Universidade Federal do Piauí
Centro de Ciências da Natureza
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Análise de Probabilidades e Padrões Lotéricos na Mega-Sena: simulando estratégias e apresentando alternativas financeiras

Davyd Coutinho Silva

Teresina
2024

Davyd Coutinho Silva

Análise de Probabilidades e Padrões Lotéricos na Mega-Sena: simulando estratégias e apresentando alternativas financeiras

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao programa Profmat da Universidade Federal do Piauí, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico

Orientador: Prof. Dr. Kelton Silva Bezerra

Teresina

2024

FICHA CATALOGRÁFICA
Universidade Federal do Piauí
Sistema de Bibliotecas UFPI - SIBi/UFPI
Biblioteca Setorial do CCN

S586a Silva, Davyd Coutinho.
Análise de probabilidades e padrões lotéricos na mega-sena: simulação de estratégias e alternativas financeiras / Davyd Coutinho Silva. -- 2024.
94 f. : il.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Piauí, Centro de Ciências da Natureza, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Teresina, 2024.
"Orientador: Prof. Dr. Kelson Silva Bezerra."

1. Probabilidade. 2. Jogo de azar. 3. Investimento financeiro. 4. Phyton. I. Bezerra, Kelson Silva. II. Titulo.

CDD 519.2

Bibliotecária: Caryne Maria da Silva Gomes - CRB3/1461

PROFMAT

SBM

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
CENTRO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Dissertação de Mestrado submetida à coordenação Acadêmica Institucional, na Universidade Federal do Piauí, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para obtenção do grau de mestre em matemática intitulada: ***Análise de Probabilidades e Padrões Lotéricos na Mega-sena: simulando estratégias e apresentando alternativas financeiras,*** defendida pelo mestrando Davyd Coutinho Silva, em 15 de julho de 2024 e aprovada pela banca constituída pelos professores:

gov.br Documento assinado digitalmente
KELTON SILVA BEZERRA
Data: 25/09/2024 16:36:25-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Kelton Silva Bezerra
Presidente da Banca examinadora

gov.br Documento assinado digitalmente
CLEIDINALDO AGUIAR SOUZA
Data: 24/09/2024 12:29:23-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Cleidinaldo Aguiar Souza
Examinador Interno

gov.br Documento assinado digitalmente
ITALO DOWELL LIRA MELO
Data: 25/09/2024 15:50:12-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Italo Dowell Lira Melo
Examinador Interno

Guilherme Luiz de Oliveira Neto Assinado de forma digital por Guilherme Luiz de Oliveira Neto
Dados: 2024.09.24 15:35:24 -03'00'

Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto
Examinador Externo

Davyd Coutinho Silva graduou-se em Matemática pela Universidade Estadual do Piauí no período de 2009-2014 vindo a concluir o referido curso no ano de 2014, e possui mestrado em Matemática pelo programa de Mestrado Profissional em Matemática, na Universidade Federal do Piauí, durante o qual foi bolsista da CAPES.

Dedico este trabalho aos meus pais que sempre me apoiaram nos estudos e sempre foram exemplos de superação das dificuldades encontradas.

Dedico ainda ao coordenador Kelton que desde o início me deu total apoio, e também aos amigos que diretamente ou indiretamente estiveram presentes, dando instruções para uma melhor composição teórica do referido trabalho.

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos aos familiares que me ajudaram dando suporte para que fosse possível dedicar-me aos estudos, sobretudo nesses anos ao cursar o Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT.

Também reitero os agradecimentos à Universidade Federal do Piauí (UFPI) e ao professor orientador Kelton Silva Bezerra; à primeira pela oportunidade dada aos seus alunos de cursarem um mestrado de qualidade, e ao segundo pela orientação valiosa que permitiu a realização deste trabalho.

Agradeço ainda à CAPES pelo suporte financeiro dado a todos os bolsistas, sem o qual a realização de todo o curso teria sido mais penosa.

Resumo

Muitos jogam diariamente, outros mensalmente em jogos de loterias de forma puramente aleatória, sem que haja muitas vezes um momento para uma reflexão sobre a prática realizada. A presente monografia tem como objetivo mostrar alguns conceitos de probabilidade, tais como arranjos, combinações e permutações; conceitos estes que são geralmente trabalhados durante o ensino médio. Para além disso, serão realizados jogos simulados da Mega-sena, a fim de verificar diferentes critérios presentes nessa modalidade lotérica, que podem ser levados em consideração pelos apostadores e que muitas vezes passam despercebidos. Para isso será feito o uso da linguagem de programação Python. No mais, um dos capítulos conterá uma alternativa aos jogos de azar, que são os investimentos financeiros. Verificar-se-á os rendimentos obtidos por diferentes aplicações no mercado, bem como se projetará os rendimentos gerados por esses investimentos para períodos de tempo mais prolongados. O referido trabalho é de caráter quantitativo, e a metodologia inclui revisão bibliográfica, simulações computacionais, e análise comparativa de investimentos. Os resultados esperados englobam uma melhor compreensão dos conceitos probabilísticos em jogos de loteria e uma análise crítica acerca dos investimentos financeiros como forma alternativa aos jogos de azar.

Palavras-chave: Investimentos; Mega-sena; Probabilidade; Python.

Abstract

Many play lottery games daily, others monthly, in a purely random way, without there often being a moment to reflect on the practice carried out. This monograph aims to show some concepts of probability, such as arrangements, combinations and permutations; These concepts are generally worked on during high school. In addition, simulated Mega-sena games will be held, in order to verify different criteria present in this lottery modality, which can be taken into consideration by bettors and which often go unnoticed. To do this, the Python programming language will be used. Furthermore, one of the chapters will contain an alternative to gambling, which is financial investments. The income obtained by different applications in the market will be verified, as well as the income generated by these investments will be projected for longer periods of time. This work is quantitative in nature, and the methodology includes bibliographic review, computer simulations and comparative analysis of investments. The expected results include a better understanding of probabilistic concepts in lottery games and a critical analysis of financial investments as an alternative to gambling.

Keywords: Investments; Mega-sena; Probability; Python.

.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

As loterias são um fenômeno global que fascina e desafia muitas pessoas a décadas. Essa inclinação humana para a aleatoriedade das coisas e dos números não é algo que vem de hoje. Conforme Fraga (2013, p.11), "O ser humano, desde os primórdios, tem certa atração por jogos e premiações".

Essa inclinação é conduzida pela possibilidade de muitas vezes transformar uma pequena aposta em uma grande fortuna, o que atrai uma vasta gama de apostadores, de todas as classes sociais e origens. No entanto, por trás dessa promessa de sorte e riqueza, existe um mundo complexo de probabilidades, estatísticas e padrões matemáticos que definem o funcionamento das loterias.

Muitos são os jogadores que se atém a estratégias individuais, como apostar em números da sorte, placas de carro, datas de nascimento, idade, mandingas e outras crenças. No mundo dos apostadores em loterias, não existe regra clara para a escolhas das apostas. A validez de um método acaba se justificando única e exclusivamente pelos seus resultados. E muitos desses resultados, positivos ou não, são associados aos métodos em si, sendo que na maioria dos casos não houve sequer uma análise aprofundada em cima do problema a fim de mensurar quais de fato são as chances reais dentro daquela situação.

A possibilidade de uma dinamicidade entre os números é algo que sempre intrigou a humanidade. A previsibilidade em meio ao caos. A ordem inerente e muitas vezes escondida na desordem. A tentativa, mesmo que muitas vezes frustrada, de prever o destino de todo esse "movimento". Tudo isso fascina os seres humanos desde tempos imemoriais. O próprio homem primitivo já olhava as estrelas para tentar entender o universo. O homem dos olhares, dos porquês e, por que não, também da dúvida.

E hoje, nos tempos modernos, as loterias trazem em si muito disso. Trazem esses mistérios envolvidos. Além disso, elas atraem os olhares de uma boa parcela dos brasileiros, que veem nela a possibilidade de não apenas se divertirem, passarem o tempo, mas também a considerarem como uma possível alternativa viável de retorno financeiro e, assim, terem a chance de serem contemplados com uma grande quantia em dinheiro e mudar de vida. Segundo Macedo (2019), "Apostar em loterias de sorteios de números (…), que envolve dinheiro, é uma decisão financeira. Nesse contexto, a aposta pode ser considerada um investimento, pois o apostador tem a expectativa de obter ganho ou retorno”. Tal afirmação é certamente bastante questionável do ponto de vista das probabilidades, como veremos neste trabalho.

As loterias em geral, tem em seu bojo a característica da aleatoriedade como principal componente, o que acaba dando grande margem para análises, estudos estatísticos e inferências probabilísticas. Historicamente elas surgiram entre povos como hebreus, egípcios, hindus, chineses e romanos. No entanto, foi somente em 1538, na França, que o Estado tomou a iniciativa de promover concursos em benefício dos cofres públicos (Historiadomundo, 2024).

No Brasil, a primeira loteria de que se tem notícia foi realizada em 1784, em Vila Rica (atual Ouro Preto), capital de Minas Gerais (Historiadomundo, 2024). Com o dinheiro arrecadado foram construídos os prédios da Câmara dos Vereadores e da Cadeia Pública. A prática foi adotada em todo país, sendo que o governo dava concessões para sua exploração preferencialmente às Santas Casas, aos orfanatos e aos hospitais para evitar abusos, mas também a particulares.

Foi o imperador D. Pedro II quem regulamentou o funcionamento das loterias, por meio do decreto nº 357, de 27 de Abril de 1844 (Historiadomundo, 2024). Em 1899, nos primeiros anos da República, parte da arrecadação foi incluída como receita no Orçamento Federal.

No século XX, foram introduzidas várias novidades importantes, tanto nos métodos quanto na emissão de normas rígidas visando dar mais credibilidade e transparência ao processo. Os primeiros Revendedores (distribuidores) da Loteria Federal do Brasil de 1930 até 1950 foram: Em São Paulo/SP: Antunes de Abreu (Campeões da Sorte) fundada em 1892, por Júlio Antunes de Abreu (pai do médico que inventou a abreugrafia); Casa Luongo (José Luongo) Fundada em 1925; A Preferida (Roda da Sorte) - Domingos Fernandes; Fasanello (Ricardo Fasanello). Na década de 50 foram nomeados novos distribuidores na capital paulista: Nicola e Só (Nicola Scatino); Monteiro e Petrelli (Cássio Monteiro e Cláudio Petrelli); Vicente Pelegrini; Antônio Caporrino - Em Suzano/ SP. No Rio de Janeiro eram distribuidores, entre outros: Mundo Lotérico; Casa Esperança (Citimio Cataldo); Fasanello (Ricardo Fasanello); A Simpatia (José Costa) fundada em 1928 (Historiadomundo, 2024).

Nesse contexto, o presente trabalho de dissertação tem como intuito explorar a interseção entre as loterias, as probabilidades, os fractais e as técnicas de investimento, visando a aplicação de conceitos matemáticos na compreensão das loterias, a fim de identificar estratégias que possam criar um ambiente mais favorável de apostas para os jogadores mediante conceitos matemáticos, bemcomo possibilitar posteriormente a isso, uma análise alternativa a tais práticas com o uso de investimentos financeiros dos mais diversos tipos. No que concerne às estratégias mencionadas, fazer-se-á o uso da linguagem de programação Python e de diferentes algoritmos que analisarão critérios distintos presentes na Mega-sena. Para uma melhor leitura deste trabalho, alguns *scrips* foram inseridos na parte dos apêndices e outros foram mantidos ao longo do texto.

Os objetivos específicos deste trabalho incluem: realizar uma revisão da literatura sobre as loterias, probabilidades e fractais; analisar os padrões matemáticos presentes nos resultados das loterias por meio de simulações e análises estatísticas; desenvolver e avaliar técnicas de apostas que se baseiem em princípios matemáticos nas loterias; examinar a ética do investimento em loterias e suas implicações sociais.

Concomitantemente a isso, tem-se a matemática que é uma ferramenta poderosa que nos permite entender e modelar o mundo ao nosso redor. No campo das loterias, a matemática desempenha um papel crucial na compreensão das probabilidades e na previsão de resultados.

As loterias são jogos de azar onde os jogadores compram bilhetes com números impressos e esperam que números sejam sorteados. A probabilidade desempenha um papel importante na determinação das chances de ganhar em uma loteria. Cada combinação de números tem uma certa probabilidade de ser sorteada, que pode ser calculada usando princípios matemáticos.

No aspecto dessa dinâmica dos números surgem certos padrões recorrentes que podemos definir como fractais nas combinações geradas. “Esses fractais são formas geométricas que se repetem infinitamente em diferentes tamanhos” (EscolaKids, s.d.) e de maneiras auto-similares. Eles tem sido usados mesmo fora do campo lotérico, para modelar uma variedade de fenômenos naturais e artificiais. No contexto das loterias, os fractais podem ser usados para modelar a distribuição dos números sorteados ao longo do tempo. Isso pode potencialmente revelar padrões ocultos e previsíveis que poderiam ser explorados para aumentar as chances de ganhar. Pode ocorrer ainda a utilização de tais conceitos sendo interligados, por exemplo, ao uso de redes neurais, que já é, nesse caso, uma estratégia bem mais avançada do que os famosos “números prediletos”.

Existem várias técnicas que os jogadores podem usar para minimizar seus custos em apostas. Algumas dessas técnicas envolvem a análise estatística dos números sorteados anteriormente, enquanto outras envolvem a compra de um grande número de bilhetes.

Este estudo pretende explorar esses tópicos em profundidade, detalhando partes da matemática por trás das loterias e como ela pode ser usada para “melhorar” as chances de se ganhar.

As loterias são comuns em muitos países e assumem diferentes formas, desde jogos de sequências numéricas até as populares “raspadinhas”. No entanto, apesar da aparente simplicidade dos jogos, as chances de ganhar são muitas vezes extremamente baixas. Isso levanta questões essenciais sobre a viabilidade de técnicas matemáticas para otimizar o jogo e sobre a ética de investir em um setor tão voltado para o entretenimento.

Nessa ótica, os fractais surgem de formas muitas vezes sutis e quase imperceptíveis. Em termos simples, tais estruturas são geralmente definidas como figuras geométricas que possuem padrões em sua construção (EscolaKids, 2024), e se repetem infinitamente em diferentes escalas, o que significa que cada parte de um fractal é semelhante ao seu todo. Este padrão encontrado nos fractais é chamado de autossimilaridade.

Os fractais podem ser divididos em dois tipos: os geométricos e os aleatórios (EscolaKids, 2024). Em alguns casos eles surgem naturalmente, já em outros eles são criados por meio de um processo matemático bem definido, como o triângulo de Sierpinski por exemplo. Os fractais aleatórios são aqueles criados por meio de processos aleatórios, como o movimento de determinadas partículas, o crescimento de uma planta na natureza, entre outros. Neste trabalho, explorar-se-á algumas abordagens variadas, e que são intrinsecamente ligadas a esse campo da análise fractal.

Os fractais estão presentes desde em ladrilhos no chão, como nas ramificações das árvores, na natureza, e até mesmo nos flocos de neve, entre outros. Também existem vários exemplos de fractais em nosso corpo, como os vasos sanguíneos e os alvéolos pulmonares.

A área da Matemática que estuda os fractais é conhecida como Geometria dos Fractais, ou simplesmente “geometria fractal” que analisa as propriedades e o comportamento das figuras de alta complexidade.

Tais estruturas são uma importante ferramenta para uma análise mais complexa e aprofundada das loterias. Essas análises em si não são um campo isolado, pois podem servir de base futuramente para o crescimento tecnológico em outros setores totalmente distintos, dando margem ao avanço das ciências matemáticas e até mesmo naturais. Conforme argumenta Farias (2019, p. 13):

> "É possível destacar a importância do aprofundamento no estudo da geometria fractal e a Teoria do Caos com o advento do avanço tecnológico, especificamente no ramo da computação gráfica e recursos cada vez mais sofisticados que possibilitam ao homem ir mais além, criando e recriando soluções que favorecem ao bem da humanidade e a evolução na pesquisa de outras áreas, seja através da percepção no campo das ciências e tecnologias ou, através do desenvolvimento de projetos para a economia, avaliando a cotação das bolsas de valores, analisando situações da vida real, como por exemplo, as oscilações no coração e no cérebro, através de exames de imagens cada vez mais sofisticados, análise da corrente sanguínea e suas interligações microscópicas, permitindo equacionar e reformular antigos problemas da humanidade, buscando possíveis soluções." (p. 27).

Ao investigar loterias, probabilidades e fractais, este trabalho tem o potencial de aprofundar o entendimento das dinâmicas numéricas que fundamentam esses jogos. Cruzando a fronteira entre a matemática e o entretenimento, espera-se descobrir perspectivas que possam ser benéficas para jogadores e investidores, proporcionando um novo olhar sobre o fascinante universo das loterias.

2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Neste capítulo faremos uma abordagem de alguns dos principais conceitos relacionados ao tema “probabilidade”, bem como exploraremos a definição de análise fractal, especialmente sob a ótica da investigação de estratégias lotéricas voltadas à Mega-sena.

2.1 NOÇÕES DE PROBABILIDADE

Nesta seção, serão apresentados os conceitos básicos relacionados ao tema “probabilidade”. Conforme Bernardo (2024), tem-se:

2.1.1 DEFINIÇÕES BÁSICAS

- Fenômeno aleatório: É um experimento ou processo que, como o próprio nome já diz, ocorre de forma aleatória, ou seja, sem um padrão previsível ou determinístico. Tais eventos incluem, por exemplo, o lançamento de um dado, as flutuações no mercado financeiro, ou mesmo a escolha das faces de uma moeda.

- Espaço amostral: É o conjunto de todas as possibilidades num experimento aleatório, ou seja, é o conjunto de todos os possíveis resultados. Denotaremos aqui esse conjunto pela letra “S”.

Exemplo 1: “Lançamento de um dado”. Nesse caso temos como espaço amostral, o conjunto S = {1,2,3,4,5,6}

Exemplo 2: “Escolha aleatória de uma das páginas de um livro que contém 20 páginas.” Nesse caso temos como espaço amostral, o conjunto S = {1,2,3,4,5,6,..., 20}, onde os números de 1 a 20 representam as páginas do livro em questão.

- Evento: é chamado assim qualquer subconjunto do espaço amostral. Geralmente o evento é representado por uma letra maiúscula do nosso alfabeto.

Nesse sentido, existem relações que podem envolver dois ou mais conjuntos. São elas: a união entre dois ou mais conjuntos, que representamos por A U B U ... e denota o conjunto formado pelos elementos que pertencem a pelo menos um dos conjuntos da união; temos ainda a interseção A ∩ B ∩ ..., que representa o conjunto formado pelos elementos que pertencem a cada um dos conjuntos simultaneamente. Dois eventos são chamados de mutuamente exclusivos se eles não possuem nenhum elemento em comum, ou seja, se a interseção deles é vazia. Nesse caso representamos como $A \cap B = \emptyset$. O complementar de um evento é representado por A^C , que é o evento que ocorre se, e somente se, o evento A não ocorre.

Exemplo 3. No lançamento de um dado, considere os eventos A, B e C respectivamente definidos como “ escolher um número ímpar” , “escolher um número par”e “escolher um número maior que 7”.

Tem-se:

O espaço amostral nesse caso é o conjunto S = { 1 , 2 , 3, 4, 5, 6}.

A = {1 ,3 , 5}

B = {2, 4, 6}

Note que se o evento A não ocorre, então o evento B ocorre, ou seja, $B = A^c$; E ainda, $C = \emptyset$, já que no dado convencional não existem números maiores que 7.

2.1.2 MODELO EQUIPROVÁVEL DE PROBABILIDADE

Neste trabalho, consideraremos apenas espaços amostrais finitos. Dado um evento A e um espaço amostral finito S, denotando por n(A) como sendo o número de elementos do conjunto A, e n(S), o número de elementos do conjunto S, dizemos que a probabilidade de ocorrer o evento A é a razão entre o número de elementos de A e o número de elementos de S. Chamaremos a probabilidade de ocorrer o evento A, como sendo P(A). Sendo assim, vale a relação a seguir:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Em termos mais simples, podemos expressar a probabilidade de ocorrência do evento A da seguinte forma:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

Vale salientar que quando um evento tem 100% de chances de ocorrer, ele é chamado de evento certo, e quando ele tem 0% de chances de ocorrer, ele é chamado de evento impossível. Vejamos agora o exemplo a seguir envolvendo o cálculo de probabilidade.

Exemplo 4. Determinar a probabilidade de sortear um número primo maior que 2 no lançamento deum dado.

Tem-se:

O espaço amostral nesse caso é o conjunto S = { 1 , 2 , 3, 4, 5, 6}

Considerando como sendo "A" o evento "sortear um número primo maior que 2", então:

A = {3 , 5}

Nesse caso o conjunto A tem 2 elementos, e portanto n(A) = 2; já o espaço amostral tem 6 elementos,ou seja, n(S) = 6.

Logo, a probabilidade de ocorrer o evento A, será:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Que também pode ser representada na forma decimal, como 0,333...

2.1.3 PROPRIEDADES ENVOLVENDO AS PROBABILIDADES

Dados os eventos A, A^C (complementar de A), e o espaço amostral S, são válidas as seguintes propriedades a seguir:

1. P(S) = 1
2. $0 \leq P(A) \leq 1$
3. $P(\emptyset) = 0$
4. $P(A^C) = 1 - P(A)$
5. P(A) = 0, se e só se A é um evento impossível
6. P(A) = 1, se e só se A é um evento certo

Exemplo 5. Numa urna existem bolas numeradas com números ímpares e bolas numeradas com números pares. Sabe-se que a probabilidade de se sortear uma bola que apresente um número par é igual a 0,35. Qual a probabilidade de se sortear um número ímpar?

No exemplo supracitado, tirar uma bola par, é o evento complementar de tirar uma bola ímpar. Considerando esse fato e a relação $P(A^C) = 1 - P(A)$, tem-se:

$P(A^C) = 1 - 0,35$

$P(A^C) = 0,65$ (ou 65%).

Logo, a probabilidade procurada corresponde a 65%.

2.2 CONCEITOS BÁSICOS DE CONTAGEM

2.2.1 PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM (PFC)

Considere os eventos A e B, de tal modo que o evento A pode ocorrer de m maneiras distintas, e o evento B pode ocorrer de n maneiras distintos. O princípio fundamental da contagem afirma que o número de maneiras de realizar ambas as ações é dado por $m \times n$, ou seja, o produto de m por n. De fato, pois, para cada uma das formas de ocorrer o evento A, teremos exatamente n formas de ocorrer o evento B, e com isso o número total de possibilidades poderá ser escrito como (n+n+...+n) com a parcela n aparecendo m vezes, ou seja, um total de $m \times n$ vezes.

Exemplo 6. Para ir a uma festa, Carla tem 3 camisas e 2 calças. De quantas formas diferentes ela pode ir à festa, sabendo que usará uma calça e uma camisa?

Pelo princípio fundamental da contagem, como o primeiro evento se dá de 3 formas distintas, e o segundo evento se dá de 2 formas distintas, então os dois eventos podem ocorrer juntos um total de 3×2 maneiras, ou ainda, 6 maneiras.

2.2.2 ARRANJOS, PERMUTAÇÕES E COMBINAÇÕES

Primeiramente definimos o fatorial de um número natutal n, denotado por n!, como o produto $n(n-1)(n-2) \cdot ... \cdot 1$. Convenciona-se que $0!=1$. Considere agora um conjunto com n elementos distintos. Chamamos arranjo desses n elementos tomados k a k ($k \leq n$), qualquer agrupamento ordenado de k elementos distintos escolhidos entre os n existentes. Representa-se esse total de arranjos por $A_{n,k}$.

Para a determinação do $A_{n,k}$ usamos o PFC: tem-se n possibilidades para a escolha do 1º elemento, (n-1) possibilidades para a escolha do 2º elemento, e assim por diante, até obtermos [n-(k-1)] possibilidades para o k-ésimo elemento. Ou seja:

$$A_{n,k} = n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Exemplo 7. Dado o conjunto das vogais V = {a,e,i,o,u}, determinar a quantidade de aranjos que podemos formar com 3 elementos de V.

Todo arranjo formado é um agrupamento ordenado de 3 elementos escolhidos entre os 5 disponíveis. Logo, pela fórmula do arranjo tem-se:

$$A = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{5!}{(5-3)!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

Resposta: 60 arranjos.

Observação 1: Note que nesse tipo de agrupamento a ordem dos elementos importa.

Observação 2: Definimos a permutação de n elementos como todo agrupamento ordenado formado por esses n elementos, que pelo PFC pode ser representado como $n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$

Uma Combinação de n elementos tomados k a k, diferentemente do arranjo, não leva em consideração a ordem dos k elementos em questão. Em suma, o número total de combinações pode ser obtido por meio da fórmula do arranjo, mas "descontando-se" desse total o número de permutações dos k elementos. Ou seja, denotando por $C_{n,k}$ o total de combinações de n elementos tomados k a k, tem-se:

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

2.3 ANÁLISE FRACTAL E A MEGA-SENA

Geralmente, quando se vê o tema análise fractal nota-se não uma percepção do seu conceito em âmbito global, mas sim aplicações do mesmo em áreas específicas, haja vista a infinidade de utilizações desse tema nas mais diversas áreas. A análise fractal é definida como um ramo da matemática e da ciência que estuda as propriedades geométricas de estruturas complexas que exibem autossimilaridade em diferentes escalas. O termo "fractal" foi cunhado pelo matemático Benoit Mandelbrot na década de 70 (Ventura, 2019), e desde então a análise fractal tem sido aplicada em uma vasta gama de campos, incluindo física, economia,biologia, geologia, entre outros.

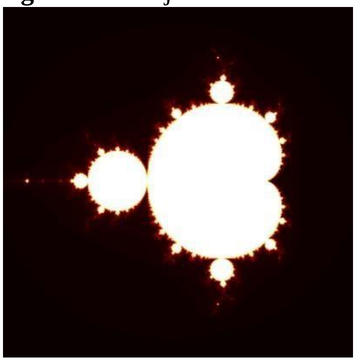
Um fractal bastante famoso é o Conjunto de Mandelbrot – conforme mostrado na Figura 1 – que é definido como o conjunto de pontos c no plano complexo para o qual a sucessão definida recursivamente:

$$Z_0 = 0$$

$$Z_{n+1} = Z^2{}_n + c$$

não tende ao infinito.

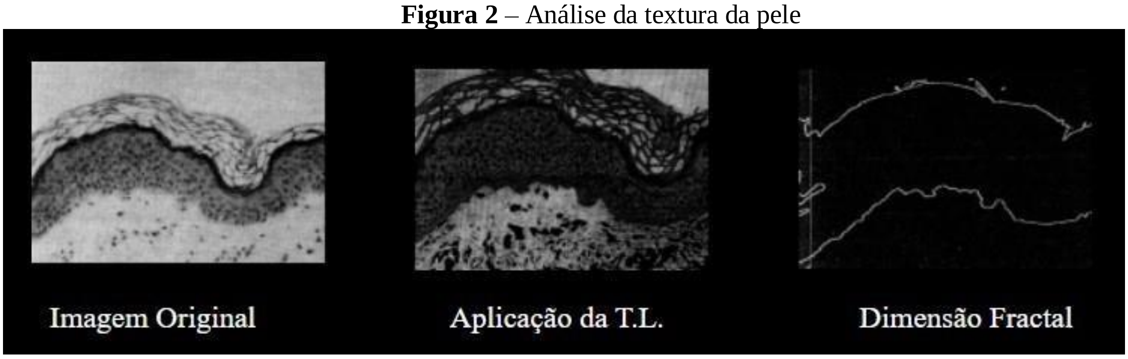
Figura 1 – Conjunto de Mandelbrot



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Na biologia, por exemplo, os fractais são aplicados com o objetivo de analisar o crescimento de tumores *in vitro*, e com isso determinar a dimensão fractal em diferentes escalas. Nas observações realizadas, eles podem constatar que existem padrões de autossimilaridade nessas escalas, levando os pesquisadores a concluir que essa técnica pode auxiliar a detecção de tumores, mesmo em uma fase inicial. Veja a Figura 2, que mostra o uso da técnica fractal para a análise da textura da pele:

Figura 2 – Análise da textura da pele

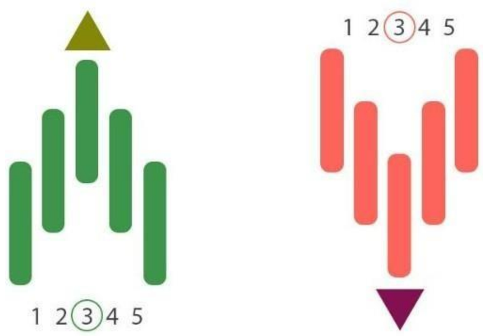


Fonte: Ufsc, 2024

A T.L. significa Transformada de Laplace, e é uma técnica matemática usada para extrair informações sobre a textura da pele a partir de imagens, conforme sintetiza Moraes (2021). Ela é aplicada à imagem original para evidenciar nuances e padrões da textura, permitindo a posterior análise da mesma.

Os fractais são também utilizados no mercado financeiro, no qual comumente traders tentam prever qual será o próximo "estado" de um ativo; Se o seu preço tende a subir ou a descer em determinados intervalos de tempo. Para isso eles se utilizam de padrões fractais presentes no gráfico do referido ativo, conforme a Figura 3.

Figura 3 – Padrões de velas



Fonte: Litefinance , 2024

Dentre os vários padrões analisados, um deles é a presença de cinco velas no gráfico em que a terceira vela sempre tem uma máxima (fractal ascendente) ou um mínimo (fractal descendente) em comparação com as duas velas anteriores e as duas velas posteriores.

O padrão é bastante conveniente para análises e tomadas de decisão, visto a rápida identificação visualmente do mesmo no gráfico.

A Figura 4 mostra um exemplo de um trading usando um fractal, em que é evidenciada uma abordagem na análise gráfica do preço de um ativo, que é a análise fractal. As setas para cima e para baixo são indicadores de tendências.

No caso de apontarem para cima, significa um ponto potencial de reversão para cima, ou seja, um ponto onde o preço pode começar a subir. Já apontando para baixo, indica o oposto. Ou seja, um possível ponto onde o preço do ativo pode começar a descer. Em suma, os fractais na contextura da análise gráfica, são uma ferramenta de indicação e/ou confirmação de tendências de preços no mercado financeiro.

Figura 4 – Trading usando um fractal

Fonte: Litefinance , 2024

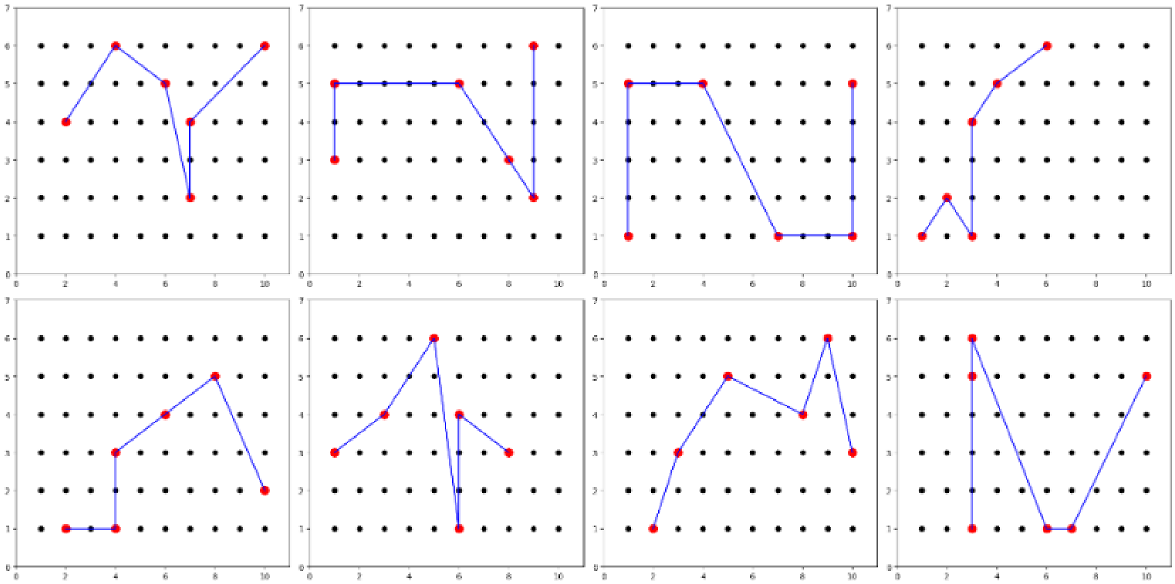
Já na Mega-sena ou em outros jogos de loteria, as técnicas de fractais não são tradicionalmente aplicadas devido à natureza estatística e aleatória dos sorteios. No entanto, em teoria, é possível explorar conceitos fractais para tentar entender padrões complexos nos resultados.

Uma possível abordagem fractal na Mega-sena pode ser a investigação de padrões de autocorrelação espacial ou temporal nos números sorteados. Pelo fato dos fractais serem caracterizados por sua auto-semelhança em diferentes escalas, pode ocorrer de surgirem analogias a serem feitas com os padrões de sorteios.

Na técnica que se segue, usando um desses modelos, associou-se a cada um dos 60 números da Mega-sena um ponto no plano, donde pontos consecutivos numa mesma linha e pontos consecutivos numa mesma coluna são igualmente espaçados. Destacamos em cada quadro 6 pontos aleatórios distintos para representarem um resultado qualquer da Mega-sena. Após isso, ligou-se os números escolhidos por meio de segmentos de reta, de modo a cobrir todos os números marcados. Para tal foi definido um número qualquer como ponto de partida, e outro número como ponto de chegada. O ponto de partida foi considerado como o ponto mais à esquerda e mais abaixo em comparação aos demais pontos escolhidos. Essa mesma ordem foi mantida para a escolha dos números subsequentes, a fim de se formar os segmentos de reta.

Observe a Figura 5 com 8 simulações de resultados distintos:

Figura 5 – Padrões fractais e geométricos na Megasena



Fonte: Elaboradopelo autor (2024)

Analisaremos as quantidades de segmentos ligando quaisquer dois pontos distintos nos quadros – podendo esses pontos estarem associados a algum dos seis pontos escolhidos, ou não – e contados sequencialmente do 1º ao último número fixado dentre os 6 escolhidos. Veja:

1. Um quadro com 6 segmentos;
2. Três quadros com 7 segmentos cada um;
3. Dois quadros com 8 segmentos cada um;
4. Um quadro com 14 segmentos;
5. Um quadro com 15 segmentos.

Mediante a análise do padrão fractal observado, percebe-se uma maior ocorrência de jogos formando exatamente 7 segmentos, uma vez que dentre as frequências percebidas para cada valor, esse foi o que teve uma maior ocorrência (3 vezes dentre as 8 simulações). Isso pode sugerir uma tendência maior de ocorrência para essa quantidade específica, levando assim o jogador a dar um peso maior para jogos que contenham o referido padrão mencionado.

Essa portanto é apenas uma dentre as múltiplas abordagens possíveis que podem ser exploradas considerando a perspectiva da análise fractal no jogo da Megasena. No mais, seguir-se-á com o estudo e a análise dos temas posteriores.

3. A MEGA-SENA E AS PROBABILIDADES

3.1 CARACTERÍSTICAS DO JOGO

A Mega-sena é uma modalidade lotérica no Brasil que consiste em escolher 6 números dentro de um quadro no volante que apresenta 60 números inteiros e distintos do 1 ao 60.

É um jogo muito popular no Brasil, principalmente pelo fato de prometer premiações milionárias aos ganhadores do prêmio principal. Em sorteios tradicionais esses valores passam facilmente dos R$ 3.000.000,00. Mas também é muito comum de os prêmios acumularem por longos períodos de tempo, quando nenhum dos apostadores acerta as 6 dezenas sorteadas. Nesses casos, não é raro de se ver prêmios chegando à “casa” dos 40 ou 50 milhões de reais; Um exemplo foi o concurso 2754 de 27 de Julho de 2024, que ficou acumulado em quase 100 milhões de reais, durante o período de mais de 7 concursos seguidos. (Caixa, 2024).

Cada extração de um resultado da Mega-sena, ou seja, cada extração de um conjunto de 6 números nesse jogo, é chamada de concurso. Segundo dados oficiais, até o momento já foram realizados mais de 2700 concursos da Mega-sena, com o primeiro concurso tendo ocorrido no ano de 1996 (Caixa, 2024).

Temos na Figura 6 a frente e o verso de um volante da Mega-sena:

Figura 6 – Bilhete da Mega-sena

Fonte: G1 , 2024

Para realizar uma aposta simples na Mega-sena, basta escolher 6 números em um dos quadros do volante – sendo os 6 números no mesmo quadro – e torcer para ser o resultado sorteado.

No entanto, ganha-se não apenas se acertar os 6 números sorteados. Existem outras faixas de premiação. São elas: quadra (o acerto de 4 números dentre os 6) e quina (o acerto de 5 números dentre os 6).

Considere para fins exemplificativos o jogo hipotético 1, 2, 3, 4, 5, 6 feito por um jogador; e o resultado oficial também hipotético 1, 3, 5, 6, 18, 43. Nesse cenário, caso o jogador tivesse apostado o jogo mostrado para concorrer no respectivo concurso, ele teria acertado quatro dos seis números sorteados no resultado oficial, sendo eles os números 1, 3, 5, 6; e com isso o referido jogador garantiria a premiação de quadra na Mega-sena.

Nas demais faixas mostradas, as probabilidades de ganho são maiores; Porém os prêmios oferecidos são menores do que os ofertados na faixa principal, que é a sena. Podemos citar como exemplo o concurso de número 2745 de 04 de Julho de 2024, que pagou R$ 726,50 a cada acertador da quadra, R$ 22892,78 para cada acertador de quina, e pouco mais de 54 milhões de reais para cada um dos acertadores da faixa de sena (Caixa, 2024).

Ademais, caso o jogador não queira escolher os seus números, existe a possibilidade de marcar no volante a opção de “Surpresinha”. Nessa opção, o próprio sistema marcará para o jogador uma sequência aleatória de 6 números para compor a sua aposta.

Existe ainda uma outra opção presente no volante, que é chamada de “Teimosinha”. Nessa opção, o jogador pode marcar os seus números de modo que essa mesma aposta venha a concorrer em concursos posteriores. Assim, o valor a ser pago pelo jogador será proporcional à quantidade de concursos à qual o jogo estará concorrendo.

Atualmente o valor de uma aposta simples na Mega-sena custa R$ 5,00. Mas o jogo também permite que se aposte com mais números (além dos seis), de modo a aumentar a probabilidade de acertar alguma das faixas de premiação disponíveis. Na Tabela 1, são mostrados os preços das apostas da Mega-sena conforme a quantidade de números jogados.

Tabela 1 – Preços das apostas

Quantidade de números jogados	Valor da aposta
6	R$ 5,00
7	R$ 35,00
8	R$ 140,00
9	R$ 420,00
10	R$ 1.050,00
11	R$ 2.310,00
12	R$ 4.620,00
13	R$ 8.580,00
14	R$ 15.015,00
15	R$ 25.025,00
16	R$ 40.040,00
17	R$ 61.880,00
18	R$ 92.820,00
19	R$ 135.660,00
20	R$ 193.800,00

Fonte: Elaborado pelo autor com base em informações do site caixa.gov.br.

Conforme dados oficiais do site da Caixa Econômica Federal, o prêmio bruto corresponde a 43,35% da arrecadação total. Desse percentual:

- 35% são distribuídos entre os acertadores de 6 números (Sena);
- 19% entre os acertadores de 5 números (Quina);
- 19% entre os acertadores de 4 números (Quadra);
- 22% ficam acumulados e são distribuídos aos acertadores de 6 números nos concursos de final 0 ou 5.
- 5% ficam acumulados para a primeira faixa – sena – do último concurso do ano de final 0 ou 5 (Mega da Virada).

Em caso de não ocorrer ganhador em qualquer faixa, o valor acumula para o concurso seguinte, na respectiva faixa de premiação.

Os prêmios prescrevem 90 dias após a data do sorteio. Passado esse prazo, os valores são repassados ao Tesouro Nacional para aplicação no FIES – Fundo de Financiamento ao Estudante do Ensino Superior.

No caso de ocorrer alguma premiação, o jogador pode receber o seu prêmio em qualquer casa lotérica credenciada ou nas agências da Caixa. Caso o prêmio bruto seja superior a R$ 2259,20, o pagamento pode ser realizado apenas nas agências da Caixa, mediante a apresentação de documentos oficiais, bem como do recibo de aposta original e premiado.

Além da aposta presencial numa casa lotérica, é possível ainda realizar as suas apostas de forma online pelo site da caixa, ou mesmo pelo Aplicativo Loterias Caixa. A Caixa oferece também a opção de bolões, que é uma forma de se jogar em conjunto com outros jogadores, de modo a aumentar as chances de premiação e também diminuir os gastos que se teria com as apostas realizadas individualmente (Caixa, 2024).

No final de cada ano, existe um concurso especial da Mega-sena, que é popularmente chamado de “Mega da Virada”. Nesse concurso, os prêmios são ainda maiores do que aqueles acumulados em sorteios regulares ao longo do ano.

Na Figura 7, seguem os dados dos 10 maiores prêmios da Mega da Virada já pagos até hoje, excetuando-se o que foi pago em 2023, que foi considerado o maior já pago na história da Mega-sena, chegando a quase 600 milhões de reais:

Figura 7 – Prêmios da Mega-sena

1. **2022:** R$ 541,9 milhões
2. **2021:** R$ 378,1 milhões
3. **2020:** R$ 325,2 milhões
4. **2017:** R$ 306,7 milhões
5. **2019:** R$ 304,2 milhões
6. **2018:** R$ 302,5 milhões
7. **2014:** R$ 263,2 milhões
8. **2015:** R$ 246,5 milhões
9. **2012:** R$ 244,7 milhões
10. **2013:** R$ 224,6 milhões

Fonte: G1 , 2024

3.2 PROBABILIDADE DE ACERTAR A SENA

Como vimos, a Mega-sena apresenta três faixas distintas de premiação, sendo elas a quadra, a quina e a sena. Para cada uma dessas faixas existe uma probabilidade específica. Trataremos primeiramente sobre a sena, ou seja, sobre a probabilidade de, com uma aposta simples, o jogador acertar os 6 números do resultado principal.

Há de se determinar inicialmente qual é o espaço amostral presente no jogo da Mega-sena. Para isso note que a Mega-sena apresenta um total de 60 números inteiros e distintos variando de 1 a 60. Como cada jogo simples da Mega-sena é formado por 6 números escolhidos dentre os 60 disponíveis, então cada jogo formado é um agrupamento específico de 6 números.

Note ainda que uma vez escolhidos os números para compor o jogo, a mudança de ordem dos mesmos dentro do agrupamento formado, não se configura em uma nova aposta, visto que, por exemplo o jogo 1, 2, 3, 4, 5, 6 é o mesmo jogo 2, 5, 1, 3, 6, 4 pois os números marcados são os mesmos. Isso mostra que para a situação proposta, a ordem dos elementos não influencia no problema em questão, indicando portanto que o referido agrupamento é uma combinação dos 60 elementos tomados 6 a 6.

Logo, para se determinar o espaço amostral procurado, basta calcularmos o total de combinações possíveis de 60 elementos (já que são 60 números na Mega- sena), tomados 6 a 6 - pois cada agrupamento é composto por 6 números.

Com isso, tem-se:

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!\ (n-k)!}$$

$$= \frac{60!}{6!\ (60-6)!}$$

$$= \frac{60!}{6!\ 54!}$$

$$= \frac{60\ x\ 59\ x\ 58\ x\ 57\ x\ 56\ x\ 55\ x\ 54!}{720\ x\ 54!}$$

$$= \frac{36045979200}{720}$$

$$= 50063860 \text{ combinações.}$$

Em suma, existem um total de 50063860 combinações diferentes de 6 números no universo de possibilidades da Mega-sena.

Ao efetuar uma aposta simples, o jogador está escolhendo uma dentre essas mais de 50 milhões de possibilidades. Como queremos a probabilidade de o jogador acertar a sena com a aposta simples, basta usarmos a definição de probabilidade exibida anteriormente. Denotaremos a probabilidade de o jogador ganhar nesse caso, como sendo P(A). Ou seja:

$$P(A) = \frac{\textit{número de casos favoráveis}}{\textit{número de casos possíveis}}$$

$$P(A) = \frac{1}{50063860}$$

$$P(A) = 0.0000000199744885831815 6$$

O que em termos percentuais equivale a: 0.00000199744885831815 6%, ou ainda, cerca de 0,000002% de chance de acertar a sena.

3.3 PROBABILIDADE DE ACERTAR OUTRAS FAIXAS DE PREMIAÇÃO

Sabe-se que o número total de elementos do espaço amostral na Mega-sena é igual a 50063860. Tomando esse número como referência, calcularemos agora as probabilidades de se acertar a quina e de se acertar a quadra.

Para que um bilhete seja premiado com a quadra é necessário que dentre os números apostados, exatamente 4 desses 6 números estejam presentes nos números sorteados. Isso quer dizer que nos outros 54 números não apostados pelo jogador, estarão presentes os dois números restantes do resultado.

Logo, o total de apostas possíveis que garantem exatamente a quadra ao apostador, são aquelas que apresentam essa mesma configuração.

Para cada agrupamento distinto de 4 números dentre os 6 escolhidos, temos um total de $C_{54,2}$ que formarão juntamente com os 4 números iniciais um jogo de 6 números que garantirá a quadra ao apostador.

Sendo assim, o número de casos favoráveis para o problema em questão pode ser escrito como: $C_{54,2} \times C_{6,4}$; Portanto, a probabilidade de o jogador acertar a quadra com uma aposta simples, será dada por:

$$P(A) = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis}{número\ de\ casos\ possíveis}$$

$$P(A) = \frac{C_{54,2} \times C_{6,4}}{50063860}$$

$$P(A) \cong \frac{1}{2332}$$

O que em termos percentuais representa aproximadamente 0,04%. Logo, com uma aposta simples de 6 números na Mega-sena, a chance de o jogador acertar a quadra corresponde a cerca de 1/2332. Já para a faixa de premiação quina, usando raciocício análogo, encontra-se que o número de casos favoráveis para se ter essa premiação é a $C_{54,1} \times C_{6,5}$; Ou seja:

$$P(A) = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis}{número\ de\ casos\ possíveis}$$

$$P(A) = \frac{C_{54,1} \times C_{6,5}}{50063860}$$

$$P(A) \cong \frac{1}{154518}$$

O que em termos percentuais, representa aproximadamente 0,0006%.

Para apostas com mais de 6 números no volante, o valor a ser pago é proporcional à quantidade de jogos distintos de 6 números que podem ser formados com esses números escolhidos. Em termos práticos, pegando por exemplo o jogo fictício 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 note que podemos formar com as quantidades de números escolhidas, exatamente 7 jogos distintos de 6 números cada; A saber:

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 7

1 – 2 – 3 – 4 – 6 – 7

1 – 2 – 3 – 5 – 6 – 7

1 – 2 – 4 – 5 – 6 – 7

1 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7

$$2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7$$

E com isso, o preço a ser pago pela aposta de 7 números será igual a 7 vezes o preço pago pela aposta simples de 6 números. Em termos gerais, dada uma quantidade n de números a ser apostada - quantidade essa que seja maior do que 6 - para determinarmos quantos jogos distintos de seis números podemos formar com esses n números, basta calcularmos a $C_{n,6}$. Isso nos permite inferir uma fórmula para determinar o preço de uma aposta conforme a quantidade de números a serem jogados. Tal fórmula é dada por:

$$P = k \times C_{n,6}$$

Onde n é a quantidade de números jogados, k é o preço atual da aposta simples, e P é o preço a ser pago pela aposta realizada.

Para uma aposta de 8 números por exemplo, e considerando o preço atual da aposta simples que é de R$ 5,00, temos a seguinte equação:

$$P = k \cdot C_{n,6} \quad \Rightarrow \quad P = 5 \cdot C_{8,6} \quad \Rightarrow \quad P = 5 \cdot 28 = 140$$

Logo, para uma aposta de 8 números, o preço a ser pago é de R$ 140,00. Note que para jogos com quantidades de números apostados superiores a 6, mudam-se também as referidas probabilidades de acerto para cada uma das faixas de premiação. Tomando como base o mesmo raciocínio utilizado no início deste tópico, para o cálculo da probabilidade de acerto de quadra, podemos generalizar o cálculo da probabilidade para quantidades maiores de números apostados, bem como exibir na mesma fórmula a quantidade de números de acertos pretendida, mediante o referido cálculo de probabilidade.

Admita que um jogador fictício “X”, tenha escolhido uma aposta de n números, com $n \geq 6$, para jogar na Mega-sena. Queremos determinar a probabilidade de ele acertar exatamente k números na sua aposta; Sendo $k \leq n$, e k inteiro, com $k \in [4,6]$, pois estas são as possíveis faixas de premiação. Dessa maneira, o número de agrupamentos possíveis de k elementos dentre os n apostados, pode ser determinado pela $C_{n,k}$. Por outro lado, o jogador ‘X’ deixou de fora de sua aposta um total de (60-n) números, dentre os quais espera-se estarem presentes (6-k) números dos sorteados. Logo, para cada um dos agrupamentos de k elementos dentre os n disponíveis, teremos um total de $C_{(60-n),(6-k)}$ agrupamentos de (6-k) elementos formados pelos números não escolhidos. E com isso, o total de casos favoráveis será dado por: $C_{n,k} \times C_{(60-n),(6-k)}$.

Para uma melhor compreensão do panorama mostrado, considere [a_1, a_2, a_3, a_4,..., a_n] como um agrupamento de n números inteiros variando de 1 a 60. Admita ainda a seguinte situação hipotética: O jogador 'X', espera acertar 4 números dentre os 6 de sua aposta fictícia (1, 2, 3, 4, 5, 6 por exemplo). Com a quantidade de 6 números escolhida por ele, existem 15 formas diferentes de se ocorrer uma quadra, sendo elas: [1, 2, 3, 4], [1, 2, 3, 5], [1, 2, 3, 6], ... , [3, 4, 5, 6]. Denotaremos esse conjunto de agrupamentos por Q. Ou seja, Q = {[1, 2, 3, 4], [1, 2, 3, 5], [1, 2, 3, 6], ... , [3, 4, 5, 6]}. Esse total de 15 agrupamentos é o resultado da $C_{6,4}$. Qualquer um deles sendo sorteado no resultado oficial garantirá a quadra ao apostador. Mas o jogo a ser apostado pelo jogador X não deve ser composto apenas de um agrupamento de 4 números, uma vez que a aposta deve ser formada por 6 números. Logo, os outros dois números para completar cada agrupamento anterior, virão dos 54 números não escolhidos pelo jogador. Com esses 54 números existem 1431 formas diferentes de se escolher um duque (dois números), sendo elas: [7, 8] , [7, 9] , [7, 10] , ... , [59, 60]. Denotaremos esse novo conjunto de agrupamentos por D. Ou seja, D = {[7, 8] , [7, 9] , [7, 10] , ... , [59, 60]}. Esse quantitativo de 1431 agrupamentos distintos de dois números é o resultado da $C_{54,2}$. Sendo assim, os jogos que garantirão exatamente a quadra ao apostador são aqueles que tem como configuração uma quadra do conjunto Q, e um duque do conjunto D, ou seja, 4 números dentre os sorteados e 2 números não sorteados, totalizando assim os 6 números a serem apostados pelo jogador. Por outro lado, para determinarmos o total de jogos com essa configuração procurada, basta considerarmos que uma vez fixado um agrupamento qualquer de quadra, o mesmo pode se "ligar" de 1431 formas com cada agrupamento de duque formando assim o jogo vencedor. Então, para cada agrupamento de quadra temos 1431 agrupamentos de duques possíveis, e portanto o total de jogos com essa configuração, pode ser expresso por: (1431 + 1431 + 1431 + ... + 1431), com a parcela 1431 aparecendo 15 vezes; Ou seja, um total de 15 × 1431 casos favoráveis. O que é o mesmo que $C_{6,4} \times C_{54,2}$.

Agora voltando à expressão $C_{n,k} \times C_{(60-n),(6-k)}$, que representa o total de casos favoráveis de se acertar exatamente k números dentre os n apostados, como queremos a referida probabilidade, basta fazermos:

$$P(A) = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis}{número\ de\ casos\ possíveis}$$

$$= \frac{C_{n,k} \times C_{(60-n),(6-k)}}{50063860}$$

Exemplo 8. Ao se apostar 11 números na Mega-sena, qual será a probabilidade de se acertar uma quina?

Usando a fórmula apresentada, temos:

$$P(A) = \frac{C_{n,k} \times C_{(60-n),(6-k)}}{50063860}$$

$$= \frac{C_{11,5} \times C_{(60-11),(6-5)}}{50063860}$$

$$= \frac{C_{11,5} \times C_{49,1}}{50063860}$$

$$= \frac{462\,X\,49}{50063860}$$

$$= \frac{22638}{50063860}$$

$$\cong \frac{1}{2211}$$

Portanto a probabilidade será de cerca de1/2211, ou em termos percentuais aproximadamente 0,045% de chance.

4 ALGUMAS ESTRATÉGIAS VENCEDORAS

São várias as estratégias utilizadas pelos apostadores. Muitas são provenientes de escolhas puramente pessoais e intuitivas, e que não seguem um embasamento matemático concreto que justifique tais escolhas. Alguns utilizam datas de aniversário, placas de carro, data de nascimento dos filhos, números de cpf ou até mesmo números de telefone. Porém existem também muitas estratégias que são amparadas pela matemática. E são essas às quais nos ateremos neste trabalho.

4.1 CRITÉRIO 1: EQUILÍBRIO ENTRE PARES E ÍMPARES

No volante da Mega-sena existem 60 números, sendo 30 pares e 30 ímpares, dentre os quais o apostador terá que escolher 6 para compor o seu jogo. Naturalmente, pelo próprio equilíbrio da quantidade de pares e ímpares que existem nesse jogo, os resultados tendem também a se comportar de forma equilibrada, mantendo quantidades iguais ou mesmo próximas de pares e ímpares na maioria das vezes. Tal fato é corroborado pelas análises estatísticas de frequência que são realizadas dentro dessa modalidade lotérica.

A fim de nos auxiliar a realizar tal análise, utilizamos um código Python que nos permite simular 1000 sorteios aleatórios da Mega-sena, de modo a verificar os percentuais de ocorrência de números pares e ímpares nessa amostra.

Código Python utilizado:

Algoritmo 1: Script

```
import random

def calcular_percentual_frequencia_pares_impares(jogos):
    total_jogos = len(jogos)
    pares = 0
    impares = 0
    for jogo in jogos:
        num_pares = sum(1 for num in jogo if num % 2 == 0)
        num_impares = len(jogo) - num_pares
        pares += num_pares
        impares += num_impares
    percentual_pares = (pares / (total_jogos * 6)) * 100
    percentual_impares = (impares / (total_jogos * 6)) * 100
    return percentual_pares, percentual_impares

def simular_jogos_megasena(numero_jogos):
    jogos = []
    for _ in range(numero_jogos):
        jogo = random.sample(range(1, 61), 6)  # Gera 6 números únicos de 1 a 60
        jogos.append(jogo)
    return jogos

# Simulação de 1000 jogos da Mega-Sena
jogos_megasena = simular_jogos_megasena(1000)
# Cálculo do percentual de frequência de pares e ímpares
percentual_pares, percentual_impares =
calcular_percentual_frequencia_pares_impares(jogos_megasena)
# Exibição dos resultados
print("Percentual de números pares:", percentual_pares)
print("Percentual de números ímpares:", percentual_impares)
```

Fonte: O autor

Com isso obtivemos os seguintes resultados:

Figura 8 – Incidência de pares e ímpares

```
Percentual de números pares: 48.86666666666667
Percentual de números ímpares: 51.13333333333333
```

Fonte: Programiz, 2024

Nota-se então, que esses percentuais estão próximos do valor esperado que é de 50%. Isso mostra portanto que esse número é um valioso critério a ser utilizado na escolha dos jogos.

É importante salientar que o código em questão calcula o percentual de frequência de números pares e ímpares em todos os jogos fornecidos como entrada. Ele itera sobre cada jogo, contando o número de pares e ímpares em cada jogo individualmente, e então calcula o percentual de pares e ímpares em relação ao total de números jogados em todos os jogos. No caso como foram 1000 jogos simulados, e cada jogo é composto por 6 números, isso significa que há um total de 6000 números sorteados nessa simulação, podendo haver repetições ou não. Portanto, os percentuais obtidos expressam que na simulação realizada, aproximadamente 48,8% dos 6000 números são pares, o que representa um total de 2928 números pares, e já o restante, ou seja, aproximadamente 51,2% são de números ímpares, o que representa um total de 3072 números ímpares.

Vale ressaltar que por se tratarem de simulações distintas, a cada nova compilação do algoritmo, novos jogos podem ser gerados, o que faz com que tais percentuais variem levemente a cada nova simulação. Porém, mesmo havendo tais variações com os valores encontrados, eles ainda refletem de maneira muito aproximada os percentuais reais de ocorrência desses números.

E dessa forma, podem ser considerados para fins de análise. Isso pode ser corroborado mediante alguns cálculos matemáticos que atestam a veracidade desse fato. Tal cálculo consiste em resolvermos o seguinte problema: determinar quantas vezes aparecem números pares, e quantas vezes aparecem números ímpares em todos os resultados da Megasena. Para facilitar esse processo dividiremos o problema em partes, e para isso consideraremos a seguinte nomenclatura: $C_{n,p}$ como a combinação de n elementos tomados p a p.

1º Parte: Determinar quantos jogos com nenhum número par, há na Megasena.

Como na Mega-sena existem 30 números pares e 30 números ímpares, só nos interessa nesse caso o total de combinações possíveis de 30 números ímpares tomados 6 a 6, ou seja,

$C_{30,6}$ que é igual a 593775 combinações.

2º Parte: Determinar quantos jogos com somente 1 número par, há na Megasena.

Com raciocínio análogo ao anterior, e considerando as quantidades de pares e ímpares existentes na Mega-Sena, temos:

$C_{30,1} . C_{30,5} = 30 . 142506 = 4275180$

3º Parte: Determinar quantos jogos com somente 2 números pares, há na Mega-sena.

Teremos: $C_{30,2} . C_{30,4} = 435 . 27405 = 11921175$

4º Parte: Determinar quantos jogos com somente 3 números pares, há na Mega-sena.

Teremos: $C_{30,3} . C_{30,3} = 4060 . 4060 = 16483600$

5º Parte: Determinar quantos jogos com somente 4 números pares, há na Mega-sena.

Teremos: $C_{30,4} . C_{30,2} = 435 . 27405 = 11921175$

6º Parte: Determinar quantos jogos com somente 5 números pares, há na Mega-sena.

Teremos: $C_{30,5} . C_{30,1} = 30 . 142506 = 4275180$

7º Parte: Determinar quantos jogos com os exatos 6 números pares, há na Mega-sena.

Teremos: $C_{30,6} . C_{30,0} = 1 . 593775 = 593775$

Temos assim, um total de (4275180 + 11921175 + 16483600 + 11921175 + 4275180 + 593775) jogos que tenham no mínimo um número par, o que representa um total de 49470085 jogos.

Desse quantitativo porém, existem jogos com somente 1 número par, com somente 2 números pares e assim até o total de 6 números pares. Como queremos descobrir a quantidade de vezes que os números pares aparecem, devemos multiplicar cada parcela dessa soma por sua respectiva quantidade de números pares por jogo. Em suma, tem-se:

$(4275180 . 1 + 11921175 . 2 + 16483600 . 3 + 11921175 . 4 + 4275180 . 5 + 593775 . 6)$

$= 4275180 + 23842350 + 49450800 + 47684700 + 21375900 + 3562650$

= 150191580 vezes que os números pares aparecem nos jogos da Mega-Sena.

Veja que o cálculo e os valores para as quantidades de números ímpares são iguais, visto que o universo de pares e ímpares no volante da Mega-sena é o mesmo: 30 pares e 30 ímpares; E além disso, para cada uma das partes anteriormente mencionadas, uma vez fixado o primeiro número binomial sob a forma $C_{n,p}$ juntamente com o seu respectivo valor de p, o número binomial que irá multiplicá-lo terá como valor de p (o qual denotaremos por p' a fim de diferenciar de p) o número (6-p), gerando assim binomiais idênticos aos mostrados anteriomente, e portanto com valores também iguais. Ou seja, 150191580 vezes que os números pares aparecem nos jogos da Mega-Sena, e 150191580 vezes que os números ímpares aparecem nos jogos da Mega-Sena, mostrando assim que os valores são de fato iguais.

Poderíamos considerar também uma outra abordagem a ser utilizada no quesito "pares e ímpares". Tal abordagem consistiria em, ao invés de analisarmos o total de pares e ímpares nos jogos simulados, analisaríamos a porcentagem de jogos onde figuram exatamente 3 pares e 3 ímpares, visto que tais quantidades são valores equilibrados de pares e ímpares, o que em teoria poderia aumentar as chances de ter o bilhete sorteado na Mega-sena.

Para essa outra abordagem, não há muito o que se fazer, pois já calculamos anteriormente os casos possíveis em que ocorrem exatamente 3 números pares, e por conseguinte, 3 números ímpares; Esse total é de 16483600 jogos. A fim de determinarmos o percentual procurado, que é o referente ao total de jogos onde se tem 3 pares e 3 ímpares, basta fazermos uma regra de três simples, donde 100% representa o total de 50063860 jogos possíveis na Megasena, e x% representa o percentual referente aos 16483600 jogos com 3 pares e 3 ímpares. E assim obtemos:

$$X\% = \frac{16483600 \times 100}{50063860} \cong 32{,}92\%$$

Utilizamos aqui um código Python que simula 1000 resultados aleatórios distintos da Mega-sena e verifica, nesses jogos simulados, o percentual referente ao total de jogos que têm exatamente 3 números pares e 3 números ímpares. Com isso obtivemos os seguintes resultados, conforme mostra a Figrua 9:

Figura 9 – Resultado (1)

```
Percentual de jogos com exatamente 3 números pares: 32.95%
```

Fonte: Google Colab , 2024

Nota-se então que esse percentual está próximo do valor esperado que é de 32,92%, como demonstrado no cálculo anterior. Isso denota portanto que este é um outro importante critério a ser utilizado na escolha dos jogos.

Observe a Figura 10 adiante, que se encontra no código (veja Apêndice A):

Figura 10 – Trecho de código(2)

```
def main():
total_jogos = 1000
jogos_com_3_pares = 0
```

Fonte: Google Colab , 2024

Caso se queira aumentar a quantidade de jogos simulados, basta modificarmos o número 1000 presente nesse trecho, para a quantidade que se desejar.

Executando o código uma outra vez, só que agora com um número maior de jogos simulados, obtemos:

<u>2º Nova compilação do código, com 50000 jogos simulados:</u>

Resultados:

Figura 11 – Resultado (2)

```
Percentual de jogos com exatamente 3 números pares: 33.02%
```

Fonte: Google Colab , 2024

Como esperado, os valores percentuais encontram-se sempre próximos do percentual real.

Segundo informações do site "SóMatemática" que foram extraídas dos dados oficiais de resultados da Mega-Sena no site da Caixa, tem-se os dados a seguir, atualizados do concurso

1 até o concurso 2701 de 16/03/2024.

Figura 12 – Captura de tela do site SóMatemática

Fonte: SóMatemática , 2024

Dados esses que vão de encontro aos dados anteriores.

4.2 CRITÉRIO: PERCENTUAL DE SORTEIOS COM NÚMEROS SEQUENCIAIS

Fazendo a simulação com 1000 jogos, encontramos esse critério presente em um total de aproximadamente 42% dos sorteios da Mega-sena. Para isso utilizamos um novo código Python (veja Apêndice B).

Primeiramente é importante destacar que números sequenciais no contexto do algoritmo em questão são números que seguem um ao outro em ordem, como 5 e 6 ou 22 e 23. A função " tem_números_sequenciais" (veja Apêndice B) verifica se há quaisquer dois números consecutivos em um único jogo.

Se houver dois números consecutivos em um jogo, a função considerará isso como uma sequência e retornará “true” . Se houver três ou mais números consecutivos, como 6, 7, 8 a função ainda retornará ‘true’ após encontrar os primeiros dois números consecutivos (6 e 7 neste caso). Ela não verifica o restante dos números após encontrar uma sequência.

Portanto, no contexto desse código, qualquer ocorrência de dois ou mais números consecutivos em um jogo é considerada uma sequência. A função não diferencia entre sequências de dois números e sequências mais longas. Se houver uma sequência em um jogo, independentemente de seu comprimento, a função “tem_numeros_sequenciais(jogo)” retornará ‘true’.

Dito isso, segue adiante a Figura 13 com os resultados obtidos:

Figura 13 – Resultado (3)

```
Percentual de sorteios com números sequenciais: 42.1
```

Fonte: Programiz, 2024

Isso nos mostra que, segundo este critério, uma boa estratégia de escolha, é optar por combinações que não apresentem números sequenciais, já que estatisticamente isso é o que ocorre em torno de 58% dos resultados da Mega-sena.

Para uma melhor compreensão e fixação, seguiremos o mesmo que foi feito no critério 1, ao executarmos o código em um número maior de simulações, como se segue:

<u>2º Nova compilação do código, com 50000 jogos simulados:</u>

Resultados:

Figura 14 – Resultado (4)

```
Percentual de sorteios com números sequenciais: 41.715999999999994
```

Fonte: Google Colab , 2024

O que denota similaridade e proximidade com o percentual da primeira simulação.

4.3 CRITÉRIO: PELO MENOS DOIS NÚMEROS NUMA MESMA LINHA

Seguindo as experimentações no programa Python, utilizamos agora o seguinte código:

Algoritmo 2: Script

```
import random

def simulate_mega_sena():
    return sorted(random.sample(range(1, 61), 6))

def count_two_in_a_row(game):
    rows = [set(range(i, i+10)) for i in range(1, 52, 10)]
    for row in rows:
        if len(set(game) & row) >= 2:
            return True
    return False

for num_games in [1000, 2000, 5000, 10000, 20000, 50000]:
    games = [simulate_mega_sena() for _ in range(num_games)]
    games_with_two_in_a_row = sum(count_two_in_a_row(game) for game in games)
    percentage = games_with_two_in_a_row / num_games * 100
    print(f'Para {num_games} jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é {percentage}%')
```

Fonte: O autor.

Este código primeiro define uma função para simular um único jogo da Mega-Sena, escolhendo 6 números aleatórios de 1 a 60. Em seguida, define uma função para verificar se um jogo tem pelo menos dois números em uma linha. Finalmente, simula diferentes quantidades de jogos e calcula o percentual de jogos que tem pelo menos dois números em uma linha. O resultado é impresso para cada quantidade de jogos.

Na Figura 15 mostra-se o resultado obtido após a compilação do algoritmo para os totais de 1000, 2000, 5000, 10000, 20000 e 50000 jogos simulados.

Figura 15 – Resultado (5)

```
Para 1000 jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é 98.9%
Para 2000 jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é 97.95%
Para 5000 jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é 97.86%
Para 10000 jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é 98.13%
Para 20000 jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é 98.13%
Para 50000 jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é 98.11999999999999%
```

Fonte: Google Colab, 2024

Indicando com isso que nessa simulação, aproximadamente 98% do total de resultados tem pelo menos dois números em uma linha.

Note que nesse mesmo código já foram inseridas diferentes quantidades de jogos simulados, variando de 1000 jogos até 50000 jogos, ou seja, a cada vez que o script é rodado ele simula os jogos para cada uma dessas quantidades especificadas.

Para uma melhor compreensão e fixação, seguiríamos o mesmo que foi feito no critério anterior, executando o código em um número maior de simulações; Mas como nesse caso as diferentes quantidades de jogos simulados já são impressas de uma só vez, então simplesmente compilaremos o mesmo código novamente para fins de visualização, sem que para isso seja necessário mudar os totais de jogos simulados. Segue então:

<u>2º Nova compilação do código:</u>

Resultados:

Figura 16 – Resultado (6)

```
Para 1000 jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é 98.1%
Para 2000 jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é 97.45%
Para 5000 jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é 98.04%
Para 10000 jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é 98.21%
Para 20000 jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é 98.1%
Para 50000 jogos, o percentual com pelo menos dois números em uma linha é 98.02%
```

Fonte: Google Colab, 2024

O que denota similaridade e proximidade tanto dos percentuais entre si (considerando as diferentes quantidades) como também dos percentuais obtidos em comparação com os da primeira “rodagem” do algoritmo. Temos como conclusão dos experimentos que a escolha de somente 1 número por linha não é uma boa estratégia de aposta, haja vista que isto é o que costuma ocorrer em somente 2% dos resultados aproximadamente. Por outro lado, optar por apostas que tenham alguma linha com no mínimo 2 números, é uma excelente estratégia, já que é o que costuma ocorrer em aproximadamente 98% dos resultados da Mega-Sena.

Dentro do mesmo critério de análise de números por linha, adotaremos agora uma nova abordagem: Simular quando há pelo menos três números em alguma linha. Para isso, segue-se o código Python logo à frente:

Código Python:

Algoritmo 3: Script

```
import random

def gerar_jogo():
    return random.sample(range(1, 61), 6)

def contar_numeros_por_linha(jogo):
    contagem = [0] * 6
    for numero in jogo:
        linha = (numero - 1) // 10
        contagem[linha] += 1
    return contagem

def tem_pelo_menos_tres(contagem):
    return any(qtd >= 3 for qtd in contagem)

num_jogos = 1000
num_jogos_com_tres_ou_mais = 0

for _ in range(num_jogos):
    jogo = gerar_jogo()
    contagem = contar_numeros_por_linha(jogo)
    if tem_pelo_menos_tres(contagem):
        num_jogos_com_tres_ou_mais += 1

percentual = (num_jogos_com_tres_ou_mais / num_jogos) * 100
print(f'O percentual de jogos com pelo menos três números em alguma linha é: {percentual:.2f}%')
```

Fonte: O autor

Em suma, o código acima simula 1000 jogos aleatórios da Mega-sena, loteria essa onde cada linha tem 10 números, e existem 6 linhas no total. Para cada jogo gerado, conta quantos números estão em cada linha; Depois verifica se pelo menos uma linha tem três ou mais números. E ao final, calcula e imprime o percentual de jogos que têm pelo menos três números em alguma linha.

Na Figura 17 segue o resultado obtido da compilação do código para um total de 1000 jogos simulados:

Figura 17 – Resultado (7)

```
O percentual de jogos com pelo menos três números em alguma linha é: 31.20%
```

Fonte: Google Colab , 2024

Indicando com isso que com essa simulação, aproximadamente 30% dos resultados simulados apresentam pelo menos uma linha com três números. Embora essa seja uma quantidade considerável, ela é pequena na comparação com o todo, tendo em vista que esse número se encontra abaixo de 50%.

Trazendo esse resultado para um universo de 100 jogos para efeitos de comparação, ele nos mostra que somente cerca de 30 jogos dos 100 considerados, tem pelo menos três números em alguma linha. Caso o universo de comparação fosse de 10 jogos ao invés de 100, isso significaria que somente 3 jogos dos 10 analisados, atenderiam a esse critério, o que por sua vez é muito pouco.

Logo, com base na análise supracitada, não é uma boa estratégia de aposta escolher jogos que tenham pelo menos três números em alguma linha. Por outro lado, optar por jogos com no máximo dois números em alguma linha, é uma excelente estratégia, já que tal fato, é o "complementar" do fato anterior, e com isso é o que ocorre em aproximadamente 70% do total de resultados.

Para fins de melhor compreeensão e fixação, segue-se adiante uma nova compilação do código:

<u>2º Nova compilação do código, agora com 50000 jogos simulados:</u>

Resultados:

Figura 18 – Resultado (8)

```
O percentual de jogos com pelo menos três números em alguma linha é: 30.90%
```

Fonte: Google Colab , 2024

Esses fatos denotam similaridade e proximidade tanto dos percentuais entre si, considerando as diferentes quantidades de jogos simulados, como também dos percentuais obtidos em comparação com os da primeira "rodagem" do algoritmo. Temos portanto como conclusão dos experimentos que a escolha de jogos com pelo menos 3 números em alguma linha não é uma boa estratégia de aposta, haja vista que isto é o que costuma ocorrer em somente 30% dos resultados aproximadamente. Por outro lado, optar por apostas que tenham exatamente 2 números em alguma linha parece ser uma boa estratégia. É o que analisamos a seguir. Para isso consideraremos a nova situação em que tenhamos exatamente 2 números em alguma linha.

Para essa tarefa, usaremos o código Python logo abaixo:

Algoritmo 4: Script

```
import random
from collections import Counter

linhas = [list(range(i, i+10)) for i in range(1, 61, 10)]

def gerar_jogo():
    return random.sample(range(1, 61), 6)

def contar_na_linha(jogo, linha):
    return len(set(jogo) & set(linha))

jogos = [gerar_jogo() for _ in range(1000)]
contagem = 0

for jogo in jogos:
    if any(contar_na_linha(jogo, linha) == 2 for linha in linhas):
        contagem += 1

percentual = contagem / len(jogos) * 100
print(f'O percentual de jogos com exatamente dois números em alguma linha é {percentual}%')
```

Fonte: O autor

Este código primeiro define as seis linhas da Mega-Sena. Em seguida, ele define duas funções: uma para gerar um jogo aleatório e outra para contar quantos números de um jogo estão em uma linha específica. O código então simula 1000 jogos e conta quantos deles têm exatamente dois números em alguma linha. Finalmente, ele calcula e imprime o percentual desses jogos em relação ao total de jogos simulados. Para efeito de observação, vale notar que esse algoritmo utiliza a biblioteca random do Python que é utilizada para gerar números pseudo-aleatórios. Seguiremos agora com as simulações do prompt.

Figura 19 – Resultado (9)

```
O percentual de jogos com exatamente dois números em alguma linha é 81.8%
```

Fonte: Google Colab , 2024

Indicando com isso que com essa simulação, aproximadamente 80% dos resultados simulados apresentam exatamente dois números em alguma linha do volante da Megasena, número esse que se encontra acima de 50%, o que aponta para uma excelente estratégia de escolha dos jogos dessa loteria.

Trazendo esse resultado para um universo de 100 jogos para efeitos de comparação, ele nos mostra que aproximadamente cerca de 80 jogos dos 100 considerados, tem exatamente dois números em alguma das linhas. Caso o universo de comparação fosse de 10 jogos ao invés de 100, isso significaria um total de 8 jogos dentre os 10 analisados, que atenderiam a esse critério, o que por sua vez é um número relevante a ser considerado.

Logo, com base na análise supracitada, é uma ótima estratégia de aposta escolher jogos que tenham exatamente dois números em alguma linha, já que, como mostrado anteriormente nas análises, tal fato costuma ocorrer em cerca de 80% dos jogos.

Para fins de melhor compreensão e fixação, segue-se adiante com a nova compilação do código:

<u>2º Nova compilação do código, agora com 50000 jogos simulados:</u>

Resultados:

Figura 20 – Resultado (10)

```
O percentual de jogos com exatamente dois números em alguma linha é 80.416%
```

Fonte: Google Colab , 2024

Fatos esses que denotam similaridade e proximidade tanto dos percentuais entre si, considerando as diferentes quantidades de jogos simulados, como também dos percentuais obtidos em comparação com os da primeira “rodagem” do algoritmo. Temos portanto como conclusão dos experimentos, corroborando o que foi dito anteriormente, que a escolha de jogos com exatamente 2 números em alguma linha é uma ótima estratégia de aposta, haja vista que isto é o que costuma ocorrer em aproximadamente 80% dos resultados da Mega-Sena. Por outro lado, segundo as estatísticas, optar por apostas que não apresentem esse padrão, não é a melhor escolha.

4.4 CRITÉRIO: DISPOSIÇÃO EM QUADRANTES

A Mega-Sena é um jogo composto por 60 números inteiros e distintos (do 1 ao 60) dispostos em linhas e colunas, dos quais escolhem-se 6 números para compor um jogo. Denomina-se volante da Mega-sena, ao cartão que contém esses 60 números, a fim de o jogador escolher a sua aposta.

Além disso, pode-se considerar algumas regiões presentes no volante da Mega-Sena, que são formadas quando se traçam duas retas perpendiculares imaginárias no quadro que contém os números. Tais retas dividem individualmente o quadro de números ao meio, sendo uma horizontalmente e a outra verticalmente.

Observe a Figura 21 que representa essa situação.

Figura 21 – Quadrantes da Megasena

Fonte: lotoclube, 2024

Sendo assim, podemos notar que se formam 4 grandes regiões de números ao traçarmos as duas retas, regiões essas às quais nos referiremos pelo termo “quadrante”.

Temos portanto 4 quadrantes na Mega-Sena, sendo eles:

<u>1º Quadrante</u>: A região do quadro de valores presentes no volante da Mega-sena que contém os números 1, 2, 3, 4, 5, 11, 12, 13, 14, 15, 21, 22, 23, 24 e 25.

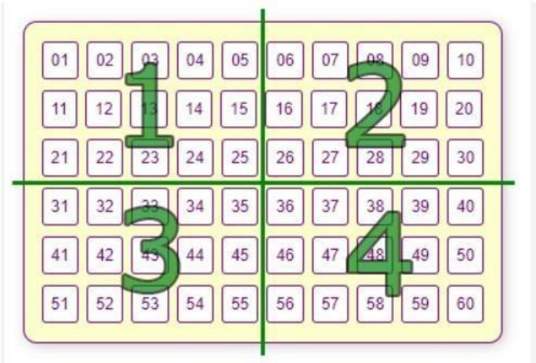
<u>2º Quadrante</u>: A região do quadro de valores presentes no volante da Mega-sena que contém os números 6, 7, 8, 9, 10, 16, 17, 18, 19, 20, 26, 27, 28, 29 e30.

<u>3º Quadrante</u>: A região do quadro de valores presentes no volante da Mega-sena que contém os números 31, 32, 33, 34, 35, 41, 42, 43, 44, 45, 51, 52, 53, 54 e 55 ;

4º Quadrante: A região do quadro de valores presentes no volante da Mega-sena que contém os números 36, 37, 38, 39, 40, 46, 47, 48, 49, 50, 56, 57, 58, 59 e 60 .

Para uma melhor visualização, veja a Figura 22:

Figura 22 – Quadrantes demarcados



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Os números em verde (do 1 ao 4) representam respectivamente o 1º, o 2º, o 3º, e o 4º quadrantes.

É comum muitos jogadores realizarem suas apostas de forma totalmente aleatória, sem considerar a existência de tais quadrantes. Paralelamente a isso, muitos desses jogadores dispõem seus jogos em apenas 1 quadrante. Já outros distribuem as dezenas ao longo dos 4 quadrantes.

Para realizar uma análise mais minuciosa de qual escolha fazer quanto a esse critério, utilizamos um script em Python (veja Apêndice C).

Em suma, o código simula jogos da Mega-sena e calcula a porcentagem de jogos que caem em diferentes quantidades de quadrantes.

Além disso, ele executa essa simulação para diferentes quantidades de jogos, variando de 1000 a 50000. Ou seja, basicamente o código executa uma simulação de jogos da Mega-sena para diferentes números de jogos e imprime as porcentagens referentes ao total que caem em 1, 2, 3 ou 4 quadrantes para cada número de jogos simulados. Isso permite observar como as porcentagens mudam à medida que a quantidade de jogos aumenta. Seguiremos agora com as simulações do referido prompt com quantidades maiores ou iguais a 10000 jogos como mostra a Figura 23.

Figura 23 – Resultado (11)

```
Para 10000 jogos:
Porcentagem de jogos em exatamente 1 quadrante(s): 0.02%
Porcentagem de jogos em exatamente 2 quadrante(s): 7.13%
Porcentagem de jogos em exatamente 3 quadrante(s): 51.01%
Porcentagem de jogos em exatamente 4 quadrante(s): 41.84%

Para 20000 jogos:
Porcentagem de jogos em exatamente 1 quadrante(s): 0.025%
Porcentagem de jogos em exatamente 2 quadrante(s): 7.31%
Porcentagem de jogos em exatamente 3 quadrante(s): 50.175%
Porcentagem de jogos em exatamente 4 quadrante(s): 42.49%

Para 50000 jogos:
Porcentagem de jogos em exatamente 1 quadrante(s): 0.022%
Porcentagem de jogos em exatamente 2 quadrante(s): 6.918%
Porcentagem de jogos em exatamente 3 quadrante(s): 50.996%
Porcentagem de jogos em exatamente 4 quadrante(s): 42.064%
```

Fonte: Google Colab , 2024

Vale ressaltar que no referido código ele já simula diferentes quantidades de jogos, sendo que essas quantidades variam de um total de 1000 até 50000 jogos. Sendo assim, para esse caso não há a necessidade de diferentes scripts para cada uma das quantidades especificadas de jogos simulados. Quanto às conclusões do experimento, essa simulação nos mostra que aproximadamente 50% dos resultados sorteados se encontram em exatamente 3 quadrantes, o que já é uma quantidade bem relevante, pois representa a metade do total de jogos existentes.

Trazendo esse resultado para um universo de 100 jogos para efeitos de comparação, ele nos mostra que aproximadamente cerca de 50 jogos dos 100 considerados, ocorre em exatamente três quadrantes da Mega-Sena.

Logo, com base na análise supracitada, é uma boa estratégia de aposta escolher jogos presentes em exatamente 3 quadrantes, já que, como mostrado anteriormente nos experimentos, tal fato costuma ocorrer em cerca de 50% dos jogos. Para fins de melhor compreensão e fixação, segue-se adiante uma nova compilação do código, para 10000, 20000 e 50000 jogos simulados.

2º Nova compilação do código:

Resultados:

Figura 24 – Resultado (12)

```
Para 10000 jogos:
Porcentagem de jogos em exatamente 1 quadrante(s): 0.04%
Porcentagem de jogos em exatamente 2 quadrante(s): 6.58%
Porcentagem de jogos em exatamente 3 quadrante(s): 51.31%
Porcentagem de jogos em exatamente 4 quadrante(s): 42.07%

Para 20000 jogos:
Porcentagem de jogos em exatamente 1 quadrante(s): 0.01%
Porcentagem de jogos em exatamente 2 quadrante(s): 6.76%
Porcentagem de jogos em exatamente 3 quadrante(s): 51.045%
Porcentagem de jogos em exatamente 4 quadrante(s): 42.185%

Para 50000 jogos:
Porcentagem de jogos em exatamente 1 quadrante(s): 0.052%
Porcentagem de jogos em exatamente 2 quadrante(s): 7.152%
Porcentagem de jogos em exatamente 3 quadrante(s): 51.18%
Porcentagem de jogos em exatamente 4 quadrante(s): 41.616%
```

Fonte: Google Colab, 2024

Diante desses dados, percebe-se novamente que existem similaridades e proximidades de valores, tanto dos percentuais entre si, considerando as diferentes quantidades de jogos simulados, como também dos percentuais obtidos em comparação com os da primeira "rodagem" do algoritmo. Temos como conclusão dos experimentos, ratificando o que foi dito anteriormente, que a escolha de jogos presentes em exatamente 3 quadrantes da Mega-sena é uma boa estratégia de aposta, haja vista que isto é o que costuma ocorrer em aproximadamente 50% dos resultados da Mega-Sena. Se ampliarmos o leque para 3 ou 4 quadrantes, já temos a cobertura de aproximadamente 90% do total de jogos possíveis. Por outro lado, segundo as estatísticas, optar por apostas que se concentram em um único quadrante não é uma boa escolha, pois é o que costuma ocorrer em menos de 1% dos resultados simulados.

Conforme os dados obtidos, estatisticamente o universo maior de ocorrências se dá com a escolha de 3 ou 4 quadrantes, uma vez que isso representa mais de 90% do total de resultados, o que mostra que nesse critério, a melhor estratégia de escolha é de fato a opção por jogos presentes em no mínimo 3 quadrantes.

4.5 CRITÉRIO: OCORRÊNCIA DAS LINHAS NOS RESULTADOS DA MEGA-SENA

Alguns jogadores dispõem seus números em apenas uma linha do volante. Já outros o fazem em duas ou mais linhas. Para uma análise mais precisa deste critério, utilizamos um código que vai nos fornecer a informação do percentual de ocorrência das quantidades de linhas presentes nos sorteios que são realizados. Para isso, fizemos novamente uma simulação de 1000 resultados da Mega-sena usando a linguagem Python (veja Apêndice D).

Esse código nos retorna os percentuais de ocorrência das dezenas por linha na Mega-sena depois de feita uma simulação de 1000 sorteios aleatórios. Com ele obtemos o seguinte resultado mostrado na Figura 25:

Figura 25 – Resultado (13)

```
Percentual de ocorrência das dezenas por linha:
Uma linha: 0.0
Duas linhas: 0.5
Três linhas: 17.9
Quatro linhas: 51.7
Cinco linhas: 28.499999999999996
Seis linhas: 1.4000000000000001
```

Fonte: Programiz, 2024

Isso nos mostra que dentro desse critério, a melhor estratégia de escolha é optar por combinações que estejam dispostas em 4 ou 5 linhas do volante, já que estatisticamente isso é o que ocorre em aproximadamente 80% dos resultados da Mega-sena.

4.6 CRITÉRIO: QUANTIDADE DE NÚMEROS FIBONACCI

Na matemática, os números Fibonacci são uma sequência recursiva caracterizada pela seguinte lei de formação:

$$F(n+2) = F\ (n+1) + F(n), \text{com } n \geq 1 \text{ e } F(1) = F(2) = 1.$$

Por essa sequência temos que dentro da Mega-sena os números que também fazem parte dessa sucessão são os números:

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 e 55

Alguns apostadores escolhem 1 ou nenhum número de Fibonacci para compor seus jogos. Aqui faremos uma análise para determinar uma quantidade ideal com base nas frequências estatísticas da Mega- sena. Para isso, utilizaremos o seguinte código Python:

Algoritmo 5: Script

```
import random

def is_fibonacci(numero):
    # Verifica se o número está na sequência de Fibonacci
    a, b = 0, 1
    while b < numero:
        a, b = b, a + b
    return b == numero

def contar_dezenas_fibonacci(jogo):
    contador_fibonacci = 0
    for numero in jogo:
        if is_fibonacci(numero):
            contador_fibonacci += 1
    return contador_fibonacci

def calcular_percentual_ocorrencia_fibonacci(jogos):
    total_jogos = len(jogos)
    ocorrencias_fibonacci = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
    for jogo in jogos:
        dezenas_fibonacci = contar_dezenas_fibonacci(jogo)
        ocorrencias_fibonacci[dezenas_fibonacci] += 1
    percentuais_ocorrencias = [(ocorrencias_fibonacci[i] / total_jogos) * 100 for i in range(7)]
    return percentuais_ocorrencias

def simular_jogos_megasena(numero_jogos):
    jogos = []
    for _ in range(numero_jogos):
        jogo = random.sample(range(1, 61), 6) # Gera 6 números únicos de 1 a 60
        jogos.append(jogo)
    return jogos

# Simulação de 1000 jogos da Mega-Sena
jogos_megasena = simular_jogos_megasena(1000)

# Cálculo do percentual de ocorrência das dezenas Fibonacci
percentuais_ocorrencias = calcular_percentual_ocorrencia_fibonacci(jogos_megasena)

# Exibição do resultado
print("Percentual de ocorrência das dezenas Fibonacci:")
print("0 números Fibonacci:", percentuais_ocorrencias[0])
print("1 número Fibonacci:", percentuais_ocorrencias[1])
print("2 números Fibonacci:", percentuais_ocorrencias[2])
print("3 números Fibonacci:", percentuais_ocorrencias[3])
print("4 números Fibonacci:", percentuais_ocorrencias[4])
print("5 números Fibonacci:", percentuais_ocorrencias[5])
print("6 números Fibonacci:", percentuais_ocorrencias[6])
```

Fonte: O autor

Esse código nos retorna os percentuais de ocorrência dos números de Fibonacci na Mega-sena depois de feita uma simulação de 1000 sorteios aleatórios. Com ele obtivemos o resultado mostrado na Figura 26:

Figura 26 – Resultado (14)

```
Percentual de ocorrência das dezenas Fibonacci:
0 números Fibonacci: 36.1
1 número Fibonacci: 41.8
2 números Fibonacci: 18.5
3 números Fibonacci: 3.4000000000000004
4 números Fibonacci: 0.2
5 números Fibonacci: 0.0
6 números Fibonacci: 0.0
```

Fonte: Google Colab, 2024

Isso nos mostra que, dentro desse critério, estatisticamente a melhor estratégia de escolha é optar por combinações que apresentem no máximo 1 número de Fibonacci, já que isso é o que ocorre em cerca de 77% dos resultados da Mega-sena. Para fins de melhor compreensão e fixação, segue-se adiante a nova compilação do código:

<u>2º Nova compilação do código, agora com 50000 jogos simulados:</u>

Resultados:

Figura 27 – Resultado (15)

```
Percentual de ocorrência das dezenas Fibonacci:
0 números Fibonacci: 36.046
1 número Fibonacci: 41.974000000000004
2 números Fibonacci: 18.178
3 números Fibonacci: 3.466
4 números Fibonacci: 0.328
5 números Fibonacci: 0.008
6 números Fibonacci: 0.0
```

Fonte: Google Colab, 2024

Ratificando o que já foi mencionado, segue-se do novo experimento que a melhor faixa de escolha de jogos da Mega-sena quanto à ocorrência de números de Fibonacci é decidir por jogos que contenham no máximo 1 desses números dentre os 6 escolhidos para o jogo. Note também que a escolha por jogos que contenham 5 ou 6 números Fibonacci, já destoa bastante dos percentuais de maior ocorrência nessa loteria, sendo portanto uma medida a ser evitada pelos jogadores.

Segundo informações do site “As Loterias” (s.d.), que foram extraídas dos dados oficiais de resultados da Mega-Sena no site da Caixa, tem-se os dados a seguir atualizados do concurso 1 até o concurso 2697 de 07/03/2024, conforme mostra a Figura 28:

Figura 28 – Estatísticas de números Fibonacci

Estatística com os números fibonacci Mega Sena (ordenado pela quantidade de fibonacci mais sorteada para a menos sorteada)					
Quantidade números fibonacci	Quantidade de vezes sorteado	Porcentagem de vezes sorteado	Média de ser sorteado	Último concurso sorteado	Quantidade concursos atrasados
1	1133	42,01 %	1 em 3	2697	0
0	997	36,97 %	1 em 3	2694	3
2	469	17,39 %	1 em 6	2696	1
3	93	3,45 %	1 em 29	2667	30
4	5	0,19 %	1 em 540	2601	96

Fonte: asloterias.com.br, 2024

Dados esses que vão de encontro aos dados anteriores.

4.7 CRITÉRIO: MÉDIA ARITMÉTICA DOS RESULTADOS

Dada uma lista de n números reais a_1 , a_2 , ... , a_n , define-se a média aritmética destes n números, ou simplesmente média, como sendo a razão entre a soma de todos os n valores da lista de números, e o total de valores dessa lista (que no caso é n).

Em linguagem matemática podemos expressar a média da seguinte maneira:

$$\text{Média} = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}.$$

Usando aqui um exemplo hipotético para alguns valores reais dos “a_{is}” mencionados, podemos considerar que a lista em questão seja dada pelos números a seguir:

$$6 \ - 7 - 8 - 9 - 15 - 21$$

Temos aí um total de 6 números reais; Sendo assim n = 6. Logo, pela fórmula da média obteremos:

$$\text{Média} = \frac{6+7+8+9+15+21}{6} = \frac{66}{6} = 11$$

E portanto a média dos números mostrados é igual a 11. Em resumo, esse número representa um valor que poderia substituir todos os números dados, sem alterar sua soma, sendo uma medida útil para entender o valor típico ou central de um conjunto de dados.

Trazendo esse conceito para o contexto da Mega-Sena, a média de um resultado da Mega-sena é então definida como o somatório de todos os 6 números do jogo, e esse resultado dividido logo na sequência por 6, tendo em vista que cada combinação é formada por 6 números. Dentro dessa ótica, analisaremos agora os percentuais de ocorrência de intervalos de médias nos respectivos jogos da Mega- sena. Para o que se segue, utilizamos um novo código Python (veja Apêndice E).

Ao compila-lo, obtivemos o seguinte resultado:

Figura 29 – Resultado (16)

```
Análise dos resultados:
0.00% dos jogos têm média aritmética no intervalo de [0, 10]
4.80% dos jogos têm média aritmética no intervalo de (10, 20]
43.40% dos jogos têm média aritmética no intervalo de (20, 30]
44.40% dos jogos têm média aritmética no intervalo de (30, 40]
7.40% dos jogos têm média aritmética no intervalo de (40, 50]
0.00% dos jogos têm média aritmética no intervalo de (50, 60]
Total de jogos simulados: 1000
```

Fonte: Google Colab, 2024

É importante salientar que nos resultados obtidos, dados <u>a</u> e <u>b</u> números reais, tem-se as representações [a,b] e (a,b] indicando, respectivamente, um intervalo fechado e um intervalo semiaberto, onde o símbolo "(" indica não considerar, no intervalo citado, o elemento subsequente a tal símbolo, e já os símbolos "[" ou "]", indicam exatamente o oposto, ou seja, que se considera, no intervalo citado, o número imediatamente adjacente a tal símbolo.

Um fato interessante sobre esse critério é que ele se dá em total conformidade com a LGN (Lei dos Grandes Números), que é uma teorema estatístico que afirma que a média das probabilidades frequenciais tende à probabilidade teórica, quanto mais vezes o experimento é repetido.

Note que, na Mega-Sena, a menor média ocorre quando os seis menores números são sorteados, ou seja, quando se tem o jogo: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Nesse caso, a média dos valores é igual a 3,5. Já a maior média ocorre quando os seis maiores números são sorteados, ou seja, quando se tem o jogo: 55, 56, 57, 58, 59, 60. Nesse caso, a média dos valores é igual a 57,5.

Ao fazermos a média desses dois resultados obtemos 30,5. O resultado 30,5 é a média entre a menor média e a maior média possível dos números sorteados na Mega- Sena. Esse valor indica o que seria uma média ”esperada” dos números sorteados, caso os sorteios fossem perfeitamente distribuídos entre os números disponíveis. Ou seja, é a média expectável da população. Agora, observe que os percentuais de maior ocorrência na simulação de 1000 jogos que foi efetuada ocorrem exatamente nos valores próximos dessa média teórica de 30,5, uma vez que as médias que variam de 20 a 40 (valores em torno de 30,5) respondem pelo percentual de mais de 80% dos jogos.

Mas é importante lembrar que a LGN é apenas uma tendência e que a média real dos números sorteados em qualquer sorteio específico pode variar da média teórica da população. No entanto, a LGN nos dá uma boa indicação de quais médias são mais prováveis de serem observadas em um grande número de sorteios.

As análises mostram que, ao simular 1000 jogos, os resultados reforçam essa tendência: A de que a maioria dos jogos apresentem médias dos números sorteados em torno de 30,5, o que está em consonância com a LGN. Isso sugere que, à medida que mais sorteios são realizados, a média dos números sorteados se aproximará ainda mais dessa média teórica.

Ademais, faremos agora uma nova compilação do algoritmo, só que com uma quantidade maior de jogos simulados. Vejamos:

<u>Nova compilação do código, agora com 50000 jogos simulados:</u>

Resultados:

Figura 30 – Resultado (17)

```
Análise dos resultados:
0.06% dos jogos têm média aritmética no intervalo de [0, 10]
5.75% dos jogos têm média aritmética no intervalo de (10, 20]
41.01% dos jogos têm média aritmética no intervalo de (20, 30]
44.81% dos jogos têm média aritmética no intervalo de (30, 40]
8.25% dos jogos têm média aritmética no intervalo de (40, 50]
0.13% dos jogos têm média aritmética no intervalo de (50, 60]
Total de jogos simulados: 50000
```

Fonte: Google Colab, 2024

Confirmando o que já foi mencionado, segue-se do novo experimento que a melhor faixa de escolha de jogos da Mega-sena no quesito “ Média Aritmética dos Resultados ” é optar por jogos que contenham a média dos números escolhidos situada entre 20 e 40, uma vez que isso responde por mais de 80% do total de jogos na Mega-sena. Ou seja, 8 em cada 10 jogos da Mega-sena, apresentam a média dos números dentro desse intervalo especificado. Isso significa que para um universo de 100 jogos distintos da Mega-sena, cerca de 80 deles terão a média variando de 20 a 40, mostrando-se assim um relevante critério para a escolha dos jogos que irão compor as apostas. Note também que a escolha por jogos que apresentem a média dos números maior que 50 ou menor que 10, já não é uma boa estratégia de aposta, tendo em vista que essas faixas costumam ocorrer em menos de 1% dos jogos. Isso significa que a cada 100 concursos, em apenas 1 deles em média, os números terão como média aritmética valores abaixo de 10 ou acima de 50, sendo portanto uma medida a ser evitada pelos jogadores.

Faremos agora uma síntese das melhores faixas de escolha para cada um dos critérios até aqui analisados. Em algumas das situações anteriores foram utilizadas mais de uma abordagem a fim de realizar as análises. Com o intuito de uma melhor praticidade na síntese que se segue, em caso de o critério ter sido composto por mais de uma abordagem, considerar-se-á somente a abordagem principal. Vejamos:

- Critério Pares e Ímpares: 3 pares e 3 ímpares;
- Critério sequências: Jogos sem sequências;
- Números por linha: Jogos com pelo menos dois números em alguma linha;
- Quadrantes: 3 ou 4 quadrantes;
- Ocorrência de linhas: Jogos em 4 ou 5 linhas do volante;
- Números Fibonacci: No máximo 1 número Fibonacci;
- Média aritmética dos resultados: Entre 20 e 40

Sabendo disso, temos a seguir um novo código Python que reúne todos esses critérios. Basicamente, o código gera um jogo da Mega-sena que satisfaz simultaneamente a todos os 7 critérios acima. Ele, então, imprime o jogo obtido e mostra ao final quantos ternos, quadras, quinas e senas o jogo teria acertado em 1000 sorteios seguidos.

Lembrando que na Mega-sena a menor faixa de premiação é a quadra. Portanto, a inserção da faixa de terno no código mostrado segue apenas para fins de análise.

Código Python utilizado:

Algoritmo 6: Script

```python
import random
from itertools import combinations

# Define the quadrants
quadrants = [
    list(range(1, 6)) + list(range(11, 16)) + list(range(21, 26)),
    list(range(6, 11)) + list(range(16, 21)) + list(range(26, 31)),
    list(range(31, 36)) + list(range(41, 46)) + list(range(51, 56)),
    list(range(36, 41)) + list(range(46, 51)) + list(range(56, 61))
]

# Define the Fibonacci sequence up to 60
fibonacci = [0, 1]
while fibonacci[-1] < 60:
    fibonacci.append(fibonacci[-1] + fibonacci[-2])
fibonacci = set(fibonacci)

def generate_game():
    while True:
        game = sorted(random.sample(range(1, 61), 6))

        # Check the criteria
        if sum(n % 2 == 0 for n in game) != 3: continue
        if any(b - a == 1 for a, b in zip(game, game[1:])): continue
        if len(set(n // 10 for n in game)) < 4 or len(set(n // 10 for n in game)) > 5: continue
        if sum(n in quadrant for n in game for quadrant in quadrants) < 3: continue
        if sum(n in fibonacci for n in game) > 1: continue
        if not 20 <= sum(game) / 6 <= 40: continue

        return game

def simulate_draws(n=1000):
    game = generate_game()
    ternos, quadras, quinas, senas = 0, 0, 0, 0

    for _ in range(n):
        draw = sorted(random.sample(range(1, 61), 6))
        matches = len(set(game) & set(draw))

        if matches == 3: ternos += 1
        elif matches == 4: quadras += 1
        elif matches == 5: quinas += 1
        elif matches == 6: senas += 1
```

```
    return game, ternos, quadras, quinas, senas

game, ternos, quadras, quinas, senas = simulate_draws()
print(f"Jogo: {game}")
print(f"Ternos: {ternos}")
print(f"Quadras: {quadras}")
print(f"Quinas: {quinas}")
print(f"Sena: {senas}")
```

Fonte: O autor

Resultado obtido com a compilação do referido script:

Figura 31 – Resultado (18)

```
Jogo: [17, 20, 27, 46, 52, 59]
Ternos: 13
Quadras: 0
Quinas: 0
Sena: 0
```

Fonte: Google Colab, 2024

Ademais, segue-se uma nova compilação do algoritmo, só que para uma quantidade maior de sorteios. Nesse caso agora, um total de 50000 sorteios.Vejamos:

2º Nova compilação do código:

Resultados:

Figura 32 – Resultado (19)

```
Jogo: [9, 12, 28, 36, 39, 41]
Ternos: 515
Quadras: 26
Quinas: 0
Sena: 0
```

Fonte: Google Colab, 2024

Com base nessas simulações, verifica-se que as quantidades de premiações mesmo em 1000 sorteios ou 50000 sorteios simulados e englobando todos os critérios anteriores, ainda é baixa, visto o tempo necessário para a ocorrência de todos esses sorteios.

Há de se considerar que semanalmente são realizados 3 sorteios da Megasena, o que dá um total de 156 sorteios ao longo do ano. Logo, fazendo $1000 \div 156$, temos como resultado aproximado o número 6. Isso indica que apostando assiduamente 1 jogo por sorteio, durante 1000 sorteios seguidos, teríamos um espaço de tempo de 6 anos fazendo a famosa “fézinha”, e obtendo como resultados de acertos os valores mostrados logo acima.

Nesse contexto, a análise dos sete critérios distintos no jogo da Mega-Sena proporcionou uma compreensão mais profunda sobre os fatores que podem influenciar as premiações de quadra, quina ou sena. Ao realizar simulações de jogos que incorporam todos esses parâmetros em 1000 sorteios, pudemos observar padrões e tendências significativas, especialmente à medida que o número de sorteios aumentou.

Primeiramente, identificamos que a aplicação de critérios específicos pode potencializar ou reduzir as chances de obter uma premiação de quadra. Por exemplo, critérios que aumentam a dispersão dos números escolhidos, como a restrição de números consecutivos ou a distribuição equitativa entre quadrantes, tendem a aumentar as chances de ganhar uma quadra ou outra faixa disponível de premiação.

Além disso, observamos que a aplicação de múltiplos critérios simultaneamente pode ter um efeito cumulativo nas chances de ganhar em alguma das faixas de prêmio, ao longo dos sorteios realizados. Por exemplo, combinar critérios que promovem a aleatoriedade na escolha dos números com critérios que minimizam a probabilidade de escolhas comuns pode resultar em um aumento significativo nas chances de sucesso.

No entanto, é importante destacar que mesmo a aplicação de múltiplos critérios não garante o sucesso na obtenção de uma premiação em cada sorteio, como pode ser constatado nas mais diversas simulações realizadas. A natureza intrinsecamente aleatória dos jogos da Mega-Sena mostra que sempre existirão elementos de incerteza e imprevisibilidade.

Em resumo, tais análises fornecem insights relevantes para os jogadores da Mega-Sena interessados em maximizar suas possibilidades de sucesso. Ao compreender como diferentes critérios influenciam as premiações das diversas faixas disponíveis e como esses critérios interagem entre si, os jogadores podem tomar decisões mais informadas ao escolher seus números, aumentando assim suas chances de ganhar em alguma das faixas de premiação no jogo da Mega-Sena, seja ela de quadra, quina ou sena.

4.8 FRACTAIS NA ANÁLISE LOTÉRICA

Comumente, fractais são definidos como sendo estruturas geométricas que podem ser divididas em partes, cada uma das quais semelhantes ao objeto original (Wikipedia, 2024). Os fractais são estruturas que aparecem na própria natureza. Essas aparições vão desde vegetações com padrões específicos, se estendendo ao longo de suas ramificações, até às nuvens e fenômenos atmosféricos com formas das mais variadas, como é o caso das nuvens de tempestade.

Eles também tem aplicações das mais diversas no campo das ciências, como por exemplo na Matemática com os sistemas dinâmicos, na Ciência da Computação com a geração de gráficos e imagens computacionais, na Física com a modelagem de estruturas complexas na natureza, e até mesmo na Biologia com a análise de padrões de crescimento de tumores.

No campo das análises lotéricas, embora não haja uma relação direta com a chamada "análise fractal", é possível estabelecer uma "ponte" entre esses dois conceitos, visto que, qualquer processo ou abordagem que se utilize de padrões repetitivos, pode ser explorada dentro do escopo extensional daquilo que se denomina de 'análise fractal', e portanto aspectos como: A análise de padrões de sorteios, desenvolvimento de técnicas de apostas, modelagem matemática de probabilidades, e análise de séries temporais, podem ser examinados de diferentes maneiras; O que, por sua vez, pode ajudar a identificar padrões de longo prazo, ciclos ou mesmo flutuações nos resultados da loteria.

Entende-se por "série temporal" como uma coleção de observações feitas sequencialmente ao longo do tempo. Citaremos a seguir algumas das abordagens possíveis nesse campo das análises fractais aplicadas à loteria. Para isso faremos uso de recursos pouco buscados pelos jogadores, mas que ainda assim costumam ser utilizados.

Dentre os recursos mencionados podemos destacar: o uso de sequências numéricas formadas por funções lineares, o uso de geradores de números pseudo-aleatórios, implementação de geradores em linguagem Python, o método de middle-square, e o uso de redes neurais.

<u>Método 1:</u> Gerador de sequências numéricas formadas por funções lineares

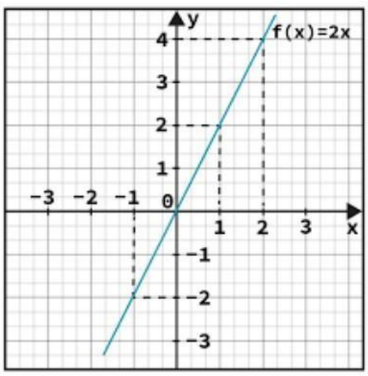
Podemos caracterizar uma sequência numérica aleatória finita de termos reais, como sendo qualquer lista de números reais da forma:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n, \forall a_i \in \mathbb{R}, \text{ com } i \text{ variando de } 1 \text{ a } n.$$

Nesse caso, a sequência pode seguir a uma determinada lei de formação ou não. Para as análises posteriores, partiremos do fato de que as sequências exibidas terão como base um princípio gerador, sendo esse princípio uma função matemática específica, que no caso abordado será uma função linear.

Define-se uma função linear como sendo toda função da forma y = ax , onde a ∈ R e a≠0. Na imagem a seguir temos a representação no plano cartesiano com o gráfico da função f(x) = 2x.

Figura 33– Gráfico de função



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Nesse caso, temos a = 2. Note que no exemplo mostrado, para cada valor distinto de x, encontramos um valor também distinto de y, observado, é claro as devidas condições restritivas para a. Os valores de y representam o dobro dos respectivos valores de x.

Como já mostrado nas análises dos critérios anteriores, geralmente padrões muito “óbvios” tendem a não apresentar uma frequência regular nos resultados lotéricos. Entende-se por “sequências de padrões muito óbvios”, como aquelas sequências que apresentam algum tipo de padrão facilmente identificável entre os números sorteados. Como exemplos: 1, 2, 3, 4, 5, 6 (sequência de 6 números consecutivos), 2, 4, 6, 8, 10, 12 (sequência de 6 pares consecutivos) ou ainda 5, 10, 15, 20, 25, 30 (sequência de 6 múltiplos consecutivos de 5). Isso sugere que a combinação de sequências mais comuns entre si (com padrões claros e evidentes) como os mostrados nos exemplos anteriores, pode formar agrupamentos de números mais incomuns (sem padrões claros e evidentes), o que em teoria poderia ocasionar assim na composição de combinações mais expectáveis de serem sorteadas num sorteio aleatório real, como é o caso da Mega-Sena.

Dentro dessa perspectiva, propõe-se o seguinte cenário: descrever uma série de dados numéricos sequencialmente encadeados (com padrões claros), e sem espaçamentos entre si, de modo a formar grandes agrupamentos de números a fim de se selecionar dezenas sem padrões nitidamente evidentes.

Dessa maneira, a próxima tarefa é escolher aleatoriamente dentre esses números, aqueles a serem apostados, utilizando para isso o quadro então gerado com as imagens da função inicial, o que em teoria poderia nos fornecer sequências mais incomuns e/ou "mais aleatórias". Para uma melhor visualização, segue-se o modelo pretendido com a função inicial:

Sequência: 24681012141618202224262830323436.... (com sucessão de pares, que é um padrão evidente nesse agrupamento de números).

Note que a execução da ideia proposta pode ser demasiadamente maçante, uma vez que será necessário exibir todos os números pretendidos, para só então selecionar aleatoriamente os números desejados. Então a fim de facilitar o processo, implementou-se um código em linguagem Python que realiza a tarefa em questão. Segue-se o código:

Algoritmo 7: Script

```
import random

quadro_numeros = ''.join(str(2 * x) for x in range(1, 1001))
print(quadro_numeros)

numeros_possiveis = [str(i) for i in range(1, 61) if str(i) in quadro_numeros]
numeros_sorteados = random.sample(numeros_possiveis, 6)

print('Números sorteados:', ', '.join(numeros_sorteados))
```

Fonte: O autor

Trechos de compilações do código, com os respectivos resultados apresentados:

Figura 34– Resultado (20)

```
2468101214161820222426283032343638404244464850525456586062646668707274
Números sorteados: 30, 21, 29, 17, 16, 19

2468101214161820222426283032343638404244464850525456586062646668707274
Números sorteados: 45, 22, 8, 44, 18, 50

2468101214161820222426283032343638404244464850525456586062646668707274
Números sorteados: 45, 22, 8, 44, 18, 50

2468101214161820222426283032343638404244464850525456586062646668707274
Números sorteados: 19, 5, 31, 52, 30, 4
```

Fonte: Google Colab, 2024

No contexto dos geradores de números pseudo-aleatórios, uma *semente* pode ser entendida como o ponto de partida que irá originar os valores pretendidos. Obviamente tais sementes são os valores para x na função dada. Aqui,porém, consideraremos essa semente como sendo o valor do coeficiente real “a”. Dentro dessa perspectiva, e objetivando formar novas sequências a partir da função geradora, de modo a tornar o processo ainda mais aleatório, basta alterarmos o valor do coeficiente real “a” para o número que se queira - o que também pode ser feito no código Python apresentado. Essa alteração pode ser realizada no trecho “join(str(2*x)”.

<u>Método 2</u>: Geradores de números pseudo-aleatórios

De um ponto de vista mais formal, um número ou experimento é definido como aleatório se seu resultado não pode ser determinado com exatidão, mas pode ser mensurado por meio de chances (probabilidades) e/ou estimativas (Carvalho, 2019). O prefixo pseudo por sua vez, é uma palavra de origem grega que exprime a noção de falso. Logo, a expressão “números pseudo-aleatórios” pode ser interpretada como sendo os números que do ponto de vista matemático não são considerados verdadeiramente aleatórios, já que costumam ser produzidos por mecanismos que embora aparentemente apresentem a característica da aleatoriedade, são na verdade predeterminados, sejam por regras que direcionem a resultados esperados, ou mesmo por interferências no decorrer do processo.

Os geradores de números se caracterizam por serem dispositivos ou mesmo algoritmos que são capazes de produzir uma sequência/lista de números sem um padrão aparente e que não pode ser previamente determinada. Em suma, existem dois tipos principais de geradores de números: “os geradores aleatórios de números físicos e os geradores aleatórios de números algorítmicos ” (Nakamura, 2022).

O primeiro caso, como o próprio nome já diz, tem na sua fundamentação os processos físicos, que podem ser dos mais diversos tipos, dentre os quais podemos citar como exemplos os ruídos eletrônicos, ou até processos físicos naturais, como as quedas de gotas de um riacho. São geralmente considerados verdadeiramente aleatórios pois partem de fenômenos de fato aleatórios.

Já o segundo caso, são programas que se utilizam de um conjunto de comandos e regras que partem de princípios e/ou padrões matemáticos a fim de gerar sequências de números. Embora tais geradores sejam determinísticos por natureza, se projetados corretamente, as sequências de números que são obtidas, podem ser consideradas tão imprevisíveis quanto as sequências verdadeiramente aleatórias.

Esses geradores tem muitas aplicações, que vão desde a criptografia a até análises de risco e finanças através de simulações de Monte Carlo e modelagens financeiras. A qualidade de um gerador de números aleatórios é geralmente avaliada com base em dois critérios principais: a uniformidade e a independência (Santos, 2015). A uniformidade refere-se à distribuição dos números gerados, enquanto a independência garante que os números não estejam correlacionados entre si.

Um desses geradores é o "método de middle-square ", que também recebe outros nomes, como "método do meio quadrado" ou "método do quadrado do meio", que foi proposto por John Von Neumann em 1946 (Hayes, 2022).

A ideia central do algoritmo consiste em considerar um número inicial o qual denomina-se *seed* (semente), sendo ele um número qualquer entre 0 e 1, que apresente quatro casas decimais. Por exemplo, $x_0 = 0,2561$. Em seguida eleva-se ao quadrado e extrai-se os números centrais do resultado, repetindo assim continuamente o processo.

No exemplo mostrado, tem-se:

$$x_0 = 0,2561$$

$$x_0^{\ 2} = 0,2561 \times 0,2561 = 0,06558721 \rightarrow x_1 = 0,5587$$

$$x_1^{\ 2} = 0,5587 \times 0,5587 = 0,31214569 \rightarrow x_2 = 0,2145$$

$$x_2^{\ 2} = 0,2145 \times 0,2145 = 0,04601025 \rightarrow x_3 = 0,6010$$

$$x_3^{\ 2} = 0,6010 \times 0,6010 = 0,36120100 \rightarrow x_4 = 0,1201$$

$$x_4^{\,2} = 0{,}1201 \times 0{,}1201 = 0{,}01442401 \rightarrow \; x_5 = 0{,}4424$$

...

Nesse método, caso ocorra de a quantidade de algarismos à esquerda ser maior do que a quantidade de algarismos à direita – tomando como referência o número central – basta simplesmente fixarmos pra qual lado iremos fazer o corte. No exemplo citado, obteve-se a seguinte sequência de números X_i = (0,2561 ; 0,5587 ; 0,2145 ; 0,6010; ...).

Embora tal método seja aplicável em diversas situações, ele carece de algumas características que são associadas a um bom gerador. Isso inclui o fato de no decorrer da obtenção dos números gerados, poderem surgir repetições, e além disso, quando o zero é gerado, todos os demais termos à frente também serão nulos. Nesse caso, escolhe-se uma nova semente. Veja o exemplo a seguir, em que isso ocorre, ou seja, em que a partir de um dado termo, todos os demais valores são nulos:

Figura 35– Método de middle-square

$$\begin{array}{rclcrcl}
x_0 & = & 121 & & & & \\
(121)^2 & = & 014641 & \Rightarrow & x_1 & = & 464 \\
(464)^2 & = & 215296 & \Rightarrow & x_2 & = & 529 \\
(529)^2 & = & 279841 & \Rightarrow & x_3 & = & 984 \\
(984)^2 & = & 968256 & \Rightarrow & x_4 & = & 825 \\
(825)^2 & = & 680625 & \Rightarrow & x_5 & = & 062 \\
(062)^2 & = & 003844 & \Rightarrow & x_6 & = & 384 \\
(384)^2 & = & 147456 & \Rightarrow & x_7 & = & 745 \\
(745)^2 & = & 555025 & \Rightarrow & x_8 & = & 502 \\
(502)^2 & = & 252004 & \Rightarrow & x_9 & = & 200 \\
(200)^2 & = & 040000 & \Rightarrow & x_{10} & = & 000 \\
(000)^2 & = & 000000 & \Rightarrow & x_{11} & = & 000
\end{array}$$

Fonte: pucrs.br , 2024

Existem inclusive algumas variantes desse método, só que usando valores não pertencentes ao intervalo (0,1), como é o caso do exemplo na Figura 35.

Dentro da perspectiva da análise fractal no jogo da Mega-sena, uma alternativa viável de estratégia com relação a esse gerador de números é definir uma semente aleatória para o problema, e com base nela e nos valores gerados, extrair 6 números que irão compor o jogo a ser apostado.

Para isso, seguir-se-á o referido modelo sequencial pelo jogador:

I) Escolher dois números do último resultado da Mega-Sena;

II) Posiciona-los um ao lado do outro;

III) Escrever antes do primeiro número, um ‘zero’ e uma vírgula;

IV) Aplicar repetidamente esse valor obtido no algoritmo, de modo a obter os termos x_1 ,x_2 , x_3 , etc.

V) Desconsiderar a parte inteira dos números resultantes e coloca-los na forma de uma sequência única de números justapostos;

VI) Escolher 6 números entre 1 e 60, dentro da sequência gerada, a fim de compor o jogo.

Observe:

Considere por exemplo, o resultado fictício 3-10-17-26-27-56 ; Desse resultado selecionaremos dois números quaisquer. Suponha que os números escolhidos sejam o 27 e o 56 . Daí basta escrevermos 0,2756. Ou seja, $x_0 = 0{,}2756$. Aplicaremos repetidamente nesse valor o algoritmo mencionado.

$$X_0 = 0{,}2756$$

$$X_0^2 = 0{,}2756^2 = 0{,}07595536 \rightarrow X_1 = 0{,}5955$$

$$X_1^2 = 0{,}5955^2 = 0{,}35462025 \rightarrow X_2 = 0{,}4620$$

$$X_2^2 = 0{,}4620^2 = 0{,}2134440 \rightarrow X_3 = 0{,}1344$$

$$X_3^2 = 0{,}1344^2 = 0{,}01806336 \rightarrow X_4 = 0{,}8063$$

...

Assim obtemos a sequência: 5955462013448063... , da qual agora podemos extrair 6 números de 1 a 60.

Sequência: 5955462013448063...

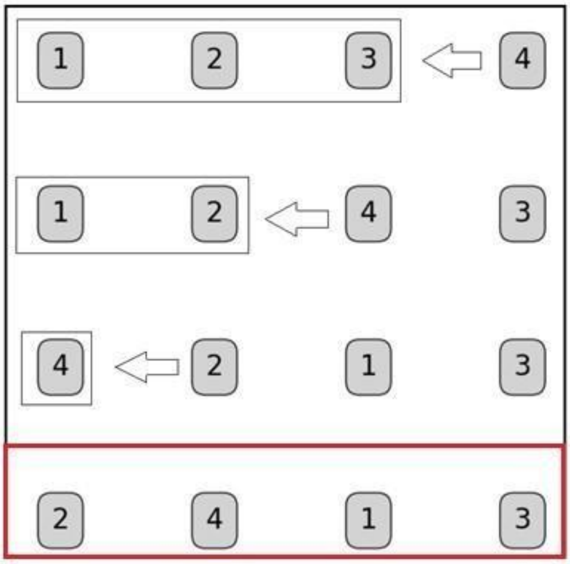
Números selecionados aleatóriamente (em vermelho e sublinhados) : 5955462013448063...

Resultado obtido: 3 – 5 – 6 – 20 – 48 – 54

Método 3: O algoritmo de Fisher-Yates

O algoritmo de Fischer-Yates é um algoritmo utilizado pra gerar uma permutação aleatória de uma sequência finita. Ele consiste basicamente em, partindo do último elemento de uma lista de números, troca-se esse número por um outro valor na lista que venha antes dele; Em seguida repete-se o processo para cada um dos termos anteriores até se chegar ao primeiro termo. O objetivo do processo é gerar uma “nova” sequência aleatória a partir da sequência inicial, de tal modo que nessa nova sequência gerada, cada um dos números presentes, não ocupe a sua mesma posição inicial. Na ilustração adiante, tem-se um exemplo do algoritmo aplicado aos números 1, 2, 3 e 4:

Figura 36– Algoritmo de Fischer-Yates



Fonte: Elaborado pelo autor, (2024)

No exemplo citado na Figura 36, o número 4 na 1º linha foi trocado por um dos números anteriores a ele na mesma linha, sendo isso indicado pela presença da referida seta. O mesmo se deu nas linhas subsequentes com os valores que as novas setas relacionam. Com isso, formou-se na última linha (destacada em vermelho), uma sequência com os mesmos números, mas em posições diferentes das suas posições iniciais.

Para a Mega-sena, uma possibilidade de aplicação do método é escolher uma quantidade aleatória de números que seja maior do que 6 (já que a permutação de 6 vai gerar uma nova combinação com os mesmos números, o que não configura uma nova aposta); Feito isso, aplicar o algoritmo de Fischer-Yates à sequência inicial, e por fim, escolher da esquerda para a direita, ou vice-versa, 6 números do resultado gerado.

Tomando tal sequência didática como ponto de partida, fizemos uma abordagem simplificada em python (veja Apêndice F), que é similar ao algoritmo mencionado no sentido em que, ao final, mantém cada número fora de sua posição inicial:

Seguem os resultados de compilações do código, com uma sequência fictícia de números:

Figura 37– Resultado (21)

```
Resultado do embaralhamento: [59, 32, 47, 12, 60, 40, 41, 42, 11, 48]
Aposta Gerada: [59, 32, 47, 12, 60, 40]

Resultado do embaralhamento: [48, 11, 47, 42, 60, 59, 32, 12, 40, 41]
Aposta Gerada: [48, 11, 47, 42, 60, 59]

Resultado do embaralhamento: [12, 59, 48, 32, 42, 11, 41, 60, 40, 47]
Aposta Gerada: [12, 59, 48, 32, 42, 11]

Resultado do embaralhamento: [48, 59, 41, 47, 42, 40, 32, 11, 60, 12]
Aposta Gerada: [48, 59, 41, 47, 42, 40]
```

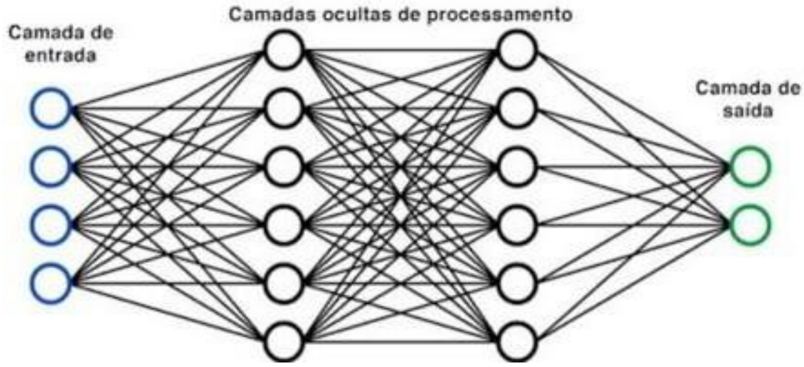
Fonte: Google Colab, 2024

No intuito de mudar os números iniciais para os que se queira, basta altera-los na parte correspondente no código, onde aparece “numeros_iniciais”.

<u>Método 4:</u> Uso de redes neurais

De todos os métodos até aqui apresentados, esse possivelmente seja o mais promissor, tendo em vista que tem o potencial de capturar nuances e padrões sutis nos resultados, o que para um ser humano pode ser uma tarefa bem complexa, principalmente quando se considera para fins de análise uma extensa quantidade de jogos. Uma rede neural é uma método de inteligência artificial que ensina computadores a processar as informações de uma maneira similar ao cérebro humano (Grando, 2022). Elas funcionam baseadas em neurônios artificiais que trabalham juntos pra resolver um determinado problema. Elas são compostas de uma camada de entrada, uma ou mais camadas ocultas, e uma camada de saída, que servem respectivamente para a entrada dos dados, para a análise dos dados de entrada, e por fim, para a impressão dos resultados finais. Observe:

Figura 38 – Rede Neural



Fonte: Opencadd, 2024

São vários os tipos de redes neurais, dentre as quais podemos destacar: as redes neurais convolucionais, as redes neurais recorrentes e as LSTM (Long – Short Therm Memorý), cada uma das quais com características distintas umas das outras (Ceccon, 2020).

As redes neurais convolucionais, ou simplesmente CNNs da abreviação das palavras em inglês, é um algoritmo de aprendizado de máquina, comumente utilizada para a classificação de imagens para visões computacionais. Embora se mostre muito eficiente para resolver problemas de classificação, uma de suas desvantagens é o fato de existir a necessidade de uma grande quantidade de dados rotulados para a extração dos padrões.

As redes neurais recorrentes (ou RNN da sigla em inglês) por sua vez, são também um modelo de aprendizado profundo, mas treinada para processar e converter uma entrada de dados sequencial em uma saída de dados sequencial específica. Esses dados sequenciais podem ser palavras, frases, séries temporais, etc. Essas redes neurais, por manterem uma memória que lhes permite entender e processar dependências temporais, são especialmente adequadas para lidar com esses dados sequenciais. Por outro lado, processam cada elemento da sequência individualmente e em série, o que torna o processo de treinamento mais lento.

Já as LSTM (Memória de longo prazo), são uma variação das RNNs (Redes neurais recorrentes) projetadas para superar algumas limitações das RNNs tradicionais, como por exemplo a dificuldade em capturar dependências de longo prazo. Elas são redes adaptáveis e flexíveis a diferentes tipos de dados sequenciais e tarefas de aprendizado de máquina. Uma de suas desvantagens, porém, é a complexidade computacional envolvida, o que pode exigir mais recursos de hardware e tempo de computação, ocasionando assim um processo de execução e inferência bem mais intensivos.

No aspecto da análise fractal na Mega-sena, as redes neurais podem ser utilizadas a fim de identificar padrões e nuances presentes numa sequência de resultados lotéricos, no intuito de tentar prever jogos que sejam “mais propensos” a serem sorteados num sorteio aleatório. Isso pode ser realizado com as redes neurais sendo treinadas em um conjunto de jogos simulados que tentem replicar o ambiente real de aleatoriedade.

Dito isto, propõe-se a seguinte abordagem fractal: gerar jogos aleatórios para servirem de treinamento para uma rede neural. Em seguida, com base nos padrões aprendidos por essa rede, elá tentará prever 10 jogos da Mega-sena que possam vir a ocorrer em sorteios aleatórios reais.

Para realizar essa tarefa, utilizamos um código Python (veja Apêndice G) que simula 1000 jogos distintos da Megasena. O código treina uma RNA (Rede Neural Artificial) nos jogos simulados, separando-os em dados de treinamento e dados de teste. A rede neural analisa diversos padrões, que vão desde a frequência dos números, a até correlações entre esses números. Essa rede neural tem uma camada de entrada com 32 neurônios, uma camada oculta com 64 neurônios e uma camada de saída com 6 neurônios, sendo que os 990 primeiros jogos são usados para treinar a rede neural, e os outros 10 jogos são usados para testar a rede neural, a fim de avaliar a sua capacidade de generalização. Segue-se adiante a sequência dos 10 jogos gerados pelo modelo.

Dados produzidos pelo modelo:

Figura 39– Resultado (22)

```
[[ 9 17 25 34 45 52]
 [ 9 19 27 37 47 56]
 [ 6 14 20 26 34 40]
 [ 9 18 26 35 45 53]
 [ 8 17 24 32 42 50]
 [ 8 16 23 30 39 47]
 [ 8 17 24 32 41 50]
 [ 7 15 22 30 37 45]
 [ 9 17 25 32 43 51]
 [ 9 19 27 37 46 56]]
```

Fonte: Google Colab, 2024

5 ALTERNATIVAS FINANCEIRAS

Mesmo seguindo todos esses padrões na escolha dos jogos, cada combinação da Mega- sena continua sempre tendo a mesma probabilidade de ser sorteada, sendo essa chance igual a 1/50063860, o que, em termos de percentuais corresponde a aproximadamente 0,000002% de chance. Isso significa que mesmo com o mais ”aprimorado” jogo em mãos, suas chances continuam sendo as mesmas. Diante de tal fato, muitos são aqueles que preferem gastar seu dinheiro não em jogos, mas optam por investir em títulos de renda fixa (CDB, LCI, LCA, TESOURO) ou mesmo em renda variável (Ações, Fundos de Investimentos, Fundos Imobiliários).

O investimento em renda fixa é uma opção mais conservadora quando se busca ganhos financeiros. Ainda assim, exceto no caso da Poupança, é possível obter retornos consistentes e que muitas vezes superam a Selic - a taxa básica de juros da economia brasileira – e a inflação, mesmo considerando-se a incidência de imposto de renda e taxas de corretagem ou desempenho. Cabe destacar, ainda, que a maioria dos investimentos em renda fixa conta com a proteção do FGC, o Fundo Garantidor de Crédito, em caso de falência das instituições onde os recursos estão aplicados.

Em face das probabilidades baixíssimas apontadas neste trabalho - as quais “se justificam” dados os possíveis retornos milionários dos prêmios da Mega-sena - buscar alternativas mais conservadoras de investimento mostra-se uma estratégia mais pedagógica quando deseja-se uma prática voltada à educação financeira.

Já o investimento em renda variável oferece mais riscos de perdas consideráveis, por depender de múltiplos fatores, como a política econômica do governo, a gestão das empresas de capital aberto, fatores ambientais, políticos, condições de oferta e demanda, só para citar alguns. Em contrapartida, os ganhos potenciais podem ser elevados, pois algumas ações apresentam alta volatilidade.

A seguir, analisamos o investimento em renda fixa variável como alternativa de aplicação dos valores gastos com apostas na Mega-sena.

Considerando que em 1 ano existem 52 semanas, e que em cada semana são realizados três sorteios da Mega-sena, temos em média um total de 156 sorteios ao longo do ano, excetuando-se as excepcionalidades, visto que podem surgir eventos adversos que impeçam a realização do sorteio em certas datas. Fora essas situações, consideraremos os casos gerais que são de 156 sorteios durante o período de 1 ano.

Podemos então, com base nas informações e nos percentuais obtidos, montar um quadro comparativo que mostre as chances de o jogador ganhar e de também não ganhar nesse jogo, fazendo as suas apostas ao longo de períodos de tempos maiores ou iguais a 1 ano.

Primeiramente, perceba que a probabilidade de acertar a sena em pelo menos um dos sorteios pode ser calculada usando a fórmula do complemento da probabilidade. Assim, calculamos a probabilidade de não ganhar nenhum sorteio e, em seguida, subtraímos essa probabilidade de 1. A probabilidade de não ganhar em um único sorteio é de 1 - 0,000002% (ou 99,999998%). Portanto, a probabilidade de ganhar pelo menos uma vez em um determinado número de sorteios é:

- Em 1 ano (156 sorteios):

$$1-(0{,}99999998)^{156} \cong 0{,}000003 = 0{,}0003\%$$

- Em 2 anos (312 sorteios):

$$1-(0{,}99999998)^{312} \cong 0{,}000006 = 0{,}0006\%$$

- Em 5 anos (780 sorteios):

$$1-(0{,}99999998)^{780} \cong 0{,}000015 = 0{,}0015\%$$

- Em 30 anos (4680 sorteios):

$$1-(0{,}99999998)^{4680} \cong 0{,}00009 = 0{,}009\%$$

Essas fórmulas nos dão as probabilidades de ganhar pelo menos uma vez ao longo de 1, 2, 5 e 30 anos, respectivamente, se o jogador apostar um jogo por sorteio. Vejamos isso na Tabela 2:

Tabela 2 - Probabilidade de acerto

Período	Probabilidade de acertar a sena	Probabilidade de não acertar a sena
1 ano	0,0003%	99,9997%
2 anos	0,0006%	99,9994%
5 anos	0,0015%	99,9985%
30 anos	0,009%	99,991%

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Com isso, conclui-se que mesmo jogando de forma assídua por um período de 30 anos, suas chances de acerto não chegam sequer a 0,01%.

Por outro lado, se um jogador participa dos 156 sorteios ao longo do ano, e em cada sorteio ele faz uma aposta simples que custa R$ 5,00 , então esse apostador terá gasto em um ano a quantia de 780 reais, o que equivale a um gasto mensal de R$ 65,00. Fazendo uma simulação do rendimento gerado por esse valor caso ele, ao invés de jogar na Mega-sena, investisse esse dinheiro em um título de renda fixa, como por exemplo Tesouro Pré-fixado, poderíamos chegar a cenários comparativos bem distintos do famigerado jogo de azar. Para fazermos isso, utilizaremos uma calculadora *online* de investimentos, disponível no site Valor Investe (2024). Vejamos tais simulações para aportes mensais de R$ 65,00 por um período de aplicação de 12 meses em diferentes opções de investimento:

<u>LCI e LCA</u>

As Letras de Crédito Imobiliário (LCI) e Letras de Crédito do Agronegócio (LCA) são títulos de renda fixa emitidos por bancos para captarem recursos a serem disponibilizados em linhas de crédito voltadas aos setores imobiliário e do agronegócio. Costumam oferecer uma rentabilidade entre 80% e 90% do CDI (Certificado de Desconto Interbancário), que é basicamente a taxa de juros utilizada nas operações interbancárias, e costuma ser quase idêntica à taxa Selic (Infomoney, 2022).

Ademais, são isentas da cobrança do imposto de renda (IR) e contam com a proteção do FGC.

Tabela 3 - Ganhos com LCI e LCA

Valor bruto acumulado	**R$ 811,12**
Rentabilidade Bruta	3,99%
Custos	R$ 0,00
Valor pago em IR	R$ 0,00
Valor líquido acumulado	R$ 811,12
Rentabilidade Líquida	3,99%
Ganho Líquido	R$ 31,12

Fonte: https://infograficos.valor.globo.com/, 2024.

Nesse caso o investidor/jogador, teria de lucro o equivalente a R$ 31,12 em um ano.

CDB a 100% do CDI

O Certificado de Depósito Bancário (CDB) é um título emitido por bancos que na maioria dos casos remunera a 100% do CDI, porém sofre a incidência de IR. Muitas vezes é menos rentável que as LCI's e LCA's.

Tabela 4 - Ganhos com CDB

Valor bruto acumulado	**R$ 816,52**
Rentabilidade Bruta	4,68%
Custos	R$ 0,00
Valor pago em IR	R$ 6,39
Valor líquido acumulado	R$ 810,13
Rentabilidade Líquida	3,86%
Ganho Líquido	R$ 30,13

Fonte: https://infograficos.valor.globo.com/, 2024.

Nesse caso o investidor/jogador teria de lucro o equivalente a R$ 30,13 em um ano.

Tesouro Selic

Este título de renda fixa pós-fixada é emitido pelo governo, sendo considerado um dos investimentos mais seguros, por ter o governo como garantidor. Remunera segundo a taxa básica de juros da economia, a Selic, sofrendo incidência de IR.

Tabela 5 - Ganhos com Tesouro Selic

Valor bruto acumulado	**R$ 816,52**
Rentabilidade Bruta	4,68%
Custos	R$ 1,63
Valor pago em IR	R$ 6,39
Valor líquido acumulado	R$ 808,49
Rentabilidade Líquida	3,65%
Ganho Líquido	R$ 28,49

Fonte: https://infograficos.valor.globo.com/, 2024.

Nesse caso o investidor/jogador teria de lucro o equivalente a R$ 28,49 em um ano.

Tesouro Pré-fixado

Título de renda fixa emitido pelo governo que oferece uma rentabilidade fixa,em geral um pouco abaixo da Selic, mas que pode ser vantajoso em momentos de queda dos juros, por estar suscetível à marcação a mercado. Também está sujeito à cobrança de IR.

Tabela 6 - Ganhos com Tesouro Pré-fixado

Valor bruto acumulado	**R$ 816,86**
Rentabilidade Bruta	4,73%
Custos	R$ 1,63
Valor pago em IR	R$ 6,45
Valor líquido acumulado	R$ 808,78
Rentabilidade líquida	3,69%
Ganho líquido	R$ 28,78

Fonte: https://infograficos.valor.globo.com/, 2024.

Nesse caso o investidor/jogador teria de lucro o equivalente a R$28,78 em um ano.

Tesouro IPCA +

Título de renda fixa emitido pelo governo que oferece uma rentabilidade dividida em uma parte fixa e outra atrelada ao índice de inflação IPCA. Também é suscetível à marcação a mercado e está sujeito à cobrança de IR. Diz-se de ser suscetível à marcação a mercado o fato de que o valor dos títulos IPCA+ pode variar conforme as condições do mercado financeiro. A marcação a mercado é um processo pelo qual o valor de um título de renda fixa é ajustado diariamente com base no preço que ele teria se fosse vendido no mercado naquele momento, refletindo as mudanças nas taxas de juros e outras condições econômicas (Empiricus, 2023).

Tabela 7 - Ganhos com Tesouro IPCA +

Valor bruto acumulado	**R$ 812,82**
Rentabilidade Bruta	4,21%
Custos	R$ 1,63
Valor pago em IR	R$ 5,74
Valor líquido acumulado	R$ 805,45
Rentabilidade líquida	3,26%
Ganho líquido	R$ 25,45

Fonte: https://infograficos.valor.globo.com/, 2024.

Nesse caso o investidor/jogador teria de lucro o equivalente a R$ 25,45 em um ano.

Organizando os dados obtidos em uma tabela, e projetando esses rendimentos para períodos maiores, teremos:

Tabela 8 - Projeção de Ganhos

Título	**Valor aportado mensalmente**	**Rendimento em 1 ano**	**Rendimento em 2 anos**	**Rendimento em 5 anos**	**Rendimento em 30 anos**
LCI e LCA	R$ 65,00	R$ 31,12	R$ 133,94	R$ 938,86	R$ 83914,45
CDB	R$ 65,00	R$ 30,13	R$ 134,26	R$ 956,04	R$103280,72
Tesouro Selic	R$ 65,00	R$ 28,49	R$ 127,38	R$ 905,60	R$ 94329,41
Tesouro Pré-fixado	R$ 65,00	R$ 28,78	R$ 128,68	R$ 915,79	R$ 96574,51
Tesouro IPCA+	R$ 65,00	R$ 25,45	R$ 113,44	R$ 797,92	R$ 73000,04

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Partindo para uma análise aplicada à renda variável, podemos destacar também a aplicação de recursos no ativo "Caixa Seguridade". A Caixa Seguridade é uma subsidiária da CAIXA, que tem por objetivo administrar as atividades da mesma relacionadas aos ramos de seguros, capitalização, previdência complementar aberta, e dentre outras atividades afins. Na bolsa de valores as ações da Caixa Seguridade são negociadas sob a sigla CXSE3.

Como já mencionado aqui, um jogador assíduo da Mega-sena, ao participar de cada um dos sorteios ao longo de 1 ano, com uma aposta simples em cada sorteio, terá gasto nesse período o valor de R$ 780,00, e tendo probabilidades baixíssimas de acerto nas faixas de premiação. Mas, caso esse jogador opte por investir o recurso a ser utilizado no ativo CXSE3, teremos um cenário menos arriscado do que os trazidos pela tradicional aleatoriedade presente nos jogos lotéricos.

A fim de verificarmos esse panorama, utilizaremos o simulador de investimentos da Caixa Seguridade, disponível no site da Caixa Seguridade (2024). Para isso, observe as Figuras 40 a 42, com 3 valores distintos de aporte, e seus respectivos rendimentos ao longo do período de 1 ano. Vejamos:

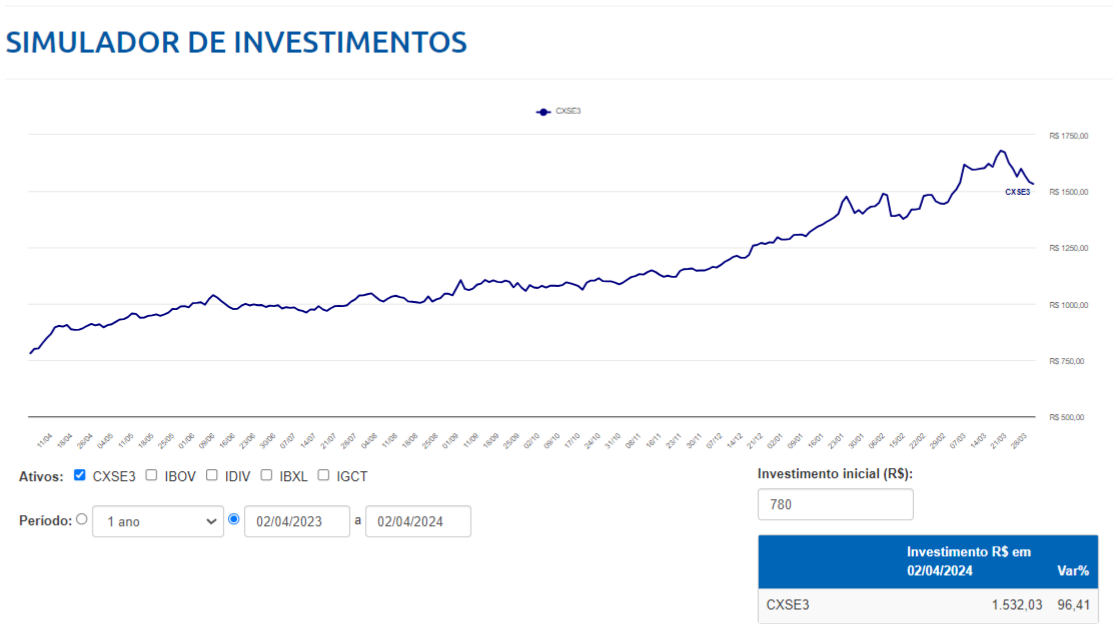
I) Aporte de 500 reais

Figura 40 – Aporte I

Fonte: https://www.ri.caixaseguridade.com.br/, 2024

II) Aporte de 780 reais

Figura 41 – Aporte II



Fonte: https://www.ri.caixaseguridade.com.br/, 2024

III) Aporte de 1000 reais.

Figura 42 – Aporte III

Fonte: https://www.ri.caixaseguridade.com.br/, 2024

Constata-se com isso que houve uma variação percentual de aproximadamente 96% no período analisado, o que na prática indica que o retorno foi quase igual ao próprio valor gasto no investimento.

A variação percentual nos primeiros meses após o aporte, se deu de forma tímida mas, ainda assim, suscitando consideráveis ganhos. Já da metade do período considerado em diante a variação foi bem mais acentuada como indicam os “saltos” no gráfico.

Ademais - acerca da instituição - ela apresentou lucro nos últimos 20 trimestres, tendo uma liquidez diária acima de R$ 2000000,00 e um ROE (Retorno sobre o patrimônio) acima de 10%.

Segundo o site Infomoney (2024), só no ano de 2020 a Caixa Seguridade teve um lucro líquido de 1,76 bilhão, apontando assim um montante de capital bastante representativo da saúde financeira da entidade, o que, dentre outros fatores, pode influenciar na decisão de escolha dos investidores por esse tipo de investimento.

Sendo assim, o referido ativo se mostrou como mais uma excelente opção financeira para aqueles que anseiam formas alternativas às tradicionais apostas em jogos lotéricos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante este estudo, avaliou-se diferentes critérios relacionados às apostas na Mega-Sena por meio da ultização da linguagem de programação Python, com o uso de diferentes algoritmos. Dentre esses critérios foram analisados, por exemplo: critérios quanto à incidência de linhas, critério de quantidades de números pares e ímpares, critério de quadrantes, entre outros. Nessas análises percebeu-se que existem estratégias de escolha dos números que, estatisticamente, são mais eficientes do que outras. Tais conclusões embasaram-se nas análises estatísticas que foram feitas paralelamente à explanação dos referidos critérios.

Notou-se também a possibilidade da utilização de aspectos fractais para a determinação aleatória de apostas, partindo-se de padrões mais comuns. Estabeleceu-se, assim, uma correlação interessante entre jogos lotéricos e o conceito de fractais.

Avaliou-se, ainda, diferentes técnicas de apostas, bem como a implicação direta de tais estratégias nos resultados obtidos através de jogos simulados. Nas compilações executadas foram observados *insghits* interessantes sobre a distribuição dos números sorteados e a frequência com que ocorrem certos padrões específicos.

De forma subsequente a isso, fizemos um contraponto à perspectiva de um jogador realizar suas apostas em jogos lotéricos. Para tal, considerou-se avaliar as mais diversas formas de investimentos, como por exemplo as LCI's, LCA's, o Tesouro Direto e o mercado de ações, observando as possibilidades de ganho para diferentes intervalos de tempo e, ademais, as projeções desses ganhos para intervalos de tempo mais duradouros.

Portanto, chegou-se à conclusão de que, embora as análises estatísticas e as estratégias elaboradas possam oferecer perspectivas valiosas e contribuir para as chances de sucesso na Mega-Sena, é interessante também reconhecer as limitações do conhecimento estatístico diante da imprevisibilidade do jogo. Ao mesmo tempo, é importante considerar opções financeiras mais estáveis e seguras para atingir metas financeiras de longo prazo, bem como viabilizar meios mais seguros e não tão arriscados quanto os famosos jogos de azar.

Sendo assim, espera-se que esse trabalho dê margem a novas pesquisas envolvendo os temas aqui abordados, permitindo inclusive o desenvolvimento, a exploração e a ampliação das ciências e saberes estatísticos e matemáticos em geral; E que possa sobretudo, propiciar uma leitura proveitosa à todos aqueles que se debruçarem sobre este estudo, e uma ótica mais abrangente acerca das leis e das intrincadas relações que regem o mundo dos números.

REFERÊNCIAS

[1] A loteria no Brasil: uma viagem pela história da sorte. **História do Mundo**, 2023. Disponível em: https://www.historiadomundo.com.br/curiosidades/a-loteria-no-brasil-uma-viagem-pela-historia-da-sorte.htm. Acesso em: 21 jan. 2024.

[2] ABREU, Daniel Pereira Alves de. **Física fractal demonstra insuficiência de teorias clássicas sobre movimentações do mercado financeiro**. SCIELO, 2023. Disponível em: <https://humanas.blog.scielo.org/blog/2023/05/17/fisica-fractal-demonstra-insuficiencia-de-teorias-classicas-sobre-movimentacoes-do-mercado-financeiro/>. Acesso em: 15 mar. 2024.

[3] AROBELIDZE, Alexander. **Random Number Generator: How Do Computers Generate Random Numbers?** NAKAMURA, Elisabete (trad.) FreeCodeCamp, 2022. Disponível em: <https://www.freecodecamp.org/portuguese/news/gerador-de-numeros-aleatorios-como-os-computadores-geram-numeros-aleatorios/>. Acesso em: 23 jun. 2024.

[4] CALCULADORA de Renda Fixa. **Valor Investe**. Disponível em: <https://infograficos.valor.globo.com/calculadoras/calculadora-de-renda-fixa.html>. Acessoem: 15 mar. 2024

[5] CECCON, Denny. **Os tipos de redes neurais**. Expert Academy, 2020. Disponível em: <https://iaexpert.academy/2020/06/08/os-tipos-de-redes-neurais/?doing_wp_cron=1719156022.9984800815582275390625>. Acesso em: 23 jun. 2024.

[6] COMO jogar. **Loterias Caixa**. Disponível em: <https://loterias.caixa.gov.br/Paginas/Mega-Sena.aspx>. Acesso em: 23 jun. 2024.

[7] FARIAS, Mailson Alves. **Fractais: Uma abordagem introdutória**. 2019. 79 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2019.

[8] FRACTAL. **Wikipédia**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Fractal#:~:text=Um%20fractal%20%C3%A9%20um%20objeto,quais%20semelhante%20ao%20objeto%20original.>. Acesso em: 29 jul. 2024.

[9] FRAGA, Rodrigo Rodrigues. **O Estudo das Loterias**: uma abordagem motivadora e facilitadora para aprendizagem de probabilidade no ensino médio. 2013. 67 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, Rio de Janeiro, 2013.

[10] GRANDO, Nei. **Neurônios e Redes Neurais Artificiais**. Blog do Nei, 2022. Disponível em: <https://neigrando.com/2022/03/03/neuronios-e-redes-neurais-artificiais/>. Acesso em: 24 jun. 2024.

[11] HAYES, B. **The Middle of the Square**. Bit-Player, 2022. Disponível em: <http://bit-player.org/2022/the-middle-of-the-square>. Acesso em: 22 jun. 2024.

[12] LCI e LCA: guia completo para começar a investir. **InfoMoney**, 2022. Disponível em: <https://www.infomoney.com.br/guias/lci-lca/>. Acesso em: 29 jul. 2024.

[13] MACEDO, Roberto Brás Matos. **Menção honrosa 1: Uma análise das loterias de sorteios de números combase na economia comportamental**. 2019.

[14] MARCAÇÃO a mercado: entenda como funciona esse método de precificação. **Empiricus**, 2023. Disponível em: <https://www.empiricus.com.br/explica/marcacao-a-mercado/>. Acesso em: 29 jul. 2024.

[15] MORAES, Tiago Bueno. Transformada inversa de Laplace para análise de sinais de ressonância magnética nuclear de baixo campo. **Química Nova**, v 44, n08, p 1020-1027, 2021. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/qn/a/YngKHkkBkPRSLwVgDYYGGph/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 22 jun. 2024.

[16] MUSSE, Soraia Raupp. **Introdução aos números pseudo-aleatórios**. PUCRS. Disponível em: <https://www.inf.pucrs.br/~smusse/Simulacao/PDFs/GeradorAleatorios.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2024.

[17] O que são redes neurais? Importância e Como Funciona? **Opencadd**, 2022. Disponível em: <https://www.opencadd.com.br/blog/o-que-sao-redes-neurais>. Acesso em: 1 fev. 2024.

[18] OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. **Fractais: o que são, tipos, exemplos**: fractais. Escola Kids. Disponível em: https://escolakids.uol.com.br/matematica/fractais.htm. Acesso em: 01 fev.2024.

[19] PARES e ímpares na Mega-Sena. **Só Matemática**. Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/megasenaParesImpares.php>. Acesso em: 20 mar. 2024.

[20] ROLLA, Leonardo T.; LIMA, Bernardo N.B. **Probabilidade**. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~leorolla/papers/probabilidade.pdf>. Acesso em: 2 set. 2024.

[21] SANTOS, S. Augusta. **Geração de números aleatórios**. IMECC. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/~sandra/MS614/handouts/GeracaoNumerosAleatorios.pdf>. Acesso em: 23 jun. 2024.

[22] TKACHENKO, Oleg. **Trading no Forex usando o indicador de fractais**. Lite Finance, 2023. Disponível em: <https://www.litefinance.org/pt/blog/for-beginners/melhores-indicadores-para-forex/fractal-em-trading>. Acesso em: 15 mar. 2024.

[23] VENTURA, Dalia. **O que são os fractais, padrões matemáticos infinitos chamados de “impressão digital de Deus”**. BBC News Mundo, 2019. Disponível em: <https://noticias.uol.com.br/ultimas-noticias/bbc/2019/12/04/o-que-sao-os-fractais-padroes-matematicos-infinitos-apelidados-de-impressao-digital-de-deus.htm>. Acesso em: 23 jun. 2024.

[24] WILKS, Jeremy; CARVALHO, Ricardo Borges de. **O que é um número aleatório e por que é tão difícil gerá-los?** Disponível em: <https://pt.euronews.com/next/2019/07/29/o-que-e-um-numero-aleatorio-e-por-que-e-tao-dificil-gera-los#:~:text=%22Um%20n%C3%BAmero%20aleat%C3%B3rio%20%C3%A9%20basicamente,%2C%20n%C3%A3o%20consegue%20ger%C3%A1%2Dlos.>. Acesso em: 22 jun. 2024.

APÊNDICE A – PARES E ÍMPARES EM PYTHON

Algoritmo:

Algoritmo 8: Script

```
import random

def gera_resultado_megasena():
    return sorted(random.sample(range(1, 61), 6))

def conta_numeros_pares(resultado):
    return sum(1 for num in resultado if num % 2 == 0)

def main():
    total_jogos = 1000
    jogos_com_3_pares = 0
    for _ in range(total_jogos):
        resultado = gera_resultado_megasena()
        if conta_numeros_pares(resultado) == 3:
            jogos_com_3_pares += 1
    percentual_3_pares = (jogos_com_3_pares / total_jogos) * 100
    print(f"Percentual de jogos com exatamente 3 números pares: {percentual_3_pares:.2f}%")

if __name__ == "__main__":
    main()
```

Fonte: O autor

APÊNDICE B – NÚMEROS SEQUENCIAIS EM PYTHON

Algoritmo:

Algoritmo 9: Script

```
import random
def tem_numeros_sequenciais(jogo):
    jogo.sort()
    for i in range(len(jogo) - 1):
        if jogo[i + 1] - jogo[i] == 1:
            return True
    return False
def calcular_percentual_frequencia_sequencia(jogos):
    total_jogos = len(jogos)
    sequenciais = 0
    for jogo in jogos:
        if tem_numeros_sequenciais(jogo):
            sequenciais += 1
    percentual_sequenciais = (sequenciais / total_jogos) * 100
    return percentual_sequenciais
def simular_jogos_megasena(numero_jogos):
    jogos = []
    for _ in range(numero_jogos):
        jogo = random.sample(range(1, 61), 6)
        jogos.append(jogo)
    return jogos
jogos_megasena = simular_jogos_megasena(1000)
percentual_sequenciais = calcular_percentual_frequencia_sequencia(jogos_megasena)
print("Percentual de sorteios com números sequenciais:", percentual_sequenciais)
```

Fonte: O autor

APÊNDICE C – QUADRANTES EM PYTHON

Algoritmo:

Algoritmo 10: Script

```
import random
quadrantes = {1: list(range(1, 6)) + list(range(11, 16)) + list(range(21, 26)), 2: list(range(6, 11)) + list(range(16, 21)) + list(range(26, 31)), 3: list(range(31, 36)) + list(range(41, 46)) + list(range(51, 56)), 4: list(range(36, 41)) + list(range(46, 51)) + list(range(56, 61))}
def gerar_jogo():
    return random.sample(range(1, 61), 6)
def contar_quadrantes(jogo):
    contagem = [0, 0, 0, 0]
    for numero in jogo:
        for i in range(4):
            if numero in quadrantes[i+1]:
                contagem[i] = 1
    return sum(contagem)
for num_jogos in [1000, 2000, 5000, 10000, 20000, 50000]:
    jogos = [gerar_jogo() for _ in range(num_jogos)]
    contagem_quadrantes = [0, 0, 0, 0]
    for jogo in jogos:
        qtd_quadrantes = contar_quadrantes(jogo)
        contagem_quadrantes[qtd_quadrantes-1] += 1
    porcentagens = [contagem / (num_jogos / 100) for contagem in contagem_quadrantes]
    print(f'Para {num_jogos} jogos:')
    for i in range(4):
        print(f'Porcentagem de jogos em exatamente {i+1} quadrante(s): {porcentagens[i]}%')
    print()
```

Fonte: O autor

APÊNDICE D – DEZENAS POR LINHA EM PYTHON

Algoritmo:

Algoritmo 11: Script

```
import random

def contar_dezenas_por_linha(jogo):
    linhas = [
        [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10],
        [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20],
        [21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30],
        [31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40],
        [41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50],
        [51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60]
    ]
    contador_linhas = [0, 0, 0, 0, 0, 0]
    for numero in jogo:
        for i in range(6):
            if numero in linhas[i]:
                contador_linhas[i] += 1
    return contador_linhas

def calcular_percentual_ocorrencia_linhas(jogos):
    total_jogos = len(jogos)
    ocorrencias_linhas = [0, 0, 0, 0, 0, 0]
    for jogo in jogos:
        linhas_jogo = contar_dezenas_por_linha(jogo)
        num_linhas = sum(1 for linha in linhas_jogo if linha > 0)
        ocorrencias_linhas[num_linhas - 1] += 1
    percentuais_ocorrencias = [(ocorrencias_linhas[i] / total_jogos) * 100 for i in range(6)]
    return percentuais_ocorrencias

```

```
def simular_jogos_megasena(numero_jogos):
    jogos = []
    for _ in range(numero_jogos):
        jogo = random.sample(range(1, 61), 6)
        jogos.append(jogo)
    return jogos

jogos_megasena = simular_jogos_megasena(1000)
percentuais_ocorrencias = calcular_percentual_ocorrencia_linhas(jogos_megasena)

print("Percentual de ocorrência das dezenas por linha:")
print("Uma linha:", percentuais_ocorrencias[0])
print("Duas linhas:", percentuais_ocorrencias[1])
print("Três linhas:", percentuais_ocorrencias[2])
print("Quatro linhas:", percentuais_ocorrencias[3])
print("Cinco linhas:", percentuais_ocorrencias[4])
print("Seis linhas:", percentuais_ocorrencias[5])
```

Fonte: O autor

APÊNDICE E – FAIXAS DE MÉDIA EM PYTHON

Algoritmo:

Algoritmo 12: Script

```
import random
def generate_mega_sena_game():
    return random.sample(range(1, 61), 6)
def calculate_mean(numbers):
    return sum(numbers) / len(numbers)
def simulate_mega_sena_results(simulations):
    results = [generate_mega_sena_game() for _ in range(simulations)]
    means = [calculate_mean(result) for result in results]
    return means
def analyze_results(means):
    total_simulations = len(means)
    occurrences = [0] * 6
    for mean in means:
        interval_index = min(int(mean // 10), 5)
        occurrences[interval_index] += 1
    print("Análise dos resultados:")
    for i in range(6):
        if i == 0:
            mean_range = f"[{i * 10}, {i * 10 + 10}]"
        else:
            mean_range = f"({i * 10}, {i * 10 + 10}]"
        percentage = (occurrences[i] / total_simulations) * 100
        print(f"{percentage:.2f}% dos jogos têm média aritmética no intervalo de {mean_range}")
    print(f"Total de jogos simulados: {total_simulations}")
if __name__ == "__main__":
    simulations = 1000
    means = simulate_mega_sena_results(simulations)
    analyze_results(means)
```

Fonte: O autor

APÊNDICE F – FISCHER-YATES OTIMIZADO EM PYTHON

Algoritmo:

Algoritmo 13: Script

```
import random
numeros_iniciais=[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]
numeros=numeros_iniciais.copy()
random.shuffle(numeros)
while any(numeros[i]==numeros_iniciais[i]for i in range(len(numeros))):
 random.shuffle(numeros)
print("Resultado do embaralhamento:",numeros)
aposta=numeros[:6]
print("Aposta Gerada:",aposta)
```

Fonte: O autor

APÊNDICE G – REDE NEURAL EM PYTHON

Algoritmo:

Algoritmo 14: Script

```
import numpy as np
from keras.models import Sequential
from keras.layers import Dense

def generate_games(n_games, n_numbers):
    games = set()
    while len(games) < n_games:
        game = tuple(sorted(np.random.choice(range(1, 61), size=n_numbers, replace=False)))
        games.add(game)
    return np.array(list(games))

def create_model():
    model = Sequential([Dense(32, input_dim=6, activation='relu'), Dense(64, activation='relu'), Dense(6, activation='linear')])
    model.compile(loss='mse', optimizer='adam')
    return model

def train_model(model, X_train, y_train):
    model.fit(X_train, y_train, epochs=10, batch_size=1, verbose=0)

def predict(model, X_test):
    return np.rint(model.predict(X_test)).astype(int)

np.random.seed(0)
data = generate_games(1000, 6)
X_train, y_train = data[:-10], generate_games(990, 6)
X_test = data[-10:]

model = create_model()
train_model(model, X_train, y_train)
predictions = predict(model, X_test)

print(predictions)
```

Fonte: O autor