UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ABAETETUBA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

ABRAÃO GOMES DA SILVA

AULAS DINÂMICAS MODULAM O DESEMPENHO E A PREFERÊNCIA MATEMÁTICA: USO DO GEOGEBRA PARA ENSINAR FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1° E 2° GRAU

ABAETETUBA – PARÁ

2024

ABRAÃO GOMES DA SILVA

AULAS DINÂMICAS MODULAM O DESEMPENHO E A PREFERÊNCIA MATEMÁTICA: USO DO GEOGEBRA PARA ENSINAR FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1° E 2° GRAU

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional (PROFMAT) do campus de Abaetetuba, da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Manuel de Jesus dos Santos Costa.

ABAETETUBA - PARÁ

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S586a SILVA, ABRAÃO GOMES.
AULAS DINÂMICAS MODULAM O DESEMPENHO E A PREFERÊNCIA MATEMÁTICA: USO DO GEOGEBRA PARA ENSINAR FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1° E 2° GRAU / ABRAÃO GOMES SILVA. — 2024.
77 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Manuel de Jesus dos Santos Costa
Coorientador(a): Prof. Dr. Rômulo Correa Lima
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Abaetetuba, 2024.

1. Funções polinomiais. 2. Função afim. 3. Função quadrática. 4. GeoGebra. 5. Ensino de matemática. I. Título.

CDD 510.78

ABRAÃO GOMES DA SILVA

AULAS DINÂMICAS MODULAM O DESEMPENHO E A PREFERÊNCIA MATEMÁTICA: USO DO GEOGEBRA PARA ENSINAR FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1° E 2° GRAU

DYNAMIC CLASSES MODULATE PERFORMANCE AND MATHEMATICAL PREFERENCE: USE OF GEOGEBRA TO TEACH POLYNOMIAL FUNCTION OF THE 1ST AND 2ND DEGREE

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional (PROFMAT) do campus de Abaetetuba, da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Matemática. Conforme segue:

DATA DE APRESENTAÇÃO: _____/_____/_______

CONCEITO: _________________________________

BANCA EXAMINADORA

____
Prof. Dr. Manuel de Jesus dos Santos Costa.
Orientador

____
Prof. Dr. Rômulo Correa Lima
Avaliador Interno

____
Profa. Dra. Renata Lourinho da Silva
Avaliadora Externo

Dedico esse trabalho aos meus filhos Arthur Vitor M. Silva e Melina M. Silva que são fonte inesgotável da minha inspiração e força e a minha esposa Mônica M. Moraes pelo apoio, amor e compreensão.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me guiar nos momentos difíceis, por iluminar o meu caminho e por me conceder força necessária para superar os desafios.

Aos meus Filhos Arthur Vitor e Moraes da Silva e Melina Moraes e Moraes, sua alegria, curiosidade e amor dão-me força para continuar a aprender e crescer.

A minha esposa Mônica Moraes e Moraes por estar sempre ao meu lado, pelo carinho, amor, compreensão e encorajamento, que foram essenciais para que eu pudesse alcançar meus objetivos.

Aos meus avós Benedito Mendes da Silva e Raimunda Gomes da Silva (memoriam) pela sabedoria transmitida, pelo amor incondicional e pelos valores que me ensinaram. Exemplos de serenidade, amor e paz.

A minha Mãe Maria do Socorro Gomes da Silva, sua força inspiraram-me todos os dias a nunca desistir. A minha família que sempre foi a minha base e minha maior fonte de apoio.

Aos meus colegas da turma PROFMAT 2022, Campus de Abaetetuba, na qual nossa jornada foi repleta de aprendizado, desafios superados e momentos únicos. Agradeço pela amizade, apoio mútuo e companheirismo. Vocês tornaram essa experiência educacional memorável.

Aos professores que compõem o curso de mestrado PROFMAT em Abaetetuba obrigado por inspirarem e guiarem nossos caminhos, em especial ao meu orientador Prof. Dr. Manuel de Jesus dos Santos Costa, agradeço por compartilhar sua sabedoria e por nos lembrar que, mesmo com todo o conhecimento, a humildade é essencial. Suas lições vão além dos livros.

A escola EEEM Profª. Ecila Pantoja da Rocha na qual a pesquisa foi desenvolvida, aos alunos, colegas de profissão, direção e coordenação pelo apoio e compreensão. Que essa escola continue sendo um farol de conhecimento, amizade e crescimento para as futuras gerações.

Ao meu amigo de longa data, MIZAEL CARVALHO DE SOUZA, sua amizade, apoio e incentivo foram fundamentais ao longo dessa jornada.

RESUMO

O ensino de funções polinomiais do 1° e 2° grau no ensino médio é um desafio recorrente, dificuldades na compreensão de conceitos abstratos, interpretação de gráficos, conexão com situações do dia a dia e a desmotivação dos alunos, impacta negativamente o desempenho acadêmico em matemática. Intervenções eficazes como metodologias de pesquisas experimentais e de ensino de matemática com uso de recursos didáticos dinâmicos são crucias. Pesquisas pré-teste e pós-teste de desempenho e análise com estatística inferencial surgem como uma abordagem promissora e com potencial para nortear novas metodologias com o uso de tecnologias no ensino de matemática. Essa pesquisa teve como objetivo examinar o impacto das aulas interativas com o GeoGebra no smartphone para o ensino de funções polinomiais do 1° e 2° grau com alunos do 1° ano do ensino médio, comparar o desempenho intragrupo (alunos da mesma turma) e entre grupos (alunos de turmas diferentes) e analisar se o desempenho em matemática depende da preferência pela disciplina. A pesquisa foi conduzida através de um estudo experimental nas turmas M1NI01 e M1NI02, em que os alunos da turma M1NI02 utilizaram o aplicativo GeoGebra no celular como ferramenta de apoio no aprendizado de funções afim e quadrática, enquanto os alunos da turma M1NI01 seguiram as metodologias tradicionais. A pesquisa mostrou que na análise intragrupo os alunos da turma M1NI01 aprenderam os assuntos e na turma M2NI02 os alunos também aprenderam os conteúdos propostos. Na pesquisa entre grupos verificou-se que a turma que usou o aplicativo GeoGebra no smartphone teve um desempenho melhor que a turma que estudou de modo tradicional. Ao comparar o desempenho em relação à preferência por matemática, em média, os alunos que não gostam de matemática da turma M1NI01 apresentaram desempenho inferior ao dos alunos da turma M1NI02, indicando que a intervenção por meio do recurso didático dinâmico GeoGebra beneficiou, principalmente, quem não gosta da disciplina. Para os alunos que gostam de matemática não houve diferença estatisticamente significativa. Esses resultados foram verificados estatisticamente no Stimation Stats (Estatísticas de Estimativa) e no SPSS (Statistical Packge for Social Sciences). Na turma M1NI02 observou-se as aulas mais atrativas e dinâmicas com maior interatividade dos alunos, mostra-se assim que o aplicativo GeoGebra no celular conseguiu, efetivamente, envolver os alunos, motivar, favorecer a assimilação e compreensão de conceitos abstratos, interpretação de gráficos e conexão com o dia a dia no estudo das funções abordadas, impactando na melhor performance principalmente dos que indicaram não gostar de matemática.

Palavras-chaves: Funções polinomiais, Função afim, Função quadrática, Geogebra, Ensino de matemática.

ABSTRACT

Teaching polynomial functions of the 1st and 2nd degree in high school is a recurring challenge. Difficulties in understanding abstract concepts, interpreting graphs, making connections with everyday situations and demotivating students have a negative impact on their academic performance in mathematics. Effective interventions such as experimental research methodologies and math teaching using dynamic teaching resources are crucial. Pre-test and post-test surveys of performance and analysis with inferential statistics emerge as a promising approach with the potential to guide new methodologies with the use of technologies in math teaching. This research aimed to examine the impact of interactive lessons with GeoGebra on the smartphone for teaching polynomial functions of the 1st and 2nd degree with 1st year high school students, to compare performance within groups (students from the same class) and between groups (students from different classes) and to analyze whether performance in mathematics depends on preference for the subject. The research was conducted through an experimental study in classes M1NI01 and M1NI02, in which the students in class M1NI02 used the GeoGebra application on their cell phones as a support tool for learning affine and quadratic functions, while the students in class M1NI01 followed traditional methodologies. The research showed that in the intra-group analysis the students in class M1NI01 learned the subjects and in class M2NI02 the students also learned the proposed content. In the research between groups, it was found that the class that used the GeoGebra app on their smartphone performed better than the class that studied in the traditional way. When comparing performance in relation to preference for mathematics, on average, the students who don't like mathematics in class M1NI01 performed less well than the students in class M1NI02, indicating that the intervention using the dynamic teaching resource GeoGebra mainly benefited those who don't like the subject. There was no statistically significant difference for students who like math. These results were statistically verified in Stimation Stats (Estimation Statistics) and SPSS (Statistical Packge for Social Sciences). In the M1NI02 class, the most attractive and dynamic lessons were observed with greater student interactivity, thus showing that the GeoGebra application on the cell phone was able to effectively involve students, motivate them, favor the assimilation and understanding of abstract concepts, interpretation of graphs and connection with everyday life in the study of the functions covered, impacting on the best performance, especially of those who indicated that they did not like mathematics.

Keywords: Polynomial functions, Affine function, Quadratic function, Geogebra, Teaching mathematics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS E GRÁFICOS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

O cenário educacional atual continua a ser um campo dinâmico de mudanças e desafios em todo o país, principalmente nas regiões menos favorecidas, com situações complexas e multifacetadas, com desafios que variam desde o acesso à educação básica até a qualidade do ensino. As disparidades educacionais no Brasil são particularmente acentuadas na região Norte. Conforme dados apresentados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) (2023) e Instituto Nacional de Estudos e pesquisas Educacional Anísio Teixeira (INEP) (2021), esta região apresenta índices de desenvolvimento educacional inferiores em comparação com outras partes do país. As pontuações do índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) estão consistentemente abaixo de 4,0 para o ensino médio, e a taxa de analfabetismo entre jovens adultos em áreas rurais pode chegar a 6%, indicando desafios significativos no acesso e na qualidade da educação.

A universalização da educação básica ainda é um desafio para Estados e Municípios em todo o país, apesar dos avanços nas últimas décadas, como a criação da Lei de Diretrizes e Bases Educação (LDB), Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação Básica (FUNDEB), Plano Nacional de Educação (PNE), fortalecimento da Educação Inclusiva, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e recentemente criação e investimento em escolas de tempo integral, ainda há disparidades significativas no acesso e permanência, especialmente em regiões remotas, áreas rurais e comunidades carentes.

> O acesso à educação básica obrigatória é direito público subjetivo, podendo qualquer cidadão, grupo de cidadãos, associação comunitária, organização sindical, entidade de classe ou outra legalmente constituída e ainda, o ministério público, acionar o poder público para exigi-lo (Souza, 2015, p.12).

O acesso à pré-escola e à educação básica é um direito garantido pela Constituição Federal de 1988, que estabelece que a educação é um direito de todos e dever do Estado, sendo obrigatória dos 4 aos 17 anos de idade, e gratuitas em estabelecimentos públicos. Entretanto, apesar das garantias legais, alguns dos principais desafios incluem a qualidade oferecida nas escolas públicas, sendo uma preocupação persistente. Questões como a falta de infraestrutura adequada, salas de aulas superlotadas, falta de recursos didáticos, baixa remuneração e formação de professores contribuem para que o Brasil, particularmente em Estados como o Pará, tenha baixos índices educacionais nas avaliações externas como o Ideb, indica-se o ensino médio estadual como um dos piores, em penúltimo lugar na avaliação de 2021 (QEdu, 2021).

Por outro lado, a integração da tecnologia no meio educacional é uma tendência crescente, mas ainda enfrenta obstáculos em termos de acesso equitativo e capacitação de professores para o uso eficaz das ferramentas digitais. Com o objetivo de melhorar esse cenário, o país passou por várias reformas educacionais, sendo a última com a implantação do Novo Ensino Médio que visa implementar melhor qualidade e a equidade do sistema educacional, buscando proporcionar uma educação mais inclusiva e preparar os estudantes para os desafios acadêmicos e profissionais. No entanto, conforme Ferreira (2014), a implementação dessas reformas muitas vezes enfrenta desafios políticos, burocráticos e de financiamento, que desacelera o processo de reformulação do sistema educacional.

A incorporação de novas tecnologias na educação desempenha um papel fundamental no desenvolvimento e aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem, uma vez que há mais engajamento dos alunos, acesso a recursos educacionais, personalização da aprendizagem, colaboração, comunicação e preparação para o futuro, (Araújo, 2023).

No entanto, somente a presença de tecnologia na sala de aula não é garantia de melhoria na qualidade da educação. Para que essa introdução seja eficaz é essencial que “os educadores recebam treinamento adequado para utilizar as tecnologias, uma vez que muitos professores ainda se mostram resistentes com a incorporação nas aulas” (Freitas, 2022, p.29). Além disso, o planejamento cuidadoso para o uso de tecnologias deve ser integrador e alinhado aos objetivos educacionais, questões relacionadas à acessibilidade, privacidade e equidade devem ser consideradas para garantir que todas as instituições de ensino e alunos se beneficiem das oportunidades oferecidas pelas novas tecnologias na educação.

Dentre as muitas possibilidades do uso das tecnologias em sala de aula, o recurso didático GeoGebra no celular e no computador é uma ferramenta versátil para o ensino de matemática, seja na educação básica ou superior, pois sua relevância se deve a vários aspectos e trabalhos já desenvolvidos para melhoria da educação e para o ensino de matemática.

> O PROFMAT é orientado para alinhar o ensino de matemática às demandas do ensino básico. O GeoGebra, sendo uma ferramenta reconhecida e amplamente usada, integra-se bem aos currículos escolares, apoiando a prática pedagógica com recursos tecnológicos que são cada vez mais exigidos nas salas de aula modernas (Barbosa, 2014, p.11-20).

Alguns trabalhos realizados no programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT mostram aplicações em sala de aula do GeoGebra, por exemplo, Silva (2024) mostrou as contribuições do uso do software para o ensino de funções quadráticas no ensino médio, onde o programa foi utilizado no computador, no laboratório de informática por meio de exposição didática e exercícios orientados, além de ser aplicado um questionário sobre o entendimento do assunto. Por outro lado, Lacerda (2023) fez uso dessa ferramenta para o ensino de Função afim em turmas de primeiro ano do ensino médio, onde desenvolveu uma sequência didática para ensinar a referida função, finalizando com uma análise da metodologia aplicada.

Além desses, Júnior (2021) abordou o uso do GeoGebra para o ensino de função quadrática no período pandêmico, com aulas virtuais a partir do aplicativo Google Meet, utilizando o programa computacional para resolver problemas das provas do exame nacional do ensino médio.

Enquanto no trabalho de Silva (2017), o software foi explorado a partir da criação e evolução da ferramenta, além de ver resolução de provas para o vestibular e questões do ENEM, propondo atividades sobre funções para os alunos usando o GeoGebra no celular.

Em contraponto, a característica desses trabalhos está no fato de serem realizados com aplicação de questionários de escuta e percepção intuitiva de que o recurso didático dinâmico GeoGebra melhora o aprendizado nas aulas. Entretanto, os trabalhos não aplicaram testes específicos de desempenho antes e depois do uso do recurso didático GeoGebra, visando verificar estatisticamente a comparação entre os grupos, considerando a preferência pela disciplina para mostrar empiricamente a eficácia em sala de aula, carecendo mais investigações que mostre que o uso do recurso didático GeoGebra contribui para que os alunos tenham melhor desempenho em matemática, uma vez que esse recurso didático proporciona aos alunos uma visualização interativa, já que podem manipular gráficos, figuras geométricas e funções matemáticas, o que ajuda a compreender conceitos abstratos de forma mais concreta e dinâmica (Mathias, 2023).

Conforme mostra a literatura sobre essa ferramenta, a partir da exploração e experimentação, o recurso didático GeoGebra pode ajudar os alunos a vivenciar diferentes cenários matemáticos, principalmente nos estudos das funções em que há manipulação de variáveis, parâmetros e tipos de gráficos. Isso encoraja a investigação ativa e a descoberta de padrões, promove-se assim uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos (Basniak,2020), considerando as múltiplas possibilidades de integração de áreas da matemática, como geometria, álgebra, cálculo, estatística e probabilidade. Essa vantagem permite que os educadores criem atividades que integram diferentes tópicos e como estão interconectados na prática, faz-se também personalização e diferenciação, pois pode-se criar materiais didáticos ilustrativos, utilizando configurações para mudar fonte, estilo e cores de acordo com as necessidades específicas de seus alunos.

Ademais, como preparação para o mundo digital, utilizar o recurso didático GeoGebra possibilita que alunos e professores desenvolvam habilidades essenciais para o século XXI, exigidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como pensamento computacional, resolução de problemas e fluência digital, (Cavalcante, 2022).

A partir de aulas no formato digital e interativa, aprendem a usar ferramentas tecnológicas de maneira eficaz para explorar e resolver problemas matemáticos, preparando-se para o mundo do trabalho conectado e online, exigência em constante evolução. Portanto, o uso do recurso didático GeoGebra tanto no celular como no computador é uma ferramenta que promove uma abordagem mais dinâmica, interativa e envolvente para o ensino de matemática, ajudando os alunos a desenvolverem uma compreensão profunda e significativa dos conceitos matemáticos.

1.2 Problema da pesquisa

A dificuldade de aprendizagem do conteúdo de funções no ensino médio é um desafio recorrente, impactando negativamente o desempenho acadêmico dos alunos em matemática. Esse problema é amplamente observado em diversas instituições de ensino, onde os alunos frequentemente demonstram dificuldades em compreender conceitos fundamentais, como a relação linear entre variáveis, a interpretação de gráficos e a aplicação prática de funções em problemas reais (Lima, 2017).

As metodologias de ensino tradicionais de ensino, baseadas em aulas expositivas e exercícios teóricos, muitas vezes não são suficientes para engajar os estudantes e promover uma compreensão profunda desses conceitos (Silva, 2015). A falta de recursos didáticos interativos e visuais contribui para que os alunos não consigam visualizar e manipular as funções de maneira eficaz, resultando em uma aprendizagem fragmentada e superficial (Oliveira, 2016).

Por exemplo, a interpretação de gráficos é um desafio para os alunos, pois em uma função do tipo, $f(x) = ax + b$, mostram dificuldade em identificar graficamente o significado do coeficiente a, que representa a taxa de variação e o intercepto no eixo y e sua relação com o coeficiente b. Além disso, há falta de prática com a manipulação algébrica, principalmente para encontrar as raízes de uma função afim, em que precisa-se fazer a resolução de equações, a simplificação de expressões e a aplicação de propriedades matemáticas relevantes de números reais, como a propriedade comutativa da soma e multiplicação.

Nesse contexto, a utilização de metodologias de ensino utilizando tecnologias no ensino de matemática como o recurso didático GeoGebra pode representar uma solução inovadora e eficaz para superar essas dificuldades. O GeoGebra, um software de matemática dinâmica, oferece recursos interativos que permitem aos alunos explorar e visualizar funções afim de maneira intuitiva e envolvente (Hohenwarter; Preiner, 2007).

Na visão de Rodrigues *et al*. (2018), a capacidade de manipular gráficos em tempo real, ajustar parâmetros e observar as mudanças correspondentes nas funções pode facilitar uma compreensão mais profunda e consolidada dos conceitos desse conteúdo.

Portanto, este estudo propõe investigar a eficácia do uso do recurso didático GeoGebra no ensino de funções afim e quadrática, buscando responder à seguinte pergunta de pesquisa: **"Como a utilização do recurso didático dinâmico GeoGebra pode melhorar a compreensão dos alunos sobre funções afim e quadrática no ensino médio?"**. A pesquisa será conduzida através de um estudo experimental e qualitativo onde grupos de alunos utilizarão o GeoGebra como ferramenta de apoio no aprendizado de funções afim e quadrática, enquanto outros seguirão as metodologias tradicionais. Os resultados esperados incluirão uma análise comparativa e reflexiva do desempenho acadêmico, análises quantitativas, bem como um estudo qualitativa da percepção dos alunos sobre preferência por matemática.

Então, a curto e médio prazo, esta investigação visa contribuir para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais eficazes e inovadoras, viabiliza-se assim um ensino de matemática que seja acessível, compreensível e motivador para os estudantes.

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Analisar o impacto e a aprendizagem das aulas interativas com o recurso didático GeoGebra no smartphone para o ensino de funções polinomiais do 1° grau e 2° grau na educação básica.

2.2 Objetivo especifico

- Comparar o desempenho em matemática pré e pós-teste intragrupos e entre grupos.
- Analisar se o desempenho em matemática depende da preferência pela disciplina.
- Discutir se as aulas dinâmicas com uso de ferramentas tecnológicas diferem de aulas tradicionais, no ensino de funções.

3. REVISÃO DA LITERATURA

3.1 Produto cartesiano

A revisão da literatura foi desenvolvida com base no livro LIMA, E. L. Números e funções reais. SBM,2013 (**Coleção PROFMAT**).

O produto cartesiano $X \times Y$ de dois conjuntos X e Y é o conjunto $X \times Y$ formado por todos os pares ordenados (x, y) cuja primeira coordenada x pertence a X e cuja a segunda coordenada y pertence a Y. Simbolicamente:

$$X \times Y = \{(x, y); x \in X, y \in Y\}$$

O gráfico de uma função $f: X \to Y$ é o subconjunto $G(f)$ do produto cartesiano $X \times Y$ formado por todos os pares ordenados (x, y), onde x é um ponto qualquer de X e $y = f(x)$. Desse modo.

$$G(f) = \{(x, y) \in X \times Y;\ y = f(x)\} = \{(x, f(x)); x \in X\}.$$

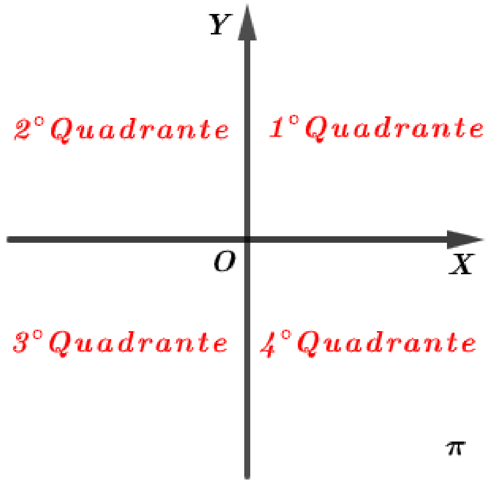
Para que um subconjunto $G \subset X \times Y$ seja seja gráfico de alguma função $f: X \to Y$ é necessário e suficiente que G cumpra as seguintes condições:

- $G1$. Para todo $x \in X$ existe um par ordenado $(x, y) \in G$ cuja primeira coordenada é x.
- $G2$. Se $P = (x, y)$ e $P' = (x, y')$ são pares pertencentes a G com a mesma primeira coordenada x então $y = y'$ (isto é $P = P'$).

3.2 Plano cartesiano

Um sistema de coordenadas (cartesianas) no plano Π consiste num par de eixos perpendiculares OX e OY contidos nesse plano, com origem O. OX chama-se eixo das *abscissas* e OY eixo das *ordenadas*. O sistema é indicado com a notação OXY e é o lugar geométrico onde representamos os pontos. Esses eixos dividem o plano em quatro partes, cada uma das quais denominada quadrante. Os quatro quadrantes são numerados no sentido anti-horário. Veja figura 1.

Figura 1 - Plano cartesiano



Fonte: Elaborado pelo autor

A cada ponto P do plano cartesiano corresponde um par (x, y) de números reais, denominados *coordenadas* do ponto P relativamente ao sistema OXY: sendo x a *abcissa* e y é a *ordenada* de P e, inversamente, cada par (x, y) tem como seu correspondente um ponto P do plano; para indicar esses fatos, escreve-se $P = (x, y)$, para dizer com isto que P é o ponto do plano cuja abcissa é x e cuja ordenada é y.

O primeiro quadrante é o conjunto dos pontos $P = (x, y)$ tais que $x > 0$ e $y > 0$. O segundo quadrante é formado pelos pontos $P = (x, y)$ com $x < 0$ e $y > 0$. O terceiro, pelos pontos $P = (x, y)$ com $x < 0$ e $y < 0$. Finalmente, os pontos $P = (x, y)$ do quarto quadrante são aqueles em que $x > 0$ e $y < 0$.

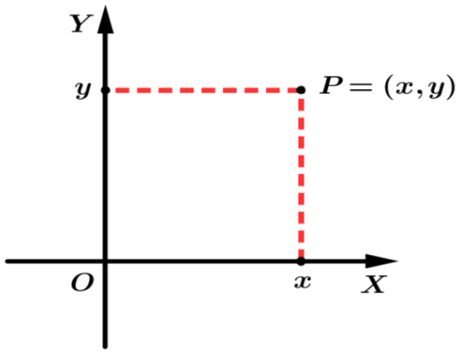
Observa-se que pontos com abscissa $x = 0$ e ordenadas $y \neq 0$ pertencem ao eixo das ordenadas e aqueles em que $x \neq 0$ e $y = 0$ pertencem ao eixo das abscissas e finalmente aquele em que $x = y = 0$ é justamente a origem do sistema.

3.2.1 Noções de pontos

As coordenadas x e y do ponto P são definidas do seguinte modo: Se P estiver sobre o eixo OX, o par ordenado que lhe corresponde é $(x, 0)$ onde x é a coordenada de P no eixo OX. Se P estiver sobre o eixo OY, a ele corresponde o par $(0, y)$, onde y é a coordenada de P nesse eixo. Se P não está em qualquer dos eixos, traça-se por P uma paralela ao eixo OY, a qual corta OX no ponto de coordenada x e uma paralela ao eixo OX, a qual corta OY no ponto de coordenadas y.

Então x será a abcissa e y a ordenada do ponto P. Noutras palavras, $(x, y) \in R^2$ é o par ordenado de números reais que corresponde ao ponto P. Para uma ilustração veja a figura 2.

Figura 2: Ponto no plano

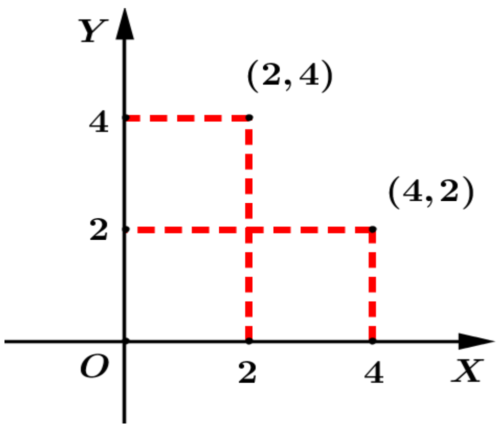


Fonte: Elaborado pelo autor

O ponto O, origem do sistema de coordenadas, tem abcissa e ordenadas ambas iguais a zero, logo corresponde ao par $(0, 0) \in R^2$.

Nota-se que os pares ordenados $(4, 2)$ e $(2, 4)$ não são iguais. Eles se diferenciam pela ordem de seus termos e, portanto, não representam o mesmo ponto do plano cartesiano. Veja figura 3:

Figura 3: Coordenadas no plano



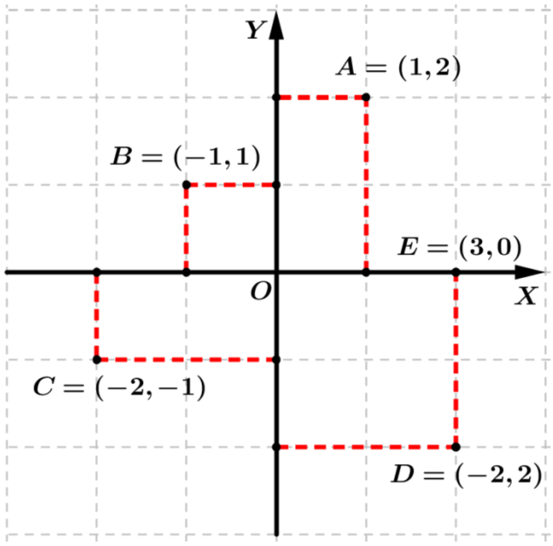
Fonte: Elaborado pelo autor

De maneira mais geral, se x e y são números reais distintos, então:

$$(x, y) \neq (y, x)$$

Para ilustrar os pontos no plano cartesiano vamos localizar $A = (1, 2)$, $B = (-1, 1)$, $C = (-2, -1)$, $D = (2, -2)$ e $E = (3, 0)$, lembra-se que, no par ordenado, o primeiro número representa a abscissa e o segundo a ordenada do ponto. Veja figura 4:

Figura 4: Representação de coordenadas no plano



Fonte: Elaborado pelo autor

Essa ilustração (figura 4) fornece uma explicação de como os pontos são representados no plano cartesiano.

3.3 Função polinomial do 1° grau

Uma função $f: R \to R$ chama-se afim ou função polinomial do 1° grau quando existem constantes a, $b \in R$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in R$.

A função identidade $f: R \to R$, definida por $f(x) = x$ para todo $x \in R$, é afim. Também são afins as translações $f: R \to R$, $f(x) = x + b$. São ainda casos particulares de funções afins as funções lineares, $f(x) = ax$ e as funções constantes $f(x) = b$.

O gráfico de uma função afim $f: x \to ax + b$ é uma reta. Para mostrar esse fato basta que três pontos quaisquer $P_1 = (x_1, ax_1 + b)$, $P_2 = (x_2, ax_2 + b)$ e $P_3 = (x_3, ax_3 + b)$ sejam colineares.

De fato, para que isto ocorra, é necessário e suficiente que a maior das três distâncias entre pares desses pontos sejam iguais as outras duas. Supondo $x_1 < x_2 < x_3$. Temos pela fórmula da distância:

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + a^2(x_2 - x_1)^2} = (x_2 - x_1)\sqrt{1 + a^2}$$

$$d(P_2, P_3) = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + a^2(x_3 - x_2)^2} = (x_3 - x_2)\sqrt{1 + a^2}$$

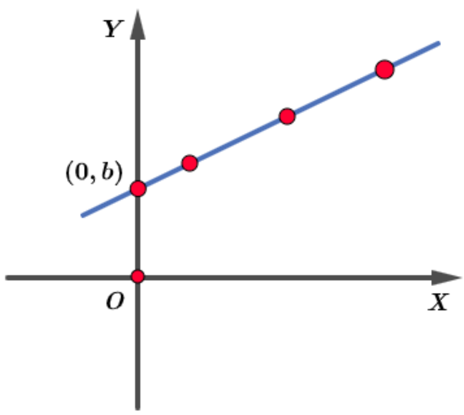
$$d(P_1, P_3) = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + a^2(x_3 - x_1)^2} = (x_3 - x_1)\sqrt{1 + a^2}$$

Segue que:

$$d(P_1, P_3) = d(P_1, P_2) + d(P_2, P_3).$$

Como resultante do que foi apresentado, para que uma função afim f fique inteiramente determinada, basta conhecer os valores $f(x_1)$ e $f(x_2)$ para $x_1 \neq x_2$, uma vez que dois pontos determinam uma reta. Veja figura 5:

Figura 5: Gráfico de uma Função Afim é uma reta



Fonte: Elaborado pelo autor

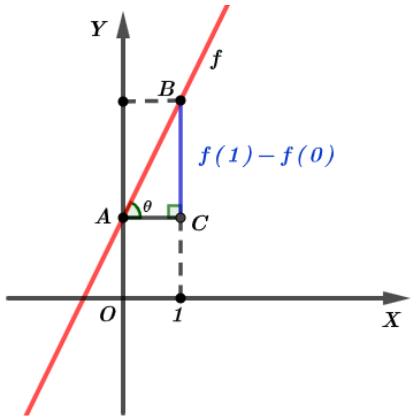
Do ponto de vista geométrico note que $f(0) = a.0 + b = b$, o coeficiente b é igual a ordenada do ponto $\big(0, f(0)\big) = (0, b)$, onde o gráfico de f intersecta o eixo y. Chama-se b de coeficiente linear ou valor inicial da função.

Considere, agora, os pontos $A = (0, f(0))$ e $B = (1, f(1))$ sobre o gráfico de f. O ângulo θ que o gráfico de f forma com a horizontal é o ângulo interno do triângulo retângulo ABC (veja figura 6). A tangente desse ângulo é, por definição,

$$tg\theta = \frac{f(1) - f(0)}{1} = f(1) - f(0) = a + b - b = a.$$

Dessa forma, o coeficiente a é igual à tangente do ângulo que a reta (gráfico de f) forma com a horizontal. Chamamos a de coeficiente angular do gráfico de f ou taxa de crescimento.

Figura 6: Coeficiente angular



Fonte: Elaborado pelo autor

Um problema conhecido no estudo de função afim é o preço a pagar por uma corrida de táxi que é dado por uma função afim $f: x \to ax + b$, em que x é a distância percorrida (normalmente medida em quilômetros), o valor inicial b é a chamada bandeirada e o coeficiente a é o preço de um quilômetro rodado.

No estudo de funções afins é mais conveniente falar que o coeficiente a representa a taxa de variação, pois função não tem coeficiente angular quem tem coeficiente angular é a reta, usa-se coeficiente angular quando fala-se de geometria analítica, uma vez que seus eixos deve-se estar graduados na mesma unidade e no estudo funções os problemas são, geralmente, de natureza prática e nas suas aplicações os eixos tem significados diferentes, bem como são graduados diferentes, (Lima, 2017).

3.3.1 Caracterização de funções afins

As funções afins são caracterizadas em termos da razão

$$f(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \tag{1}$$

Onde h é um incremento arbitrário. A razão (1) é chamada taxa de variação da função f no ponto x, para um incremento h. Para funções afins essa taxa de variação é constante, como verifica-se por meio do teorema a seguir.

Teorema: Seja $f: R \rightarrow R$ uma função.

(a) f é uma função afim se, e somente se, a taxa de variação

$$f(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

é constante, para quaisquer x, $h \in R$, com $h > 0$. Neste caso, tem-se $f(x) = ax + b,$ onde a é o valor constante da taxa de variação e $b = f(0)$.

(b) Uma função afim dada por $f(x) = ax + b$ é crescente se, e somente se, $a > 0$, e é decrescente se, e somente se, $a < 0$.

Prova:

(a) Assume-se que f é uma função afim, pode-se escrever $f(x) = ax + b$, com $a, b \in R$. Então,

$$f(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{a(x+h) + b - (ax+b)}{h} = \frac{ax + ah + b - ax - b}{h} = \frac{ah}{h} = a$$

Reciprocamente, supondo que a taxa de variação de f é constante e igual a a, tem-se:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = a$$

Para quaisquer $x, h \in R$, com $h > 0$. Em particular, se $x = 0$, obtém-se:

$$\frac{f(h) - f(0)}{h} = a \Longrightarrow f(h) - f(0) = ah.$$

Da mesma forma, tem-se:

$$\frac{f(x) - f(x-h)}{h} = a$$

Para todos os $x, h \in R,$ com $h > 0$ (observe que h é o incremento para passar de $x - h$ a x). Em particular, se $x = 0$, resulta:

$$\frac{f(0) - f(-h)}{h} = a \Longrightarrow f(-h) - f(0) = -ah.$$

Chame $f(0)$ de b, obtenha $f(h) = ah + b$ e $f(-h) = a(-h) + b$, para todo $h \in R$, $h > 0$. Logo, escreve-se x no lugar de h e $-h$ na lei de formação de f, para obter $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$ (veja que tal fórmula vale também quando $x = 0$) uma vez que $f(0) = b$.

(b) Seja $f(x) = ax + b$. Suponha que f é crescente e considere $h \in R$, $h > 0$. Então $x < x + h$, e por f ser crescente, $f(x) < f(x + h)$, ou seja, $f(x + h) - f(x) > 0$.

Assim

$$a = \frac{f(x + h) - f(x)}{h} > 0$$

Pois o numerador e o denominador dessa fração são positivos.

Reciprocamente, se $f(x) = ax + b$, com $a > 0$, então

$$\frac{f(x') - f(x)}{x' - x} = a > 0$$

Para quaisquer x, $x' \in R$, onde $x' = x + h$. Se $x < x'$, então $x' - x > 0$ e

$$f(x') - f(x) = a(x' - x) > 0,$$

Pois o segundo membro é o produto de dois números positivos. Logo, $f(x) < f(x')$ e, portanto, f é crescente. A demonstração de que f é decrescente se, e somente se, $a < 0$ é análoga.

3.4 Função quadrática

Uma função quadrática, ou polinomial do segundo grau, é uma função $f: R \to R$ cuja lei de formação é da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a, b e c, são números reais dados, sendo $a \neq 0$. Por exemplo a função dada por $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$: tem-se: $a = 2$, $b = 3$ e $c = 5$ em que se identifica o coeficiente de x^2, o coeficiente de x e o termo independente, respectivamente.

3.4.1 Forma canônica

A forma canônica é uma outra maneira de expressar uma função quadrática dada. Ela é uma expressão do tipo:

$$f(x) = a(x - k)^2 + m \tag{2}$$

Onde a, k e m são constantes e $a \neq 0$. Expressa-se os valores de k e m em termos de a, b e c. De fato, seja $f(x) = ax^2 + bx + c$ colocando a em evidência nos dois primeiros termos tem-se:

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c \tag{3}$$

Completando quadrado em 3 tem-se:

$$f(x) = a\left(x^2 + 2x\frac{b}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c \quad \Longrightarrow$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + \frac{4ac}{4a} \qquad \Rightarrow$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} \tag{4}$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \qquad \Rightarrow$$

Fazendo $k = -\frac{b}{2a}$ e $m = -\frac{\Delta}{4a}$ em (4), obtém-se a fórmula canônica:

$$f(x) = a(x - k)^2 + m.$$

Para exemplificar a utilização da forma canônica veja o método na função do segundo grau $f(x) = 2x^2 - 3x + 7$.

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 7 \Rightarrow 2\left(x^2 - \frac{3}{2}x\right) + 7 \Rightarrow 2\left(x^2 - 2x.\frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{9}{16}\right) + 7 \Rightarrow$$

$$2\left(x - \tfrac{3}{4}\right)^2 - \tfrac{9}{8} + 7 \Rightarrow 2\left(x - \tfrac{3}{4}\right)^2 - \tfrac{9-56}{8} \Rightarrow 2\left(x - \tfrac{3}{4}\right)^2 + \tfrac{47}{8}.$$

Portanto, a forma canônica da função quadrática dada é:

$$f(x) = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{47}{8}.$$

A forma canônica permite simplificar cálculos envolvendo função quadrática, como encontrar raízes, máximos e mínimos, identificar simetrias e realizar outras manipulações algébricas de forma mais direta, dessa forma torna-se uma ferramenta eficaz na análise e resolução de problemas envolvendo função quadrática. (Soares, 2012).

3.4.2 Máximos e mínimos

Note que na forma canônica $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$ o termo $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ são sempre positivos ou iguais a zero. Dessa forma, quando $a > 0$, temos $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$ para todo $x \in R$. Por outro lado, quando $a < 0$ temos que $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \leq 0$ para todo $x \in R$. De qualquer modo, como $a \neq 0$ em ambos os casos, a igualdade ocorre somente para $x + \frac{x}{2b} = 0$, isto é, quando $x = -\frac{b}{2a}$.

Analisa-se o caso $a > 0$, sendo a análise do caso $a < 0$ totalmente similar. Então, $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$ para todo $x \in R$, com isso tem-se:

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} \geq -\frac{\Delta}{4a}$$

Com igualdade se e só se $x = -\frac{b}{2a}$

Dessa forma, se $a > 0$, então o valor mínimo da função $f(x) = ax^2 + bx + c,$ ao variar x em R, é obtido somente quando $x = -\frac{b}{2a}$. Ademais, esse valor mínimo é igual a $-\frac{\Delta}{4a}$. Se $a < 0,$ então o valor máximo da função $f(x) = ax^2 + bx + c,$ ao variar x em R, é obtido somente quando $x = -\frac{b}{2a}$. Esse valor é igual a $-\frac{\Delta}{4a}$.

Para ilustrar uma a aplicação da forma canônica e do uso da fórmula de máximo ou mínimo de uma função quadrática veja o seguinte problema: tem-se material suficiente para erguer $20\,m$ de cerca. Com ele pretende-se construir um cercado retangular de $26m^2$ de área. É possível fazer isso? Se for, quais as medidas dos lados deste retângulo ?

Solução: Seja x o comprimento e h a altura do retângulo. A fim de fazer o retângulo maior possível, deve-se usar todo o material disponível para a cerca. Sendo assim, $2x + 2h = 20$ ou, que é o mesmo, $h = 10 - x$.

Por outro lado, a área do retângulo pode ser obtida em função de x pela expressão: $s(x) = x.h = x(10 - x)$ que é equivalente a $s(x) = 10x - x^2$. Dessa forma, escrevendo na forma canônica tem-se $f(x) = -(x-5)^2 + 25$ que terá valor máximo igual a $f(x) = 25$ quando $x = 5$, e para um cálculo direto usando a fórmula, tem-se $s(x) = 10x - x^2$ que é uma função quadrática em que $a = -1$, $b = 10$ e $c = 0$ e $\Delta = b^2 - 4ac = 100 + 0 = 100$ e, como $a < 0$, o resultado anterior garante que $s(x)$ possui um valor máximo, que é igual a

$$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-100}{4(-1)} = 25$$

Portanto, a maior área possível para o retângulo é $25m^2$, e conclui-se que não é possível construir um cercado de $26m^2$.

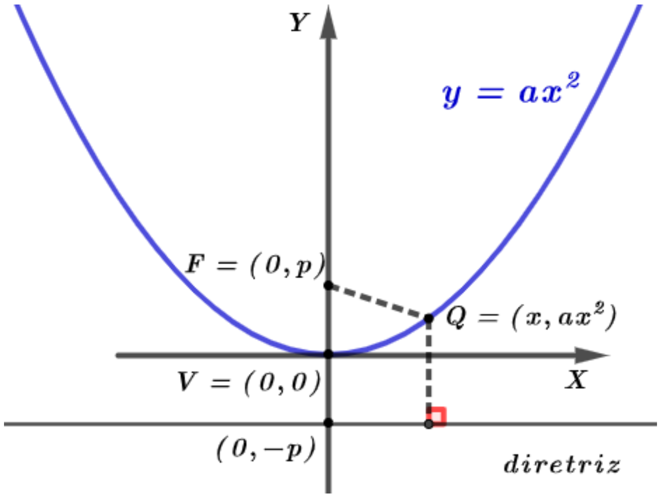
3.4.3 O gráfico de uma função quadrática

O Gráfico de uma função quadrática é uma parábola para verificar considere, o caso em que $b = c = 0$, ou seja, $f(x) = ax^2$. Assume-se $a > 0$ já que o caso $a < 0$ é análogo. Deve-se mostrar que existe um ponto F e uma reta d tais que todo ponto do gráfico de f, ou seja, todo ponto da forma (x, ax^2), é equidistante de F e d.

Para encontrar F e d, note que, como $x^2 = (-x)^2$ para todo x real, tem-se que $f(x) = f(-x)$, dessa forma o eixo OY funciona como eixo de simetria para os pontos do gráfico de f, portanto $(-x, ax^2)$ é o simétrico de (x, ax^2) em relação ao eixo OY. Como consequência o foco, caso exista, precisa estar sobre o eixo OY, logo, F deve possuir coordenadas $(0, p)$, para algum número p que precisa ser determinado. Como $(0,0)$ é o único ponto do gráfico que está sobre o eixo de simetria, ele é o único candidato para ser o vértice V da parábola. Por fim, como a diretriz é perpendicular ao eixo de simetria, ela precisa ser uma reta paralela ao eixo OX, e como a distância da diretriz para $V = (0,0)$ é igual à distância de V a F, tem-se que a diretriz só pode ser a reta $y = -p$.

Considere um ponto qualquer do gráfico de f, seja $Q = (x, ax^2)$ calcula-se a distância dele até F e até a diretriz. Como mostra a figura 7:

Figura 7: Gráfico de $y = ax^2$



Fonte: Elaborado pelo autor

Pelo teorema de Pitágoras tem-se que a distância entre os pontos Q e F é igual a $\sqrt{(x-0)^2 + (ax^2 - p)^2}$. Note que a distância entre o ponto Q e a diretriz é igual à soma da distância entre Q e o eixo OX com a distância entre OX e a diretriz, daí resulta $ax^2 + p$.

Para encontrar p tal que.

$$x^2 + (ax^2 - p)^2 = (ax^2 + p)^2$$

Deve-se ter

$$x^2 = (ax^2 + p)^2 - (ax^2 - p)^2$$

$$= \big((ax^2 + p) + (ax^2 - p)\big)\big((ax^2 + p) - (ax^2 - p)\big) =$$

$$= (2ax^2)(2p) =$$

$$= 4apx^2,$$

Neste caso a única escolha possível é $4ap = 1$, isto é, $p = \frac{1}{4a}$. Portanto

O gráfico de $f(x) = ax^2$, onde $a \neq 0$, é uma parábola cujo foco é o ponto

$$F = \left(0, \frac{1}{4a}\right)$$

E cujo vértice é o ponto $V = (0{,}0)$ e a diretriz é a reta que possui equação

$$y = -\frac{1}{4a}.$$

Considere agora o caso geral em que a função quadrática é da forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c \tag{5}$$

Tome $f(x) = y$ e escreva a equação (5) em sua forma canônica:

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

Faz-se as mudanças de variáveis para obter:

$$X = x + \frac{b}{2a}$$

e

$$Y = y + \frac{\Delta}{4a},$$

Com isso resulta $Y = aX^2$. Já foi provado que o conjunto dos pontos (X, Y) que satisfazem $Y = aX^2$ é uma parábola. Observe que fazendo $x = X - \frac{b}{2a}$ e $y = Y - \frac{\Delta}{4a}$ tem-se uma translação dos pontos (X, Y).

O gráfico de $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde $a \neq 0$, é uma parábola cujo o foco é o ponto:

$$F = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{1 - \Delta}{4a}\right),$$

e cujo vértice é o ponto:

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right),$$

e a diretriz é a reta que possui equação $y = \frac{-1-\Delta}{4a}$.

Denota-se as coordenadas do vértice do gráfico de $f(x) = ax^2 + bx + c$ por

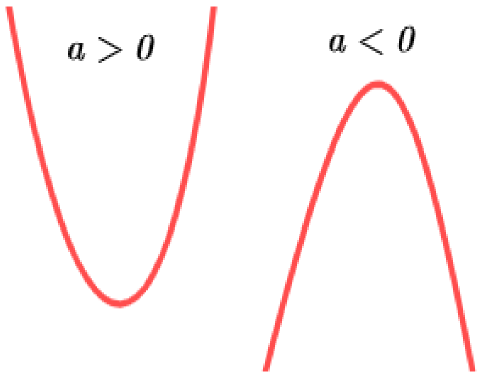
$$x_v = -\frac{b}{2a} \quad \text{e} \quad y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

Quando $a < 0$ a função quadrática atinge seu valor máximo e quando $a > 0$ a função quadrática atinge seu valor mínimo.

3.4.4 Concavidade

Primeiro analisa-se o caso $f(x) = ax^2$. Sabe-se que o vértice é o ponto $(0,0)$. Como o foco tem coordenadas $F = (0, \frac{1}{4a})$, mostra-se assim que ele está acima do vértice quando $a > 0$ e abaixo do vértice quando $a < 0$. Veja figura 8.

Figura 8: Concavidade da parábola



Fonte**:** Elaborado pelo autor

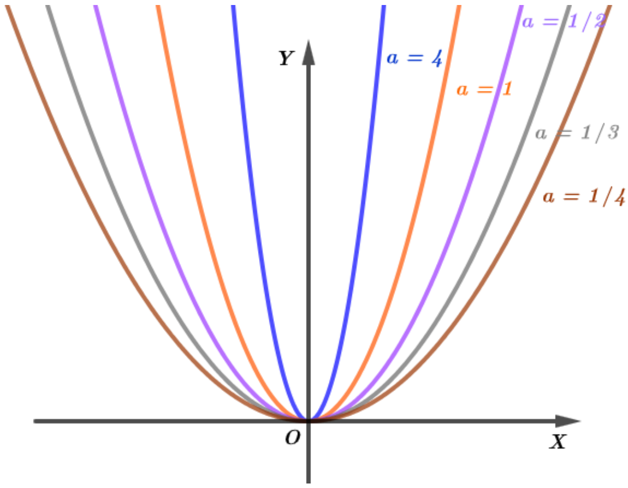
No caso geral, em que $f(x) = ax^2 + bx + c$, nota-se que há apenas uma translação das figuras acima. Logo a concavidade da parábola é determinada apenas pelo sinal de a, não importando os valores de b e c.

- Quando $a > 0$, dize-se que a parábola possui concavidade voltada para cima.
- Quando $a < 0$, dize-se que a parábola possui concavidade voltada para baixo.

3.4.5 Abertura

O valor absoluto do coeficiente de x^2 está ligado à abertura da parábola de forma que quanto maior o valor $|a|$, menor será abertura. A figura 9 mostra os gráficos de funções do tipo $y = ax^2$, para diferentes valores de a.

Figura 9: Gráfico da função para diferentes valores de a



Fonte: Elaborado pelo autor

3.4.6 Esboço do gráfico

Para esboçar o gráfico de uma função polinomial do segundo grau da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ segue-se os passos seguintes:

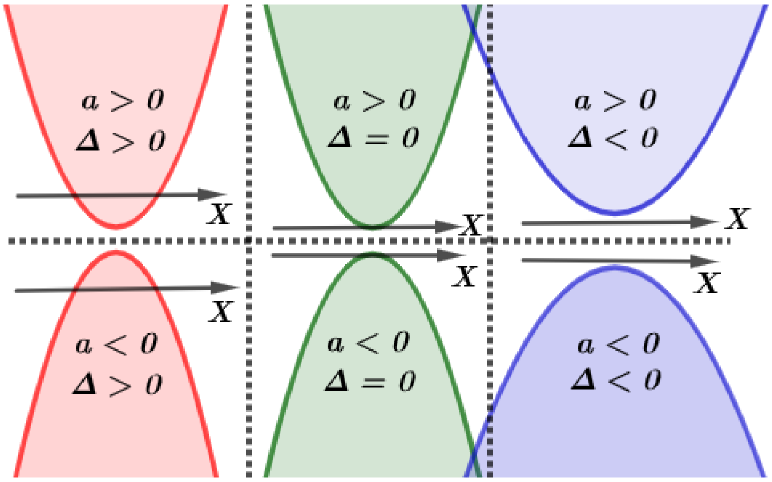
- Marque, se houver, as interseções do gráfico com o eixo OX. São os pontos $y = f(x) = 0$; assim, basta encontrar as raízes r_1 e r_2 da equação $ax^2 + bx + c = 0$. Tem-se os seguintes casos:

➢ se $\Delta < 0$ a equação não possui raízes reais e a parábola não intersecta o eixo OX.

➢ Se $\Delta = 0$ a equação possui duas raízes reais e iguais $r_1 = r_2$ e a parábola tangencia o eixo OX.

➢ Se $\Delta > 0$ a equação possui duas raízes reais e diferentes $(r_1, 0)$ e $(r_2, 0)$ e parábola intersecta o eixo OX em dois pontos distintos. Veja figura 10.

Figura 10: Análise da concavidade e do números de raízes de uma parábola.



Fonte**:** Elaborado pelo autor

- Marque a intersecção da parábola com o eixo OY. Como $f(0) = c$, tem-se que é o ponto $(0, c)$.
- Marque o vértice $(x_v, y_v) = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Saber construir o gráfico de uma função quadrática não é apenas uma habilidade teórica, mas também uma ferramenta prática que pode ser aplicada na vida cotidiana em diversos campos do conhecimento como arquitetura, engelharia, física e economia. Isso permite uma melhor compreensão e soluções dos problemas através de uma abordagem visual e intuitiva.

3.5 Tecnologia educacionais

A tecnologia desempenha um papel importante e fundamental no ensino contemporâneo, transformando a cada dia a maneira como educadores ensinam e alunos aprendem. Pois,

> Já não é possível pensar hoje num ensino à base de quadro negro, giz e livro didático somente, pois os jovens de hoje vivem em um mundo basicamente virtual, estando assim bem mais além dos métodos de ensino característicos de uma escola mais tradicionalista que priorizava os tipos de ferramentas acima citadas (Freitas, 2022, p.27).

Ao longo do tempo algumas tecnologias foram implementadas para melhoria na educação, desde o quadro negro até as lousas digitais, contudo nos últimos anos com os avanços da tecnologia digitais de informação e comunicação (TDICs), muitos professores vem enfrentando dificuldades para lidar com essas mudanças, seja pela falta de interesse ou pela falta de formação adequada, mas diante do cenário atual, é necessário que o professor busque por mudanças que impulsione suas aulas através de ferramentas tecnológicas como computadores e smartphones presentes cada dia mais no ambiente escolar, além disso essas tecnologias desafiam instituições e professores a sair do ensino tradicional e migrar para uma aprendizagem mais dinâmica e interativa.

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (MEC, 2018, p.9).

A competência geral 5 da BNCC (base nacional comum curricular) reconhece que as tecnologia digitais educacionais tem papel fundamental na formação do aluno e é fundamental nos dias atuais, uma vez que os alunos vivem em uma era digital em que o uso da tecnologia permeia todo o seu cotidiano, estabelecendo que o estudante deve dominar o universo digital, mas sendo capaz de fazer uso qualificado e ético das diversas ferramentas existentes, compreendendo o pensamento computacional e os impactos da tecnologia na vida das pessoas e da sociedade. Portanto essa competência desempenha um papel crucial na formação dos estudantes para que se tornem cidadãos críticos, éticos e preparados para os desafios do século XXI.

Os estudos de Seabra (2013) enfatizam que é difícil cada vez mais encontrar algum aluno que não tenha consigo um aparelho celular. Assim como a imensa maioria dos brasileiros (onde já temos uma quantidade muito maior de celulares do que de pessoas no país), quase todo aluno carrega no bolso, um desses dispositivos de comunicação.

O uso do celular como recurso didático pedagógico tem se tornado cada vez mais presente e relevante na educação, pois enriquece a experiência de aprendizagem, já que os alunos podem usar seus celulares para acessar uma grande quantidade de recursos educacionais, como aplicativos de aprendizagem, vídeos educativos, livros eletrônicos e sites de conhecimento. Neste trabalho foi utilizado com os alunos o aplicativo suíte GeoGebra, o qual será discutido e comentado mais adiante.

O acesso à informação por meio da internet, que a partir dos anos 90 começou a entrar nas escolas brasileiras, inicialmente como uma ferramenta de pesquisa e administração, vem disseminando informação e tornando-a mais rápido e acessível para todos, as tecnologias digitais tornaram vastos os recursos educacionais disponíveis para alunos e professores em qualquer lugar do mundo. Isso permite que os alunos acessem a uma variedade de materiais de estudo, pesquisem informações, explore plataformas e aplicativos de ensino em que:

> A evolução tecnológica não se restringe apenas aos novos usos de determinados equipamentos e produtos. Ela altera comportamentos. A ampliação e a banalização do uso de determinada tecnologia impõem-se à cultura existente e transformam não apenas o comportamento individual, mas o de todo o grupo social. [...] as tecnologias transformam suas maneiras de pensar, sentir e agir. Mudam também suas formas de se comunicar e de adquirir conhecimentos (Kenski, 2010, p.21).

O ensino com tecnologias permite que os educadores adaptem suas aulas às necessidades das escolas e individuais dos alunos. Com o uso de softwares educacionais e plataformas de aprendizado, online ou off-line, os professores podem oferecer materiais personalizados, atividades e avaliações que se alinham com os estilos de aprendizagem e níveis de habilidade de cada aluno. Com essa facilidade e o engajamento dos alunos, as ferramentas digitais, simulações e realidade virtual, podem tornar o processo de aprendizagem mais interativo e envolvente para os alunos, dessa forma facilita-se a aprendizagem e ajuda-se a manter sua atenção e motivação, com isso torna-se aprendizado mais dinâmico e eficaz. (Abar, 2020).

A colaboração e comunicação também são notadas com o uso de tecnologias digitais, as plataformas online e aplicativos permitem que os alunos se comuniquem e colaborem facilmente entre si e com seus professores.

O uso dos telefones celulares como recurso didático favorece a aprendizagem dos discentes permitindo práticas dinâmicas e atividades interativas. O celular possui alta capacidade de computação, comunicação e, com a evolução da tecnologia, é possível “baixar aplicativos totalmente gratuitos, discutir o uso de animações e simulações computacionais como ferramenta necessária para a educação, dispensando um espaço próprio para a realização de atividades experimentais” (Freitas, 2022, p.23).

Isso facilita o trabalho em grupo, projetos colaborativos e discussões simultâneas, em sala de aula ou à distância. Além disso a integração da tecnologia no ensino ajuda os alunos a desenvolverem habilidades digitais essenciais para o sucesso na sociedade atual, como pensamento crítico, resolução de problemas, comunicação eficaz, colaboração e alfabetização digital. A tecnologia possibilita o aprendizado online, oferecem flexibilidade de horários e locais de estudo. Isso é especialmente importante para alunos que têm dificuldade em frequentar aulas presenciais devido a restrições geográficas, de tempo ou outras limitações. (Soares, 2012)

A competência específica 5 da BNCC de matemática e suas tecnologias para o ensino médio ressalta a importância de diferentes tecnologias no ensino de matemática, levando com isso:

> Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (MEC, 2018, p.533)

As vantagens dos softwares educacionais são a interatividade, uma vez que são interativos com interfase atraentes e bonitas, o que torna o aprendizado mais envolvente e estimulante para os alunos, também o aprendizado pode serem personalizados, dependendo das habilidades de cada aluno são adaptativos e podem se ajustar ao ritmo de aprendizado, oferecendo atividades e conteúdos adequados ao seu nível de habilidade e interesse. Outra vantagem é a acessibilidade, pois podem ser acessados de qualquer lugar com uma conexão à internet, o que permite aos alunos aprenderem no seu próprio ritmo e em seu próprio tempo. Além disso tem-se uma variedade de recursos, podem oferecer uma ampla variedade, como vídeos, jogos, simulações, quizzes, entre outros, que podem atender a diferentes estilos de aprendizagem. (Rodrigues *et al*, 2023).

Como desvantagens tem-se a dependência tecnológica, pois o uso excessivo de softwares educacionais pode criar uma dependência excessiva da tecnologia, além disso tem-se que alguns alunos não conseguem usar o celular para uso educacional, com isso, há falta de concentração nas aulas, desinteresse e uso inadequado do celular nas escolas, outra situação que pode ser prejudicial aos alunos é que a maioria das escolas não possuem acesso à internet, pois alguns softwares educacionais só podem ser acessados com a internet, o que limita o acesso de muitos alunos e instituições. (Figueiredo & Marques, 2023).

Também presente nesse cenário existem os problemas técnicos, já que os softwares educacionais estão sujeitos a problemas, como falhas no sistema ou problemas de conectividade, que podem interferir no processo de aprendizado. Ainda tem-se como fator negativo a falta de interação humana, pois o uso exclusivo de softwares educacionais pode reduzir a interação entre alunos e professores, o que pode ser importante para o desenvolvimento de habilidades sociais e emocionais. (Figueiredo, 2020).

Em resumo, enquanto os softwares educacionais oferecem muitas vantagens em termos de interatividade, acessibilidade e variedade de recursos, é importante considerar também as desvantagens, como dependência tecnológica, custo e problemas técnicos. O uso desses softwares deve ser equilibrado com outras formas de ensino e aprendizagem para garantir uma experiência educacional completa e eficaz.

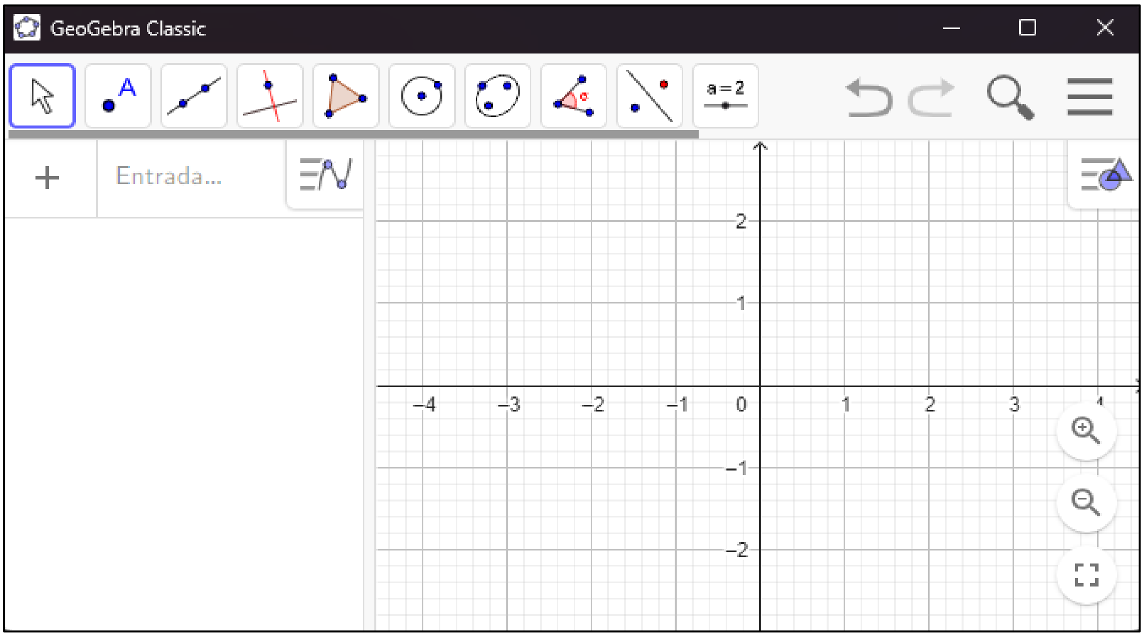
3.6 GeoGebra

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito para todos os níveis de ensino é uma ferramenta e versátil que combina recursos de geometria, álgebra, gráficos, estatística, cálculo, calculadora e outras áreas da matemática em um ambiente bem interativo e dinâmico.

O GeoGebra é um *software* livre, escrito em linguagem Java. O mesmo foi criado em 2001 como tese de doutorado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em sala de aula em todos os níveis de ensino. Atualmente, o GeoGebra é usado em 190 países e traduzidos para 55 idiomas (PUC-SP, 2021).

O GeoGebra está disponível em várias plataformas, incluindo computadores desktop, dispositivos móveis e navegadores da web, tornando-o acessível em uma ampla gama de contextos educacionais e de trabalho, neste trabalho foram utilizados o computador e o smartphone para o ensino de funções afins e quadráticas. Veja na figura 11 a interface do GeoGebra classic utilizado neste trabalho no computador com projeção de data show como apoio para os alunos.

Figura 11: Interface do Geogebra classic

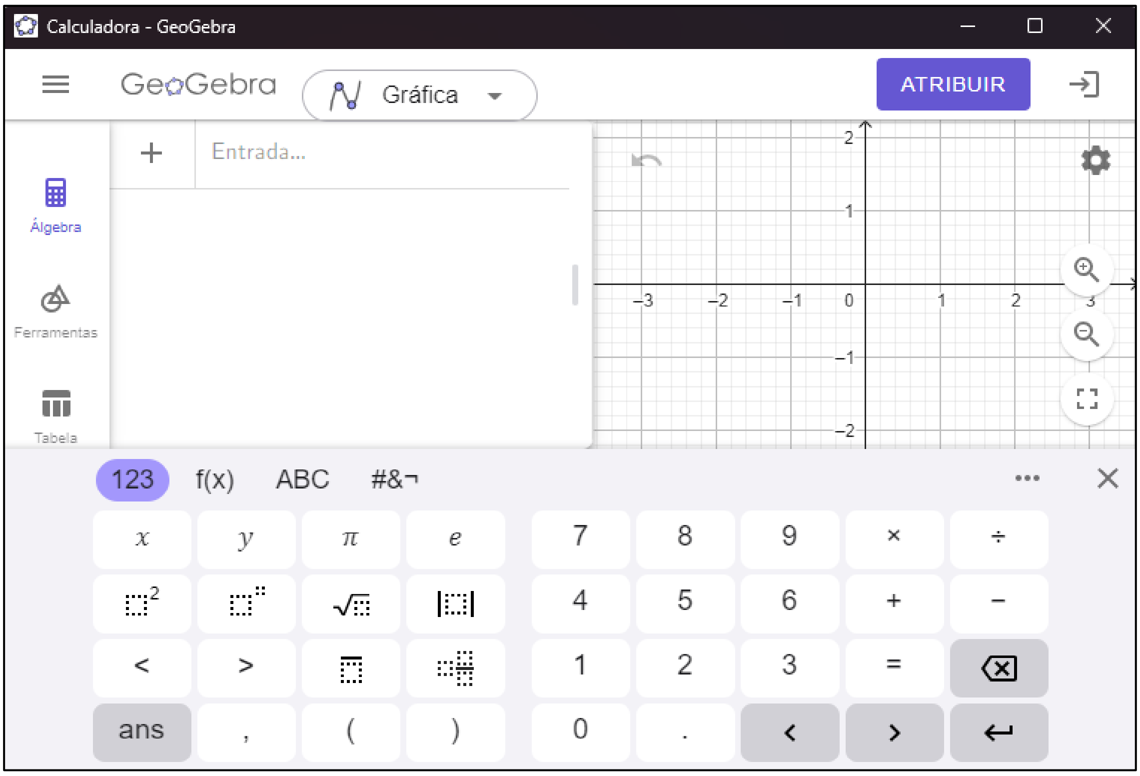


Fonte: *print screen* da tela do computador

O GeoGebra classic 6 é a versão completa que vem com Gráficos, CAS, Geometria, Gráfico 3D, Planilhas, calculadora de probabilidade e modo exame.

O GeoGebra calculadora gráfica é mais simples com comandos diretos, como potenciação, raiz quadrada, esboçar gráficos e algumas sofisticadas como integrais e logarítmicas. Foi usado neste trabalho, pois tem a mesma interface do aplicativo no celular. Também foi projetado no data show para que os alunos acompanhassem o desenvolvimento das aulas e aprendessem a utilizar o aplicativo no smartphone. (Veja figura 12).

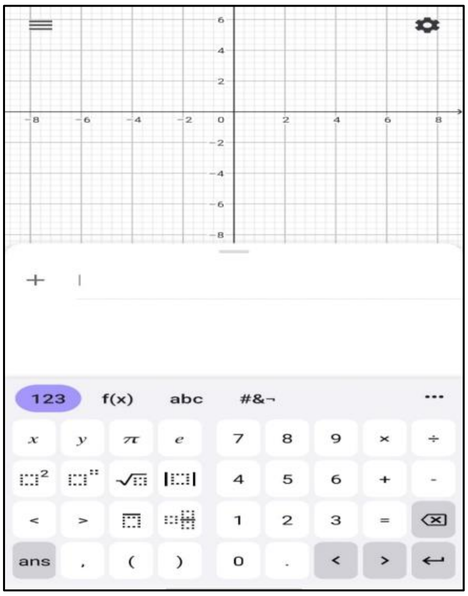
Figura 12: Interface do GeoGebra calculadora



Fonte: *print screen* da tela do computador

Com a projeção do recurso didático GeoGebra calculadora no computador, os alunos começaram a utilizar o recurso didático GeoGebra no celular, que é útil e prático, pois não precisa estar conectado com internet para ser utilizado, e na escola em qual foi aplicado a pesquisa não havia acesso à internet, mas a maioria dos alunos possuem celulares, por isso a escolha do aplicativo. Veja na figura 13 a interface do GeoGebra no celular.

Figura 13: Interface do GeoGebra no celular



Fonte: *print screen* da tela do celular

O GeoGebra é amplamente utilizado por estudantes, educadores e profissionais para visualizar conceitos matemáticos de maneira dinâmica, exploratória e interativa, pois:

> Com o uso do GeoGebra, é possível dinamizar e enriquecer as atividades no processo de ensino aprendizagem da matemática, pois é um software de Geometria dinâmica, onde são contempladas as construções de pontos, vetores, segmentos, retas, funções e secções cônicas. Através do GeoGebra é possível analisar equações, relacionar variáveis com números, encontrar raízes de equações. Permite ainda associar uma expressão algébrica à representação de um objeto da Geometria (Pacheco, 2019, p. 199).

Dessa forma, facilitando, principalmente alunos no entendimento de conceitos básicos de matemática. Alguns dos principais aspectos do GeoGebra como uma ferramenta interativa são a interface intuitiva, já que possui uma interface amigável e intuitiva que permite aos usuários criar e manipular objetos matemáticos de forma fácil e eficiente, com representações elegantes, bonitas e atrativas. A representação visual do GeoGebra tem a capacidade de representar visualmente conceitos matemáticos e suas variações, o que o torna em um ambiente atraente e muito dinâmico. (Lieban, 2023).

Os usuários podem criar gráficos no plano, em ambiente 3D, figuras geométricas, funções, equações e muito mais, e manipulá-los dinamicamente para explorar diferentes aspectos e propriedades, mudando cores, estilos, fonte para melhor visualização e interatividade. (Baldin, 2023).

O GeoGebra permite que os usuários interajam com os objetos matemáticos que criaram. Eles podem arrastar pontos, modificar parâmetros, alterar valores e observar instantaneamente como essas mudanças afetam outras partes do sistema. Essas mudanças são importantes, pois os alunos conseguem visualizar várias situações em um pequeno intervalo de tempo, consolidando conceitos e definições de forma pratica e interativa. (Dantas, 2023)

Um, entre tantos, exemplos que pode ser explorado com o GeoGebra na matemática é a habilidade EF03MA16 - Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais da BNCC, que recomenta o uso de tecnologias digitais para reconhecer figuras congruentes usando sobreposição, malhas quadriculadas e malhas triangulares. Nessa situação o uso do GeoGebra é uma excelente ferramenta para a exploração desses conceitos.

Nesse sentido construções dinâmicas facilitam para o entendimento de objetos que se ajustam automaticamente às mudanças feitas em outros objetos relacionados. Isso é particularmente útil para explorar relações entre diferentes partes de um problema matemático, com isso pode-se visualizar padrões, testar conjecturas, descobrir relações e desenvolver intuições sobre uma ampla variedade de tópicos matemáticos.

Além de sua funcionalidade de visualização, o recurso didático GeoGebra também oferece ferramentas eficazes para análise e cálculo, neste trabalho foram explorados traçados gráficos de funções polinomiais do 1° grau e 2° grau, calculado as raízes reais, vértices, tabelas e realizados outras operações matemáticas.

Os estudos anteriores sobre o uso do GeoGebra no ensino de matemática mostram a importância desse software no desenvolvimento de conhecimentos matemático, desde operações básicas até impressões 3D. (Monzon & Basso, 2019). Muitos trabalhos acadêmicos de graduação e pós graduação de instituições públicas e privadas foram produzidos e criados no software GeoGebra. O programa de mestrado PROFMAT até 04/2024 possuia 433 títulos envolvendo trabalhos de conclusões de curso com ênfase no GeoGebra. Esses trabalhos mostram estudos e pesquisas relevantes para o ensino da matemática.

4. METODOLOGIA

4.1 Procedimentos

A metodologia da pesquisa é experimental do tipo qualitativa-quantitativa, quanto aos objetivos é de uma pesquisa de campo e em relação aos procedimentos é um estudo de caso.

A pesquisa foi realizada de 24 de agosto de 2023 a 23 de novembro de 2023, na escola EEEM Ecila Pantoja da Rocha, localizada no município de Moju-Pa. A escola funciona em tempo integral de 07:00 h às 16:00 h e tem um total de 196 alunos, desses 39 são alunos da zona rural. Os participantes da pesquisa são alunos do 1° ano do ensino médio com idades variando entre 15 e 18 anos (16,15±0,74).

No dia 24 de agosto de 2023, em 3 aulas com duração de 50 minutos, foram apresentadas 15 questões diagnósticas de função polinomial do 1° grau (afim) e função polinomial do 2° grau (quadrática), aplicadas à duas turmas do 1° ano do ensino médio M1INI01 e M1INI02. Essas questões foram retiradas do site Portal da Matemática, disponível no seguinte endereço eletrônico: https://portaldaobmep.impa.br, dos níveis de exercícios introdutórios, fixação e aprofundamento. Nesse dia também foi entregue e explicado sobre o termo de consentimento (Anexo 2) para os alunos e pedido para que seus pais assinassem.

Após isso foi explicado para os alunos que esse seria um teste de desempenho 1 e após os estudos dos assuntos iriam refazer o teste desempenho 2 com objetivo de comparar seus resultados e conhecimentos. Para visualizar o teste desempenho veja Anexo 1.

Para realizar o teste de desempenho 1 alunos consideraram incomum, pois não se tinha entendimento dos assuntos, e perguntavam, como conseguiriam resolver um teste, se não haviam estudado o assunto. Observou-se que alguns estavam inseguros, com medo. Mas foi reiterado que era para resolver as questões da forma que conseguissem, sem preocupação e em seguida notou-se que alguns alunos atentos, em uma pequena leitura, recorrendo a um pouco de raciocínio lógico renderia desenvolver algumas das questões, uma vez que alguns tinha conhecimento de equação do 1° grau e principalmente do 2º grau.

Alguns alunos das turmas M1INI01 e M1INI02 desenvolveram as questões entre 20 ou 30 minutos, observou-se que esses não conseguiram desenvolver sem conhecimentos prévios, outros levaram de 60 a 120 minutos, esses tentaram e uma menor parte o tempo estimado para terminar o teste que era um período de três aulas de 50 minutos, notou-se que esses usaram todos os recursos possíveis para chegar no resultado.

Nessa aula foi pedido para os alunos da turma M1NI02 baixar o aplicativo suíte GeoGebra calculadora em seus smartphones, uma vez que para essa turma iria ser aplicado o ensino de funções afim e quadrática usando o aplicativo.

Verificou-se que na turma M1NI01 compareceu 27 alunos e na turma M1N102 compareceu 26 alunos. Porém para efetivação do trabalho final, foi considerado 24 alunos em cada turma, os quais compareceram nos dois testes de desempenho. Veja na figura 14 os alunos desenvolvendo o teste de desempenho 1.

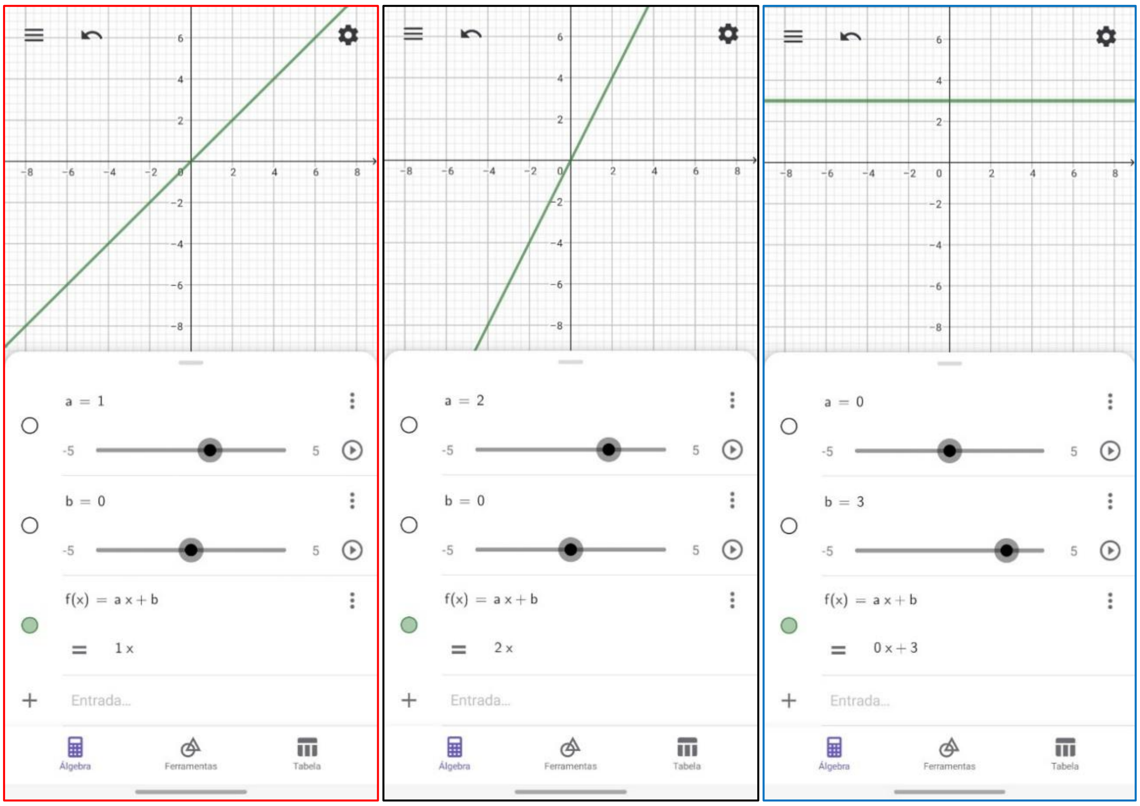
Figura 14: Aplicação dos testes nas duas turmas

Fonte: Acervo do autor

No dia 31 de agosto de 2023, com os alunos da turma M1NI02, nas 3 primeiras aulas, foi apresentado a ementa do assunto que os alunos iriam estudar, função polinomial do 1° grau, gráfico de uma função polinomial do 1° grau, raiz real de uma função polinomial do 1° grau, função polinomial do 1° grau crescente e decrescente, proporcionalidade e a função linear e modelo linear. Em seguida foi explicado como iria ser desenvolvido a metodologia usando tecnologias educacionais por meio do recurso didático suíte GeoGebra Calculadora no celular, feito isso, realizou-se uma breve introdução de função do 1° grau no quadro e foi mostrado alguns problemas que são modelados por função afim.

Logo em seguida foi pedido para os alunos abrirem o aplicativo GeoGebra e com uso do computador e data show mostrou-se para eles como utilizar os recursos do aplicativo GeoGebra e em seguida pedido para digitar a função $f(x) = ax + b$, que aparece da seguinte forma no smartphone, veja figura 15:

Figura 15: Função do 1º grau no aplicativo GeoGebra



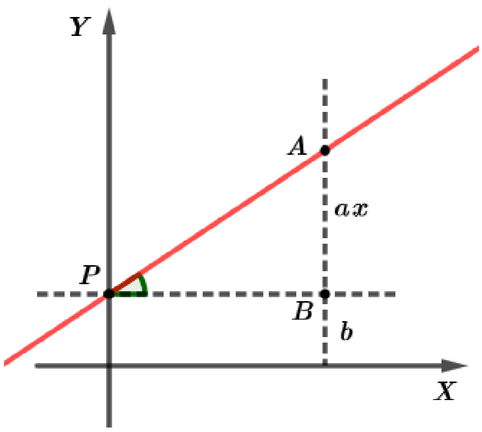
Fonte: *print screen* da tela do telefone

Observou-se com a visualização no aplicativo GeoGebra que os alunos tiveram um melhor entendimento dos coeficientes a e b, nesse caso, taxa de variação e coeficiente linear, respectivamente. Foi comentado e observado pelos alunos que o gráfico de uma função afim é uma reta, esse fato foi mostrado por meio de uma animação no computador utilizando o aplicativo suíte GeoGebra, que tomando-se três pontos distintos A, B e C na reta, mostra-se que a distância de A até B mais a distância de B até C é igual a distância de A até C.

Com recurso didático GeoGebra no celular foi mostrado para os alunos através do seguinte exemplo, usando o controle deslizante o aluno visualizou para $a = 2$ e $b = 4$ que resulta na função $f(x) = 2x + 4$, e que para qualquer valor real de a e b o gráfico seria sempre uma reta. E um argumento mais forte para mostra isso é o seguinte, dada a função $f(x) = ax + b$, no plano cartesiano, quando $x = 0$ o valor da função é b, logo $P = (0, b)$ e tome $A = (x, ax + b)$ para estar no gráfico da função. Note que o ponto b é fixo e o ponto A varia de acordo com x. Escolha o ponto A que está no gráfico da função, trace uma reta horizontal que passe por P e uma vertical que passe por A encontrando-se o ponto de interseção B. Note que a ordenada de B é a mesma de P, que é igual a b, logo a distância de A a B é exatamente ax e a medida de P a B é abscissa de B, que é igual a x. Portanto considerando o triângulo APB e fazendo a razão $\frac{AB}{PB}$ tem-se: (Veja figura 16)

$$\frac{AB}{PB} = \frac{ax}{x} = a$$

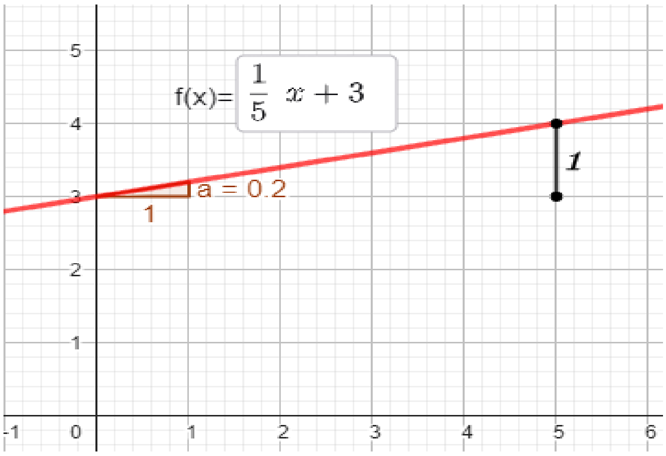
Figura 16: Reta no plano.



Fonte: Elaborado pelo autor

Dessa forma $A\hat{P}B$ é um ângulo constante, como P é fixo então A só pode se mover sobre uma reta. Para visualizar o coeficiente a no gráfico basta calcular $f(1) = a + b$, logo o coeficiente a da função afim significa exatamente quanto a função cresce ou decresce quando x varia de uma unidade. Com isso o aluno deve adquirir habilidade de quando estiver diante de uma função afim, por exemplo da forma $f(x) = \frac{1}{5}x + 3$, olhar primeiramente para $b = 3$, que em problemas práticos é chamado de valor inicial, e que deslocando-se no 5 unidades para direita o aumento y será 1 unidade na vertical a partir da ordenada 3. Veja figura 17:

Figura 17: Reta da função $f(x) = \frac{1}{5}x + 3$

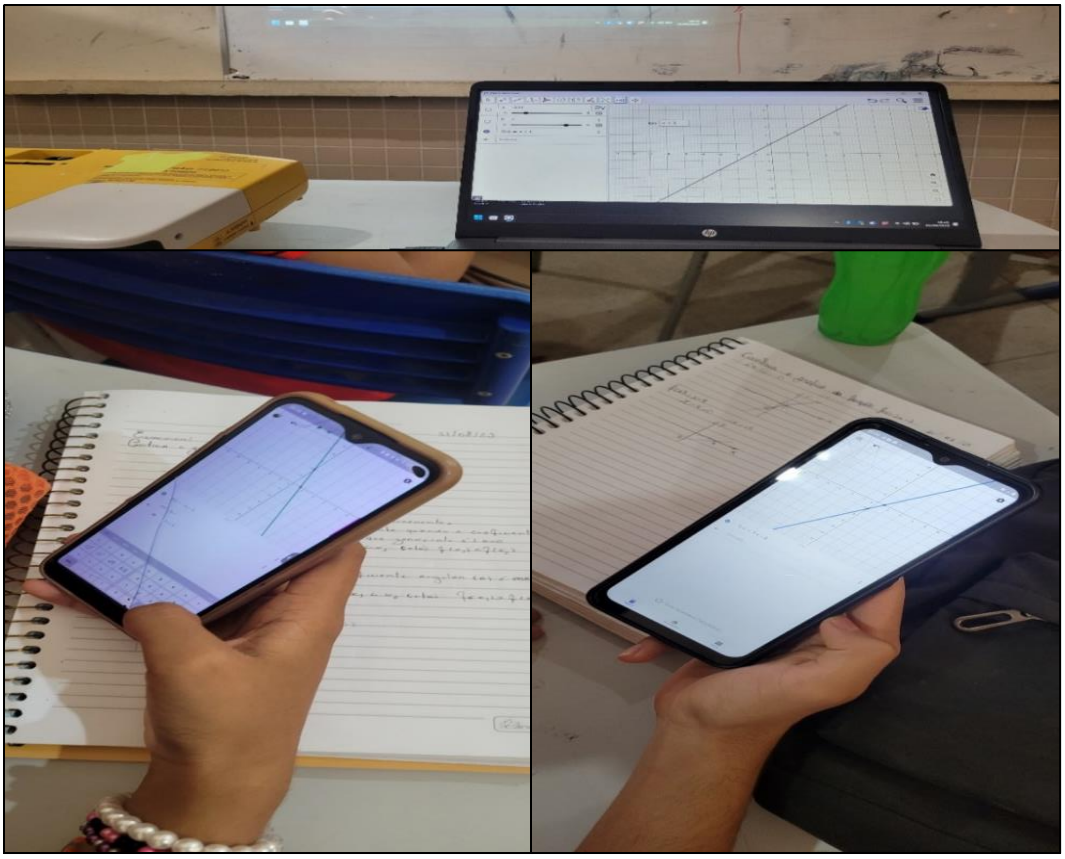


Fonte: Elaborado pelo autor

Esse fato mostra a caracterização da função afim, pois a partir de qualquer outro valor de x, deslocando-se 5 unidades para a direita o deslocamento (aumento) na vertical será sempre de 1 unidade, isto é, aumentos iguais dados a x correspondem aumentos iguais de y.

Notou-se também um bom entendimento com relação aos casos particulares da função $f(x) = ax + b$, função identidade em que os alunos colocaram o valor de $a = 1$ e $b = 0$, implicando $f(x) = x$, função linear em que $a \neq 0$ e $b = 0$, resultando $f(x) = ax$ e função constante com $a = 0$ e $b \neq 0$, que resulta $f(x) = b$. Além disso, observaram as translações do tipo $f(x) = x + b$. Com a manipulação do controle deslizante pode-se transitar por todos os casos e ter, em muitos casos, obter sua própria interpretação. Notou-se também que os alunos entenderam com tranquilidade a ideia de função crescente e decrescente, no aplicativo perceberam que se $a > 0$ a função seria crescente e se $a < 0$ a função seria decrescente e constante quando $a = 0$.

Figura 18: Conceitos de função polinomial do 1°grau no aplicativo GeoGebra



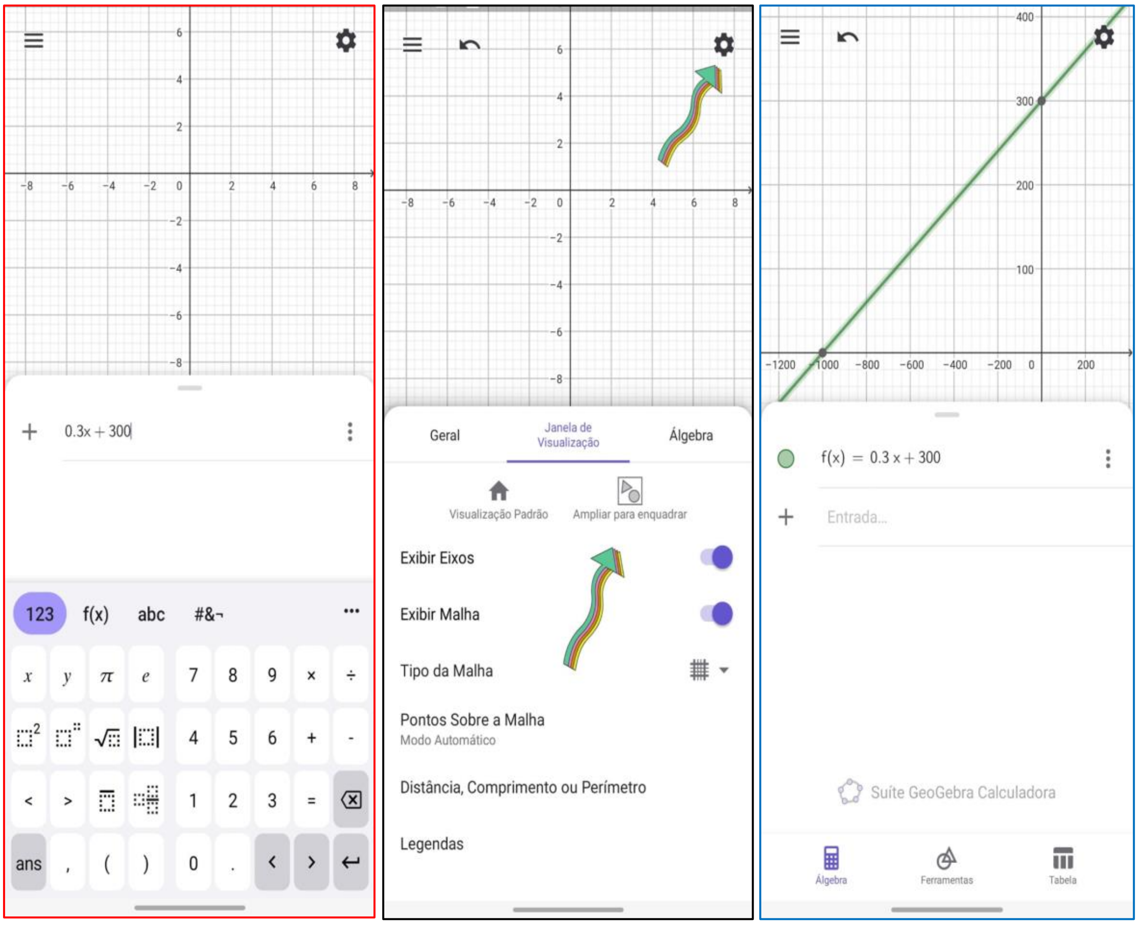
Fonte: Acervo do autor

Já para a turma M1NIN01, nas três últimas aulas foram explicados todos esses conceitos, mas de forma estática e sem visualização dinâmica e atrativa, percebeu-se que o entendimento desses conceitos para a turma que usou o aplicativo GeoGebra foi bem mais rápido e atrativo que para a turma que foi ensinado apenas no quadro. Na figura 18 mostra-se o uso do GeoGebra no computador e data show e os alunos usando o aplicativo no celular.

No dia 14 de setembro de 2023, foi mostrado para os alunos da turma M1NI02 em três aulas de 50 minutos como encontrar a raiz real de uma função polinomial do 1° grau, também foi realizado um trabalho avaliativo com problemas de função polinomial do 1° grau em que os alunos usaram o aplicativo GeoGebra para visualizar as resoluções das questões. Notou-se maior participação dos alunos nessa atividade, uma vez que poderiam analisar suas respostas do caderno em um aplicativo de forma dinâmica e isso tornou a aula mais interessante e significativa.

Em uma das questões os alunos deveriam chegar em uma função do tipo $f(x) = 0{,}3x + 300$ para fazer a análise de vários conceitos, de imediato colocada no aplicativo suíte calculadora GeoGebra não aparece seu gráfico, porém quando clicado nas configurações aparece a opção ampliar para enquadra e assim aparece o gráfico da função, como mostra a figura 19.

Figura 19: Função afim, usando a opção ampliar para enquadrar



Fonte: *print screen* da tela do celular

Com essa possibilidade os alunos notaram que poderiam analisar o gráfico de qualquer função, inclusive nessa chegaram à conclusão que o valor inicial, isto é quando $b = f(0)$ é 300 e o coeficiente b sempre vai intersectar o eixo OY, concluíram também que a raiz da função é igual a -1000 vericando neste caso que a raiz é determinada pela interseção com o eixo OX, além de concluírem que a função é crescente, pois $a > 0$ e entenderam que a taxa de variação sempre é constante variando intervalos iguais. Para a turma M1NI01 foi ministrado 3 aulas de 50 minutos em que foi ensinado no quadro como encontrar o zero ou raiz de uma função afim e em seguida foi entregue o mesmo trabalho da turma M1NI02 para praticarem os conceitos estudados.

Observou-se que o desempenho e a motivação para resolver as questões não foram satisfatórias, depois de certo tempo os alunos mostraram-se cansados e sem interesse em entender os conceitos, apenas estavam resolvendo de forma automática. Na figura 20 é possível observa os alunos desenvolvendo o trabalho avaliativo e a explicação para o entendimento e a resolução dos problemas projetado por meio do data show para visualização de todos.

Figura 20: Trabalho avaliativo função afim usando o GeoGebra

Fonte: Acervo do autor

No dia 21 de setembro de 2023, para a turma M1NI02 em 3 aulas de 50 minutos foi realizada no GeoGebra aplicações de alguns problemas envolvendo os conceitos de função polinomial do 1° grau. Nessa aula observou-se que os alunos já possuíam facilidade para utilizar o aplicativo e verificar as soluções, inclusive justificando a resposta para outros valores, com isso percebeu-se que a noção de função estava bem estruturada, notaram que para cada valor de x teria um único valor correspondente $f(x) = y$ e que o conjunto de todos os pares (x, y) formaria a reta, a lei da função seria sempre da forma $f(x) = ax + b$ e isso valeria para qualquer valor que imaginassem, diferentemente, do ensino tradicional, que os alunos usam poucos valores para x e normalmente números naturais, no aplicativo foi mostrado que para um número x irracionais também vale a correspondência e esse par ordenado (x, y) estaria na reta.

Nesta aula observou-se também certa facilidade em analisar o valor inicial de uma função polinomial do 1° grau, raiz real de uma função, bem como situações do tipo em que dado o gráfico da função encontrar sua lei de formação. Os problemas de corrida de táxi, vendas, reservatória de água presentes com frequência no ensino de função polinomial do 1° grau tiveram melhor entendimento e facilidade de analisar o resultado com o aplicativo GeoGebra, Veja figura 21. Para a turma M1NI01 foi aplicado o mesmo trabalho em três aulas de 50 minutos e verificou-se que alguns alunos já tinham domínio de encontrar os coeficientes, encontrar a raiz, dizer se a função é crescente ou decrescente, mas para resolver problemas tiveram dificuldades, principalmente, sobre interpretar os resultados.

Figura 21: Aplicação de problemas para a turma M1NI02 de função afim no GeoGebra

Fonte: Acervo do autor

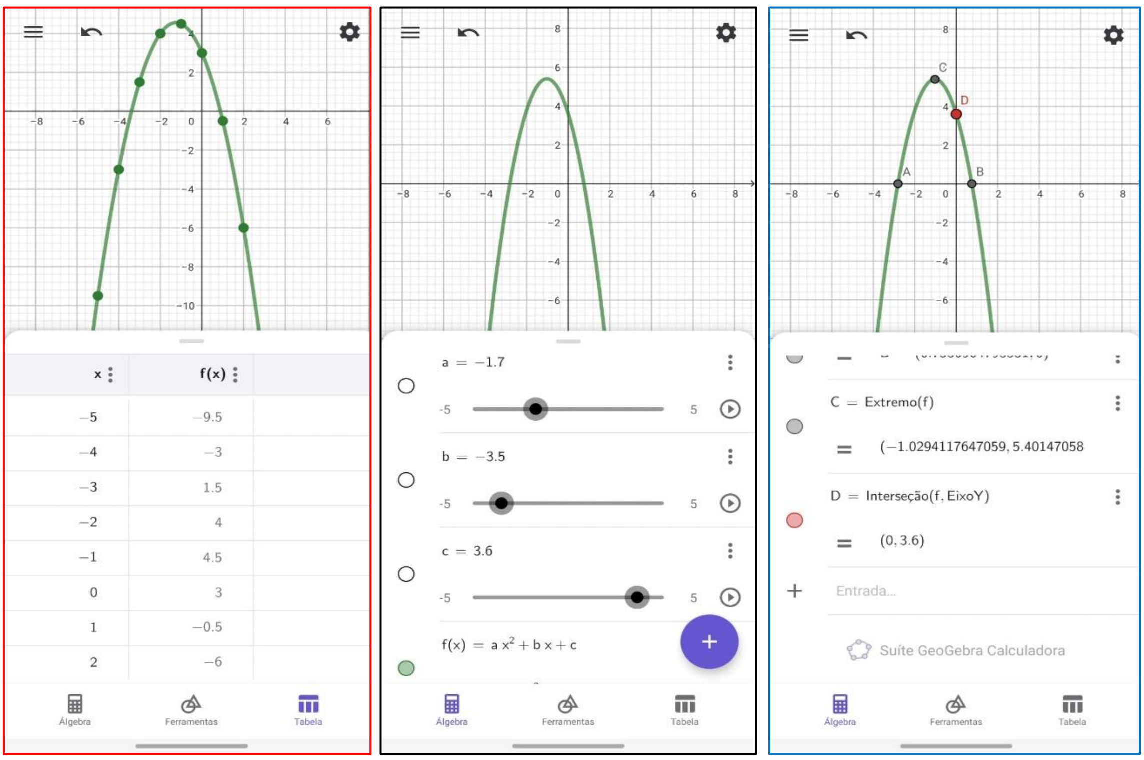
No dia 19 de outubro de 2023, em três aulas de 50 minutos para a turrma M1NI02 foi realizada a introdução à função polinomial do 2° grau, em seguida foi pedido para os alunos colocarem no aplicativo suíte calculadora GeoGebra a função

$f(x) = ax^2 + bx + c$, em que foi analisado tabelas para construção de gráficos, os coeficientes $a \neq 0$, b e c. Notou-se que se $a > 0$ a função é crescente e a função tem concavidade voltada para cima, se $a < 0$ a função é decrescente e tem concavidade voltada para baixo.

Em relação ao coeficiente b analisou-se que se $b > 0$ a parábola intersecta o eixo OY no ramo crescente, se $b < 0$, a parábola intersecta o eixo OY no ramo decrescente e se $b = 0$ a parábola intersecta o eixo OY no vértice. Já o coeficiente c de uma função polinomial do 2° grau corresponde a ordenada do ponto em que seu gráfico intersecta o eixo OY.

Constatou-se que os alunos tiveram um entendimento claro desses conceitos e ficaram motivados no decorrer da aula. Para turma M1NI01 em três aulas de 50 minutos foi explicado conceitos em relação aos coeficientes, mas os alunos tiveram dificuldades para esboçar gráfico, visualizar o que acontece com o coeficiente a, b e c quando positivo ou negativo comparando com a turma que teve essa visualização no aplicativo GeoGebra. Veja na figura 22 a representação da tabela e os pontos especiais da função quadrática.

Figura 22: Função quadrática no aplicativo GeoGebra



Fonte: *print screen* tela do telefone

Como mostra a figura acima os alunos analisaram as tabelas feitas no caderno e sua visualização no aplicativo, moveram o controle deslizante mudando os valores dos coeficientes muitas vezes em curto intervalo de tempo, dessa forma analisou-se e visualizou-se o que acontece no gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ e sua relação com valores tabelados. Veja figura 23:

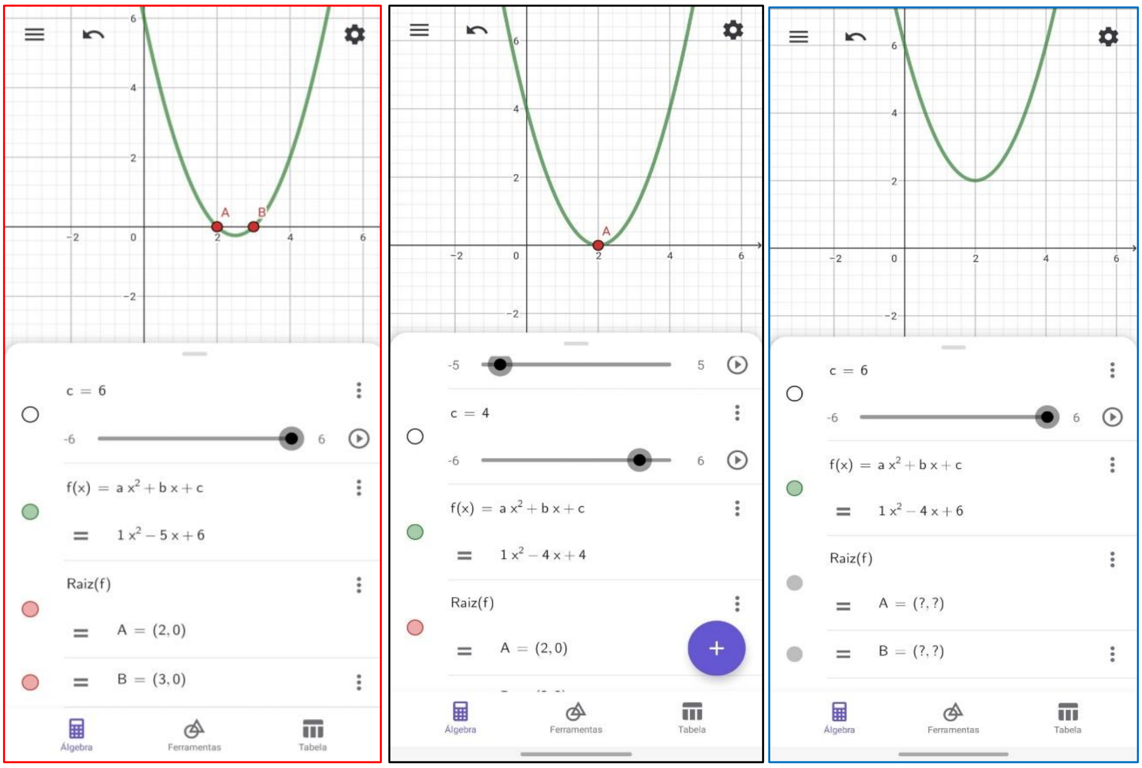
Figura 23: Introdução à função quadrática no aplicativo GeoGebra

Fonte: Acervo do autor

No dia 26 de outubro de 2023, nas três aulas de 50 minutos na turma M1NI02, estudou-se as raízes reais de uma função polinomial do 2° grau de forma que o aluno visualizou-se no aplicativo GeoGebra, graficamente, analisou que as raízes reais correspondem às abscissas dos pontos em que o gráfico intersecta o eixo OX. De fato, observou-se, que as raízes de uma função quadrática analisada no gráfico tem-se um melhor entendimento pelos alunos.

Mostrou-se também a relação do valor de delta com o comportamento do gráfico da função polinomial do 2° grau. Analisou-se os casos em $\Delta > 0, \Delta = 0$ e $\Delta < 0$ verificando-se que se $\Delta > 0$ a função polinomial do 2° grau possui duas raízes reais e distintas e o gráfico da função intersecta o eixo OX nos pontos $(x_1, 0)$ e $(x_2, 0)$. Se $\Delta = 0$ a função polinomial do 2° grau possui duas raízes reais e iguais e o gráfico intersecta o eixo OX em um único ponto, de abscissas $x_1 = x_2$ e ordenada 0 e se $\Delta < 0$ a função polinomial do 2° grau não possui raízes reais e o gráfico não intersecta o eixo OX. Com essas analises os alunos conseguiram entender que resolver uma equação do 2° grau, com $\Delta \geq 0$, estavam calculando as raízes de uma função do 2° grau e compreendendo seu significado graficamente. Na figura 24 é possível analisar o gráfico quando $\Delta > 0, \Delta = 0$ e $\Delta < 0$, respectivamente.

Figura 24: Raízes reias da função quadrática no aplicativo GeoGebra.



Fonte: *print screen* da tela do celular

Com a visualização das raízes no aplicativo GeoGebra percebeu-se os alunos mais interessados na aula, principalmente, após o cálculo algébrico no caderno e a constatação do resultado no smartphone. Para a turma M1NI01 foi ministrado três aulas de 50 minutos com objetivo de ensinar raízes de uma função polinomial do 2° grau. Notou-se que os alunos compreenderam, mas tiveram pouca interação na aula comparada com outra turma. Também nessa aula foi mostrado para as duas turmas como colocar uma função $f(x) = ax^2 + bx + c$ na forma canônica $f(x) = a(x-k)^2 + m$ e calcular as raízes, por exemplo na função $f(x) = x^2 - 4x - 5$, completando quadrado tem-se:

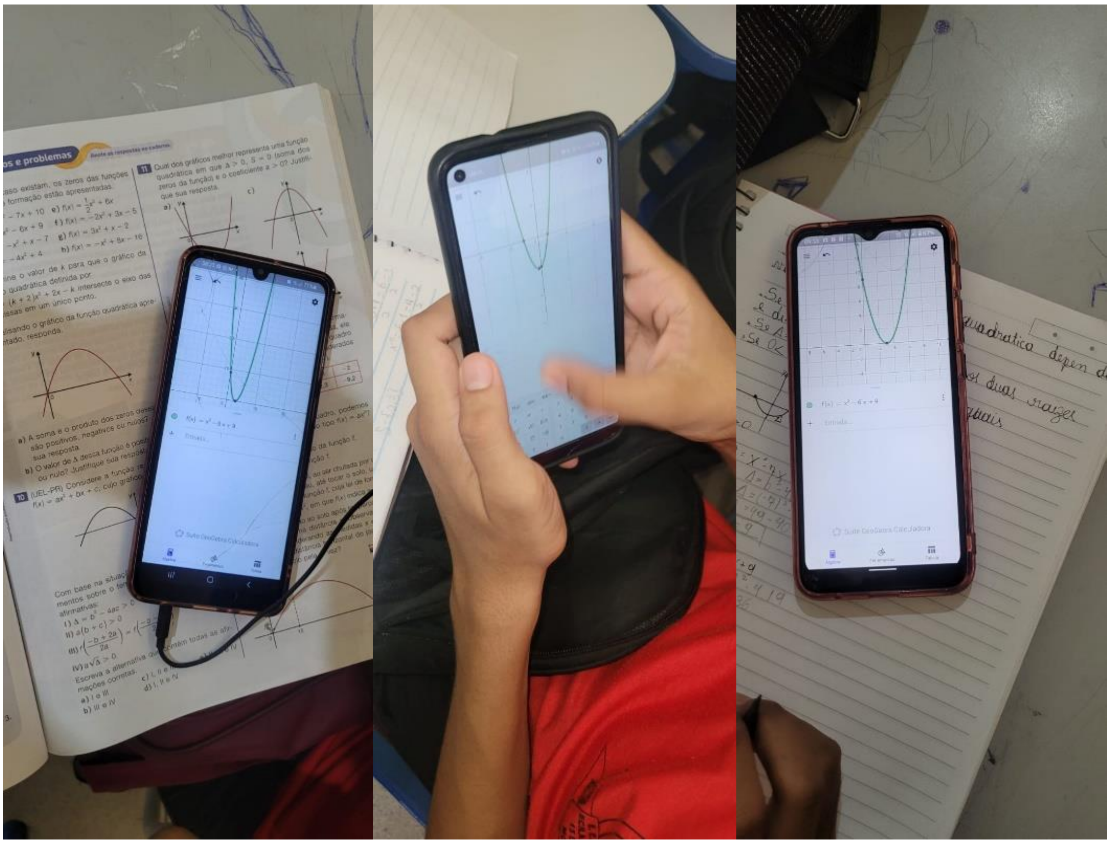
$$f(x) = (x-2)^2 - 9, \text{ fazendo } f(x) = 0, \text{ resulta } (x-2)^2 - 9 = 0 \Rightarrow$$

$$(x-2) = \pm\sqrt{9} \Rightarrow$$

$$(x-2) = \pm 3$$

Logo $x_1 = 3 + 2 = 5$ e $x_2 = -3 + 2 = -1$. Portanto as raízes são -1 e 5. Veja figura 25:

Figura 25: Raízes de função quadrática no GeoGebra



Fonte: Acervo do autor

No dia 30 de outubro de 2023, em três aulas de 50 minutos para a turma M1NI02 foi analisado o vértice de uma função polinomial do 2° grau. Mostrou-se para os alunos o eixo de simetria e como calcular e encontrar o vértice da parábola diretamente pelas fórmulas $x_v = \frac{-b}{2a}$, $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ e sua visualização no aplicativo GeoGebra, também mostrou-se que escrevendo a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ na forma canônica é possível encontrar o valor de máximo ou mínimo da função. Como exemplo os alunos calcularam o máximo da função $f(x) = -x^2 + 14x - 38$ por meio da forma canônica.

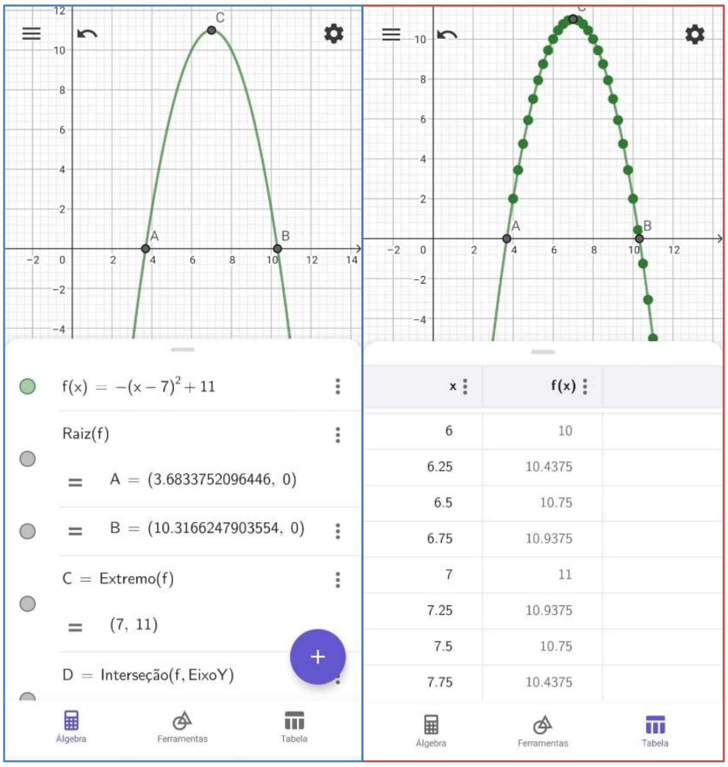
$$f(x) = -(x^2 - 14x + 38)$$

$$f(x) = -(x^2 - 14x + 49 - 49 + 38)$$

$$f(x) = -(x - 7)^2 + 11$$

Logo quando $x = 7$, $f(x) = 11$ que é o valor de máximo da função, pois qualquer valor para x resulta em $f(x) < 11$. A visualização desse exemplo no aplicativo GeoGebra ficou claro para maioria dos alunos. Veja figura 26:

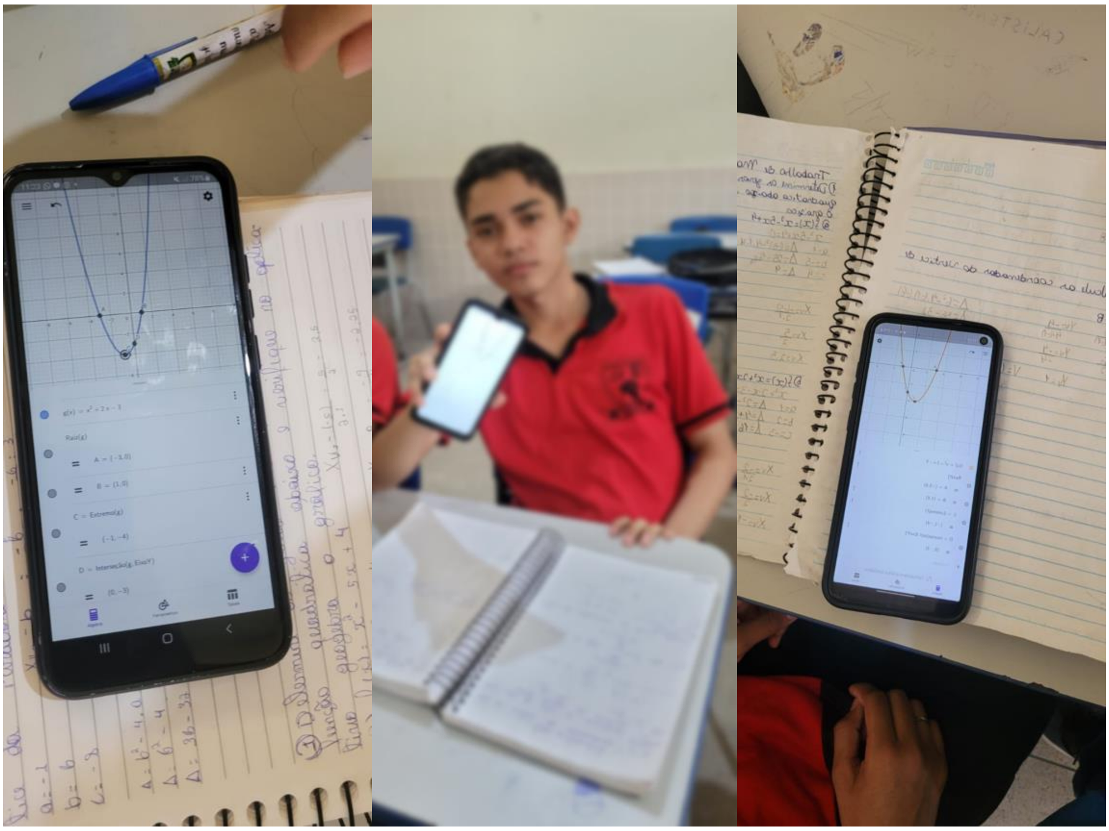
Figura 26: Exemplo de função quadrática na forma canônica



Fonte: *print screen* do GeoGebra

Para a turma M1NI01 foi ensinado em três aulas de 50 minutos como calcular o vértice de uma função quadrática. Notou-se pouca interação e motivação da turma para desenvolver os cálculos, muitos alunos conseguiram usar a fórmula $\left(x_v = -\frac{b}{2a}, y_v = -\frac{\Delta}{4a}\right)$, mas para visualizar no gráfico e usar a forma canônica, tiveram dificuldades. Veja figura 27:

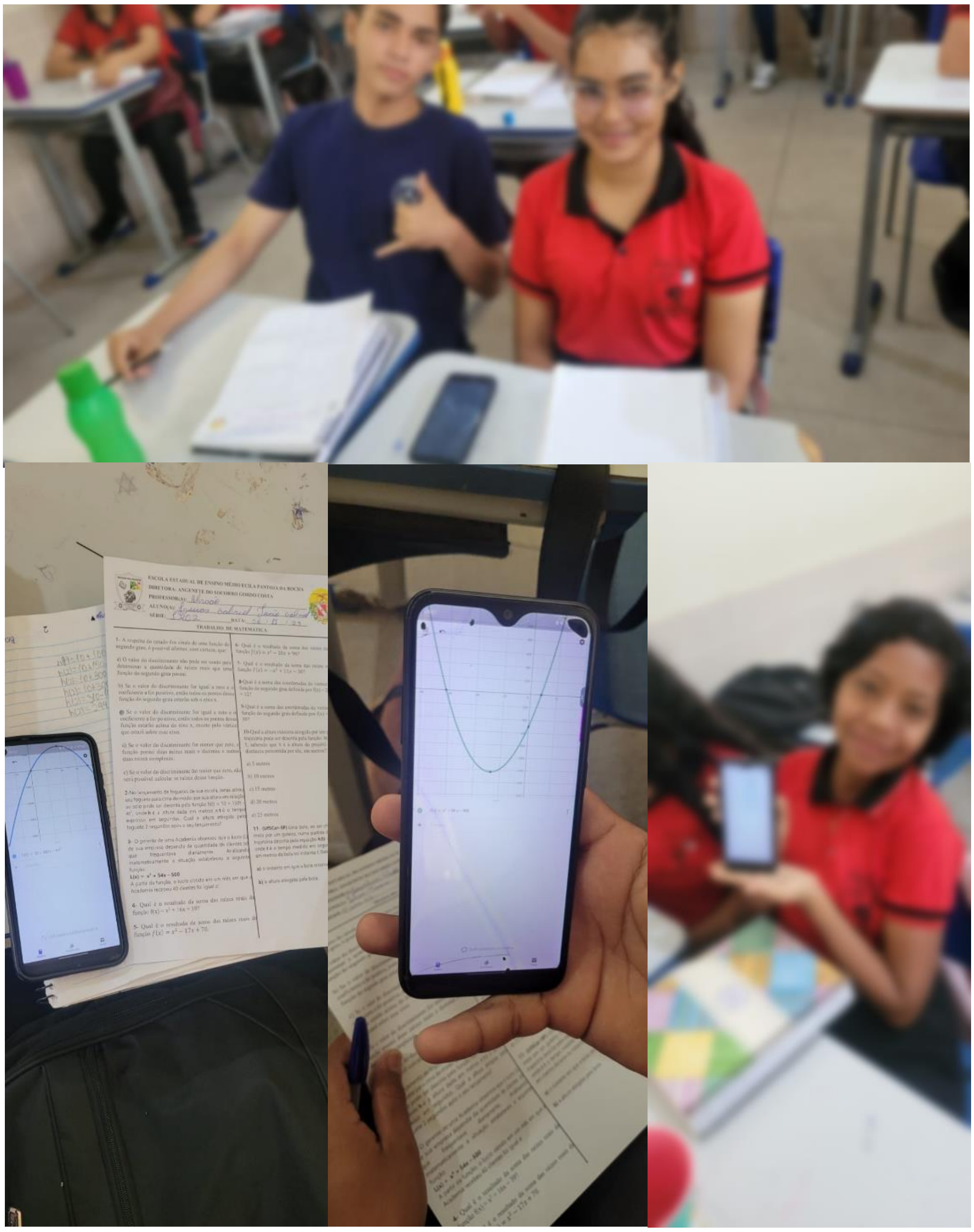
Figura 27: Vértice da parábola no aplicativo GeoGebra



Fonte: Acervo do autor

No dia 06 de novembro de 2023, nesta aula foi realizado com a turma M1NI02 um trabalho avaliativo com problemas de função polinomial do 2° grau e a visualização dos resultados no aplicativo GeoGebra em que os alunos puderam inferir e argumentar nos resultados. Problemas do tipo identificação dos coeficientes, encontrar as raízes reais da função quadrática, dado o gráfico identificar a lei de formação, intersecção de funções, problemas de máximos e mínimos usando a fórmula e a forma canônica, esses problemas foram analisados e entendidos pelos alunos, que observaram que com a visualização no aplicativo calculadora suíte GeoGebra as questões possuíam mais significado e eram mais interessantes para eles, veja figura 28. Para a turma M1NI01 foi aplicado o mesmo trabalho, porém alguns alunos tiveram dificuldades para entender e compreender o que o comando das questões pedia e seus resultados foram analisados de maneira estática e tradicional.

Figura 28: Aplicação de problemas de função quadrática no aplicativo GeoGebra



Fonte: Acervo do autor

No dia 23 de novembro de 2023 foi realizado a aplicação final do trabalho (desempenho 2) verificou-se que os alunos da turma M1NI02 tinham mais domínio de conteúdo e segurança para responder as questões. Enquanto que a turma M1NIO1, não conseguiram interpretar alguns problemas e esqueceram de alguns conceitos. Na figura 29, é possível observa os alunos desenvolvendo o teste de desempenho 2.

Figura 29: Alunos da turma M1NI01 e M1NI02

Fonte: Acervo do autor

Essas aulas foram baseadas e tiveram como referência as habilidades da BNCC: EM13MAT101- Interpretar criticamente situações, sociais e fatos relativos às ciências da natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais. EM13MAT404- Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabelas do imposto de renda, contas de luz, água, gás etc.) em suas representações algébricas e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento e convertendo essas representações de uma para a outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais. EM13MAT302- Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1° e 2° graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais, EM13MAT501- Investigar relações entre números expressos em tabelas para representa-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1° grau. EM13MAT401- Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1° grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. EM13MAT510- Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias de informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada. EM13MAT502- Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2° grau do tipo $y = x^2$. EM13MAT503- Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais. EM13MAT506- Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.

Essas aulas relacionaram temas contemporâneos transversais como educação ambiental, educação para o consumo, saúde, educação em diretos humanos, educação financeira, educação fiscal, esses temas estavam presentes em exercícios e trabalhos em salas de aula. As aulas tiveram como base o livro o LIMA, E. L. Números e funções reais. SBM,2013 (**Coleção PROFMAT**), além de matérias do portal da matemática.

4.2 Análise de Dados

Para realizar as análises quantitativa as ferramentas estatísticas utilizadas foram o aplicativo web Stimation Stats, estatísticas de estimativa, ou simplesmente estimativa, encontrada no endereço eletrônico https://www.estimationstats.com. O Stimation Stats é uma estrutura de análise de dados que usa uma combinação de tamanhos de efeito, intervalos de confiança, planejamento de precisão e meta-análise para planejar experimentos, analisar dados, interpretar resultados e gerar os gráficos. (Claridge-Chang, A., & Assam, P. 2016).

O d de Cohen é a diferença média entre dois grupos, dividida pelo desvio padrão combinado de ambos os grupos. Utiliza-se o d de Cohen quando se avalia as diferenças nos escores de dois grupos independentes, ou analisa as diferenças de um mesmo grupo antes e depois da intervenção. É uma medida de tamanho de efeito que informa quantos desvios-padrão (DP) de diferença existem entre os resultados dos dois grupos em comparação, além de ser uma medida importante para apresentar a magnitude da diferença entre dois grupos, tendo com referências para análises de tamanho de efeito os seguintes valores: Um d de Cohen de 0,2 a 0,49 é considerado um tamanho de efeito pequeno; de 0,5 a 0,8 é considerado um tamanho de efeito médio e acima de 0,8 é considerado um tamanho de efeito grande. (Sousa,2018).

No presente trabalho o Stimation foi usado para calcular o d de Cohen intragrupo (alunos da mesma turma) e entre grupos (alunos de turmas diferentes). Foram analisados o tamanho do efeito, comparação de desempenho dos testes pré e pós na turma M1NI01 em que os alunos estudaram de modo tradicional e M1NI02 em que os alunos estudaram com o aplicativo GeoGebra. Na análise entre grupos (alunos de turmas diferentes), utilizou-se o delta. (pós-pré teste) de cada turma para calcular o d de Cohen e analisar qual o tamanho do efeito entre as turmas pós intervenção e verificar se há diferença significativa estatisticamente.

Além disso, foi utilizado o SPSS (Statistical Packge for Social Sciences) que é um software estatístico que permite a utilização de dados em diversos formatos para gerar relatórios, calcular estatísticas descritivas, conduzir análises estatísticas complexas e elaborar gráficos (Santos, 2018). Foi usado neste trabalho para análise do teste T de duas amostras independentes. Foi analisado a preferência por matemática, neste caso, para analisar se existe significância estatística no desempenho dos alunos que afirmaram não gostar de matemática e usaram o aplicativo GeoGebra comparado com os alunos que estudaram de forma tradicional e afirmaram não gostar de matemática. Justifica-se a escolha dessas ferramentas pela eficácia e segurança nos resultados, facilidade na entrada de dados, ampla quantidade de testes implementados, possibilidade de realizar testes simultâneos, criação de base de dados e comparação de grupos de casos.

5. RESULTADOS

O resumo descritivo, por turma, de todas as variáveis é exibido na Tabela 1. Foi observado que a maioria dos alunos não gostam de matemática (68,8%), comparado aos que gostam (31,3%), refletindo também dentro de cada turma essa diferença de preferência por matemática.

Tabela 1: Estatística descritiva para todas as medidas avaliadas

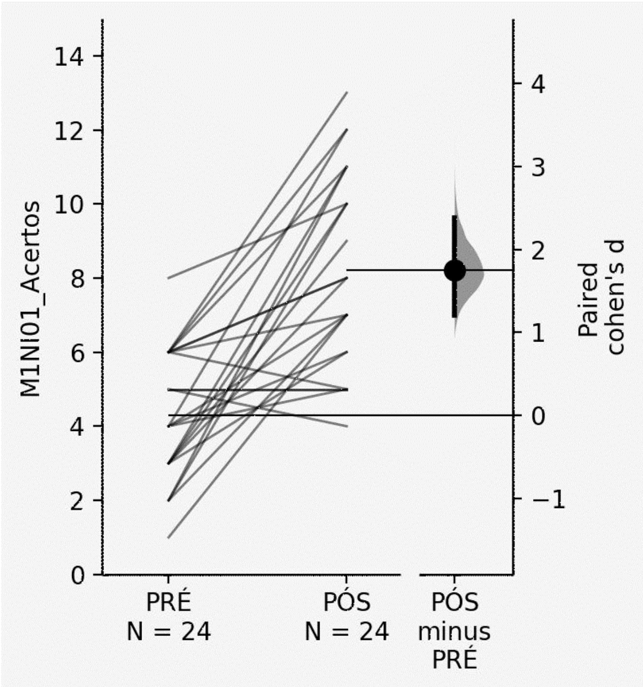
M1NI01	N	Mínimo	Máximo	Média	DP
Idade	24	15	17	16,15	0,743
Acertos pré teste	24	1	8	4,29	1,756
Acertos pós teste	24	4	13	8,21	2,637
Delta (Acertos pós teste - Acertos pré teste)	24	-1	9	3,92	3,120
Preferência por matemática (não gosta)	16	-	-	-	-
Preferência por matemática (gosta)	8	-	-	-	-
M1NI02	N	Mínimo	Máximo	Média	DP
Idade	24	15	18	16,21	0,779
Acertos pré teste	24	1	12	5,37	2,039
Acertos pós teste	24	7	15	10,92	2,125
Delta (Acertos pós teste - Acertos pré teste)	24	3	10	5,54	2,322
Preferência por matemática (não gosta)	17	-	-	-	-
Preferência por matemática (gosta)	7	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor

5.1 Desempenho Intragupo

Para analisar o desempenho intragrupo, ou seja, dentro de cada turma, as notas pré-teste e pós-teste foram comparadas no Stimation Stats, como dois grupos emparelhados (Gráficos 1 e 2). Assim, no gráfico 1, é possível analisar a comparação do desempenho antes (pré-teste) e depois (pós-teste) das aulas na turma M1NI01, com a metodologia de ensino tradicional: uso de quadro branco, livro didático e apostilas.

Gráfico 1: Comparação intragrupo na turma M1NI01



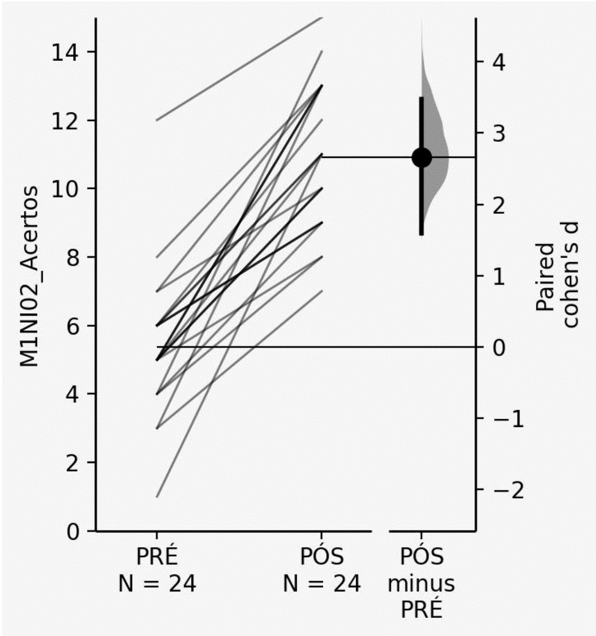
Fonte: Autor

As comparações d de cohen na turma M1NI01, pareados, são mostrados no (gráfico1) de estimativas Gardner-Altman. Ambos os grupos são plotados nos eixos esquerdos como um gráfico de inclinação: cada conjunto emparelhado de observações é conectado por uma linha. A diferença média pareada é plotada em eixos flutuantes à direita como uma distribuição de amostragem bootstrap. A diferença média é representada como um ponto; o intervalo de confiança de 95% é indicado pelas extremidades da barra de erro vertical, (https://www.estimationstats.com).

Nota-se no gráfico 1 que o D de Cohen pareado entre PRÉ e PÓS teste é de 1,75 [IC (intervalo de confiança) de 95,0% com variação de 1,21 a 2,37]. Desse modo, observa-se pela referência do d de cohen que o tamanho do efeito foi grande. Além disso, o valor de *p* do teste t de permutação bilateral é igual a 0,0. Desta forma, nota-se que houve diferença entre o desempenho pré-teste e pós-teste na turma M1NI01, sugerindo que os alunos conseguiram aprender o conteúdo nas aulas em que a metodologia foi a tradicional.

Por outro lado, na turma M1NI02 foi usada a metodologia de intervenção com aplicativo GeoGebra nos smartphones, data show e aulas dinâmicas. Logo, no gráfico 2, é possível analisar a comparação do desempenho antes (pré-teste) e depois (pós-teste) das aulas.

Gráfico 2: Comparação intragrupo na turma M2NI02



Fonte: Autor

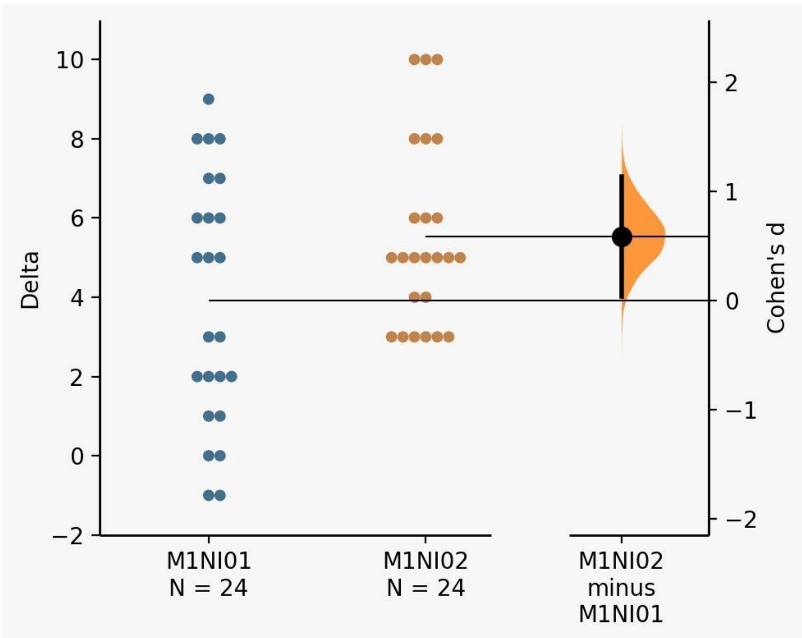
As comparações d de cohen na turma M1NI02, pareados, são mostrados no gráfico (2) de estimativas Gardner-Altman. Ambos os grupos são plotados nos eixos esquerdos como um gráfico de inclinação: cada conjunto emparelhado de observações é conectado por uma linha. A diferença média pareada é plotada em eixos flutuantes à direita como uma distribuição de amostragem bootstrap. A diferença média é representada como um ponto; o intervalo de confiança de 95% é indicado pelas extremidades da barra de erro vertical, (https://www.estimationstats).

Observa-se no gráfico 2 que o d de Cohen pareado entre PRÉ e PÓS teste é de 2,66 [IC (intervalo de confiança) de 95,0% com variação 1,55, 3,49]. O que implica que o tamanho do efeito, de acordo com referência, é grande. Além disso, o valor de *p* do teste t de permutação bilateral é igual a 0,0. Portanto, nota-se que houve diferença entre o desempenho pré-teste e pós-teste na turma M1NI02, sugerindo que os alunos conseguiram aprender o conteúdo proposto por meio das aulas com o uso do aplicativo GeoGebra nos smartphones. Ademais, é possível observar ainda que o tamanho do efeito (d de Cohen) na comparação de desempenho entre pré-teste e pós-teste da turma que usou o aplicativo GeoGebra foi maior do que na turma em que as aulas foram ministradas de modo tradicional.

5.2 Desempenho Entre grupos

Por outro lado, para analisar a comparação entre grupos, ou seja, o desempenho entre as turmas, assim como, se existe diferença entre os tamanhos de efeitos encontrados intragrupos, utilizou-se o $delta = pós - pré$ que representa a diferença entre o número de acertos pós-teste e acertos pré-teste de cada aluno nas duas turmas (Gráfico 3).

Gráfico 3: Comparação entre grupos nas turmas M1NI01 e M2NI02



Fonte: Autor

As comparações D de cohen entre o desempenho das turmas M1NI01 e M1NI02, não pareados, são mostrados no gráfico (3) de estimativas Gardner-Altman. A diferença média não pareada é plotada em eixos flutuantes à direita como uma distribuição de amostragem bootstrap. A diferença média é representada como um ponto; o intervalo de confiança de 95% é indicado pelas extremidades da barra de erro vertical, (https://www.estimationstats).

Observa-se no gráfico 3 que os deltas $(pós\ teste - pré\ teste)$ são mostrados na cor azul para a turma M1NI01 e na cor laranja para a turma M1NI02, e o d de Cohen não pareado entre M1NI01 e M1NI02 é de 0,591 [IC (intervalo de confiança) 95,0% variando de 0,031 a 1,17]. O que representa um tamanho de efeito médio. Além disso, o valor de *p* do teste t de permutação bilateral é 0,05. Isso mostra que houve diferença entre os tamanhos de efeitos das turmas, indicando que os alunos que tiveram aula com o recurso didático GeoGebra no celular alcançaram melhor desempenho comparado à metodologia tradicional.

5.3 Preferência por matemática

Para analisar a preferência por matemática, realizou-se o teste T independente, a partir do software SPSS, que é um teste estatístico frequentemente utilizado para testar hipóteses sobre diferenças entre médias. Ao comparar o desempenho em relação à preferência por matemática, os resultados mostraram que, em média, os alunos que não gostam de matemática da turma M1NI01 apresentaram desempenho inferior ao dos alunos da turma M1NI02 que afirmaram não gostar de matemática, $(t(31) = -2{,}893,$ p=0,007), $(M = 3{,}00; DP = 3{,}01)$ e $(M = 5{,}65;\ DP = 2{,}20)$, respectivamente, indicando que a intervenção da metodologia de ensino de matemática por meio de tecnologia com o uso do recurso didático GeoGebra beneficiou, principalmente, quem não gosta da disciplina e usou o aplicativo GeoGebra no celular para melhorar a compreensão sobre funções afim e quadrática. Na comparação dos alunos que gostam de matemática nas turmas M1NI01 e M1NI02 não houve diferença estatisticamente significativa $(t(13) = 0{,}464; p = 0{,}74)$.

Portanto, verifica-se após a pesquisa que a turma M1NI01 e M2NI02 aprenderam os conteúdos propostos (função polinomial do 1° grau e função polinomial do 2° grau) no modo tradicional e também com uso do aplicativo GeoGebra no smartphone. Entretanto, a turma que usou o recurso didático GeoGebra teve um desempenho maior em relação a turma que estudou de forma tradicional. Além disso, os alunos que não gostam de matemática e usaram o aplicativo GeoGebra tiveram um desempenho maior em relação aos alunos que não gostam de matemática e estudaram de modo tradicional. Esses resultados foram verificados estatisticamente no Stimation Stats e no SPSS. Após as análises dos resultados constatou-se o que já se verificava na turma M1NI02 empiricamente com as aulas mais atrativas e dinâmicas e com maior interatividade dos alunos, mostra-se assim que o aplicativo GeoGebra no celular conseguiu, efetivamente, envolver os alunos, favorecer a assimilação e compreensão no estudo das funções abordadas, impactando na melhor performance principalmente dos que indicaram não gostar de matemática.

6. DISCUSSÃO

O trabalho foi aplicado nas turmas M1NI01 e M1NI02 com duas metodologias de ensino de matemática diferentes, na primeira foi realizado aulas no método tradicional, enquanto na segunda utilizou-se a tecnologia no ensino de matemática por meio do recurso didático dinâmico GeoGebra no celular. Nas duas classes o objetivo foi verificar o aprendizado em relação ao estudo de função polinomial do 1° e 2° grau, com a realização de dois testes (Anexo 1), um no início das aulas (desempenho 1) em que os alunos não tinham conhecimento do conteúdo e outro após as aulas (desempenho 2), em que os alunos já haviam estudado os conteúdos mencionados. Os testes de desempenho possuem as mesmas questões. No final da intervenção, os scores de acertos foram analisados estatisticamente, por meio do d de Cohen e de teste t pareados, que mostrou que os alunos aprenderam com as duas metodologias, na comparação dentro de cada turma.

Além disso, verificou-se por meio do d de Cohen não pareado e de teste t independente entre as turmas, que aquela em que foi usado o recurso didático GeoGebra teve desempenho maior em relação a que fez de modo tradicional. Em relação a preferência dos alunos por matemática (Gosta vs Não Gosta), encontrou-se que os alunos da turma M1NI01 que estudaram de forma tradicional e afirmaram não gostar de matemática tiveram desempenho inferior em relação aos alunos da turma M1NI02 que afirmaram não gostar de matemática e estudaram com aplicativo GeoGebra. Esse resultado mostra que aulas com o uso do recurso GeoGebra beneficia, particularmente, aqueles estudantes que relatam não gostar de matemática.

Os resultados mostram que a turma que usou o recurso didático GeoGebra no smartphone para aprender sobre funções afim e quadrática teve desempenho melhor em relação aos alunos da turma que estudaram de forma tradicional. Isso se deve ao impacto positivo das aulas interativas com o GeoGebra no ensino de conteúdos matemáticos, a eficácia do aplicativo na compreensão dos conceitos e resolução de problemas. Na turma em que o aplicativo foi utilizado os alunos tinham opiniões positivas, principalmente pela facilidade de uso, uma vez que atualmente muitos estudantes têm familiaridade com celular e manipulam frequentemente diversos aplicativos. No geral a maioria relatou que o GeoGebra é intuitivo e fácil de usar, o que facilitou o trabalho em sala de aula em relação ao meio tecnológico utilizado, pois esse software tem uma interface amigável e interativa.

Outro ponto positivo que foi notado nas aulas foi a visualização, pois os alunos apreciam a capacidade de visualizar problemas matemáticos de forma dinâmica e atrativa e isso é possível ao utilizar o aplicativo GeoGebra, além de conseguirem manipular e perceber as mudanças nos gráficos e outras representações visuais para entender melhor os conceitos. Em relação a manipulação de gráficos, os alunos demonstraram diferença de comportamento ao usar o controle deslizante e verificar as mudanças instantemente, conseguindo relacionar esses efeitos com os coeficientes das funções, facilitando a compreensão de conceitos como inclinação, interceptos, vértices, pontos de interseção, concavidade e abertura de curvas. Com isso percebe-se que manipular os coeficientes de funções no aplicativo GeoGebra ajuda a visualizar e entender como cada variável afeta seu gráfico.

Nesse sentido o recurso didático GeoGebra mostrou-se também uma ferramenta eficaz pela sua versatilidade que abrange ampla gama de tópicos matemáticos, desde a geometria básica até o cálculo e a álgebra. Isso foi útil para compreender problemas geométricos e físicos tanto no estudo de função afim como de função quadrática. Os alunos gostam de ver como os conceitos matemáticos podem ser aplicados a problemas do mundo real, e isso o recurso didático GeoGebra facilita através de suas funcionalidades interativas. Ademais, com o uso do aplicativo há a possibilidade de um feedback instantâneo, verificar a solução, ver os resultados das suas ações imediatamente. Isso permite que os alunos identifiquem e corrijam erros rapidamente, o que é benéfico para o aprendizado.

Um fato interessante notado é que para alguns alunos o aplicativo no celular funcionou como um recurso de aprendizado independente, já que muitos usaram o GeoGebra como uma ferramenta de aprendizado, explorando conceitos por conta própria fora da sala de aula. Nas aulas, aqueles que tinham familiaridade maior com o aplicativo ensinavam os outros com dificuldades, constando por meio disso um aprendizado coletivo. Por fim, além de eficaz para o aprendizado de funções polinomial do 1° e 2° grau, a escolha do aplicativo GeoGebra se deu porque não precisa estar conectado à internet para ser utilizado, uma vez que muitas escolas não possuem acesso ou é limitado, bem como os estudantes não dispõem de rede móvel. Assim, aplicativos que funcionam off-line oferecem uma gama de benefícios que vão desde acessibilidade e confiabilidade até segurança e economia de custos. Por isso, são essenciais em muitas situações, proporcionando uma experiência de usuário robusta e eficiente, independentemente das condições de conectividade. Além disso, permitem que estudantes e professores acessem materiais educativos e ferramentas de aprendizado sem interrupções, usufruindo de possibilidade educacionais off-line que garantem um aprendizado contínuo mesmo sem acesso à internet, promovendo a inclusão digital e a igualdade de oportunidades.

Em termos de aplicação prática, os resultados da pesquisa apontam que o uso do aplicativo nas aulas de matemática melhora o desempenho dos alunos em relação as aulas tradicionais. Nesse sentido o uso do GeoGebra de forma sistemática nas aulas de matemática, especialmente em tópicos que envolvem funções polinomiais do 1° e 2° grau é uma sugestão para ser aplicado nos contextos educacionais, uma vez que através das construções interativas e da visualização, pode-se melhorar a compreensão dos alunos, a percepção dinâmica de propriedade e estimulá-los à descoberta, pois o uso do software permite o aprofundamento dos conceitos. Dessa forma, se torna possível a obtenção de conclusões próprias que virão das suas experimentações.

Por outro lado, os professores podem usar os resultados da pesquisa para planejar aulas que incluam atividades baseadas no recurso didático GeoGebra, criando um ambiente de aprendizado mais interativo e envolvente. Com o uso das inovações tecnológicas, a aula pode ser mais dinâmica, o professor pode usar recursos como, por exemplo, softwares disponíveis na internet que possam ajudar ao aluno melhorar a aprendizagem. Para isso, desenvolver programas de formação continuada para professores, focados em como manipular o aplicativo GeoGebra de maneira eficaz em sala de aula é essencial para uso desse recurso didático.

Formação de professores adequada serve como alicerce para construir escolas, cidadãos e profissionais mais competentes, éticos e humanos. É importante que os educadores estejam sempre preparados e atualizados. A pesquisa também pode contribuir para organizar encontros de professores para compartilhar melhores práticas e novas descobertas sobre o uso do GeoGebra na educação matemática.

Entretanto, para que o GeoGebra seja aplicado de forma eficaz nas aulas de matemática, é necessário criar e disponibilizar recursos didáticos, como guias, tutoriais e vídeos, que ajudam professores e alunos a maximizar o uso do recurso didático GeoGebra, nesse sentido os resultados da presente investigação serve como base para novas pesquisas sobre métodos de ensino e aprendizagem de matemática, explorando outras áreas e temas em que o GeoGebra possa ser aplicado para promover uma aprendizagem mais ativa e centrada no aluno, onde podem explorar e descobrir conceitos matemáticos por conta própria, além de incentivar projetos e trabalhos em grupo que utilizem o programa para resolver problemas complexos, promovendo a colaboração e o pensamento crítico no contexto educacional. E, com isso, preparar os estudantes para o mundo a qual estão inseridos com aulas utilizando meios tecnológicos com acesso para todos, promovendo assim equidade educacional.

Em termos de contribuição para o conhecimento, a pesquisa realizada representa um avanço nas práticas educacionais**,** pois fornece evidências empíricas de que ferramentas digitais como o GeoGebra podem melhorar a compreensão e o desempenho dos alunos em matemática.

Além disso, a presente pesquisa pode ajudar, ainda, a inserir o uso do recurso didático GeoGebra em diversas etapas do ensino, ajustando conteúdos e metodologias para aproveitar ao máximo os benefícios da ferramenta. Pode-se também ajudar a definir sequências didáticas mais eficazes para a introdução de conceitos matemáticos através do uso de visualizações dinâmicas. Ademais, nossos resultados podem influenciar políticas educacionais, promovendo a integração de tecnologias como o recurso didático GeoGebra no ensino de matemática em nível nacional ou regional, assim como apoiar decisões de investimento em infraestrutura tecnológica nas escolas, garantindo que todos os alunos tenham acesso às ferramentas necessárias para uma educação de qualidade e contribuir para a redução de disparidades educacionais ao demonstrar que tecnologias educacionais podem nivelar o “campo de jogo” para estudantes de diferentes contextos socioeconômicos e culturais. A pesquisa abre caminho para novas investigações sobre a eficácia de outras ferramentas tecnológicas e métodos de ensino inovadores, facilita estudos comparativos entre diferentes ferramentas educacionais e abordagens pedagógicas, promovendo uma compreensão mais ampla do que funciona melhor em diferentes contextos educacionais.

Portanto, demonstrar que o uso do GeoGebra pode aumentar o desempenho e a preferência dos alunos, tornando o aprendizado da matemática mais interessante e relevante, desenvolvendo habilidades críticas, como resolução de problemas, pensamento lógico e criatividade, através de práticas interativas e exploratórias, fornece contribuições únicas para o ensino-aprendizagem dessa disciplina, uma vez que não só enriquece o campo da educação, mas também oferece ferramentas práticas e estratégias para melhorá-las em salas de aula, particularmente na região Norte do país.

No entanto, os resultados devem ser analisados dentro de algumas limitações. Em primeiro lugar, o tamanho da tela do celular que é menor em comparação com computadores ou tablets, o que pode dificultar a visualização e manipulação de gráficos e elementos complexos no GeoGebra.

Alguns alunos não possuíam celulares e se sentavam junto com o colega com acesso ao aparelho, além disso problemas foram identificados quanto ao manuseio do software GeoGebra no celular, como a falta de conhecimento de alguns comandos. Porém, é relevante salientar que apesar das dificuldades encontradas, os alunos foram colaborativos e interativos na aprendizagem, logo se aprimoraram com os comandos.

Nesse sentido, trabalhos assim apresentam limitações, mas contribuem de forma eficaz com aprendizagem matemática.

7. CONCLUSÃO

Por fim, o uso do recurso didático GeoGebra em smartphones para o ensino de funções polinomiais do 1° e 2° graus na educação básica tem um impacto positivo e significativo na aprendizagem dos estudantes. A integração de metodologias educacional com tecnologia móvel nas aulas permite uma visualização interativa e imediata dos conceitos matemáticos, facilitando a compreensão de tópicos abstratos e complexos. Além de melhorar o desempenho e o conhecimento dos alunos, essa metodologia de ensino aumenta o engajamento e a motivação dos alunos, que se beneficiam de um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e próximo à sua realidade cotidiana. Nas análises quantitativas foi verificado que uso do recurso didático GeoGebra no smartphone não só contribuiu para um desempenho melhor da turma M1NI02, como também verificou a preferência (gosta x não gosta), mostrando que os alunos que não gostam de matemática e usaram o recurso didático GeoGebra tiveram um desempenho melhor comparado com aqueles que não gostam e estudaram de forma tradicional. Dessa forma promove-se uma atitude mais positiva em relação à matemática, reforçando habilidades fundamentais para o desenvolvimento educacional dos alunos. Como perspectiva uma sugestão seria a reprodução desse protocolo em uma escola com conectividade para que os alunos criassem seus login na plataforma GeoGebra e publicassem seus trabalhos ou deixassem arquivados para serem acessados quando solicitados. Outra sugestão seria um número maior de aulas para inverter as metodologias e verificar se o uso do GeoGebra faria diferença na turma que estava estudando de modo tradicional. Nesse caso, a turma que estudou de modo tradicional, no segundo momento estudaria com aplicativo GeoGebra, e a turma que estudou com o aplicativo GeoGebra estudaria de modo tradicional (método CrossOver). Mas, apesar dessas limitações, o GeoGebra em dispositivos móveis pode ser uma ferramenta eficaz para explorar e aprender matemática, especialmente quando combinado com outros recursos educacionais e uma abordagem criativa para contornar as restrições técnicas.

REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. P. Transposição Didática na criação de estratégias para a utilização do GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, *[S. l.]*, v. 9, n. 1, p. 59–75, 2020.

ARAÚJO, F.S. Tecnologias na educação matemática: o uso do GeoGebra como ferramenta pedagógica no Ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio. **Dissertação-PROFMAT,** Universidade Estadual do Maranhão**.** 2023.

BALDIN Y.Y, Da Matemática Experimental à ferramenta didática: o papel do GeoGebra na formação de professores da educação básica. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 12, n. 2, p. 194-220, 2023.

BARBOSA, J. C.; VALE, I. A utilização do GeoGebra no ensino e aprendizagem da Matemática. **Revista do Professor de Matemática**, n. 91, p. 11-20, 2014.

BASNIAK, M. I. A construção de cenários animados no GeoGebra e o ensino e a aprendizagem de funções. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, *[S. l.]*, v. 9, n. 1, p. 43–58, 2020.

CAVALCANTE, V.R.S. Atividades com o GeoGebra que comtemplam habilidades da BNCC para o estudo de funções quadráticas no ensino médio. **Trabalho monográfico.** Rio Tinto. 2022.

CLARIDGE-CHANG, A ; ASSAM, P. Estimation statistics should replace significance testing. In Nature Methods (Vol. 13, p. 108 –109).
Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.6015.

DANTAS S.C, Pensando e resolvendo problemas com o GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo, v.12, n. 2, p. 133-164, 2023.**

FERREIRA, M. J. M. A. Novas tecnologias na sala de aula. 2014. P.121. **Monografia (Especialização em Fundamentos da Educação: Práticas Pedagógicas Interdisciplinares).** Universidade Estadual da Paraíba**.**

FIGUEIREDO, T. D. Os discursos dos professores de matemática sobre suas tecnologias: uma cultura docente em ação. Curitiba, CRV, 2020.

FIGUEIREDO, T. D; MARQUES DE OLIVEIRA, H. G. Um olhar sobre os olhares de outros observadores: uma análise sobre teses e dissertações em Educação Matemática sobre o uso das tecnologias digitais. **Revista Diálogos em Educação Matemática**, *[S. l.]*, v. 2, n. 1, p. e202303, 2023.

FREITAS, T. M. F. O celular e a escola- um desfio: benefícios e possíveis desafios que o celular como ferramenta pedagógica oferece para o processo de ensino-aprendizagem- São Paulo: **Editora Dialética**,2022.

HOHENWARTER, M., & PREINER, J. Dynamic Mathematics with GeoGebra. **Journal of Online Mathematics and its Applications,** 7. 2007.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Resumo técnico: Censo Escolar da Educação Básica** 2021.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Educação no Brasil: Indicadores 2023. Disponível em: https://www.ibge.gov.br. Acesso em: 20 set. 2023.

JÚNIOR, M.M.G. Tecnologias digitais no ensino de matemática: uma abordagem do uso do software GeoGebra para o ensino de função quadrática. **Dissertação de mestrado- PROFMAT**, Universidade estadual do Ceará, 2021.

KENSKI, V.M Educação e tecnologias. O novo ritmo da informação. 6. ed. 2010

LACERDA, B.R. Ensino de função afim com o auxílio de software GeoGebra em turmas da 1ª série do ensino médio. **Dissertação de mestrado-PROFMAT**, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. 2023.

LIEBAN, D. Entre o digital e o físico: integrando recursos com o GeoGebra para práticas criativas em espaços de aprendizagem. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 12, n. 2, p. 067-088, 2023.

LIMA, E. L. Números e funções reais-Rio de Janeiro: SBM,2013.

LIMA, R.; PASSOS, C. Dificuldades de aprendizagem em funções afim: uma abordagem prática. **Revista Brasileira de Educação Matemática**, 27(2), 125-137. 2017.

MATHIAS, C. V. O potencial do GeoGebra como ferramenta de auxílio as habilidades de visualização . **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, *[S. l.]*, v. 12, n. 2, p. 044–066, 2023.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**. Base Nacional Comum Curricular. Brasília**, 2018.

MONZON L.W ; BASSO M.V.A, GeoGebra e Impressão 3D: desenvolvendo o Pensamento Geométrico Espacial. Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação (PPGIE) **Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). VIII Congresso Brasileiro de Informática na Educação (CBIE 2019).**

OLIVEIRA, E.R.; CUNHA. D.S. O uso da tecnologia no ensino da matemática: Contribuições do software GeoGebra no ensino da função do 1° grau, 2016. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/36. Acesso em 03 de março de 2024.

PACHECO, E.F, Utilizando o software GeoGebra no ensino da Matemática: Uma Ferramenta para construção de Gráficos de parábolas e elipses no 3° ano do ensino médio, 2019. Disponível em: http://dx.doi.org/10.28998/2175-6600.2019v11n24p197-211, Acesso em 06 de maio de 2024.

PUC-SP, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia 2021, **Portal do Instituto São Paulo Geogebra.** Sobre o Geogebra. Disponível em: https://www.pucsp.br/geogebrasp/ geogebra.html Acesso em 25 de setembro de 2023.

QEdu, Pará/ Brasil/ Norte: Composição do IDEB. **Portal eletrônico QEdu.** Disponível em: https://qedu.org.br/uf/15-para Acesso em 25 de janeiro de 2024.

RODRIGUES, M. U; BRITO, A.J ; SILVA , L. D. Tecnologias Digitais na Prática dos Professores de Matemática Durante a Pandemia. **Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas**, *[S. l.]*, v. 23, n. 5, p. 869–880, 2023.

RODRIGUES, S., SILVA, T., MARTINS, V. Explorando o GeoGebra no ensino de funções matemáticas. **Acta Scientiae**, 20(4), 553-568. 2018

SANTOS, A. IBM SPSS como Ferramenta de Pesquisa Quantitativa. **Programa de Estudos Pós-graduados em Administração Pontifícia Universidade Católica de São Paulo** – PUC-SP. 2018

SEABRA, C. O celular na sala de aula. Artigo publicado na Revista **Educação em Revista**, do Sindicato do Ensino Privado (SINEPE/RS), edição 96, de março de 2013. Disponível em: https://masfg.wordpress.com/2013/06/06/o-celular-na-sala-de-aula-carlos-seabra-marco-2013/ Acesso em 15 de abril de 2024.

SILVA, A.C.C Contribuições do uso do GeoGebra para estudos de funções Quadráticas no Ensino Médio. **Dissertação de mestrado-PROFMAT Universidade Federal Do Espirito Santo.** 2024

SILVA, B.G. Gráficos de funções utilizando o GeoGebra em smartphones. **Dissertação de mestrado-PROFMAT**, Universidade do Rio de Janeiro, 2017.

SILVA, J. Metodologias tradicionais versus inovações tecnológicas no ensino de matemática. **Revista de Educação**, 21(2), 237-250, 2015.

SOARES, L. H. Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do GeoGebra no estudo de funções. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, *[S. l.]*, v. 1, n. 1, p. LXVI - LXXX, 2012.

SOUSA M.D.R, Principais medidas de magnitude do efeito utilizadas na comparação de dois grupos, Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação– Brasília, 2018.

SOUZA, E. A educação como direito público subjetivo e a eficácia das normas jurídicas em cujo escopo está a tentativa de trazer as famílias para o seio da escola. **Curso de pós Graduação em Gestão Escolar da Faculdade de Educação-FAE-da Universidade Federal de Minas Gerais-UFMG**. 2015.

ANEXO 1- Teste de desempenho dos alunos.

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO ECILA PANTOJA DA ROCHA
DIRETORA: ANGENETE DO SOCORRO GORDO COSTA
PROFESSOR: ABRAÃO GOMES DA SILVA
ALUNO(A): ______________________________
TURMA: MINI01☐ MINI02☐ **DATA:**____/______/______

DESEMPENHO II

Exercício 1 –O salário de João é 500 reais mais 50% do valor de suas vendas. Sendo S o seu salário e x o valor de suas vendas, a função que representa essa situação é:

a) $s(x) = 500x$

b) $s(x) = 500 + x$

c) $s(x) = 500 + \frac{x}{2}$

d) $s(x) = 500 - x$

Exercício 2 –seja a função afim:

$$\begin{array}{rcl} f: \{1,2,3\} & \rightarrow & \{2,4,6\} \\ x & \rightarrow & f(x) = 2x \end{array}$$

Podemos afirmar que $f(2) + f(3) - f(1)$ é:

a) 6

b) 7

c) 8

d) 9

Exercício 3 –Seja a função afim $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x + \frac{1}{2}$. Determine seus coeficientes angular e linear, respectivamente:

a) $coefiente\ angular$ é -2 e $linear$ é $\frac{3}{2}$

b) $coefiente\ angular$ é -1 e $linear$ é $\frac{1}{2}$

c) $coefiente\ angular$ é -3 e $linear$ é $\frac{5}{2}$

d) $coefiente\ angular$ é -2 e $linear$ é $\frac{1}{2}$

Exercício 4 – João vende jornal. Ele recebe um valor fixo de $R\$\ 500{,}00$ mais $R\$\ 1{,}50$ para cada unidade vendida. Determine o salário de João, f, em função da quantidade de x de jornais vendidos por mês e quantos jornais ele deverá vender para ter um salário de $R\$\ 1.400{,}00$, respectivamente:

a) $f(x) = 500 + 1{,}5x$ e 600 unidades de jornais

b) $f(x) = 600 + 2{,}5x$ e 500 unidades de jornais

c) $f(x) = 700 + 1{,}5x$ e 700 unidades de jornais

d) $f(x) = 600 + 1{,}5x$ e 800 unidades de jornais

Exercício 5 –A função que determina o valor a serpago por uma corrida de táxi é $f(x) = 3{,}40 + 2{,}50x$, sendo x a distância percorrida em km. Qual o valor a ser pago por uma corrida de $10km$?

a) $R\$\ 25{,}00$

b) $R\$\ 25{,}40$

c) $R\$\ 28{,}40$

d) $R\$\ 28{,}00$

Exercício 6 – Em certa cidade, uma corrida de taxi custa $R\$\ 4{,}80$ a bandeirada, mais $R\$\ 0{,}40$ por quilometro rodado. Quanto custa uma corrida de 50 quilômetros?

a) $R\$\ 24{,}5$

b) $R\$\ 25{,}6$

c) $R\$\ 24{,}8$

d) $R\$\ 25{,}2$

Exercício 7 – O reservatório A perde água a uma taxa constante de 10 litros por hora, enquanto que o reservatório B ganha água a uma taxa constante de 12 litros por hora. Sabendo que inicialmente o reservatório A está com 720 litros de água e que o reservatório B está com 60 litros, em quanto tempo eles conterão o mesmo volume de água?

a) 60 h

b) 50 h

c) 40 h

d) 30 h

Exercício 8 –Um tanque está vazio e começa a ser preenchido com água utilizando-se uma torneira cuja vazão é constante. Se depois de $20\,min$ havia apenas a quinta parte da capacidade do tanque com água, determine a função $f(t)$ que relaciona o tempo t em minutos e a quantidade $f(t)$ de água no tanque no tempo t, sendo a capacidade do tanque de 800 litros.

a) $f(t) = 7t$

b) $f(t) = 8t$

c) $f(t) = 10t$

d) $f(t) = 11t$

Exercício 9 – Identifique os coeficientes a, b e c na estrutura $y = ax^2 + bx + c$ da função $y = -3x^2 + x + 5$

a) $a = -2, b = 1$ e $c = 4$

b) $a = -3, b = -1$ e $c = 5$

c) $a = -4, b = -1$ e $c = 6$

d) $a = -3, b = 1$ e $c = 5$

Exercício 10 –Nas funções quadráticas há um discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$. Calcule o discriminante da função $y = x^2 - 6x + 5$.

a) 16

b) 17

c) 25

d) 36

Exercício 11 –A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 - 4x + 3$ tem como soma das raízes:

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

Exercício 12 –O lucro L de uma microempresa, em função do número de funcionários n que nela trabalham, é dado, em milhares de reais, pela fórmula $L(n) = 36n - 3n^2$.Com base nessas informações, qual o número de trabalhadores ideal para que o lucro dessa microempresa seja máximo.

a) 5 funcionários

b) 6 funcionários

c) 7 funcionários

d) 8 funcionários

Exercício 13 –Um corpo é lançado a partir do solo descreve uma parábola de equação $y = 100x - 2x^2$, sendo y e x, em metros, as distâncias vertical e horizontal em cada instante. Qual a altura máxima que esse corpo atingiu ?

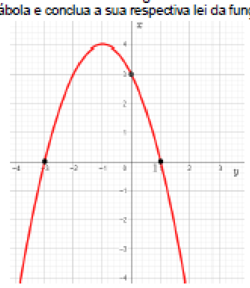
a) 1450 m

b) 1650 m

c) 1750 m

d) 1250 m

Exercício 14 –Observe o gráfico abaixo de uma parábola e conclua a sua respectiva lei da função.



a) $y = -x^2 - 2x + 3$

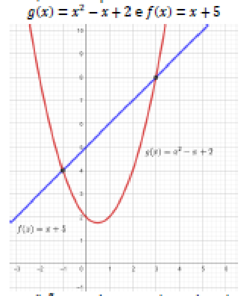
b) $y = x^2 - 2x + 3$

c) $y = x^2 - 5x + 6$

d) $y = -x^2 - 4x + 3$

Exercício 15 – Na ilustração abaixo tem-se a representação dos gráficos de duas funções reais a valores reais, definidas por

$$g(x) = x^2 - x + 2 \text{ e } f(x) = x + 5$$



Nessas condições, qual a soma das ordenadas dos pontos de interseção dos gráficos que representam as funções polinomiais acima ilustrada.

a) 10

b) 11

c) 12

d) 13

ANEXO 2- Termo de consentimento

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Nome:____

Nacionalidade:__________________Idade:________Endereço:______________________

____neste ato representado por mim,

Nome:____

Nacionalidade:___________Idade:____Estado Civil:_________Profissão:________________

Endereço:____

Grau de Parentesco:________________, está sendo convidado a participar de uma pesquisa em sala de aula denominado AULAS DINÂMICAS MODULAM O DESEMPENHO E A PREFERÊNCIA MATEMÁTICA: USO DO GEOGEBRA PARA ENSINAR FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1° E 2° GRAU, cujo objetivo destina-se examinar o impacto das aulas interativas com o GeoGebra no smartphone para o ensino de funções polinomiais do 1° grau e 2° grau.

A dificuldade de aprendizagem do conteúdo de funções afim e quadrática no ensino médio é um desafio recorrente, impactando negativamente o desempenho acadêmico dos alunos em matemática, as metodologias tradicionais de ensino, baseadas em aulas expositivas e exercícios teóricos, muitas vezes não são suficientes para engajar os estudantes e promover uma compreensão profunda dos conceitos e aplicações práticas desses assuntos. Nesse contexto, a utilização de ferramentas tecnológicas como o GeoGebra no celular pode representar uma solução inovadora e eficaz para superar essas dificuldades.

A participação de seu representado na referida pesquisa será no sentido de responder a dois testes com questões de função afim e quadrática, um no início da pesquisa e outro no final, e participar das aulas utilizando o aplicativo GeoGebra no celular e no final será avaliado se a metodologia melhorou o desempenho, comparado ao modo tradicional.

Fica informado de que, da pesquisa a se realizar, é possível esperar alguns benefícios para o aluno, tais como: melhora no desempenho matemático e aprendizagem significativa por meio de tecnologias educacionais.

Por outro lado, fica informado os esclarecimentos necessários sobre os possíveis desconfortos decorrentes do estudo, tais como o desconforto de responder questões matemáticas.

A privacidade do aluno será respeitada, de modo que seu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, o (a) identificar, será mantido em sigilo.

Fica informado que pode haver recusa à participação no estudo, bem como pode ser retirado o consentimento a qualquer tempo, sem precisar haver justificativa. Ao sair da pesquisa, não haverá qualquer prejuízo o aluno participante.

É assegurada a assistência do meu representado durante toda a pesquisa, bem como lhe é garantido o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo o que eu queira saber antes, durante e depois da participação do autorizado.

Tendo sido orientado quanto ao teor de todo o aqui mencionado e compreendido a natureza e o objetivo do estudo, autorizo a participação na referida pesquisa, estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, pela participação.

Em caso de reclamação ou qualquer tipo de denúncia sobre este estudo devo contactar o Professor responsável, celular (91) 991099929.

Moju, de de 2023.

____

(Assinatura e RG do representante legal do aluno)

____

Prof. Abraão Gomes da Silva
Pesquisador Responsável