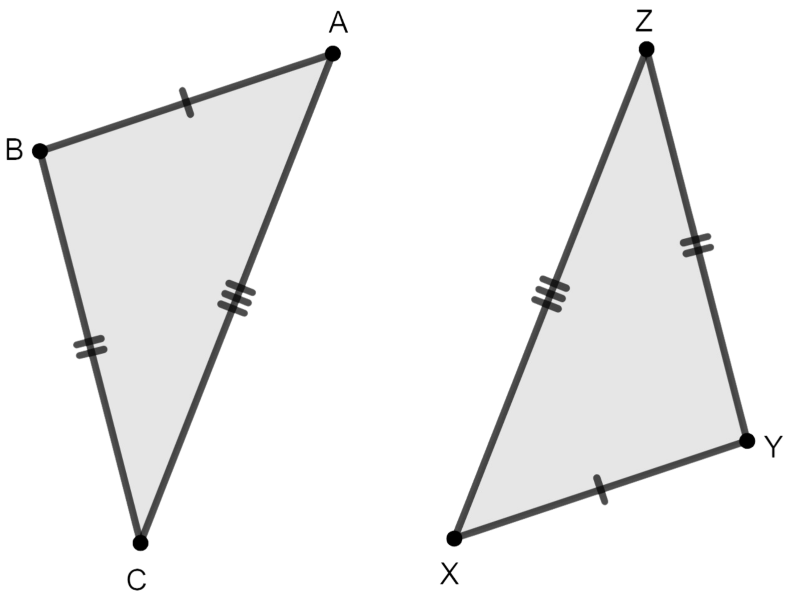


Figura 2.24: Triângulos congruentes (caso LLL)
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Prova: Justapondo os lados congruentes dos triângulos da figura 2.24, AC e XZ, de modo que o vétice A coincida com o vétice Z e o vértice C coincida com o vértice X. Obtemos o quadrilátero da figura 2.25.

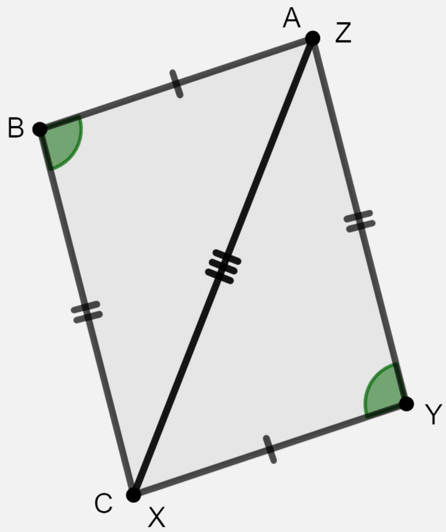


Figura 2.25: Demonstração do caso LLL
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Note que o quadrilátero $ABCY$ é um paralelogramo, uma vez que seus lados opostos são congruentes, oque garante que os ângulos opostos também sejam congruentes. Daí, tem-se que $\angle ABC = \angle XYZ$. Por tanto, pelo caso **LAL** (axioma 14), $\Delta ABC \equiv \Delta XYZ$.

$\square$

Proposição 2.5.4 ***Caso*** *ALA: Se ΔABC e ΔXYZ são dois triângulos tais que $\angle ABC = \angle XYZ$, $BC = YZ$ e $\angle BCA = \angle YZX$, então, $\Delta ABC \equiv \Delta XYZ$.*

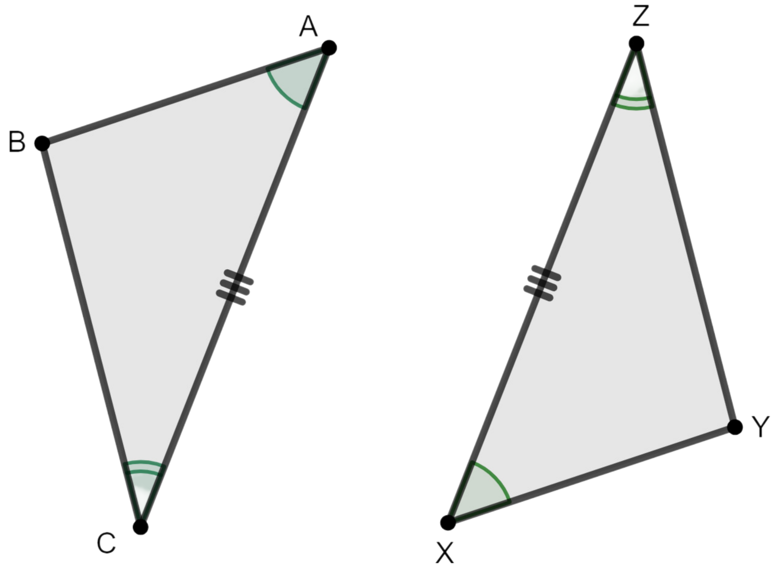


Figura 2.26: Triângulos congruentes (casos ALA)
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Prova: Justapondo os lados congruentes dos triângulos da figura 2.27, AC e XZ, de modo que o vétice A coincida com o vértice Z e o vértice C coincida com o vértice X. Obtemos o quadrilátero da figura 2.27.

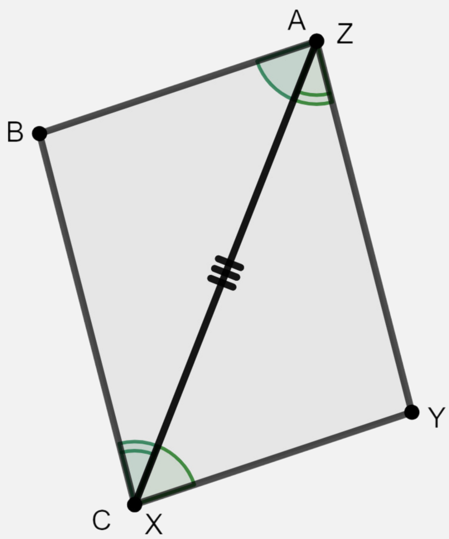


Figura 2.27: Demonstração do caso ALA
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Como os ângulos $\angle BAC$ e $\angle YXZ$ são congruentes, pelo quinto postulado de (axioma 13, $AB \parallel XY$. Analogamente, $\angle BCA = \angle YZX$ se, e somente se $BC \parallel YZ$.

Logo, $ABCY$ é um paralelogramo, portanto $AB = XY$ e $BC = YZ$, por **LLL**, $\Delta ABC \equiv \Delta XYZ$.

□

Proposição 2.5.5 ***Caso*** *LAA_o: Se ΔABC e ΔXYZ são dois triângulos tais que $AB = XY$, $\angle ABC = \angle XYZ$ e $\angle BCA = \angle YZX$, então, $\Delta ABC \equiv \Delta XYZ$.*

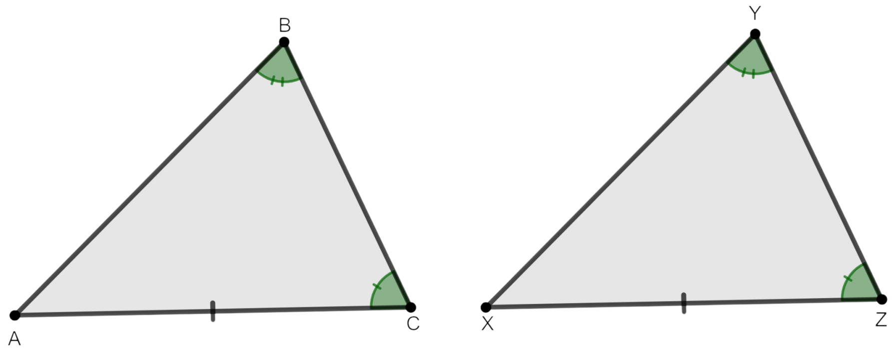


Figura 2.28: Triângulos congruentes (caso LAA_o
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Prova: Inicialmente, já sabemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°. Daí, considerando os triângulos da figura 2.28, temos:

$$\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ \tag{2.1}$$

e

$$\angle XYZ + \angle YZX + \angle ZXY = 180^\circ \tag{2.2}$$

Como $\angle ABC = \angle XYZ$ e $\angle BCA = \angle YZX$, calculando a diferença entre as equações 2.1 e 2.2, obtemos:

$$\angle CAB - \angle ZXY = 0 \tag{2.3}$$

$$\angle CAB = \angle ZXY \tag{2.4}$$

Portanto, pela igualdade 2.4 e como mostra a figura 2.29, $\Delta ABA \equiv \Delta XYZ$ pelo caso de congruência **ALA**.

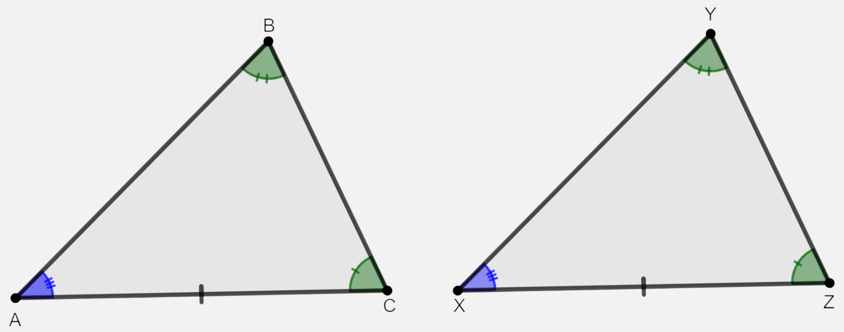


Figura 2.29: Demonstração do caso LAA_o
Fonte: Produzida pelo próprio autor

□

2.6 Áreas

A área é um conceito fundamental em geometria que pode ser entendido intuitivamente através de analogias e exemplos. É importante entender o conceito de área para diversas aplicações na vida real. Para simplificar nosso entendimento, estudaremos áreas de figuras planas a partir de três axiomas que apresentaremos a seguir:

Axioma 15 *A área de um retângulo de comprimento c e altura a é dado por*

$$A = c \cdot a$$

.

Axioma 16 *Se uma figura plana for dividida em partes menores, a soma das áreas de cada uma dessas partes é igual a área da figura original.*

Axioma 17 *Se duas figuras são idênticas então possuem a mesma área.*

Adotaremos a notação $[ABCD]$ para indicara a medida de área de um polígono $ABCD$. Nos exemplos a seguir, apresentaremos fórmulas para se calcular a área de algumas das principais figuras planas.

Exemplo 2.6.1 *Determinar a área de um quadrado de lado l.*

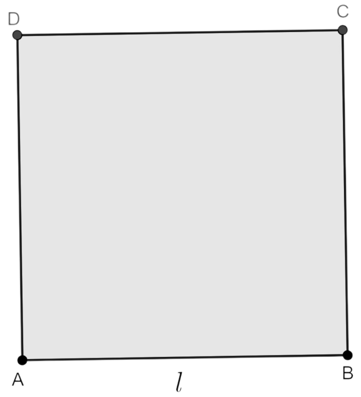


Figura 2.30: Quadrado
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Solução: Pelo axioma 15, a área de um retângulo é dada pelo produto entre comprimento e largura. Em particular, o quadrado é um retângulo com os quatro lados congruentes. Portanto, sua área é dada por:

$$A = l \cdot l = l^2$$

□

Exemplo 2.6.2 *Determinar a área de um paralelogramo, com altura medindo h e base medindo b.*

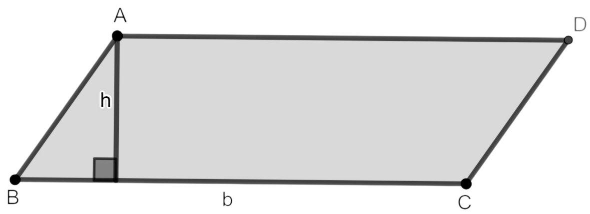


Figura 2.31: Paralelogramo
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Solução: Dado um paralelogramo como da figura 2.31, sejam M o pé da pé da perpendicular ao lado BC que passa pelo ponto A e E o pé da perpendicular ao prolongamento do lado BC que passa pelo ponto D, conforme ilustrado na figura 2.32. É fácil ver que $\Delta BMA \equiv \Delta CED$, o que garante que a área do paralelogramo $ABCD$ é igual a área do retângulo $AMED$. Portanto:

$$[ABCD] = [AMED] = b \cdot h$$

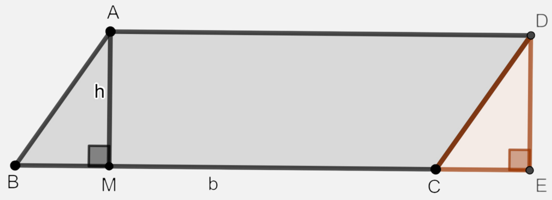


Figura 2.32: Área do paralelogramo
Fonte: Produzida pelo próprio autor

□

Exemplo 2.6.3 *Determinar a área de um triângulo, conhecendo sua base e a sua altura relativa.*

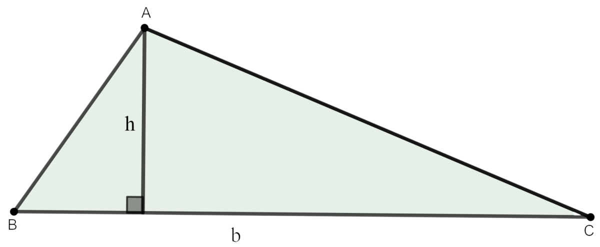


Figura 2.33: Triângulo
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Solução: Dado um triangulo cuja base mede b e altura relativa a esta base mede h, como apresentado na figura 2.33. Traçando as reta g, paralela ao lado BC passando pelo ponto A, e i, paralela ao lado AB passando pelo ponto C, marcamos o ponto D que é a intersecção entre tais retas, como mostra a figura 2.34.

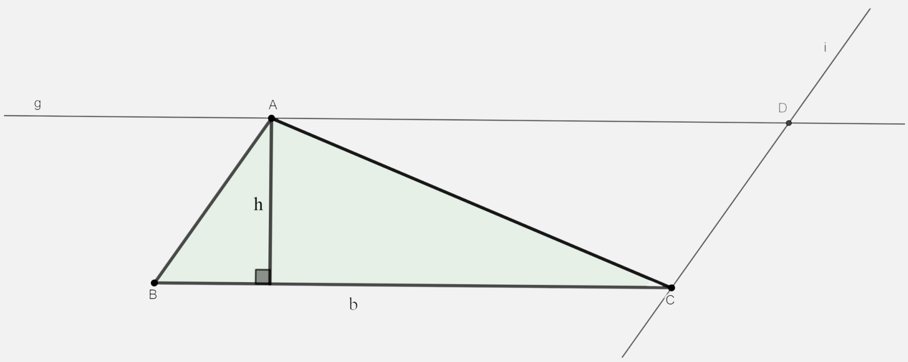


Figura 2.34: Composição de um paralelogramo a partir de dois triângulos congruentes
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Note que é possível traçar um triangulo $\Delta CDA \equiv \Delta ABC$, pelo caso **LLL**. Logo, a área do triangulo ABC corresponde a metade da área do paralelogramo $ABCD$, conforme apresentado na figura 2.35. Portanto:

$$[ABC] = \frac{[ABCD]}{2} = \frac{b \cdot h}{2}$$

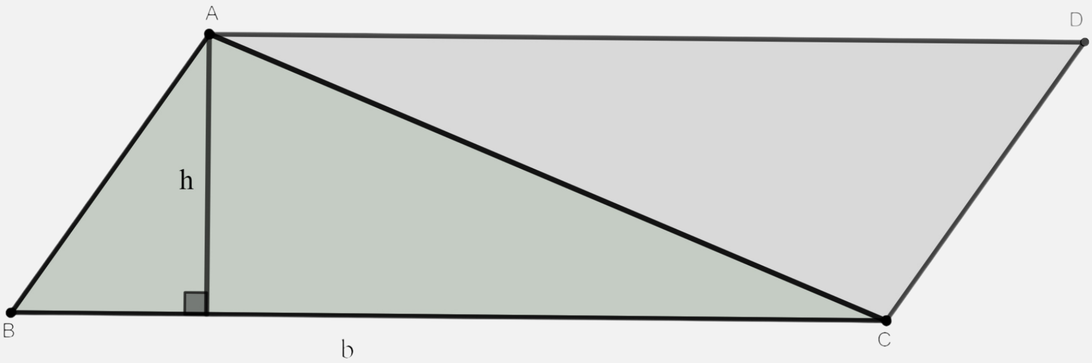


Figura 2.35: Área do triângulo
Fonte: Produzida pelo próprio autor

□

2.7 Pitágoras

Iremos agora estudar um dos teoremas mais importantes da matemática: o Teorema de Pitágoras. Embora o Teorema de Pitágoras seja comumente atribuído ao filósofo e matemático grego Pitágoras (570 a.C. - 495 a.C.), a história por trás de sua descoberta é complexa e envolve várias culturas antigas. Apesar de não ser o primeiro a descobrir o teorema, Pitágoras é creditado por sua formalização e demonstração matemática rigorosa. A escola pitagórica utilizou o teorema em diversos estudos de geometria e misticismo, associando-o à proporção e harmonia do universo. A influência de Pitágoras na matemática e filosofia ocidental contribuiu para a popularização do teorema que leva seu nome. O Teorema de Pitágoras é um dos pilares da geometria e trigonometria e sua aplicação se estende a diversas áreas como engenharia, arquitetura, física, astronomia e até mesmo na vida cotidiana.

Teorema 2.7.1 ***Teorema de Pitágoras:*** *Seja AEF um triângulo retângulo em A. Então,*

$$(AE)^2 + (AF)^2 = (EF)^2$$

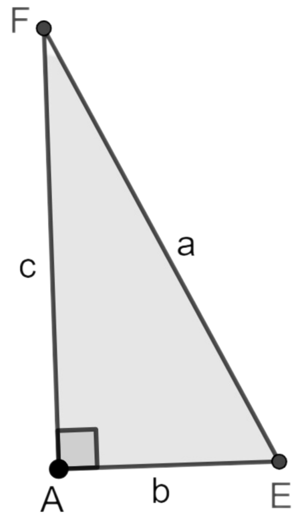


Figura 2.36: Triangulo retângulo
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Prova: Dado um triangulo AEF, como na figura 2.36, cujos lados medem $AE = b$, $AF = c$ e $EF = a$. Iremos mostrar que:

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Para isso, considere o quadrado $ABCD$ de lado medindo $(b + c)$ da figura 2.37. Marcando os pontos $E \in AB$, $H \in BC$, $G \in CD$ e $F \in DA$, tais que:

- $AE = BH = CG = DF = b$
- $EB = HC = GD = FA = c$

Temos então, pelo caso **LAL**, que $\Delta AEF \equiv \Delta BHE \equiv \Delta CGH \equiv \Delta DFG$. Note ainda que os ângulos α e β indicados na figura 2.37, são complementares ($\alpha + \beta = 90°$) e que $EF = FG = GH = HE = a$. Daí, temos que o quadrilátero $EFGH$ é um quadrado de lado medindo a.

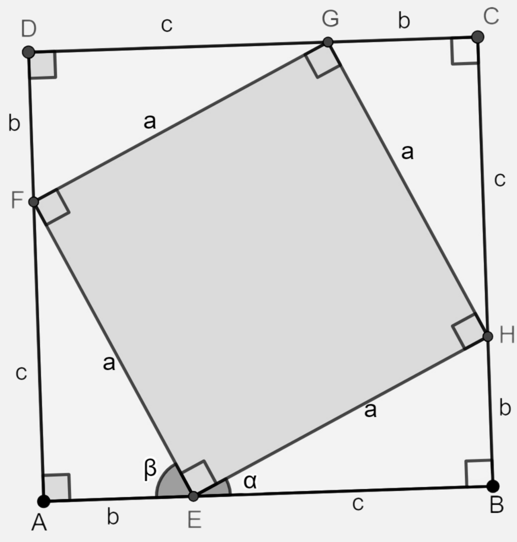


Figura 2.37: Teorema de pitágoras
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Podemos calcular a área do quadrado $ABCD$ fazendo:

$$
\begin{aligned}
[ABCD] &= (b+c)^2 \\
[ABCD] &= b^2 + 2bc + c^2 \qquad (2.5)
\end{aligned}
$$

A área do quadrado $EFGH$ é dada por:

$$[EFGH] = a^2$$

A área de cada um dos triângulos retângulos é dada por:

$$[AEF] = [BHE] = [CGH] = [DFG] = \frac{bc}{2}$$

Por outro lado, pelo axioma 16, temos que:

$$
\begin{aligned}
[ABCD] &= [AEF] + [BHE] + [CGH] + [DFG] + [EFGH] \\
[ABCD] &= \frac{bc + bc + bc + bc}{2} + a^2 \\
[ABCD] &= \frac{4bc}{2} + a^2 \\
[ABCD] &= 2bc + a^2 \qquad (2.6)
\end{aligned}
$$

Comparando as igualdades 2.5 e 2.6, obtemos o resultado desejado:

$$b^2 + 2bc + c^2 = 2bc + a^2$$
$$b^2 + c^2 = a^2$$

□

No que segue, apresentaremos algumas aplicações do Teorema de Pitágoras:

Exemplo 2.7.1 *Calcular a diagonal de um quadrado de lado l.*

Solução: Dado um quadrado $ABCD$ de lado com medida l. Traçando a diagonal BD, obtemos dois triângulos retângulos, ABD e BCD, como mostra a figura 2.38.

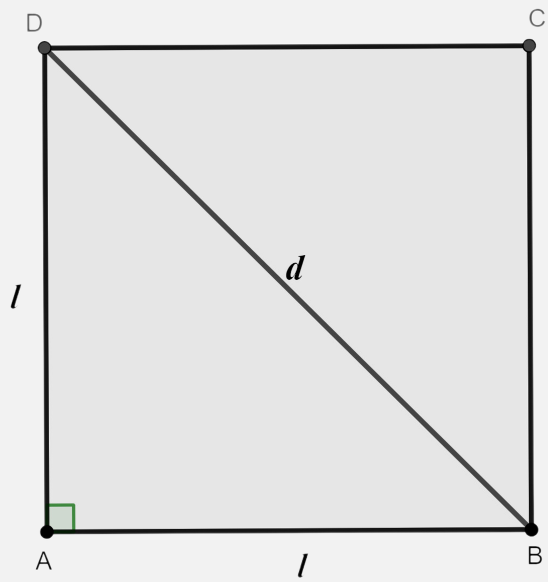


Figura 2.38: Diagonal do quadrado
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triangulo ABD, obtemos:

$$\begin{aligned}(BD)^2 &= (AB)^2 + (AD)^2\\ d^2 &= l^2 + l^2\\ d^2 &= 2l^2\\ d &= \sqrt{2l^2}\\ d &= l\sqrt{2} \qquad (2.7)\end{aligned}$$

□

Exemplo 2.7.2 *Calcular a altura de um triângulo equilátero cujo lado mede l.*

Solução: Dado um triangulo equilátero ABC, seja CD a altura relativa ao lado AB desse triângulo que o divide em dois outros triângulos retângulos congruentes ADC e BDC, conforme a figura 2.39.

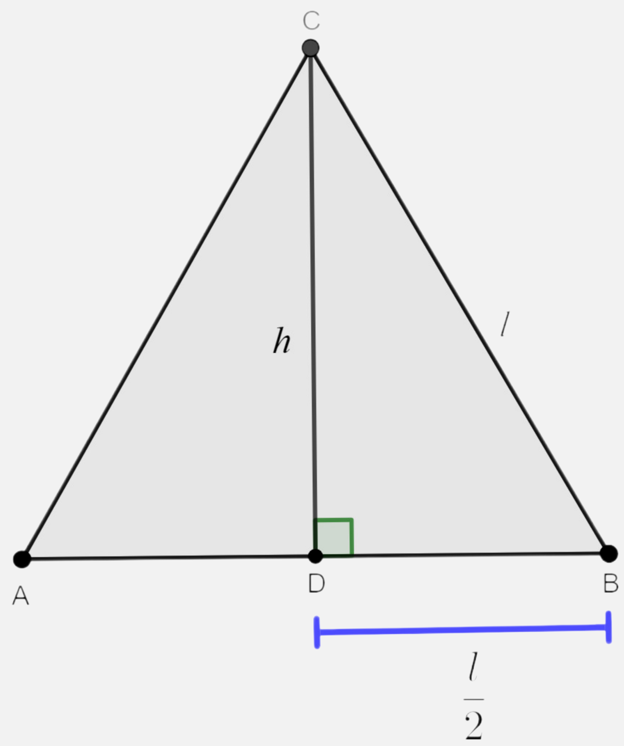


Figura 2.39: Enter Caption
Fonte: Produzida pelo próprio autor

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo BDC, obtemos:

$$
\begin{aligned}
(CD)^2 + (DB)^2 &= (BC)^2 \\
h^2 + (\frac{l}{2})^2 &= l^2 \\
h^2 &= l^2 - \frac{l^2}{4} \\
h^2 &= \frac{3l^2}{4} \\
h &= \sqrt{\frac{3l^2}{4}} \\
h &= \frac{l\sqrt{3}}{2} \qquad (2.8)
\end{aligned}
$$

□

Capítulo 3

Protótipo do Aplicativo

A pesquisa foi estruturada em três fases. Na primeira fase, investigou-se a viabilidade do desenvolvimento do aplicativo proposto, explorando cursos de programação e plataformas no-code. O pesquisador dedicou aproximadamente três meses ao aprendizado de programação em HTML. A segunda fase consistiu na construção do aplicativo; contudo, devido a restrições de tempo, o aplicativo não foi finalizado, sendo necessário prosseguir para a terceira fase, a avaliação, utilizando apenas um protótipo. Em virtude disso, a avaliação foi conduzida exclusivamente entre professores, não sendo disponibilizada aos alunos, como inicialmente planejado.

No que segue, exploraremos as plataformas no-code, entre as quais escolhemos a Fabapp para o desenvolvimento do aplicativo, e a sequência Fedathi, metodologia de ensino que norteará a abordagem didática dos conteúdos do aplicativo.

3.1 Plataformas no-code

O campo no-code é relativamente novo, a maioria das referências sobre no-code está em inglês, pois o termo e o conceito se originaram nos Estados Unidos. A pesquisa acadêmica sobre no-code ainda é limitada, mas está crescendo à medida que a área se desenvolve. Em português, uma das principais referencias para se aprofundar sobre este universo é o site "[1]NoCode StartUp", que oferece uma variedade de recursos sobre no-code, incluindo artigos, tutoriais e análises de ferramentas.

Plataformas no-code, também conhecidas como "plataformas de desenvolvimento sem código", são ferramentas que permitem que qualquer pessoa crie aplicativos, sites e outras soluções digitais sem precisar escrever nenhum código (NOCODE STARTUP, 2023). Elas fornecem interfaces visuais intuitivas com recursos como arrastar e soltar, menus suspensos e opções predefinidas, tornando o processo de desenvolvimento acessí-

[1]https://nocodestartup.io/blog/

vel mesmo para quem não tem experiência anterior em programação. O site NOCODE STARTUP (2023), enumera algumas vantagens das Plataformas No-Code:

- Permite que qualquer pessoa desenvolva aplicativos sem precisar saber programar.
- Reduz o tempo e o custo do desenvolvimento de aplicativos.
- Torna mais fácil para as empresas criarem e melhorarem seus aplicativos.
- Abre novas oportunidades para profissionais de todas as áreas.
- É um mercado em rápido crescimento com alta projeção de futuro.

O artigo "Code vs No-Code"do blog Casa do Desenvolvedor, escrito por Gabriel Muller, lista algumas das desvantagens das plataformas no-code ao comparar com os sistemas tradicionais de desenvolvimento (code), onde podemos inferir:

- Limitações: Plataformas no-code podem apresentar funcionalidades limitadas, restringindo a criatividade e personalização. Em casos mais complexos, pode ser necessário utilizar sistemas Code.
- Dependência: A dependência de fornecedores externos para plataformas no-code pode gerar riscos para as empresas, como falta de suporte ou mudanças inesperadas nas políticas e serviços.
- Segurança: Plataformas no-code podem apresentar riscos de segurança, principalmente para usuários sem conhecimento técnico em programação, tornando as soluções vulneráveis a ataques, vazamentos de dados e outras ameaças.
- Escalabilidade: Plataformas no-code podem ter limitações de escalabilidade para empresas em crescimento ou com grande volume de dados, sendo necessário migrar para sistemas Code em alguns casos.

Durante a pesquisa, foi analisado e testados algumas plataformas no-code, a saber:

- O **FlutterFlow** se destaca como uma plataforma inovadora no cenário de desenvolvimento de aplicativos, permitindo a criação de apps mobile e web robustos e visualmente atraentes sem a necessidade de conhecimentos aprofundados em programação. Através de uma interface intuitiva e ferramentas de arrastar e soltar, o FlutterFlow torna o processo de desenvolvimento acessível a um público amplo, desde iniciantes até profissionais experientes. O FlutterFlow conta com uma comunidade ativa e em constante crescimento, oferecendo fóruns, tutoriais e documentação extensa para auxiliar os desenvolvedores em todos os níveis de experiência. Além disso, a equipe do FlutterFlow oferece suporte técnico dedicado.

- O **Bubble** se apresenta como uma ferramenta poderosa e acessível para a criação de aplicativos web robustos. Através de sua interface amigável, recursos abrangentes e comunidade engajada, o Bubble democratiza o desenvolvimento de aplicativos, permitindo que qualquer pessoa possa transformar suas ideias em realidade. Tambem conta com uma comunidade vibrante que está em crescimento, auxiliando com fóruns e tutoriais. A equipe do Bubble também oferece suporte técnico dedicado.

- O **MIT App Inventor** é uma ferramenta poderosa e acessível que permite a qualquer pessoa, mesmo sem experiência anterior em programação, criar aplicativos Android funcionais. Através de sua interface intuitiva baseada em blocos de arrastar e soltar, o App Inventor democratiza o desenvolvimento de aplicativos, tornando-o acessível a estudantes, educadores, hobbyistas e entusiastas da tecnologia. Apesar de ter uma comunidade grande e ativa, o App Inventor ainda carece de recursos em português, como tutoriais, documentação e fóruns de discussão. Isso pode dificultar o aprendizado e a resolução de problemas para usuários brasileiros.

- A **Fabapp**, também conhecida como Fábrica de Aplicativos, se destaca como uma plataforma inovadora que permite a criação de aplicativos móveis sem a necessidade de conhecimento em programação. Essa proposta torna a ferramenta acessível a um público amplo, desde empreendedores e startups até profissionais liberais e estudantes, democratizando o desenvolvimento de apps e abrindo um leque de oportunidades para diversos setores. A Fabapp é uma empresa brasileira, conta com um canal no YouTuber com diversos tutoriais, como o foco da plataforma é o mercado brasileiro, ela dispõe-se de todos os recursos em português, o que facilita bastante o aprendizado para quem não domina o Inglês.

Após análise e testes com estas plataformas, foi decidido pelo pesquisador junto com seu Orientador, a utilização da **Fabapp** para o desenvolvimento do aplicativo de ensino de geometria. Um dos fatores que pesou bastante nesta decisão foi a de que a plataforma ter todo seu conteúdo em português, pois facilita bastante o aprendizado.

A pesar de ser uma plataforma no-code, para fazer as personalizações nos textos bem como deixar o aplicativo mais dinâmico, foi necessário o pesquisador se apropriar um pouco do conhecimento de programação em *html* e *css*, para isso foi acessado o Canal do YouTuber "CFBcurso"que disponibiliza gratuitamente cursos em diversas linguagens de programação.

3.2 Desenvolvimento e Design

O aplicativo "AppAGeom"(Clique aqui para baixar o aplicativo) está sendo desenvolvido na plataforma Fabapp, escolhida por sua interface intuitiva e recursos visuais que facilitam a criação de aplicativos sem a necessidade de conhecimento prévio em programação. A plataforma oferece uma variedade de modelos e componentes personalizáveis, permitindo a criação de um aplicativo esteticamente agradável e funcional.

O design do aplicativo foi pensado para ser simples e intuitivo, com o objetivo de facilitar a navegação e o acesso aos conteúdos. A tela inicial apresenta os principais tópicos de Geometria Plana abordados no aplicativo, organizados de forma clara e concisa. Cada tópico é dividido em subtópicos, que apresentam o conteúdo de forma gradual e progressiva, seguindo a metodologia da Sequência Fedathi. Vale lembrar que o aplicativo ainda está em desenvolvimento, portanto muitos conteúdos ainda estão incompletos.

3.2.1 Abertura

Na figura 3.1, vemos a imagem de abertura do aplicativo que apresenta um fundo azul vibrante que transmite a sensação de confiança e estabilidade, características importantes para um aplicativo educacional. A logo, centralizada na tela, é um círculo incompleto que sugere movimento e dinamismo, representando a natureza contínua do aprendizado. É possível identifica na logo as letra **A** e **G**, que remetem respectivamente às palavras '*Aprendizagem*' e '*Geometria*', ideias centrais deste aplicativo cujo objetivo é ser uma ferramenta para o aprendizado de Geometria Plana.

Figura 3.1: Tela de abertura
Fonte: Aplicativo AppAGeom

Dentro da logo, encontramos elementos-chave da geometria:

- **Transferidor:** Simboliza a medição de ângulos, um conceito fundamental na geometria.
- **Compasso:** Representa a construção de figuras geométricas, como círculos e arcos.
- **Régua:** Essencial para medir distâncias e desenhar segmentos de reta.
- **Símbolo Pi (π):** Uma constante matemática fundamental relacionada à circunferência e área do círculo, um dos objetos mais estudados na geometria.
- **Espiral:** Evoca a ideia de crescimento e expansão, refletindo a amplitude da geometria e suas aplicações em diversas áreas. A espiral também remete à razão áurea, uma proporção matemática encontrada em diversas formas da natureza e considerada esteticamente agradável, sugerindo a beleza e harmonia presentes na geometria.

A logo é predominantemente preta, contrastando com o fundo azul e conferindo um aspecto moderno e elegante. A tipografia do nome "AppAGeom"é simples e clara, de modo a facilitar a leitura e reforçar a proposta didática do *Aplicativo de Aprendizagem da Geometria Plana*. A logo, com seus elementos cuidadosamente escolhidos, pretende despertar a curiosidade do usuário e o convidar a explorar o mundo da geometria de forma interativa e divertida.

3.2.2 Home

A tela inicial do AppAGeom é projetada com um visual limpo e organizado para facilitar a navegação e o aprendizado. A escolha de cores, ícones e layout busca contribuir para uma experiência do usuário positiva e intuitiva, incentivando o engajamento com o conteúdo do aplicativo. A interface é composta por:

Cabeçalho:

- Menu hambúrguer (Figura 3.2): Indica a existência de um menu lateral oculto.
- Título "AppAGeom": Reforça a identidade do aplicativo e sua proposta de ensino da geometria.

Figura 3.2: Acesso ao Menu hambúrguer
Fonte: Aplicativo AppAGeom

O **conteúdo principal** é composto por seis botões circulares (observe na figura 3.3) com ícones e texto indicam os principais tópicos do aplicativo:

- Noções básicas: Provavelmente oferece uma introdução aos conceitos fundamentais da geometria.

- Perímetro: Aborda o cálculo do perímetro de diferentes figuras geométricas.
- Ângulos: Trata dos tipos de ângulos, suas medidas e relações.
- Área: Ensina como calcular a área de diversas formas geométricas.
- Congruência: Explora o conceito de congruência e critérios de congruência de triângulos.
- Pitágoras: Apresenta o teorema de Pitágoras e suas aplicações.

Figura 3.3: Tela Home
Fonte: Aplicativo AppAGeom

Rodapé:

- Botão "Home"(ícone de casa, veja a figura 3.3): Permite retornar à tela inicial de qualquer ponto do aplicativo.

Cores:

- Azul predominante: Transmite confiança, serenidade e profissionalismo, características desejáveis em um aplicativo educacional.
- Branco: Utilizado nos ícones e textos para garantir legibilidade e contraste com o fundo azul.

Ícones:

- Ícones simples e intuitivos: Representam visualmente cada tópico, facilitando a identificação e o acesso aos conteúdos.
- Uso de elementos geométricos: Os ícones incorporam formas e símbolos da geometria, como transferidor, régua e triângulo retângulo, reforçando o tema do aplicativo.

Layout:

- Layout em grid: Organiza os botões de forma clara e concisa, facilitando a visualização e o acesso aos diferentes tópicos.
- Espaçamento adequado: Garante que os elementos não fiquem amontoados, proporcionando uma experiência visual agradável.

3.2.3 Tela de conteúdos

A tela de conteúdos do AppAGeom é acessada a partir da tela inicial, clicando em um dos tópicos principais, como "Noções Básicas". Ela é composta por:

Cabeçalho:

- Menu hambúrguer: No canto superior esquerdo, permite acesso a outras seções do aplicativo.
- Título do tópico: No centro, indica o assunto da tela atual (ex: "Noções básicas").
- Ícone de pesquisa: No canto superior direito, possibilita a busca por conteúdos específicos dentro do aplicativo.

Conteúdo principal:

- Lista de subtópicos: Apresenta os subtópicos do tema principal em formato de lista, com ícones e setas indicando que podem ser expandidos (ex: "Noções primitivas", "Algumas definições", "Axiomas da incidência").

Rodapé:

- Botão "Home": No centro, permite voltar à tela inicial do aplicativo.

Figura 3.4: Interação entre abas
Fonte: Aplicativo AppAGeom

Ao clicar em um subtópico, a tela é atualizada para exibir o conteúdo específico, como no exemplo da figura 3.4, onde o subtópico "Axiomas da incidência"exibe o primeiro axioma, uma observação sobre a interatividade da figura e a própria figura, que é manipulável pelo usuário. A navegação entre os subtópicos é feita através da lista na tela principal ou utilizando os botões de voltar e avançar do dispositivo.

3.3 Conteúdo e Recursos

O aplicativo "AppAGeom"pretende abranger os principais tópicos da Geometria Plana, desde conceitos básicos, como pontos, retas e planos, até teoremas mais complexos, como o Teorema de Pitágoras. O conteúdo deverá ser apresentado de forma interativa, com exemplos, exercícios e atividades que estimulam a participação ativa do aluno.

Quando o aplicativo estiver pronto para utilização, deverá oferecer uma variedade de recursos que enriquecem a experiência de aprendizado, tais como:

- **Videoaulas:** Explicações em vídeo dos conceitos e teoremas, com exemplos e demonstrações visuais.

- **Quizzes interativos:** Testes de múltipla escolha e perguntas abertas para avaliar o aprendizado do aluno.
- **Interalção com GeoGebra:** A incorporação de uma calculadora geométrica para auxiliar nos cálculos de áreas, perímetros e outras medidas geométricas. Bem como na melhor visualização das figuras pelos alunos.

3.4 Avaliação do protótipo

Foi realizada uma pesquisa com o objetivo de avaliar a usabilidade, o conteúdo, os recursos e o potencial de utilização do aplicativo para o ensino de Geometria Plana (AppAGeom) pelos professores. O formulário foi respondido por 40 professores, cujas respostas foram coletadas usando diferentes escalas, além de comentários abertos. Os resultados da avaliação do protótipo do aplicativo foram obtidos após os professores terem um breve contato com a versão atual do AppAGeom.

3.4.1 Perfil dos Professores que responderam o questionário

A maioria dos participantes (87,5%) é do sexo masculino, o que pode indicar um maior interesse ou engajamento desse grupo com o uso de tecnologias no ensino da matemática.

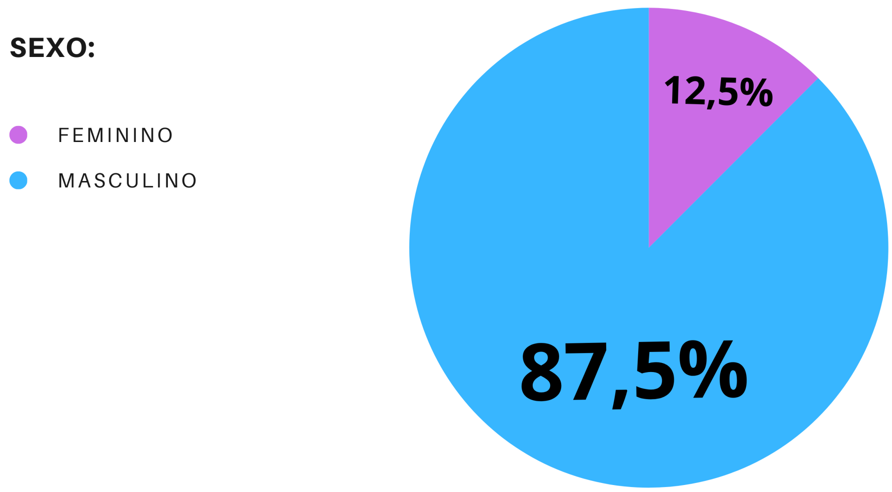


Figura 3.5: Perfil dos professores que responderam a pesquisa: Sexo
Fonte: Resultados da pesquisa

A maioria dos professores (70%) atua na rede estadual, o que sugere que o aplicativo pode ter um impacto significativo no ensino público. A participação de professores das redes federal (17,5%) e municipal (12,5%) também é importante para garantir a diversidade de perspectivas na avaliação.

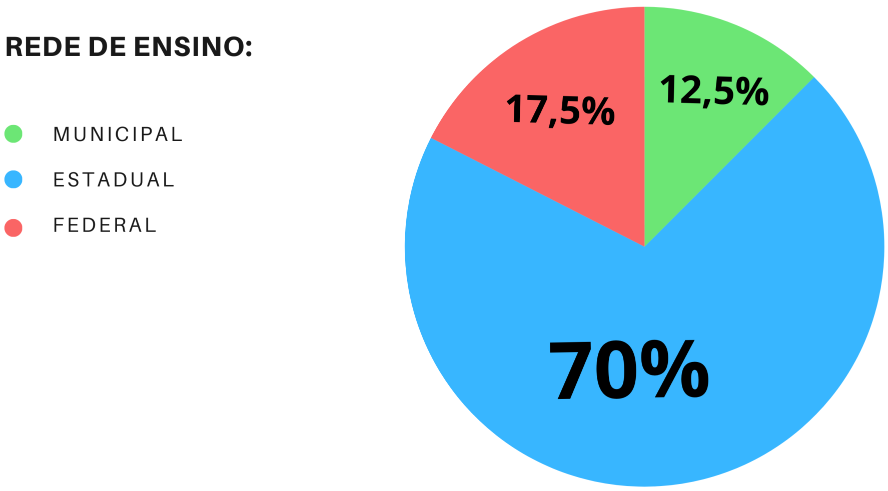


Figura 3.6: Perfil dos professores que responderam a pesquisa: Rede de Ensino
Fonte: Resultados da pesquisa

A maior parte dos professores (55%) leciona no nível médio, indicando que o aplicativo pode ser especialmente útil para esse público. No entanto, a participação de professores do ensino fundamental (25%) e superior (20%) também é relevante para avaliar a adequação do aplicativo a diferentes níveis de ensino.

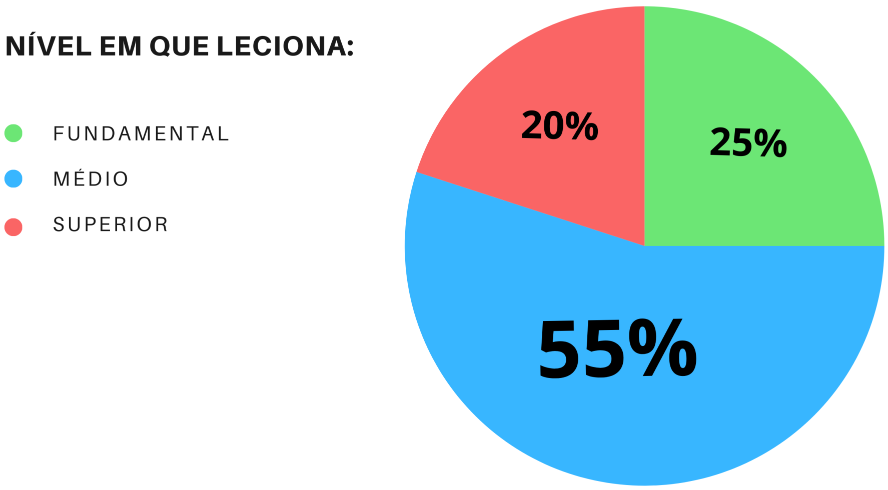


Figura 3.7: Perfil dos professores que responderam a pesquisa: Atuação
Fonte: Resultados da pesquisa

A maioria dos professores (55%) possui mais de 10 anos de experiência, o que sugere que o aplicativo está sendo avaliado por profissionais experientes e com conhecimento consolidado na área. A participação de professores com diferentes tempos de experiência (25% de 6 a 10 anos e 20% de 0 a 5 anos) contribui para uma avaliação mais completa do aplicativo.

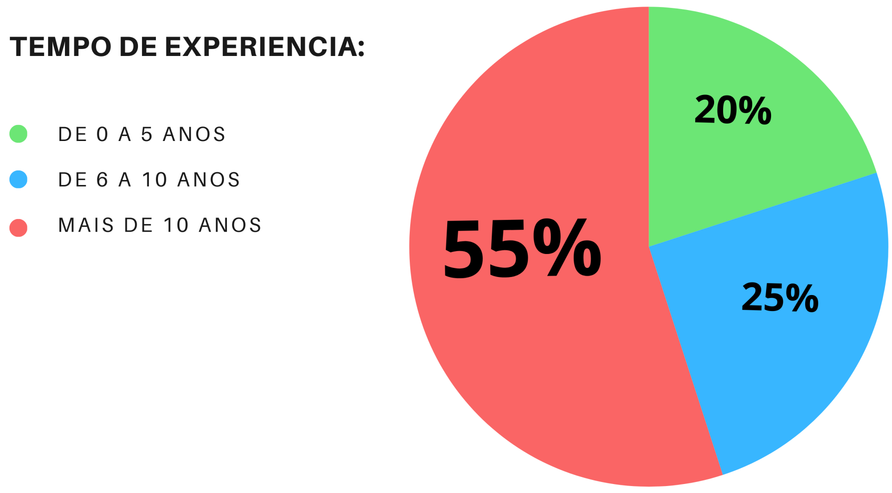


Figura 3.8: Perfil dos professores que responderam a pesquisa: Experiência Profissional
Fonte: Resultados da pesquisa

A utilização de recursos mobile como apoio pedagógico é uma prática comum entre os professores entrevistados, com a maioria (47,5%) utilizando esses recursos sempre e 35% quase sempre.

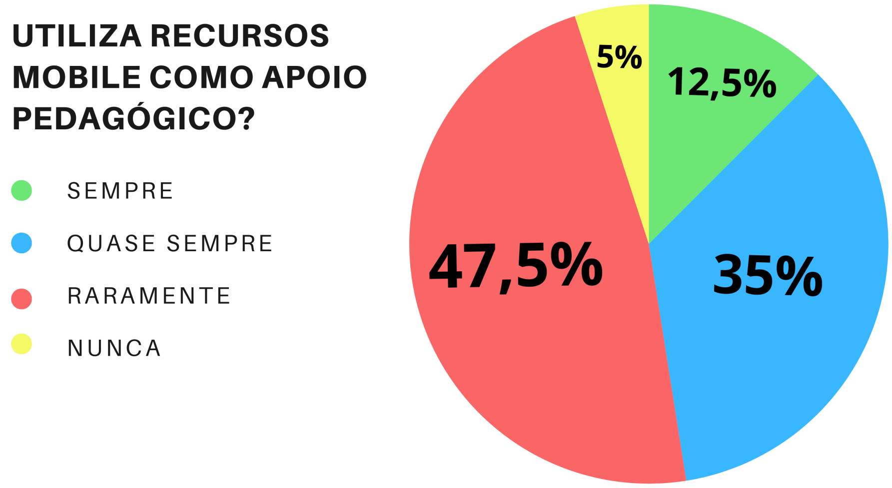


Figura 3.9: Perfil dos professores que responderam a pesquisa: Uso de Recursos Mobile
Fonte: Resultados da pesquisa

Em geral, os resultados do formulário indicam que a maioria dos professores, independentemente do perfil, utiliza recursos mobile como apoio pedagógico em suas aulas. No entanto, a frequência de uso e a familiaridade com essas ferramentas podem variar de acordo com as características individuais de cada professor. Analisando o cruzamento com as variáveis de perfil, podemos observar que:

- Sexo: A maioria dos homens e mulheres utiliza esses recursos quase sempre, mas a proporção de mulheres que nunca utilizam é maior que a de homens.

- Rede de ensino: A maioria dos professores das redes estadual, federal e municipal utiliza recursos mobile quase sempre ou raramente.
- Nível em que leciona: A maioria dos professores de todos os níveis de ensino utiliza recursos mobile quase sempre ou raramente, mas a proporção de professores do ensino superior que sempre utilizam é maior que a dos outros níveis.
- Tempo de experiência: A maioria dos professores com diferentes tempos de experiência utiliza recursos mobile quase sempre ou raramente, mas a proporção de professores com mais de 10 anos de experiência que nunca utilizam é maior que a dos outros grupos.

3.4.2 Funcionalidades

Como podemos notar na figura 3.10 A maioria dos professores (60%) avaliou a usabilidade do aplicativo como "Excelente", indicando que a navegação e facilidade de uso foram bem recebidas. Outros 35% consideraram a usabilidade "Boa", e apenas 5% a classificaram como "Razoável". Nenhum professor a considerou "Ruim"ou "Péssima".

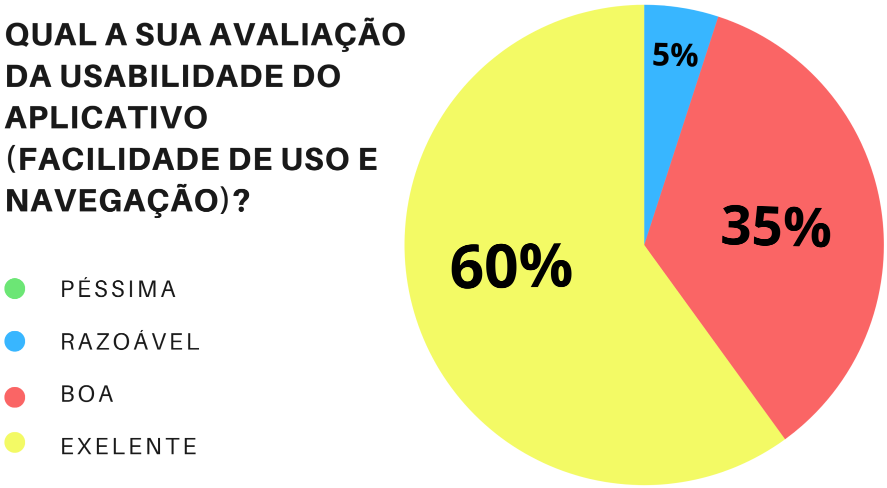


Figura 3.10: Avaliação sobre as funcionalidades do AppAGeom: facilidade de uso e navegação

Fonte: Resultados da pesquisa

Esses resultados sugerem que, de modo geral, o aplicativo apresenta uma usabilidade satisfatória para a maioria dos professores, mas ainda há espaço para melhorias, especialmente para atender às expectativas do grupo que o considerou apenas "Razoável". Seria interessante investigar quais aspectos específicos da usabilidade podem ser aprimorados para tornar a experiência ainda mais positiva para todos os usuários.

Olhando para o gráfico da figura 3.11, podemos observar que a grande maioria dos professores (97,5%) considerou as atividades propostas pelo aplicativo adequadas aos diferentes níveis da Educação Básica, sendo 70% "Totalmente adequadas"e 27,5% "Parcialmente adequadas". Apenas um professor (2,5%) as considerou "Totalmente inadequadas". Isso demonstram que o aplicativo tem um grande potencial para ser utilizado como ferramenta de apoio pedagógico em diferentes níveis de ensino, atendendo às necessidades e expectativas dos professores em relação à adequação das atividades.

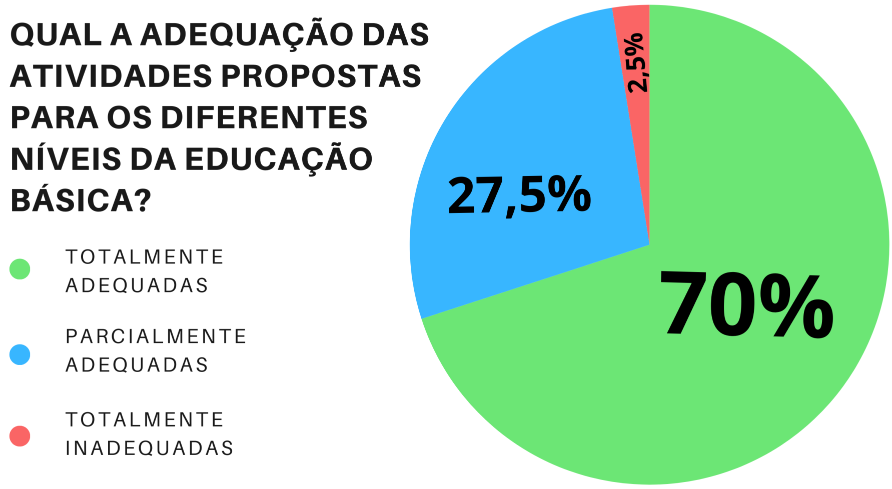


Figura 3.11: Avaliação sobre as funcionalidades do AppAGeom: Adequação para a Educação Básica

Fonte: Resultados da pesquisa

No entanto, é importante investigar o motivo da avaliação "Totalmente inadequadas"para identificar possíveis pontos de melhoria e garantir que o aplicativo seja realmente inclusivo e atenda a todos os alunos da Educação Básica.

3.4.3 Conteúdo

A grande maioria dos professores (97,5%), como mostra a figura 3.12 considerou o conteúdo do aplicativo alinhado às expectativas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), sendo 85% "Totalmente alinhado"e 12,5% "Parcialmente alinhado". Apenas um professor (2,5%) afirmou não poder avaliar o alinhamento. Esses resultados indicam que o aplicativo está no caminho certo em relação ao desenvolvimento de um conteúdo que atenda às diretrizes nacionais de educação, o que é essencial para sua adoção em sala de aula.

No entanto, a presença de uma pequena parcela de professores que não se sente segura para avaliar o alinhamento ou que o considera apenas parcialmente alinhado sugere que pode haver espaço para aprimorar a comunicação e transparência em relação à BNCC dentro do aplicativo. Seria interessante fornecer mais informações sobre como o conteúdo se relaciona com as competências e habilidades da BNCC, para que todos os professores se sintam confiantes em utilizá-lo como ferramenta de ensino.

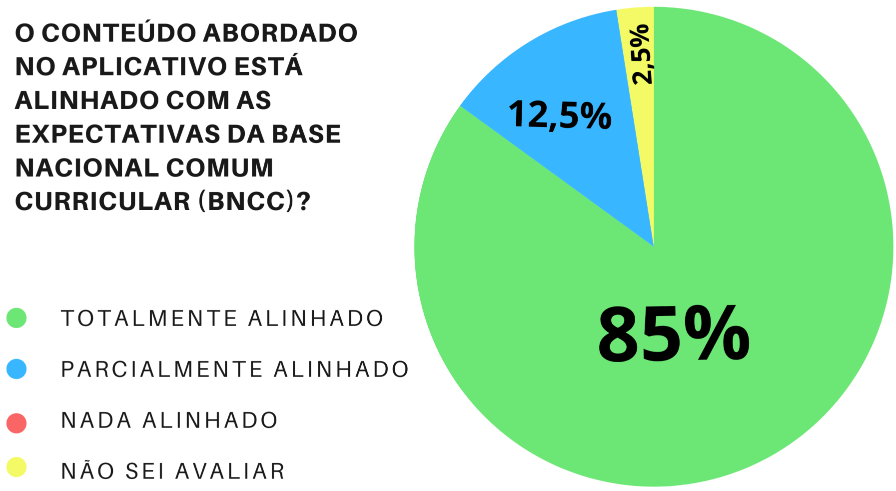


Figura 3.12: Avaliação sobre o conteúdo do AppAGeom: Adequação com as expectativas da BNCC

Fonte: Resultados da pesquisa

Olhando para a parte de apresentação do conteúdo dentro do aplicativo, a maioria dos professores (67,5%) considerou que o conteúdo é apresentado de forma clara, organizada e atrativa, o que é um resultado muito positivo. Outros 27,5% consideraram o conteúdo "Claro e atrativo", indicando que a clareza e o apelo visual foram bem recebidos, mas a organização pode não ter sido tão evidente para esse grupo. Uma pequena parcela (5%) achou o conteúdo "Organizado e desinteressante", sugerindo que a forma de apresentação pode não ter sido a mais envolvente para eles.

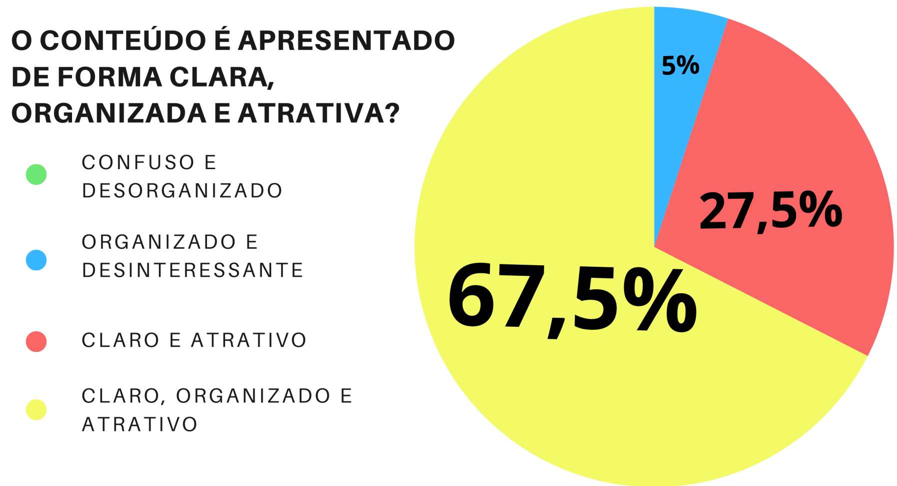


Figura 3.13: Avaliação sobre o conteúdo do AppAGeom:Apresentação do conteúdo

Fonte: Resultados da pesquisa

Apesar da maioria ter avaliado positivamente a apresentação do conteúdo, é importante considerar as opiniões do grupo que a considerou apenas "Clara e atrativa"ou "Organizada e desinteressante". Seria interessante investigar quais aspectos da organização e da atratividade podem ser melhorados para tornar o conteúdo ainda mais eficaz e envolvente para todos os usuários.

No geral, os resultados indicam que o aplicativo está no caminho certo em relação à apresentação do conteúdo, mas há espaço para aprimoramentos para garantir que todos os professores e alunos se beneficiem da ferramenta de forma completa.

3.4.4 Recursos Visuais

A grande maioria dos professores (92,5%), de acordo com a figura 3.14 avaliou os recursos visuais do aplicativo como "Excelentes e esclarecedores", indicando que as imagens, gráficos e animações são de alta qualidade e realmente auxiliam na compreensão dos conceitos de geometria plana. Uma pequena parcela (7,5%) considerou os recursos visuais "Bons, mas com pouca utilidade", sugerindo que, embora sejam de boa qualidade, poderiam ser mais explorados ou integrados às atividades. Os resultados demonstram que os recursos visuais do aplicativo foram muito bem recebidos pelos professores, sendo considerados um ponto forte da ferramenta. A alta qualidade e o potencial de auxílio na compreensão dos conceitos são aspectos que podem contribuir significativamente para o sucesso do aplicativo como recurso pedagógico.

Apesar da avaliação majoritariamente positiva, vale a pena investigar as razões por trás da avaliação "Bons, mas com pouca utilidade"para identificar possíveis oportunidades de melhoria. Talvez seja possível integrar ainda mais os recursos visuais às atividades, tornando-os mais interativos e explorando todo o seu potencial para enriquecer o processo de ensino-aprendizagem.

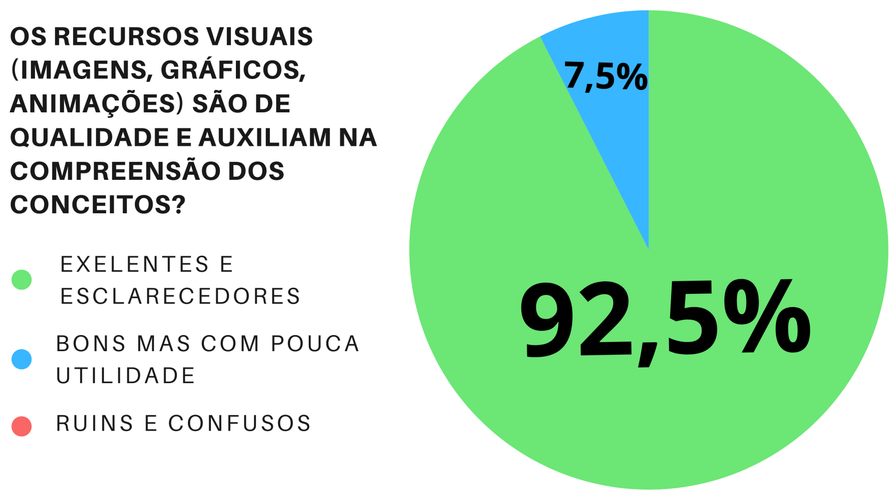


Figura 3.14: Avaliação sobre os Recursos Visuais do AppAGeom
Fonte: Resultados da pesquisa

No aspecto da interatividade, segundo a pesquisa e como mostra a figura 3.15, a maioria dos professores (70%) afirmou que o aplicativo "Utiliza muito"recursos interativos que promovem a participação ativa dos alunos, o que é um resultado bastante positivo. Uma parcela menor (22,5%) considera que o aplicativo "Utiliza pouco"esses recursos, enquanto 5% não souberam avaliar e 2,5% afirmaram que o aplicativo "Utiliza nada"de recursos interativos. Esses resultados indicam que, para a maioria dos professores, o aplicativo oferece uma experiência de aprendizado envolvente e que incentiva a participação dos alunos. No entanto, a percepção de que o aplicativo utiliza "pouco"ou "nada"recursos interativos por parte de alguns professores sugere que há espaço para aprimorar esse aspecto.

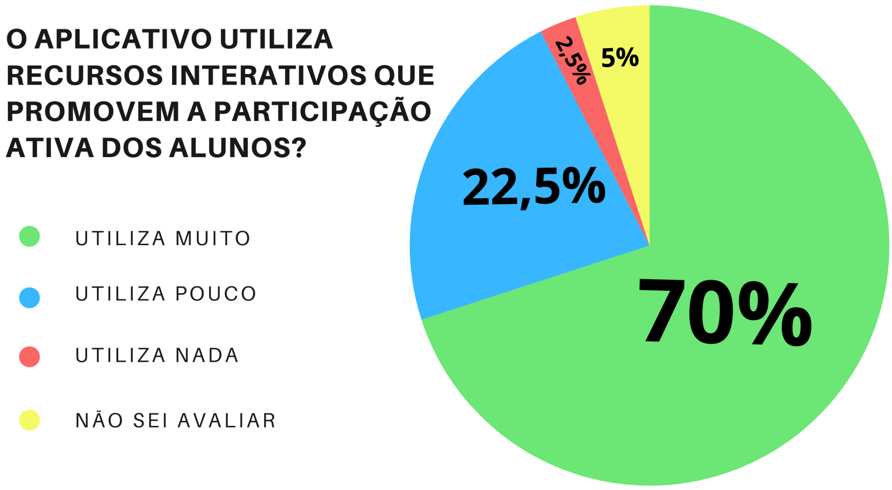


Figura 3.15: Avaliação sobre a interatividade do AppAGeom
Fonte: Resultados da pesquisa

Seria interessante investigar quais tipos de recursos interativos os professores gostariam de ver no aplicativo e como eles poderiam ser implementados de forma a enriquecer ainda mais a experiência de aprendizado e promover uma participação ainda mais ativa dos alunos. Apesar dessa questão, o resultado geral é positivo, mostrando que o aplicativo está no caminho certo para criar um ambiente de aprendizado mais dinâmico e participativo.

3.4.5 Potencial de Uso

Analisando o potencial de uso do aplicativo, pelo gráfico da figura 3.16, a maioria dos professores (92,5%) demonstrou uma alta probabilidade de utilizar o aplicativo em suas aulas, com 47,5% indicando 4 na escala de 0 a 5 e 45% indicando 5. Apenas 7,5% dos professores indicaram uma probabilidade menor de uso, com 2,5% indicando 0, 2,5% indicando 1 e 2,5% indicando 3. Isso indica que o aplicativo tem um alto potencial de ser adotado como ferramenta de apoio pelos professores em suas aulas de Geometria Plana. A grande maioria dos professores demonstrou interesse em usar o aplicativo, o que sugere que ele atende às suas necessidades e expectativas em relação a um recurso didático complementar.

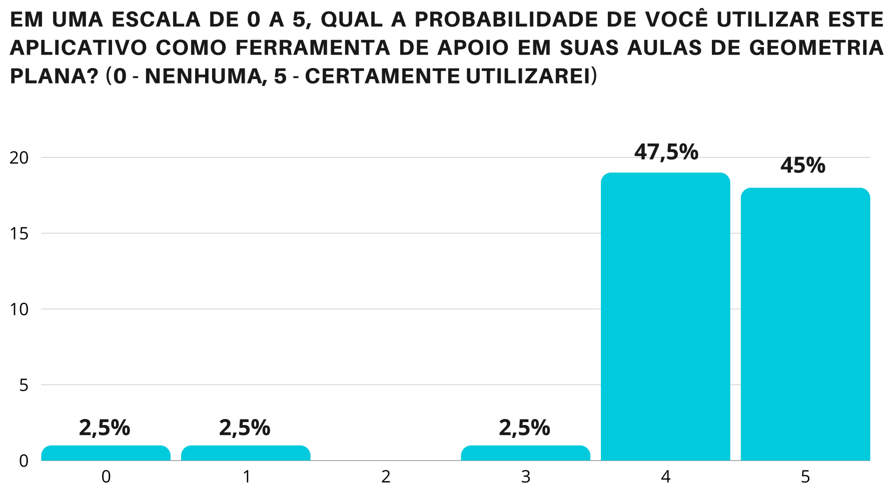


Figura 3.16: Potencial de utilização do AppAGeom pelos professores
Fonte: Resultados da pesquisa

A maioria dos professores (65%) demonstrou alguma probabilidade de substituir materiais didáticos pelo aplicativo, com 40% indicando 4 na escala de 0 a 5 e 25% indicando 5. 35% dos professores indicaram uma probabilidade menor ou nula de substituição, com 5% indicando 0, 2,5% indicando 1 e 27,5% indicando 3. Veja o gráfico da figura 3.17.

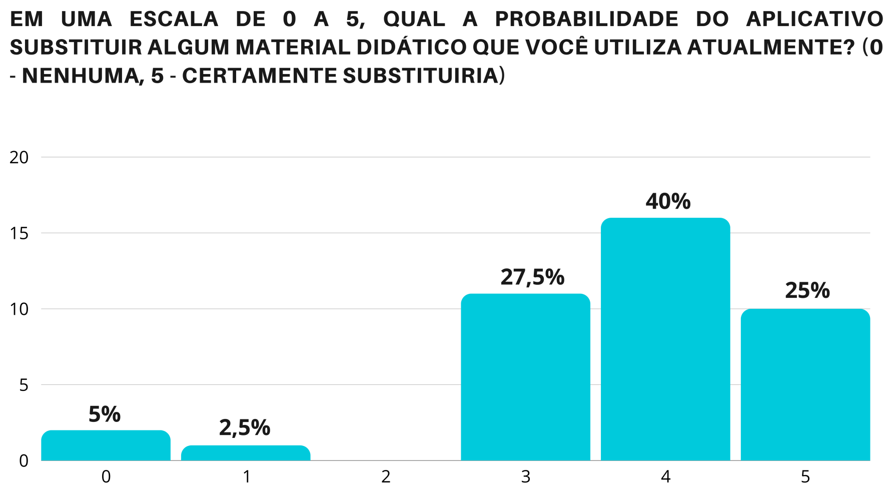


Figura 3.17: Potencial do AppAGeom Substituir os materiais didáticos tradicionais
Fonte: Resultados da pesquisa

Esses resultados sugerem que o aplicativo tem potencial para ser incorporado ao conjunto de ferramentas didáticas utilizadas pelos professores, mas ainda enfrenta alguma resistência em relação à substituição completa de outros materiais. É possível que os professores ainda estejam avaliando a aplicabilidade do aplicativo em diferentes contextos de ensino ou que tenham preferência por materiais didáticos tradicionais.

Seria interessante investigar os motivos por trás da baixa probabilidade de substituição, a fim de identificar possíveis barreiras à adoção do aplicativo e desenvolver estratégias para aumentar sua integração nas práticas pedagógicas dos professores.

A avaliação geral do protótipo do aplicativo foi bastante positiva, com uma média de 8,9 e mediana de 9,0 em uma escala de 0 a 10. O desvio padrão de 0,93 indica que as notas foram relativamente próximas da média, com pouca dispersão.

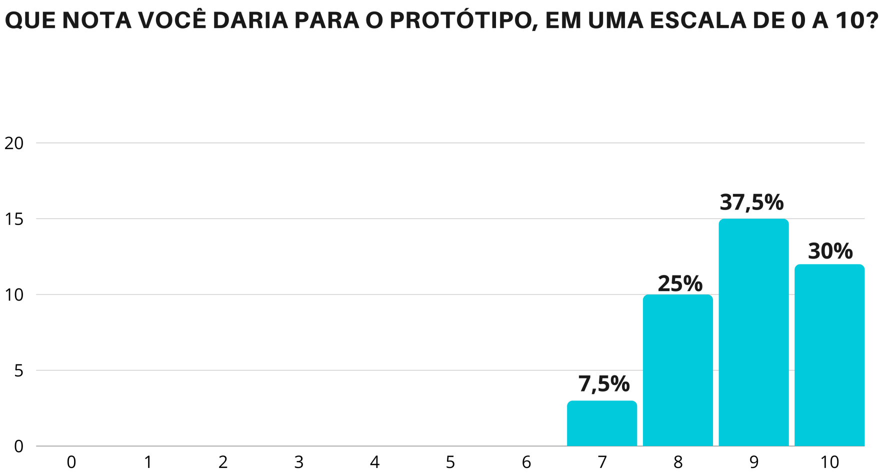


Figura 3.18: Avaliação Geral do Protótipo
Fonte: Resultados da pesquisa

O gráfico de distribuição das notas na figura 3.18, mostra que a maioria dos professores deu notas altas para o protótipo, com a maior frequência de notas 9 e 10. Isso indica que o aplicativo foi bem recebido e considerado uma ferramenta promissora para o ensino de Geometria Plana.

Dos 40 professores que responderam ao formulário, 21 (52,5%) deixaram comentários ou sugestões adicionais. Dentre esses comentários, 4 (10%) foram sugestões para melhorias no aplicativo. Isso indica que a maioria dos professores que optaram por comentar expressaram suas opiniões gerais sobre o aplicativo, em vez de fornecer sugestões específicas. Essas sugestões serão úteis para aprimorar o aplicativo e torná-lo ainda mais eficaz como ferramenta de apoio ao ensino de Geometria Plana.

As sugestões coletadas foram:

1. Melhorar a estrutura da seção sobre soma de ângulos internos em um polígono, tornando mais clara a designação dos ângulos.

2. Incluir mais recursos tecnológicos para aprimorar o ensino e facilitar o uso do aplicativo, seguindo uma sequência didática alinhada à BNCC.

3. Adicionar sugestões de resolução ou respostas aos exercícios, para auxiliar alunos autodidatas.

4. Utilizar o aplicativo "Euclidea"como inspiração para a parte interativa do protótipo.

No desenvolvimento deste aplicativo educacional de Geometria Plana, alguns desafios foram superados. A escolha da plataforma, a familiarização com linguagens de programação (HTML e CSS) e a criação de elementos visuais originais, livres de direitos autorais, demandaram tempo e esforço. Este processo se estendeu por quatro meses, conciliado com minhas atividades como professor de matemática na rede pública, e meu orientador com suas atividades no âmbito do ensino superior.

Apesar dos obstáculos, um protótipo funcional foi desenvolvido, representando um marco significativo nesta pesquisa. O aplicativo resultante oferece uma ferramenta usual e intuitiva para o ensino e aprendizagem de Geometria Plana, tanto para professores quanto para alunos.

Capítulo 4

Conclusão

Esta dissertação explorou o potencial transformador da tecnologia móvel no ensino de Geometria Plana, com foco no desenvolvimento do aplicativo "AppAGeom". Ao adotar a Sequência Fedathi como metodologia de ensino e integrar recursos interativos e visuais, o aplicativo visa proporcionar um ambiente de aprendizado dinâmico e personalizado, quebrando barreiras de tempo e espaço e empoderando alunos e professores na construção do conhecimento geométrico.

A pesquisa realizada, incluindo a análise de plataformas no-code e a avaliação do protótipo por professores, demonstrou o alto potencial do "AppAGeom"como ferramenta de apoio pedagógico. As sugestões e comentários dos professores serão incorporados em futuras versões do aplicativo, visando aprimorar ainda mais sua usabilidade, conteúdo e recursos visuais. Para isso, algumas sugestões de aprimoramento foram levantadas, como a inclusão de tópicos mais avançados de Geometria Plana, o desenvolvimento de aplicativos para outros ramos da Matemática e a integração com tecnologias imersivas, como Realidade Aumentada e Realidade Virtual.

Acreditamos que esta pesquisa contribui significativamente para o campo da Educação Matemática, demonstrando o potencial da tecnologia móvel para transformar o ensino da Geometria Plana. O "AppAGeom"não apenas oferece uma nova ferramenta de ensino, mas também abre caminho para futuras pesquisas e desenvolvimentos na área de tecnologias educacionais. A realização de estudos longitudinais para avaliar o impacto do aplicativo no desempenho dos alunos, a investigação de sua aplicabilidade em diferentes contextos e a exploração do uso de inteligência artificial para personalizar o aprendizado são algumas das possibilidades que se abrem a partir deste trabalho.

Além disso, a promoção da colaboração entre alunos e professores, por meio de recursos como fóruns de discussão e ferramentas de colaboração em projetos, e o desenvolvimento de um plano de formação para professores, que os capacite a utilizar o aplicativo de forma eficaz, são aspectos importantes a serem considerados em pesquisas futuras.

As sugestões para pesquisas futuras não se limitam a aprimorar o "AppAGeom", mas buscam expandir o uso da tecnologia móvel na educação como um todo. Novas possibilidades e abordagens para o ensino e aprendizagem podem ser exploradas, impulsionando a transformação digital na sala de aula. O desenvolvimento do "AppAGeom"deve servir de inspiração para outros educadores, de matemática ou outras áreas, que desejam criar seus próprios aplicativos e inovar em suas práticas pedagógicas. Esta pesquisa comprova que a tecnologia não apenas tem potencial, mas que este potencial pode ser explorado por qualquer professor disposto a descobrir novas ideias e experimentar novos conceitos no universo da aprendizagem móvel.

Em um mundo cada vez mais digital, a educação precisa acompanhar as mudanças e preparar os alunos para os desafios do século XXI. A integração da tecnologia móvel, como exemplificado pelo "AppAGeom", é essencial nesse processo. Este aplicativo interativo demonstra o poder da tecnologia como aliada no aprendizado, quando utilizada de forma crítica e reflexiva, abrindo portas para um futuro promissor na educação.

Referências Bibliográficas

[1] SKINNER, B. F. **Tecnologia do ensino**. São Paulo: EPU, 1972.

[2] HOLANDA, Bruno; CHAGAS, Emiliano A. **Círculos de Matemática da OBMEP:** Primeiros passos em Geometria. Rio de Janeiro: IMPA, 2019. 203 p. (Círculos de Matemática da OBMEP, v. 2) ISBN 978-85-244-0492-4.

[3] DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar, Volume 9:** Geometria Plana. 9ª edição. São Paulo: Saraiva, 2013.

[4] BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria euclidiana plana**. 11. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012. 280 p. (Coleção Professor de Matemática, 11). ISBN 978-85-8337-106-9.

[5] Mendes, Cláudia Martins. **Desenvolvimento de aplicativo móvel para um processo de ensino-aprendizagem construtivo:** uma aplicação em um curso de medicina. 2019. 98f. Dissertação (Mestrado em Ensino em Saúde) - Centro Universitário Christus - Unichristus, Fortaleza, 2019.

[6] ZUIN, V. G.; ZUIN, A. A. S. **Professores, tecnologias digitais e a distração concentrada**. Educar em Revista, Curitiba, v. 42, n. 1, p. 213-228, dez. 2011. DOI: 10.1590/S0104-40602011000500014.

[7] TÜRCKE, C. **Sociedade excitada:** filosofia da sensação. Campinas: Editora da Unicamp, 2010.

[8] OLIVEIRA, Sibele. **O excesso de informações que nos é servido afeta a saúde e gera estresse, ansiedade e até falta de memória.** Viva bem, São Paulo-SP, 2020. Disponível em: https://www.uol.com.br/vivabem/reportagens-especiais/excesso-de-informacao-afeta-nossa-saude-como-lidar-melhor-com-isso/. Data de acesso: 21/05/2024

[9] DESMURGET, Michel. **A fábrica de cretinos digitais:** os perigos das telas para nossas crianças. Tradução de Mauro Pinheiro. - 1. ed.; 4. reimp. - São Paulo: Vestígio, 2023. 350 p.

[10] SANTOS, J. N. dos; NETO, H. B.; PINHEIRO, A. C. M. **A ORIGEM E OS FUNDAMENTOS DA SEQUÊNCIA FEDATHI**: UMA ANÁLISE HISTÓRICO-CONCEITUAL. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, [S. l.], v. 6, n. 17, p. 06–19, 2019. DOI: 10.30938/bocehm.v6i17.1074. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/1074. Acesso em: 28 maio. 2024.

[11] Kabali, H. K., *et al.* **Exposure and Use of Mobile Media Devices by Young Children**. Pediatrics, 136(6), 1044–1050. https://doi.org/10.1542/peds.2015-2151

[12] MENDONÇA, A. C. L.; GUIRAUD, F. L. M. **Considerações sobre o uso e o abuso de celulares, nas instituições escolares**. Ministério Público do Paraná. CAOPCAE. 2011. Disponível em: https://site.mppr.mp.br/crianca/Pagina/Consideracoes-sobre-o-uso-e-o-abuso-de-celulares-nas-instituicoes-escolares . Acesso em: 05 jun. 2024.

[13] McCOY, B. R. **Digital Distractions in the Classroom Phase II:** Student Classroom Use of Digital Devices for Non-Class Related Purposes. Journal of Media Education. v. 7 Iss. 1, p. 5-32. 2016.

[14] AZEVEDO, Ályson Lopes de. **Uso da tecnologia e sua relação com o ensino na modernidade** - diagnóstico e intervenção. 2017. 46 f. Monografia (Licenciatura em Computação à Distância) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017.

[15] BARROS, Aline Fabiana de. **O uso das tecnologias na educação como ferramentas de aprendizado.** Centro de Ensino Superior Universitário de Maringá - Unicesumar, 2019.

[16] CFB CURSOS. **CFB Cursos**. YouTube, 2012. Disponível em: https://www.youtube.com/@cfbcursos. Acesso em: 13 jun. 2024.

[17] BORGES NETO, Hermínio; SOUZA, Maria José Araújo; VASCONCELOS, Francisco Herbert Lima; et al. **Sequência Fedathi:** uma proposta pedagógica para o ensino de matemática e ciências. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

[18] KOHLS-SANTOS, Pricila; SILVA, Rosana Roriz Carneiro; TEIXEIRA, Ellen Dean Ribeiro. **Mobile learning e as possibilidades pedagógicas em sala de aula.** Revista Humanidades e Inovação, Palmas, v. 9, n. 6, p. 68-82, 2022.

[19] MUSSIO, Simone Cristina. **Reflexões sobre as modalidades de estudo na educação a distância:** benefícios e limitações. Revista EDaPECI, São Cristóvão (SE), v. 20, n. 1, p. 119-129, jan./abr. 2020.

[20] BRASIL, Sulivan Borges; SANTOS, Beatris Parol dos; FERENHOF, Helio Aisenberg. **Mobile learning:** um estudo exploratório sobre aprendizagem com mobilidade

no Brasil. IJKEM, Int. J. Knowl. Eng. Manage., Florianópolis, SC, v. 7, n. 19, p. 12-24, nov. 2018/fev. 2019.

[21] SACCOL, Amarolinda; SCHLEMMER, Eliane; BARBOSA, Jorge. **M-learning e U-learning:** novas perspectivas da aprendizagem móvel e ubíqua. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2011.

[22] NOCODE STARTUP. **O que é No-Code?** 2023. Disponível em: https://nocodestartup.io/o-que-e-no-code/. Acesso em: 23 jun. 2024.

[23] BORDENAVE, Juan E. Díaz. **Além dos Meios e Mensagens:** introdução à comunicação como processo, tecnologia, sistema e ciência. Petrópolis: Vozes, 1984.

[24] TEIXEIRA, C. B.; SOUSA, M. C.; OLIVEIRA, G. S. **As tendências pedagógicas que permeiam o ensino da Matemática:** reflexões e enlaces teóricos. Cadernos da Fucamp, v. 19, n. 38, p. 159-177, 2020.

[25] ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. **Informática e a formação de professores**. Campinas: Papirus, s.d.

[26] FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido.** 70. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2018.

[27] PAPERT, Seymour. **Logo:** computadores e educação. São Paulo: Brasiliense, 1985.

[28] UNESCO. **Diretrizes de políticas para a aprendizagem móvel**. Brasília: UNESCO, 2014.