

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROFMAT - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



ANDERSON LUÍS DE ÁVILA GOMES

EXPLORANDO AS FÓRMULAS NO MERCADO
FINANCEIRO: UMA ABORDAGEM MATEMÁTICA
NOS INVESTIMENTOS PARA SALA DE AULA

BELO HORIZONTE
2024

ANDERSON LUÍS DE ÁVILA GOMES

**EXPLORANDO AS FÓRMULAS NO MERCADO FINANCEIRO:
UMA ABORDAGEM MATEMÁTICA NOS INVESTIMENTOS PARA
SALA DE AULA**

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

Orientador

Jônathas Douglas Santos de Oliveira

Coorientador

Luis Alberto D'Afonseca

Banca Examinadora

Éden Santana Campos Amorim

Paloma de Oliveira Campos Xavier

BELO HORIZONTE
2024

G633e Gomes, Anderson Luís de Ávila
Explorando as formulas no mercado financeiro: uma abordagem matemática nos investimentos para sala de aula / Anderson Luís de Ávila Gomes. – 2024.
127 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Orientador: Jônathas Douglas Santos de Oliveira.
Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Matemática financeira – Teses. 2. Finanças – Educação – Teses. 3. Investimentos – Teses. 4. Mercado financeiro – Teses. 5. Matemática – Estudo e ensino (Médio) – Teses. I. Oliveira, Jônathas Douglas de. II. Título.

CDD 519

ANDERSON LUÍS DE ÁVILA GOMES

EXPLORANDO AS FÓRMULAS NO MERCADO FINANCEIRO:
UMA ABORDAGEM MATEMÁTICA NOS INVESTIMENTOS PARA
SALA DE AULA

Dissertação apresentada ao Centro Federal de
Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte
das exigências do Programa de Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional, para obter o título de Mestre.

APROVADA: 05 de setembro de 2024.



Anderson Luís de Ávila Gomes
(Autor)



Jônathas Douglas Santos de Oliveira
(Orientador)

BELO HORIZONTE
2024

Dedico esse trabalho aos meus amores, Nathália e Larissa. Vocês são o meu maior orgulho e a minha maior alegria. Cada momento ao lado de vocês é um tesouro inestimável. Que a vida nos conceda muitos sorrisos e realizações, que eu sirva de inspiração para vocês duas sempre acreditarem que conseguirão conquistar seus objetivos. Estarei aqui, amando e apoiando vocês incondicionalmente.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus, pela força e determinação que me conduziu nesta jornada árdua e desafiadora, pois sem Ele eu não teria encontrado o caminho para superar os obstáculos, as renúncias e os momentos de dúvida. Que me deu a coragem para seguir em frente, mesmo nos dias mais difíceis, e a serenidade para manter o foco e a determinação necessária para alcançar este objetivo tão importante em minha vida.

À minha família, expresso minha mais profunda gratidão. Cada um de vocês foi um pilar fundamental nesta caminhada. Aos meus pais, pelo amor incondicional, pelo suporte emocional e pelas inúmeras palavras de encorajamento. Vocês sempre acreditaram em mim, mesmo quando eu duvidava das minhas capacidades. As minhas filhas, pela paciência e compreensão nas inúmeras vezes em que estive ausente, ocupado com os estudos e o trabalho. A minha namorada que também sempre foi compreensiva, companheira, que me ajudou muito na produção desse material e não deixou eu desistir, por várias e várias vezes. Sei que perdi muitos momentos preciosos, mas espero que entendam que cada sacrifício foi feito visando proporcionar um futuro melhor para todos nós. Tudo que faço sempre é e sempre será por vocês.

Aos meus amigos, que sempre estão ao meu lado, mesmo nos momentos em que a minha presença física não era possível. Vocês compreenderam minhas ausências em eventos e encontros, especialmente nos finais de semana e feriados, quando me dedicava ao máximo aos estudos. A amizade de vocês foi muito importante, me dando força e ânimo para continuar. Agradeço pelas palavras de incentivo, pelas conversas que aliviaram o estresse e pela paciência ao entenderem as exigências dessa jornada.

Finalmente, agradeço aos meus professores e orientadores, cujas orientações e ensinamentos foram cruciais para a construção deste trabalho. A sabedoria e a experiência de vocês enriqueceram minha trajetória e me inspiraram a buscar sempre o melhor.

A todos, minha eterna gratidão. Esta vitória é também de vocês, que me apoiaram e acreditaram no meu potencial. Que venham novos desafios e novas conquistas.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Resumo

Nosso objetivo foi criar uma apostila didática, contextualizada e prática, com foco no ensino médio, oferecendo situações concretas que integrem tecnologias interativas e a aplicação dos conhecimentos matemáticos no contexto financeiro e do seu uso nos investimentos, trazendo leveza e um fácil entendimento para docentes e discentes. A partir de uma pesquisa feita sobre as dissertações realizadas no PROFMAT que envolvem o assunto de interesse do nosso trabalho, definimos o caminho por onde seguir para a elaboração desse produto final. Em seguida, fizemos a análise de duas coleções de livros didáticos utilizadas na rede estadual de ensino de Minas Gerais. Uma delas com quatro volumes, voltada para os anos finais do ensino fundamental e a outra com 6 volumes, destinada aos três anos do ensino médio. Após essa análise inicial, identificamos em quais volumes são trabalhados o assunto que envolve matemática financeira e, especificamente, onde se encontra na coleção do ensino médio, o qual é o nosso foco. Com a intenção de obtermos um trabalho bem fundamentado, pesquisamos quais as habilidades são propostas pela BNCC para a abordagem desse tema e fizemos uma análise mais detalhada do volume quatro do ensino médio, dos capítulos do livro que trata especificamente da área financeira. Durante a nossa produção, observamos como é vasto o assunto e como podemos desenvolver um material rico de informações e que não são nem citados para os alunos em sua vida escolar. Nossa intenção, então, é aprimorar a qualidade do processo de ensino-aprendizagem na educação básica, disponibilizando um material didático que sirva de contribuição para o incentivo de discussões e enriquecer os debates sobre matemática financeira e seu uso em investimentos, dentro da sala de aula.

Palavras-chave: Matemática Financeira, Educação Financeira, Investimentos, Mercado Financeiro, Ensino.

Abstract

Our objective was to create a didactic booklet, contextualized and practice, focusing on high school, offering situations concrete solutions that integrate interactive technologies and the application of mathematical knowledge in the financial context and its use in investments, bringing lightness and easy understanding to teachers and students. Based on research carried out in the dissertations carried out at PROFMAT that involve subjects of interest to our work, we define the path to follow for the elaboration of this final product. Next, we analyze two collections of textbooks used in the state education network of Minas Gerais. One of them with four volumes, intended for the final years of education fundamental and another with 6 volumes, intended for the three years of high school. After this initial analysis, we identified which volumes are worked on topics involving mathematics financial and, specifically, where it is found in the collection of high school, which is our focus. With the intention of obtaining a well-founded work, We researched which skills are proposed by BNCC to address this topic and we carried out an analysis volume four of the most detailed high school, the chapters of book that deals specifically with the financial area. During our production, we observed how vast the subject is and how we can develop information-rich material that is not nor mentioned to students in their school life. Our intention, then, is to improve the quality of the teaching-learning process in basic education, providing teaching material that serves as a contribution encourage discussions and enrich debates on financial mathematics and its use in investments, within the classroom.

Keywords: Financial Mathematics, Financial Education, Investments, Financial Market, Teaching.

Lista de Figuras

| | | |
|------|--|----|
| 3.1 | Capas da coleção: A Conquista da Matemática – Ensino Fundamental . . . | 19 |
| 3.2 | Seção Educação Financeira | 20 |
| 3.3 | Seção Tratamento da Informação | 21 |
| 3.4 | Capas da coleção: Prisma Matemática - Ensino Médio | 23 |
| 3.5 | Porcentagem e Juros – Black Friday | 25 |
| 3.6 | Planilhas Eletrônicas | 25 |
| 3.7 | Cartão de Crédito | 26 |
| 3.8 | Exercícios Propostos | 26 |
| 3.9 | Exercícios Tabelas Amortização | 27 |
| 3.10 | Exercícios Orçamento Familiar | 27 |
| 3.11 | Tabela Antecipação Imposto de Renda | 28 |
| 4.1 | Capa Apostila | 30 |
| 4.2 | Sumário | 31 |
| 4.3 | Dinheirino, EnigMário e Lucrácio | 31 |
| 4.4 | Diálogo entre os personagens. | 32 |
| 4.5 | Exemplo de exercícios propostos | 33 |

Sumário

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introdução | 9 |
| 2 | Estudos Correlatos | 13 |
| 2.1 | Levantamento Bibliográfico | 13 |
| 2.2 | Dissertações no âmbito do PROFMAT | 14 |
| 2.3 | Considerações | 17 |
| 3 | Análise de uma Coleção de Livros Didáticos | 18 |
| 3.1 | Análise dos livros do Ensino Fundamental II – 6º ao 9º ano | 18 |
| 3.1.1 | Livro 6º Ano | 18 |
| 3.1.2 | Livro 7º Ano | 19 |
| 3.1.3 | Livro 8º Ano | 21 |
| 3.1.4 | Livro 9º Ano | 22 |
| 3.2 | Análise dos livros do Ensino Médio – 1º ao 3º ano | 22 |
| 3.2.1 | Habilidades da BNCC trabalhadas no volume 4: Capítulos 2 e 3 | 24 |
| 3.3 | Análise do Volume 4 | 24 |
| 3.3.1 | Capítulo 2 – Porcentagem | 24 |
| 3.3.2 | Capítulo 3 – Matemática Financeira | 26 |
| 3.4 | Considerações | 28 |
| 4 | Apostila | 30 |
| 5 | Considerações Finais | 35 |
| | Referências | 36 |
| | Anexos | |
| I | Texto Completo da Apostila | 38 |

1 Introdução

Nos últimos anos, os investimentos financeiros têm se tornado cada vez mais populares e acessíveis, despertando o interesse de pessoas de diferentes perfis e faixas etárias. A busca por melhores retornos financeiros e a necessidade de garantir a estabilidade econômica a longo prazo são alguns dos principais motivos que levam indivíduos e empresas a investir. Por trás dessas operações, está uma sólida base matemática que sustenta as estratégias e decisões tomadas pelos investidores.

Segundo a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE):

“A educação financeira consiste no processo ao qual os indivíduos aprimoram sua compreensão em relação ao dinheiro e produtos financeiros, por meio de informação, treinamento e orientação. Esse processo permite que eles desenvolvam os conhecimentos e habilidades necessárias para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos financeiros, capacitando-os a tomar decisões bem fundamentadas, saber onde procurar assistência e adotar medidas que aprimorem seu bem-estar” [9].

O ideal seria que a educação financeira começasse na infância e fosse incorporada em escolas e universidades. No entanto, essa abordagem ainda não é amplamente praticada. A falta de educação financeira nas fases iniciais da vida pode levar a problemas financeiros no futuro. Pessoas que têm um controle maior de suas finanças tendem a levar uma vida mais equilibrada e tranquila. Elas estão mais preparadas para enfrentar dificuldades financeiras em comparação com aquelas que gastam de forma imprudente, sem considerar o futuro [8].

Preocupados com a escassez de informações sobre economia e finanças a disposição dos consumidores, vários governos ao redor do mundo iniciaram o desenvolvimento de programas de educação financeira personalizados. Esses programas visam tornar as decisões financeiras dos indivíduos mais conscientes, ajudá-los a elaborar um planejamento financeiro e aumentar sua capacidade de análise e interpretação de dados financeiros [5].

Dada a instabilidade econômica do brasileiro, resultante do alto desemprego e dos constantes problemas políticos, o comportamento financeiro da sociedade é afetado em diferentes momentos. Apesar da redução desse endividamento, ainda se mantém alto,

conforme constatado na Peisc (Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor), divulgado pela CNC (Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo):

“O nível de endividamento dos consumidores caiu na passagem de junho para julho, atingindo 78,5% das famílias brasileiras, uma redução de 0,3 p.p (ponto percentual). É o 1º recuo no indicador desde fevereiro. No entanto, ainda está acima do 1º trimestre de 2024, quando terminou em 78.1%. Na comparação anual, também fica em nível superior a julho de 2023” [26].

Isso ressalta a importância da população ter um controle adequado de suas finanças. Diante desse cenário delicado, o acesso a informações sobre os melhores investimentos e maneiras de melhorar a situação financeira atual se torna fundamental, levando as pessoas a buscarem informações mais acessíveis sobre os melhores investimentos a serem realizados e as melhorias para a situação financeira atual.

Na BNCC [6] destacam-se algumas habilidades sobre o tema Matemática Financeira e a educação financeira é mencionada em alguns trechos do documento. Vejamos as habilidades que abordam o assunto nos vários anos da vida escolar do estudante, desde os anos finais do fundamental até o ensino médio:

- (EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
- (EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
- (EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
- (EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.
- (EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.
- (EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como

índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números.

- (EM13MAT203) Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões.
- (EM13MAT303) Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial.
- (EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás, etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decréscimo, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Diante desse cenário, o principal objetivo desta pesquisa é criar um produto educacional, especificamente uma apostila, que sirva tanto para o docente utilizar em sala de aula quanto para o aluno que queira estudar e entender mais sobre educação financeira, permitindo que ele consiga tomar decisões mais conscientes. A ideia foi elaborar um material leve e divertido, voltado para a aplicação prática, cujo objetivo é promover o desenvolvimento do pensamento crítico e a capacidade de tomar decisões financeiras mais assertivas, contribuindo assim para a educação financeira dos alunos, um aspecto que muitas vezes é negligenciado nas escolas, segundo enfatizam Amaral, Rosetti e Schimiguel:

Os livros didáticos, em grande parte, abordam a Matemática Financeira de forma superficial e por meio de situações artificiais. Esse conteúdo é reduzido ao ensino de cálculo de porcentagem, regra de três, cálculo de juro simples, montante, taxa de juro, desconto, aumento, cálculo de juro composto e outros temas, sem abordar os conceitos intrínsecos a esses elementos (AMARAL, ROSETTI, SCHIMIGUEL, 2013, p. 33) [3]

Além disso, busca-se compreender a importância dessa disciplina na análise dos gastos no cotidiano dos próprios alunos, mostrando a eles como fazer um planejamento financeiro e até mesmo como poupar, bem como, auxiliar seus pais a controlar os gastos familiares no dia a dia.

Essa dissertação está dividida em 5 capítulos. No Capítulo 1 consta uma breve introdução, no Capítulo 2 fizemos um levantamento das principais dissertações feitas por outros discentes na área de matemática financeira, no âmbito do PROFMAT, para traçarmos por qual caminho iríamos seguir para produzirmos um novo material, seja

aperfeiçoando o que já existe ou o que ainda pode ser explorado na abordagem dos investimentos financeiros.

No Capítulo 3, fizemos uma análise das coleções de livros didáticos: **A Conquista da Matemática** [16], dos anos finais do ensino fundamental, e da coleção: **Prisma Matemática** [17], do ensino médio, que fazem parte do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD – e são utilizadas atualmente na rede pública de ensino de Minas Gerais. Nosso intuito foi analisar como é abordado o assunto da matemática financeira ao longo da formação básica do estudante.

No Capítulo 4, descrevemos como foi a criação do produto: uma apostila que aborda diversos aspectos fundamentais para a compreensão e prática da educação e investimentos financeiros. Inicia-se com a importância de manter uma reserva de emergência para cobrir imprevistos, destacando a necessidade de liquidez e segurança. Em seguida, são apresentados os principais termos e conceitos do mercado financeiro.

O capítulo também detalha os investimentos de renda fixa, explicando suas vantagens e desvantagens, além de abordar como a inflação impacta os investimentos e como se proteger contra ela, bem como o imposto de renda. Ademais, são discutidos os investimentos de renda fixa pós-fixados, que têm rendimentos atrelados a índices econômicos, e o Tesouro Prefixado, que oferece previsibilidade e segurança para o planejamento financeiro. Por fim, a seção inclui exercícios para aplicar os conceitos aprendidos e uma curiosidade sobre a I Olimpíada do Tesouro Direto de Educação Financeira 2024, promovendo a educação financeira entre os estudantes.

Finalmente, no Capítulo 5, fizemos nossas considerações finais e o que esperamos com a produção desse material didático, que busca ser relevante para o ensino, trabalhando o pensamento crítico dos estudantes na teoria da assimilação dos conceitos financeiros apresentados.

A apostila segue anexada a este documento.

2 Estudos Correlatos

Nesse capítulo, vamos fazer uma análise de alguns dos trabalhos apresentados sobre Matemática Financeira e Investimentos Financeiros no âmbito do PROFMAT, comentando as abordagens utilizadas. Ao fazer essa análise, identificaremos o que já foi feito e dito em relação a esse tema e nortearmos por onde seguir, seja aperfeiçoando o que já existe ou dando continuidade no que ainda pode ser explorado sobre o assunto.

2.1 Levantamento Bibliográfico

Para filtrar as dissertações específicas sobre o assunto da Matemática relacionada a Investimentos Financeiros, resolvemos pesquisar pelo título das dissertações já produzidas. Fizemos uma pesquisa no repositório de dissertações do PROFMAT organizado pela Sociedade Brasileira de Matemática – SBM.

Tivemos uma surpresa ao realizar a busca por “*Investimentos Financeiros*”, pois nos deparamos com o resultado de apenas três dissertações. Pesquisamos então por “*Mercado Financeiro*” e localizamos novamente três dissertações. Resolvemos então buscar por “*Empréstimos*” e “*Financiamentos*”, obtivemos o retorno de, respectivamente, duas e dez dissertações acerca desses assuntos.

Finalmente, pesquisando por “*Matemática Financeira*”, a pesquisa nos retornou 134 dissertações no PROFMAT. Listamos abaixo os trabalhos mais atuais, entre 2014 e 2023, e considerando também aqueles que abordam mais especificamente o tema do trabalho que iremos realizar. Em seguida, na Seção 2.2, será apresentado um breve resumo do que foi tratado em cada um deles.

- **Título:** Discutindo conceitos de educação financeira e investimentos financeiros: Uma sequência didática para a educação básica
Autor: Laís Macedo de Almeida Nunes,
Ano: 2022
Instituição: CEFET-MG
- **Título:** Investimentos Financeiros no Ensino Médio: Uma Sequência de Atividades Abordando Rendas Fixa e Variável à Luz de Metodologias Ativas

Autor: Ricardo Felipe Ramos Correia,

Ano: 2023

Instituição: UFRPE

- **Título:** Aplicação da Matemática em investimentos financeiros: Caderneta de poupança e títulos públicos

Autor: Osmar Ponaht,

Ano: 2015

Instituição: UFES

- **Título:** Matemática financeira na educação básica: Modalidades de investimento por perfil de investidor na bolsa de valores

Autor: Paul Willame Costa Martins,

Ano: 2022

Instituição: UEMA

- **Título:** O Mercado Financeiro Brasileiro e os Investimentos de Renda Fixa: Uma Abordagem Didático-Pedagógica

Autor: Vanessa Machado de Lara,

Ano: 2021

Instituição: UNEMAT

- **Título:** Matemática e educação financeiras

Autor: Andreia Fonseca de Aguiar,

Ano: 2014

Instituição: UFSJ

- **Título:** Empréstimos e Financiamentos: Uma abordagem sobre o ensino de sistemas de amortização à luz da educação financeira

Autor: Bruno Gomes de Freitas,

Ano: 2021

Instituição: CEFET-MG

2.2 Dissertações no âmbito do PROFMAT

O estudo feito por Nunes [2] aborda a importância da Educação Financeira no desenvolvimento de habilidades individuais para a tomada de decisões financeiras, especialmente no contexto escolar. Na pesquisa, a autora busca criar e avaliar uma sequência didática sobre investimentos financeiros, por meio da aplicação de um minicurso, para estudantes do 9º ano do ensino fundamental. Utilizando abordagem qualitativa e métodos como: observação participante, questionários e gravações, a sequência didática explora

temas como Educação Financeira, Matemática Financeira, taxas de juros, inflação e investimentos. Aplicado remotamente devido à pandemia, o minicurso gerou discussões e análises que indicam que a sequência contribuiu para a Educação Financeira dos alunos, enfatizando a relevância da Educação Financeira Escolar e visando inspirar outros professores interessados nessa área na Educação Básica.

Já o trabalho realizado por Correia [10] investiga a eficácia de uma sequência de atividades baseada em metodologias ativas para ensinar estudantes do Ensino Médio sobre investimentos financeiros. Utilizando abordagens como sala de aula invertida, gamificação e tecnologias digitais, a pesquisa ocorreu em uma escola estadual e abordou temas como taxas financeiras, empréstimos, investimentos e correção monetária. Destaca-se a melhoria na aprendizagem dos alunos através da participação ativa em atividades como uma mesa redonda organizada por eles e um jogo de educação financeira. Essas abordagens contribuíram para uma compreensão mais profunda da importância da Educação Financeira.

O estudo feito por Ponaht [27] visa apresentar a professores e alunos do ensino médio a matemática financeira aplicada a investimentos, como cadernetas de poupança e títulos públicos, devido à reduzida quantidade de material disponível que aborda a aplicação da matemática nas finanças. O foco é oferecer aos professores formas práticas de aplicar a matemática financeira, utilizando dados reais do mercado. Começa com uma introdução à porcentagem e suas aplicações, seguido por uma revisão dos princípios da matemática financeira, com foco nos investimentos citados acima. O trabalho explora juros simples e compostos, relacionando-os a progressões aritméticas e geométricas, e aborda diversos tipos de taxas, incluindo suas variações e acumulações, com destaque para taxa por dia útil. O trabalho conclui com uma aplicação prática da matemática financeira em investimentos na caderneta de poupança e em títulos públicos negociados no Tesouro Direto.

Já Martins [25] analisou o perfil de investidores entre alunos da primeira e terceira séries do Ensino Médio, bem como professores de um Centro de ensino, explorando sua relação com a bolsa de valores e a necessidade de cadastro em corretoras. Mediante um minicurso de educação financeira e questionários, os participantes foram categorizados como conservadores, moderados ou arrojados. O objetivo principal foi ampliar o conteúdo de matemática financeira no Ensino Médio, enfocando a educação financeira e os diferentes perfis de investidor. Os resultados, apresentados em tabelas e discutidos com base na experiência do pesquisador, indicaram que o perfil predominante é o conservador, possivelmente devido à falta de conhecimento sobre o mercado financeiro.

O trabalho de Lara [24] cria um material didático-pedagógico baseado na Matemática Financeira, abordando investimentos de renda fixa no contexto do mercado financeiro brasileiro. O material didático pedagógico desenvolvido, detalha os investimentos em renda fixa disponíveis no mercado, enfatizando segurança e liquidez, a fim de contribuir para a necessária conscientização de se poupar ou investir pensando no futuro. A proposta é fornecer uma ferramenta prática para professores que desejam ensinar Educação Financeira de maneira contextualizada e relevante, refletindo as condições reais do mercado. Além de ser um recurso educativo, o material pretende inspirar futuros investidores a gerenciar seus recursos com segurança e eficiência. Essa abordagem é essencial para equipar os estudantes com conhecimentos práticos e aplicáveis, preparando-os melhor para decisões financeiras futuras e auxiliar professores, alunos e investidores iniciantes na compreensão das complexidades do mercado financeiro. O trabalho resultou de uma pesquisa bibliográfica e documental, permitindo entender a dinâmica do mercado financeiro e a Matemática Financeira necessária para compreender aplicações de renda fixa. Os resultados ressaltam a importância da Matemática Financeira na compreensão desse tipo de aplicação, a relevância de entender a dinâmica do mercado financeiro e seu impacto nos investimentos de renda fixa e na sociedade, além dos princípios dessas aplicações e seu potencial nas políticas de Educação Financeira na Educação Básica.

A dissertação escrita por Aguiar [1] destaca a preocupação com os gastos domésticos e a falta de conscientização sobre o uso de crédito no Brasil. É apresentado que muitos brasileiros têm acesso a diferentes formas de crédito, mas frequentemente não compreendem como usá-lo de maneira responsável, resultando assim em um endividamento por meio de cartões de crédito, financiamentos e empréstimos. Os autores também observam que, apesar dos anos de estudo de Matemática na escola, os alunos saem sem compreender cálculos de juros em empréstimos e sem a capacidade de analisar diferentes opções financeiras. Portanto, o professor de Matemática deve se concentrar em ensinar Matemática Financeira prática e relevante para a vida cotidiana dos alunos, a fim de formar cidadãos mais informados. Sugerem metodologias para o ensino da Matemática Financeira a fim de conscientizar o aluno do uso correto do dinheiro, propondo assim, atividades onde o professor é um mediador do conhecimento e também um facilitador nesse processo.

Já o trabalho feito por Freitas [11] é discutida a falta de preparo dos jovens recém-formados do Ensino Médio ao lidar com empréstimos e financiamentos para aquisição de bens e serviços. O objetivo da pesquisa apresentada é promover o aprendizado correlacionado sobre os Sistemas de Amortização, especificamente a Tabela PRICE e SAC, através de um livro educacional. O foco é auxiliar professores no ensino desses conceitos, aplicando-os

a situações de empréstimos e financiamentos, alinhados com a Educação Financeira como parte da BNCC [6]. A pesquisa foi realizada usando a Engenharia Didática [4] e o livro foi testado em escolas de Belo Horizonte, com validação baseada na evolução dos objetivos de aprendizagem e nas competências matemáticas da BNCC [6]. O objetivo final foi fornecer aos professores e pesquisadores um recurso valioso para promover a Educação Financeira entre os alunos.

2.3 Considerações

A análise das dissertações a respeito da Matemática Financeira e Investimentos, no PROFMAT, revelou um campo ainda em desenvolvimento, com poucas dissertações específicas sobre Investimentos Financeiros, Mercado Financeiro, Empréstimos e Financiamentos. No entanto, foram identificados 152 trabalhos já realizados, indicando um interesse crescente na área. Os estudos abordam a importância da Educação Financeira no contexto escolar, desde sequências didáticas no Ensino Fundamental até metodologias ativas no Ensino Médio.

Portanto, fica evidenciado a necessidade urgente de aprofundar a pesquisa e a prática em Educação Financeira no ensino básico. Integrar conceitos financeiros no currículo escolar, com metodologias ativas e ferramentas tecnológicas, pode transformar a compreensão dos alunos sobre finanças, capacitando-os a tomar decisões informadas e responsáveis. Esta abordagem contribui para a formação de cidadãos mais conscientes e uma sociedade financeiramente mais saudável.

3 Análise de uma Coleção de Livros Didáticos

Neste capítulo analisaremos duas coleções de livros didáticos que fazem parte do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) [7]. A primeira é “A Conquista da Matemática”, de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci, da Editora FTD [16], voltada para os anos finais do Ensino Fundamental. A segunda é “Prisma Matemática”, de José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior e Paulo Roberto Câmara de Sousa, também da Editora FTD [17], destinada ao Ensino Médio. Verificaremos como o tema da matemática financeira é abordado ao longo da formação escolar do estudante nessas coleções.

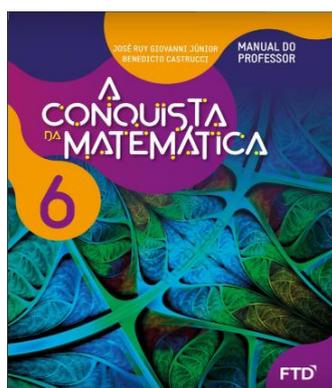
3.1 Análise dos livros do Ensino Fundamental II – 6º ao 9º ano

A coleção destinada aos anos finais do ensino fundamental é dividida em 4 (quatro) volumes, um para cada ano de ensino, 6º, 7º, 8º e 9º ano (Figura 3.1). Nos quatro volumes temos trabalhadas as unidades temáticas orientadas pela BNCC [6], que são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Analisaremos na sequência como é apresentado a Matemática Financeira em cada um deles.

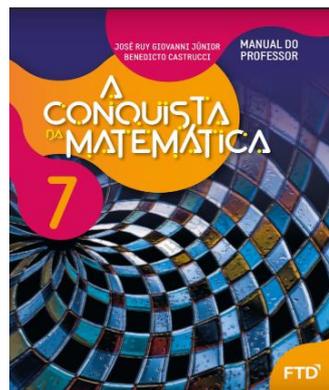
3.1.1 Livro 6º Ano

No volume destinado ao 6º ano (Figura 3.1a), na unidade 5 que trata sobre a forma fracionária dos números racionais, o livro apresenta no capítulo 7 o conceito inicial de porcentagem associado às frações com denominador 100, associando a simbologia de porcentagem a sua fração correspondente e ilustrando com setores circulares a parte de todo de cada uma das porcentagens e frações apresentadas.

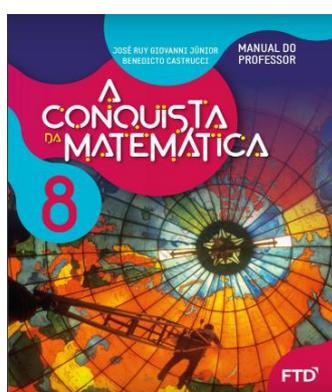
Ao final do capítulo os autores apresentam uma seção de atividades de fixação relacionados à porcentagem, com aplicações dos conceitos em situações-problema, envolvendo também os conceitos de operações com frações trabalhados nos capítulos iniciais dessa



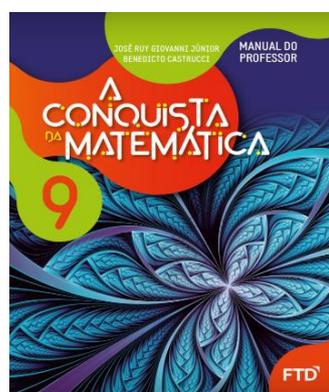
(a) 6º ano [12].



(b) 7º ano [13].



(c) 8º ano [14].



(d) 9º ano [15].

Figura 3.1: Capas da coleção: A Conquista da Matemática – Ensino Fundamental

Fonte: Giovanni e Castrucci [16]

unidade.

Na unidade 6, capítulo 5, ao trabalhar a forma decimal dos números racionais, a obra retoma a ideia das porcentagens comparando a cada fração correspondente, trabalhado na unidade anterior, e faz a associação de cada porcentagem e fração ao seu respectivo decimal. Também ao final do capítulo é proposto ao aluno uma lista de atividades envolvendo o cálculo direto de porcentagem de alguns valores e quantias, transformação de porcentagem em decimal e problemas envolvendo esses cálculos em situações reais, sem e com o uso de calculadora. Ambas as abordagens são feitas superficialmente.

3.1.2 Livro 7º Ano

No volume destinado ao 7º ano (Figura 3.1b), na unidade 8, capítulo 1 que trata de porcentagem, probabilidade e estatística, os autores abordam o assunto de porcentagem, partindo do que foi visto no 6º ano sobre a correspondência entre porcentagem, frações e decimais, aplicando esse conceito em resoluções de problemas, contextualizando assim,

ainda mais o conteúdo trabalhado no ano anterior. Basicamente a retomada da abordagem do tema é para revisar o que foi aprendido por eles no 6º ano e fixação do conteúdo de uma forma breve. Apresenta ao final do capítulo uma seção de atividades de fixação e um trecho de uma reportagem interessante sobre Educação Financeira (Figura 3.2) para crianças, com algumas perguntas sobre o tema a serem respondidas pelos estudantes, baseando no texto e nos conhecimentos sobre porcentagem estudados até aqui.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Resoluções na p. 319

Educação financeira para crianças influencia famílias e professores

Cerca de um milhão de estudantes no Brasil já têm contato com o tema, segundo associação; para especialistas, poupar promove atitude sustentável.

A escola faz parte de um universo que cresceu nos últimos anos. Cerca de um milhão de alunos no País já têm aulas de educação financeira na escola básica atualmente, segundo estimativa da Associação Brasileira de Educadores Financeiros (Abefin). [...]

De acordo com uma pesquisa da Abefin, feita em parceria com o Instituto Axxus e o Núcleo de Economia Industrial e da Tecnologia (NEIT) do Instituto de Economia da Unicamp, 71% dos alunos que têm aulas sobre educação financeira ajudam os pais a fazerem compras conscientes. Já nas famílias que não têm filhos educados para o tema, a cooperação na hora da compra não existe, segundo a pesquisa apresentada em fevereiro.

Para o estudo, foram entrevistados 752 pais e mães, com filhos entre quatro e 12 anos, em cinco capitais: São Paulo, Rio de Janeiro, Recife, Goiânia e Vitória. Cerca de metade dos entrevistados tinha filhos em escolas que oferecem educação financeira. Os entrevistados cujos filhos recebem educação financeira também responderam que conseguiriam manter seu padrão de vida por mais tempo caso ficassem sem salário. Nesse caso, 73% respondem que poderiam manter o padrão por até seis meses. Entre famílias que não têm filhos estudando o assunto, só 53% têm uma avaliação tão otimista. Outros 44% das famílias sem educação financeira dizem que o padrão de vida duraria um mês em caso de desemprego – enquanto só 2% do outro grupo tem avaliação tão pessimista. [...]

Fonte: EDUCAÇÃO financeira para crianças influencia famílias e professores. **Estadão**. Disponível em: <<https://sustentabilidade.estadao.com.br/voicias/geral/educacao-financeira-para-criancas-influencia-familias-e-professores,7002042823/>>. Acesso em: 13 out. 2018.

De acordo com os trechos da notícia, e com base nos seus conhecimentos sobre porcentagens, responda às questões no caderno.

1. De acordo com a pesquisa, de que forma os alunos que têm aulas sobre educação financeira ajudam os pais? **Ajudam os pais a fazerem compras mais conscientes.**
2. Dos 752 pais e mães entrevistados, cerca de quantos conseguiriam manter seu padrão de vida por mais tempo caso ficassem sem salário? **Aproximadamente 275 pais e mães.**
3. Por volta de quantos pais e mães disseram que o padrão de vida duraria um mês em caso de desemprego? **Por volta de 165 pais e mães.**
4. Comparando os pais e as mães entrevistados que têm filhos que não recebem educação financeira e os que têm filhos que recebem educação financeira, o que você pode concluir? **Resposta pessoal.**

241

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Educação financeira

Aqui os alunos terão a oportunidade de desenvolver suas habilidades de leitura e compreensão de informações presentes no texto. A notícia apresenta uma pesquisa que informa a importância da matemática financeira na vida das famílias e sua contribuição se desde cedo for inserida na educação dos jovens. A pesquisa realizada mostra que poupar não é um hábito somente dos pais. As taxas percentuais apresentadas mostram de modo objetivo como poupar promove uma atitude sustentável.

Os números da pesquisa possibilitam várias discussões, como:

- a importância da educação financeira desde cedo na vida dos jovens;
- o consumo de forma consciente por parte das famílias.

Aproveitar a oportunidade para que os alunos reflitam sobre a importância de poupar e o consumo com consciência, como uma atitude sustentável.

Na atividade 2, espera-se que os alunos percebam que poupar promove uma atitude sustentável que pode favorecer projetos futuros e também manter o padrão de vida por mais tempo, caso as famílias fiquem sem salário por um período.

Na atividade 4, espera-se que os alunos identifiquem a importância da educação financeira em suas vidas, favorecendo o diálogo entre eles e os familiares e promovendo o consumo consciente, pois nas famílias em que os filhos não estudaram o tema, a cooperação na hora das compras é inexistente.

Figura 3.2: Seção Educação Financeira
Fonte: Giovanni e Castrucci [13]

3.1.3 Livro 8º Ano

No volume destinado ao 8º ano (Figura 3.1c), na unidade 1, capítulo 3, que trata sobre números racionais, os autores iniciam retomando a ideia trabalhada no 6º ano e reforçada no 7º ano. Logo em seguida, introduz o conceito de taxa percentual, explicando ao estudante como obter agora a taxa por meio de uma determinada fração. Na segunda parte desse mesmo capítulo é apresentado, sem a utilização de fórmula, o conceito de juro simples e situações problema envolvendo tal conceito.

Ao final do capítulo uma lista de atividades de fixação desse conteúdo com alguns problemas e uma seção intitulada “Tratamento da Informação” (Figura 3.3), onde trabalha a porcentagem vista por meio de gráficos de coluna e de setor circular, com perguntas e exercícios envolvendo cálculos a respeito desse tema a serem respondidas pelos estudantes. Traz também o trecho de um texto sobre bancos e investimentos financeiros, uma situação de investimento proposto e uma proposta com perguntas para ser discutida em sala de aula com os colegas de classe.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO Resoluções a partir da p. 289

Recursos hídricos

A água é uma substância fundamental para a manutenção da vida animal e da vida vegetal. É um recurso natural de extrema importância no desenvolvimento de diversas atividades, como no setor agrícola, industrial, econômico, entre outros.

As atividades a seguir trazem algumas pesquisas estatísticas sobre a importância da água. Para resolver essas atividades, é necessário interpretar e construir diferentes tipos de gráfico.

1. O Brasil possui cerca de 13,7% do total de água doce do mundo, sendo considerado um território rico em termos hídricos. No entanto, o país vive sérios problemas, relacionados tanto à degradação da qualidade das águas, principalmente nas proximidades das áreas urbanas, quanto à falta de controle do excesso e da insuficiência de água, que atingem várias localidades brasileiras. Não são somente as enchentes que afetam as cidades brasileiras: a escassez hídrica também impõe sérias restrições e elevados custos ao desenvolvimento econômico e social de grandes cidades do Brasil.

Observando o gráfico a seguir, responda no caderno:



Informações obtidas em: MINISTÉRIO DO MEIO AMBIENTE. Disponível em: <http://www.mma.gov.br/estruturas/sedr_procurtur/publicacao/140_publicacao09062009025910.pdf>. Acesso em: 1º jul. 2018.

a) Que tipo de gráfico é este? **Gráfico de colunas triplas ou gráfico de múltiplas colunas.**

b) Indique a região brasileira:

- com a maior superfície: **Região Norte: 45,30%.**
- com mais recursos hídricos: **Região Norte: 68,50%.**
- com a segunda menor concentração de população: **Região Norte: 6,98%.** **Região Nordeste: 19,05%.**

c) Que região tem a menor taxa percentual de recursos hídricos do nosso país? **Região Nordeste: 3,30%.**

d) Em qual região há maior concentração de população? **Região Sudeste: 42,65%.**

e) Pode-se dizer que quanto maior a superfície da região, maior é o número de habitantes? Justifique sua resposta. **Não. O Sudeste possui a maior população, porém possui a segunda menor superfície do Brasil.**

f) Quantos por cento da água doce do mundo estão na região Sudeste brasileira? Explique como você pensou para responder. **Cerca de 0,82%. Resposta pessoal.**

g) Pode-se dizer que a região que dispõe de mais recursos hídricos é a que possui a maior população? **Não.**

Cerca de 70% da superfície da Terra está coberta de água. Desse total, 97,5% constituem os oceanos e mares, e somente 2,5% são de água doce. Observe, no gráfico, como essa água é distribuída.

Água no planeta



Informações obtidas em: AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Água no planeta para crianças.** Disponível em: <http://arquivos.ana.gov.br/informacao/inf/EDOC/Catalogo/2014/ÁguaNoPlanetaParaCrianca2014.pdf>. Acesso em: 1º jul. 2018.

2. Responda no caderno, ao que se pede.

a) Explique o significado de cada taxa percentual representada no gráfico. **Resposta pessoal.**

b) Determine qual taxa percentual, aproximada, de água do planeta corresponde:

- às geleiras e coberturas permanentes de neve; **1,72%**
- aos rios e lagos; **0,0075%**
- às águas subterrâneas; **0,75%**
- aos solos, aos pântanos e às gramíneas. **0,02%**

Você pode utilizar uma calculadora para fazer os cálculos.

3. Você sabia que o total de água no corpo humano é 70%, a mesma taxa percentual de água da superfície terrestre? Veja, na tabela, quantos por cento de água há nos órgãos do corpo humano. Faça um gráfico de barras com os dados da tabela. **Resposta no gabarito ao final do livro.**

| Órgão | Percentual |
|----------|------------|
| Cérebro | 75% |
| Pulmões | 86% |
| Fígado | 86% |
| Músculos | 75% |
| Coração | 75% |
| Rins | 83% |
| Sangue | 81% |

Informações obtidas em: NÚCLEO DE TECNOLOGIA EDUCACIONAL MUNICIPAL. **Curiosidades sobre a água.** Disponível em: <https://nued.goi.org.br/tema/med/curso/educas.php?id=32>. Acesso em: 3 ago. 2018.

Figura 3.3: Seção Tratamento da Informação

Fonte: Giovanni e Castrucci [14]

3.1.4 Livro 9º Ano

No volume destinado ao 9º ano (Figura 3.1d), na unidade 6, capítulo 1, intitulado “PORCENTAGEM, PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA”, o livro trata o assunto de porcentagem e problemas envolvendo juros, retomando o conteúdo de juro simples apresentado no ano anterior e incluindo agora o conceito de juro composto.

Ensina como realizar os cálculos de ambos e suas devidas fórmulas, comparando investimentos e empréstimos em cada uma das modalidades de juros. Ao final do capítulo, apresenta uma lista de atividades de fixação bem simples desse conteúdo, com alguns problemas sobre rendimentos, empréstimos e aplicações utilizando diretamente as fórmulas.

3.2 Análise dos livros do Ensino Médio – 1º ao 3º ano

A coleção destinada ao ensino médio é dividida em 6 (seis) volumes onde não há uma separação para cada um dos 3 anos e os conteúdos são separados por temas em cada volume da coleção.

No volume 1 (Figura 3.4a), a coleção aborda os temas Conjuntos e Funções, distribuídos em 3 capítulos. No capítulo 1, apresenta o conceito de conjuntos, igualdade e operações entre conjuntos e os conjuntos numéricos. No capítulo 2, trabalha função afim e no capítulo 3, função quadrática, seus gráficos e inequações de 1º e 2º grau, respectivamente.

O volume 2 (Figura 3.4b), dividido em 4 capítulos, aborda Funções e Progressões. Sendo no capítulo 1, trabalhado o conceito de funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras, função composta e função inversa. No capítulo 2, trabalha função exponencial e no capítulo 3, função logarítmica com suas propriedades, equações e inequações. No capítulo 4, traz as progressões aritméticas e geométricas.

O volume 3 (Figura 3.4c) trabalha a parte de Geometria e Trigonometria, dividido em 4 capítulos. No capítulo 1, apresenta a parte da geometria de congruência e semelhança de triângulos, teorema de Tales e relações métricas no triângulo retângulo. No capítulo 2, vem com as razões trigonométricas no triângulo retângulo, leis dos senos e cossenos e o cálculo da área em um triângulo qualquer. No capítulo 3, razões trigonométricas na circunferência e no capítulo 4, as funções, equações e inequações trigonométricas.

O volume 5 (Figura 3.4e) complementa o conteúdo de Geometria, separado em 4 capítulos. No capítulo 1, trabalha as áreas dos polígonos, circunferência, elementos e relações de polígonos regulares. No capítulo 2, a geometria espacial com posições entre retas, planos e pontos, paralelismo, perpendicularismo no espaço e projeções ortogonais. No capítulo 3, estuda os poliedros e no capítulo 4, os corpos redondos com o cálculo de

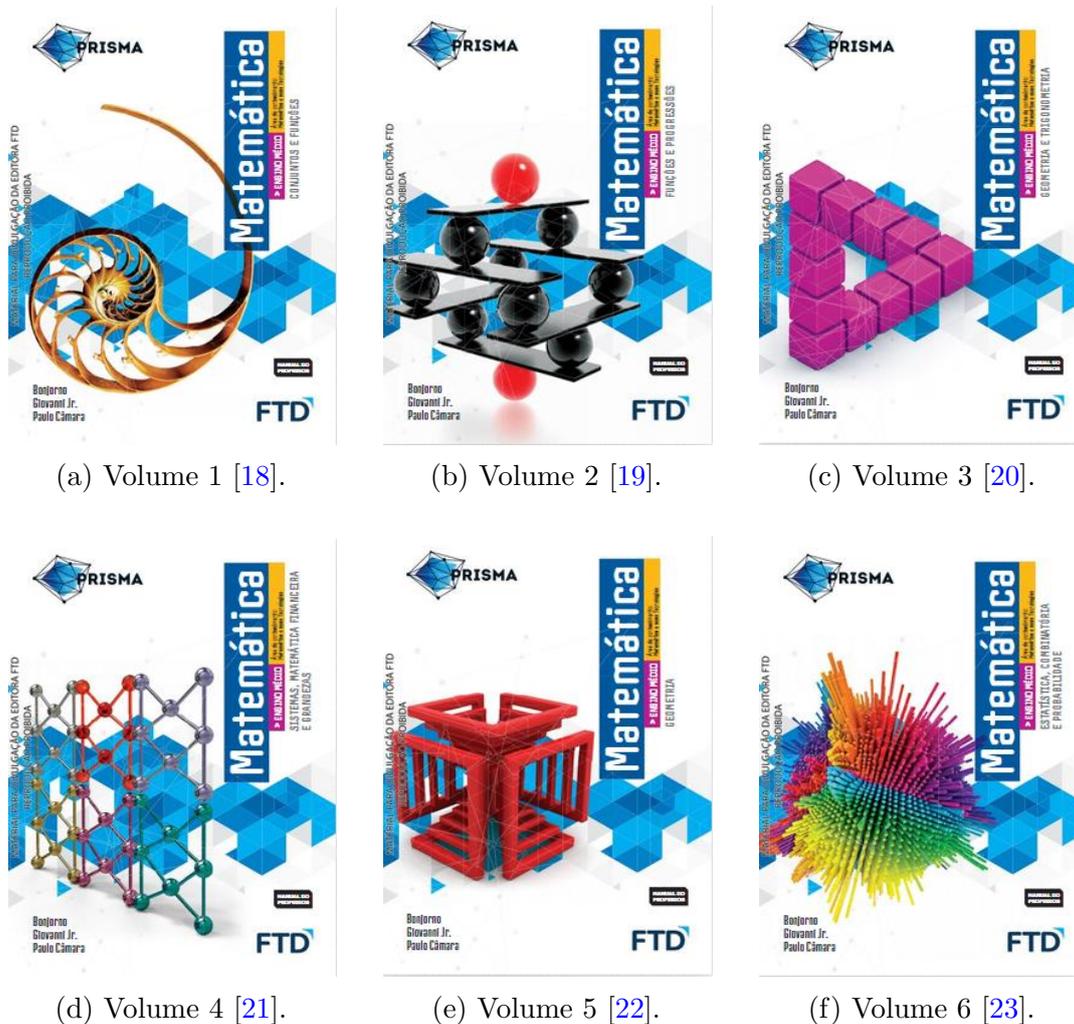


Figura 3.4: Capas da coleção: Prisma Matemática - Ensino Médio
 Fonte: Bonjorno et. al. [17]

suas áreas e volumes.

O volume 6 (Figura 3.4f), vem com os conteúdos de Estatística, Combinatória e Probabilidade, separado em 4 capítulos. Nos capítulos 1 e 2, trabalha Estatística com os conteúdos de pesquisa estatística e amostral, IDH (Índice de Desenvolvimento Humano), frequências relativa e absoluta, tipos de gráficos e medidas de tendência central e dispersão. No capítulo 3, análise combinatória e no capítulo 4, probabilidade.

O volume 4 (Figura 3.4d), intitulado “Sistemas, Matemática Financeira e Grandezas”, deixamos para o final, pois será o foco da nossa análise por trabalhar o conteúdo de interesse dessa dissertação e está subdividido em 4 capítulos da seguinte forma:

- Capítulo 1: Matrizes e Sistemas Lineares
- Capítulo 2: Porcentagem e Juros
- Capítulo 3: Matemática Financeira
- Capítulo 4: Grandezas

Nos capítulos 2 e 3, dedicados aos assuntos de Porcentagem e Matemática Financeira, o livro busca analisar e compreender situações financeiras do dia a dia, incluindo temas como inflação, juros, orçamento, financiamento, empréstimos e imposto de renda. Faz também uma reflexão sobre questões sociais relacionadas ao uso do dinheiro, apresentando alternativas como o uso de planilhas eletrônicas para dar a possibilidade de controlar os gastos e até mesmo poupar.

3.2.1 Habilidades da BNCC trabalhadas no volume 4: Capítulos 2 e 3

Apresentaremos os conteúdos baseados na BNCC [6] trabalhados nos Capítulos 2 e 3 da Unidade 4 que será o foco da nossa análise.

- EM13MAT104: interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
- EM13MAT203: aplicar conhecimentos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.
- EM13MAT303: interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

3.3 Análise do Volume 4

Como dito anteriormente, iremos dar atenção especial a esses dois capítulos pois são os que tratam do assunto relevante envolvido nesse trabalho.

3.3.1 Capítulo 2 – Porcentagem

O capítulo 2 inicia com um texto sobre a *Black Friday*, prática comum no mercado brasileiro nos últimos anos. Evento que caiu nas graças do povo, mas que esconde algumas armadilhas. Aborda o assunto a fim de instigar o estudante a analisar como os juros são apresentados nas vendas (Figura 3.5).

Em seguida, faz uma retomada da ideia de equivalência entre porcentagem, fração



Figura 3.5: Porcentagem e Juros – Black Friday
Fonte: Bonjorno et. al. [21]

e decimal, visto nos finais do Fundamental e introduz os conceitos de aumento e desconto, sendo que, quando são sucessivos, não representam a soma/subtração das taxas aplicadas sucessivamente.

Retoma em seguida o conteúdo de juros simples e compostos, estudado no nono ano do Fundamental, com suas respectivas fórmula e associa o juro simples a função afim e o juro composto com a função exponencial, apresentando gráficos e tabelas comparativas entre as duas modalidades de juros.

Logo após cada seção são apresentados alguns exercícios resolvidos e uma lista de atividades para fixação do conteúdo visto, alguns com aplicação direta das fórmulas e outros com a necessidade da análise de situações.

Ao final do capítulo, contempla uma seção – *Explorando a Tecnologia* – onde ensina

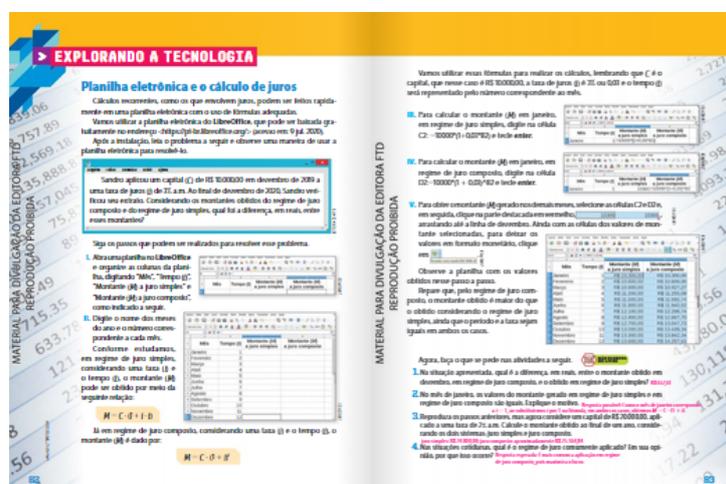


Figura 3.6: Planilhas Eletrônicas
Fonte: Bonjorno et. al. [21]

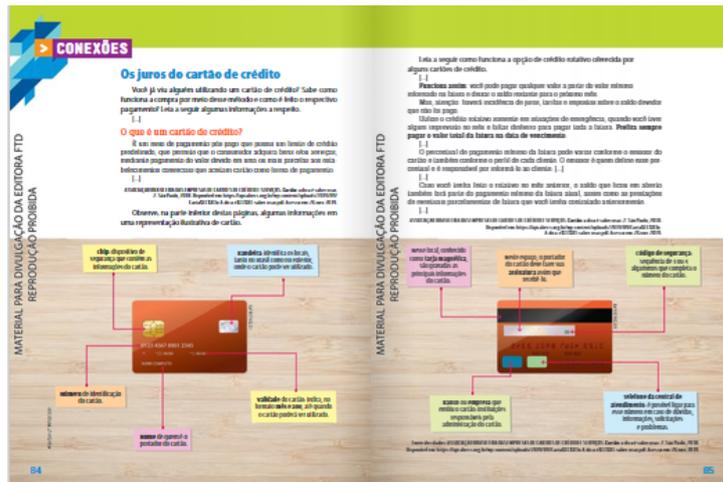


Figura 3.7: Cartão de Crédito
 Fonte: Bonjorno et. al. [21]

como criar uma planilha eletrônica (Figura 3.6) para comparação de valores aplicados nos dois regimes de juros, podendo assim o estudante comparar o crescimento entre eles. Mostra também o que é um cartão de crédito, algumas informações do que representa cada parte do cartão físico (Figura 3.7) e ainda mostra as desvantagens de pagar a fatura do cartão parcelada, introduzindo assim a educação financeira. Após essas seções também são propostas algumas situações problema e atividades de cálculos e respostas pessoais para que cada estudante reflita a respeito (Figura 3.8).

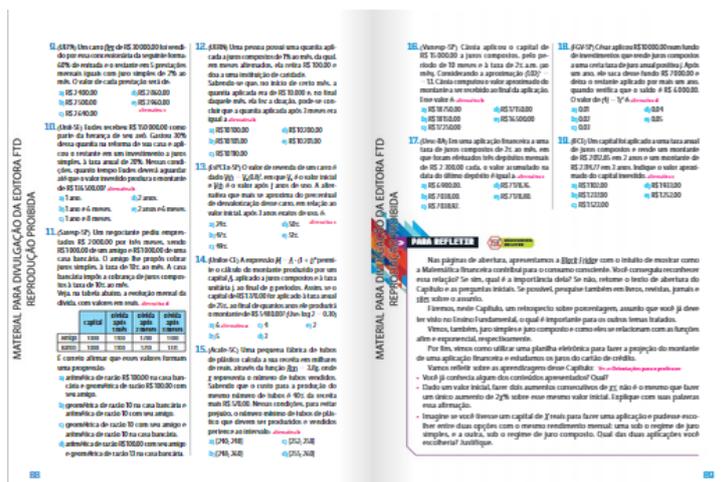


Figura 3.8: Exercícios Propostos
 Fonte: Bonjorno et. al. [21]

3.3.2 Capítulo 3 – Matemática Financeira

O capítulo 3 começa com um texto para os estudantes discutirem sobre o planejamento de despesas, gastos e de como poupar, permitindo assim trabalhar sobre temas

como Educação para o Consumo e Educação Financeira.

Na primeira seção, os assuntos abordados são referentes a sistemas de amortização Price e SAC, ensinando como construir as tabelas de amortização tanto realizando os cálculos como utilizando do recurso de construção de uma planilha eletrônica, mediante uma atividade resolvida e ilustrada. Logo em seguida, propõe uma atividade a ser resolvida, baseada na atividade anterior e fazendo uma comparação entre os sistemas. Exigindo que o aluno não só calcule o valor de parcelas em algumas situações, como também reflita qual a melhor decisão a ser tomada (Figura 3.9).

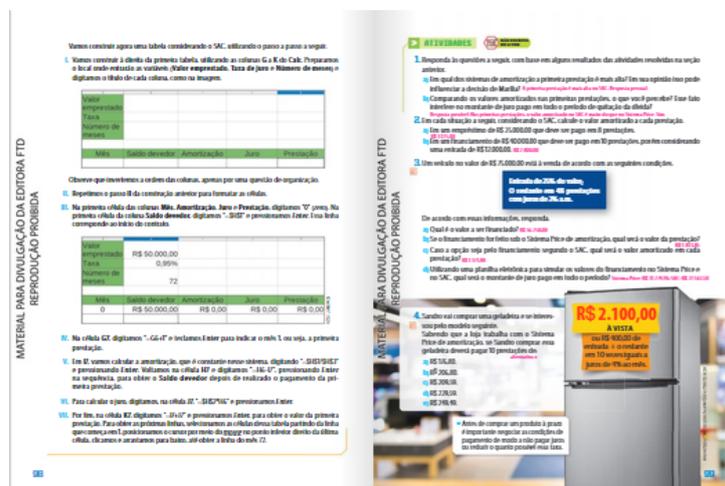


Figura 3.9: Exercícios Tabelas Amortização
Fonte: Bonjorno et. al. [21]

Na seção seguinte, trabalha o conceito de custos, falando sobre despesas fixas e variáveis, receita, saldo e planejamento financeiro familiar. Mostrando aos estudantes que um planejamento bem organizado possibilita à família analisar o que realmente é

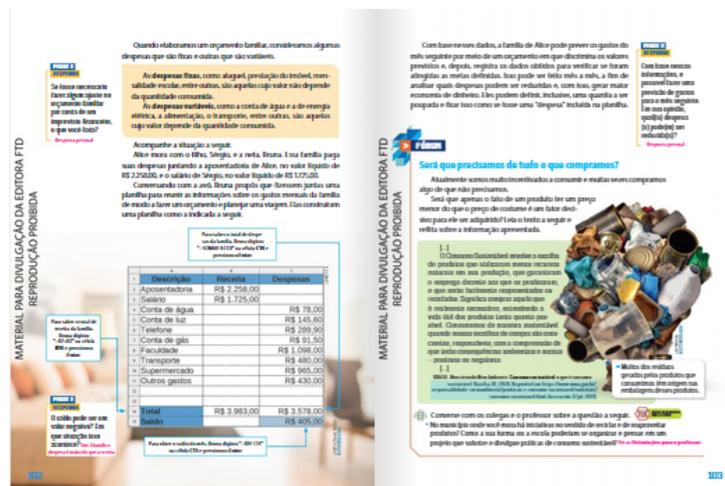


Figura 3.10: Exercícios Orçamento Familiar
Fonte: Bonjorno et. al. [21]

necessidade e o que é supérfluo nos seus gastos atuais, permitindo assim se programarem para momentos de lazer (Figura 3.10).

Em seguida, os autores abordam o tema Inflação e IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo), mostrando aos estudantes a desvalorização do dinheiro no tempo e a taxa que determina tal desvalorização. Aborda também o assunto sobre custo de vida, ou seja, quais as despesas que compõem o custo de vida familiar e que servem de referência para o índice. Apresenta um comparativo de poder de compra em três décadas diferentes e um gráfico de linhas que representa essa análise. Ao final, também apresenta uma atividade resolvida e, em seguida, propõe uma atividade baseada nela, da mesma forma que na seção anterior.

Ao final do capítulo, na última seção, introduz o assunto de Imposto de Renda e trabalha os conceitos básicos de salário bruto e renda. Aborda os tópicos sobre tipos de imposto de renda, declaração do imposto e para onde é destinado o que é recolhido. Em seguida, propõe atividades de pesquisa e cálculos sobre o assunto abordado.

Terminando essa seção com a construção de uma planilha eletrônica para o cálculo de antecipação do imposto de renda, verificando se é ou não vantagem contratar um serviço bancário para solicitar a antecipação do benefício (Figura 3.11). Encerra com uma lista de atividades complementares abordando todos os assuntos tratados no decorrer do capítulo.

EXPLORANDO A TECNOLOGIA

Antecipar ou não a restituição do imposto de renda

Como vimos há pouco, o IRPF é um imposto que incide sobre a renda de contribuintes brasileiros. As alíquotas, ou as taxas do imposto, variam conforme a renda do contribuinte e algumas pessoas podem ser isentas da cobrança.

Como qualquer outro rendimento, após a declaração anual, algumas pessoas podem ter pagamentos de que devolvam, ou seja, têm direito a receber parte do valor pago. Esse processo é chamado restituição do imposto de renda.

Muitas pessoas que têm direito a essa restituição contatam com esse direito para os mais diversos fins, como quitar uma dívida, viajar, comprar um bem de consumo, viagens etc. Porém, esse direito é liberado em todo o ano e a data para recebê-lo depende de vários fatores, como a data de entrega da declaração anual.

Como uma pessoa precisa deixar dinheiro antes da liberação de seu lote, ela normalmente pode recorrer ao banco para solicitar uma antecipação. Normalmente a antecipação cobra um valor calculado a partir de uma taxa mensal sobre o saldo da restituição, que está na declaração anual. Portanto, o ponto crucial para a liberação do pagamento é fundamental para o cálculo. Por isso, há a restituição do imposto de renda também recebe um regime especial enquanto o lote não foi liberado.

Vamos elaborar essas calculadoras em uma planilha eletrônica, para ter uma realidade da antecipação do imposto de renda de seu rendimento, a fim de verificar qual decisão deve ser tomada.

Calculadora da antecipação do imposto de renda

Para criar uma calculadora em uma planilha eletrônica, precisamos saber os cálculos envolvidos na antecipação ou no recebimento da restituição do imposto de renda.

Consideremos R_0 o saldo da restituição do imposto de renda. Esse valor R_0 pode assumir duas funções:

Se caso em uma antecipação, o R_0 pode ser considerado um valor futuro (FV), pois o valor presente (PV) será a quantidade a ser liberada para a antecipação:

$$PV = \frac{R_0}{(1 + i)^t}$$

Se caso em uma aplicação, o R_0 é um valor presente (PV) e o valor futuro (FV) será a quantidade recebida ao liberar o lote:

$$FV = R_0(1 + i)^t$$

Nestas expressões, i é a taxa mensal cobrada pelo banco para a antecipação (i é a taxa mensal de regime da restituição do imposto de renda) e t é a quantidade de meses que falta para o lote de restituição ser liberado.

Com base nessas informações, siga os passos para criar a calculadora. Vamos utilizar o Calc, a planilha eletrônica do LibreOffice.

- Depois de abrir a planilha Calc, digite, na célula A2, "Restituição IR". Em seguida, na célula A3, digite "R0", na célula A4, digite "i", na célula A5, digite "t".
- Na célula D2, "Antecipação IR". Em seguida, digite na célula E1, "Regime IR".

Selecione as células D2 e E2 e clique em = para formatá-las.

- Digite, na célula E2, " $=IF(D2=1, R0/(1+i)^t, R0*(1+i)^t)$ " e pressione Enter. Em seguida, digite, na célula E2, " $=IF(D2=1, R0/(1+i)^t, R0*(1+i)^t)$ " e pressione Enter.
- Registre, na célula E3, o saldo da restituição do imposto de renda, na célula E4 a taxa mensal cobrada pelo banco para a antecipação, na célula E5, a taxa mensal de regime da restituição, na célula E6, a quantidade de meses que falta para o lote de restituição ser liberado.

Cheque um exemplo a seguir:

Vale que se essa pessoa contratou o serviço bancário, receberá R\$ 988,99 pelo antecipação. Porém, se esperar o lote ser liberado, ele receberá R\$ 1.000,00.

Considerando essa diferença, que nesse exemplo é de R\$ 11,01, o contribuinte tem mais uma possibilidade de analisar se vale a pena antecipar a restituição. Observe que essa diferença representa quase 20% do saldo da restituição.

- Após fazer o que se pede na atividade a seguir, responda:

- Se for sua declaração anual de imposto de renda, Paulo tem que receber direito a R\$ 1.000,00 de restituição e que uma loja oferece empréstimo para o mês de novembro, com taxa 7 meses após restituir a declaração. Considerando que o Banco Federal não restitua, em média, 5,0% ao mês, responda:
 - Qual será o valor que Paulo vai receber na data de liberação de seu lote?
 - Caso Paulo queira antecipar sua restituição para setembro, a uma taxa de 7% ao mês, qual será o valor que receberá?
 - Considerando que Paulo optou pela antecipação em setembro, qual deve ser a taxa aplicada a esse capital para que o montante seja igual à restituição na data de liberação de seu lote?

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Figura 3.11: Tabela Antecipação Imposto de Renda
Fonte: Bonjorno et. al. [21]

3.4 Considerações

A análise das coleções de livros didáticos revela um enfoque progressivo na abordagem da matemática financeira desde os anos finais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio. No Ensino Fundamental, os conceitos são introduzidos de forma gradativa e

contextualizada, com atividades práticas que reforçam o aprendizado. Já no Ensino Médio, o conteúdo se aprofunda, abordando temas mais complexos como sistemas de amortização e impostos, sempre buscando relacionar os conhecimentos matemáticos com situações financeiras reais.

Considero essa abordagem essencial para a formação dos estudantes, pois proporciona uma compreensão prática e aplicável da matemática financeira. A integração de conceitos matemáticos com questões econômicas do dia a dia, como juros, inflação e planejamento financeiro, prepara os alunos para lidar com desafios financeiros futuros. A inclusão de atividades que estimulam a reflexão e o uso de tecnologias, como planilhas eletrônicas, enriquece ainda mais o processo educativo, tornando-o dinâmico e relevante.

A criação desta apostila, com uma abordagem diferenciada do que é encontrado hoje nos livros didáticos, foi motivada pela identificação de uma carência na educação financeira nas escolas de ensino médio. Muitos jovens concluem o ensino básico sem o conhecimento necessário para tomar decisões financeiras conscientes, o que pode ter consequências negativas na vida adulta.

Embora os tópicos financeiros sejam relevantes, eles não são explorados o suficiente em sala de aula para capacitar os estudantes a fazer escolhas financeiras seguras. Muitas vezes, a contextualização acaba ficando distante da realidade dos alunos. Atividades práticas, essenciais para um aprendizado mais ativo, têm grande valor, mas sua efetividade depende muito do professor, dos recursos disponíveis e da estrutura da escola. Se a aplicação prática dos conteúdos não for bem planejada, pode acabar sendo mais um obstáculo para os alunos, em vez de uma ferramenta que realmente facilite o aprendizado.

4 Apostila

A respeito de tudo o que está sendo dito no decorrer desse trabalho, como produto dessa dissertação, foi criada uma apostila a fim de auxiliar os estudantes e professores nos estudos e ensinamentos do conteúdo de Matemática Financeira. No material desenvolvido foram abordados problemas cotidianos por intermédio de três personagens. Um deles, precisa de ajuda para gerenciar e investir seu dinheiro. Ele conta com a ajuda de dois amigos: um especialista em Matemática e outro conhecedor do Mercado Financeiro.

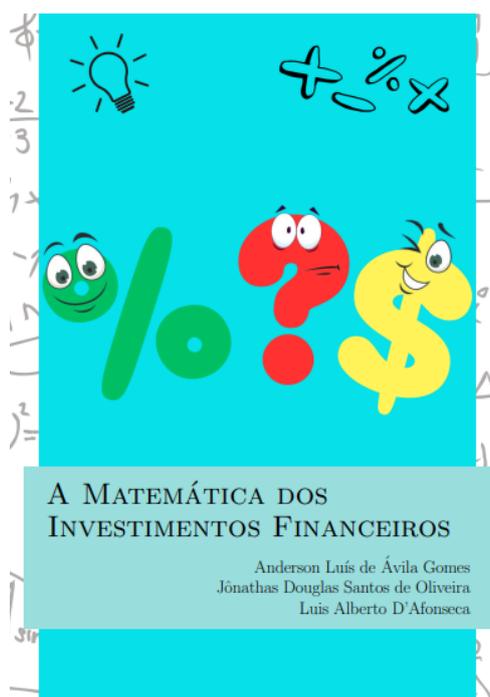


Figura 4.1: Capa Apostila
Fonte: próprio autor.

Procuramos ampliar os horizontes quanto ao que é abordado e apresentado nos livros didáticos, pois ainda é necessária uma educação financeira mais eficiente e profunda para a sociedade, não deixando de lado, de forma alguma, o rigor matemático naquilo que avaliamos que seja necessário para um bom entendimento do nosso público alvo.

Na Figura 4.1 temos a capa e na Figura 4.2, o sumário do que será discutido ao longo da apostila, que se encontra completa em anexo a essa dissertação.

| Sumário | |
|---------|--|
| 1 | Introdução 1 |
| 2 | Primeiro Nível: O Planejamento Financeiro 2 |
| 2.1 | A Magia das Frações na Arte de Dividir Dinheiro 3 |
| 2.2 | Entendendo Facilmente a Porcentagem 6 |
| 2.3 | Utilização da Planilha Eletrônica para um Planejamento Financeiro 14 |
| 2.4 | Exercícios 18 |
| 2.5 | Explorando Oportunidades: A Importância da Regra Extra e do Planejamento 20 |
| 3 | Avançando para o Próximo Nível: Compreensão Financeira 23 |
| 3.1 | Os Juros 23 |
| 3.2 | O Valor do Dinheiro no Tempo 31 |
| 3.3 | Taxas Equivalentes 37 |
| 3.4 | Cartão de Crédito: A perda do Controle pode começar por aí 42 |
| 3.5 | Desvendando as Tabelas de Amortização SAC e Price 44 |
| 3.6 | Exercícios 47 |
| 3.7 | O uso da Calculadora como uma Ferramenta Poderosa 49 |
| 4 | Último Nível: A Matemática dos Investimentos: Os Segredos do Crescimento Financeiro 57 |
| 4.1 | Reserva de Emergência 58 |
| 4.2 | Termos e Conceitos do Mercado Financeiro 65 |
| 4.3 | Investimentos de Renda Fixa 73 |
| 4.4 | Inflação e seus Impactos nos Investimentos 87 |
| 4.5 | Investimentos de Renda Fixa Pós-Fixados 94 |
| 4.6 | Tesouro Prefixado: Outra Opção de Planejamento e Segurança para Seus Investimentos 98 |
| 4.7 | Exercícios 100 |
| 4.8 | Curiosidade: I Olimpíada do Tesouro Direto de Educação Financeira 2024 - OLITEF 100 |
| | Respostas 103 |
| | Referências 104 |
| | Índice Remissivo 106 |

Figura 4.2: Sumário
Fonte: próprio autor.

Com o intuito de aproximarmos o leitor e torná-lo parte integrante da nossa apostila, criamos três personagens, o Dinheirino, o EnigMário e o Lucrácio, trazendo leveza ao texto e incentivando-o a buscar e aprender novos conceitos. A Figura 4.3 ilustra os personagens criados.

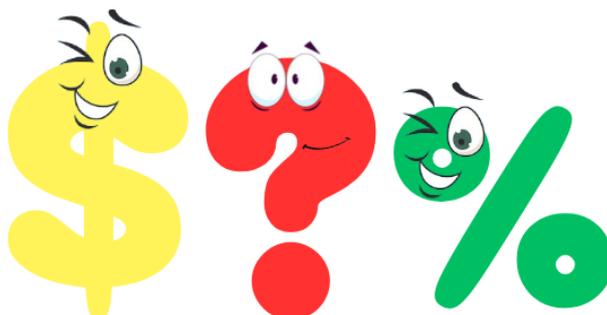


Figura 4.3: Dinheirino, EnigMário e Lucrácio
Fonte: próprio autor.

- EnigMário: um jovem que recebe um salário e está cheio de dúvidas sobre o que fazer com seu dinheiro. Ele apresenta questões ou afirmações que tentam representar as dúvidas e ideias do leitor. Quando ele manifesta suas opiniões, seus colegas especialistas confirmam ou corrigem seus questionamentos, esclarecendo os conceitos envolvidos.
- Dinheirino: é o personagem que entende do mercado, leis e economia. Todas as dúvidas do seu colega EnigMário a respeito desses assuntos são esclarecidas por ele, garantindo que os conceitos financeiros sejam compreendidos de maneira precisa e aplicada.
- Lucrácio: é o personagem que domina a Matemática. Todas as dúvidas relacionadas ao conteúdo matemático e cálculos são esclarecidas por ele. Lucrácio sempre se alegra em ajudar, tornando a compreensão dos conceitos matemáticos mais acessível

e agradável para EnigMário.

Cada diálogo entre os personagens, como podemos ver na Figura 4.4, introduz uma nova ideia ou um problema, que é detalhadamente discutido no texto da apostila logo a seguir, com a apresentação de exemplos para melhor compreensão. Através das interações entre esses personagens, a apostila explora diversos aspectos da matemática e educação financeira, tornando o aprendizado mais dinâmico, divertido e relevante para o dia a dia dos alunos.

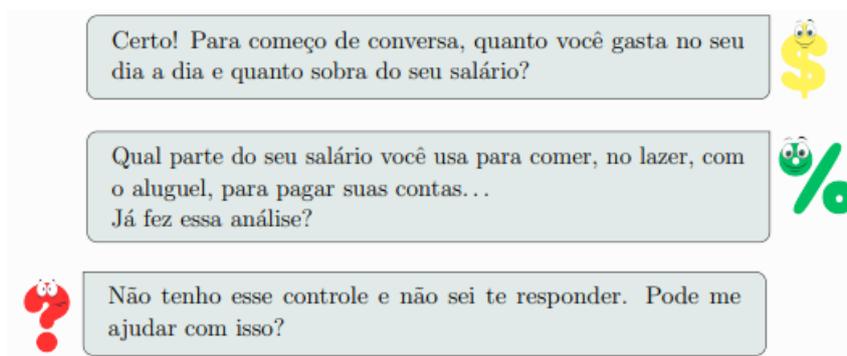


Figura 4.4: Diálogo entre os personagens.

Fonte: próprio autor.

Nossa apostila está organizada da seguinte forma:

- Capítulo 1 – Introdução
- Capítulo 2 – Planejamento Financeiro
- Capítulo 3 – Compreensão Financeira
- Capítulo 4 – Investimentos Financeiros

No Capítulo 1 – *Introdução* – é apresentado o motivo pelo qual resolvemos criar uma apostila sobre esse assunto, levando a uma reflexão de como é difícil para o professor ter um material já pronto e acessível que aborde esse tema, indo além do que é encontrado nos livros didáticos. Conta também qual é o objetivo da criação desse material e o motivo pelo qual ele foi produzido. É feita uma breve apresentação dos capítulos onde é destacado sempre a importância da educação financeira na vida das pessoas e no orçamento familiar.

O Capítulo 2, intitulado *Planejamento Financeiro*, inicia com o diálogo entre os três personagens e apresenta as principais ideias do planejamento financeiro. Ao longo do capítulo, EnigMário, com a ajuda de Lucrácio e Dinheirino, começa a sua jornada de aprender a administrar seu salário de forma eficiente. Para tanto, é apresentado o conceito fundamental de fração, lembrando como transformar as frações em decimais, frações equivalentes e em seguida a porcentagem, incluindo aumentos e descontos sucessivos. Na sequência, uma seção destinada à criação e utilização de planilhas eletrônicas para um

controle financeiro eficaz e aplicado, outra com exercícios propostos, criados de forma cuidadosa para refletirem situações práticas, como o exemplo da Figura 4.5.

- 9) (Projeto: Conseguindo uma renda extra para a formatura.)**
- a) **Objetivo:**
O objetivo deste exercício é simular um projeto de arrecadação de fundos para a festa de formatura da turma, utilizando a produção e venda de brigadeiros como estratégia.
- b) **Desafio:** A turma precisa arrecadar R\$ 1000,00 para a festa de formatura. O prazo para atingir essa meta é de 20 semanas.
- c) **Estratégia de Arrecadação:** A estratégia escolhida é a produção e venda de brigadeiros.
- d) **Tabela de Planejamento:**
Crie uma tabela de planejamento que inclua:
- i) Custo Total para a Festa de Formatura:
R\$ 1000,00
- ii) Custo de Produção e rendimentos de Brigadeiros:
- iii) Arrecadação Semanal Necessária: Determine quanto a turma precisa arrecadar por semana para atingir a meta em 20 semanas.

Figura 4.5: Exemplo de exercícios propostos
Fonte: próprio autor.

Por fim, apresentamos uma seção especial que trata de renda extra, oferecendo estratégias para integrá-la ao planejamento financeiro, mostrando qual a importância e como podemos obtê-la e que se planejar financeiramente é muito relevante para alcançarmos nossos objetivos. A narrativa prática e os exemplos dos personagens visam tornar o aprendizado mais envolvente e aplicável à realidade.

No Capítulo 3 – *Compreensão Financeira* – entramos efetivamente na parte financeira da apostila. Agora que EnigMário já sabe como dividir seu salário, chegou a hora de entender sobre juros e aprender como utilizar o dinheiro de forma racional. O capítulo começa com um diálogo entre Lucrácio e EnigMário, onde Lucrácio explica que os juros, às vezes, podem ser aliados. Os conceitos de juros são apresentados com exemplos e comparações para facilitar a compreensão e continua com a movimentação do dinheiro no tempo, seguido de taxas equivalentes. Tudo isso em meio ao diálogo dos personagens a fim de encontrar uma solução para o problema proposto inicialmente.

Seguimos então com uma seção que achamos importante para alertar sobre o

endividamento com o uso do cartão de crédito e como fazer para não cair nessa armadilha e também como funciona a cobrança de juros no parcelamento da fatura. Para finalizar, trabalhamos as tabelas de amortização e como no capítulo anterior, existe uma seção com exercícios práticos. Apresentamos também uma seção extra de como utilizar a calculadora para otimizar os cálculos envolvendo juros e fluxo de caixa, facilitando o trabalho de controle financeiro, como outra ferramenta importante além das planilhas eletrônicas.

O Capítulo 4 – *Investimentos Financeiros* – consolida de forma coerente o objetivo inicial da apostila, abordando os investimentos financeiros. Sabemos que talvez o assunto abordado sobre investimentos financeiros esteja distante da realidade de muitos alunos do ensino médio devido aos mesmos ainda não possuírem renda própria, mas fica como uma orientação para quando entrarem no mercado de trabalho e para os alunos da EJA que, em geral, já se encontram em tal situação.

Aqui o objetivo é capacitar o EnigMário, e simultaneamente o leitor, a realizar investimentos de maneira segura e acessível. A narrativa inicia com EnigMário recebendo um aumento de salário e expressando interesse em investir parte de seus recursos. Porém, ele se sente confuso pela falta de conhecimento e a aparente complexidade do tema. Neste momento, Dinheirino começa a orientá-lo, destacando a importância de uma reserva de emergência como ponto de partida. Mostramos ao leitor o que é e qual a importância de se ter uma reserva de emergência, apresentamos vários conceitos do mercado financeiro e como definir qual é o seu perfil de investidor.

Em seguida, mostramos alguns investimentos de renda fixa pré e pós-fixados, como a poupança, o Tesouro Selic ou IPCA, Certificados de Depósito Bancário (CDBs), Letras de Crédito Imobiliário (LCI) e do Agronegócio (LCA), para um perfil de investidor conservador. Ao longo do texto, são fornecidos exemplos comparativos entre diferentes investimentos, apresentando tabelas e gráficos para isso, com o intuito de capacitar EnigMário a tomar decisões informadas diante das opções apresentadas. Explicamos como a inflação e outras taxas cobradas pelas instituições financeiras e pelo governo interferem no rendimento final.

Incluimos também uma seção de como aplicar no Tesouro Direto, sendo uma opção de investimento seguro para planejamento de uma reserva financeira, alguns exercícios práticos e uma seção final apresentando a primeira Olimpíada do Tesouro direto sobre Educação Financeira – OLITEF, gratuita para participação de alunos de escolas públicas e privadas. Visto que investimentos de renda variável é um dos tópicos da olimpíada, fica de sugestão e incentivo para complementação do nosso trabalho.

Assim, após todos esses conceitos e aprendizado, finalmente conseguimos ajudar nosso personagem a decidir o que fazer com seu dinheiro.

5 Considerações Finais

A matemática financeira é essencial nas decisões financeiras cotidianas. Uma apostila dedicada a esse tema oferece uma abordagem prática, permitindo que os alunos apliquem conceitos matemáticos em situações financeiras reais, como orçamento pessoal, financiamentos e investimentos.

Desde o início, nosso objetivo foi desenvolver uma apostila que funcionasse não apenas como um recurso de aprendizagem para os estudantes, mas também como um material didático para os professores da educação básica. Sabemos que encontrar materiais abrangentes e acessíveis sobre educação financeira pode ser difícil, por isso nos dedicamos a criar uma ferramenta que atenda a essa necessidade.

Ao estruturar esse material, priorizamos a apresentação gradual e progressiva dos conceitos, de forma construtivista, para que os discentes possam acompanhar o aprendizado de forma eficiente. Os personagens EnigMário, Dinheirino e Lucrácio foram introduzidos com o intuito de tornar a jornada de aprendizado mais cativante e de oferecer situações realistas que os estudantes possam entender e aplicar em suas próprias vidas financeiras.

A matemática financeira também promove a integração de disciplinas como matemática, economia, finanças e ética, capacitando os alunos a entenderem conceitos bancários, investimentos e planejamento financeiro pessoal. Acreditamos que fornecer aos educadores um material didático abrangente e acessível é essencial para enriquecer a experiência de aprendizagem dos educandos e promover a conscientização financeira desde cedo.

Em um mundo cada vez mais complexo e financeiramente interconectado, essa habilidade é crucial. Criar uma apostila sobre matemática e educação financeira para o ensino médio é uma ferramenta para preparar os alunos, apoiar os professores e contribuir para o desenvolvimento de uma sociedade mais consciente e financeiramente responsável.

Esperamos que esta apostila seja uma adição valiosa aos recursos disponíveis para os professores da educação básica, capacitando-os a fornecer um ensino de qualidade em educação financeira. Estamos comprometidos em continuar aprimorando e atualizando o material para melhor atender às necessidades e expectativas de educadores e estudantes.

Planejamos, após a conclusão, publicar a apostila em formato de um e-book.

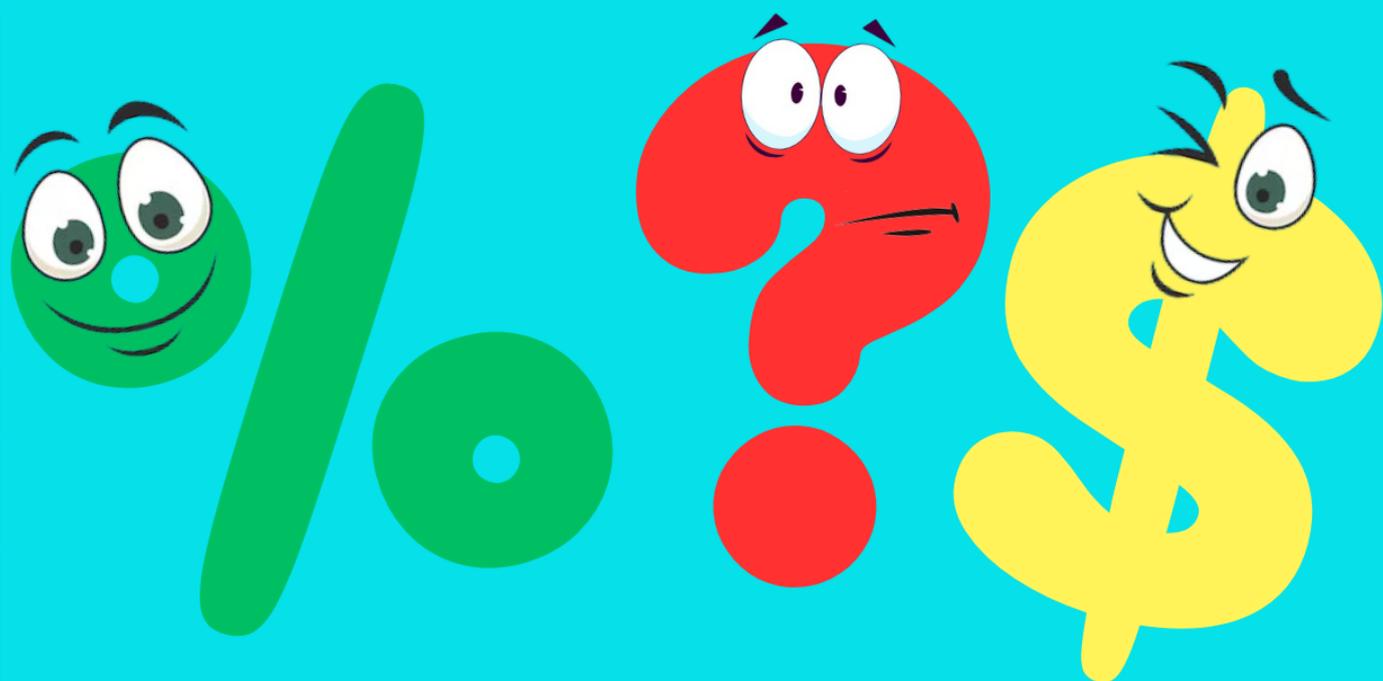
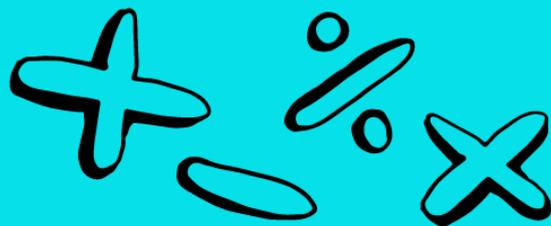
Referências

- 1 AGUIAR, A. F. DE. *Matemática e educação financeiras*. 2014. Diss. (Mestrado) – UFSJ (PROFMAT).
- 2 ALMEIDA NUNES, L. M. DE. *Discutindo conceitos de educação financeira e investimentos financeiros: Uma sequência didática para a educação básica*. 2022. Diss. (Mestrado) – CEFET-MG (PROFMAT).
- 3 AMARAL, G. P. Educação matemática financeira: construção do conceito de moeda no último ano do ensino fundamental, 2013.
- 4 ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage-Éditions, Grenoble, v. 9, n. 3, p. 281–308, 1988.
- 5 AUGUSTINIS, V. F. *Uma análise crítica do discurso de educação financeira: por uma educação para além do capital*. 2012. Diss. (Mestrado) – Universidade Estácio de Sá, RJ.
- 6 BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018.
- 7 BRASIL. *Plano Nacional do Livro e do Material Didático*. Brasília, 2018.
- 8 CAVALCANTI, J. A. *A importância da educação financeira infantil para a vida adulta dos graduandos em Ciências Contábeis da UFPB*. 2017. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa.
- 9 COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO, O. PARA A. *Recomendação do Conselho sobre Boas Práticas em Educação e Conscientização Financeira*. Brasília, 2005.
- 10 CORREIA, R. F. R. *Investimentos Financeiros no Ensino Médio: Uma Sequência de Atividades Abordando Rendas Fixa e Variável à Luz de Metodologias Ativas*. 2023. Diss. (Mestrado) – UFRPE (PROFMAT).
- 11 FREITAS, B. G. DE. *Empréstimos e Financiamentos: Uma abordagem sobre o ensino de sistemas de amortização à luz da educação financeira*. 2021. Diss. (Mestrado) – CEFET-MG (PROFMAT).
- 12 GIOVANNI JUNIOR JOSE RUY; CASTRUCCI, B. *A conquista da matemática: 6º ano, ensino fundamental, anos finais*. 4ª edição. FTD. São Paulo, 2018.
- 13 GIOVANNI JUNIOR JOSE RUY; CASTRUCCI, B. *A conquista da matemática: 7º ano, ensino fundamental, anos finais*. 4ª edição. FTD. São Paulo, 2018.
- 14 GIOVANNI JUNIOR JOSE RUY; CASTRUCCI, B. *A conquista da matemática: 8º ano, ensino fundamental, anos finais*. 4ª edição. FTD. São Paulo, 2018.
- 15 GIOVANNI JUNIOR JOSE RUY; CASTRUCCI, B. *A conquista da matemática: 9º ano, ensino fundamental, anos finais*. 4ª edição. FTD. São Paulo, 2018.
- 16 GIOVANNI JUNIOR JOSE RUY; CASTRUCCI, B. *Coleção: A conquista da matemática*. 4ª edição. FTD. São Paulo, 2018.
- 17 GIOVANNI JUNIOR JOSE RUY; SOUSA, P. R. *Coleção Prisma Matemática*. 1ª edição. FTD. São Paulo, 2020.
- 18 GIOVANNI JUNIOR JOSE RUY; SOUSA, P. R. *Prisma Matemática - Volume 1*. 1ª edição. FTD. São Paulo, 2020.
- 19 GIOVANNI JUNIOR JOSE RUY; SOUSA, P. R. *Prisma Matemática - Volume 2*. 1ª edição. FTD. São Paulo, 2020.

- 20 GIOVANNI JUNIOR JOSE RUY; SOUSA, P. R. *Prisma Matemática - Volume 3*. 1ª edição. FTD. São Paulo, 2020.
- 21 GIOVANNI JUNIOR JOSE RUY; SOUSA, P. R. *Prisma Matemática - Volume 4*. 1ª edição. FTD. São Paulo, 2020.
- 22 GIOVANNI JUNIOR JOSE RUY; SOUSA, P. R. *Prisma Matemática - Volume 5*. 1ª edição. FTD. São Paulo, 2020.
- 23 GIOVANNI JUNIOR JOSE RUY; SOUSA, P. R. *Prisma Matemática - Volume 6*. 1ª edição. FTD. São Paulo, 2020.
- 24 LARA, V. M. DE. *O Mercado Financeiro Brasileiro e os Investimentos de Renda Fixa: Uma Abordagem Didático-Pedagógica*. 2021. Diss. (Mestrado) – UNEMAT (PROFMAT).
- 25 MARTINS, P. W. C. *Matemática financeira na educação básica: Modalidades de investimento por perfil de investidor na bolsa de valores*. 2022. Diss. (Mestrado) – UEMA (PROFMAT).
- 26 PODER360. *Endividamento das famílias brasileiras cai para 78,5% em julho de 2024*. 2024. Disponível em: <<https://www.poder360.com.br/poder-economia/endividamento-das-familias-brasileiras-cai-para-785-em-julho-de-2024/>>. Acesso em: 4 ago. 2024.
- 27 PONAHT, O. *Aplicação da Matemática em investimentos financeiros: Caderneta de poupança e títulos públicos*. 2015. Diss. (Mestrado) – UFES (PROFMAT).

Anexo I

Texto Completo da Apostila



A MATEMÁTICA DOS INVESTIMENTOS FINANCEIROS

Anderson Luís de Ávila Gomes
Jônathas Douglas Santos de Oliveira
Luis Alberto D'Afonseca

A Matemática dos Investimentos Financeiros

Anderson Luís de Ávila Gomes
Jônathas Douglas Santos de Oliveira
Luis Alberto D'Afonseca

21 de outubro de 2024



Esta obra tem a licença [Creative Commons “Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 4.0 Internacional”](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

Prefácio

Me interessei pelo assunto há alguns anos e comecei a estudar por conta própria sobre as diversas formas de investimentos, rentabilidades e variações do mercado financeiro. Buscando informações em plataformas e sites de aplicações financeiras, me impressionei muito pela quantidade de informações que existem disponíveis e que não são sequer citadas no ensino básico. Como trabalho com turmas do Ensino de Jovens e Adultos (EJA), resolvi expandir um pouco o conteúdo de Matemática Financeira que trabalhei no primeiro trimestre de 2023. Para minha surpresa, a turma se interessou bastante e o que era para ser trabalhado apenas no início do curso, rendeu todo o semestre.

Assim, juntamente com meus orientadores, decidimos criar essa apostila, como produto final para a conclusão dos dois anos do curso do Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT. Uma apostila com o objetivo de auxiliar estudantes e professores no aprendizado de Matemática Financeira. Por meio do diálogo entre três personagens – um deles com dúvidas sobre gestão financeira e seus dois amigos, um especialista em Matemática e o outro em Mercado Financeiro – cria-se um enredo, sendo apresentados problemas do cotidiano e soluções práticas para tentar resolvê-los. O material é contextualizado e prático, integrando tecnologias interativas e aplicando conhecimentos matemáticos no contexto financeiro. A linguagem leve e a estrutura clara visam facilitar a compreensão para alunos e professores do ensino médio, incentivando a busca por novos aprendizados.

Após uma breve introdução, no segundo capítulo é trabalhado o conceito de como fazer um planejamento financeiro, onde os personagens auxiliam o jovem a administrar seu salário de forma eficiente, abordando conceitos como frações, porcentagens e uso de planilhas eletrônicas. O capítulo três explora o uso racional do dinheiro, explicando juro, movimentação de dinheiro no tempo, e taxas equivalentes. Alerta também sobre o endividamento e apresenta exercícios práticos. O capítulo quatro consolida o aprendizado, focando em investimentos financeiros, destacando a importância

da reserva de emergência e apresentando opções de investimentos com exemplos comparativos. Com isso, a apostila visa capacitar os leitores a tomar decisões conscientes e alcançar seus objetivos financeiros.

Uma apostila dedicada a esse tema proporciona uma abordagem prática, permitindo que os alunos compreendam como aplicar os conceitos matemáticos em situações reais, como orçamento pessoal, reserva financeira e investimentos. A educação financeira é uma habilidade indispensável para a vida adulta. Uma apostila abrangente, que explora desde conceitos básicos de matemática financeira até estratégias de planejamento financeiro, prepara os alunos para enfrentar desafios financeiros com mais confiança, incentivando a responsabilidade e a tomada de decisões.

Nosso maior objetivo foi, produzir um material interessante e que despertasse a curiosidade e a vontade dos alunos, e também, auxiliar os professores para poderem cada vez mais enriquecer suas aulas sobre o assunto. Que quando dela se utilizarem, busquem cada vez mais informações para seu crescimento e planejamento, seja pessoal ou profissional.

Vamos então começar a conhecer o mundo financeiro e nos maravilhar?

Sumário

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introdução | 1 |
| 2 | Primeiro Nível: Planejamento Financeiro | 2 |
| 2.1 | A Magia das Frações na Arte de Dividir Dinheiro | 3 |
| 2.2 | Entendendo Facilmente a Porcentagem | 6 |
| 2.3 | Utilização da Planilha Eletrônica para um Planejamento Financeiro . | 14 |
| | Exercícios | 18 |
| | Explorando Oportunidades: Renda Extra e Planejamento | 20 |
| 3 | Avançando para o Próximo Nível: Compreensão Financeira | 23 |
| 3.1 | Os Juros | 23 |
| 3.2 | O Valor do Dinheiro no Tempo | 33 |
| 3.3 | Taxas Equivalentes | 43 |
| 3.4 | Cartão de Crédito: A perda do Controle pode começar por aí | 48 |
| 3.5 | Desvendando as Tabelas SAC e Price | 50 |
| | Exercícios | 53 |
| | O uso da Calculadora como uma Ferramenta Poderosa | 54 |
| 4 | Último Nível: Investimentos Financeiros | 60 |
| 4.1 | Reserva de Emergência | 61 |
| 4.2 | Termos e Conceitos do Mercado Financeiro | 71 |
| 4.3 | Investimentos de Renda Fixa | 81 |
| 4.4 | Inflação e seus Impactos nos Investimentos | 100 |

| | | |
|-----|--|------------|
| 4.5 | Investimentos de Renda Fixa Pós-Fixados | 114 |
| 4.6 | Tesouro Prefixado: Planejamento e Segurança para Seus Investimentos | 119 |
| | Exercícios | 121 |
| | Curiosidade: I Olimpíada do Tesouro Direto de Educação Financeira 2024 – OLITEF | 123 |
| | Respostas | 126 |
| | Referências | 128 |
| | Índice Remissivo | 129 |

1

Introdução

A criação de uma apostila dedicada à matemática e a educação financeira é uma iniciativa de grande importância, oferecendo benefícios consideráveis tanto para os professores quanto para os alunos. Essa proposta visa preencher uma lacuna educacional essencial, abordando conceitos práticos, relevantes e fundamentais para a vida cotidiana e para o futuro dos estudantes. Esta apostila inclui debates e análises entre os personagens criados, que envolvem diversas áreas do conhecimento, enriquecendo a experiência educacional.

Ao abordar temas práticos e relevantes, a apostila torna o aprendizado mais atrativo e envolvente para os alunos do ensino médio, podendo também ser utilizada na segunda etapa do ensino fundamental. O conteúdo é apresentado de maneira aplicada e divertida, estimulando a participação ativa e o interesse dos estudantes, contribuindo para um ambiente educacional mais dinâmico.

Professores muitas vezes enfrentam desafios ao desenvolver materiais didáticos específicos para temas complexos. Uma apostila pronta oferece suporte valioso, economizando tempo e esforço na preparação de aulas, permitindo que os educadores foquem mais em estratégias de ensino e acompanhamento dos alunos.

Nossa pergunta era, como deixar o assunto abordado na apostila de forma leve e prazerosa, tanto para os alunos que usem esse material quanto ao professor que queira desfrutar do rico conteúdo aqui exposto? Criamos, então, os três personagens interativos que dialogarão, ora entre si e ora com o leitor, para revisar as dúvidas da grande maioria de estudantes quando se trata desse assunto.

Primeiro Nível: Planejamento Financeiro

| | |
|---|----|
| 2.1 A Magia das Frações na Arte de Dividir Dinheiro | 3 |
| 2.2 Entendendo Facilmente a Porcentagem | 6 |
| 2.3 Utilização da Planilha Eletrônica para um Planejamento Financeiro | 14 |
| Exercícios | 18 |
| Explorando Oportunidades: Renda Extra e Planejamento | 20 |



Oi, sou o EnigMário! Faço perguntas ou afirmações que provavelmente você faria. E quando tenho dúvidas, meus outros colegas me dizem se estou certo ou errado.

Eu sou o Dinheirino, entendo do mercado, leis e economia. Todas as dúvidas do meu colega EnigMário a respeito desses assuntos, sou eu quem tenho a propriedade de esclarecer, corrigir ou confirmar as informações.



Eu sou o Lucrácio e domino a Matemática. As dúvidas relacionadas ao conteúdo matemático e cálculos é comigo que o EnigMário tem que conversar. É sempre um prazer ajudá-lo!





Então... Vou precisar muito da ajuda de vocês dois, comecei a trabalhar, recebi o meu primeiro salário e não sei o que fazer com o dinheiro.

Se guardo debaixo do colchão como meu avô me ensinou, se viajo, se compro uma casa nova pois moro de aluguel, se aplico. Tenho muitas dúvidas do que devo fazer. Acho que vocês dois podem me ajudar.

Certo! Para começo de conversa, quanto você gasta no seu dia a dia e quanto sobra do seu salário?



Qual parte do seu salário você usa para comer, no lazer, com o aluguel, para pagar suas contas... Já fez essa análise?



Não tenho esse controle e não sei responder. Podem me ajudar com isso?

Claro que sim, vamos lá...

Estamos prontos para iniciar essa jornada que o ajudará aprender a gerenciar seu dinheiro de forma eficaz e eficiente.



Aproveitando ao máximo o que podemos fazer com ele para que lhe renda ainda mais.



2.1 A Magia das Frações na Arte de Dividir Dinheiro

A primeira coisa a se fazer é separar o seu salário em frações, como se fosse uma pizza, em fatias, como podemos ver na figura 2.1.





Oh, céus! Frações?! Dividir o que?
Isso parece um enigma digno dos deuses matemáticos!
Será que teremos de chamar os números mágicos para resolver esse quebra cabeça?

Calma. . . De modo geral, as frações representam sempre uma divisão de um número pelo outro.

Os termos da fração são chamados de numerador e o denominador.

Depois da explicação que virá a seguir, estou certo que tudo ficará mais claro para você.



O numerador é o número que está na parte de cima da fração e corresponde ao dividendo. Ele representa quantas partes iguais do meu inteiro me interessa considerar. Já o denominador é o número que está na parte de baixo e corresponde ao divisor. Ele representa em quantas partes iguais o inteiro foi dividido. O resultado de uma fração, corresponde ao quociente e é a transformação dessa fração em um número decimal, seja ele finito (racional) ou infinito (irracional).



Figura 2.1: Pizza dividida em 8 fatias e pizza dividida em 16 fatias.

Fonte: https://www.freepik.com/free-vector/colorful-round-tasty-pizza_3799722.htm

EXEMPLO 2.1.1: Qual fração representa a quantidade de pizza que comi em relação ao total, sabendo que comi 3 fatias?

Na Figura 2.1, à esquerda, temos uma pizza dividida em 8 fatias. A relação entre as 3 fatias comidas, citado no exemplo, e as oito fatias (total de fatias) pode ser expressa sob a forma de fração ou em forma de decimal como podemos verificar:

$$\frac{3}{8} = 0,375,$$

onde o número 3 é o numerador (dividendo), o número 8 é o denominador (divisor) e o valor 0,375 é o resultado da divisão (quociente).

EXEMPLO 2.1.2: E se essa mesma pizza estivesse dividida em 16 fatias, como vemos na figura 2.1 a direita, e eu comer 6 fatias?

A relação agora é expressa pela fração

$$\frac{6}{16} = 0,375.$$

Apesar de ser uma fração diferente, o decimal que a representa é o mesmo, ou seja, representa a mesma quantidade em relação ao todo.

A essas frações diferentes, que representam a mesma quantidade em relação ao todo, chamamos de **frações equivalentes**.



Hummmmm...

Esse conceito é bem fácil de entender, Lucrácio. E com os exemplos, entendi perfeitamente o que e como devo fazer.

Viu! Não te disse?

Precisamos separar uma porcentagem do nosso salário para cada despesa que temos, sabia? Isso é super importante para mantermos nossa organização financeira e não passar aperto ao fim do mês.

Aliás, você sabe o que é porcentagem?





Também nunca ouvi falar em porcentagem.
Porcentagem tem alguma coisa a ver com centavos?

Não tem nada a ver. Rsrrsrsrsrsrs

A porcentagem é uma outra forma de expressar uma quantidade em relação a um todo e é uma forma equivalente de representar uma fração.

O símbolo que representa uma porcentagem se parece muito comigo.



2.2 Entendendo Facilmente a Porcentagem

EnigMário, você deve fazer um planejamento e destinar uma porcentagem do seu salário para as despesas fixas, outra porcentagem para seu lazer e verificar se sobrará algum valor para investirmos e fazer seu dinheiro render.



E como faço para saber como calcular?
Como terei a certeza de que irá sobrar uma quantia para investirmos?

Vamos explorar o mundo das porcentagens juntos?!
Vamos dar uma olhada no conceito e em alguns exemplos para deixar tudo muito mais claro.



O símbolo utilizado para representar a porcentagem é o “%”. Por exemplo, se uma pessoa tem 50% de acertos em uma prova, isso significa que ela acertou metade das questões. Toda vez que tivermos uma fração onde o denominador for 100, ao efetuarmos a divisão, encontraremos o decimal resultante dessa divisão que também representará uma **porcentagem**. Por exemplo, se você tem 100 maçãs e 20 delas são vermelhas, então a fração que representa essa situação é $\frac{20}{100}$ de maçãs vermelhas e que em porcentagem corresponde a 20%, porque 20 é 20% de 100.

Como uma fração é uma divisão, dividimos o numerador pelo denominador e iremos obter o decimal que a representa. No caso citado inicialmente $\frac{20}{100} = 0,20$ representa também 20% e esse decimal também pode ser usado como índice.

Podemos também utilizar para o cálculo de porcentagem a regra de três simples, como segue.

EXEMPLO 2.2.1: Suponha que um aluno tenha uma prova com 30 questões, e ele acertou 24 delas. Qual é a porcentagem de acertos?

Para realizar o cálculo em questão, podemos usar a regra de três simples. Fazendo a razão entre as questões certas em relação ao total de questões e suas respectivas porcentagens, sendo que não conhecemos o percentual de acertos, temos:

$$\frac{24}{30} = \frac{x}{100}$$

$$30x = 2400$$

$$x = 80$$

Portanto, o aluno acertou 80% das questões, $\frac{24}{30} = 0,80 = 80\%$.

Para o cálculo da porcentagem de um certo valor, basta multiplicar esse valor pelo decimal ou pela fração que representa a porcentagem.

EXEMPLO 2.2.2:

Por exemplo, para calcular 20% de 200, fazemos:

$$\frac{20}{100} \times 200 = 40 \quad \text{ou} \quad 0,20 \times 200 = 40$$

Portanto, 20% de 200 é igual a 40.

EXEMPLO 2.2.3: Se uma pessoa possui R\$ 200,00 e quer gastar apenas 25% desse valor?

Calculamos:

$$\frac{25}{100} \times 200 = 50 \quad \text{ou} \quad 0,25 \times 200 = 50$$

Da mesma forma, também podemos utilizar a regra de três para efetuar esse cálculo:

$$\begin{aligned} \frac{25}{100} &= \frac{x}{200} \\ 100x &= 5000 \\ x &= 50 \end{aligned}$$

Portanto, 25% de R\$ 200,00 é igual a R\$ 50,00, sendo o valor a ser gasto.

Essas são algumas das principais formas de calcular porcentagens. A porcentagem é muito útil em muitas áreas, como finanças, investimentos financeiros, estatística e probabilidade.

Não podemos nos esquecer que a porcentagem representa uma parte de uma totalidade, ou seja, nem sempre representará a mesma quantia.

Temos sempre que analisar quanto é o total pois a mesma porcentagem pode representar valores diferentes, como nesse exemplo a seguir.



EXEMPLO 2.2.4: Ana comprou um livro por R\$ 80,00 e um caderno por R\$ 30,00 em uma determinada loja. Ao informar que iria pagar à vista, o vendedor concedeu 20% de desconto na compra. Porém, como o caderno era para sua filha e o livro para sua irmã, Ana precisa saber qual o valor do desconto em cada item.

Logo, devemos aplicar o valor do desconto por item separadamente.

Livro:

$$\frac{20}{100} = 0,20 \times \text{R\$ } 80,00 = \text{R\$ } 16,00$$

Caderno:

$$\frac{20}{100} = 0,20 \times \text{R\$ } 30,00 = \text{R\$ } 6,00$$

Assim, nesse caso, o cálculo de 20% de dois valores distintos, representam valores diferentes. O desconto do livro foi de R\$ 16,00 e do caderno de R\$ 6,00, mesmo ambos sendo percentualmente o mesmo valor de 20% de desconto.

Portanto, devemos sempre ter muita atenção quando se tratar de problemas envolvendo porcentagens iguais de valores diferentes.



Quer dizer então que podemos utilizar a porcentagem tanto para aumentos quanto para descontos?

Isso mesmo EnigMário!

Vamos primeiro entender como funcionam os aumentos e descontos e como a porcentagem interfere nisso?



A porcentagem também é utilizada para representar aumentos ou descontos em relação a uma quantidade inicial. Por exemplo, se um produto que custava R\$ 100,00 sofre um aumento de 10%, seu novo preço será R\$ 110,00, ou seja, 1,10 do valor inicial. Assim, se possuir um valor inicial C e queremos calcular esse valor após um aumento de 10% fazemos

$$C + C(0,10) = C(1 + 0,10) = C(1,10),$$

Da mesma forma, se ele teve um desconto de 10%, seu novo preço será de R\$ 90,00, ou seja, passou a custar 90% do valor inicial, ou seja, 0,90 desse valor. Assim, se possuir um valor inicial C e queremos calcular esse valor após um desconto de 10% fazemos:

$$C - C(0,10) = C(1 - 0,10) = C(0,90),$$

onde C nos exemplos citados acima, representam o valor inicial ou capital inicial, ou seja, os R\$ 100,00.

Mas cuidado!!!! Não existe desconto maior que 100%.

Tenho certeza que já viu em propagandas de lojas: “Compre a vista e ganhe 20% de desconto” ou ainda “Leve 3 unidades e pague somente 2”, onde você economiza aproximadamente 33% do valor total.

Vamos entender como isso funciona?



Mas como obtenho esses números?

Como faço para saber outros valores diferentes?

Vou te explicar como obter esses decimais.

Veja essa tabela 2.1, com alguns valores diferentes do exemplo acima.



| % | Aumento | Desconto |
|------|---------|----------|
| 5 | 1,05 | 0,95 |
| 10 | 1,10 | 0,90 |
| 13,5 | 1,135 | 0,865 |
| 20 | 1,20 | 0,80 |
| 50 | 1,50 | 0,50 |
| 99 | 1,99 | 0,01 |
| 100 | 2,00 | 0,00 |
| 200 | 3,00 | – |

Tabela 2.1: Tabela de Fatores Multiplicativos

Essas representações decimais são chamadas de fator de atualização.

Utilizamos quando queremos aplicar um aumento ou um desconto a algum valor.



Então, se entendi direito, para saber quanto irá render o dinheiro ou quanto de desconto será concedido, eu multiplico o decimal que representa a porcentagem pelo valor total?

Exatamente isso!!

Assim teremos o valor final a ser pago, já considerando o aumento ou o desconto.

Vamos analisar mais alguns exemplos para ficar bem entendido, caso ainda tenha ficado alguma dúvida?



Para se calcular o valor final de um produto que custava R\$ 100,00 e sofreu um aumento de 10%, fazemos:

$$\text{Valor final} = \text{R}\$100,00 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) = \text{R}\$100,00 \times 1,10 = \text{R}\$110,00.$$

Assim, o novo preço do produto será R\$ 110,00.

Caso o produto sofra um desconto de 10%, fazemos:

$$\text{Valor final} = \text{R}\$100,00 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = \text{R}\$100,00 \times 0,90 = \text{R}\$90,00.$$

Portanto, o novo preço do produto será R\$ 90,00.



E se eu quiser saber qual foi a alteração do valor em percentual, se eu tenho apenas o valor atual e o valor anterior?

Para obter o fator de atualização, dividimos o valor atual pelo valor anterior.

Dessa forma, podemos analisar o fator de atualização obtido.



- ◇ Fator de atualização igual a 1 – Não houve alteração no valor inicial.
- ◇ Fator de atualização maior que 1 – Houve um aumento no valor inicial.
- ◇ Fator de atualização menor que 1 – Houve um desconto no valor inicial.

Dessa forma, quando o fator de atualização for maior que 1, a quantidade decimal que passou de uma unidade irá representar o percentual de aumento. Da mesma forma, quando o fator de atualização for menor que 1, a quantidade decimal que falta para complementar uma unidade, será o percentual de desconto. No caso da divisão resultar 1, quer dizer que os valores são iguais, logo não teve nenhuma variação.

Outra interpretação que às vezes é feita equivocadamente. O decimal obtido após realizada a divisão dos valores, principalmente nos casos em que o resultado é abaixo de 1, não representa o percentual de desconto concedido e sim, o percentual que o produto passará a custar após a aplicação do desconto em comparação com o valor original.

Temos também uma grande confusão quando o valor dobra tendo sido multiplicado pelo fator de atualização 2,00, o que não corresponde a um aumento de 200% e sim de um aumento de 100%. Da mesma forma que um aumento de 200% triplica o valor, ao ser multiplicado por 3,00, e assim sucessivamente, conforme observamos na Figura 2.1.

Outra representação que é bastante controversa, ao transformarmos 5% e 50%, por exemplo, em decimal. Há uma dúvida bem comum nisso e podemos observar também na Figura 2.1 que são bastantes diferentes. O valor de 5% é representado pelo decimal 0,05 e o valor de 50% pelo decimal 0,50.

Devemos então tomar cuidado nas interpretações em situações do nosso cotidiano.



Nossa Lucrácio, agora sim tudo começa a fazer sentido pra mim.

Mas e se tiver um aumento e depois outro ou até mesmo um aumento e um desconto ou dois descontos?

Por exemplo, se eu tiver três aumentos de 10%, quer dizer que aumentou 30%?

Boa pergunta EnigMário!

Uma confusão também muito comum entre as pessoas é quando nos referimos a aumentos e descontos sucessivos.

Três aumentos sucessivos de 10%, não significa que tivemos um aumento real de 30%.

Olha esse exemplo de como calcular nessa situação...



Para se calcular o real aumento, basta multiplicarmos o fator de atualização referente a cada um dos aumentos: $1,10 \times 1,10 \times 1,10$, obtendo assim o resultado de 1,331 que corresponde a um aumento de 33,10%.

Da mesma forma é com o desconto, se tivermos dois descontos sucessivos de 10% não significa que teremos um desconto real de 20%. Para se calcular o real desconto, basta multiplicarmos o fator de atualização referente a cada um dos descontos: $0,90 \times 0,90$, obtendo assim o resultado de 0,81 que corresponde a um desconto de 19%.

EXEMPLO 2.2.5:

Suponhamos que um produto que custa R\$ 200,00 sofra dois aumentos sucessivos de 15%, assim teremos

$$1,15 \times 1,15 = 1,3225 \qquad \text{R\$ } 200,00 \times 1,3225 = \text{R\$ } 264,50 ,$$

ou seja, ele teve um aumento real de 32,25% passando então a custar R\$ 264,50 e não R\$ 260,00 como a maioria das pessoas imagina.

EXEMPLO 2.2.6:

Suponhamos agora que o mesmo produto que custa R\$ 200,00 sofra dois descontos sucessivos de 12%, assim teremos

$$0,88 \times 0,88 = 0,7744 \qquad \text{R\$ } 200,00 \times 0,7744 = \text{R\$ } 154,88 ,$$

ou seja, ele teve um desconto real de 22,56% passando então a custar R\$ 154,88, e não R\$ 152,00 como a maioria das pessoas imagina.



Caramba!!! Então é só saber se teve aumento ou desconto, escrever o fator de atualização de cada variação que aconteceu e multiplicar tudo no final.
Entendi tudo que me explicou.

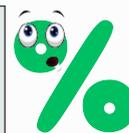
Muito bom EnigMário!!

Você é mesmo um aluno exemplar e tenho certeza que irá conseguir resolver o problema com o seu salário da melhor forma possível.



Mas Lucrácio, toda vez que eu for dividir meu dinheiro terei que fazer os cálculos?
Isso vai me dar muito trabalho!

Nunca ouviu falar de planilhas eletrônicas?
Essa ferramenta facilita e muito o controle financeiro das pessoas.
Vou te mostrar como funciona. . .



2.3 Utilização da Planilha Eletrônica para um Planejamento Financeiro

Criar um controle é muito importante para um planejamento financeiro eficaz. Com uma planilha, você pode listar o quanto destina para cada categoria de gastos e acompanhar se está tudo indo conforme programado.



Lucrácio, então chegou a hora de dividirmos o meu salário de acordo com cada um dos gastos que tenho.
Você me ajuda? Vamos lá?

Claro!!!!
Pra começar, precisamos que informe o valor do seu salário e as suas despesas.



Meu salário é R\$ 2000,00 e as minhas despesas são:

| | |
|-------------------|------------|
| Aluguel | R\$ 800,00 |
| Transporte | R\$ 120,00 |
| Alimentação | R\$ 250,00 |
| Lazer | R\$ 180,00 |
| Higiene Pessoal | R\$ 110,00 |
| Cartão de Crédito | R\$ 350,00 |

O que devemos fazer agora?

Agora vou te explicar o que é, como criar uma planilha e como lançar suas despesas e seu rendimento nela. Depois faremos a sua planilha para que, a partir de hoje, você sempre utilize para controlar os seus gastos e veja se irá ou não sobrar algum valor para investir.



Planilhas eletrônicas são aplicações que permitem as pessoas criarem, editarem e organizarem os dados em formato de tabela.

O [Microsoft Excel](#), [Planilhas Google](#) e [LibreOffice Calc](#), são exemplos populares de softwares de planilhas eletrônicas e gratuitas. São ferramentas muito úteis para a organização pessoal e financeira.

Inserindo regularmente na planilha todas as receitas e despesas, e separando-as em categorias, nos permite definir o limite de gastos em cada uma dessas categorias e nos ajuda a entender o padrão de gastos no decorrer do mês, identificando áreas onde podemos economizar.

Com a prática e o uso permanente, as planilhas eletrônicas podem se tornar uma ferramenta poderosa para nos ajudar a manter nossas finanças sob controle e alcançar os objetivos financeiros pretendidos [6].

Vamos aprender como criar uma planilha para fazer esse controle? Aqui está um passo a passo básico de como criar uma planilha de controle financeiro no Excel.



1. Abra o Excel e crie um novo documento em branco;
2. Na primeira linha, insira os títulos das colunas para as seguintes categorias: Descrição, Receitas, Despesas e Saldo;
3. Na coluna Descrição, insira uma breve descrição de cada transação (por exemplo, “Supermercado”, “Aluguel”, “Salário”, etc.), sendo que a última linha será o Total;
4. Na coluna Receitas, insira o valor de todos os valores recebidos (como salário, renda extra, etc.).

5. Na coluna Despesas, insira o valor de todos os valores gastos (como contas, compras, etc.);
6. Na coluna Saldo, insira uma fórmula para calcular o saldo atual. Por exemplo, o saldo inicial está na célula B2, você deve inserir a seguinte fórmula na célula correspondente à primeira linha de saldo $D2:=B2-C2$;
7. Em seguida sempre fazer na coluna do saldo, $D3:=D2+B3-C3$, $D4:=D3+B4-C4$ e assim sucessivamente até chegar a última linha utilizada na planilha, por exemplo, D8;
8. Para finalizar, selecionar todas as células da coluna de receita de B2 a B8 e clicar no símbolo de somatório. Repetir o procedimento na coluna de despesas nas células de C2 a C8;
9. Na célula de saldo C9 inserir a fórmula $=B9-C9$
10. Formate as células conforme desejado, por exemplo, formatando as colunas de descrição como dados, as colunas de valores como moeda, centralizadas, etc.;
11. Adicione mais linhas conforme necessário à medida que você faz transações financeiras ao longo do tempo, afinal, o planejamento financeiro não é estático e novas despesas podem surgir ao longo do mês;
12. Se desejar, você pode criar gráficos para visualizar melhor seus dados.
13. Selecione os dados que deseja incluir em um gráfico e vá para a guia “Inserir” e selecione a opção “Gráficos” para escolher o tipo de gráfico desejado;
14. Salve sua planilha com um nome para poder acessá-la facilmente.

Este é um exemplo básico de uma planilha de controle financeiro no Excel. Você pode expandir e personalizar conforme necessário, adicionando mais categorias, fórmulas, gráficos e recursos avançados de formatação conforme sua necessidade e habilidade com o Excel.

Vejamos agora, sua planilha (Tabela 2.2) e gráfico (Figura 2.2) já prontos EnigMário. Para que você controle os seus gastos e tome a decisão mais acertiva do que fazer com seu salário.



Obaaaaaaa!!!!!!

| Descrição | Receitas (R\$) | Despesas (R\$) | Saldo (R\$) |
|-------------------|-------------------|-------------------|----------------|
| Salário | 2.000,00 | | 2.000,00 |
| Aluguel | | 800,00 | 1.200,00 |
| Transporte | | 120,00 | 1.080,00 |
| Alimentação | | 250,00 | 830,00 |
| Lazer | | 180,00 | 650,00 |
| Higiene Pessoal | | 110,00 | 540,00 |
| Cartão de Crédito | | 350,00 | 190,00 |
| Total | 2.000,00 | 1.810,00 | 190,00 |

Tabela 2.2: Despesas mensais do EnigMário

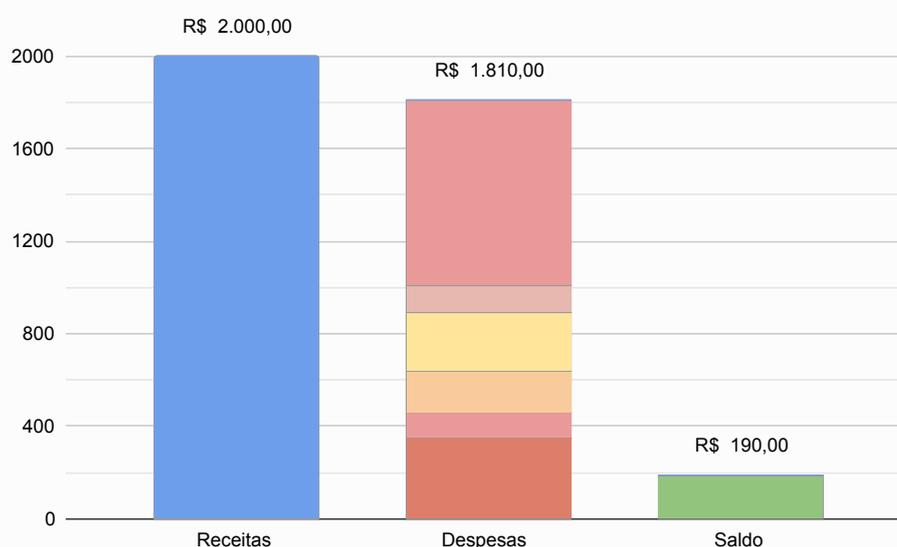


Figura 2.2: Gráfico de despesas EnigMário



Que legal Lucrácio, agora sim vai facilitar e muito a minha vida. Irei conseguir acompanhar de perto como faço meus gastos mensais.

Sim EnigMário, facilita e muito mesmo nosso planejamento financeiro.



Exercícios

- 1) [resp] Mariana recebeu seu salário mensal de R\$ 3000,00 e precisa dividir esse dinheiro entre suas despesas mensais, que incluem aluguel, alimentação, transporte e lazer. Ela sabe que precisa gastar $\frac{1}{3}$ do salário com o aluguel, $\frac{1}{4}$ com alimentação, $\frac{1}{6}$ com transporte e $\frac{1}{12}$ com lazer. Como Mariana deve dividir seu salário entre essas despesas? Irá sobrar ou faltar dinheiro para os seus compromissos do mês?
- 2) [resp] (**Comparação entre Gasolina e Álcool em Carro Flex**) João tem um carro flex e precisa decidir se vai abastecer com gasolina ou álcool. Ele sabe que o preço médio da gasolina é R\$ 6,00 por litro e do álcool é R\$ 4,00 por litro. O carro dele roda 10 km por litro de gasolina, e o desempenho da gasolina é 30% maior que o do álcool. Qual combustível é mais econômico para ele?
- 3) [resp] (**Planejamento de Viagem**) Maria tem um carro flex e está planejando uma viagem de 300 km. Ela precisa decidir entre abastecer com gasolina ou álcool. Sabendo que o preço da gasolina é R\$ 6,00 por litro e o do álcool é R\$ 4,00 por litro, e que seu carro roda 11 km por litro de gasolina, e o desempenho da gasolina é 30% maior que o do álcool, qual será o custo total da viagem com cada combustível?
- 4) [resp] (**Análise Comparativa dos Preços de Álcool e Gasolina: Refazendo Exercícios Anteriores e Avaliando os Resultados**) Pesquise no posto de gasolina mais próximo de sua casa o preço do álcool e da gasolina e refaça os exercícios anteriores utilizando esses valores. Compare os resultados obtidos com os dados fornecidos anteriormente. Responda às seguintes perguntas
- a) Qual é o preço do álcool e da gasolina no posto de gasolina próximo a sua casa?
- b) Qual é o custo por km rodado com gasolina e com álcool usando os preços locais? Use o rendimento do carro de alguém da sua família ou conhecido.
- c) Com base nos preços locais, qual combustível é mais econômico para você? Por quê? No caso pesquisado, o desempenho da gasolina é 30% maior que o do álcool?
- d) Se você fosse fazer uma viagem de 300 km, quanto gastaria com gasolina e quanto gastaria com álcool, considerando os preços locais?
- e) Qual seria a economia total ao escolher o combustível mais barato para a viagem de 300 km?
- 5) [resp] Luiza estava pensando em comprar um notebook e viu uma promoção em uma loja onde o preço inicial do notebook era de R\$ 4000,00. No entanto, após alguns dias, ela notou que o preço subiu 20%. Desapontada, ela continuou de olho e, para sua surpresa, mais tarde houve um desconto de 25%. Qual será o preço final do notebook após passar pelo aumento e pelo desconto?
- 6) [resp] Carlos decidiu comprar uma TV nova e encontrou uma oferta especial em uma loja. O preço inicial da TV era de R\$ 3000,00. No entanto, a loja ofereceu dois descontos sucessivos: primeiro, um desconto de 15% sobre o preço original; em seguida, um desconto adicional de 10% sobre o novo preço com desconto. Quanto Carlos pagará pela TV após aplicar os dois descontos sucessivos?
- 7) [resp] (ENEM) Uma pessoa comercializa picolés. No segundo dia de certo evento ela comprou 4 caixas de picolés, pagando R\$ 16,00 a caixa com 20 picolés para revendê-los no evento. No dia anterior, ela havia comprado a mesma quantidade de picolés, pagando a mesma quantia, e obtendo um lucro de R\$ 40,00 (obtido exclusivamente pela diferença entre o valor de venda e o de compra dos picolés) com a venda de todos os picolés que possuía. Pesquisando o perfil do público que estará presente no evento, a pessoa avalia que será possível obter um lucro, 20% maior do que o obtido com a venda no primeiro dia do evento. Para atingir seu objetivo, e supondo que todos os picolés disponíveis foram vendidos no segundo dia, o valor de venda de cada picolé, no segundo dia, deve ser:
- a) R\$ 0,96.

- b) R\$ 1,00.
- c) R\$ 1,40.
- d) R\$ 1,50.
- e) R\$ 1,56.

8) [resp] (Fazendo uma renda extra:) Joana decidiu iniciar um negócio de brigadeiros como uma renda extra. Ela planeja vender brigadeiros com uma margem de lucro de 100% sobre o custo total dos ingredientes. Joana faz uma receita que rende 25 brigadeiros e utiliza os seguintes ingredientes:

- a) 1 lata de leite condensado (395 g), que custa R\$ 4,95.
- b) 4 colheres de sopa de chocolate em pó, com o preço de 1 colher sendo R\$ 8,00.
- c) 1 colher de margarina, com preço médio de R\$ 0,50.
- d) 2 pacotes de granulado, cada um custando R\$ 5,49 por 100 g, e ela usa 200 g.
- e) Forminhas para brigadeiro, com custo de R\$ 2,00 por receita.
Qual deve ser o preço de venda de cada brigadeiro para que Joana alcance o lucro desejado de 100% sobre o custo?

9) [resp] (Projeto: Conseguindo uma renda extra para a formatura.)

- a) **Objetivo:**
O objetivo deste exercício é simular um projeto de arrecadação de fundos para a festa de formatura da turma, utilizando a produção e venda de brigadeiros como estratégia.
- b) **Desafio:** A turma precisa arrecadar R\$ 1000,00 para a festa de formatura. O prazo para atingir essa meta é de 20 semanas.
- c) **Estratégia de Arrecadação:** A estratégia escolhida é a produção e venda de brigadeiros.
- d) **Tabela de Planejamento:**
Crie uma tabela de planejamento que inclua:

i) Custo Total para a Festa de Formatura: R\$ 1000,00

ii) Custo de Produção e rendimentos de Brigadeiros:

iii) Arrecadação Semanal Necessária: Determine quanto a turma precisa arrecadar por semana para atingir a meta em 20 semanas.

10) [resp] (Comparação de Preços: Compras Online versus Compras em Loja)

Você já se perguntou se existe diferença entre comprar online e comprar em uma loja física? Neste exercício, proponho explorarmos essa questão mediante uma análise comparativa de preços.

a) **Objetivo:**

Pesquise o preço de três itens da mesma marca e numeração, como um par de tênis, uma camiseta ou um eletrônico. Compare os preços encontrados em uma loja física com os preços disponíveis em uma loja online para os mesmos itens.

b) **Passos a Seguir:** Escolha três produtos da mesma marca e numeração para pesquisar. Visite uma loja física próxima e anote os preços dos itens selecionados. Em seguida, acesse um site de compras online confiável e verifique os preços dos mesmos produtos. Calcule a diferença percentual entre os preços da loja física e da loja online para cada item.

c) **Perguntas a Responder:**

- i) Qual foi a diferença percentual média encontrada entre os preços da loja física e da loja online?
- ii) Houve variação significativa nos preços de um produto para o outro ao comparar loja física e loja online?
- iii) Com base nos resultados, você acha que existe uma vantagem clara em comprar online ou na loja física para esses tipos de produtos?
- iv) Apresente uma tabela com os preços dos produtos pesquisados na loja física e na loja online, assim como as diferenças percentuais calculadas.

Explorando Oportunidades: Renda Extra e Planejamento

EnigMário, já parou para pensar em como seria ter uma fonte adicional de renda?

Aliás, você sabe o que é renda extra?



Renda Extra?? Não sei o que é.

É aquela renda além do salário principal, que pode vir de diferentes fontes, como trabalhos temporários ou informais, vendas de produtos ou serviços, investimentos, entre outros. A busca por uma renda extra pode trazer benefícios significativos para a vida pessoal e profissional de várias maneiras.



Seria maravilhoso se eu conseguisse, mas como posso fazer isso?

Vamos explorar algumas razões pelas quais considerar uma renda extra pode ser valioso.



Complementar as contas e prevenir imprevistos: muitas vezes está difícil manter as contas da casa, apenas com o salário fixo. Nesse sentido, a renda extra pode ser um respiro, ao permitir enfrentar imprevistos e alcançar objetivos financeiros de curto e longo prazo.

Desenvolvimento de Habilidades: você sabia que ao fazer uma renda extra, desenvolvemos nossas habilidades e pensamento criativo? Quando buscamos algo extra para fazer, temos a chance de aprender coisas novas que podem ser bem úteis lá na frente, nas suas futuras carreiras.

Empreendedorismo: buscar uma renda extra envolve empreender e buscar soluções criativas. Essa experiência pode abrir portas para futuros empreendimentos e projetos inovadores.

Concretização de Sonhos e Metas: podemos direcionar o dinheiro conseguido por meio de uma renda extra para realização de sonhos pessoais e metas estabelecidas. Por exemplo, viagens, cursos, ou mesmo a organização de eventos especiais, como uma festa de aniversário ou formatura.



Ahhhh... O exercício sobre como obter a renda extra para a formatura, mostrou como garantir esse recurso vendendo brigadeiros.

Mas devemos ter cautela em tudo o que fazemos!
É importante definir objetivos claros, estabelecer um plano de ação, gerenciar recursos financeiros com responsabilidade e avaliar regularmente o progresso e os resultados alcançados. Planejamento é fundamental!!!
Após este capítulo, já sabemos como usar planilhas no Excel, que podem ser muito úteis para esse propósito.



Está sendo fascinante mergulhar nesse universo. Porém, apesar de ter uma ideia de como fazer a divisão do meu dinheiro, ainda não sei o que fazer com ele.
Por exemplo, o que fazer com a parte que sobra?
Aliás, tem que sobrar algo?
Como faço para que sobre alguma quantia?
Pois na maioria das vezes até falta.

Calma EnigMário!
Agora que você já mergulhou nas partes introdutórias de frações e porcentagem na Matemática, podemos avançar para os tópicos mais específicos da Matemática Financeira, que se baseiam nessas noções fundamentais.
É aqui que eu entro!



E caso precise de mim novamente, é só chamar EnigMário.



Obrigado meu amigo!

Então, agora podemos explorar temas como o valor do dinheiro no tempo, juros simples, juros compostos e muito mais. Está preparado? Vamos lá?



Vamos nessa!!!!

3

Avançando para o Próximo Nível: Compreensão Financeira

| | |
|--|----|
| 3.1 Os Juros | 23 |
| 3.2 O Valor do Dinheiro no Tempo | 33 |
| 3.3 Taxas Equivalentes | 43 |
| 3.4 Cartão de Crédito: A perda do Controle pode começar por aí | 48 |
| 3.5 Desvendando as Tabelas SAC e Price | 50 |
| Exercícios | 53 |
| O uso da Calculadora como uma Ferramenta Poderosa | 54 |

3.1 Os Juros

Primeiramente temos que conhecer os termos que envolvem o cálculo de juros e o que significa cada um deles, tanto em empréstimos e financiamentos como em aplicações financeiras. Sabe o que é e como funciona?



Pensei que juros só existia quando pegamos um empréstimo ou fazemos um financiamento.

Não EnigMário. Sabe quando colocamos um dinheiro na poupança ou em alguma outra aplicação e esse dinheiro rende? Esse rendimento também se chama Juros. Vamos ver como utilizar dele para nos beneficiar e depois aprender como calculá-lo.



Agora sim, acho que conseguiremos ter uma ideia de como aplicar o que sobra do meu salário.

A compreensão e aplicação dos conceitos de porcentagem, descontos à vista e a prazo, juros simples e juros compostos são fundamentais em diversas áreas da vida cotidiana e, em especial, nas finanças pessoais e empresariais. Esses conceitos são utilizados para realizar cálculos financeiros, tomar decisões de investimento, calcular lucros e prejuízos, entre outras aplicações.

Os descontos à vista e a prazo são aplicados em transações comerciais e financeiras. O desconto à vista é uma redução no preço de um produto ou serviço quando o pagamento é feito imediatamente. É uma estratégia utilizada para incentivar o pagamento antecipado e garantir fluxo de caixa para o vendedor. Já o acréscimo de juros a prazo é concedido quando o pagamento é realizado em um prazo determinado, sendo comum em compras parceladas. Os descontos e acréscimos são calculados com base no valor total da compra e na taxa estabelecida durante o período estipulado.

Vejamos alguns termos utilizados no cálculo de Juro.



O **capital** (C) é o valor inicial tomado de empréstimo ou aquele que será aplicado, isto é, o valor antes do rendimento ou aplicação de juros.

O **juro** (J) é o valor que será pago ou recebido pelo empréstimo do Capital, ou seja, o detentor do dinheiro empresta a quem precisa e, em contrapartida, recebe uma espécie de “aluguel” dessa quantia. Dessa forma, o dono do dinheiro inicial emprestado visa o lucro com a operação e a compensação dos riscos que irá correr durante o período do empréstimo.

Já a **taxa de juros** (i) é a razão entre os juros pagos no final do tempo de empréstimo ou investimento e o valor inicial considerado, o nosso Capital. Essa taxa é expressa em porcentagem e para encontrarmos qual foi a taxa aplicada, basta dividirmos os juros pelo capital inicial. Assim $i = J/C$ nos fornece a taxa de juros em número decimal.

O **tempo** (t) será o período em que o Capital ficará submetido a aplicação da taxa de juros. Uma observação muito importante é que a taxa de juros e o tempo sempre devem estar na mesma unidade. Por exemplo, se a taxa estiver ao mês, o tempo também deve estar em meses e se for considerado ao ano, ambos deverão estar ao ano. Caso contrário, teremos que converter o período da taxa ou o tempo para que ambos fiquem na mesma unidade. A conversão da taxa será tratado mais adiante na seção *Taxas Equivalentes*.

O **montante** (M) é o valor do capital inicial somado com o valor do juros total ao final do tempo considerado, ou seja, para chegarmos ao valor do montante somamos o capital com os juros $M = C + J$.

E existem dois tipos de juros EnigMário, o simples e o composto.
Os juros simples e juros compostos são conceitos importantes na matemática financeira.



Mas a forma de calcular é a mesma nos dois?
Qual a diferença entre eles e como isso interfere nas finanças?

Os juros simples e os juros compostos são duas formas diferentes de calcular o acréscimo financeiro em um determinado valor ao longo do tempo.
Vamos compará-los e discutir o crescimento de cada um deles.



No sistema de **juros simples**, os juros são calculados apenas sobre o valor inicial ou valor principal, chamado de Capital. Os juros permanecem constantes a cada período e não são acrescidos ao capital original para a realização do cálculo no período seguinte. O crescimento dos juros simples é linear, o que significa que os juros se acumulam em uma taxa constante ao longo do tempo.

EXEMPLO 3.1.1: Suponha que uma pessoa queira investir R\$ 1000,00 em uma aplicação que lhe promete juros simples de 10% ao ano. Qual será o saldo total ao final de 3 anos?

$$\text{Ano 1: } R\$ 1000,00(0,10) = R\$ 100,00$$

$$\text{Ano 2: } R\$ 1000,00(0,10) = R\$ 100,00$$

$$\text{Ano 3: } R\$ 1000,00(0,10) = R\$ 100,00$$

$$J = R\$ 100,00 \times 3 = R\$ 300,00$$

$$M = R\$ 1000,00 + R\$ 300,00 = R\$ 1300,00$$

O Capital de R\$ 1000,00 é multiplicado pela taxa de 10%, obtendo-se R\$ 100,00 a cada ano. Em seguida, esse valor é multiplicado por 3, sendo o número de anos em que o dinheiro foi aplicado, gerando assim o juro total de R\$ 300,00. O valor final resgatado ao final de 3 anos é de R\$ 1300,00 que é a soma do capital mais os juros, ou seja, o Montante. A tabela 3.1 resume o rendimento do investimento.

| Ano | Capital (R\$) | Juros no ano (R\$) | Juros totais (R\$) | Montante (R\$) |
|-----|------------------|---------------------------------|-----------------------|-------------------|
| 1 | 1.000,00 | $1.000,00 \times 0,10 = 100,00$ | 100,00 | — |
| 2 | 1.000,00 | $1.000,00 \times 0,10 = 100,00$ | 200,00 | — |
| 3 | 1.000,00 | $1.000,00 \times 0,10 = 100,00$ | 300,00 | 1.300,00 |

Tabela 3.1: Tabela juros simples

Assim, para se calcular os juros simples, devemos multiplicar o valor do Capital pela taxa de juros aplicada a cada período e pelo tempo em que esse valor ficará rendendo, obtendo assim o valor final. Ou seja, se quisermos escrever uma fórmula para esse cálculo utilizando as letras correspondentes já mencionadas anteriormente para cada termo, teremos:

$$J = Cit,$$

onde J é o Juro, C é o capital, i é a taxa de juros e t é o tempo. Lembrando mais uma vez que, a taxa de juros e o tempo devem sempre estar na mesma unidade, ou seja, se a taxa estiver ao mês, o tempo também deve estar em meses e se for considerado ao ano, ambos deverão estar ao ano.

Já no sistema de **juros compostos**, os juros são calculados sobre o valor do Capital atualizado e, conseqüentemente, em cada período, também sobre os juros

acumulados anteriormente. O efeito dos juros compostos é que o montante cresce significativamente mais rápido do que nos juros simples. O chamado “juros sobre juros”.

EXEMPLO 3.1.2: Utilizando a mesma situação do exemplo 3.1.1, dado nos juros simples, se a pessoa investisse o valor de R\$ 1000,00, sobre a mesma taxa de juros de 10% ao ano durante 3 anos, porém no regime de juros compostos, o valor final do investimento será:

$$\text{Ano 1: } R\$ 1000,00 + R\$ 1000,00(0,10) = R\$ 1100,00$$

$$\text{Ano 2: } R\$ 1100,00 + R\$ 1100,00(0,10) = R\$ 1210,00$$

$$\text{Ano 3: } R\$ 1210,00 + R\$ 1210,00(0,10) = R\$ 1331,00$$

$$M = R\$ 1331,00$$

Vejamos, na tabela 3.2, o resumo desse investimento, no novo sistema de juros.

| Ano | Capital (R\$) | Juros no ano (R\$) | Montante (R\$) |
|-----|------------------|---------------------------------|-------------------|
| 1 | 1.000,00 | $1.000,00 \times 0,10 = 100,00$ | 1.100,00 |
| 2 | 1.100,00 | $1.100,00 \times 0,10 = 110,00$ | 1.210,00 |
| 3 | 1.210,00 | $1.210,00 \times 0,10 = 121,00$ | 1.331,00 |

Tabela 3.2: Tabela juros compostos

Podemos então facilmente verificar que, a taxa de juros ao incidir sobre o novo valor do capital acrescido dos juros, irá gerar um valor a mais de rendimento. Logo, o cálculo de juros compostos é derivado do conceito de aplicar juros sobre o capital inicial acrescido dos juros acumulados em cada período.

Se os juros são compostos, os juros são aplicados sobre o novo montante a cada período:

No primeiro período:

$$M = C + Ci = C(1 + i)$$

No segundo período:

$$M = C(1 + i)(1 + i) = C(1 + i)^2$$

No terceiro período:

$$M = C(1 + i)^2(1 + i) = C(1 + i)^3$$

No quarto período:

$$M = C(1 + i)^3(1 + i) = C(1 + i)^4$$

Prosseguindo recursivamente, temos:

$$M = C(1 + i)^t$$

Assim, ao considerar o sistema de juros compostos, a expressão para calcular o montante acumulado ao longo do tempo é dada por:

$$M = C(1 + i)^t$$

onde M é o montante, C é o capital inicial, i é a taxa de juros, e t é o tempo.

Muito importante destacar que o tempo e a taxa de juros devem estar na mesma unidade de tempo, tanto nos juros simples como nos juros compostos.

Portanto, os juros compostos resultam em um crescimento exponencial, uma vez que os valores acumulados são reinvestidos e rendem juros adicionais em cada período.



E o que significa um crescimento linear e um crescimento exponencial?

Vejamos a seguir o que significa cada um deles.



O crescimento exponencial dos juros compostos significa que, à medida que o tempo passa, o montante total cresce cada vez mais rapidamente. Isso ocorre devido ao reinvestimento dos juros, que leva a um aumento progressivo no capital sobre o que os juros são calculados.

A longo prazo, o crescimento exponencial dos juros compostos pode levar a uma acumulação substancial de riqueza, especialmente se a taxa de juros for significativa

e o tempo for extenso. Ao contrário dos juros simples em que seu crescimento será linear e o cálculo desses juros será sempre sobre o valor do capital inicial.

Ilustrando o que foi dito, vejamos os seguintes exemplos:

EXEMPLO 3.1.3: Se tivermos R\$ 200,00 hoje, e fizer uma aplicação durante 8 meses, com um rendimento de 10% ao mês, quanto renderia esse valor em juros simples e em juros compostos?

Calculando o montante no sistema de juros simples e compostos, temos:

Juros Simples:

$$\begin{aligned} J &= Cit \\ &= \text{R\$ } 200,00 \times 0,10 \times 8 \\ &= \text{R\$ } 20,00 \times 8 \\ &= \text{R\$ } 160,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= C + J \\ &= \text{R\$ } 200,00 + \text{R\$ } 160,00 \\ &= \text{R\$ } 360,00 \end{aligned}$$

Juros compostos:

$$\begin{aligned} M &= C(1 + i)^t \\ &= \text{R\$ } 200,00(1 + 0,10)^8 \\ &= \text{R\$ } 200,00(1,10)^8 \\ &= \text{R\$ } 200,00(2,1436) \\ &= \text{R\$ } 428,72 \end{aligned}$$

Podemos, assim, observar na Tabela 3.3 e no gráfico da Figura 3.1, que o crescimento do montante no sistema de juros compostos será bem mais rápido do que em juros simples.

| Mês | Juros Simples (R\$) | Juros Compostos (R\$) |
|-----|------------------------|--------------------------|
| 0 | 200,00 | 200,00 |
| 1 | 220,00 | 220,00 |
| 2 | 240,00 | 242,00 |
| 3 | 260,00 | 266,20 |
| 4 | 280,00 | 292,82 |
| 5 | 300,00 | 322,10 |
| 6 | 320,00 | 354,31 |
| 7 | 340,00 | 389,74 |
| 8 | 360,00 | 428,72 |

Tabela 3.3: Comparação entre juros simples e compostos

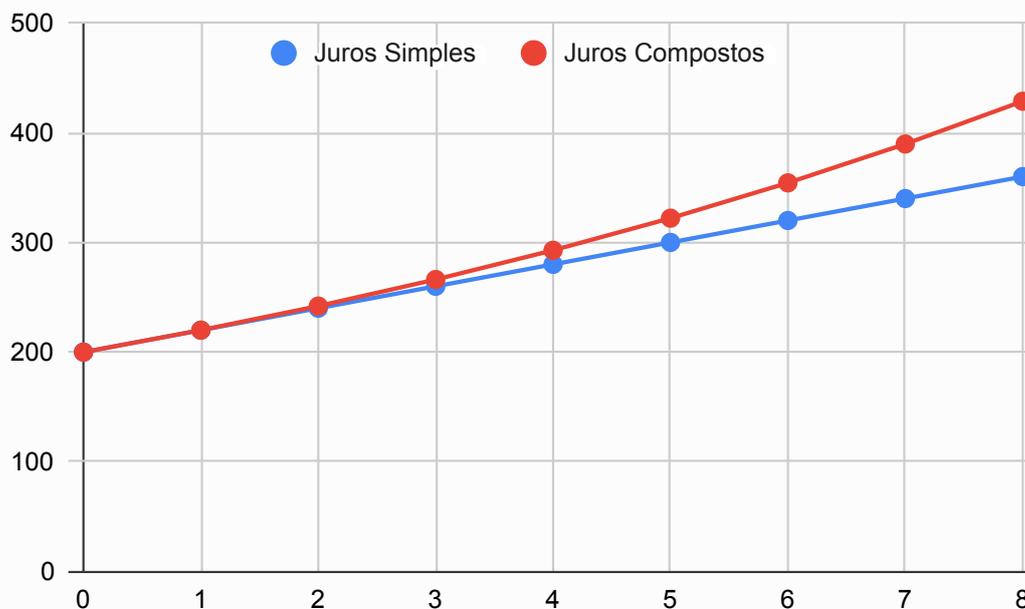


Figura 3.1: Comparação entre juros simples e compostos.

EXEMPLO 3.1.4: Suponhamos agora que o pai de um estudante quer comprar um computador que custa R\$ 3000,00 e tem a opção de financiar esse valor com juros simples ou compostos. Ele resolveu financiar em um período de 2 anos a uma taxa de juros de 5% ao mês para ambos os sistemas.

Como a taxa de juros está ao mês e o tempo são 2 anos, transformaremos em meses, logo consideraremos 24 meses.

No sistema de juros simples, os juros são calculados apenas sobre o valor principal, o que significa que a cada mês, você paga um valor fixo de juros. Assim:

$$\begin{aligned} J &= Cit \\ &= \text{R\$ } 3000,00 \times 0,05 \times 24 \\ &= \text{R\$ } 3000,00 \times 1,2 \\ &= \text{R\$ } 3600,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= C + J \\ &= \text{R\$ } 3000,00 + \text{R\$ } 3600,00 \\ &= \text{R\$ } 6600,00 \end{aligned}$$

No sistema de juros compostos, os juros são calculados sobre o valor acumulado, ou seja, a cada mês, os juros são aplicados sobre o montante do mês anterior.

$$\begin{aligned} M &= C(1 + i)^t \\ &= \text{R\$ } 3000,00(1 + 0,05)^{24} \\ &= \text{R\$ } 3000,00(1,05)^{24} \\ &= \text{R\$ } 3000,00(3.2250) \\ &= \text{R\$ } 9675,30 \end{aligned}$$

Com esse exemplo fica ainda mais fácil visualizar no gráfico da figura 3.2, que mostra a comparação entre os dois sistemas de juros, como os valores do montante ao longo de 24 meses para um financiamento de R\$ 3000,00, com juros compostos, o montante cresce de forma mais acentuada ao longo dos meses em comparação aos juros simples.

Nessa outra situação a seguir, como a taxa e o tempo não estão na mesma unidade, devemos novamente fazer a conversão de um deles. Optamos pela conversão do

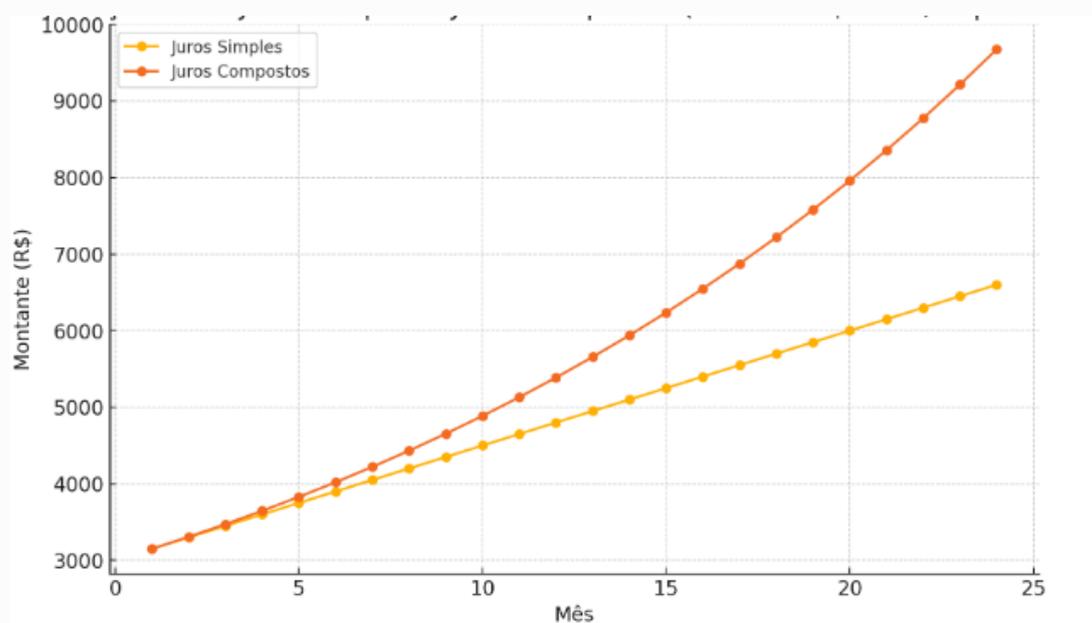


Figura 3.2: Comparação entre juros simples e compostos - 24 meses

tempo, pois a conversão da taxa abordaremos mais adiante em “*Taxas Equivalentes*”.

EXEMPLO 3.1.5: Um capital de R\$ 5000,00 foi aplicado sob uma taxa de juros compostos de 1% ao mês durante 1 ano e meio. Determine o valor do montante dessa aplicação.

Transformando-se 1 ano e meio para meses, teremos 18 meses, logo:

$$\begin{aligned}
 M &= C(1 + i)^t \\
 &= \text{R\$ } 5000,00(1 + 0,01)^{18} = \text{R\$ } 5000,00(1,01)^{18} \\
 &= \text{R\$ } 5000,00(1,1961) \\
 &= \text{R\$ } 5980,74
 \end{aligned}$$

Essa aplicação renderá quase 20% no período, pois

$$\frac{\text{R\$ } 5980,74}{\text{R\$ } 5000,00} = 1,196148 \approx 1,20.$$

O crescimento dos juros simples também pode ser comparado a uma progressão aritmética, pois aumenta de maneira linear ao longo do tempo. A cada período, um valor fixo é somado ao montante inicial, resultando em um crescimento constante e previsível. Já no caso dos juros compostos, como o crescimento é exponencial, se assemelha a uma progressão geométrica, onde cada termo é obtido multiplicando o termo anterior por um fator fixo, resultando em um crescimento acelerado.

Assim, enquanto os juros simples apresentam uma evolução gradual, os juros compostos trazem um crescimento mais rápido do valor.



Caso eu queira comprar um eletrodoméstico, posso escolher qual sistema de juros prefiro?

Nenhum sistema de empréstimo ou financiamento, utiliza de juros simples, especialmente em prazos longos, seja em financiamentos ou aplicações.



Em resumo, os juros simples resultam em um crescimento linear, enquanto os compostos levam a um crescimento exponencial devido ao reinvestimento dos juros obtidos no período. O sistema de juros compostos é geralmente mais vantajoso para investimentos de longo prazo, permitindo assim que o dinheiro cresça mais rapidamente devido ao efeito exponencial e por esse motivo, não são utilizados no mercado financeiro o sistema de juros simples.

Outro conceito muito importante que devemos entender é a variação do valor do dinheiro ao longo do tempo. É melhor dispor de R\$ 100,00 hoje do que ter esse valor em uma data futura?



Mas R\$ 100,00 são R\$ 100,00 Dinheirino!!!

3.2 O Valor do Dinheiro no Tempo

Você está enganado, EnigMário. O valor do dinheiro hoje é bem diferente do seu valor no futuro. O que você pode comprar agora com uma certa quantia pode não ser possível daqui a algum tempo.





Mas como assim Dinheirino?
Temos que ter uma máquina do tempo?

Claro que não!!

Essa movimentação é dada pela ideia de série de pagamentos e fluxo de caixa. Veja só a explicação.



A ideia de série de pagamentos e fluxo de caixa está diretamente ligada à forma como o dinheiro se movimenta ao longo do tempo. Quando pensamos em pagamentos, nem sempre eles acontecem de uma só vez. Muitas vezes, compramos algo hoje e pagamos aos poucos, em parcelas mensais. Isso é uma série de pagamentos, o qual é uma sequência de valores pagos ou recebidos em períodos regulares.

Já o fluxo de caixa é como se fosse uma história da vida financeira de uma pessoa ou empresa, mostrando todo o dinheiro que entra e sai ao longo do tempo. Ele ajuda a visualizar se estamos ganhando mais do que gastando ou se, em algum momento, o saldo fica negativo, indicando que estamos gastando mais do que recebemos.

Imagine, por exemplo, que você decide comprar um celular novo e financia o valor em 12 parcelas. A cada mês, você terá que pagar uma parte do valor, e essa sequência de pagamentos é uma série de pagamentos. Agora, se olharmos para todo o seu mês — considerando as entradas, como mesada ou salário, e as saídas, como contas de internet e a parcela do celular —, estamos analisando o seu fluxo de caixa.

Logo, tanto a série de pagamentos quanto o fluxo de caixa mostram como o dinheiro vai se movimentando no tempo, ajudando a planejar melhor e tomar decisões financeiras mais inteligentes.

Uma pessoa tendo R\$ 100,00 hoje pode aplicar esse valor e, com uma taxa de juros, por menor que seja, ter os mesmos R\$ 100,00 daqui a algum tempo e mais um valor complementar. Portanto, o dinheiro tem valor diferenciado ao longo do tempo, ou seja, só podemos comparar valores quando consideramos uma mesma data. Esta data é chamada de **data focal**.

Assim, quando precisamos comparar quantias, precisamos deslocá-las ao longo do tempo. Para realizar esse deslocamento, definimos uma data focal e analisamos os valores a serem comparados, exatamente nessa data.

Para deslocarmos uma quantia atual para uma data futura, devemos multiplicá-la pelo fator de atualização $(1 + i)$ a quantidade de períodos a serem deslocados. Logo, se temos um valor qualquer C e queremos movimentá-lo para daqui a 2 meses, basta multiplicar C por $(1 + i)(1 + i)$, ou seja, $(1 + i)^2$.

Da mesma forma, se necessitarmos deslocar uma quantia futura para o valor atual, basta dividirmos pelo fator de atualização $(1 + i)$ a quantidade de períodos a serem deslocados. Logo, se temos um valor qualquer C , dois meses a frente, e queremos seu valor atual, basta dividir C por $(1 + i)(1 + i)$, ou seja, $(1 + i)^2$, como podemos observar na Figura 3.3.

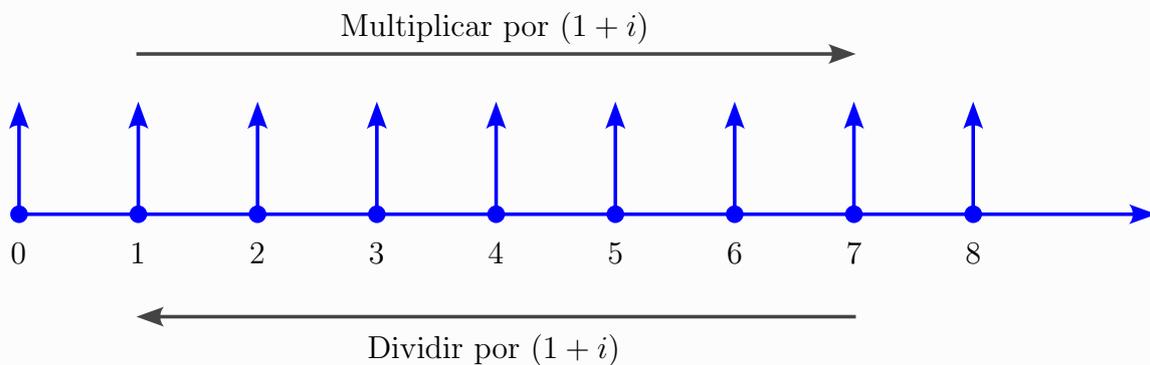


Figura 3.3: Deslocamento de dinheiro no tempo

Por exemplo, se tivermos R\$ 200,00 hoje, se quisermos saber quanto valerá daqui a 8 meses aplicado na poupança, com um rendimento de 0,5% ao mês, multiplicamos por $(1 + i)^8$, ou seja,

$$\text{R\$ } 200,00(1 + i)^8 = \text{R\$ } 200,00(1 + 0,005)^8 = \text{R\$ } 200,00(1,005)^8 = \text{R\$ } 208,14$$

Podemos então concluir que a movimentação de quantias no tempo se dá pela multiplicação ou divisão do valor considerado, pelo fator $(1 + i)^t$, onde t equivale à quantidade de períodos deslocados. E o que determinará se será uma multiplicação ou divisão é, respectivamente, se levamos essa quantia para o futuro ou trazemos para a data atual.



Então, qual é a melhor opção: comprar à vista ou a prazo?

Nessa situação, você precisa analisar o custo total da compra em cada uma das opções.
Olhe esses exemplos.



EXEMPLO 3.2.1: Uma loja oferece 3 opções como forma de pagamento para a compra dos seus produtos:

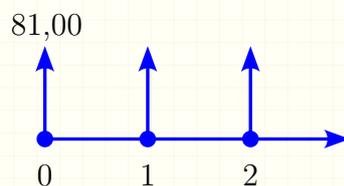
- 10% de desconto para o pagamento a vista;
- Parcelado em 2 vezes sem entrada;
- Parcelado em 3 vezes com uma entrada no ato da compra.

Sabendo que o dinheiro vale 1% ao mês se aplicado, qual das opções acima é a mais vantajosa?

Suponhamos primeiramente que o produto que será adquirido custe R\$ 90,00. Calcularemos o valor que será pago em cada uma das opções, deslocando os valores no tempo para o mês 0, ou seja, no ato da compra conforme esquemas apresentados abaixo.

Na opção (a) temos

$$\text{R\$ } 90,00(0,90) = \text{R\$ } 81,00$$

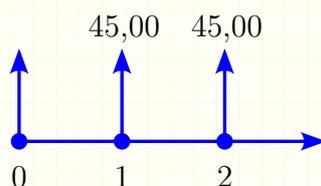


Na opção (b) temos

$$\frac{\text{R\$ } 45,00}{1,01} = \text{R\$ } 44,55$$

$$\frac{\text{R\$ } 45,00}{1,01^2} = \text{R\$ } 44,11$$

$$\text{Total} = \text{R\$ } 44,55 + \text{R\$ } 44,11 = \text{R\$ } 88,66$$

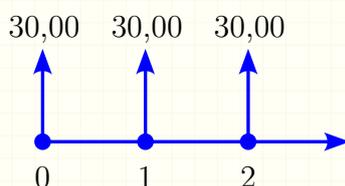


Enquanto na opção (c)

$$\frac{\text{R\$ } 30,00}{1,01} = \text{R\$ } 29,70$$

$$\frac{\text{R\$ } 30,00}{1,01^2} = \text{R\$ } 24,41$$

$$\text{Total} = \text{R\$ } 30,00 + \text{R\$ } 29,70 + \text{R\$ } 24,41 = \text{R\$ } 89,11$$



Portanto, considerando o conceito visto sobre série de pagamentos, e optando pelo pagamento à vista, pagaremos R\$ 81,00, sendo a opção mais vantajosa e a opção menos vantajosa é em 3 parcelas de R\$ 30,00.

EXEMPLO 3.2.2: Suponhamos agora que será feita a compra de um televisor a prazo em que seu valor à vista é de R\$ 2100,00 e as opções de parcelamento são as seguintes:

a) Em 3 parcelas iguais de R\$ 800,00

b) Em 7 parcelas iguais de R\$ 350,00

Considerando o pagamento da primeira parcela paga no momento da compra, qual a opção mais vantajosa?

Podemos observar que em ambos os parcelamentos pagaremos juros, pois na primeira opção o montante é de R\$ 2400,00 e na segunda opção R\$ 2450,00.

Ambos os parcelamentos, possuem uma entrada no momento da compra, conforme ilustrado nos esquemas a seguir, em que os valores estão em reais e que o dinheiro vale 2% ao mês.

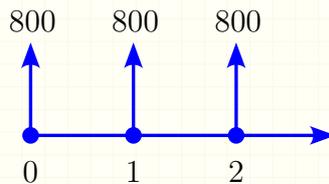
Movimentaremos os valores para o mês 2 como referência, assim na opção:

a) Calcularemos quanto valerá as duas parcelas iniciais no mês 2:

$$\text{R\$ } 800,00(1,02)^2 = \text{R\$ } 832,32$$

$$\text{R\$ } 800,00(1,02) = \text{R\$ } 816,00$$

$$\text{Total} = \text{R\$ } 832,32 + \text{R\$ } 816,00 + \text{R\$ } 800,00 = \text{R\$ } 2448,32$$



b) Calcularemos, agora, quais serão os valores das parcelas no mês 2, considerando a segunda forma de parcelamento:

$$\text{R\$ } 350,00(1,02)^2 = \text{R\$ } 364,14$$

$$\text{R\$ } 350,00(1,02) = \text{R\$ } 357,00$$

$$\frac{\text{R\$ } 350,00}{1,02} = \text{R\$ } 343,14$$

$$\frac{\text{R\$ } 350,00}{1,02^2} = \text{R\$ } 336,41$$

$$\frac{\text{R\$ } 350,00}{1,02^3} = \text{R\$ } 329,81$$

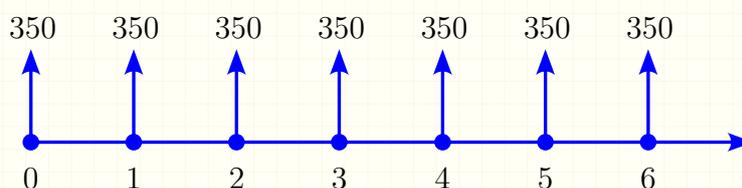
$$\frac{\text{R\$ } 350,00}{1,02^4} = \text{R\$ } 323,35$$

$$\text{Total} = \text{R\$ } 364,14 + \text{R\$ } 357,00 + \text{R\$ } 350,00$$

$$+ \text{R\$ } 343,14 + \text{R\$ } 336,41 + \text{R\$ } 329,81$$

$$+ \text{R\$ } 323,35$$

$$\text{Total} = \text{R\$ } 2403,85$$



No segundo exemplo, diferentemente do primeiro, a compra parcelada em mais vezes é mais vantajosa, pois o valor pago no final do tempo será menor do que o parcelamento mais curto.

Portanto, EnigMário, é necessário calcular o valor dos juros e somá-lo ao valor das parcelas. Você precisa ponderar os custos e benefícios de cada opção, considerando sua capacidade de pagamento e suas necessidades. Se você tem disponibilidade financeira para pagar à vista e se não terá dificuldades em cumprir com as parcelas do financiamento.



Então, pelo que entendi, não existe uma resposta correta para essa pergunta?
A melhor decisão então é aquela que cabe no meu bolso.

Entendeu certinho meu amigo. É isso aí, continue assim que iremos longe e já já conseguiremos definir o que fazer no seu caso.
Vejamos esses exemplos agora de como descobrir em quanto tempo o dinheiro ou um produto desvaloriza ou valoriza.



Veremos então na sequência, dois exemplos práticos sobre a movimentação do dinheiro ao longo do tempo, utilizando o logaritmo como uma ferramenta para resolver a equação exponencial gerada.

Caso não se lembrem, vejam o vídeo sobre [Logaritmos](#).



EXEMPLO 3.2.3: Maria comprou um celular por R\$ 3000,00 e estima que ele perca 20% de seu valor a cada ano. Após quantos anos o celular passará a valer R\$ 1500,00?

Como estamos tratando de desvalorização, a fórmula de juros compostos tem uma inversão do sinal na taxa de juros, logo:

$$M = C(1 - i)^t$$

$$\text{R\$ } 1500,00 = \text{R\$ } 3000,00(1 - 0,20)^t$$

$$\text{R\$ } 1500,00 = \text{R\$ } 3000,00(0,80)^t$$

$$\frac{\text{R\$ } 1500,00}{\text{R\$ } 3000,00} = (0,80)^t$$

$$0,50 = (0,80)^t$$

Aplicando logaritmo em ambos os lados, teremos:

$$\log(0,50) = \log(0,80)^t$$

Utilizando a propriedade do logaritmo $\log a^b = b \log a$:

$$\log(0,50) = t(\log 0,80)$$

$$t = \frac{\log 0,50}{\log 0,80}$$

Realizando o cálculo dos logaritmos com o auxílio de uma calculadora científica, basta seguirmos a sequência:

$$\log(0,50) = \boxed{\log}, \boxed{0,50}, \boxed{=} = -0,3010$$

$$\log(0,80) = \boxed{\log}, \boxed{0,80}, \boxed{=} = -0,0969$$

Assim, temos que:

$$\begin{aligned} t &= \frac{\log 0,50}{\log 0,80} \\ &= \frac{-0,3010}{-0,0969} \\ &\approx 3,11 \end{aligned}$$

Portanto, o celular de Maria terá um valor de R\$ 1500,00 após aproximadamente 3,11 anos, ou seja, em pouco mais de 3 anos.

EXEMPLO 3.2.4: Um aluno recebeu R\$ 200,00 de mesada e decidiu colocar esse valor em uma conta poupança que rende 0,5% ao mês. Ele quer saber quanto tempo levará para que o saldo dessa conta triplique de valor, considerando que não faça mais nenhum depósito.

$$M = C(1 + i)^t$$

$$\text{R\$ } 600,00 = \text{R\$ } 200,00(1 + 0,005)^t$$

$$\text{R\$ } 600,00 = \text{R\$ } 200,00(1,005)^t$$

$$\frac{\text{R\$ } 600,00}{\text{R\$ } 200,00} = (1,005)^t$$

$$3 = (1,005)^t$$

Aplicando logaritmo em ambos os lados, teremos:

$$\log(3) = \log(1,005)^t$$

Utilizando a propriedade do logaritmo $\log a^b = b \log a$:

$$\log(3) = t(\log 1,005)$$

$$t = \frac{\log 3}{\log 1,005}$$

Realizando o cálculo dos logaritmos com o auxílio de uma calculadora científica, basta seguirmos a sequência:

$$\log(3) = \boxed{\log}, \boxed{3}, \boxed{=} = 0,4771$$

$$\log(1,005) = \boxed{\log}, \boxed{1,005}, \boxed{=} = 0,0022$$

Assim, temos que:

$$t = \frac{\log 3}{\log 1,005}$$

$$= \frac{0,4771}{0,0022}$$

$$\approx 216,86$$

Portanto, Levará aproximadamente 216,86 meses, ou cerca de 18 anos, para que o saldo da conta poupança desse aluno triplique de valor, caso ele não faça outros depósitos nesse período.

Esses exemplos ajudam a ilustrar como o dinheiro ou o valor de um bem pode crescer, ou diminuir ao longo do tempo, usando o conceito de logaritmos para resolver as equações exponenciais.



O ideal seria comprar à vista para economizar dinheiro, no entanto, se o financiamento se adequar melhor ao meu orçamento e permitir que eu adquira o bem imediatamente, essa pode ser a opção mais viável.

E outro fator importante a ser analisado EnigMário, é se existe alguma aplicação ou investimento financeiro que fará o dinheiro render mais do que a taxa de juros mensal aplicada em cada parcela nas situações apresentadas acima.



Pois se temos o valor para compra à vista disponível, mas temos uma opção de ganhos financeiros maiores do que os juros no período de tempo do financiamento, o mais vantajoso seria aplicarmos o capital disponível e efetuar a compra a prazo.

Ao realizar a análise, você descobre que o valor total a ser pago no financiamento, considerando os juros, é bem maior do que o valor total à vista. No entanto, é importante considerar sua capacidade financeira e se a entrada e as parcelas mensais se encaixam no seu orçamento. Portanto, a melhor decisão nessas situações, depende muito de cada um.

Então, não existe uma resposta para a pergunta se devemos ou não comprar a vista ou a prazo e sim devemos analisar o que será mais vantajoso para cada um.



Quer dizer então que é possível que o mesmo valor hoje possa valer mais, ou menos daqui um tempo?

Pode sim, EnigMário! Principalmente se fizermos uma escolha de aplicação segura e eficiente. Com uma boa aplicação, esse valor pode nos trazer um retorno significativo ao longo do tempo.



3.3 Taxas Equivalentes



Me esclarece um detalhe, Dinheirino, já que a poupança rende, em média, 0,5% ao mês, depois de 1 ano, terei 6% de rendimento?

Então se eu aplicar R\$ 1000,00 na poupança, no final do ano terei R\$ 1006,00?

Claro que não!!!

Pelo fato de render 0,5% ao mês não quer dizer que ao final de 1 ano, você terá 6% de rendimento.

Vamos ver como essa comparação de taxas funciona...



Um erro muito comum é acharmos que o rendimento da poupança de 0,5%, renderá 6% ao final de 1 ano. Ao efetuarmos simplesmente a multiplicação da taxa por 12 meses estamos encontrando a taxa proporcional e não uma taxa equivalente. Um hábito muito comum na área financeira é o anúncio de taxas proporcionais como se fossem equivalentes. Vejamos os exemplos a seguir para esclarecermos essa dúvida.

EXEMPLO 3.3.1: Suponhamos que você tenha uma conta de poupança que oferece uma taxa de juros anual de 6% e você quer saber qual é a taxa de juros mensal equivalente. Qual será a taxa de juros mensal?

Consideremos:

Taxa de juros anual (I) = 0,06

Taxa de juros mensal (i)

Tempo (T) = 1 ano

Tempo (t) = 12 meses

Duas taxas de juros são consideradas equivalentes se, ao serem aplicadas sobre o mesmo capital durante o mesmo período, resultarem no mesmo montante final, logo:

$$C(1 + I)^T = C(1 + i)^t$$

$$(1 + 0,06)^1 = (1 + i)^{12}$$

$$\begin{aligned}
 1,06 &= (1 + i)^{12} \\
 (1,06)^{1/12} &= 1 + i \\
 i &= (1,06)^{1/12} - 1 \\
 &\approx 1,004867 - 1 \\
 &\approx 0,004867 \\
 &\approx 0,49\%
 \end{aligned}$$

Portanto, a taxa de juros mensal equivalente a uma taxa de juros anual de 6% é aproximadamente, 0,49%.

EXEMPLO 3.3.2: Se uma taxa relativa ao mês é i e a taxa relativa ao ano é I , então como obtermos o valor de I , considerando a taxa mensal de 0,5%, no mesmo período de 1 ano?

Utilizando a mesma ideia do exemplo anterior, teremos:

$$\begin{aligned}
 C(1 + I)^T &= C(1 + i)^t \\
 (1 + I)^1 &= (1 + 0,005)^{12} \\
 (1 + I) &= (1,005)^{12} \\
 (1 + I) &= 1,06168 \\
 I &= 1 - 1,06168 \\
 &= 0,06168 \\
 &= 6,17\%
 \end{aligned}$$

Dessa forma, substituindo o valor de 0,5% ao mês encontraremos aproximadamente $I = 6,17\%$ e não 6% como uma boa parte das pessoas pensam erroneamente.

A taxa de 6% ao ano é chamada de taxa nominal e a taxa de 6,17% é chamada de taxa efetiva.



Hummmmmm...

Então terei sempre um pouquinho a mais. Que legal!!!

Exatamente EnigMário, por isso sempre teremos um pouquinho a mais do que achamos que renderia.



Para entender melhor a definição acima, consideraremos um capital C aplicado a juros compostos em duas situações diferentes:

1. Na primeira situação, o capital C é aplicado por t_a períodos, cada um com uma certa duração, a uma taxa de juros i_a por período.
2. Na segunda situação, o mesmo capital C é aplicado por t_b períodos, cada um com uma duração possivelmente diferente da anterior, a uma taxa de juros i_b por período.

Suponhamos que o total de tempo coberto pelos t_a períodos da primeira situação é o mesmo que o total de tempo coberto pelos t_b períodos da segunda situação.

Como estamos lidando com juros compostos, as taxas i_a e i_b serão consideradas equivalentes se, e somente se, seus montantes forem iguais, logo:

$$C(1 + i_a)^{t_a} = C(1 + i_b)^{t_b}$$

Podemos simplificar essa equação removendo o capital C dos dois lados, já que é o mesmo valor:

$$(1 + i_a)^{t_a} = (1 + i_b)^{t_b}$$

Para encontrar uma relação direta entre i_a e i_b , podemos extrair a raiz de índice t_a de ambos os lados da equação acima:

$$1 + i_a = (1 + i_b)^{t_b/t_a}$$

Assim, isolando i_a , obtemos:

$$i_a = (1 + i_b)^{t_b/t_a} - 1$$

Essa equação nos mostra como calcular a taxa de juros i_a em termos da taxa i_b , considerando a relação entre os períodos t_a e t_b .

Portanto, vejamos nos exemplos a seguir, como utilizaremos essa expressão a fim de transformarmos as taxas e calcularmos posteriormente o montante no período desejado.

EXEMPLO 3.3.3: Uma aplicação em juros compostos de R\$ 1200,00, a uma taxa de 8% ao quadrimestre, irá gerar qual o montante durante 2 meses?

Primeiramente precisamos colocar a taxa e o tempo na mesma unidade. Portanto, passaremos a taxa de quadrimestre para mês.

$$\begin{aligned}i &= (1 + 0,08)^{1/4} - 1 \\ &= (1,08)^{1/4} - 1 \\ &= 1,01943 - 1 \\ &= 0,01943 \\ &= 1,94\%\end{aligned}$$

Substituindo agora a taxa mensal encontrada na fórmula do montante dos juros compostos, temos:

$$\begin{aligned}M &= C(1 + i)^t \\ &= \text{R\$ } 1200,00(1 + 0,0194)^2 \\ &= \text{R\$ } 1200,00(1,0194)^2 \\ &= \text{R\$ } 1200,00(1,0392) \\ &= \text{R\$ } 1247,01\end{aligned}$$

Teremos então um montante no valor de R\$ 1247,01.

EXEMPLO 3.3.4: Qual será o montante obtido pela aplicação, em juros compostos, de R\$ 500,00, a uma taxa de 3,5% ao mês, durante um semestre?

Novamente precisamos colocar a taxa e o tempo na mesma unidade. Portanto, passaremos a taxa de mês para semestre.

$$\begin{aligned}I &= (1 + i)^6 - 1 \\ &= (1 + 0,035)^6 - 1 \\ &= (1,035)^6 - 1 \\ &= 1,2293 - 1 \\ &= 0,2293 \\ &= 22,93\%\end{aligned}$$

Substituindo agora a taxa semestral encontrada na fórmula do montante dos

juros compostos, temos:

$$\begin{aligned}M &= C(1 + i)^t \\ &= \text{R\$ } 500,00(1 + 0,2293)^1 \\ &= \text{R\$ } 500,00(1,2293)^1 \\ &= \text{R\$ } 500,00(1,2293) \\ &= \text{R\$ } 614,65\end{aligned}$$

Teremos então um montante no valor de R\$ 614,65.

Poderíamos também, nesse caso, transformar o período para meses, simplificando assim os cálculos. Portanto, é importante verificarmos qual será a forma mais simplificada de se chegar ao resultado.



Então Dinheirino, quero começar logo a aplicar e fazer meu salário render.

Como sempre será aplicado os juros compostos, rapidinho vou conseguir pagar meu cartão de crédito.

Tem um tempão que parcelo a fatura dele e nunca consigo acabar de pagar.

Não acredito que fez dívida no cartão de crédito EnigMário!!! Da mesma forma que o juros pode ser um aliado, quando falamos de investimentos, também pode ser uma furada, principalmente se tratando de cartão de crédito.

Sabia que existem outras formas de conseguir crédito que não seja no cartão?



Mas é tão fácil perder o controle quando se trata de cartão de crédito. Parece que nunca tenho uma noção real de quanto estou gastando.

Vou te mostrar como as administradoras de cartão aplicam os juros e como conseguir outro tipo de crédito, como por exemplo, para financiar um imóvel e sair do aluguel.



3.4 Cartão de Crédito: A perda do Controle pode começar por aí

Eu costumava ser assim também, até que percebi que estava acumulando dívidas enormes por causa disso.



É exatamente isso que estou tentando evitar. Mas às vezes é tão tentador usar o cartão, especialmente quando não tenho dinheiro no banco.

Eu entendo. Mas lembre-se, usar o cartão de crédito não é como usar dinheiro de verdade. Você está basicamente pegando emprestado e vai ter que pagar tudo de volta com juros.



Essa modalidade de crédito do cheque especial e do cartão de crédito são chamados de **crédito rotativo**. Essa é uma linha de crédito concedida às pessoas físicas com um limite pré estabelecido e que a pessoa pode utilizar de acordo com suas necessidades, desde que não ultrapasse o limite disponibilizado.

O usuário titular do cartão paga suas compras com o cartão e no vencimento da fatura, quita o saldo devedor por completo ou ainda tem a opção de pagar um valor mínimo.

Pois é exatamente aí que as coisas podem se complicar. Pois ele irá pagar um valor de juros, normalmente em torno de 10 a 18%, sobre o saldo devedor restante. Essa política é adotada pelas administradoras de cartão pelo elevado risco, por ser considerado um empréstimo sem garantias, sem prazo de validade e sem as condições de pagamento definidas.

Criaremos um exemplo prático de uma situação em que uma pessoa paga apenas o valor mínimo da fatura do cartão de crédito e analisaremos os custos ao longo de alguns meses. Suponha as seguintes condições:

Uma fatura do cartão de crédito no valor de R\$ 3000,00 e que o valor mínimo para pagamento seja de 15% do valor da fatura. Uma taxa de juros para esse pagamento de 10% ao mês. Analisaremos caso uma pessoa repita esse procedimento por 3 meses consecutivos e não realize novas compras durante esse período, conforme tabela 3.4.

| Mês | Valor da fatura (R\$) | Pagamento mínimo (15%) (R\$) | Saldo após o pagamento (R\$) | Juros (10%) (R\$) | Saldo devedor (R\$) |
|-----|-----------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------|---------------------|
| 1 | 3.000,00 | 450,00 | 2.550,00 | 255,00 | 2.805,00 |
| 2 | 2.805,00 | 420,75 | 2.384,25 | 238,43 | 2.622,68 |
| 3 | 2.622,68 | 393,40 | 2.229,27 | 222,93 | 2.452,20 |
| - | Total | 1264,15 | - | 716,36 | - |

Tabela 3.4: Pagamento mínimo do cartão de crédito

Ao pagar apenas o valor mínimo da fatura de R\$ 3000,00 ao longo de três meses, a pessoa pagou R\$ 1264,15 em valores mínimos e acumulou R\$ 716,36 em juros, restando ainda um saldo de R\$ 2452,21 a ser pago. Ou seja, após 3 meses ela aumentou sua dívida de R\$ 3000,00 para R\$ 3716,36, aproximadamente, 23,9%.

Isso mostra como os juros podem aumentar significativamente o valor devido quando se paga apenas o mínimo da fatura do cartão de crédito, fazendo assim que a pessoa se mantenha endividado por muito tempo, caso não tenha controle de seus gastos.



É verdade. Talvez eu devesse começar a deixar o cartão de crédito em casa e passar a usar dinheiro ou débito quando precisar comprar alguma coisa.

Essa pode ser uma boa ideia. Assim, você terá um controle melhor sobre seus gastos e evitará acumular dívidas desnecessárias.



Você está certo Dinheirino. Acho que é hora de começar a ser mais consciente sobre como uso meu cartão de crédito. Obrigado por me lembrar disso.

De nada meu amigo! Estamos nisso juntos.
Mas, quanto ao crédito para o financiamento de um imóvel, para que você saia do aluguel e que faça sobrar um pouco do seu salário, tenho informações importantes para te passar. Já ouviu falar sobre sistemas de amortização?



A minha intenção sempre foi sair do aluguel e financiar uma casa própria.
Será que vale a pena?

Então, veja só como funciona. . .



3.5 Desvendando as Tabelas SAC e Price

A tabela SAC é aquela em que as parcelas vão diminuindo ao longo do tempo, porque os juros são calculados sobre o saldo devedor restante.

Na tabela Price, as parcelas são fixas durante todo o período do empréstimo. Isso acontece porque os juros são diluídos ao longo de todas as parcelas, mantendo-as iguais.



Hummmmmm. . .
Mas qual deles é melhor?

Isso depende da sua situação financeira e das suas preferências. A tabela SAC pode ser mais vantajosa a longo prazo, já que você paga menos juros. Mas a tabela Price oferece parcelas fixas, o que pode ser mais previsível e facilitar o planejamento financeiro.

Veja só a explicação. . .



A tabela **SAC** (Sistema de Amortização Constante) e a tabela **Price** (Sistema Francês de Amortização) são duas formas diferentes de calcular e distribuir o pagamento de parcelas de um empréstimo ao longo do tempo. No SAC, as parcelas são calculadas de forma que a amortização (redução do saldo devedor) seja constante em cada período, enquanto os juros diminuem à medida que o saldo devedor é reduzido. Isso significa que as parcelas iniciais são maiores e vão diminuindo ao longo do tempo, já que a parte referente aos juros vai diminuindo.

Já na tabela Price, as parcelas são calculadas de forma que o valor total a ser pago ao final do empréstimo seja o mesmo em todas as parcelas. Isso significa que as parcelas são fixas ao longo do tempo, incluindo tanto a parte referente à amortização quanto aos juros. Nesse sistema, a parcela inicial pode ser menor do que no SAC, mas ao longo do tempo, como os juros são calculados sobre todo o saldo devedor, o valor total pago pode ser maior.

Enquanto o SAC oferece parcelas que diminuem ao longo do tempo e uma redução mais rápida do saldo devedor, o Price proporciona parcelas fixas, o que pode facilitar o planejamento financeiro. A escolha entre os dois sistemas depende das preferências individuais do tomador do empréstimo, bem como da sua situação financeira e objetivos de pagamento. É importante analisar cuidadosamente cada opção antes de uma tomada de decisão.



Entendi, faz sentido.
Acho que preciso analisar melhor minha situação antes de decidir.

Com certeza. E lembre-se de considerar outros fatores, como o prazo do empréstimo e a taxa de juros, na hora de fazer sua escolha.
Veja essa simulação...



Considere uma dívida de R\$ 3000,00 em 8 pagamentos mensais, com juros de 10% ao mês. Vejamos na tabela 3.5 como ficaria a amortização no sistema SAC e na tabela 3.6 no sistema Price, considerando-se, nesse caso, uma parcela fixa de R\$ 562,33 [2].

Como dito anteriormente, a amortização pelo sistema SAC é constante, logo teremos

$$\frac{\text{R\$ } 3000,00}{8} = \text{R\$ } 375,00$$

| Mês | Prestação (R\$) | Juros (R\$) | Amortização (R\$) | Saldo (R\$) |
|-----|--------------------|----------------|----------------------|----------------|
| 0 | — | — | — | 3.000,00 |
| 1 | 675,00 | 300,00 | 375,00 | 2.625,00 |
| 2 | 637,50 | 262,50 | 375,00 | 2.250,00 |
| 3 | 600,00 | 225,00 | 375,00 | 1.875,00 |
| 4 | 562,50 | 187,50 | 375,00 | 1.500,00 |
| 5 | 525,00 | 150,00 | 375,00 | 1.125,00 |
| 6 | 487,50 | 112,50 | 375,00 | 750,00 |
| 7 | 450,00 | 75,00 | 375,00 | 375,00 |
| 8 | 412,50 | 37,50 | 375,00 | 0,00 |

Tabela 3.5: Tabela SAC (Sistema de Amortização Constante)

| Mês | Prestação (R\$) | Juros (R\$) | Amortização (R\$) | Saldo (R\$) |
|-----|--------------------|----------------|----------------------|----------------|
| 0 | — | — | — | 3.000,00 |
| 1 | 562,33 | 300,00 | 262,33 | 2.737,67 |
| 2 | 562,33 | 273,77 | 288,56 | 2.449,11 |
| 3 | 562,33 | 244,91 | 317,42 | 2.131,69 |
| 4 | 562,33 | 213,17 | 349,16 | 1.782,53 |
| 5 | 562,33 | 178,25 | 384,08 | 1.398,45 |
| 6 | 562,33 | 139,84 | 422,49 | 975,96 |
| 7 | 562,33 | 97,60 | 464,73 | 511,23 |
| 8 | 562,33 | 51,12 | 511,23 | 0,00 |

Tabela 3.6: Tabela Price (Sistema de Pagamentos Constantes)



Nossa Dinheirino, como faz diferença a escolha do sistema de amortização. No sistema SAC as parcelas começam mais altas e vão reduzindo ao passar do tempo, mas o saldo devedor vai diminuindo bem mais rápido e no sistema PRICE, as parcelas são fixas porém o saldo devedor demora mais a diminuir.

Exatamente EnigMário! Por isso temos que analisar o que atende a cada pessoa e não temos uma resposta para qual dos sistemas de amortização é melhor.



Obrigado por esclarecer isso para mim. Acho que agora estou preparado para tomar uma decisão mais bem informado.

De nada! Estamos aqui para ajudar um ao outro. Boa sorte com sua decisão!



Exercícios

1) [resp] Segundo dados do IBGE, o rendimento familiar médio mensal real domiciliar per capita também chegou ao maior valor da série histórica em 2023: R\$ 1848,00. Esse valor representa uma alta de 11,5% comparado com 2022 [8].

A família Lima possui essa renda e pegou um empréstimo no valor de 30% da mesma, para pagá-lo a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês.

- Quanto essa família pegou emprestado?
- Qual era o rendimento familiar médio mensal real domiciliar per capita, em 2022?
- Qual o valor que essa família irá pagar (montante final) se saldar essa dívida em 2 meses?

2) [resp] (IFRS-2017) Duas lojas de roupas vendem calças jeans de mesma marca e modelo pelo mesmo preço, se pago avista. Mas, se

parcelado, a primeira cobra 60% de entrada e o restante para 30 dias, com 10% de juros no saldo remanescente. A segunda loja cobra 40% de entrada e o restante para 30 dias, com 8% de juros no saldo remanescente. Em qual das duas lojas é mais vantajoso se o cliente decidir comprar parcelado?

- na primeira loja
- na segunda loja
- nas duas lojas comprar parcelado será o mesmo valor
- na primeira loja paga-se mais juros
- na segunda loja sempre pagará menos

3) [resp] (Fauel) Luís aplicou R\$ 5000 em uma poupança que rende 1% a.m. no regime de juros compostos, podendo resgatar todo o valor com juros a qualquer momento. Assinale a alternativa CORRETA.

- a) Se Luís resgatar todo o valor um mês depois, não terá juro algum.
- b) Quanto mais tempo Luís demorar para resgatar todo o valor, menos juros ele ganhará.
- c) Ao resgatar todo o valor no segundo mês, Luís receberá R\$ 5100,50.
- d) Todos os meses, a aplicação de Luís rende R\$ 5,00.
- 4) [resp] (Fauel 2019) Um pequeno investidor decide realizar uma aplicação no Tesouro Direto, um fundo de investimento muito pouco arriscado, porém que rende mais que a poupança tradicional. Considerando-se que tal investimento rende aproximadamente 7% ao ano no regime de juros compostos, quanto uma aplicação de R\$ 100 renderia ao final de dois anos?
- a) R\$ 13,85
- b) R\$ 14,00
- c) R\$ 14,49
- d) R\$ 15,23
- 5) [resp] Pedro quer comprar um iPhone 14 que custa R\$ 3869,00 à vista, mas ele irá parcelar em 3 parcelas iguais, a juros compostos de 10% a.m., devendo a primeira parcela ser paga um mês após a compra. Qual o valor de cada parcela?
- 6) [resp] Um capital de C reais foi investido a juros compostos de 10% ao mês e gerou, em três meses, um montante de R\$ 53 240,00. Calcule o valor, em reais, do capital inicial C .

O uso da Calculadora como uma Ferramenta Poderosa



Nossa Lucrácio, como é difícil realizar esses cálculos manualmente. Existe alguma forma de simplificar essa tarefa?

Olha EnigMário, existem várias opções de aplicativos para smartphones que são muito eficientes. Aplicativos como o Financial Calculator e o Easy Calc são intuitivos e muito poderosos.

Além disso, temos as calculadoras, científicas e financeiras, e quase todo celular já vem com uma calculadora que pode resolver essas fórmulas.



Isso parece um sonho!
Eu estou aqui tentando fazer tudo à mão e acabo me perdendo no meio dos cálculos.

E é fácil errar. Um pequeno erro na taxa ou no número de períodos pode dar um resultado completamente errado. Com a calculadora, você elimina praticamente todos esses erros. E o melhor é que você ganha muito tempo.



Exatamente, é muita variável para acompanhar. E se errar um pequeno detalhe, o resultado fica completamente errado.

A calculadora, tanto física quanto virtual, se consolidou como uma ferramenta essencial e poderosa para o cálculo de juros, desempenhando um papel crucial em diversos contextos financeiros, educacionais e profissionais. Seu uso facilita a precisão, a eficiência e a compreensão de cálculos complexos que envolvem juros simples e compostos.

Calcular juros pode ser um processo demorado, principalmente quando envolve múltiplas etapas e variáveis, como a taxa de juros, o capital inicial, o tempo e o tipo de juros, simples ou composto. As calculadoras permitem que esses cálculos sejam realizados de forma rápida e eficiente. Por exemplo, uma calculadora financeira pode resolver fórmulas complexas de juros compostos em questão de segundos, algo que poderia levar muito mais tempo se feito manualmente.

Nesta seção, ensinaremos a usar a calculadora do computador ou celular, acessível a grande parte das pessoas e a calculadora financeira **HP 12C**, para realizar operações de potenciação com valores altos e números fracionários no expoente, agilizando assim a obtenção dos resultados dos cálculos dos juros.

Primeiramente, caso não esteja utilizando uma calculadora financeira, após abrir o aplicativo de calculadora em seu computador ou celular, você deve alterá-lo do modo simples para o científico. Assim, verá algo parecido com a imagem da figura 3.4, onde temos a tecla de potência x^y .

Mas caso esteja utilizando a calculadora financeira física ou online HP 12C, verá algo parecido com figura 3.5, em que a tecla será y^x .

Ao calcular juros compostos, teremos a necessidade de elevar números a um determinado expoente. Portanto, utilizaremos das teclas citadas constantemente. Vejamos alguns exemplos a seguir de como proceder.

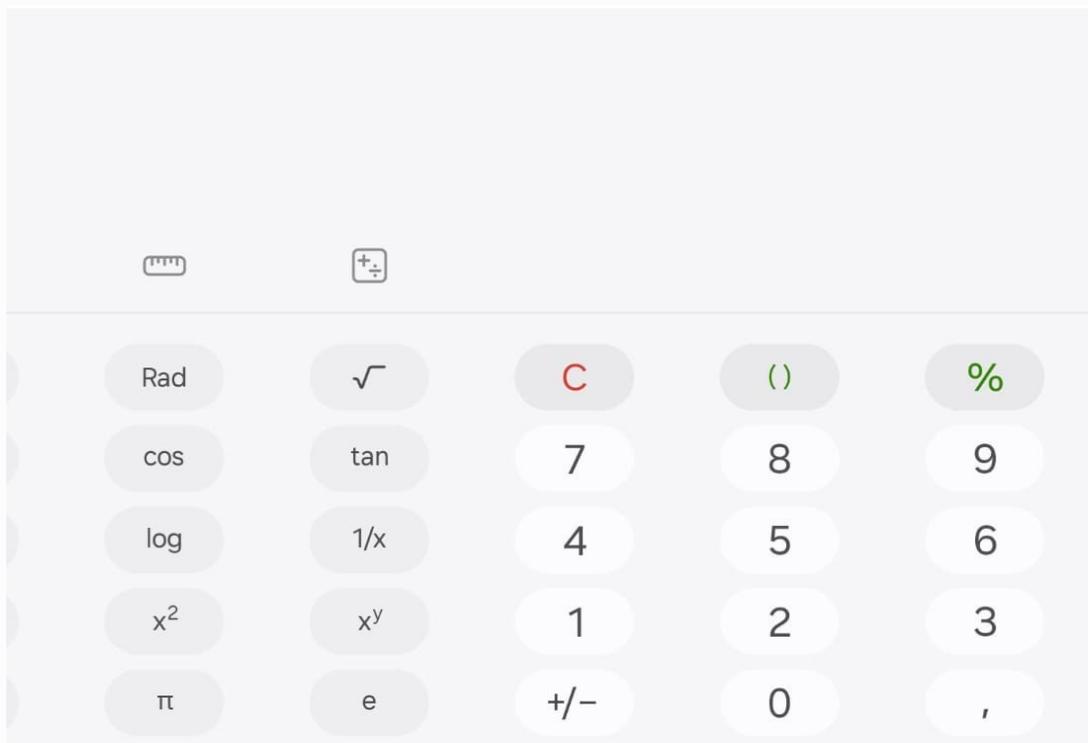


Figura 3.4: Calculadora Celular
Fonte: Foto tirada pelo autor

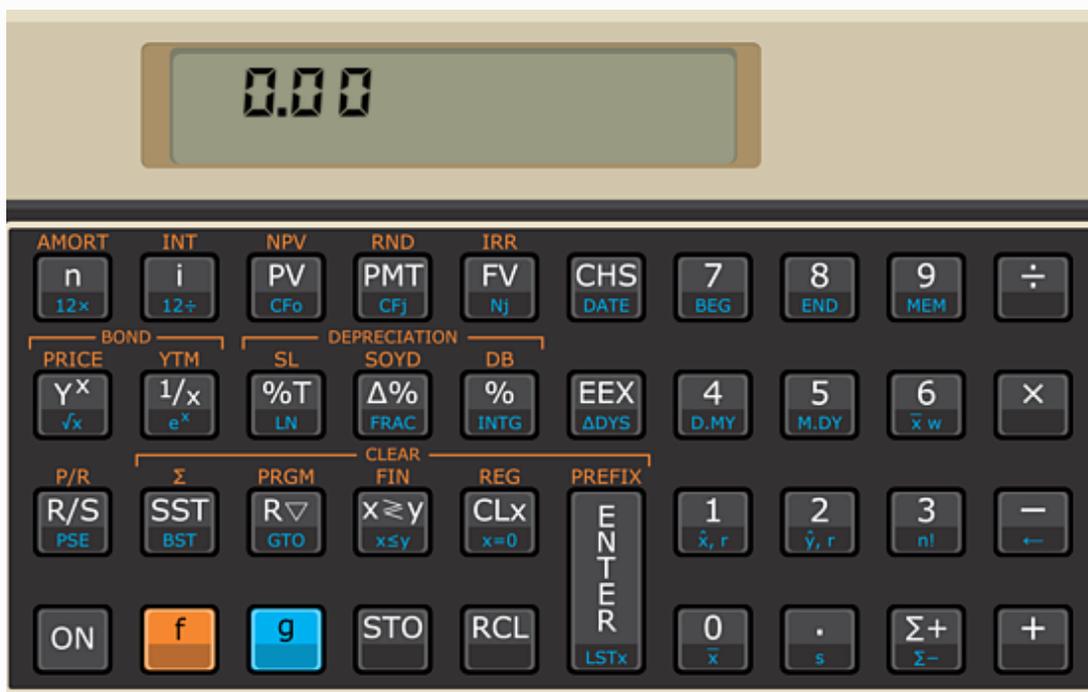


Figura 3.5: Calculadora Financeira
Fonte: <https://www.accountcontabilidade.com.br/hp12c/>

Se quisermos calcular $(1,005)^{12}$, como no Exemplo 3.3.2, devemos pressionar as teclas na seguinte ordem na calculadora:

- ◇ Celular: $\boxed{1,005}$, $\boxed{x^y}$, $\boxed{12}$ e $\boxed{=}$
- ◇ Financeira: $\boxed{1.005}$, $\boxed{\text{ENTER}}$, $\boxed{12}$ e $\boxed{y^x}$

Da mesma forma, no caso do exemplo 3.3.4, para se calcular $(1,035)^6$, essa é a ordem a ser seguida é:

- ◇ Celular: $\boxed{1,035}$, $\boxed{x^y}$, $\boxed{6}$ e $\boxed{=}$
- ◇ Financeira: $\boxed{6}$, $\boxed{\text{ENTER}}$, $\boxed{1,035}$ e $\boxed{y^x}$

Agora, caso tenhamos um expoente fracionário $(1,06)^{1/12}$, como no exemplo 3.3.1, devemos seguir a seguinte ordem:

- ◇ Celular: $\boxed{1,06}$, $\boxed{x^y}$, $\boxed{(}$, $\boxed{1}$, $\boxed{\div}$, $\boxed{12}$, $\boxed{)}$ e $\boxed{=}$
- ◇ Financeira: $\boxed{12}$, $\boxed{1/x}$, $\boxed{\text{ENTER}}$, $\boxed{1,06}$ e $\boxed{y^x}$

Porém, existem algumas funções financeiras já disponíveis da calculadora HP12C para otimizar o tempo de cálculo dos juros compostos, logo temos que:

- ◇ $\boxed{\text{Pv}}$ = C (Capital Inicial)
- ◇ \boxed{i} = i (taxa de juros)
- ◇ \boxed{n} = t (tempo)
- ◇ $\boxed{\text{FV}}$ = Resultado.

Vejamos uns exemplos reais de como utilizar a calculadora e essas funções já disponíveis:

EXEMPLO 3.5.1: Antônio aplicou R\$ 20 000,00, a juros compostos de 17% ao ano, durante 3 anos para realizar uma viagem internacional. Qual o valor do montante após decorrido esse tempo?

Substituindo os valores conhecidos na fórmula de juros compostos, temos:

$$\begin{aligned}
 M &= C(1 + i)^t \\
 &= \text{R\$ } 20\,000,00(1 + 0,17)^3 \\
 &= \text{R\$ } 20\,000,00(1,17)^3 \\
 &= \text{R\$ } 20\,000,00(1,6016)
 \end{aligned}$$

$$= \text{R\$ } 32\,032,26$$

Utilizando as funções financeiras disponíveis como vimos, seguimos a sequência de digitação: $\boxed{20000}$, $\boxed{\text{PV}}$, $\boxed{17}$, \boxed{i} , $\boxed{3}$, \boxed{n} , $\boxed{\text{FV}}$, obteremos o mesmo valor de R\$ 32 032,26 utilizando a fórmula do cálculo do montante.

Portanto, podemos verificar o quanto simplificamos o processo de cálculo do valor final do problema proposto.

EXEMPLO 3.5.2: Renata investiu R\$ 1000,00 em um fundo de investimento em um período de 10 anos. No final desse tempo retirou o valor de R\$ 1500,00. Qual foi a taxa de juros mensal ao longo desses dez anos?

Como queremos a taxa de juros mensal, primeiramente devemos transformar o tem para meses, ou seja, 10 anos = 120 meses. Em seguida, substituiremos os valores conhecidos na fórmula de juros compostos:

$$M = C(1 + i)^t$$

$$\text{R\$ } 1500,00 = \text{R\$ } 1000,00(1 + i)^{120}$$

$$(1 + i)^{120} = \frac{\text{R\$ } 1500,00}{\text{R\$ } 1000,00}$$

$$(1 + i)^{120} = 1,5$$

Elevando ambos os lados da equação a $1/120$ obteremos $(1 + i) = (1,5)^{1/120}$.

Digitando $\boxed{1,5}$, $\boxed{x^y}$, $\boxed{1}$, $\boxed{\div}$, $\boxed{120}$, $\boxed{=}$, para obtermos o valor do segundo membro da equação numa calculadora científica, temos:

$$1 + i = 1,003384$$

$$i = 1,003384 - 1$$

$$i = 0,003384$$

$$i = 0,34\%$$

Portanto, a taxa mensal que incidiu sobre o capital de Renata durante os dez anos de aplicação foi de aproximadamente 0,34%.

Da mesma forma que o exemplo anterior, utilizando as funções financeiras

disponíveis na HP12C, seguimos a sequência de digitação: **1000**, **CHS**, **PV**, **1500**, **FV**, **120**, **n**, **i** obteremos o mesmo valor de $i = 0,34\%$ referente ao índice da taxa de juros mensal (Onde a função “CHS” é para inversão do sinal do valor 1).

O uso da calculadora no cálculo de juros é indiscutivelmente poderoso e benéfico. Sua capacidade de proporcionar precisão, eficiência e acessibilidade a transforma em uma ferramenta indispensável tanto no dia a dia financeiro das pessoas quanto no ambiente corporativo e educacional. Com o avanço da tecnologia, espera-se que as calculadoras se tornem ainda mais sofisticadas, oferecendo recursos aprimorados que continuarão a facilitar o processo do cálculo de juros.



Vou providenciar uma calculadora pra mim ou um desses aplicativos agora mesmo.
Obrigado mais uma vez, Lucrácio!

Por nada, EnigMário! Qualquer coisa, estou aqui para ajudar.
E boa sorte com seus cálculos!



4

Último Nível: Investimentos Financeiros

| | | |
|-----|---|-----|
| 4.1 | Reserva de Emergência | 61 |
| 4.2 | Termos e Conceitos do Mercado Financeiro | 71 |
| 4.3 | Investimentos de Renda Fixa | 81 |
| 4.4 | Inflação e seus Impactos nos Investimentos | 100 |
| 4.5 | Investimentos de Renda Fixa Pós-Fixados | 114 |
| 4.6 | Tesouro Prefixado: Planejamento e Segurança para Seus Investimentos | 119 |
| | Exercícios | 121 |
| | Curiosidade: I Olimpíada do Tesouro Direto de Educação Financeira 2024 – OLITEF | 123 |

Nesse capítulo iniciaremos a discussão sobre os investimentos financeiros, onde desvendaremos a importância dos conceitos matemáticos no mundo das finanças. Exploraremos como as fórmulas e os cálculos são fundamentais para a tomada de decisões financeiras.

Nosso objetivo é transformar a matemática em uma aliada poderosa, a fim de facilitar o alcance dos objetivos econômicos e mostrar como a matemática pode ser uma ferramenta valiosa e prática no universo financeiro, tornando nossas estratégias ainda mais eficazes e precisas.



Tenho novidades Dinheirino!
Recebi um aumento no meu salário e agora terei como investir com esse acréscimo que vou passar a receber.
Estava lendo sobre investimentos e fiquei um pouco confuso.

Ótimo EnigMário!
É importante compreender os conceitos ao lidar com questões financeiras e investimentos, pois eles ajudam a tomar decisões acertivas e a avaliar a visão de diferentes opções de investimento.
Vamos embarcar nessa?



4.1 Reserva de Emergência

Mesmo que você tenha um ótimo controle financeiro, diversas situações inesperadas podem surgir de repente e desorganizar sua rotina. Por isso devemos nos prevenir e sempre ter para onde "correr".



Exatamente como estou agora. como te disse antes, não vejo a hora de quitar minha fatura do cartão. Faz tempo que só pago o mínimo e não consigo me livrar dessa dívida.

O problema é que esses imprevistos podem levar a problemas mais sérios, como o endividamento. E cair na situação que se encontra hoje.
Veja o quanto é extremamente importante termos uma reserva de emergência. . .



Manter o controle das suas finanças é essencial para equilibrar suas contas e proporcionar mais tranquilidade no dia a dia. Além disso, é importante estar preparado para possíveis situações de instabilidade financeira e saber como enfrentar imprevistos.

Endividar-se pode gerar uma série de consequências judiciais, especialmente quando o devedor não consegue cumprir suas obrigações financeiras. Entre as principais, estão a inscrição do nome em cadastros de inadimplentes, como SPC (Serviço de Proteção ao Crédito) e Serasa.

SPC (Serviço de Proteção ao Crédito) e Serasa são instituições que mantêm cadastros de consumidores e empresas com histórico de crédito, sendo muito utilizadas por empresas para verificar a situação financeira de clientes e avaliar a concessão de crédito.

- ◇ **SPC** é mantido pela Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas (CNDL) e é amplamente utilizado pelo comércio para verificar se um consumidor está inadimplente. Ele registra informações sobre dívidas não pagas, cheques sem fundos, e outras ocorrências financeiras que podem indicar dificuldades em honrar compromissos.
- ◇ **SERASA** é uma empresa de análise de crédito que também mantém um banco de dados sobre consumidores e empresas inadimplentes, além de oferecer serviços que ajudam a avaliar o risco de crédito. A Serasa faz parte do grupo internacional *Experian* e oferece relatórios detalhados de crédito, além de disponibilizar pontuações conhecidas como score de crédito, que indicam a probabilidade de uma pessoa ou empresa cumprir com seus pagamentos.

Ambas as instituições ajudam empresas a tomar decisões informadas sobre a concessão de crédito, mas também têm um papel importante para os consumidores que desejam monitorar e melhorar seu perfil de crédito.

Além disso, credores podem ingressar com ações judiciais para cobrar a dívida, resultando em penhora de bens, bloqueio de contas bancárias ou retenção de parte do salário do devedor, até o limite legal. Essas consequências podem gerar restrições severas ao acesso a crédito e comprometer a estabilidade financeira por anos.

Por isso, uma das lições fundamentais da educação financeira é entender a importância de criar uma **reserva de emergência**. Esse fundo atua como uma proteção, sendo destinado para momentos inesperados e não planejados.

A reserva de emergência, pode nos proteger financeiramente e gerenciar nossas finanças de maneira mais saudável. Para isso, é essencial aprender a poupar e saber investir o dinheiro reservado para situações urgentes e imprevisíveis. Essa é uma quantia de dinheiro guardada para ser usada apenas em casos de urgência

financeira. Ela possibilita cobrir despesas inesperadas, proporcionando tranquilidade para enfrentar situações imprevistas.

Portanto, essa reserva é um valor guardado que deve conseguir cobrir suas despesas de vida por alguns meses. Esse dinheiro deve ser investido em uma aplicação que permita o resgate rápido e sem causar perdas para a pessoa.

A reserva de emergência possibilita reduzir os impactos financeiros em situações de necessidade urgente de dinheiro. Sem essa reserva, você pode acabar recorrendo a empréstimos bancários com juros muito altos. A vantagem é que, se a reserva não for usada, o dinheiro não perderá o valor, pois estará investido em aplicações conservadoras e seguras.



E qual é a importância de se ter uma reserva de segurança?

Além de oferecer segurança, essa reserva traz outros benefícios. Mesmo as pessoas estáveis financeiramente, deveriam adotar essa estratégia, permitindo um uso mais inteligente do dinheiro.



A importância de se ter uma reserva de segurança financeira não pode ser subestimada atualmente. Vivemos em um país onde a incerteza econômica é uma constante, e ter um fundo de emergência é uma medida prudente que pode proporcionar diversos benefícios tanto a curto quanto a longo prazo.

Primeiramente, a reserva de segurança financeira oferece uma camada de proteção contra imprevistos. Despesas inesperadas, como consertos de carro, problemas de saúde ou reparos domésticos, podem surgir a qualquer momento. Com uma reserva financeira, você está preparado para lidar com essas situações sem precisar recorrer a empréstimos ou crédito, evitando, assim, dívidas desnecessárias e juros elevados.

Além disso, essa reserva contribui significativamente para a estabilidade financeira. Mesmo que você possua um emprego estável, situações como demissões, reduções de salário ou crises econômicas podem ocorrer. Ter um fundo de emergência garante que você possa manter suas despesas básicas cobertas, como moradia, alimentação e contas essenciais, até que uma nova fonte de renda seja encontrada. Isso ajuda

a evitar o desespero financeiro e permite que você tome decisões mais racionais e estratégicas.

Outro aspecto importante é a tranquilidade emocional proporcionada por uma reserva financeira. Saber que você possui recursos para lidar com emergências financeiras reduz o estresse e a ansiedade, permitindo que você se concentre melhor em outras áreas da sua vida. A segurança de ter um fundo de emergência pode melhorar sua qualidade de vida, já que você não estará constantemente preocupado com possíveis imprevistos financeiros.

Além disso, ter uma reserva de segurança financeira pode ampliar suas possibilidades e liberdade. Com finanças bem organizadas, você pode explorar novas oportunidades, como mudar de emprego, investir em educação ou até mesmo iniciar um negócio próprio, sem o medo de ficar desamparado financeiramente. A reserva financeira oferece a flexibilidade necessária para fazer escolhas que podem melhorar sua vida pessoal e profissional.

Assim, é importante destacar que construir uma reserva de segurança financeira demonstra um bom planejamento e disciplina financeira. Isso requer um esforço consciente para economizar e gerenciar seu dinheiro de forma eficaz. Com o tempo, esses hábitos se traduzem em uma gestão financeira mais forte e uma maior capacidade de alcançar seus objetivos de longo prazo.

Portanto, a reserva de segurança financeira é essencial para garantir proteção contra imprevistos, estabilidade financeira, tranquilidade emocional, maior liberdade e um planejamento financeiro eficaz. Investir na construção desse fundo é uma das melhores decisões que você pode tomar para assegurar um futuro mais seguro e próspero.



Certo Dinheirino, mas de quanto deve ser essa reserva?
Existe alguma quantia ideal?

Não existe um montante exato, mas existe um cálculo base que pode ser feito e utilizado.
Veamos a explicação.



Guardar uma reserva financeira de emergência é como construir um alicerce sólido para sua segurança financeira. Mas quanto você deve guardar para garantir que essa reserva seja realmente eficaz em tempos de necessidade?

Em geral, especialistas financeiros recomendam que sua reserva de emergência cubra pelo menos de três a seis meses de despesas básicas [15]. Já outras fontes, mais conservadoras, recomendam de seis a doze vezes o valor do custo fixo mensal [16]. Isso significa calcular cuidadosamente quanto você gasta mensalmente em itens essenciais, como moradia, alimentação, serviços públicos, transporte e cuidados com a saúde, e multiplicar esse valor pelo número de meses desejados de cobertura.

Por exemplo, se suas despesas mensais totalizam R\$ 2000,00, uma reserva de emergência segura seria entre R\$ 6000,00 e R\$ 12 000,00. Essa faixa oferece uma rede de segurança significativa para enfrentar eventos imprevistos, como perda de emprego, despesas médicas inesperadas ou reparos domésticos urgentes, sem recorrer a empréstimos de alto custo ou comprometer seus investimentos de longo prazo.

No entanto, é importante lembrar que cada situação é única e pode exigir uma abordagem diferente. Por exemplo, se você é autônomo ou tem uma renda variável, pode ser mais prudente ter uma reserva maior para lidar com possíveis flutuações na renda, sendo recomendado então uma reserva de no mínimo R\$ 12 000,00 até R\$ 24 000,00, no caso dos gastos fixos de R\$ 2000,00. Da mesma forma, se você tem uma rede de segurança familiar ou outras fontes de apoio em caso de emergência, pode optar por uma reserva menor como citado anteriormente.

Além disso, à medida que sua situação financeira evolui ao longo do tempo, é importante revisar regularmente sua reserva de emergência e ajustá-la conforme necessário. Afinal, o objetivo é ter uma reserva que proporcione tranquilidade e segurança financeira, permitindo que você navegue pelas incertezas da vida com confiança e estabilidade.

Mas primeiramente, devemos nos organizar e fazer o controle de entrada e saída do dinheiro, através de planilhas que já vimos anteriormente como criá-las. Assim, para definirmos qual o valor a ser reservado, devemos nos planejar.



Mas e quando se tratar de um estudante que ainda não possui renda própria ou recebe aquele benefício chamado Pé de Meia?

Boa pergunta EnigMário!

Caso ele tenha o auxílio financeiro do governo, ele pode fazer uma distribuição de valores para controlar suas finanças e ainda ajudar no orçamento familiar.



O Pé-de-Meia é um programa de incentivo financeiro-educacional voltado a estudantes matriculados no ensino médio público beneficiários do Cadastro Único para Programas Sociais (CadÚnico). Ele funciona como uma poupança destinada a promover a permanência e a conclusão escolar de estudantes nessa etapa de ensino. Seu objetivo é democratizar o acesso e reduzir a desigualdade social entre os jovens, além de promover a inclusão educacional e estimular a mobilidade social.

Ao comprovar matrícula e frequência, o estudante recebe o pagamento de incentivo mensal de R\$ 200,00, que pode ser sacado em qualquer momento. No caso da Educação de Jovens e Adultos, ao comprovar matrícula, o estudante recebe incentivo de R\$ 200,00, e incentivo mensal de R\$ 225,00, pela frequência; ambos disponíveis para saque. O beneficiário do Pé-de-Meia ainda recebe R\$ 1000,00 ao final de cada ano concluído, que só podem ser retirados da poupança após a formatura no ensino médio. Considerando as parcelas de incentivo, os depósitos anuais e o adicional de R\$ 200,00 pela participação no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), os valores chegam a R\$ 9200,000 por aluno [12].

Caso ele não possua renda própria, pode empreender e buscar uma renda extra para sua família, como já falamos anteriormente.

Lembra o caso do projeto de venda de brigadeiros para a formatura?



Bem lembrado Dinheirino!

Então essas informações são úteis para trabalhadores com renda própria como eu e também para os estudantes.

Exatamente! Qualquer valor que tenha, pode ser guardado e assim começar uma reserva de emergência.

Falaremos mais adiante sobre a distribuição de valores.



Ao se deparar com a ideia de criar uma reserva financeira, muitos se sentem desafiados, talvez até mesmo impossibilitados. Para aqueles que mal conseguem equilibrar as contas no final do mês sem pagar alguma de suas contas ou se endividar, guardar dinheiro pode parecer uma tarefa impossível. No entanto, com um planejamento financeiro, é possível traçar uma estratégia eficaz para construir sua reserva de emergência. Vejamos como proceder:

- ◇ Defina objetivos financeiros realistas e específicos para sua reserva de emergência. Determine quanto você deseja economizar e em quanto tempo deseja alcançar esse objetivo.
- ◇ Acompanhe suas receitas e despesas mensais para identificar áreas onde é possível economizar. Estabeleça limites para gastos desnecessários e priorize a economia para sua reserva de emergência.
- ◇ Configure transferências automáticas para uma conta de poupança separada assim que receber seu salário. Isso ajudará a garantir que você esteja consistentemente economizando para sua reserva de emergência.
- ◇ Avalie seus hábitos de consumo e identifique áreas onde você pode cortar ou reduzir gastos não essenciais. Considere renegociar contratos de serviços, cancelar assinaturas desnecessárias ou optar por opções mais econômicas sempre que possível.
- ◇ Se você tem dívidas pendentes, priorize o pagamento delas para evitar acumular juros e encargos adicionais. Uma vez que suas dívidas estejam sob controle, redirecione os valores que você costumava pagar para sua reserva de emergência.

Construir uma reserva de emergência requer tempo, paciência e comprometimento. Mantenha-se fiel ao seu plano financeiro, mesmo quando enfrentar obstáculos ou tentações de gastar mais do que o necessário.



E existe algum método que facilite essa distribuição de valores para o controle das finanças pessoais?

Existe sim EnigMário, já ouviu falar no método 50-30-20?



Nunca ouvi falar na minha vida e não faço a mínima ideia do que seja.

Existem outros métodos que também podem ajudar nesse controle.
Vamos ver então o que são e como funcionam.



Existem alguns métodos para organização das finanças, como o método 50-30-20, o método 60-20-10-10, o método dos 6 envelopes e o método 50-10-10-10-10-10. Mas, basicamente, todos eles dizem respeito à distribuição das porcentagens do salário para pagamento das despesas. Porém, seguem a mesma ideia, sendo destinar a maioria do valor para os gastos essenciais, outra parte para gastos supérfluos e uma parte para a reserva [15].

Criado pela senadora norte-americana Elizabeth Warren e por sua filha Amelia Warren Tyagi, o método 50-30-20 surgiu com o objetivo de organizar melhor os gastos e poupar dinheiro, segundo as despesas fixas e variáveis, como: aluguel, alimentação, cartão de crédito, etc. [13].

Vamos detalhar como funciona o método de controle de finanças chamado de 50-30-20 [3]:

O objetivo principal desses métodos é equilibrar suas finanças, garantindo que você possa quitar dívidas, criar uma reserva de emergência e ainda realizar sonhos como viajar, comprar uma casa ou carro, ou iniciar um negócio. Dividindo sua renda, você pode alcançar esses objetivos com mais facilidade e eficiência.

O método 50-30-20 é uma estratégia simples e eficaz para gerenciar sua renda mensal. A proposta é dividir seu rendimento líquido em três partes distintas: 50%, 30% e 20%, dedicadas respectivamente a despesas essenciais, despesas variáveis e economias ou investimentos.

50% da renda líquida mensal para despesas essenciais: esta parte é destinada a cobrir gastos fixos e indispensáveis como contas de energia, água, aluguel, supermercado, transporte, plano de saúde e medicamentos. Para determinar o que realmente é essencial, pense no que é indispensável para sua rotina diária. Liste todas as despesas fixas e, se perceber que elas ultrapassam 50% da sua renda, considere maneiras de reduzir esses custos.

30% da renda líquida mensal para despesas não essenciais: esta parcela cobre gastos que não são indispensáveis, como jantares fora, serviços de streaming, TV a cabo,

salão de beleza, e compras por impulso. Se essas despesas ultrapassarem os 30%, será necessário fazer ajustes para seguir o método corretamente.

20% da renda líquida mensal para poupança e investimentos: esta quantia deve ser guardada para formar uma reserva financeira e para realizar projetos futuros. Economizar essa porcentagem mensalmente garante que você tenha recursos em momentos de emergência, evitando a necessidade de recorrer a empréstimos com juros altos, como cheque especial e rotativo do cartão de crédito.

Manter uma reserva financeira é crucial para evitar dívidas. Inicialmente, se você tiver dívidas, use os 20% destinados às economias para começar a pagá-las. Uma vez que suas finanças estejam sob controle, direcione essa porcentagem para criar uma reserva de emergência, preferencialmente investida em opções seguras e com um bom retorno financeiro.

O próximo passo é planejar o uso desse dinheiro para metas específicas, como a compra de um carro, da casa própria, uma viagem dos sonhos ou uma festa de casamento. Para cada meta, faça uma reserva separada. Estabelecer objetivos financeiros claros pode motivar você a poupar mensalmente. Com o tempo, seus sonhos podem se tornar realidade.

EXEMPLO 4.1.1: Suponhamos uma pessoa que recebe um salário de R\$ 3000,00, mais um acréscimo variável de comissão pelas vendas efetuadas no mês e ainda trabalha informalmente nas horas vagas para acréscimo de sua renda.

Demonstremos uma simulação de uma planilha de um orçamento contendo receita, gastos essenciais e gastos não essenciais, utilizando as receitas e as despesas dessa pessoa informado no problema.

| Data | Receitas | Valor (R\$) |
|------------|----------|-------------|
| 07/06/2024 | Salário | 3.000,00 |
| 15/06/2024 | Comissão | 1.200,00 |
| 20/06/2024 | Outros | 300,00 |
| | Total | 4.500,00 |

| Data | Despesas Essenciais | Valor (R\$) |
|------------|---------------------|-------------|
| 07/06/2024 | Aluguel | 1.200,00 |
| 08/06/2024 | Supermercado | 800,00 |
| 10/06/2024 | Transporte | 200,00 |
| 15/06/2024 | Água e Luz | 300,00 |
| 20/06/2024 | Plano Saúde | 700,00 |
| | Total | 3.200,00 |

| Data | Despesas Não Essenciais | Valor (R\$) |
|------------|-------------------------|-------------|
| 08/06/2024 | Jantar fora | 500,00 |
| 12/06/2024 | Cinema | 50,00 |
| 20/06/2024 | Roupas | 300,00 |
| 25/06/2024 | Viagem | 600,00 |
| 26/06/2024 | Bares | 100,00 |
| 30/06/2024 | Delivery | 100,00 |
| | Total | 1.650,00 |

| Resumo Final Mês | Valor (R\$) |
|---------------------------------|----------------|
| Total Receitas | 4.500,00 |
| Total Gastos Essenciais | 3.200,00 |
| Total Gastos Não Essenciais | 1.650,00 |
| Saldo (Receita – Gastos Totais) | -350,00 |

Podemos observar e concluir que, se essa pessoa cortasse ou diminuísse algumas de suas despesas, por exemplo: delivery, bares ou jantar fora, teria ao final do mês uma sobra para sua reserva ou para investimento e não uma dívida acumulada para o mês seguinte.

Portanto, reduzir despesas não essenciais é fundamental para ampliar sua capacidade de investir. Ao fazer isso, você pode constituir uma reserva de emergência, investir na poupança, fundos imobiliários ou outros tipos de investimentos que gerem renda passiva no futuro. Desenvolver o hábito de poupar e investir de forma consciente é essencial para alcançar a independência financeira e assegurar uma estabilidade

econômica a longo prazo.



Perfeito Dinheirino!

Agora que tenho esse dinheiro a mais em meu salário, já vou providenciar meu fundo de reserva de emergência. Mas você disse a respeito de aplicações seguras e rentáveis. Pode me ajudar com quais opções eu tenho?

Posso sim EnigMário, mas primeiro vamos conhecer alguns termos importantes do mercado financeiro para entender melhor como funciona cada opção de investimento.



4.2 Termos e Conceitos do Mercado Financeiro

O que mais se ouve quando falamos de investimentos é: “Qual é a melhor opção para se investir?”

Porém, da mesma forma que não existe uma resposta para a pergunta se devemos comprar a vista ou a prazo, também não é fácil responder a essa pergunta acima. Precisamos primeiramente entender o que está envolvido nessa decisão de se investir e qual é a intenção de cada pessoa. Se ela quer correr menos ou mais riscos, se existe algum prazo ou valor específico como objetivo.

Todos os investimentos devem ser analisados considerando o chamado “Tripé dos Investimentos”, criado pela equipe econômica do presidente Fernando Henrique Cardoso, no início de seu segundo mandato, em 1999, onde devemos analisar o risco que queremos assumir (**Risco**), em quanto tempo queremos o retorno esperado (**Liquidez**) e quanto de retorno visamos alcançar (**Rentabilidade**), Figura 4.1.

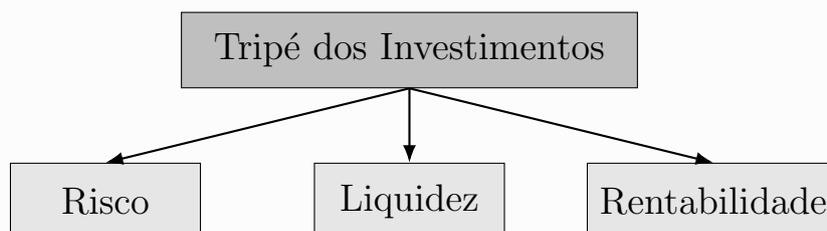


Figura 4.1: Tripé dos investimentos



Quer dizer então que não basta só eu definir qual investimento vou fazer, mas também preciso analisar esses três fatores? E o que significa cada um deles?

Sim EnigMário!

O mais importante é analisar esse tripé e depois terá certeza de qual será o melhor investimento para você.

Veja o que significa cada um desses termos na explicação que segue.



Investimentos

Investimento financeiro é o ato de colocar recursos financeiros em diferentes produtos financeiros, como ações, títulos, imóveis, fundos de investimento, entre outros, visando obter retornos financeiros no futuro. Esses investimentos são realizados com a expectativa de que o capital investido cresça ao longo do tempo, seja por meio de valorização dos ativos, pagamento de juros ou dividendos [16].

A decisão de investir envolve considerações sobre objetivos financeiros, prazos, tolerância ao risco e análise das condições do mercado, sendo uma ferramenta fundamental para o planejamento financeiro pessoal e empresarial.

Risco

Risco financeiro é a probabilidade de perda ou variação negativa nos retornos de um investimento, decorrente de diversos fatores, como variação do mercado, mudanças econômicas, políticas ou eventos imprevistos. É uma medida essencialmente ligada à incerteza e à possibilidade de não atingir os resultados esperados em um investimento, podendo variar conforme o tipo de aplicação e estratégia adotada [16].

Compreender e gerenciar o risco financeiro é crucial para os investidores, porque permite tomar decisões mais informadas e adequadas ao perfil de cada um, visando proteger o capital e maximizar os ganhos ao longo do tempo.

Liquidez

Liquidez financeira refere-se à capacidade de um ativo ser rapidamente convertido em dinheiro sem afetar significativamente seu valor de mercado. É essencialmente a facilidade com que um investidor pode acessar seus fundos ou vender um ativo no mercado, sem enfrentar grandes dificuldades ou perdas substanciais de valor [16].

Ativos líquidos são aqueles que podem ser prontamente convertidos em dinheiro, enquanto ativos com baixa liquidez podem exigir mais tempo ou esforço para serem negociados. A liquidez financeira é uma consideração importante para os investidores, porque afeta sua capacidade de responder a necessidades financeiras imediatas e gerenciar riscos de forma eficaz.

Rentabilidade

A rentabilidade financeira é o indicador que mostra o retorno obtido a partir de um investimento em relação ao valor inicialmente aplicado. Esse conceito reflete a eficácia do investimento em gerar lucro ao longo do tempo, representado geralmente como uma porcentagem do capital inicial investido. Quanto maior for a rentabilidade, mais eficiente é o investimento em transformar o capital inicial em ganhos adicionais [16].

Assim, a rentabilidade financeira desempenha um papel crucial na avaliação do desempenho dos investimentos e na comparação entre diferentes oportunidades de investimento, fornecendo orientação aos investidores que possibilite maximizar seus retornos e alcançar seus objetivos financeiros.

Agora que sabe a definição de cada um dos pilares de um investimento, vou te apresentar mais alguns conceitos importantes que também podem interferir nos investimentos que você escolher.



Ok Dinheirino, vamos lá!

Taxa Referencial (TR)

A **TR** ou Taxa Referencial é um indicador financeiro que teve sua origem como base para os juros praticados no Brasil, especialmente durante o início dos anos 1990, quando a inflação ultrapassava 50% ao ano [1].

Contudo, atualmente, a TR tende a ficar próxima a zero ou mesmo se tornar nula. Isso implica que compreender o conceito de TR tem uma relevância relativamente menor do que em períodos passados. Mesmo assim, a TR continua a desempenhar um papel significativo em diversos aspectos financeiros.

Atualmente, é relevante para determinar a rentabilidade de vários tipos de investimentos, dentre eles a poupança, incluindo também títulos de capitalização, Fundo de Garantia do Tempo de Serviço (FGTS) e investimentos relativos a fundos imobiliários.

Assim, embora a TR possa ter um impacto menos expressivo devido ao seu valor próximo a zero, ainda influencia o desempenho desses investimentos.

Certificado de Depósito Interbancário (CDI)

O **CDI**, ou Certificado de Depósito Interbancário, é um título emitido por instituições financeiras para viabilizar empréstimos entre si no mercado interbancário. Ele serve como referência para diversas operações financeiras, sendo especialmente utilizado como uma estratégia de negócio para avaliar o desempenho de investimentos de renda fixa [16].

A taxa CDI representa a média das taxas de juros praticadas nessas transações entre os bancos e é comumente utilizada como base para remuneração de diversos investimentos, como CDBs, LCIs, LCAs, entre outros, sendo uma medida importante para acompanhar e comparar a rentabilidade desses produtos no mercado financeiro.

Taxa Selic

A **Taxa Selic**, ou Sistema Especial de Liquidação e Custódia, é a taxa básica de juros da economia brasileira. Estabelecida pelo Banco Central do Brasil **BACEN**, ela serve como referência para diversas operações financeiras, desde empréstimos entre bancos até investimentos de renda fixa [7]. A Selic é utilizada como instrumento de controle da inflação e da política monetária, ajustada periodicamente pelo Comitê de Política Monetária **COPOM**.

Além disso, muitos investimentos, como títulos públicos, fundos de renda fixa e algumas modalidades de financiamento, têm sua rentabilidade atrelada à variação da taxa Selic, tornando-a uma medida fundamental para investidores e agentes econômicos acompanharem e compreenderem o cenário financeiro do país.

Imposto de Renda

O **Imposto de Renda** é um tributo obrigatório cobrado pelo governo sobre os rendimentos de pessoas físicas e jurídicas, bem como sobre ganhos de capital, lucros e outras fontes de renda. No caso das pessoas físicas, o Imposto de Renda incide sobre salários, aluguéis, dividendos, investimentos, entre outros. Já para empresas, ele é calculado sobre o lucro obtido [7].

O imposto é progressivo, ou seja, sua alíquota aumenta conforme a renda ou lucro aumentam. O valor arrecadado pelo Imposto de Renda é utilizado para financiar serviços públicos essenciais, como saúde, educação, segurança e infraestrutura.

No caso de investimentos financeiros onde incide a cobrança de imposto de renda, usualmente se aplica a tabela da alíquota(taxa) regressiva, como podemos ver na Tabela 4.1.

| Alíquota | Prazo (dias) |
|----------|--------------|
| 22,5% | 180 ou menos |
| 20,0% | 181 a 360 |
| 17,5% | 361 a 720 |
| 15,0% | 721 ou mais |

Tabela 4.1: Tabela de Alíquotas e Prazos

Fonte: <https://www.gov.br/receitafederal/pt-br/assuntos/meu-imposto-de-renda/tabelas/2024>

Certo, agora que você já sabe o que é imposto de renda no geral, vamos falar sobre como ele incide nos investimentos. Basicamente, o imposto de renda é aplicado apenas sobre a parte que rendeu, ou seja, sobre os ganhos obtidos. Por exemplo, em investimentos de renda fixa como Tesouro Direto e CDBs, o imposto é descontado na fonte e varia de 22,5% para prazos de até 180 dias a 15% para prazos acima de 720 dias.



Ah, entendi! Então, o imposto de renda nos investimentos é calculado apenas sobre os rendimentos e não sobre o valor total investido. E a taxa de rendimento varia conforme o tipo de investimento e o prazo que eu mantenho o dinheiro aplicado. Parece simples, mas você falou de CDB e Tesouro, e eu não sei nada sobre isso...

Não se preocupe, EnigMário. Não precisa ficar assustado ou ansioso. Vamos falar sobre cada um desses investimentos em mais detalhes adiante. Vou explicar tudo passo a passo para que você entenda perfeitamente.



Fundo Garantidor de Créditos (FGC)

O Fundo Garantidor de Créditos **FGC** é uma entidade privada, sem fins lucrativos, que tem como principal objetivo proteger os investidores em caso de inadimplência ou falência de instituições financeiras. Ele garante o ressarcimento dos valores investidos pelos clientes em até determinado limite por CPF ou CNPJ em caso de quebra da instituição financeira. Imagine que banco enfrenta dificuldades financeiras e entra em processo de falência, os clientes que têm depósitos ou investimentos protegidos pelo FGC receberão a devolução de seus fundos até o limite de R\$ 250 000,00 por CPF/CNPJ na instituição. Esse valor de cobertura por CPF/CNPJ é por instituição financeira, com um limite global de garantia de R\$ 1 000 000,00 por CPF ou CNPJ a cada período de quatro anos [16].

Tá vendo como é importante aprender antes de investir?
Você não pode colocar o seu dinheiro em qualquer lugar. O FGC é uma grande segurança, né?
Mas, enfim, é importante entender como ela funciona para não ficar rico só no mundo da imaginação!



Puxa!! Agora estou começando a entender como é necessário saber onde estamos colocando nosso dinheiro e os riscos envolvidos.
Mas me diz uma coisa Dinheirino, todos os investimentos possuem essa cobertura?
Ou é só o meu sonho de ser milionário que está em perigo?

Não, nem todos.
O FGC cobre depósitos à vista, poupança, CDBs, RDBs, letras de câmbio, letras hipotecárias, LCIs e LCAs, entre outros.
Porém, investimentos como ações, debêntures, fundos de investimento e títulos do agronegócio não emitidos por instituições financeiras não são cobertos.
Por isso, é importante diversificar e entender a proteção de cada tipo de investimento.





Quanta coisa!!!

Relaxa! Vou te ajudar a descobrir tudo isso. À medida que você vai se aperfeiçoando e aprendendo, vai se tornando um investidor cada vez mais seguro e informado.

Vamos prosseguir, que temos muito chão pela frente, meu amigo.

Ah, e prepare-se, porque os próximos conceitos são a taxa de administração e o IOF, mais “taxinhas” que você precisa ficar de olho quando for investir.



Taxa de Administração

A **Taxa de Administração** em investimentos financeiros é uma cobrança feita por instituições financeiras responsáveis pela gestão e administração de fundos de investimento. Ela representa a remuneração dessas instituições pelos serviços prestados aos investidores, incluindo a seleção de ativos, análise de mercado, execução de operações e prestação de informações. Essa taxa é geralmente cobrada como uma porcentagem sobre o valor total do patrimônio investido e pode variar conforme o tipo de fundo e a política adotada pela instituição.

Embora seja uma despesa a ser considerada, a taxa de administração é importante para garantir a gestão profissional e a segurança dos investimentos, sendo um aspecto relevante na escolha de um fundo de investimento [7].

Imposto sobre Operações Financeiras (IOF)

O Imposto sobre Operações Financeiras **IOF** é uma taxa aplicada sobre diversas operações financeiras realizadas no Brasil, tanto por pessoas físicas quanto jurídicas. Criado para controlar o fluxo de recursos financeiros e a política monetária do país, o IOF incide sobre transações como empréstimos, câmbio, seguros, investimentos, entre outras.

Suas alíquotas variam conforme o tipo de operação e o prazo em que ela é realizada, sendo cobradas no momento da transação ou no resgate de determinados investimentos. O IOF é uma fonte significativa de arrecadação para o governo brasileiro e tem impacto direto nas finanças pessoais e corporativas [5].

Importante ressaltar que o IOF sobre investimentos incide apenas nos primeiros 30 dias de aplicação, com uma alíquota decrescente até atingir 0% após esse tempo, como podemos ver na Tabela 4.2.

| Dias | Alíquota | Dias | Alíquota | Dias | Alíquota |
|------|----------|------|----------|------|----------|
| 1 | 96% | 11 | 63% | 21 | 30% |
| 2 | 93% | 12 | 60% | 22 | 26% |
| 3 | 90% | 13 | 56% | 23 | 23% |
| 4 | 86% | 14 | 53% | 24 | 20% |
| 5 | 83% | 15 | 50% | 25 | 16% |
| 6 | 80% | 16 | 46% | 26 | 13% |
| 7 | 76% | 17 | 43% | 27 | 10% |
| 8 | 73% | 18 | 40% | 28 | 6% |
| 9 | 70% | 19 | 36% | 29 | 3% |
| 10 | 66% | 20 | 33% | 30 | 0% |

Tabela 4.2: Tabela Regressiva – IOF

Fonte: https://www.banestes.com.br/investimentos/invest_tabela_iof.html



Puxa vida Dinheirino, quantas informações!!!
E isso era tudo que eu precisava conhecer sobre investimentos?

Ainda falta uma última coisa. Precisamos descobrir qual é o seu perfil de investidor.
Isso faz muita diferença na hora da tomada de decisão de qual investimento melhor vai atender às suas necessidades.
Veja só!



Perfil do Investidor

O **Perfil do Investidor** é uma avaliação individualizada das características, objetivos e tolerância ao risco de cada pessoa em relação aos investimentos. Esse perfil é determinado por diversos fatores, como idade, renda, experiência no mercado financeiro, horizonte de investimento e aversão ao risco. Com base nesses aspectos, os investidores podem ser classificados em diferentes perfis, como conservador, moderado ou arrojado, indicando suas preferências avesso ao risco ou propenso ao risco em busca de retornos financeiros.

Entender o próprio perfil de investidor é fundamental para tomar decisões adequadas, escolher os investimentos mais alinhados aos objetivos e necessidades individuais, e garantir uma estratégia de investimento eficaz e sustentável ao longo do tempo [4].



Dessa vez ficou fácil decidir.

Eu sou, com certeza um investidor **conservador** porque não quero correr riscos.

Principalmente por conhecer bem pouco sobre o assunto e entrar agora nessa área.

Pronto EnigMário, acho que agora já temos todas as ferramentas e conceitos necessários para definirmos o que fazer com seu dinheiro.

Já posso responder suas perguntas do que vem a ser CDB, Tesouro e outras aplicações e aquela que melhor irá se encaixar com seu perfil de investidor conservador.

São os chamados investimentos de Renda Fixa.



Estava ansioso por esse momento, Dinheirino!

Vamos então em busca da melhor opção para mim.

Mas somente investimentos conservadores, né?

Sim, o que te deixar mais confortável para investir!!



4.3 Investimentos de Renda Fixa

Vejamos o conceito de Renda Fixa, suas características e alguns desses investimentos.



Obaaa, legal!!!!

Investimentos de renda fixa são aplicações financeiras onde as condições de remuneração ou de cálculo de rendimento são definidas no momento da aplicação. Esses investimentos oferecem maior previsibilidade e segurança em comparação com os investimentos de renda variável [7].

Em outras palavras, ao investir em renda fixa, você sabe de antemão como será calculado o retorno do seu investimento, seja por meio de uma taxa de juros fixa ou indexada a algum índice econômico, como a Selic ou o IPCA. Esses investimentos são considerados de menor risco em comparação com os de renda variável, por oferecerem previsibilidade de retorno.

As principais características da renda fixa são a previsibilidade, pois o investidor conhece a forma de cálculo dos rendimentos desde o início, a segurança porque geralmente, são investimentos mais seguros, especialmente quando garantidos por instituições sólidas ou pelo governo e a diversificação, onde há diversas opções de investimentos na categoria de renda fixa, cada uma com suas características específicas de prazo, liquidez e rentabilidade.

Agora, veremos quais investimentos são mais recomendados para uma reserva de emergência.



Sempre investi na poupança, existem outros?

Existem sim, veja a seguir.



Poupança

Poupança, em termos financeiros, refere-se a uma reserva de dinheiro que uma pessoa ou família mantém para uso futuro. É uma forma comum de guardar dinheiro, geralmente em uma conta bancária específica chamada de conta poupança [9].

Segundo dados da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais **Anbima**, 23% dos investidores brasileiros ainda confiam na poupança para gerir seu dinheiro.

A conta poupança é uma opção popular para muitas pessoas, porém oferece uma taxa de juros modesta sobre o saldo mantido na conta. Essa taxa de juros pode variar dependendo das políticas do banco e das condições econômicas gerais. A principal vantagem da poupança é que o dinheiro está disponível para ser retirado a qualquer momento, ou seja, alta liquidez, proporcionando uma reserva financeira para emergências ou metas de curto prazo.

Embora as taxas de juros das contas de poupança geralmente não sejam tão altas quanto as de outros investimentos, como ações ou títulos, a poupança é considerada uma opção segura e estável para guardar dinheiro. O seu rendimento é creditado apenas no “aniversário” da aplicação, ou seja, a cada 30 dias da data em que foi feito o depósito.

Tem a sua segurança garantida pelo FGC até o limite de R\$ 250 000,00 por CPF e por instituição financeira e recomendada para quem está começando a poupar ou para guardar fundos para despesas futuras previsíveis.

A remuneração dos depósitos de poupança é composta de duas possibilidades:

- ◇ Se a taxa Selic estiver acima de 8,5% ao ano, o rendimento da poupança será de 0,5% ao mês + TR;
- ◇ Se a taxa Selic estiver abaixo de 8,5% ao ano, o rendimento da poupança será de 70% da taxa Selic + TR.

O COPOM tenta manter a SELIC em 10,50% ao ano.

Na Tabela 4.3 temos o rendimento da poupança até junho de 2024 atualizado em 06/05/2024.

| Mês/Ano | Rendimento no mês | Acumulado 12 meses | Acumulado no ano |
|-----------|-------------------|--------------------|------------------|
| Janeiro | 0,58% | 7,90% | 0,58% |
| Fevereiro | 0,50% | 7,82% | 1,09% |
| Março | 0,53% | 7,60% | 1,63% |
| Abril | 0,60% | 7,62% | 2,25% |
| Maior | 0,58% | 7,48% | 2,85% |
| Junho | 0,53% | 7,33% | 3,44% |

Tabela 4.3: Tabela de Rendimento Mensal e Acumulado – 2024

Fonte: <https://www.bcb.gov.br/estatisticas/remuneradedepositospoupanca>

EXEMPLO 4.3.1: Suponhamos que Larissa fez um depósito de R\$ 1000,00 na conta poupança em janeiro de 2024. Considerando que até o mês de junho ela não tenha mais feito nenhum outro depósito, qual o montante Larissa terá no fim de junho?

Aplicando-se a fórmula dos juros compostos visto no capítulo anterior, temos a seguinte tabela

| Mês | Capital (R\$) | Taxa mensal | Juros (R\$) | Montante (R\$) |
|-----------|---------------|-------------|-------------|----------------|
| Janeiro | 1.000,00 | 0,58% | 5,80 | 1.005,80 |
| Fevereiro | 1.005,80 | 0,50% | 5,03 | 1.010,83 |
| Março | 1.010,83 | 0,53% | 5,36 | 1.016,19 |
| Abril | 1.016,19 | 0,60% | 6,10 | 1.022,28 |
| Maior | 1.022,28 | 0,58% | 5,93 | 1.028,21 |
| Junho | 1.028,21 | 0,53% | 5,45 | 1.033,66 |
| Total | 1.033,66 | | | 1.033,66 |

Portanto, no fim de junho, Larissa terá R\$ 1033,66.

Outra opção disponível para o cálculo do rendimento da poupança é a *Calculadora do Cidadão*, vista na figura 4.2, facilmente acessível e auto instrutiva.



Figura 4.2: Calculadora do Cidadão

Fonte: www.bcb.gov.br/meubc/calculadoradocidadao

Trata-se de uma ferramenta interativa desenvolvida para facilitar a realização de cálculos financeiros simples, visando auxiliar o cidadão em suas necessidades financeiras do dia a dia. A metodologia adotada para os cálculos baseia-se em juros compostos, uma prática amplamente utilizada nos sistemas financeiros em operações de crédito, remuneração de aplicações e correção monetária.

Este aplicativo, disponível nas principais lojas de aplicativos, simula operações comuns do cenário financeiro diário com base nas informações inseridas pelo usuário. O Banco Central ressalta que os cálculos fornecidos devem ser considerados apenas como uma referência para situações reais e não como valores oficiais [1].

Tesouro Selic

O **Tesouro Selic** é uma opção de investimento público vinculada à taxa básica de juros (Taxa Selic), no qual o investidor empresta seu dinheiro ao governo. Estes títulos federais, disponíveis através do programa Tesouro Direto, são amplamente utilizados por iniciantes no mercado financeiro, por investidores de perfil mais cauteloso e como uma maneira de diversificar portfólio [1].

Sua característica de risco é bastante baixa, já que é possível prever o rendimento no vencimento ou, ao menos, calcular como será, apesar de não estar na lista do Fundo Garantidor de Crédito (FGC), associação civil que protege e devolve o dinheiro de investidores em caso de quebra de instituições financeiras. Entre os títulos

disponíveis, o Tesouro Selic se destaca como um dos mais populares. Anteriormente conhecido como **LFT** (Letra Financeira do Tesouro), este título público federal oferece rendimento pós-fixado, vinculado à taxa Selic, a taxa básica de juros, decidida em maio de 2024 em 10,50% ao ano.

Atualmente, o Tesouro Selic atrai muitos investidores que buscam alternativas à poupança devido ao rendimento acima da inflação. Ao contrário da poupança, que atualmente rende menos que a taxa Selic, o Tesouro Selic acompanha de perto essa taxa, ou seja, oferece um rendimento equivalente a 100% da taxa Selic. Isso significa que se a Selic aumentar, o rendimento do Tesouro Selic também aumentará e vice-versa. Além disso, o resgate do Tesouro Selic está disponível um dia após a solicitação, proporcionando alta liquidez.

Investir no Tesouro Selic é simples e pode ser feito por uma conta em uma corretora. Veja como investir:

O primeiro passo é ter uma conta em uma instituição financeira habilitada, que podem ser bancos tradicionais, bancos digitais ou corretoras de valores que oferecem acesso ao Tesouro Direto, figura 4.3. Você consegue ver todas as instituições parceiras [aqui](#).

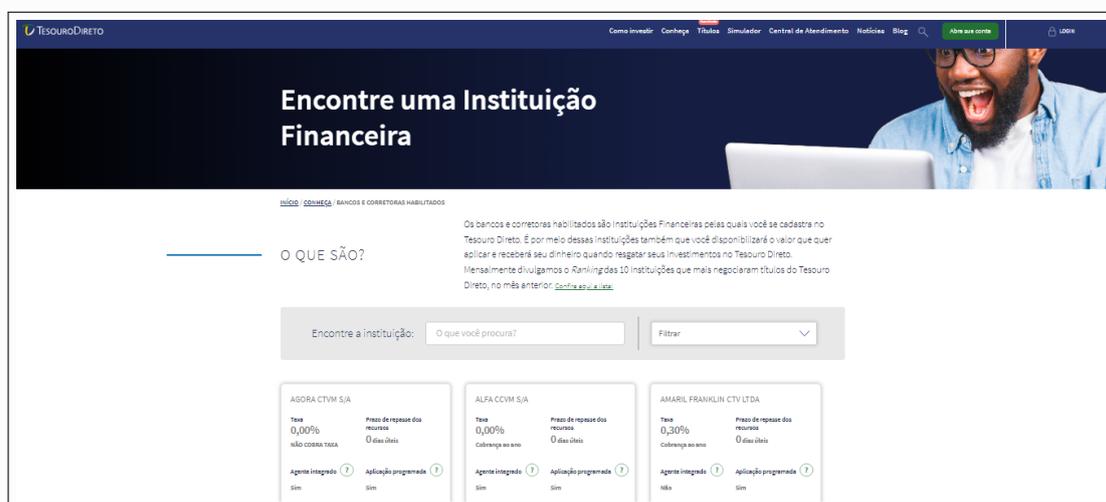


Figura 4.3: Portal do Tesouro Direto

Fonte: <https://www.tesourodireto.com.br/conheca/bancos-e-corretoras.htm>

Realize o cadastro na plataforma do Tesouro Direto, com o auxílio da instituição escolhida. Você deve solicitar à instituição financeira que faça seu cadastro no Tesouro Direto.

Depois disso, você receberá uma senha temporária da B3 para acessar o [Portal do investidor](#), local onde você poderá investir no Tesouro Direto e acompanhar o saldo e

extratos dos seus investimentos, figura 4.4. Você pode também investir diretamente através da plataforma da sua instituição financeira. Basta acessar a seção de Renda Fixa e procurar por Tesouro Direto.

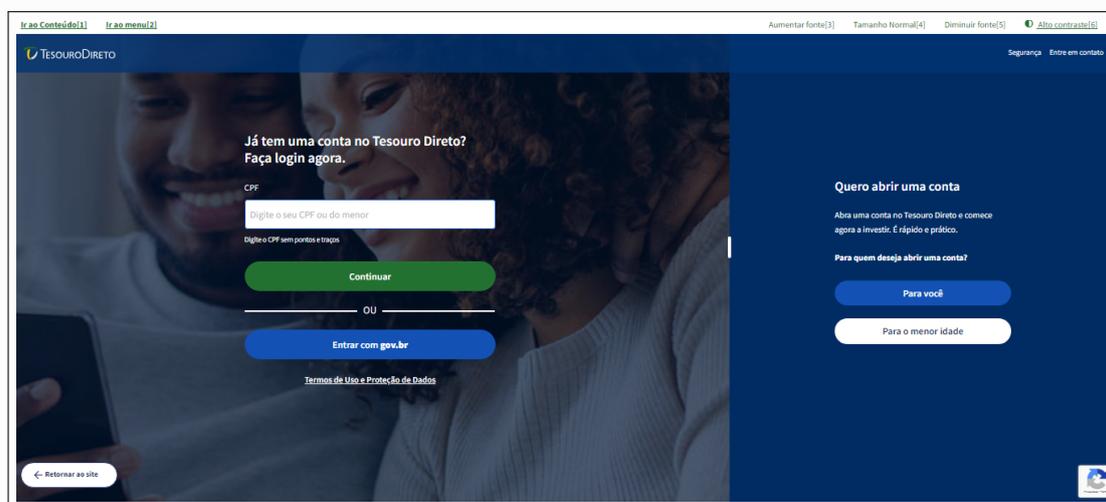


Figura 4.4: Portal do Investidor

Fonte: <https://portalinvestidor.tesourodireto.com.br>

Entre no Portal do Investidor e utilize seu CPF e a senha temporária enviada ao seu e-mail para fazer login. Em seguida, vá até os dados cadastrais e crie uma nova senha de acesso. Alternativamente, você pode acessar o Tesouro Direto com sua conta *SouGov*, figura 4.5.

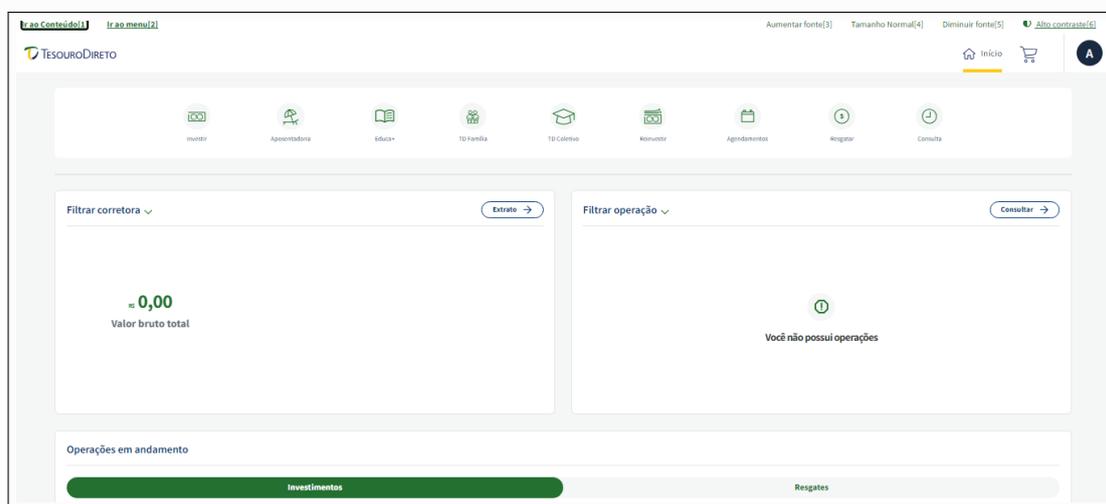


Figura 4.5: Login Área do Investidor

Fonte: <https://portalinvestidor.tesourodireto.com.br/MeusInvestimentos>

Feito isso, você está pronto para investir no Tesouro Direto de maneira segura e online. No portal, você pode ver as opções de títulos disponíveis e usar simuladores para avaliar os rendimentos. Quando estiver pronto, clique na seção “Investir” para iniciar seus investimentos. Apesar de estarmos falando inicialmente do tesouro Selic,

ao abrir a página do portal do investidor você irá encontrar outras opções como tesouro IPCA+, tesouro pré-fixado e tesouro Educa+, com diferentes taxas e prazos. Alguns desses serão tratados posteriormente.

Monitore seu título pelo site ou aplicativo da instituição escolhida, verificando a rentabilidade e o valor de mercado. Caso precise do dinheiro antes do vencimento, você pode resgatar os títulos antecipadamente no mercado secundário. Se mantiver o título até o vencimento, receberá o valor investido acrescido dos juros contratados. Considere reinvestir os juros recebidos ou os valores resgatados para potencializar seus ganhos.

É importante se atentar a um detalhe que muitas vezes passa despercebido. No mercado financeiro é comum que as taxas sejam anuais, mas seja capitalizada mensalmente ou até mesmo capitalizada diariamente. Isso muda um pouco o cálculo.



Como assim? O que significa “capitalizada mensalmente”?

Quando uma taxa é divulgada como anual, mas capitalizada mensalmente, significa que os juros são aplicados ao saldo a cada mês e não só no final do ano. Por exemplo, uma taxa de 6% ao ano capitalizada mensalmente resulta em um rendimento mensal equivalente a 0,5%, pois 6% é dividido pelos 12 meses do ano.



Então o rendimento final acaba sendo maior do que se fosse só no final de um ano?

Exatamente! Como os juros são aplicados todo mês ou todo dia, você ganha juros sobre os juros de cada mês. Isso é o que chamamos de juros compostos, e é uma prática muito comum no mercado.

Quando calcular, lembre-se sempre de verificar a frequência de capitalização, pois ela pode influenciar bastante no rendimento final.





Faz sentido. Mas e no cartão de crédito?
As taxas também funcionam assim?

Sim, no cartão de crédito acontece algo semelhante, mas em um período muito curto.

A taxa pode parecer baixa quando é divulgada, mas ela é capitalizada de forma tão frequente que, no final, você pagará bem mais. Por isso essas taxas podem ser ilusórias.



Da mesma forma, se a taxa é divulgada ao ano e capitalizada diariamente, significa que os juros incidirão sobre o saldo devedor todos os dias, como é feito com os cartões de crédito. No mesmo exemplo anterior, a taxa de 6% ao ano capitalizada diariamente resulta em um rendimento de 0,0238% ao dia, pois os 6% é dividido pelos, aproximadamente, 252 dias úteis do ano.



Então se eu atrasar o pagamento do meu cartão, os juros acabam se acumulando muito mais rápido do que eu imaginava!!

Exato! Por isso que as dívidas no cartão de crédito podem crescer tanto em tão pouco tempo. Mesmo que a taxa anual pareça baixa, com a capitalização diária, o valor final pode ser bem maior.



Sempre que se deparar com uma taxa aparentemente baixa, EnigMário, lembre-se que os juros compostos podem fazer o valor a ser pago crescer muito rapidamente.



Pode deixar Dinheirino, vou me lembrar sempre disso agora.

Vejam um exemplo agora do cálculo de uma aplicação no Tesouro Selic.

EXEMPLO 4.3.2: Maria decidiu começar a investir seu dinheiro para alcançar suas metas financeiras de longo prazo. Após fazer uma pesquisa sobre opções de investimento, ela optou por investir no Tesouro Selic, devido à sua segurança e facilidade de resgate. Maria decide investir R\$ 5000,00 no Tesouro Selic, que atualmente tem uma taxa de juros de 10,50% ao ano. Ela escolhe um prazo de investimento de um ano, com liquidez diária, como teste.

Consideremos n , o número de períodos por ano (para juros compostos diários, $n = 252$, sendo 252 o número aproximado de dias úteis no ano do mercado financeiro brasileiro).

Utilizando a fórmula do montante (M) com juros compostos e alterando a taxa de rendimento anual para uma capitalização diária, temos:

$$\begin{aligned}
 M &= C \left(1 + \frac{i}{n} \right)^{nt} \\
 &= \text{R\$ } 5000,00 \left(1 + \frac{0,105}{252} \right)^{252 \cdot 1} \\
 &= \text{R\$ } 5000,00 (1 + 0,0004167)^{252} \\
 &= \text{R\$ } 5000,00 (1,0004167)^{252} \\
 &= \text{R\$ } 5000,00 (1,110687) \\
 &\approx \text{R\$ } 5553,44
 \end{aligned}$$

O imposto de renda sobre os investimentos em Tesouro Direto é regressivo, baseado no tempo de aplicação. Para um investimento de 1 ano, a alíquota é de 17,5% sobre o rendimento, logo temos:

$$\text{Imposto} = \text{R\$ } 553,44 \times 0,175 = \text{R\$ } 96,85$$

Assim o Montante líquido = Montante (M) – Imposto

$$\text{Montante Líquido} = \text{R\$ } 5553,44 - \text{R\$ } 96,85$$

Montante líquido = R\$ 5456,59.

Portanto, ao final de um ano, Maria terá R\$ 5456,59 investindo R\$ 5000,00 no Tesouro Selic com uma taxa de juros de 10,50% ao ano. Investir nos títulos oferecidos pelo Tesouro Direto é sim uma escolha segura e lucrativa, principalmente por ter uma liquidez diária e ser indicado para uma reserva de

emergência.

Certificado de Depósito Bancário – CDB

O Certificado de Depósito Bancário **CDB** é um título de renda fixa oferecido pelas instituições bancárias no Brasil como forma de angariar fundos para suas operações [1].

Considerado um investimento conservador, o CDB costuma apresentar rendimentos superiores aos da poupança, embora seja difícil precisar exatamente quanto. Isso se deve ao fato de os bancos oferecerem taxas de juros diversas para cada título, além de condições específicas como prazos de vencimento, período de carência e montante mínimo.

Assim como a poupança é garantido pelo FGC até o limite de R\$ 250 000,00 por CPF e por instituição financeira. Existem três tipos principais de CDB:

- ◇ Prefixado é o tipo de CDB que possui sua rentabilidade definida previamente, ou seja, o investidor já sabe qual será o rendimento no momento do vencimento do título.
- ◇ Pós-fixado é aquele onde o rendimento está atrelado a uma taxa de juros de mercado, significando não haver garantia total de estabilidade por estar sujeito às variações de um índice específico ao longo do período de aplicação.
Geralmente, essa taxa está vinculada ao Certificado de Depósito Interbancário **CDI**, um indicador de juros utilizado nas transações entre bancos.
- ◇ Híbrido que combina características do CDB pós e prefixado, proporcionando uma parcela da rentabilidade atrelada a um indexador e outra parte sujeita a uma taxa de juros fixa. Essa combinação oferece um equilíbrio entre estabilidade e potencial de rentabilidade.

Trabalharemos agora um exemplo prático para ilustrar a diferença entre eles. Simularemos dois CDBs prefixados, de uma mesma instituição X, ambos com características parecidas e com liquidez diferente.

EXEMPLO 4.3.3: Consideraremos um CDB prefixado com prazo de 1 ano e outro com prazo de 2 anos e valor de R\$ 1000,00 de investimento.

- ◇ CDB 1 (Pré-fixado) com uma taxa de 10% ao ano, vencimento de 1 ano, sem liquidez diária;
- ◇ CDB 2 (Pré-fixado) onde a taxa é de 12% ao ano, vencimento em 2 anos, sem liquidez diária.

Ambos sem taxa de administração e seguindo a tabela regressiva de alíquota do imposto de renda de 20% para investimentos até 360 dias e de 15% após 720 dias.

Desconsideraremos por hora a incidência da inflação e voltaremos nesse exemplo adiante, em momento oportuno, quando falaremos desse índice.

Calcularemos, primeiramente, o rendimento bruto para cada um desses CDBs utilizando a fórmula de juros compostos. Em ambos, consideraremos que o rendimento é capitalizado mensalmente ($t = 12$) por ser a prática comum.

CDB 1 - 1 ano:

$$\begin{aligned}
 M &= C\left(1 + \frac{i}{12}\right)^t \\
 &= R\$ 1000,00\left(1 + \frac{0,10}{12}\right)^{12} \\
 &= R\$ 1000,00(1,00833)^{12} \\
 &= R\$ 1000,00(1,104713) \\
 &\approx R\$ 1104,71
 \end{aligned}$$

CDB 2 - 2 anos:

$$\begin{aligned}
 M &= C\left(1 + \frac{i}{12}\right)^t \\
 &= R\$ 1000,00\left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{24} \\
 &= R\$ 1000,00(1,01)^{24} \\
 &= R\$ 1000,00(1,269734) \\
 &\approx R\$ 1269,73
 \end{aligned}$$

Calculando agora o rendimento líquido, ou seja, uma alíquota de desconto do imposto de renda de, 20% para o CDB 1 e de 15% para o CDB 2, temos:

CDB 1:

Imposto de Renda: Rendimento de R\$ 104,71(0,20) = R\$ 20,94

Rendimento Líquido: R\$ 1104,71 – R\$ 20,94 = R\$ 1083,77

CDB 2:

Imposto de Renda: Rendimento de R\$ 269,73(0,15) = R\$ 40,46

Rendimento Líquido: R\$ 1269,73 – R\$ 40,46 = R\$ 1229,27

Com essa simulação, podemos verificar que a diferença de liquidez entre os dois investimentos deve ser compensada pela taxa de rendimento maior e o maior risco do 2º título, também atribui a ele um maior rendimento, pois quanto maior o risco, maior o rendimento.

Nesse segundo exemplo, simularemos outros dois CDBs, agora pós-fixados, também da mesma instituição financeira X, com características semelhantes e liquidez diferente.

EXEMPLO 4.3.4: Consideraremos ambos pós-fixados, um prazo de 2 anos e seguirão a taxa do CDI (Certificado de Depósito Interbancário), mas um com liquidez diária (CDB de liquidez diária) e outro sem liquidez (CDB de longo prazo) e valor de R\$ 1000,00 de investimento.

CDB de Liquidez Diária: 2 anos, 95% do CDI.

CDB de Longo Prazo: 2 anos, 105% do CDI.

Taxa CDI: Suponhamos que a taxa CDI média anual seja 10%.

Ambos sem taxa de administração e seguindo a tabela regressiva de alíquota do imposto de renda de 15% após 720 dias.

Desconsideraremos por hora também a incidência da inflação e voltaremos nesse exemplo adiante, em momento oportuno.

Calcularemos inicialmente o rendimento bruto utilizando-se da fórmula de juros compostos.

CDB de Liquidez Diária:

Taxa de juros anual ajustada: $0,95 \times 0,10 = 0,095$

Cálculo do montante após 2 anos:

$$\begin{aligned}M &= C(1 + i)^t \\&= \text{R\$ } 1000,00(1 + 0,095)^2 \\&= \text{R\$ } 1000,00(1,095)^2 \\&= \text{R\$ } 1000,00(1,199025) \\&= \text{R\$ } 1199,03\end{aligned}$$

CDB de Longo Prazo:

Taxa de juros anual ajustada: $1,05 \times 0,10 = 0,105$

Cálculo do montante após 2 anos:

$$\begin{aligned}M &= C(1 + i)^t \\&= \text{R\$ } 1000,00(1 + 0,105)^2 \\&= \text{R\$ } 1000,00(1,105)^2 \\&= \text{R\$ } 1000,00(1,221025) \\&= \text{R\$ } 1221,03\end{aligned}$$

Calculando agora o rendimento líquido, ou seja, uma alíquota de 15% para ambos, temos:

CDB de Liquidez Diária:

Imposto de Renda: Rendimento de $\text{R\$ } 199,03(0,15) = \text{R\$ } 29,85$

Rendimento Líquido: $\text{R\$ } 1199,03 - \text{R\$ } 29,85 = \text{R\$ } 1169,18$

CDB de Longo Prazo:

Imposto de Renda: Rendimento de $\text{R\$ } 221,03(0,15) = \text{R\$ } 33,15$

Rendimento Líquido: $\text{R\$ } 1221,03 - \text{R\$ } 33,15 = \text{R\$ } 1187,88$

Portanto, o CDB de longo prazo com uma taxa maior oferece um rendimento líquido maior para compensar a falta de liquidez, demonstrando que a taxa de rendimento mais alta é uma forma de incentivar os investidores a manterem seu capital investido por um período mais longo, proporcionando tanto segurança quanto potencial de retorno.

Letras de Crédito Imobiliário – LCI e Letras de Crédito do Agronegócio – LCA

As Letras de Crédito Imobiliário **LCI** e as Letras de Crédito do Agronegócio **LCA** são instrumentos financeiros de renda fixa, utilizados para captar recursos com o objetivo de impulsionar os setores imobiliário e agropecuário, respectivamente. Quando um banco emite esses títulos, ele está obtendo recursos dos investidores, os quais serão destinados ao financiamento de empresas nesses setores específicos [1].

Ao adquirir uma LCI ou LCA, o investidor está emprestando dinheiro ao banco, que por sua vez repassa esses fundos na forma de crédito para empresas do setor imobiliário ou do agronegócio. Essas empresas utilizam o crédito para financiar seus projetos e têm a obrigação de devolver o valor emprestado acrescido de juros, assumindo assim um papel de intermediário. Os juros pagos pelas empresas ao banco são então repassados aos investidores, juntamente com o capital inicial investido e os rendimentos acordados previamente.

É crucial notar que o risco do empréstimo é assumido pelo banco emissor. Isto significa que, mesmo se a empresa beneficiária do crédito não honrar sua dívida, o investidor ainda assim receberá seu dinheiro de volta. A rentabilidade e o valor mínimo para aplicação podem variar conforme a instituição financeira, e uma das vantagens desses títulos é que sua rentabilidade tende a acompanhar o CDI (Certificado de Depósito Interbancário), proporcionando uma previsibilidade maior em comparação com investimentos de renda variável e, conseqüentemente, um risco menor.

Além disso, uma atração significativa das LCIs e LCAs é a isenção de imposto de renda para investidores pessoas físicas. Esses investimentos também são protegidos pelo Fundo Garantidor de Crédito (FGC), que assegura uma cobertura de até R\$ 250 000,00 por investidor em caso de problemas com a instituição financeira.

As LCIs e LCAs geralmente têm seus rendimentos e prazos de vencimento definidos no momento da aplicação, oferecendo clareza e segurança ao investidor.

EXEMPLO 4.3.5: Imagine que Júlia investiu R\$ 5000,00 em uma LCI com uma taxa pré-fixada de 8% ao ano. Calcularemos quanto ela terá ao final de um ano.

A fórmula para calcular o Valor Futuro (VF) de um investimento com taxa de juros pré-fixada é:

$$\begin{aligned}VF &= C(1 + i)^t \\ &= \text{R\$ } 5000,00(1 + 0,08)^1 \\ &= \text{R\$ } 5000,00(1,08) \\ &= \text{R\$ } 5400,00\end{aligned}$$

Com um investimento inicial de R\$ 5000,00 em uma LCI com uma taxa de 8% ao ano, Júlia terá um rendimento de R\$ 400,00 ao final de um ano, resultando em um montante de R\$ 5400,00, e por ter uma liquidez diária, é recomendado para uma reserva de emergência.



Meu Deus!! Quanta variedade de investimentos para que eu possa decidir e iniciar minha reserva de emergência. Só piorou minha indecisão Dinheirino.

Calma EnigMário, vamos fazer o seguinte, vou te mostrar uma comparação entre os investimentos que vimos até agora e tenho certeza que vai te ajudar a entender melhor.



EXEMPLO 4.3.6: Simularemos um investimento de R\$ 10 000,00 feito por Nathália por um período de 5 anos, comparando os rendimentos em diferentes opções de investimento: Poupança, Tesouro Selic, CDB, LCI e LCA. Para este exemplo, incluiremos o imposto de renda (IR) e a taxa de administração (quando aplicável).

Para simplificar os cálculos, assumiremos as seguintes taxas e parâmetros (considerando que a TR está em zero para simplificação):

- ◇ Poupança: 0,5% ao mês + TR (Taxa Referencial) (isento de IR e taxa de administração)
- ◇ Tesouro Selic: 10,5% ao ano (IR de 15% para um período superior a 2 anos, taxa de administração de 0,20% ao ano)
- ◇ CDB: 10% ao ano (IR de 15% para um período superior a 2 anos, sem taxa de administração)
- ◇ LCI e LCA: 9% ao ano (isento de IR e taxa de administração)

Analisando as opções apresentadas, temos:

- ◇ Poupança (isento de IR e taxa de administração)

A poupança rende 0,5% ao mês mais a TR (assumida como zero):

$$\begin{aligned}
 M &= C(1 + i)^{60} \\
 &= R\$ 10\,000,00(1 + 0,005)^{60} \\
 &= R\$ 10\,000,00(1,005)^{60} \\
 &= R\$ 10\,000,00(1,34885) \\
 &= R\$ 13\,488,50
 \end{aligned}$$

Portanto, o montante final após 5 anos será de R\$ 13 488,50.

- ◇ Tesouro Selic (IR de 15% para um período superior a 2 anos, taxa de administração de 0,20% ao ano)

Considerando o rendimento de 10,5% ao ano, IR de 15% e taxa de administração de 0,20% ao ano.

Calculando, assim, o rendimento bruto (RB) temos:

$$\begin{aligned}
 RB &= C(1 + i)^t - C \\
 &= R\$ 10\,000,00(1 + 0,105)^5 - R\$ 10\,000,00 \\
 &= R\$ 10\,000,00(1,105)^5 - R\$ 10\,000,00 \\
 &= R\$ 10\,000,00(1,64745) - R\$ 10\,000,00 \\
 &= R\$ 16\,474,47 - R\$ 10\,000,00 \\
 &= R\$ 6\,474,47
 \end{aligned}$$

Calculando a taxa de administração (TA):

$$TA = C(0,0020)t$$

$$= R\$ 10\,000,00(0,002)^5$$

$$= R\$ 100,00$$

Rendimento após desconto da taxa de administração:

$$RB - TA = R\$ 6474,47 - R\$ 100,00 = R\$ 6374,47.$$

Aplicando o imposto de renda após o desconto da taxa de administração, temos:

$$IR = R\$ 6374,47(0,15) = R\$ 956,17.$$

Calculando-se então o montante final:

$$M = R\$ 10\,000,00 + R\$ 6374,47 - IR$$

$$= R\$ 10\,000,00 + R\$ 6374,47 - R\$ 956,17$$

$$= R\$ 15\,418,30$$

Portanto, o montante final após 5 anos será de R\$ 15 418,30.

- ◇ CDB (IR de 15% para um período superior a 2 anos, sem taxa de administração)

Considerando o rendimento de 10% ao ano e IR de 15%:

Calculando-se o rendimento bruto (RB), temos:

$$RB = C(1 + i)^t - C$$

$$= R\$ 10\,000,00(1 + 0,10)^5 - R\$ 10\,000,00$$

$$= R\$ 10\,000,00(1,10)^5 - R\$ 10\,000,00$$

$$= R\$ 10\,000,00(1,61051) - R\$ 10\,000,00$$

$$= R\$ 16\,105,10 - R\$ 10\,000,00$$

$$= R\$ 6105,10$$

Aplicando o imposto de renda, temos:

$$IR = R\$ 6105,10(0,15) = R\$ 915,77.$$

Calculando-se então o montante final:

$$M = C + RB - IR$$

$$= \text{R\$ } 10\,000,00 + \text{R\$ } 6105,10 - \text{R\$ } 915,77$$

$$= \text{R\$ } 15\,189,33$$

Portanto, o montante final após 5 anos será de R\$ 15 189,33.

◇ LCI e LCA (isento de IR e taxa de administração)

O LCI e LCA rendem 9% ao ano, logo:

$$M = C(1 + i)^5$$

$$= \text{R\$ } 10\,000,00(1 + 0,09)^5$$

$$= \text{R\$ } 10\,000,00(1,09)^5$$

$$= \text{R\$ } 10\,000,00(1,53862)$$

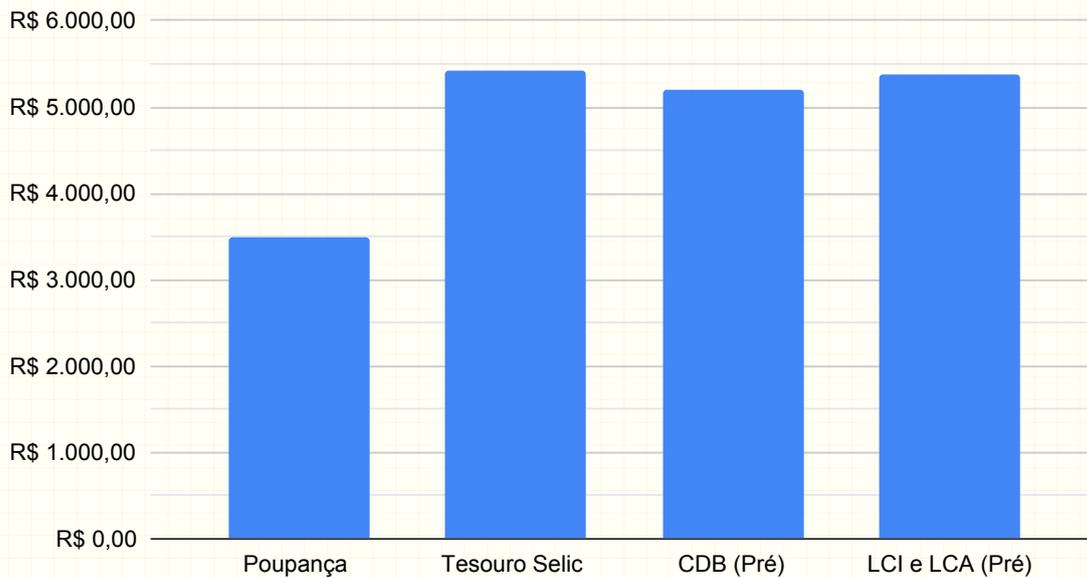
$$= \text{R\$ } 15\,386,24$$

Portanto, o montante final após 5 anos será de R\$ 15 386,24.

Resumindo, vejamos o comparativo entre os investimentos exposto na tabela e no gráfico.

| Investimento | Poupança | Tesouro Selic | CDB (pré) | LCI e LCA (pré) |
|-------------------------|-----------|---------------|-----------|-----------------|
| Liquidez | Alta | Média | Baixa | Baixa |
| Segurança | Alta | Muito Alta | Alta | Alta |
| Rentabilidade Anual | 6% | 11% | 10% | 9% |
| Capital Investido (R\$) | 10.000,00 | 10.000,00 | 10.000,00 | 10.000,00 |
| Montante Final (R\$) | 13.488,50 | 15.418,30 | 15.189,33 | 15.386,24 |
| Rendimento (R\$) | 3.488,50 | 5.418,30 | 5.189,33 | 5.386,24 |

Redimento



Analisando um investimento de R\$ 10 000,00 em diferentes produtos financeiros ao final de cinco anos:

- ◇ Poupança: Oferece o menor rendimento, com um valor final de R\$ 13 488,50, sendo a menos competitiva entre as opções analisadas.
- ◇ O Tesouro Selic: Apresenta o maior rendimento líquido, com um valor final de R\$ 15 418,30, sendo a opção mais rentável, mesmo com a taxa de administração e o imposto de renda.
- ◇ O CDB: É uma opção segura, resultando em um valor final de R\$ 15 189,33, também uma boa opção entre as analisadas.
- ◇ LCI e LCA: Ambas são atraentes devido à isenção de imposto de renda e taxas, proporcionando um valor final de R\$ 15 386,24 cada, sendo a segunda opção mais vantajosa.

Neste cenário, o Tesouro Selic é a melhor opção para maximizar os rendimentos ao final de cinco anos, seguido pelas LCIs/LCAs e pelo CDB, com a poupança sendo a menos favorável. Cada opção tem suas vantagens e riscos, e a escolha ideal pode variar dependendo das necessidades e perfil de risco do investidor.

Outros investimentos só devem ser considerados se o prêmio oferecido for significativamente maior, compensando a menor liquidez e outras possíveis desvantagens, como

o maior risco. Assim, ao escolher um investimento de renda fixa para a sua reserva de emergência, considere a liquidez e a segurança em primeiro lugar. Para o longo prazo, a rentabilidade também deve ser cuidadosamente avaliada, especialmente em um cenário de inflação.



Agora sim Dinheirino, entendi através da comparação qual a diferença entre os investimentos.
Mas fiquei com outra dúvida, o que é Inflação?

Vamos tratar desse assunto e outros como IPCA e Taxa Real a seguir. O que também deve ser considerado na sua escolha de investimento.



4.4 Inflação e seus Impactos nos Investimentos

A Inflação

Inflação é o termo utilizado para descrever o aumento generalizado e contínuo dos preços de bens e serviços em uma economia ao longo do tempo. Esse fenômeno resulta na diminuição do poder de compra da moeda, ou seja, com o passar do tempo, uma mesma quantia de dinheiro compra menos do que comprava antes. A inflação é um aspecto natural das economias modernas, mas sua intensidade e impacto podem variar amplamente.

Imagine que você pode comprar uma cesta de produtos por R\$ 100,00 hoje. Se a inflação anual for de 4%, no próximo ano, a mesma cesta de produtos custará R\$ 104,00. Isso significa que, para adquirir a mesma quantidade de produtos, você precisará de mais dinheiro. No Brasil, para medir a inflação, são utilizados índices de preços que acompanham a variação dos preços de uma cesta fixa de bens e serviços ao longo do tempo. A inflação é medida por vários índices, sendo o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) o mais utilizado.

O Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) é considerado o índice oficial da inflação no país, sendo calculado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

(IBGE), que reflete o custo de vida para famílias com renda de 1 a 40 salários mínimos. A coleta de dados para o IPCA envolve a pesquisa de preços de uma cesta de produtos e serviços que inclui alimentação, habitação, transporte, saúde, educação, entre outros. Cada item na cesta tem um peso específico, determinado pela sua importância no orçamento familiar.

EXEMPLO 4.4.1: Imagine que em 2023, o preço de uma caixa de leite de 1 litro era R\$ 4,50. Em 2024, devido à inflação, o preço dessa mesma caixa de leite aumentou para R\$ 5,00. Calcule a taxa de inflação anual que resultou nesse aumento de preço.

A taxa de inflação anual pode ser calculada pela fórmula:

$$\text{TAXA DE INFLAÇÃO} = \frac{\text{R\$ } 5,00 - \text{R\$ } 4,50}{\text{R\$ } 4,50} (100\%) = 11,11\%.$$

Caso um trabalhador compre todo mês R\$ 200,00 de leite em 2023, ele compraria 44 caixas de leite. Com o reajuste do valor, ele passaria a comprar 40 caixas, com os mesmos R\$ 200,00. Isso mostra como a inflação afeta diretamente o orçamento familiar, fazendo com que o dinheiro tenha menos valor em termos de quantidade de produtos que podemos adquirir.

Viu EnigMário, como a inflação interfere na vida de todos nós?



Agora sim entendi porque a cada ano compro menos produtos no supermercado e o valor final da compra está cada vez maior.

Outros índices que também são considerados para o cálculo da inflação são:

- ◇ O Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC) que também é calculado pelo IBGE e foca em famílias com renda de 1 a 5 salários mínimos, que é a maioria da população. O IPCA é maior que o INPC.
- ◇ O Índice Geral de Preços de Mercado (IGP-M) calculado pela Fundação Getúlio Vargas (FGV) e amplamente utilizado para reajustes de contratos de aluguel e tarifas públicas.

- ◇ O Índice Nacional de Custos de Construção (INCC), é um indicador econômico calculado mensalmente pelo Instituto Brasileiro de Economia (IBRE), órgão pertencente à Fundação Getúlio Vargas (FGV).

Esses índices são compostos por uma variedade de itens, incluindo alimentos, habitação, transportes, saúde, educação, entre outros, sendo ponderados conforme sua relevância no orçamento das famílias e das diversas regiões do Brasil onde são avaliados.

A inflação afeta diretamente os investimentos e o retorno real que eles proporcionam. Entender esses impactos é crucial para tomar decisões financeiras. Quando a inflação é alta, os retornos dos investimentos precisam ser maiores ou iguais para manter o poder de compra. Caso contrário, os investidores podem sofrer perdas reais, mesmo que os valores nominais de seus investimentos aumentem. Se você investe dinheiro, espera obter um retorno que aumente seu poder de compra. Porém, se a taxa de inflação for maior que o retorno do seu investimento, você perderá esse poder.

Por exemplo, se seu investimento rende 5% ao ano, mas a inflação é de 6%, algo que custa R\$ 100,00 hoje custará R\$ 106,00 no próximo ano. Como seu investimento lhe dará um montante de R\$ 105,00 ao fim de 1 ano, você perderá poder de compra e seu rendimento real será negativo, resultando em uma perda de poder aquisitivo.

Agora, no caso em que temos uma porcentagem de inflação inferior ao retorno do investimento feito, temos uma **deflação**, ou seja, teremos um aumento do poder de compra. Por exemplo, considerando a inflação anual de 4% ao ano e um investimento com um rendimento nominal de 5%, poderemos ter um ganho no poder aquisitivo.

EXEMPLO 4.4.2: Suponhamos R\$ 10 000,00 investidos em uma poupança que rende 5% ao ano e a inflação anual de 6%.

Assim teremos:

Rendimento Nominal: $R\$ 10\,000,00(5\%) = R\$ 500,00$.

Saldo ao Final do Ano: $R\$ 10\,000,00 + R\$ 500,00 = R\$ 10\,500,00$.

Calculando o impacto da Inflação, temos que o valor real será $R\$ 10\,500,00 \div 1,06 \approx R\$ 9905,66$.

Embora o saldo nominal tenha aumentado para R\$ 10 500,00, o valor real do seu investimento, ajustado pela inflação, caiu para aproximadamente R\$ 9905,66. Isso demonstra a perda de poder de compra devido à inflação.

EXEMPLO 4.4.3: Um investimento no CDB que rende 12% ao ano, após 1 ano, teremos o mesmo poder de compra do que hoje? Consideraremos duas situações, a primeira onde a inflação é zero e a segunda uma inflação de 10% ao ano.

Como o investimento possui um rendimento de 12%, teremos:

$$M = \text{R\$ } 100,00(1,12) = \text{R\$ } 112,00.$$

- ◇ Analisando a primeira situação onde não há inflação:

Um produto que hoje custa R\$ 100,00, como não há a incidência da inflação, custará os mesmos R\$ 100,00 daqui a 1 ano.

Portanto, teremos um poder de compra maior do que quando foi feito o investimento, pois ainda irá sobrar R\$ 12,00.

- ◇ Considerando agora a inflação anual de 10%, houve um reajuste no preço do produto, logo:

$$\text{Preço} = \text{R\$ } 100,00(1,10) = \text{R\$ } 110,00.$$

Fazendo uma regra de três para descobrir de quanto foi o ganho, temos:

$$\frac{110}{112} = \frac{100\%}{x}$$

$$110(x) = 11200\%$$

$$x = \frac{11200\%}{110}$$

$$x = 101,82\%$$

Porém, como houve reajuste no preço de R\$ 100,00 para R\$ 110,00, concluímos que não houve um ganho de 12% do valor e sim um ganho de 1,82%, chamado de ganho real.

EXEMPLO 4.4.4: Os salários de uma empresa foram reajustados em 3%. A inflação oficial no período foi de 4%. Houve um ganho ou uma perda no poder de compra dos funcionários? Em caso de perda, qual deve ser o novo reajuste para compensar essa perda?

Consideraremos que antes do reajuste, com 100% do salário, um funcionário compra 100 produtos em um supermercado.

Logo, para o funcionário manter seu poder de compra, ele deve conseguir comprar agora 104 produtos com seu salário após o reajuste que é de R\$ 1030,00. Após o reajuste e o impacto da inflação no período, para comprar os mesmos 100 produtos ele deverá ter:

$$\text{Despesas} = \text{R\$ } 1000,00(1,04) = \text{R\$ } 1040,00$$

$$\text{Salário} = \text{R\$ } 1000,00(1,03) = \text{R\$ } 1030,00.$$

Assim, fazendo uma regra de três:

$$\begin{aligned} \frac{1040}{1030} &= \frac{100\%}{x} \\ 1040(x) &= 103000\% \\ x &= \frac{103000}{1040} \\ x &\approx 99\% \end{aligned}$$

Logo, os funcionários perderam 1% do poder de compra após o reajuste do salário.

Para ser compensada essa perda, eles devem receber um reajuste adicional. Devemos considerar o novo reajuste sobre o atual salário agora que é de R\$ 1030,00, logo utilizando o fator multiplicativo (K) teremos:

$$K = \frac{\text{R\$ } 1040,00}{\text{R\$ } 1030,00} \approx 1,00970$$

Portanto, para os funcionários recuperarem seu poder de compra, a empresa deve conceder um reajuste adicional de 0,97%, ou seja, um pouco menos do que a perda do poder de compra. Por isso, o mínimo exigido pelos acordos sindicais é, no mínimo, o reajuste da inflação.

Assim, quando prorrogamos uma compra, devemos considerar a inflação, pois se daqui a um tempo o produto irá custar mais, pode ser que não consigamos um rendimento em nossos investimentos capaz de suprir o valor do aumento do produto.



Nunca tinha pensado nisso. Por isso é bom conversar com quem entende do assunto.

Da mesma forma, para avaliar o desempenho de um investimento, é importante considerar os rendimentos reais, ajustados pela inflação, em vez dos rendimentos nominais. Os ajustes em contratos e aplicações são exemplos disso, pois muitos investimentos e contratos financeiros, como títulos públicos e privados, possuem mecanismos de ajuste pela inflação, utilizando índices como o IPCA. Uma preferência por ativos tangíveis, em períodos de alta inflação, é o que investidores podem optar, como imóveis, por exemplo, que tendem a manter seu valor real.

Entre os anos de 1980 e início dos anos de 1990, o Brasil passou por um período de hiperinflação, com taxas anuais que ultrapassaram os 2000%. Isso levou a uma série de reformas monetárias e à criação do Plano Real em 1994, que estabilizou a economia.

Para combater a inflação, o Banco Central pode aumentar a taxa básica de juros – Selic. Taxas de juros mais altas encarecem o crédito, diminui o consumo e incentivam a poupança, reduzindo a demanda e, conseqüentemente, a pressão sobre a inflação. Isso também afeta os investimentos em renda fixa, que podem oferecer retornos maiores em cenários de alta inflação.

Alguns investimentos são projetados para proteger o investidor contra a inflação. Isso significa que o investidor obtém um ganho acima da inflação, preservando seu poder de compra.

Imagine um investimento que paga o rendimento da inflação + 3% ao ano.

Se a inflação anual for de 4%, o rendimento total será de $4\% + 3\% = 7\%$.

Investimentos de renda fixa com juros pré-fixados podem perder valor em cenários de alta inflação. Isso ocorre porque os rendimentos desses investimentos não aumentam

com a inflação, resultando em retornos reais negativos se a inflação superar a taxa de juros fixada no momento do investimento.

EXEMPLO 4.4.5: Ronaldo investe R\$ 50 000,00 em dois tipos de títulos: um título prefixado que rende 7% ao ano e um título indexado ao IPCA que rende o IPCA + 3% ao ano. A inflação anual medida pelo IPCA é de 4%.

Cálculo do Título Prefixado:

Rendimento Nominal: $R\$ 50\,000,00(7\%) = R\$ 3\,500,00$.

Saldo ao Final do Ano: $R\$ 50\,000,00 + R\$ 3\,500,00 = R\$ 53\,500,00$.

Valor Real após Inflação: $R\$ 53\,500,00 \div 1,04 \approx R\$ 51\,442,00$.

Cálculo do Título Indexado ao IPCA:

Rendimento Nominal: $IPCA + 3\% = 4\% + 3\% = 7\%$.

Rendimento Real: $R\$ 50\,000,00(7\%) = R\$ 3\,500,00$.

Saldo ao Final do Ano: $R\$ 50\,000,00 + R\$ 3\,500,00 = R\$ 53\,500,00$.

Valor Real: Como o título é indexado ao IPCA, o valor real é mantido, logo será de R\$ 53 500,00.

Portanto, ambos os títulos têm o mesmo rendimento nominal, mas o título indexado ao IPCA garante a manutenção do poder de compra, enquanto o título prefixado perde valor real devido à inflação, protegendo assim o investidor.

A inflação é um fator crucial a ser considerado nos investimentos, por afetar diretamente o poder de compra e o retorno real. Investidores devem buscar opções que ofereçam proteção contra a inflação, como títulos indexados ao IPCA, para assegurar que seus rendimentos sejam suficientes para manter ou aumentar seu poder aquisitivo ao longo do tempo. Entender a relação entre inflação e investimentos permite tomar decisões financeiras mais conscientes. Assim, a compreensão da inflação e seus impactos é crucial para a elaboração de estratégias de investimento eficazes. Investidores bem informados conseguem proteger e até aumentar o valor real de seus

ativos (dinheiro), mesmo em cenários inflacionários adversos.

Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA)

O Índice de Preços ao Consumidor Amplo - **IPCA** - é o principal indicador da inflação no Brasil. Calculado e divulgado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o IPCA mede a variação dos preços de um conjunto de produtos e serviços consumidos pelas famílias brasileiras com renda mensal de 1 a 40 salários mínimos [1].

Como já foi dito, a inflação representa o aumento generalizado dos preços ao longo do tempo, refletindo a perda de poder de compra da moeda. Para calcular o IPCA, o IBGE segue alguns passos importantes como realizar a coleta de dados onde pesquisadores do IBGE visitam regularmente estabelecimentos comerciais e prestadores de serviços para coletar preços de uma ampla cesta de produtos e serviços, como alimentos, transportes, saúde, educação, vestuário, entre outros.

A cesta de produtos e serviços é definida com base na Pesquisa de Orçamentos Familiares, que determina os itens mais consumidos pelas famílias brasileiras. Essa cesta é atualizada periodicamente para refletir mudanças nos hábitos de consumo. Cada item da cesta tem um peso específico no cálculo do IPCA, proporcional à sua importância no orçamento das famílias. Por exemplo, se as famílias gastam mais com alimentação do que com lazer, os preços dos alimentos terão maior impacto no índice.

O IPCA é calculado mensalmente. O IBGE compara os preços coletados no mês atual com os preços do mês anterior e aplica as ponderações para obter a variação média dos preços. A inflação mensal é, então, somada ao longo do ano para obter a inflação anual. Assim, o IPCA é amplamente utilizado como o indicador oficial da inflação no Brasil. Ele serve de referência para diversas decisões econômicas.

O Banco Central do Brasil utiliza o IPCA para definir a taxa básica de juros (Selic). Se a inflação está alta, o Banco Central pode aumentar a Selic para controlar o aumento dos preços. Muitos contratos de trabalho e benefícios, como aposentadorias, também são reajustados com base no IPCA para manter o poder de compra dos trabalhadores e aposentados. Governo, empresas e investidores utilizam o IPCA para projetar o comportamento da economia e tomar decisões de planejamento e investimento.

A inflação, medida pelo IPCA, tem uma influência direta nos investimentos e no poder de compra, por reduzir o valor do dinheiro ao longo do tempo. Se a inflação anual é de 5%, isso significa que R\$ 100,00 hoje, terá o poder de compra de apenas R\$ 95,00 ao final de um ano. Portanto, é crucial que os rendimentos dos investimentos superem a inflação para preservar ou aumentar o poder de compra.

Os rendimentos reais dos investimentos são calculados descontando a inflação dos rendimentos nominais. Por exemplo, se um investimento rende 10% ao ano e a inflação é de 4%, o rendimento real é de aproximadamente 6%. Investimentos que não superam a inflação podem resultar em perda de poder de compra ao longo do tempo.

Com isso, investidores devem considerar a inflação ao escolher onde colocar seu dinheiro. Investimentos atrelados ao IPCA, como Títulos do Tesouro IPCA+ (antigamente conhecidos como Nota do Tesouro Nacional Série B), oferecem proteção contra a inflação, por garantirem um rendimento real acima da variação dos preços.

O IPCA é um indicador crucial para entender a inflação no Brasil e suas implicações econômicas. Ele afeta diretamente o poder de compra da população e a rentabilidade dos investimentos.



Então o IPCA é o índice que influencia diretamente a inflação?

Sim, isso mesmo. Compreender como a inflação é calculada e sua influência nas finanças pessoais e nos investimentos é fundamental para tomar decisões financeiras mais informadas e estratégicas.



Taxa Real de Retorno

A taxa real de retorno de um investimento é a taxa de retorno ajustada pela inflação. Ela representa o ganho efetivo de um investimento em termos de poder de compra. Diferente da taxa nominal, a qual é a taxa de retorno sem considerar a inflação, a taxa real mostra quanto o investidor realmente ganhou após descontar o impacto da inflação [1].

A fórmula para calcular a taxa real de retorno é derivada da relação entre a taxa nominal (taxa de retorno antes da inflação) e a inflação. Vamos entender como chegamos a essa fórmula. A taxa nominal representa o aumento do valor do investimento sem considerar a inflação. A inflação, por sua vez, reduz o valor do dinheiro ao longo do tempo. Para encontrar a taxa real de retorno, precisamos ajustar a taxa nominal pela inflação.

Para chegarmos a fórmula do cálculo da Taxa Real devemos:

1. Somar 1 à taxa nominal, isso representa o valor final do investimento após um período, incluindo os ganhos. Se a taxa nominal é de 10%, então teremos $1 + \text{Taxa Nominal} = 1 + 0,10 = 1,10$;
2. Somar 1 à Inflação, isso representa o aumento do custo de vida devido à inflação. Se a inflação é de 4%, então teremos $1 + \text{Inflação} = 1 + 0,04 = 1,04$;
3. Dividir o valor ajustado da taxa nominal pelo valor ajustado pela inflação: Isso mostra o crescimento real do investimento. Logo:

$$\frac{1 + \text{Taxa Nominal}}{1 + \text{Inflação}}$$

4. Finalmente, subtrair 1, pois isso remove a parte correspondente ao valor original, deixando apenas a taxa real de retorno. Portanto, teremos a fórmula:

$$\text{Taxa Real} = \frac{1 + \text{Taxa Nominal}}{1 + \text{Inflação}} - 1$$



Não entendi muito bem essas fórmulas.

Vejam os exemplos numéricos para uma melhor compreensão.



EXEMPLO 4.4.6: Imagine que você tem um investimento LCI que rende 9% ao ano (taxa nominal) e a inflação anual é de 4%.

Usando a fórmula, podemos calcular a taxa real de retorno, logo teremos:

$$\text{Somar 1 à Taxa Nominal} = 1 + 0,09 = 1,09$$

$$\text{Somar 1 à Inflação} = 1 + 0,04 = 1,04$$

$$\text{Dividir os ajustes e subtrair 1} = \frac{1,09}{1,04} - 1 \approx 0,04807.$$

Portanto, a taxa real de retorno é de, aproximadamente, 4,81%.

EXEMPLO 4.4.7: Agora, considere um investimento CDB que rende 12% ao ano (taxa nominal) com a mesma inflação anual de 4%.

Calcularemos a taxa real de retorno:

$$\text{Somar 1 à Taxa Nominal} = 1 + 0,12 = 1,12$$

$$\text{Somar 1 à Inflação} = 1 + 0,04 = 1,04$$

$$\text{Dividir os ajustes e subtrair 1} = \frac{1,12}{1,04} - 1 \approx 0,07692.$$

Portanto, a taxa real de retorno é de, aproximadamente, 7,69%.

Voltaremos agora àquela situação criada no exemplo 4.3.3, como foi dito anteriormente, considerando a taxa de administração, inflação e taxa real:



EXEMPLO 4.4.8: Consideraremos novamente, como no exemplo 4.3.3, um CDB prefixado com prazo de 1 ano e outro com prazo de 2 anos e um valor de R\$ 1000,00 de investimento.

- ◇ CDB 1 (Pré-fixado) com uma taxa de rendimento de 10% ao ano, vencimento de 1 ano, sem liquidez diária;
- ◇ CDB 2 (Pré-fixado) onde a taxa de rendimento é de 12% ao ano, vencimento em 2 anos, sem liquidez diária.

Ambos com taxa de administração de 0,2%, seguindo a tabela regressiva de alíquota do imposto de renda de 20% para investimentos até 360 dias e de 15% após 720 dias e uma inflação de 4% ao ano, durante os dois anos.

Primeiro, calcularemos a taxa real de retorno de ambos os investimentos, considerando a inflação. Logo:

CDB 1 - 1 ano:

$$\begin{aligned}
 \text{Taxa Real} &= \frac{1 + \text{Taxa Nominal}}{1 + \text{Inflação}} - 1 \\
 &= \frac{1 + 0,10}{1 + 0,04} - 1 \\
 &= \frac{1,10}{1,04} - 1 \\
 &\approx 0,05769 \\
 &\approx 5,77\%
 \end{aligned}$$

CDB 2 - 2 anos:

$$\begin{aligned}
 \text{Taxa Real} &= \frac{1 + \text{Taxa Nominal}}{1 + \text{Inflação}} - 1 \\
 &= \frac{1 + 0,12}{1 + 0,04} - 1 \\
 &= \frac{1,12}{1,04} - 1 \\
 &\approx 0,07692 \\
 &\approx 7,69\%
 \end{aligned}$$

Em seguida, calcularemos o rendimento bruto para cada um desses CDBs utilizando a fórmula de juros compostos. Em ambos, consideraremos que o

rendimento é capitalizado mensalmente ($t = 12$) por ser a prática comum.

CDB 1 - 1 ano:

$$\begin{aligned}M &= C \left(1 + \frac{i}{12}\right)^t \\&= \text{R\$ } 1000,00 \left(1 + \frac{0,0577}{12}\right)^{12} \\&= \text{R\$ } 1000,00(1,00481)^{12} \\&= \text{R\$ } 1000,00(1,05927) \\&\approx \text{R\$ } 1059,27\end{aligned}$$

CDB 2 - 2 anos:

$$\begin{aligned}M &= C \left(1 + \frac{i}{12}\right)^t \\&= \text{R\$ } 1000,00 \left(1 + \frac{0,0769}{24}\right)^{24} \\&= \text{R\$ } 1000,00(1,00320)^{24} \\&= \text{R\$ } 1000,00(1,07969) \\&= \text{R\$ } 1079,69\end{aligned}$$

Calculando agora o rendimento líquido, ou seja, uma alíquota de 20% para o CDB 1 e de 15% para o CDB 2, de desconto do imposto de renda, temos:

CDB 1:

Imposto de Renda: Rendimento de R\$ 59,27(0,20) = R\$ 11,85

Rendimento Líquido: R\$ 1059,27 – R\$ 11,85 = R\$ 1047,42

CDB 2:

Imposto de Renda: Rendimento de R\$ 79,69(0,15) = R\$ 11,95

Rendimento Líquido: R\$ 1079,69 – R\$ 11,95 = R\$ 1067,74

Calculando, finalmente, a taxa de administração (TA), teremos:

CDB 1:

$$\begin{aligned}TA &= C(0,0020)t \\ &= R\$ 1000,00(0,002)1 \\ &= R\$ 2,00\end{aligned}$$

CDB 2:

$$\begin{aligned}TA &= C(0,0020)t \\ &= R\$ 1000,00(0,002)2 \\ &= R\$ 4,00\end{aligned}$$

Assim, teremos o rendimento líquido final de cada uma das aplicações:

$$\text{CDB 1} = R\$ 1047,42 - R\$ 2,00 = R\$ 1045,42, \text{ em 12 meses.}$$

$$\text{CDB 2} = R\$ 1067,74 - R\$ 4,00 = R\$ 1063,74, \text{ em 24 meses.}$$

Com isso, verificamos que a inflação influencia e muito no rendimento dos investimentos financeiros. Comparando os resultados obtidos no exemplo 4.3.3 e nesse. Verificamos uma diferença considerável nos resultados, sendo R\$ 38,35 no CDB 1, ou seja, de aproximadamente 3,54% e, um ainda maior no CDB 2, de R\$ 1665,53 de aproximadamente 13,47%.



Agora sim ficou mais claro!
Como faz diferença quando consideramos a inflação em nossos investimentos!!!

Sim EnigMário, temos que considerar todas as variantes e opções de investimentos disponíveis.



Mas existe alguma outra opção de investimento para que possamos ser protegidos da taxa de inflação, Dinheirino?

Existe sim, vou te apresentar algumas das opções a seguir!



4.5 Investimentos de Renda Fixa Pós-Fixados

Investimentos de renda fixa pós-fixados são aqueles cujo retorno está atrelado a um índice ou taxa que pode variar ao longo do tempo. Isso significa que os rendimentos desses investimentos não são conhecidos no momento da aplicação por dependerem da variação futura de índices como a taxa Selic, o IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo), ou o CDI (Certificado de Depósito Interbancário) [1].

Vou te apresentar agora EnigMário, alguns investimentos que são especialmente úteis para preservar o poder de compra, pois muitos deles oferecem rendimentos que acompanham índices de preços. Dessa forma, eles protegem o investidor contra a inflação.



Isso é muito bom Dinheirino!!

Além disso, por serem atrelados a índices variáveis, esses investimentos podem oferecer rendimentos mais atrativos em cenários de alta nos índices de referência, apesar do alto risco.



Será que vale a pena? Prefiro não correr riscos.

Veja o que acha deles...



Tesouro IPCA+

O **Tesouro IPCA+** é um título público emitido pelo Tesouro Nacional do Brasil. Esses títulos fazem parte do programa Tesouro Direto, que permite a investidores individuais comprarem títulos da dívida pública federal [10].

Os títulos públicos Tesouro IPCA+ são emitidos pelo governo e garantem ao investidor um retorno composto por uma taxa fixa mais a variação do IPCA. Assim, esses títulos protegem o poder de compra, pois seus rendimentos acompanham a inflação. Funciona como um título de renda fixa onde o investidor empresta dinheiro ao governo e, em troca, recebe um retorno baseado em uma combinação da taxa de juros fixa acordada no momento da compra do título e da variação do índice IPCA durante o período de investimento.

Para calcular o rendimento do Tesouro IPCA+, é importante entender que este título paga uma taxa de juros fixa mais a variação do IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo). Detalharemos o passo a passo para calcular o rendimento anual.

A Taxa Fixa é a taxa de juros anual acordada no momento da compra do título e o IPCA é a inflação medida pelo IPCA no período. Assim, para se calcular o valor futuro temos que:

$$\text{Rendimento Anual Total} = C \left(1 + \frac{\text{Taxa Fixa} + \text{IPCA}}{100} \right).$$

Onde:

- ◇ Rendimento Anual Total é o valor do investimento ao final do período.
- ◇ C é o montante inicialmente investido.
- ◇ Taxa Fixa é a taxa de juros fixa acordada.
- ◇ IPCA é a variação do IPCA no período.

Seguindo esses passos e utilizando essa fórmula, podemos calcular o rendimento do Tesouro IPCA+ para qualquer valor investido e para qualquer variação do IPCA.

EXEMPLO 4.5.1: Para calcular o rendimento anual de um Tesouro IPCA+ com taxa fixa de 3% mais a variação do IPCA, vejamos a seguinte situação:

◇ IPCA do ano: 4%

◇ Taxa fixa: 3%

Caso o investimento seja de R\$ 5000,00:

Rendimento total: $3\% + 4\% = 7\%$

Valor final = $R\$ 5000,00(1 + 0,07) = R\$ 5350,00$

EXEMPLO 4.5.2: Novamente considerando o rendimento anual de um Tesouro IPCA+ com taxa fixa de 3% mais a variação do IPCA, vamos considerar essa nova situação:

◇ IPCA do ano: 5%

◇ Taxa fixa: 3%

Caso o investimento seja de R\$ 8000,00:

Rendimento total: $5\% + 3\% = 8\%$

Valor final = $R\$ 8000,00(1 + 0,08) = R\$ 8640,00$

O IPCA pode variar de um ano para outro. Por isso, os rendimentos do Tesouro IPCA+ também variarão conforme a inflação do período. Para períodos menores ou maiores que um ano, o cálculo deve ser ajustado proporcionalmente ao número de dias do período de investimento.

Considere o impacto de impostos (como o Imposto de Renda) e eventuais taxas administrativas na rentabilidade final do investimento.

CDBs Pós-fixados

Os Certificados de Depósito Bancário (CDBs) pós-fixados são emitidos por bancos e têm seus rendimentos atrelados ao CDI (Certificado de Depósito Interbancário). O CDI é uma taxa de referência do mercado interbancário, muito próxima à taxa Selic [1], porém um pouco menor.

Para calcular o rendimento de um Certificado de Depósito Bancário (CDB) pós-fixado, que tem seus rendimentos atrelados ao CDI (Certificado de Depósito Interbancário), é necessário seguir alguns passos básicos. Esse cálculo é baseado na taxa do CDI que é a taxa de juros anual do CDI e no percentual do CDI que é o percentual da taxa do CDI que o CDB paga.

Primeiramente devemos calcular a rentabilidade bruta anual, onde temos:

$$\text{Rentabilidade Bruta Anual} = (\text{Taxa do CDI})(\text{Percentual do CDI} / 100)$$

$$\text{Valor Futuro} = C(1 + \text{Rentabilidade Bruta Anual})$$

Assim, a fórmula geral para calcular o valor futuro de um investimento em um CDB pós-fixado é:

$$\text{Valor Futuro} = C \left(1 + \frac{\text{Taxa do CDI} \cdot \text{Percentual CDI}}{100} \right)^t$$

Onde:

- ◇ Valor Futuro: valor do investimento ao final de 1(un) período;
- ◇ C: montante inicialmente investido;
- ◇ Taxa do CDI: taxa de juros anual do CDI;
- ◇ Percentual do CDI: percentual da taxa do CDI que o CDB paga.

Seguindo esses passos e utilizando essa fórmula, podemos calcular o rendimento do CDB pós-fixado para qualquer valor investido e para qualquer variação do CDI.

EXEMPLO 4.5.3: Vamos considerar um valor de R\$ 10 000,00 investido no CDB que paga 120% do CDI e uma taxa do CDI de 6% ao ano. Logo, temos as seguintes taxas:

- ◇ Taxa do CDI: 6%
- ◇ Percentual do CDI: 120%
- ◇ $C = R\$ 10\,000,00$

$$\text{Rentabilidade Bruta Anual} = 6 \left(\frac{120}{100} \right) = 7,2\% = 0,072$$

$$\text{Valor Futuro} = R\$ 10\,000,00(1 + 0,072) = R\$ 10\,720,00.$$

Portanto, caso uma pessoa invista R\$ 10 000,00 nesse CDB com rentabilidade de 120% do CDI, ao final de um ano, com um rendimento anual pago pelo CDB de 6%, ela terá um montante a resgatar de R\$ 10 720,00 .

EXEMPLO 4.5.4: Vamos considerar agora um valor de R\$ 10 000,00 investido no CDB que paga 90% do CDI e uma taxa do CDI de 5% ao ano. Logo, temos as seguintes taxas:

- ◇ Taxa do CDI: 5% = 5
- ◇ Percentual do CDI: 90% = 90
- ◇ $C = R\$ 10\,000,00$

$$\text{Rentabilidade Bruta Anual} = 5 \left(\frac{90}{100} \right) = 4,5\% = 0,045$$

$$\text{Valor Futuro} = R\$ 10\,000,00(1 + 0,045) = R\$ 10\,450,00.$$

Portanto, caso uma pessoa invista R\$ 10 000,00 nesse CDB com rentabilidade de 90% do CDI, ao final de um ano, com um rendimento anual pago pelo CDB de 5%, ela terá um montante a resgatar de R\$ 10 450,00.

A taxa do CDI pode variar ao longo do tempo, então os rendimentos futuros podem ser diferentes se a taxa do CDI mudar. Para períodos menores ou maiores que um ano, o cálculo deve ser ajustado proporcionalmente ao número de dias do período de investimento.

Considere o impacto de impostos (como o Imposto de Renda) e eventuais taxas administrativas na rentabilidade final do investimento.



Realmente Dinheiro, são bem atrativos mas, prefiro manter meu perfil de investidor conservador. Mesmo que demore um pouco mais para ter a rentabilidade que preciso. Prezo pela segurança.

Isso mesmo meu amigo!

Temos que avaliar todos os riscos e somente fazer investimentos quando nos sentirmos seguros.



Acho que agora já vimos todas as opções que tenho, não é mesmo?

Ainda tenho mais um investimento interessante para te apresentar. Prometo que será o último. Rsr rsrs



Ok, vamos em frente!

4.6 Tesouro Prefixado: Planejamento e Segurança para Seus Investimentos

O **Tesouro Prefixado** é uma modalidade de investimento que atrai muitos investidores pela previsibilidade e segurança. Nesta seção, exploraremos o que é o Tesouro Prefixado como uma opção de investimento seguro, suas principais características, vantagens, riscos e como ele pode ser utilizado de forma eficaz em uma estratégia de investimentos [11].

O Tesouro Prefixado é um título de dívida pública emitido pelo Tesouro Nacional, onde a taxa de juros é definida no momento da compra e permanece a mesma até o vencimento. Isso significa que você sabe exatamente quanto receberá ao final do período de investimento, independentemente das oscilações das taxas de juros no mercado.

A rentabilidade do Tesouro Prefixado é determinada no momento da compra e não muda até o vencimento do título. Essa taxa é conhecida como taxa prefixada. Os títulos prefixados têm prazos de vencimento que variam de médio a longo prazo, geralmente entre 2 a 10 anos. Embora tenham um vencimento definido, os títulos podem ser vendidos antes dessa data no mercado secundário, permitindo que o investidor tenha acesso ao capital investido quando necessário.

Os ganhos com o Tesouro Prefixado são tributados conforme a tabela regressiva do Imposto de Renda. A alíquota varia de 22,5% para investimentos mantidos por até 180 dias a 15% para investimentos mantidos por mais de 720 dias. Saber exatamente quanto você receberá no vencimento facilita o planejamento financeiro, especialmente para metas de médio e longo prazo.

Como são garantidos pelo Tesouro Nacional, esses títulos são considerados um dos investimentos mais seguros do mercado. O Tesouro Prefixado é uma ótima opção para diversificar a carteira, oferecendo uma alternativa estável em meio a outros investimentos mais voláteis e também atrativo, pois o valor mínimo para investir no tesouro é R\$ 30,00.

Se precisar vender o título antes do vencimento, o preço de mercado pode ser inferior ao valor investido, resultando em perdas. Como a taxa de retorno é fixa, um aumento significativo na inflação pode reduzir o poder de compra dos rendimentos. Para maximizar os ganhos no Tesouro Prefixado devemos utilizar o Tesouro Prefixado para metas de médio e longo prazo, como a compra de um imóvel, a educação dos filhos ou a aposentadoria.

Em períodos de queda nas taxas de juros, investir em títulos prefixados pode ser vantajoso, garantindo uma taxa de retorno mais alta até o vencimento. Combine o Tesouro Prefixado com outros tipos de investimentos para equilibrar risco e retorno, criando uma carteira robusta e diversificada.

O Tesouro Prefixado é uma opção excelente para quem busca segurança e previsibilidade em seus investimentos. Com uma rentabilidade fixa e a garantia do Tesouro Nacional, esses títulos são uma ferramenta poderosa para o planejamento financeiro. No entanto, é importante estar ciente dos riscos envolvidos, especialmente relacionados ao mercado e à inflação.

Com uma estratégia bem definida, o Tesouro Prefixado pode ser essencial para alcançar seus objetivos financeiros de forma segura e eficaz.



Esse sim é também muito interessante. Me dará a segurança que estou buscando e posso começar com pouco. Além de poder sacar quando for necessário.

Exatamente! Não podia deixar essa opção de fora.



Agora sim Dinheirino, estou preparado para decidir o que fazer com o valor que irá sobrar do aumento que recebi no meu salário.

Que bom EnigMário! Essa era a minha intenção, esclarecer suas dúvidas e te orientar qual a melhor decisão a ser tomada. Mas não podemos esquecer que o Lucrácio também ajudou bastante nos conceitos iniciais.



Claro que não! Obrigado também Lucrácio pelos ensinamentos da parte Matemática.

Por nada meu amigo EnigMário, espero ter ajudado e que tenha sucesso nos seus investimentos. Conte sempre comigo!



Exercícios

1) [resp] Imagine que Ana tem R\$ 5000,00 disponíveis para investir e está considerando aplicar esse valor na poupança. Ela planeja manter o dinheiro investido por 4 anos para juntar uma parte do valor necessário para realizar uma viagem dos sonhos. Atualmente, a rentabilidade da poupança é de 70% da Selic + Taxa Referencial (TR). A taxa Selic atual é de 8% ao ano e a TR está zerada. Com base nessas informações:

a) Calcule a taxa de rendimento anual da poupança.

b) Determine o valor futuro do investimento de Ana ao final dos 4 anos, assumindo que a taxa Selic e a TR permanecem constantes.

c) Ana gostaria de saber quanto terá acumulado em valores atuais, considerando uma inflação anual de 3

d) Ana decide fazer depósitos mensais de R\$ 200,00 além do investimento inicial. Recalcule o valor futuro considerando esses depósitos mensais.

2) [resp] Anderson e Layla estão interessados em

investir seus recursos em Certificados de Depósito Bancário (CDB) e gostariam de comparar os resultados dos investimentos escolhidos. Ambos querem aplicar seus recursos por um período de 5 anos, mas com condições diferentes.

Anderson:

Investimento inicial: R\$ 10 000,00

CDB com taxa de juros fixa de 9% ao ano.

Reinvestimento dos rendimentos anualmente.

Layla:

Investimento inicial: R\$ 10 000,00

CDB com taxa de juros variável de 80% da taxa Selic. A taxa Selic atual é de 10% ao ano.

Reinvestimento dos rendimentos anualmente.

Além disso, ambos os investimentos estão sujeitos à tabela regressiva de imposto de renda, com alíquotas decrescentes ao longo do tempo:

Até 180 dias: 22,5%

De 181 a 360 dias: 20%

De 361 a 720 dias: 17,5%

Acima de 720 dias: 15%

a) Calcule o valor futuro do investimento de Anderson ao final de 5 anos.

b) Calcule o valor futuro do investimento de Layla ao final de 5 anos.

c) Compare os valores futuros líquidos (após impostos) dos investimentos de Anderson e Layla.

d) Suponha que, ao final dos 5 anos, a taxa Selic média tenha sido de 8% ao ano. Recalcule o valor futuro do investimento de Layla e compare com o de Anderson.

3) [resp] Você é um planejador financeiro ajudando dois amigos, Núbia e Robert, a decidir onde investir seus R\$ 15 000,00. Núbia está considerando investir na poupança, enquanto Robert está pensando em investir em um CDB (Certificado de Depósito Bancário). Ambos desejam saber qual opção trará o melhor retorno ao longo de 2 anos.

Considerando que a poupança tem a taxa de rendimento de 6% ao ano e os rendimentos são calculados mensalmente e não há capitalização dos rendimentos durante o período que o CDB oferece uma taxa de rendimento de 8% ao ano e seus rendimentos são calculados anualmente, sendo reinvestidos. Calcule:

a) Calcule o valor futuro do investimento de Núbia na poupança.

b) Calcule o valor futuro do investimento de Robert no CDB.

c) Adicione um fator adicional: suponha que, ao final dos 2 anos, Núbia decidiu investir na mesma poupança por mais um ano, mas Robert optou por retirar seu dinheiro. Calcule o valor total para Núbia após 3 anos e compare com o valor que Robert retirou o seu investimento após 2 anos.

4) [resp] Hugo e Ada estão interessados em investir seus recursos em Letras de Crédito do Agronegócio (LCA). Eles querem avaliar qual dos dois terá o melhor retorno ao final de 3 anos.

Hugo:

Investimento inicial: R\$ 20 000,00

LCA com taxa de juros fixa de 7% ao ano.

Reinvestimento dos rendimentos anuais.

Ada:

Investimento inicial: R\$ 20 000,00

LCA com taxa de juros variável de 90% da taxa Selic. A taxa Selic atual é de 6% ao ano.

Reinvestimento dos rendimentos anuais.

Lembre-se que ambos os investimentos são isentos de imposto de renda.

a) Calcule o valor futuro do investimento de Hugo ao final de 3 anos.

b) Calcule o valor futuro do investimento de Ada ao final de 3 anos com a taxa Selic atual.

c) Suponha que, ao final dos 3 anos, a taxa Selic média tenha sido de 5% ao ano. Recalcule o valor futuro do investimento de Ada e compare com o de Hugo.

5) [resp] Calcule o valor final de um investimento no Tesouro Selic com aporte(depósito) inicial de R\$ 15 000,00 com as seguintes condições:

- ◇ Título: Tesouro Selic 2027
- ◇ Capital investido: R\$ 15 000,00
- ◇ Rentabilidade: Selic + 8,07%
- ◇ Taxa Selic anual: 10,5%
- ◇ Imposto de renda: tabela regressiva

6) [resp] Imagine que você realizou um único aporte de R\$ 5000,00 no Tesouro Selic 2027 em 01/07/2024. Considerando a Selic 10,5% ao ano, descontando o imposto de renda.

- a) Calcule o valor que terá ao final do prazo ao resgatar em 01/07/2027.
- b) Com uma inflação de 4,5% ao ano durante o período, qual será o rendimento final?
- 7) [resp] Você é um investidor que está considerando investir R\$ 10 000,00 em um investimento durante 2 anos. Seu objetivo é comparar duas opções: LCA (Letra de Crédito do Agronegócio) e Tesouro Selic, e decidir qual delas melhor atende às suas necessidades e perfil. Para isso, você fará uma simulação para entender as diferenças entre esses dois tipos de investimento. LCA: Rentabilidade: 90% do CDI Taxa CDI: 13% ao ano Isenção de Imposto de Renda Tesouro Selic: Rentabilidade: Selic anual 10,5% Imposto de Renda conforme a tabela regressiva
- 8) [resp] Suponha que Renato e Rogério tenham, respectivamente R\$ 1000,00 e R\$ 10 000,00 par fazerem um investimento. Eles estão considerando três opções de investimentos: um LCI (Letra de Crédito Imobiliário), um CDB (Certificado de Depósito Bancário) e um Tesouro Selic. Segue os detalhes de cada um desses investimentos. LCI: Rendimento anual de 8% CDB: Rendimento anual de 9,5% Tesouro Selic: Rendimento anual de 10% Sabendo que o LCI é isento do imposto de renda e que o CDB e Tesouro Selic obedecem à tabela regressiva desse imposto, calcule:
- a) O montante final para cada um dos investimentos após 2 anos, considerando o reinvestimento dos rendimentos anuais.
- b) Analise e compare os montantes finais líquidos para determinar qual dos investimentos oferece o melhor retorno financeiro.

Curiosidade: I Olimpíada do Tesouro Direto de Educação Financeira

A I Olimpíada do Tesouro Direto de Educação Financeira 2024 – **OLITEF**, é uma ação educacional com participação voluntária das Escolas de Educação Básica em território nacional. A participação de escolas públicas e particulares é gratuita.

A OLITEF é uma realização da Secretaria do Tesouro Nacional e da B3 – A Bolsa do Brasil, com apoio do Ministério da Educação (MEC) e organização da UpMat Educacional. A OLITEF é promovida com recursos oriundos do programa de incentivo do Tesouro Direto operado pela B3 – Brasil, Bolsa, Balcão.

Podem participar da OLITEF todos os alunos de escolas públicas e privadas brasileiras, matriculados regularmente do 6º ano do Ensino Fundamental até a 1º ano do Ensino Médio, por meio de suas escolas, responsáveis por realizar a inscrição para a Olimpíada.

2.2 Os alunos da modalidade de ensino denominada Educação de Jovens e Adultos (EJA) também podem participar da OLITEF e serão distribuídos conforme as regras previstas no regulamento disponível em [14].

São objetivos da OLITEF

- ◇ Estimular e promover o estudo da Educação Financeira nas Escolas Brasileiras.
- ◇ Favorecer o estudo de maneira interessante e contextualizada, aproximando os alunos do universo da Educação Financeira.
- ◇ Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas e privadas, contribuindo com a sua valorização profissional;
- ◇ Promover nos alunos a realização e a satisfação através da atividade intelectual em um ambiente de competição acadêmica saudável.

As provas serão realizadas entre os dias 17 e 21 de setembro de 2024, na própria escola que será a responsável por sua aplicação conforme as instruções disponibilizadas no site **OLITEF** e nos Manuais disponíveis na área reservada, em que o Responsável pela Olimpíada na Escola deve acessar usando login e senha previamente cadastrado (figura 4.6). Essa será composta de questões objetivas, com cinco alternativas cada, sendo apenas uma alternativa correta por questão.



Figura 4.6: Site da OLITEF

Fonte: <https://olitef.com.br>

São três níveis de provas:

Nível 1 – alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental Anos Finais.

Nível 2 – alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental Anos Finais.

Nível 3 – alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Cada prova possui 15 questões, distribuídas em três níveis de dificuldade em ordem crescente: fácil, médio e difícil, com pontuação diferenciada entre a dificuldade de cada questão.

A pontuação máxima alcançável para todos os níveis é de 56 pontos, refletindo a diversidade e a complexidade dos temas abordados, conforme organizado abaixo:

◇ Macrotema 01 - Educação Financeira básica (MA01):

- * 03 questões fáceis: 3 pontos cada = 9 pontos
- * 03 questões médias: 4 pontos cada = 12 pontos
- * 02 questões difíceis: 5 pontos cada = 10 pontos.

Total: 31 pontos.

◇ Macrotema 02 - Renda Fixa (MA02):

- * 02 questões fáceis: 3 pontos cada = 6 pontos.
- * 02 questões médias: 4 pontos cada = 8 pontos.
- * 01 questão difícil: 5 pontos.

Total: 19 pontos.

◇ Macrotema 03 - Renda Variável (MA03):

- * 02 questões fáceis: 3 pontos cada = 6 pontos

Total: 6 pontos.

A I Olimpíada do Tesouro Direto de Educação Financeira 2024 – OLITEF – representa um passo significativo na promoção da educação financeira no Brasil. Ao engajar os jovens em um processo de aprendizado dinâmico e prático, a iniciativa pretende criar uma base sólida para que as futuras gerações possam alcançar estabilidade e sucesso financeiro.

Esta olimpíada não apenas prepara os estudantes para lidar com suas finanças pessoais, mas também contribui para a construção de um país economicamente mais consciente e sustentável, criando uma consciência matemática e estimulando a educação financeira entre os jovens.

Respostas

Capítulo 2

Seção 2.3

- 1) Aluguel: R\$ 1000,00
Alimentação: R\$ 750,00
Transporte: R\$ 500,00
Lazer: R\$ 250,00
Total gastos: R\$ 2500,00
Portanto, irá sobrar R\$ 500,00
- 2) O álcool é mais econômico, custando aproximadamente R\$ 0,57 por km comparado a R\$ 0,60 por km da gasolina. Visto que no álcool o carro roda 7 km por litro.
- 3) Maria economizará dinheiro se escolher o álcool, custando R\$ 155,84 para realizar sua viagem se comparado a gasolina, onde ela gastará R\$ 163,64. Visto que no álcool o carro roda 7,7 km por litro.
- 4) Resposta pessoal.
- 5) O preço final do notebook após o aumento e o desconto é R\$ 3600,00, porque ao final do aumento e do desconto, o preço teve um desconto real de 10%.
- 6) Carlos pagará R\$ 2295,00 pela TV após os dois descontos sucessivos, representando assim, um desconto real de 23,5%.
- 7) Como planeja ter um lucro de 20% a mais nas vendas do segundo dia, seu lucro será de R\$ 48,00. Assim, essa pessoa arrecadará R\$ 112,00 com a venda. Se ela vender os 80 picolés das 4 caixas, cada um deles deve custar R\$ 1,40 para que isso aconteça. Portanto, letra C.
- 8) Somando os valores para produção de uma receita, Joana gastará R\$ 50,43 para produzir os 25 brigadeiros. Como sua intenção é obter 100% de lucro, ela terá de arrecadar R\$ 100,86 com a venda. Portanto, cada brigadeiro deverá custar R\$ 4,04.
- 9) Resposta Pessoal.
- 10) Respostas pessoais.
Este exercício visa estimular a análise crítica de preços e vantagens de compras online versus compras em lojas físicas. Lembre-se de verificar a confiabilidade das lojas online utilizadas na pesquisa, optando sempre por lojas conhecidas e bem avaliadas para evitar problemas e garantir uma experiência segura de compra.

Capítulo 3

Seção 3.5

- 1) a) A família pegou emprestado R\$ 554,40.
b) O rendimento domiciliar médio mensal real, per capita, em 2022 era de R\$ 1657,40.
c) Quitando a dívida em 2 meses, a família pagará um montante final de R\$ 576,80.
- 2) a) na primeira loja, pois se paga menos pela calça.

- 3) c) Ao resgatar todo o valor no segundo mês, Luís receberá R\$ 5100,50.
- 4) c) A aplicação renderia ao final de dois anos o valor de R\$ 14,49.
- 5) Cada parcela sairá no valor de R\$ 1555,78.
- 6) Foi aplicado um capital inicial de R\$ 40 000,00.

Capítulo 4

Seção 4.6

- 1) a) 0.056 ou 5.6%.
b) R\$ 6204,00
c) R\$ 5513,00
d) R\$ 16 898,00
- 2) a) R\$ 15 386,20
b) R\$ 14 693,30
c) Anderson: R\$ 14 578,27 Layla: R\$ 13 989,31
d) R\$ 13 070,37
- 3)
R\$ 16 912,35
R\$ 17 496,00
R\$ 17 968,74.
Portanto, após 3 anos, Núbia terá um valor futuro maior do que Robert após 2 anos, mostrando que, mesmo com uma taxa de juros inicial mais baixa, a capitalização mensal da poupança pode resultar em um valor final superior em um período mais longo.
- 4) a) R\$ 24 500,86
b) R\$ 23 474,34

c) R\$ 22 819,34

5) R\$ 23 266,72

6) a) R\$ 6484,24

b) R\$ 5682,12

7)

LCA: R\$ 12,49

Tesouro Selic: R\$ 11 823,46 O LCA oferece um montante final maior devido à isenção de imposto de renda, enquanto o Tesouro Selic oferece um montante final bruto maior, mas após o desconto do imposto de renda, o valor líquido é menor.

Se você valoriza uma maior rentabilidade líquida, o LCA é a melhor opção neste cenário. No entanto, se a liquidez diária e a segurança garantida pelo Governo Federal forem mais importantes, o Tesouro Selic ainda pode ser uma opção atraente, mesmo com o desconto do imposto de renda.

8) a) Renato LCI: R\$ 1166,40 CDB: R\$ 1164,20
Tesouro Selic: R\$ 1173,25

Rogério LCI: R\$ 11 664,00 CDB: R\$ 11 641,96 Tesouro Selic: R\$ 11 732,50

b) Para ambos, Renato e Rogério, o Tesouro Selic oferece o melhor retorno financeiro ao final de 2 anos, seguido pelo LCI e depois pelo CDB.

Referências

- 1 BRASIL, B. C. DO. *Banco Central do Brasil*. [Accessed: June 13, 2024]. 2024. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/>>.
- 2 CARVALHO, A. C. M. P. C. P. *Matemática Discreta*. SBM, 2015.
- 3 DIA, M. B. EM. *Guia da Reserva de Emergência*. Disponível em: <<https://meubolsoemdia.com.br/ebooks/guia-da-reserva-de-emergencia>>.
- 4 EMPIRICUS. *Perfil de Investidor*. Disponível em: <<https://www.empiricus.com.br/explica/perfil-de-investidor/>>.
- 5 EURO DICAS. *Taxa IOF: o que é e como funciona essa tributação*. Disponível em: <<https://www.eurodicas.com.br/taxa-iof/>>.
- 6 FAZER, A. *Como fazer uma planilha no celular com o Excel*. Acessado em: 26 junho 2024. 2024. Disponível em: <https://aprendafazer.net/como-fazer-uma-planilha-no-celular-com-o-excel/#google_vignette>. Acesso em: 26 jun. 2024.
- 7 GENIAL INVESTIMENTOS. *Curso de investimento para iniciantes: o guia do investidor gratuito*. 2024. Acesso em: 12 jun. 2024. Disponível em: <<https://blog.genialinvestimentos.com.br/curso-de-investimento-para-iniciantes/>>.
- 8 IBGE - AGÊNCIA DE NOTÍCIAS. *Em 2023, massa de rendimentos e rendimento domiciliar per capita atingem recorde*. 2023. Disponível em: <<https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/39809-em-2023-massa-de-rendimentos-e-rendimento-domiciliar-per-capita-atingem-recorde>>. Acesso em: 4 ago. 2024.
- 9 INFOMONEY. *Tripé macroeconômico: entenda o que é e qual a sua importância*. 2024. Acesso em: 12 jun. 2024. Disponível em: <<https://www.infomoney.com.br/guias/tripe-macroeconomico/>>.
- 10 INPC e IPCA - Março de 2021. Acessado em: 16 junho 2024. 2021. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/236/inpc_ipca_2021_mar.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2024.
- 11 INVESTIMENTOS, G. *Tesouro Prefixado: O que é, como funciona e quando investir*. Acessado em: 16 junho 2024. 2024. Disponível em: <<https://blog.genialinvestimentos.com.br/tesouro-prefixado-o-que-e-como-funciona-e-quando-investir/>>. Acesso em: 16 jun. 2024.
- 12 MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (MEC). *Pé de Meia*. Acessado em: 27 setembro 2024. 2024. Disponível em: <<https://www.gov.br/mec/pt-br/pe-de-meia>>. Acesso em: 27 set. 2024.
- 13 PORTAL INSIGHTS. *O que é a regra dos 50 30 20?* 2024. Acesso em: 12 jun. 2024. Disponível em: <<https://www.portalinsights.com.br/perguntas-frequentes/o-que-e-a-regra-dos-50-30-20#:~:text=O%20que%20%C3%A9%20o%20m%20%C3%A9%20todo,%20cart%C3%A3o%20de%20cr%C3%A9dito%20etc.>>>.
- 14 TESOURO DIRETO, O. DO. *Olimpíada do Tesouro Direto*. Acessado em: 16 junho 2024. 2024. Disponível em: <<https://olitef.com.br/#:~:text=A%20Olimp%C3%ADada%20do%20Tesouro%20Direto,21%20de%20setembro%20de%202024.>>>. Acesso em: 16 jun. 2024.
- 15 TIME SERASA. *Como calcular e onde guardar a reserva de emergência*. 2024. Acesso em: 12 jun. 2024. Disponível em: <<https://www.serasa.com.br/score/blog/como-calcular-e-onde-guardar-a-reserva-de-emergencia/>>.
- 16 XP INVESTIMENTOS. *Reserva de emergência: o que é e como criar uma em 2 passos*. 2024. Acesso em: 12 jun. 2024. Disponível em: <<https://conteudos.xpi.com.br/aprenda-a-investir/relatorios/>>.

Índice Remissivo

- Anbima, 82
- BACEN, 75
- Capital, 24
- CDB, 90
- CDI, 74, 90
- COPOM, 75
- Crédito rotativo, 48
- Data focal, 34
- Deflação, 102
- FGC, 77
- Frações equivalentes, 5
- Imposto de Renda, 75
- Inflação, 100
- IOF, 78
- IPCA, 107
- Juro, 24
 - composto, 26
 - simples, 25
- LCA, 94
- LCI, 94
- LFT , 85
- Liquidez, 71
- Montante, 25
- OLITEF, 123
- Perfil do Investidor, 80
- Porcentagem, 6
- Poupança, 82
- Price, 51
- Rentabilidade, 71
- Reserva
 - emergência, 62
- Risco, 71
- SAC, 51
- SERASA, 62
- SPC, 62
- Taxa
 - Administração, 78
 - juros, 25
 - Selic, 75
- Tempo, 25
- Tesouro
 - IPCA+, 115
 - Prefixado, 119
- Tesouro Selic, 84
- TR, 74

A Matemática dos Investimentos Financeiros

Anderson Luís de Ávila Gomes
Jônathas Douglas Santos de Oliveira
Luis Alberto D'Afonseca

21 de outubro de 2024



Esta obra tem a licença [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) “Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 4.0 Internacional”.