



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Educação e Humanidades

Faculdade de Formação de Professores

Ana Cristina de Oliveira Silva

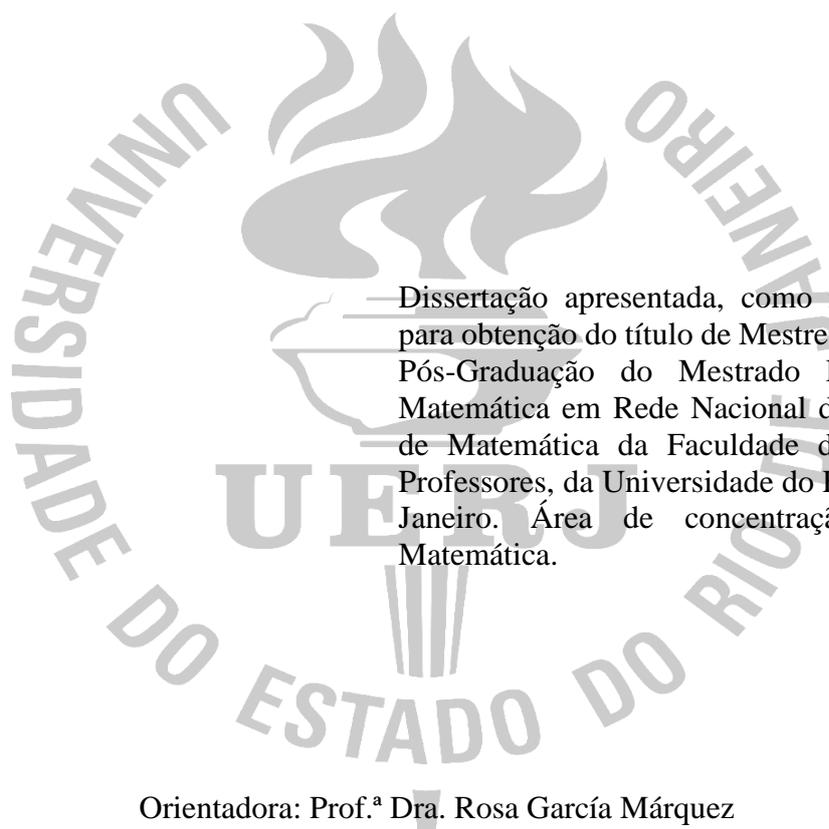
**Vivenciando a Economia Doméstica por meio da Proporcionalidade no
Ensino Fundamental**

São Gonçalo

2024

Ana Cristina de Oliveira Silva

Vivenciando a Economia Doméstica por meio da Proporcionalidade no Ensino Fundamental



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Faculdade de Formação de Professores, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dra. Rosa García Márquez

Coorientador: Prof. Dr. Fábio Menezes da Silva

São Gonçalo

2024

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/A

FICHA - Biblioteca

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Ana Cristina de Oliveira Silva

Vivenciando a Economia Doméstica por meio da Proporcionalidade no Ensino Fundamental

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Faculdade de Formação de Professores, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em

Banca Examinadora:


Prof.^a Dra. Rosa García Márquez (Orientadora)
Faculdade de Formação de Professores – UERJ

Prof. Dr. Fabio Menezes da Silva (Coorientador)
Faculdade de Formação de Professores – UERJ

Prof.^a Dra. Daniela Mendes Vieira da Silva
Faculdade de Formação de Professores – UERJ

Prof. Dr. Rafael Filipe Novôa Vaz
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro
do Campus Nilópolis – IFRJ

São Gonçalo

2024

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Sônia e José, ao meu marido, William, a minhas tias, Conceição e Leila, à minha avó, Dilane, e ao meu irmão, João, por sempre acreditarem na minha capacidade, por todo o amor, carinho, cuidado e paciência que tiveram comigo em cada fase da minha formação acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por sempre cuidar de mim, por me dar saúde para prosseguir e conquistar meus sonhos, por me dar discernimento para que eu fizesse as melhores escolhas e continuasse no caminho do bem.

À minha mãe e às minhas tias por sempre zelarem pela minha educação, mesmo quando não tinha tempo e chegava cansada do trabalho, ainda assim, minha mãe me auxiliava nas tarefas da escola.

Ao meu marido, que, durante todos esses anos, deu-me suporte emocional, incentivou-me a estudar e continuar me profissionalizando. Desde o início da faculdade até o término do mestrado, nunca duvidou da minha capacidade, mesmo nos momentos em que eu mesma me encontrava desacreditada.

Ao meu filho, Arthur que ainda se encontra em meu ventre, mas foi o principal motivo para que me mantivesse forte e não desistisse.

À UERJ-FFP e todo o corpo docente da graduação do ano de 2009 -2013 e do mestrado PROFMAT por me fornecerem todo o conhecimento que tenho hoje referente à Matemática e educação.

À minha orientadora, Professora Dra. Rosa García e ao meu coorientador, Professor Dr. Fabio Menezes, por toda a paciência, empenho e dedicação que tiveram comigo no desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus colegas de curso, em especial, ao meu amigo, Professor Me. Fábio Gouvêa, por todos os momentos de descontração, pelas palavras de apoio perante as dificuldades acadêmicas e pessoais, por me ajudar no desbravar do conhecimento. Sem eles, a caminhada seria muito mais árdua.

A felicidade do corpo consiste na saúde, e a do espírito, na sabedoria.

Tales de Mileto

RESUMO

DE OLIVEIRA SILVA, Ana Cristina. **Vivenciando a Economia Doméstica por meio da Proporcionalidade no Ensino Fundamental.**2024. 103f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Faculdade de Formação de Professores) – Faculdade de Formação de Professores, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2024.

Esta dissertação apresenta uma pesquisa que integra Educação Financeira com foco no ensino da Proporcionalidade, incentivando o consumo consciente através de práticas sustentáveis. Ela foi inspirada pela experiência profissional da autora, que percebeu a dificuldade dos alunos em contextualizarem conhecimentos matemáticos em seu cotidiano, como os relacionados a finanças. Realizamos uma atividade com uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, que se propôs a ser dinâmica e interdisciplinar, envolvendo o desenvolvimento de uma consciência ecológica na gestão de recursos financeiros, também, discutindo práticas sustentáveis – nosso produto educacional resultante da pesquisa. O nosso objetivo específico é contribuir para a formação dos discentes em cidadãos críticos e conscientes que tenham a capacidade de auxiliar suas famílias a administrarem suas finanças, além de desenvolverem práticas sustentáveis através de atitudes simples com a ajuda do conhecimento sobre Proporcionalidade. Utilizamos uma metodologia qualitativa guiada pela pesquisa-ação e pelo estudo de caso. Nossos resultados apontaram para os possíveis efeitos da integração do ensino da Educação Financeira com práticas sustentáveis, tal qual a sensibilização acerca do consumo consciente e sustentabilidade, como algo que precisaria estar mais presente nos currículos escolares atuais, pois fomenta reflexões sobre as maneiras de se viver no mundo.

Palavras-chave: Educação Ambiental. Educação Financeira. Proporcionalidade.

ABSTRACT

DE OLIVEIRA SILVA, Ana Cristina. **Experiencing the Home Economy through Proportionality in Elementary Education.** 2024. 103f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Faculdade de Formação de Professores) – Faculdade de Formação de Professores, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2024.

This dissertation presents research that integrates Financial Education with a focus on teaching Proportionality, encouraging conscious consumption through sustainable practices. It was inspired by the author's professional experience, who noticed students' difficulty in contextualizing mathematical knowledge in their daily lives, such as those related to finance. We carried out an activity with an 8th year elementary school class, which proposed to be dynamic and interdisciplinary, involving the development of ecological awareness in the management of financial resources, as well as discussing sustainable practices – our educational product resulting from the research. Our specific objective is to contribute to the formation of students into critical and conscious citizens who have the ability to help their families manage their finances, in addition to developing sustainable practices through simple attitudes with the help of knowledge about Proportionality. We use a qualitative methodology guided by action research and case studies. Our results pointed to the possible effects of integrating the teaching of Financial Education with sustainable practices, such as raising awareness about conscious consumption and sustainability, as something that would need to be more present in current school curricula, as it encourages reflections on ways of living in the world.

Keywords: Environmental Education. Financial Education. Proportionality.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Incentivo ao consumo.....	20
Figura 2 - Os 5Rs: Reduzir, Recusar, Reciclar. Reutilizar e Repensar.....	22
Figura 3 - Revoluções Industriais e avanços tecnológicos.....	25
Figura 4 – Ambientalistas.....	26
Figura 5 - Um pedaço do papiro de Rhind.....	31
Figura 6 - Problema nº 24 do Papiro de Rhind.....	35
Figura 7 - Representação do problema nº 24 no <i>GeoGebra</i>	36
Figura 8 - Semelhança entre os triângulos.....	37
Figura 9 - O sistema de numeração babilônico.....	39
Figura 10 - Um tablete construído pelos babilônicos.....	40
Figura 11 - Tabuleta de multiplicação por 9.....	40
Figura 12 - Proposta para trabalhar a economia de água.....	46
Figura 13 - Exercício envolvendo Economia doméstica.....	47
Figura 14 - Proposta de pesquisa.....	47
Figura 15 - A importância da Proporcionalidade para os alunos.....	47
Figura 16 - Atividade de Proporcionalidade com situação do cotidiano.....	48
Figura 17 - Atividade de Proporcionalidade com situação cotidiana.....	48
Figura 18 - Exercício contextualizando Educação Ambiental e Proporcionalidade.....	49
Figura 19 - Exercício contextualizando Educação Ambiental e Proporcionalidade 2.....	49
Figura 20 - Exercício contextualizando Educação Ambiental e Proporcionalidade 3.....	50
Figura 21 - Sugestão para trabalhar a Educação Ambiental a partir da Proporcionalidade.....	50
Figura 22 - Orientação para o uso do <i>Scratch</i>	52
Figura 23 - Atividade com situação do cotidiano.....	52
Figura 24 - Exemplos de atividades que envolvam TCTs.....	53
Figura 25 - Exemplo de atividade que envolve TCTs Saúde.....	54
Figura 26 - Exemplo de atividade que envolve TCT Educação Ambiental.....	54
Figura 27 - Trilha de Recomposição da Aprendizagem.....	65
Figura 28 - Respostas individuais de três alunos.....	69
Figura 29 - Respostas individuais de três alunos.....	71
Figura 30 - Embalagem comum (400g.) e embalagem econômica (800 g.).....	73
Figura 31 - Alunos confeccionando o cartaz.....	75
Figura 32 - Trabalho do grupo 1.....	76

Figura 33 - Trabalho do grupo 2.....	76
Figura 34 - Latas de achocolatado reutilizadas como cofres.....	78
Figura 35 - Garrafas PET reutilizadas para hortas suspensas.....	79
Figura 36 - Embalagens de amaciante reutilizadas como regadores ou pá de lixo.....	79
Figura 37 - Puff de Garrafa Pet.....	79

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Análise das respostas da primeira pergunta	69
Gráfico 2 - Análise das respostas da terceira pergunta.....	70
Gráfico 3 - Análise das respostas da quarta pergunta.....	71

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Obras didáticas analisadas.....	45
Quadro 2 - Habilidades envolvendo Educação Ambiental.....	61

LISTA DE TABELA

Tabela 1 – Respostas da quinta pergunta.....	72
--	----

LISTA DE ABREVIACOES

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CONEF	Comitê Nacional de Educação Financeira
DCNEA	Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Ambiental
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica
ENEF	Estratégia Nacional da Educação Financeira
GAP	Grupo de Apoio Pedagógico
GET	Ginásio Experimental Tecnológico
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PNEA	Política Nacional de Educação Ambiental
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
TCT	Temas Contemporâneos Transversais
UERJ	Universidade Estadual do Rio de Janeiro

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	EDUCAÇÃO FINANCEIRA E PRÁTICAS SUSTENTÁVEIS	19
2.1	Educação Ambiental	21
2.1.1	<u>Os 5Rs</u>	22
2.2	Consumo e mudanças climáticas	23
3	PROPORCIONALIDADE: ABORDAGEM HISTÓRICA E CONCEITUAL	28
3.1	O pensamento proporcional	28
3.2	Uma breve abordagem histórica	30
3.2.1	<u>Proporcionalidade na cultura Egípcia</u>	30
3.2.2	<u>Proporcionalidade nas civilizações babilônicas</u>	38
3.3	Grandezas Proporcionais	41
3.4	Regra de Três	43
3.5	Abordagem nos livros didáticos	44
3.5.1	<u>Livro 1: Matemática – Bianchini</u>	45
3.5.2	<u>Livro 2: A conquista Matemática</u>	51
3.5.3	<u>Livro 3: Matemática e Realidade</u>	52
4	ABORDAGEM DOS TEMAS ESTUDADOS NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR	56
4.1	Educação Financeira na BNCC	56
4.2	Educação Ambiental na BNCC	59
5	VIVENCIANDO A ECONOMIA DOMÉSTICA	64
5.1	Experiência em sala	64
5.1.1	<u>Atividade 1: Questionário sobre Educação Financeira e Orçamento Familiar</u>	66
5.1.2	<u>Atividade 2: Comparando preços</u>	72
5.1.3	<u>Atividade 3: Montando o trabalho</u>	74
5.1.4	<u>Atividade 4: Apresentação dos trabalhos para outras turmas</u>	75
5.2	Sugestão de atividade envolvendo Educação Ambiental	78
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	81
	REFERÊNCIAS	83
	APÊNDICE	88

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho versa sobre uma proposta relacionada à **Educação Financeira** e a **Proporcionalidade** fazendo relação com a **Educação Ambiental**. Antes de apresentar o estudo em sua totalidade, é essencial apresentar o contexto e o lugar de fala da autora desta dissertação. Consideramos importante situar a pesquisa de modo a favorecer a compreensão do contexto e da problemática. Assim, nos momentos em que apresentarmos experiências pessoais da autora, a escrita aparecerá em primeira pessoa do singular, mas, no que diz respeito ao restante da pesquisa, aparecerá em primeira pessoa do plural, por acreditarmos que esta pesquisa e sua comunicação são frutos de um esforço coletivo.

Meu interesse pela Matemática surgiu durante o Ensino Fundamental, inspirado pela dedicação da professora Adriana, cuja habilidade em facilitar a compreensão de diversos temas da disciplina era notável. Desenvolvi uma capacidade de ensinar e auxiliar os colegas com mais dificuldade, o que despertou em mim uma afinidade maior com os números. No Ensino Médio, essa aptidão e interesse se intensificaram, embora, nessa época, eu cogitasse seguir a carreira de Engenharia. Contudo, ao ser aprovada, em 2009, para o curso de Matemática na Universidade do Estado do Rio de Janeiro, na Faculdade de Formação de Professores (UERJ-FFP), fui introduzida a um novo universo matemático, que aprofundou ainda mais minha paixão pela disciplina. Logo após o terceiro período, fui selecionada para uma bolsa de iniciação científica pela Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ), sob a orientação do Professor Dr. Fábio Souza. A pesquisa, centrada nas Teorias de Galois, foi concluída concomitantemente ao término do curso, em 2012.

Em 2014, fui aprovada em meu primeiro concurso público, quando comecei a lecionar como professora na rede Estadual de Ensino do Rio de Janeiro, atuando no Ensino Médio. No ano seguinte, fui aprovada para a rede Municipal de Saquarema, na qual lecionei por seis anos. Em 2021, tomei posse da minha matrícula na rede Municipal do Rio de Janeiro. Foi nesse contexto que surgiu o interesse em aprofundar meus estudos e iniciar a pesquisa aqui descrita. Essa motivação decorreu das dificuldades apresentadas por meus alunos do 8º ano do Ensino Fundamental em aplicar a Matemática no cotidiano, além do desejo de tornar minhas aulas mais dinâmicas, de forma a despertar o interesse dos estudantes. Nosso objetivo específico, com isso, é contribuir para a formação de cidadãos críticos e conscientes, capazes de auxiliar suas famílias na administração financeira e na prática da poupança, desenvolvendo práticas sustentáveis por meio de atitudes simples, orientadas pelo conhecimento matemático.

Diversos estudos foram conduzidos pelo Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF) para identificar padrões no comportamento de consumo da população brasileira e na organização individual e familiar. Esses estudos foram essenciais para compreender o cenário com o qual docentes iriam trabalhar ao introduzir a Educação Financeira nas escolas. Era crucial entender como os brasileiros estavam gerenciando suas finanças, incluindo gastos e economias e se existia uma divisão equilibrada, tal que uma parte fosse direcionada para despesas e outra para poupança ou outros tipos de rendimentos (CONEF,2010).

Esses estudos englobaram áreas como poupança, endividamento e tendências econômicas, fornecendo dados para uma compreensão e planejamento de políticas financeiras. A partir desta pesquisa, surgiu a necessidade de implementar estratégias para estimular o aprendizado sobre finanças. Dessa forma, o CONEF e o Grupo de Apoio Pedagógico (GAP), criado para assessorar o Comitê e validar conteúdos e metodologias pedagógicas relacionadas à Educação Financeira, concretizaram o lançamento da Estratégia Nacional da Educação Financeira (ENEF), criada pelo Decreto Federal 7.397/2010 e renovada pelo Decreto Federal nº 10.393, de 9 de junho de 2020.

Os decretos supracitados pretendiam promover a conscientização, a educação e a orientação da população em relação ao tema financeiro. Nós, educadores, por outro lado, entendemos que esse tema pode ser ampliado para ajudar os cidadãos a fazerem melhores escolhas sobre a gestão de seus recursos, visando a melhoria da qualidade de vida. No contexto escolar brasileiro, vimos que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) incorpora a Educação Financeira como um dos temas transversais que devem ser trabalhados ao longo da Educação Básica. Contudo, acreditamos que esse tema pode – e deve – ser trabalhado junto à conscientização sobre práticas sustentáveis, isto é, em conjunto com a Educação Ambiental.

Diante da inquietação que sentimos e da problemática social que se apresentou, elaboramos este trabalho para explorar as possibilidades de promover a Educação Financeira com alunos da Educação Básica, relacionando-a com o desenvolvimento de uma Educação Ambiental. Nosso interesse surgiu porque, já nos primeiros anos do século XXI, houve um aumento significativo da vontade em saber mais sobre o setor financeiro e, conseqüentemente, a sociedade tem sofrido transformações por isso. A escola, como parte importante da sociedade, precisa estar em sintonia com essas mudanças. Nós, educadores, também devemos ficar atentos aos diversos avanços tecnológicos que facilitam a obtenção de informações, mas aumentam o número e os tipos de consumidores.

Nesse sentido, nosso objetivo geral é refletir sobre a construção de um pensamento crítico acerca da Educação Financeira e práticas ecológicas a partir dos espaços escolares,

desenvolvido junto aos resultados matemáticos. Resultados esses que têm íntima relação com a noção de comparação de medidas e com o **pensamento proporcional**. Diante da problemática assumida aqui, queremos responder: Como a Proporcionalidade, pode contribuir para a construção de um pensamento financeiro crítico voltado para práticas sustentáveis? Essa questão guiou a criação da nossa atividade como produto educacional deste mestrado profissional ao qual emprestamos nossas análises. Adiantamos que a aplicamos numa turma de 8ºano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública municipal da cidade do Rio de Janeiro, cujo desenvolvimento e uma melhor descrição dos sujeitos de pesquisa serão apresentados no capítulo 5.

Nesta introdução, cabe apresentar nossa pesquisa – seu contexto, problemática, objetivo e questão a ser respondida, como fizemos até aqui – e, mais adiante, como toda a sua comunicação se estrutura. No entanto, também aproveitamos este capítulo para dissertar sobre a abordagem metodológica de produção de dados. A inclusão das reflexões metodológicas nesta introdução se justifica pelo fato de que o foco principal desta dissertação está nas discussões desenvolvidas nos capítulos subsequentes – discussão sobre a Educação Financeira de modo a articulá-la com a ideia de Educação Ambiental, tendo como sustentação matemática o conceito de Proporcionalidade – e não se pretende que o mesmo tenha uma difusão de interesse sobre a metodologia em si.

Dessa forma, destacamos que nossa pesquisa é de cunho qualitativo e a produção de dados foi inspirada na metodologia de pesquisa-ação (André, 2001; 2007; Barbier, 2002) e no estudo de caso socialmente situado (André, 2007; Goldenberg, 2003; Yin, 2005), dada a importância de “não generalizar através dos casos, mas generalizar dentro deles” (Geertz, 1989, p. 18). Entendemos que:

[...] a pesquisa-ação reconhece que o problema nasce, num contexto preciso, de um grupo em crise. O pesquisador não o provoca, mas constata-o, e seu papel consiste em ajudar a coletividade a determinar todos os detalhes mais cruciais ligados ao problema, por uma tomada de consciência dos atores do problema numa ação coletiva. (Barbier, 2002, p. 54).

Essa metodologia nos pareceu adequada pela percepção da autora deste trabalho de que há uma certa falta de interesse discente por um assunto – finanças – o qual afeta e afetará toda sua vida. Isso reforçou a necessidade de intervir enquanto educadora, realizando um trabalho de conscientização e desenvolvimento da criticidade em relação ao tema Educação Financeira. E, a partir do momento que propomos a atividade, percebemos um aumento de interesse sobre o assunto, tornando o ambiente propício para o desenvolvimento da pesquisa. Isso confirma que, em uma

pesquisa-ação, o pesquisador se depara com o fato de que “[...] não se trabalha sobre os outros, mas e sempre com os outros” (Barbier, 2002, p. 14).

A pesquisa-ação é uma abordagem metodológica que possibilita aos docentes investigarem a própria prática inserindo “[...] seus próprios temas e projetos de pesquisa nos programas das disciplinas” (André, 2001, p. 61). Portanto, aproveitando a necessidade institucional de trabalhar com a Educação Financeira e a transversalidade da Educação Ambiental, abordamos esses temas como práticas pedagógicas com vistas à pesquisa. Contudo, devido a questões de tempo e logística, só conseguimos aplicar a atividade em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental. Por isso, articulamos as ideias da pesquisa-ação com outro olhar metodológico de produção de dados: um estudo de caso. Segundo Goldenberg (2003), o estudo de caso é compreendido como uma análise abrangente de um indivíduo ou grupo específico.

Essa articulação faz sentido. André (2007) chama a atenção para o fato de que o estudo de caso deve ser usado quando se está mais interessado no *que* e no *como* o processo se desenvolve do que nos seus resultados, ou seja, quando se quer inferir novas relações ou conceitos sobre determinados fenômenos. Yin (2005) destaca ainda que o estudo de caso faz sentido quando se analisam comportamentos contemporâneos. Entretanto, nesta pesquisa, há uma certa possibilidade de alterar comportamentos através da atuação pedagógica. Além disso, um estudo de caso faz uso de observação e questionamentos diretos como fonte de dados, conforme planejamos em nosso produto educacional.

Nossa pesquisa fez uso de uma atividade solicitada, devido a inquietação social e profissional da autora desta dissertação, tomando como premissa uma problemática observada na prática. A partir daí, articulamos uma observação direta sobre o desenvolvimento dessa atividade e associamos questionamentos diretos, que forneceram os dados – descritos e analisados no capítulo 5. Lembramos que ela visava cumprir os objetivos e questão de pesquisa. Para realizar essa comunicação, escolhemos apresentar no segundo capítulo reflexões sobre Educação Financeira e práticas sustentáveis, destacando a importância dos 5 Rs: Reduzir, Recusar, Reciclar, Reutilizar e Repensar, como pilares para uma consciência ecológica. Além disso, é apresentado um breve histórico sobre o consumo e as mudanças climáticas ao longo dos séculos, revelando como a pressão social e o consumismo, impulsionados pelos meios de comunicação, intensificam os desafios relacionados à sustentabilidade e dificultam a economia doméstica.

No terceiro capítulo, dissertamos sobre o conceito de Proporcionalidade numa perspectiva histórica, dando destaque para os principais fatos sobre o pensamento proporcional utilizado pelo egípcios e pelos povos babilônicos. Também, abordamos como esse tema é tratado em livros didáticos disponíveis no Programa Nacional do Livro e do Material Didático.

Separamos o quarto capítulo para analisar a forma como a BNCC aborda os temas de Educação Financeira, Educação Ambiental e Proporcionalidade, contribuindo para o planejamento das aulas dos docentes. No quinto capítulo, apresentamos nossa pesquisa, expondo todas as dificuldades enfrentadas durante a aplicação, assim como os principais resultados. Por fim, no sexto capítulo, tecemos nossas considerações e conclusões finais referente a todo trabalho desenvolvido.

2 EDUCAÇÃO FINANCEIRA E PRÁTICAS SUSTENTÁVEIS

Ao contrário do que muitos pensam, Educação Financeira e Matemática Financeira são campos distintos. A Educação Financeira não se limita a cálculos matemáticos, fórmulas ou planilhas, trata-se de um processo que visa modificar os comportamentos e os hábitos do ser humano com relação à administração do dinheiro. Segundo Hill (2009), ela pode ser definida como a habilidade que os indivíduos apresentam de fazer escolhas adequadas ao administrar suas finanças pessoais durante o ciclo de sua vida. Através dela, é possível melhorar a compreensão em relação aos conceitos financeiros e obter informações e orientações para conseguir desenvolver competências necessárias e assim analisar os riscos e oportunidades envolvidas em determinadas situações.

Entendemos que a educação visa ao desenvolvimento do ser humano, de suas potencialidades, habilidades e competências. Ela está presente em nossas vidas desde o momento em que nascemos. Dessa forma, neste trabalho, olhamos para uma dessas a serem desenvolvidas desde a infância que deve estar relacionada às finanças, visto que estamos sob a complexidade do modo de vida no qual as decisões sobre o capital são importantes.

Neste sentido, a tomada de decisões sobre como gastar ou investir o capital que se ganha é tão importante ou mais do que encontrar métodos para aumentar a renda, principalmente, levando em conta o cenário no qual a presente pesquisa foi realizada – com alunos da Rede Pública de Ensino – em que foram observadas as dificuldades no controle de gastos, decorrente da falta de informação e conhecimento, conforme será detalhado no capítulo 5. Isso nos leva a refletir sobre a importância da Educação Financeira nas relações familiares dos discentes e da comunidade escolar como um todo, pois “[...] cabe destacar que assumir o desenvolvimento integral da criança e se comprometer com ele não é uma tarefa só dos professores, mas de toda a comunidade escolar” (Nascimento, 2007, p. 28).

É importante ressaltar que, nas mídias sociais e principais meios de comunicação, constantemente, é transmitida a ideia de que para ser reconhecido e se sentir incluído é necessário possuir determinados bens materiais. Isto incentiva o consumismo, como é ratificado pelo jornalista André Trigueiro (2013, p. 48):

Na sociedade de consumo os publicitários desempenham uma função estratégica de despertar novos desejos a cada campanha, usando diferentes mídias para alcançar o mesmo objetivo: vender um novo produto ou serviço para determinado público-alvo.

Na charge ilustrada na Figura 1, podemos observar uma relação bem definida entre o consumismo e a Educação Ambiental. A imagem transmite a mensagem de que, para o desenvolvimento financeiro do país, considera-se necessário que a população aumente o consumo, ainda que isso inclua produtos supérfluos e desnecessários. Ademais, a vida útil dos produtos torna-se cada vez mais curta, impulsionando a aquisição de novos itens em intervalos menores. Mas, o que ocorre com os produtos antigos? Essa é a questão central, pois é nesse ponto que se observa a produção excessiva de lixo. Diante dessa constatação, surge a necessidade de se discutir também sobre a Educação Ambiental.

Figura 1 - Incentivo ao consumo



Fonte: Teixeira, 2016.

O consumismo é um comportamento que pode ser transformado por meio da Educação Financeira, especialmente quando provoca reflexões sobre as ações de gastos de maneira geral. Segundo o boletim do Banco Central (2004, p. 1), “[...] a tomada de decisões fundamentadas e seguras melhora o gerenciamento de suas finanças e amplia o bem-estar da sociedade”, quando são abordados os conceitos essenciais, como investimento, custos e juros, fazendo uma adaptação à realidade dos alunos, seguindo um caminho de conscientização que os leve ao consumo consciente. Ainda que saibamos, dentro de nossa complexidade social, que

Consumir é a maneira mais rápida e eficaz de ter, e, numa sociedade com abundância produtiva, esses dois verbos (ser e ter) viram sinônimos absolutos. E, assim, quanto mais compramos, mais rapidamente perdemos o caráter ansiolítico e prazeroso do ato de consumir. Forma-se um ciclo vicioso que aprisiona milhares de pessoas no mundo inteiro (Silva, 2014, p. 20).

O ensino da Educação Financeira sempre deve ir além dos cálculos mecânicos da Matemática Financeira, focando na formação de indivíduos críticos, conscientes e autônomos em relação ao consumo (Kistemann Jr., 2012). Além disso,

Não adianta termos um indivíduo-consumidor habilitado e educado financeiramente, mas com um perfil de consumidor sem ética ou sem uma prática ecológica sustentável que esteja em sintonia com o equilíbrio do planeta (Pessoa; Muniz Jr.; Kistemann Jr., 2018, p. 4).

Por isso, entendemos que a formação de uma Educação Financeira passa também por pensarmos em práticas sustentáveis, como veremos mais detalhadamente na seção a seguir. Podemos ilustrar a importância de conectar esses dois assuntos, Educação Financeira e Práticas Sustentáveis, tomando o problema de Vaz e Kistemann Jr. (2019, p. 326) em relação à *milkshakes* oferecidos em uma rede de *fast food*:

“Os copos de *milkshakes* com 300 ml e 500 ml são vendidos, respectivamente, por R\$ 9,00 e R\$ 11,00. O preço do copo de 500ml é, financeiramente e proporcionalmente, mais vantajoso”. Mas outras questões podem e devem ser levantadas a partir do pensamento da vantagem, por exemplo, se analisarmos a quantidade de plástico necessária para a fabricação de cada copo e não só o valor, estamos também colaborando para um futuro cidadão com senso crítico. Contudo, também precisamos saber a necessidade de uma pessoa ao querer comprar essa mercadoria: “será que ela vai dividir com alguém?”, “será que ela está com muita fome?”, “será que ela tem os 11 reais?”.

Para conseguir desenvolver essa proposta, além da construção de conhecimentos em torno da Educação Financeira, precisamos dissertar sobre Educação Ambiental, que nos leva a pensar em como desenvolver práticas sustentáveis a partir de espaços escolares. A discussão sobre essas duas teorias sustentará nossa proposta de produto educacional, análises e considerações.

2.1 Educação Ambiental

Quando o tema é Educação Ambiental, o senso comum pode nos levar a pensar apenas nas florestas distantes, o que alguns cidadãos em contextos urbanos só veem em livros ou telas digitais. Contudo, no contexto educacional, é um campo que busca sensibilizar e conscientizar indivíduos e comunidades sobre questões ambientais, que promovam a reflexão crítica e a adoção de práticas sustentáveis. Dessa forma, não se trata de ensinar apenas conceitos ambientalmente corretos, mas também abordar a compreensão das interações complexas entre os seres humanos e o meio ambiente, visando à construção de sociedades mais justas e ecologicamente equilibradas. “Educação Ambiental é uma disciplina bem estabelecida que

ênfatisa a relação dos homens com o ambiente natural, as formas de conservá-lo, preservá-lo e de administrar seus recursos adequadamente” (UNESCO, 2005, p. 44).

A Educação Ambiental se distingue de outras ciências, campos de estudo e disciplinas, como Ecologia e Ciências Ambientais, por ter seu foco na Educação e na transformação social. Enquanto a Ecologia estuda as interações entre organismos e seu ambiente físico e as Ciências Ambientais investigam problemas e soluções ambientais através de métodos científicos, a Educação Ambiental concentra-se na Educação formal e não formal, visando mudanças de comportamento e atitudes em relação ao meio ambiente. Dessa maneira, iremos apresentar algumas práticas sustentáveis que podem contribuir para um desenvolvimento mais responsável dos discentes.

2.1.1 Os 5Rs

Reduzir, Recusar, Reciclar, Reutilizar e Repensar (Figura 2) são práticas simples que podemos adotar para minimizar o impacto ambiental, também nos induzem a pensar sobre os produtos que consumimos e o destino do nosso lixo.

Figura 2 - Os 5Rs: Reduzir, Recusar, Reciclar, Reutilizar e Repensar



Fonte: <https://mipmed.com/blog/Os-7-R%27s-da-sustentabilidade-Repensar-Recusar-Reduzir-Reaproveitar-Reutilizar-Reciclar-e-Recuperar>

- ❖ **Repensar** é quando o consumidor adquire algo não por impulso ou por influências externas, mas por necessidade. E antes de comprar algo ele se pergunta: “Eu preciso mesmo disto?”, “Do que eu preciso?” e verifica que nem tudo é realmente necessário. Quando ele percebe que realmente é necessário obter determinado produto, entramos no segundo R, de reduzir.
- ❖ **Reduzir** tem início no momento da compra e na escolha dos produtos, dando prioridade sempre aqueles com maior durabilidade.

- ❖ **Reutilizar** tem relação com a utilização de produtos ou embalagens mais de uma vez ao invés de descartar. Com o reaproveitamento, a quantidade de lixo é reduzida e ainda conseguimos economizar. Esse conceito se assemelha em alguns aspectos ao de reciclar.
- ❖ **Reciclar** é utilizar a matéria-prima retirada do que viraria lixo para iniciar um novo ciclo, economizando uma grande quantidade de água e energia.
- ❖ **Recusar** é quando o consumidor compreende que, se o produto é agressivo ao meio ambiente, ele não precisa comprar ou aceitar o produto em questão, fazendo uma escolha mais consciente. Simples ações como essa podem evitar a produção de mais lixo desnecessário no planeta.

A prática dos 5Rs promove não apenas o consumo responsável, mas também a preservação ambiental, alinhando finanças pessoais e sustentabilidade. No caso escolar, o reaproveitamento (Reutilizar) de materiais usados é um bom exemplo do que pode ser praticado de maneira simples para auxiliar na sustentabilidade do nosso planeta. Após realizar a oficina “Transformando lixo em luxo” com seus alunos em sala de aula, a professora Bruna Moreira (2020) traz a seguinte reflexão:

Por isso, cabe, em especial, aos professores despertarem a consciência ecológica dos alunos, motivando-os a se ocuparem com as questões ambientais, trabalhando-as de forma contextualizada de modo a possibilitar a interação entre as diferentes ciências, nas quais a Matemática é essencial (Moreira *et al.* 2020).

Compreendendo a Educação Básica como uma etapa escolar voltada para uma formação cidadã e crítica, entendemos que Educação Ambiental deve ser abordada desde os anos iniciais. Ela deve perpassar todas as disciplinas do currículo se quisermos realmente uma reflexão sobre comportamentos, ações, que nos levem a manter um equilíbrio financeiro e a preservação da vida no planeta.

Nesse sentido, a conscientização dos jovens estudantes é melhor alcançada através da Educação desenvolvida nas escolas, promovendo a formação de cidadãos conscientes de seu papel na proteção da natureza. No entanto, para impulsionar essa mudança de forma efetiva, é essencial não apenas entender os problemas ambientais, mas também dominar as ferramentas necessárias para abordá-los da melhor maneira possível, respeitando as condições escolares locais. Assim, é fundamental criar problemas contextualizados envolvendo Matemática e meio ambiente para auxiliarem na formação também dos hábitos financeiros, desde que o discente compreenda que toda ação tem consequências, conforme veremos na seção a seguir.

2.2 Consumo e mudanças climáticas

Segundo Dias (1991), em 1972, houve uma evolução na abordagem da Educação Ambiental no mundo e ela passou a ser considerada campo de ação pedagógica. Nesse mesmo ano, um dos eventos responsáveis por tal evolução foi a “Conferência da ONU sobre o Ambiente Humano” (ou Conferência de Estocolmo), promovida pela Organização das Nações Unidas na Suécia. Ela criou um “Plano de Ação Mundial” e recomendou que fosse estabelecido um Programa Internacional de Educação Ambiental.

As principais conferências ambientais internacionais foram realizadas em Estocolmo – Suécia, no ano 1972, a Eco-92 ou Rio-92 ou Cúpula do Rio, realizada no Rio de Janeiro-Brasil, em 1992, a Rio+10 ou Cúpula Mundial sobre o Desenvolvimento Sustentável, realizada em Joanesburgo-África do Sul, no ano 2002, e a Rio+20 ou Conferência da ONU sobre o desenvolvimento Sustentável, que ocorreu novamente no Rio de Janeiro em 2012. Nessas conferências, foram abordadas questões como mudanças climáticas, perda de biodiversidade, poluição e desmatamento, discutindo estratégias para a proteção ambiental. A 30ª Conferência da ONU sobre as mudanças climáticas (COP 30) será realizada no ano 2025 na cidade de Belém-Brasil.

No dia 15 de junho de 2012, na Resolução nº 2, em conformidade com a 2ª Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Brasil, 1996) e com a Política Nacional de Educação Ambiental (PNEA) (Brasil, 1999), foram estabelecidas as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Ambiental (DCNEA), apresentando os seguintes objetivos:

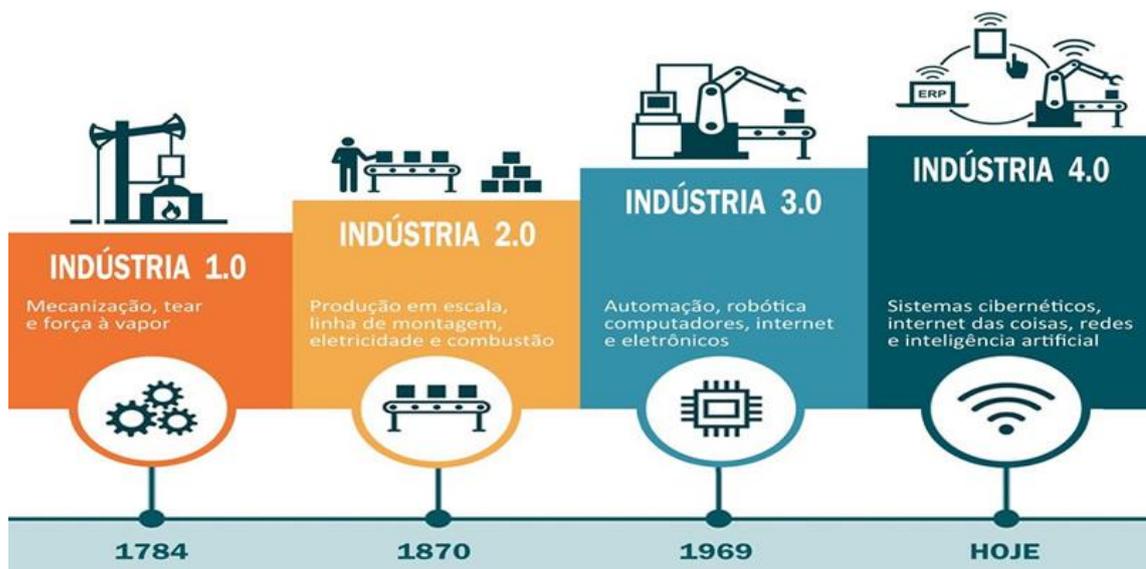
- I - Sistematizar os preceitos definidos na citada Lei, bem como os avanços que ocorreram na área para que contribuam com a formação humana de sujeitos concretos que vivem em determinado meio ambiente, contexto histórico e sociocultural, com suas condições físicas, emocionais, intelectuais, culturais;
- II - Estimular a reflexão crítica e propositiva da inserção da Educação Ambiental na formulação, execução e avaliação dos projetos institucionais e pedagógicos das instituições de ensino, para que a concepção de Educação Ambiental como integrante do currículo supere a mera distribuição do tema pelos demais componentes;
- III - Orientar os cursos de formação de docentes para a Educação Básica;
- IV - Orientar os sistemas educativos dos diferentes entes federados (Brasil, 2012, p. 2).

Ainda assim, problemas que envolvem o consumo desenfreado e alienado vêm sendo relatados por diversos cientistas e publicados em diversos meios de comunicação em massa.

Através dos anos, o ser humano, devido a sua ganância, acreditou que poderia retirar do planeta o máximo de recursos naturais possíveis sem que houvesse consequências, porém, as grandes catástrofes climáticas, que são cada vez mais frequentes, nitidamente, são um pedido de socorro da natureza e consequência de toda imprudência da humanidade (Trigueiro, 2022).

Grande parte da devastação ambiental teve origem há aproximadamente 300 anos, quando começou o processo de industrialização. A partir das Revoluções Industriais (Figura 3), com as máquinas disponíveis, as produções aumentaram e, com isso, era necessário muita matéria-prima e energia, buscava-se agilidade nos processos, assim, surgiam cada vez mais novas tecnologias, que prometiam uma vida mais confortável para a humanidade. No entanto, todo esse processo só resultaria em benefício para o sistema se tudo que fosse produzido em larga escala fosse consumido na mesma proporção. Portanto, para que isso se concretizasse, havia a necessidade de estimular as pessoas a consumirem de maneira descontrolada, adquirindo bens que eram supérfluos, apenas pelo prazer de possuir (Trigueiro, 2017; Pott; Estrela, 2017). Esse processo marcou uma transformação significativa no estilo de vida, cultura, economia e meio ambiente.¹

Figura 3 - Revoluções Industriais e avanços tecnológicos



Fonte: <https://b2i.network/quarta-revolucao-industrial-rumo-a-transformacao-digital/>

Cada revolução, além de trazer avanços tecnológicos, trouxe também consequências e novos desafios. Nas últimas décadas, a população tem demonstrado uma crescente preocupação com a natureza, impulsionada por diversas iniciativas de ambientalistas, como o brasileiro Chico Mendes (1944-1988) e a sueca Greta Thunberg (2003).

¹ Para maiores informações sobre as quatro revoluções industriais, veja Sakurai; Zuchi (2018).

Figura 4 - Ambientalistas



Legenda: (a) Chico Mendes e (b) Greta Thunberg.

Fonte: Chico Mendes - O defensor da Amazônia - TudoGeo; Greta Thunberg participa de protesto pró-Palestina na Alemanha (gazetadopovo.com.br).

O aumento da degradação ambiental causada pelo homem foi tão significativo que Paul Crutzen, ganhador do Prêmio Nobel de Química de 1995, afirmou que o mundo estava entrando em uma nova era geológica: o Antropoceno, definido por ele como uma *época da dominação humana, na qual o homem se torna o principal causador de ações que podem gerar uma catástrofe ecológica*. Conforme afirma Alves (2020), “Todo o crescimento e enriquecimento humano ocorreu às custas do encolhimento e empobrecimento do meio ambiente”.

Apesar desse crescimento humano ter impactado negativamente o meio ambiente, desenvolvemos a capacidade de encontrar soluções que promovam o desenvolvimento sustentável. Nesse sentido, a Educação Ambiental é essencial para enfrentar os desafios, porque “Vive-se no capitalismo e no materialismo e se esquece que a natureza é importante para a gente também e por isso depende, antes de tudo, de educação” (Segura, 2001, p. 165).

Em meio às rápidas e frequentes mudanças que ocorrem diante de nossos olhos, surge a necessidade de analisar os diversos problemas ecológicos junto aos alunos e começar a refletir sobre a importância da Educação Ambiental. Da mesma maneira que a Educação Financeira deve se iniciar nos primeiros anos de vida, a Educação Ambiental também deve ser ensinada nas escolas, de maneira interdisciplinar², desenvolvendo na criança e no adolescente a consciência de que o meio ambiente deve ser cuidado, respeitado e, acima de tudo, preservado. A Constituição Brasileira, em seu artigo 225, diz:

Todos têm o direito ao meio ambiente ecologicamente equilibrado, bem de uso comum do povo e essencial à sadia qualidade de vida, impondo-se ao Poder Público

² O conceito de interdisciplinaridade estabelece relações entre duas ou mais disciplinas, ou áreas do conhecimento, associando o que é comum entre elas, aplicada no processo de ensino e aprendizagem.

e à coletividade o dever de defendê-lo e preservá-lo para as presentes e futuras gerações (Brasil, 1988).

Embora tenhamos consciência dessa necessidade de falar sobre a Educação Ambiental desde cedo, não é raro encontrarmos escolas que não se preocupam em incentivar o cuidado com a natureza. Em termos individuais, cabe ao docente não apenas passar informações, mas também demonstrar com atitudes, fazendo com que os alunos reflitam sobre as ações predatórias ao meio ambiente e passem a produzir consequências benéficas para o mesmo (Andrade, 2000) – sem abrir mão de uma luta por uma consciência social e política mais ampla.

Quando a gente fala em educação ambiental pode-se viajar em muitas coisas, mas a primeira coisa que se passa na cabeça do ser humano é o meio ambiente. Ele não é só o meio ambiente físico, quer dizer, o ar, a terra, a água, o solo. É também o ambiente que a gente vive – a escola, a casa, o bairro, a cidade. É o planeta de modo geral. (...) não adianta nada a gente explicar o que é efeito estufa; problemas no buraco da camada de ozônio sem antes os alunos perceberem a importância e a ligação que se tem com o meio ambiente, no geral, no todo e que faz parte deles. A conscientização é muito importante e isso tem a ver com a educação no sentido mais amplo da palavra. (...) conhecimento em termos de consciência (...) A gente só pode primeiro conhecer para depois aprender a amar, principalmente, a respeitar o ambiente (Segura, 2001, p. 165).

O que dificulta ainda mais o trabalho desses temas transversais³, como a Educação Ambiental, pelos professores de maneira mais ampla, são fatores como salas de aula superlotadas e excesso de conteúdo a ser ministrados durante o ano letivo. Daí, a “[...] ênfase em atividades práticas talvez seja um reflexo da própria rotina atribulada das escolas: muitas aulas, muitos alunos, carência material e sobrecarga burocrática” (Segura, 2001, p. 71). Com isso, os educandos acabam sendo privados de conhecimentos essenciais na sua formação como cidadão consciente do seu papel e de sua relação com o ambiente em que vive.

Neste trabalho, entendemos que, nessa relação disciplinar relatada acima da Educação Financeira numa perspectiva de formação crítica que agrega desenvolver práticas sustentáveis, necessitamos incluir um próximo capítulo para entendermos o desenvolvimento do pensamento proporcional. Isso porque não é possível estudar tais temas sem conceitos e resultados matemáticos atrelados, que permitam fazer análises e boas escolhas. Nesse sentido, a Proporcionalidade é um aspecto crucial a ser destacado, visto que está no cerne das ações de comparações e, por consequência, das medidas.

³ Transversalidade na educação refere-se à inclusão de temas que atravessam diversas disciplinas, como ética, cidadania e meio ambiente, proporcionando uma abordagem integrada e contínua ao conhecimento.

3 PROPORCIONALIDADE: ABORDAGEM HISTÓRICA E CONCEITUAL

O conceito de proporcionalidade é muito relevante dentro da Matemática, pois aparece frequentemente em diversas situações do nosso dia a dia, tais como: receitas de bolo, compra e venda de produtos, construção civil, entre outras. É, ainda, ponto de partida para o ensino de vários conceitos matemáticos, como frações, porcentagens e taxas de variação. O que propomos neste capítulo é realizar uma apresentação que enfatize a importância da parte histórica desse tema, dos fatos sobre o pensamento proporcional voltado para o ensino e dos primeiros cálculos de que se tem registro, desta forma podemos conhecer o contexto histórico e cultural sobre a proporcionalidade utilizada pelos egípcios e babilônicos e entender a evolução dos conceitos e notações. Além disso, exploramos como o tema é abordado por alguns livros didáticos que foram disponibilizados para seleção no Programa Nacional do Livro e do Material Didático.

3.1 O pensamento proporcional

Para definirmos proporcionalidade, é inevitável observar que seu significado matemático está diretamente atrelado ao conceito de razão. Temos, na definição de razão, uma peculiaridade que muitos escolarizados ignoraram: é uma comparação entre grandezas e a representamos, normalmente, de maneira fracionária. Mas não significa que toda razão é uma fração, pois a definição que assumimos para fração é a de uma divisão entre números inteiros. Isso porque é possível comparar, por exemplo, grandezas expressas por números irracionais, o que não seria uma fração, mas sim uma razão⁴.

Sabemos que as definições não existem, *a priori*, dentro da Matemática, mas é comum observarmos em livros didáticos o estudo de algum assunto se iniciar, tradicionalmente, pela sua definição e, logo depois, apresentar um exemplo ao qual a definição se aplica. Nos livros de Matemática do Ensino Fundamental, como no Teláris Essencial 7º ano, do autor Luiz Roberto Dante (2022), a definição de razão é dada seguinte forma (p. 193): “A razão entre duas grandezas a e b , sendo a e b racionais, $b \neq 0$ é a relação que existe entre elas e representa-se por $\frac{a}{b}$ ou $a:b$, onde os números representados por a e b são termos desta razão”.

⁴ Daqui, podemos concluir que toda fração é uma razão, mas nem toda razão é uma fração. Ex.: $\frac{\sqrt{2}}{2}$ é uma razão.

Exemplo 1: O conteúdo de uma garrafa de suco enche três copos grandes iguais e mais meio copo pequeno ou cinco desses copos pequenos iguais mais a metade de um daqueles grandes. Qual é a razão entre o volume de um copo pequeno e o de um grande?

Resolução:

Vamos usar a seguinte notação:

G: volume do copo grande

p: volume do copo pequeno

Uma garrafa de suco enche 3 copos grandes e mais meio copo pequeno, então

$$3G + \frac{1}{2}p = 1 \text{ garrafa} \quad (3.1)$$

Além disso, segundo o enunciado, o conteúdo dessa garrafa de suco enche cinco copos pequenos iguais mais metade de um daqueles grandes, então:

$$5p + \frac{1}{2}G = 1 \text{ garrafa} \quad (3.2)$$

Igualando as equações (3.1) e (3.2), temos:

$$5p + \frac{1}{2}G = 3G + \frac{1}{2}p \quad (3.3)$$

Multiplicando ambos os lados da equação por (3.3) por 2, temos:

$$10p + G = 6G + p$$

$$9p = 5G$$

$$\frac{p}{G} = \frac{5}{9}$$

Logo, a razão entre o volume do copo pequeno e do copo grande é $\frac{5}{9}$.

Já a proporcionalidade é assim definida nesse mesmo livro (p. 196): “Chamamos de proporção, a igualdade entre duas razões.”

Exemplo 2: Em uma lanchonete, de cada 10 sobremesas vendidos, 6 são de chocolate. Em certo dia foram vendidas 200 sobremesas. Quantas sobremesas de chocolate foram vendidas?

Para solucionar o exemplo acima, chamando a quantidade de sobremesas de chocolate vendidos de x , temos a seguinte proporção:

$$\frac{6}{10} = \frac{x}{200} \quad (3.4)$$

ou escrita de forma equivalente como

$$\frac{6 \cdot 200}{10 \cdot 200} = \frac{120}{200} \quad (3.5)$$

Logo, igualando os numeradores da equação (3.5), podemos concluir que foram vendidas 120 sobremesas de chocolate.

Repare que utilizamos diversas notações pautadas na álgebra e na linguagem matemática hegemônica atual. Mas por que essas definições são desse jeito? Por que esses são bons exemplos para ensinar proporção nos dias de hoje? Que contribuições histórico-sociais nos fizeram construir essas definições? Essas questões, que estão intimamente ligadas ao pensamento crítico, mostraram a necessidade de abordar historicamente o pensamento proporcional e, na próxima seção, traremos uma visão egípcia e babilônica que ajudaram nessa construção da definição de proporção.

3.2 Uma breve abordagem histórica

Exploraremos o processo histórico de produção matemática para desenvolver esse conceito, porque

[...] o estudo da história da Matemática se apresenta como uma oportunidade para entender tanto problemas que possam motivar a construção de novos conceitos quanto a sequência de esquemas desenvolvidos pelos indivíduos ao procurar uma solução significativa para um problema (D'Ambrosio, 2007, p. 402).

Buscaremos oferecer interpretações sobre a produção matemática socialmente situada no tempo e espaço em que ela se desenvolveu. Somente a partir disso, estabeleceremos conexões com a notação e pensamentos contemporâneos. Essa opção de escrita tem a intenção de evitar afirmações anacrônicas, tais como, “nossa matemática é melhor” ou “eles tinham dificuldade de operar com...”, ou ainda, “causavam ambiguidade em sua notação”. Todas essas afirmações são interpretações atuais sobre situações matemáticas que perduraram centenas de anos e, de modo algum, pode ter sido fonte de alguma dificuldade por parte dos povos antigos.

Para realizar essa abordagem histórica do tema, optamos por apresentar o que se tem registrado sobre a Matemática de dois povos em particular: egípcios e babilônios. Observamos como eles lidavam com problemas ligados à proporcionalidade em seu cotidiano e, depois, relacionamos com a nossa maneira de pensar.

3.2.1 Proporcionalidade na cultura Egípcia

Às margens do Rio Nilo, por volta do ano 3200 a.E.C. (antes da Era Comum⁵), surgiu a civilização egípcia, uma sociedade que se desenvolveu caracterizada pelo uso da agricultura, do comércio, construção de monumentos e outros (Mokhtar, 2011). Hoje, sabemos que uma parte do conhecimento matemático que possuímos também estão registrados em papiros utilizados pelos antigos egípcios. O mais conhecido desses é o chamado Papiro de Rhind⁶ (Figura 5), descoberto no século XIX. Nele, consta que foi copiado, aproximadamente em 1650 a.E.C. pelo escriba egípcio Ahmes (*A'h-mosè*), mas com referências à dinastia anterior, indicando que o original deve ter sido escrito por volta de 200 anos antes desta cópia.

Figura 5 - Um pedaço do papiro de Rhind



Fonte: Scribe, Papiro de Rhind | PDF (scribd.com), 2015.

Esse é o mais bem preservado papiro encontrado, mede aproximadamente 5 metros de comprimento por 35 centímetros de largura, trata de problemas aritméticos, geométricos e de temas diversos, em que aborda o método de comércio do Egito e alimentação de animais (Chace; Manning; Archibald, 1927).

O papiro Rhind é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra de falsa posição, sua solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos (Eves, 2011, p. 70).

⁵ Atualmente, dentro do campo da História da Matemática, tem-se usado “antes da Era Comum” no lugar de “antes de Cristo” a fim de neutralizar conotações religiosas e até mesmo imprecisões de datas (Roque, 2018, p. 24).

⁶ Na verdade, no papiro, há a informação de que ele foi copiado pelo escriba egípcio Ahmes (*A'h-mosè*), por isso, também é conhecido como “Papiro de Ahmes”. Mas foi comprado no Egito pelo escocês e egiptólogo Alexander Henry Rhind, em 1858, na cidade de Luxor. Por esse motivo, recebeu o nome de “Papiro de Rhind” (Roque, 2018, p. 28).

Em 1865, o Museu Britânico o incorporou a seu acervo, onde permanece até a atualidade. Cabe destacar que apenas $\frac{2}{3}$ do papiro foi preservado. No ano de 1927, a Associação Americana de Matemática tornou público o conteúdo deste papiro (Eves, 2011) e concluíram que uma das características da Matemática egípcia era uma certa estabilidade. Assim como diversas realizações egípcias, quando aprendiam a resolver uma situação Matemática, aquela solução perdurava por séculos sem que uma outra tentativa de exploração ocorresse, mas isso não significava qualquer falta de espírito científico.

O que se sabe da cultura egípcia antiga em relação aos números é que possuíam um sistema de numeração de base 10, com uma vasta simbologia própria para representar seus números em diversas ordens de grandeza (para 1, 10, 100, 1000, 10000 e até 1000000 numa determinada época), que é facilmente encontrada em diversas fontes bibliográficas. Além disso, era um sistema aditivo, no qual se somavam os valores desses símbolos para se obter um número, mas que não permitiu algoritmos atrelados a ele.

O sistema decimal egípcio já estava desenvolvido por volta do ano 3000 a.E.C., ou seja, antes da unificação do Egito sob o regime dos faraós. O número 1 era representado por uma barra vertical, e os números consecutivos de 2 a 9 eram obtidos pela soma de um número correspondente de barras. Em seguida, os números eram múltiplos de 10, por essa razão, diz-se que tal sistema é decimal (Roque, 2018, p. 59).

Não estamos interessados em dissertar sobre o sistema de numeração egípcia em si, mas sobre o fato de que ele não impediu os egípcios de operarem matematicamente com quantidades e medidas. Particularmente, nós nos interessamos pelas questões relacionadas ao que, hoje, chamamos de frações, pois está na origem das comparações entre grandezas. Pelo papiro, sabe-se que, no sistema egípcio, colocava-se uma forma oval em cima dos números inteiros, correspondente ao que escrevemos hoje como $\frac{1}{n}$, no entanto,

Esse símbolo oval colocado acima do número não possui, porém, o mesmo sentido daquilo que chamamos hoje de “numerador”. As frações egípcias não tinham numerador. Nosso numerador indica quantas partes estamos tomando de uma subdivisão em um dado número de partes. Na designação egípcia, o símbolo oval não possui um sentido cardinal, mas ordinal. Ou seja, indica que, em uma distribuição em n partes iguais, tomamos a n -ésima parte, aquela que conclui a subdivisão em n partes. É como se estivéssemos distribuindo algo por n pessoas e $1/n$ é quanto cada uma irá ganhar. Logo, configura-se um certo abuso de linguagem dizer que, na representação egípcia, as frações possuem “numerador 1”. Seria mais adequado dizer que essas frações egípcias representam os inversos dos números (Roque, 2018, p. 61).

Dessa forma, a leitura sobre esse assunto dentro daquela cultura deve ser: “as duas partes e a terceira parte” para se referir a $\frac{1}{3}$; ou “as três partes e a quarta parte” para se referir a $\frac{1}{4}$ e assim por diante. Isso mostra a maneira de pensar daquele povo, mas, inevitavelmente, também

aparecem problemas nos quais os resultados não são frações unitárias, por assim dizer. E esses tipos de resultados eram expressos como uma soma de frações unitárias⁷. Ex.: $\frac{3}{7} = \frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{231}$.

Uma maneira de interpretar essa opção operatória pode estar ligada à maneira de fazerem as operações de multiplicar e dividir, muito relacionada a problemas práticos:

Suponhamos que uma pessoa deseje repartir a quantidade de grãos contida em cinco sacos de cevada por oito pessoas. Começamos por imaginar que, se tivéssemos quatro sacos, cada pessoa deveria receber a metade de cada saco. Sendo assim, como são cinco sacos, cada pessoa deve receber, no mínimo, a metade de cada saco, ou seja, $\frac{1}{2}$. Fazendo isso, sobrar um saco, que pode ser dividido pelas oito pessoas, cada uma recebendo mais $\frac{1}{8}$ desse saco... Podemos dizer, então, que o resultado da divisão de 5 por 8 é $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$. Logo, esse resultado, enunciado como uma soma de frações de numerador 1, expressa o modo como a divisão foi realizada (Roque, 2018, p. 61).

Para multiplicar, os egípcios realizavam duplicações sucessivas, podendo, em alguns casos, usar multiplicações por 10 para acelerar o processo. Por exemplo, se quisermos que cada pessoa tenha direito a 11 sacos de grãos, quantos sacos um grupo de 5 pessoas teria direito? Devido à dificuldade de usar os símbolos egípcios, usaremos nossos numerais para representar como seria a resolução:

\ 1	11
2	22
\ 4	44

Eles pegavam os resultados relacionados ao 1 e ao 4 na coluna da esquerda (já que $1 + 4 = 5$) e somavam: $11 + 44 = 55$ na coluna da direita; isso funciona porque $(1 + 4) \cdot 11 = 1 \cdot 11 + 4 \cdot 11$. Repare que o pensamento proporcional que usamos hoje em dia pode ser percebido nessa maneira de multiplicar. E, de forma análoga, as divisões também utilizavam esse processo. Por exemplo: Para dividir o número 168 por 8, isto é, $168 \div 8$, na coluna da esquerda escrevemos as duplicações sucessivas e do lado direito os números correspondentes multiplicados por 8.

\ 1	8
2	16
\ 4	32
8	64
\ 16	128

⁷ Há um algoritmo atribuído a Fibonacci que permite escrever qualquer fração como uma soma de frações unitárias.

A soma dos números da coluna da direita: $128 + 32 + 8$ é 168, então marcamos com “\” os números correspondentes da coluna da esquerda e, fazendo a soma dos números marcados temos: $16 + 4 + 1 = 21$. Portanto, o quociente de $168 \div 8 = 21$.

Mas e se fosse 169? O processo é semelhante com a adição de frações. Conforme podemos observar:

\ 1	8
2	16
\ 4	32
8	64
\ 16	128
$\frac{1}{2}$	4
\ $\frac{1}{8}$	1

Daí, o resultado seria $128 + 32 + 8 + 1 = 169$. Então, a maneira de responder seria: $16 + 4 + 1 + \frac{1}{8} = 21 + \frac{1}{8}$. Veja que a representação de uma divisão não inteira se torna simples.

A procura da generalização na matemática egípcia da época dava-se através da busca, por meio de problemas parecidos, uma lista que tivesse a possibilidade de ser solucionada por um mesmo processo geral de resolução.

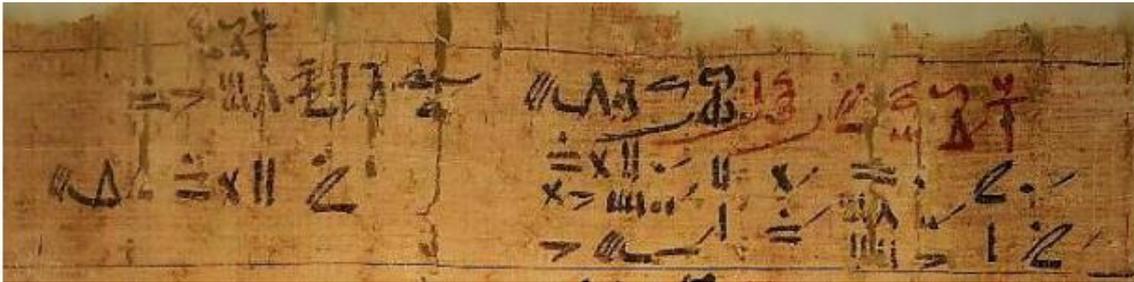
Entre os diversos problemas matemáticos, incluindo problemas de aritmética relacionada a elementos do nosso cotidiano, existem alguns sobre quantidades envolvendo o que, hoje, chamamos de equação do 1º grau. Eram resolvidas pelo método da falsa posição, que segundo Medeiros (2004), consistia na escolha de um valor arbitrário para x , chamado de “*aha*”, na época, ao substituir esse valor na equação dada se encontra o fator de correção e a solução é obtida através do produto entre o fator de correção e o valor escolhido inicialmente.

Vale ressaltar que os egípcios tinham habilidade em somar e subtrair números naturais, mas, quando se tratava de multiplicações e divisões, eles operavam apenas por 2 e por 10, visto que já possuíam o conhecimento de que qualquer número natural pode ser escrito na forma de soma de potências de 2. Portanto, para multiplicar e dividir por qualquer valor diferente desses, era necessário fazer uso de comparações até chegar ao resultado de maneira indireta (Chace, 1929).

Iremos usar como objeto de estudo o problema de número 24 do papiro, cuja imagem original está ilustrada abaixo (Figura 6) e tem o seguinte valor semântico:

“Uma quantidade (*aha*), cuja sétima parte lhe é adicionado resulta em 19. Qual a quantidade?”.

Figura 6 - Problema n° 24 do Papiro de Rhind



Fonte: Extraído de RBHM, vol.18, n° 36, p. 1-29, 2018.

Usando nossos numerais (o pontinho em cima do numeral representa o oval, mas com o pensamento e a forma egípcia é:

$\begin{array}{r} \dot{1} \\ \dot{7} \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ 1 \end{array}$	
$\begin{array}{r} 1 \\ \dot{2} \\ \dot{2} \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ 16 \\ 4 \end{array}$	A quantidade $2 \dot{4} \dot{8}$
$\begin{array}{r} \dot{4} \\ \dot{8} \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \end{array}$	Pedido 19
$\begin{array}{r} \dot{1} \\ \dot{2} \\ \dot{4} \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \dot{4} \dot{8} \\ 4 \dot{2} \dot{4} \\ 9 \dot{2} \end{array}$	Total

O primeiro bloco simplesmente faz $x_0 = 7$ e calcula $x_0 + \frac{1}{7}x_0 = 8$. Percebe-se aqui a conveniência dessa escolha para x_0 .

O segundo bloco divide 19 por 8, chegando ao resultado $2 \dot{4} \dot{8}$. Esse resultado é igual exatamente a $\frac{19}{8}$.

O terceiro bloco multiplica $2 \dot{4} \dot{8}$ por 7, obtendo:

$$2 \dot{4} \dot{8} 4 \dot{2} \dot{4} 9 \dot{2} = 15 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 16 \dot{2} \dot{8} = \frac{133}{8}$$

que é o resultado procurado. (Pitombeira; Roque, 2012, p. 35).

A resolução desse problema também foi apresentada por Lyra (2019). Novamente, usaremos a linguagem algébrica atual para escrevermos o problema como sendo a equação:

$$x + \frac{x}{7} = 19. \tag{3.6}$$

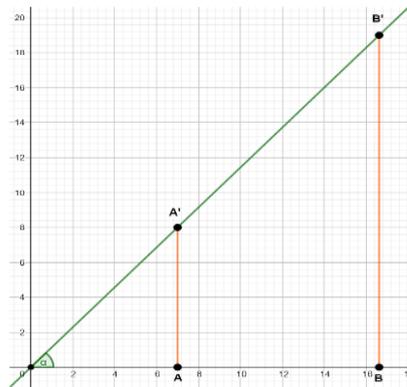
Aplicando o método da falsa posição, podemos supor que $x_0 = 7$ é solução da equação dada. Essa escolha parece aleatória, mas não é. Repare que $1/7$ de 7 dá 1 como resultado e isso se torna um facilitador das contas. Então, substituindo esse valor na eq. (3.6) teremos

$$7 + \frac{7}{7} = 8, \quad (3.7)$$

que não é a solução procurada. Isso nos obriga a pensar, “qual número devemos multiplicar o número 8 para chegar a 19?”, já que queremos que seja 19. O fator de correção seria $F = \frac{19}{8}$, então a solução é: $x = x_0 F = 7 \times \frac{19}{8} = \frac{133}{8}$.

Uma outra forma atual de solucionarmos esse problema consiste em recorrer à geometria, especificamente à semelhança de triângulos. Usando o programa *GeoGebra*, vamos considerar a função $f(x) = y = ax$. Vimos que, para $x_0 = 7$, temos $f(x_0) = ax_0 = 7a = 8$, então, $a = \frac{8}{7}$, logo, $f(x) = y = \frac{8x}{7}$. Marcamos os pontos $A=7$ e B no eixo das abscissas e seus correspondentes valores A' e B' (Figura 7), precisamos encontrar o valor de x_1 , tal que $f(x_1) = f(B) = y_1 = 19$.

Figura 7 - Representação do problema n° 24 no *GeoGebra*

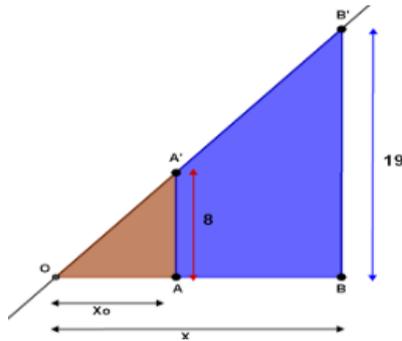


Fonte: Lyra, 2019, p. 17.

A semelhança dos triângulos $OA'A$ e $OB'B$ (Figura 7) ocorre pelo “Critério Ângulo-Ângulo” caso AA, isto é, se dois ângulos correspondentes de um triângulo são congruentes, então, os triângulos são semelhantes.

A reta de equação $y = \frac{8x}{7}$ forma o ângulo α com o eixo x , que é comum aos dois triângulos, os segmentos AA' e BB' são perpendiculares ao eixo x e, portanto, formam um ângulo de 90° com o eixo x . Logo, pelo “Critério Ângulo-Ângulo” os triângulos $OA'A$ e $OB'B$ são semelhantes. Então, os comprimentos de seus lados correspondentes são proporcionais.

Figura 8 - Semelhança entre os triângulos



Fonte: Lyra, 2019, p. 18.

A relação observada na Figura 8 é dada por $\frac{x}{7} = \frac{19}{8} \Rightarrow x = \frac{133}{8}$, que é o valor procurado. Dessa forma, o pensamento proporcional pode ser associado a alguns problemas do Egito antigo.

Além do problema citado acima, outros dois nos chamaram a atenção por envolverem o conceito de proporção (Boyer, 1974, p. 12), eles são:

- ❖ O problema nº 72 do Papiro de Rhind, que é um exemplo de problema aritmético e consiste no seguinte questionamento: “Qual o número de pães de “força” 45 que são equivalentes a 100 de “força” 10?”.
- ❖ E o problema nº 63 do Papiro de Rhind, que pede que sejam repartidos 700 pães entre quatro pessoas, em partes proporcionais a $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$.

Segundo Boyer (1974), muitos desses problemas apresentados no Papiro de Rhind mostram conhecimentos que hoje chamamos de “regra de três”. Um bom exemplo disso está na solução encontrada para o problema nº 72, mencionado acima:

Número de pães	Força
X	45
100	10

$$\begin{aligned}
 x &\rightarrow 45 \\
 100 &\rightarrow 10 \\
 10x &= 45 \cdot 100 \\
 x &= \frac{45 \cdot 100}{10} \\
 x &= 450
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

Com relação ao problema número 63, a solução é obtida da seguinte forma: somam-se as frações proporcionais das quatro pessoas.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}, \quad (3.9)$$

Depois, calculamos o quociente de 700 pães pela soma das frações na proporção (3.9)

$$\frac{700}{\frac{7}{4}} = \frac{700(4)}{7} = 400. \quad (3.10)$$

Logo, um inteiro corresponde a 400. E cada uma das pessoas recebe:

$$\frac{2}{3} \text{ de } 400 \Rightarrow \frac{2(400)}{3} = 266 + \frac{2}{3} \approx 266, \bar{6}$$

$$\frac{1}{2} \text{ de } 400 \text{ é igual a } 200$$

$$\frac{1}{3} \text{ de } 400 \text{ é igual a } 133 + \frac{1}{3} = 133, \bar{3}$$

$$\frac{1}{4} \text{ de } 400 \text{ é igual a } 100$$

Ao verificar a soma dessa repartição, confirmamos que totaliza os 700 pães:

$$266 + \frac{2}{3} + 200 + 133 + \frac{1}{3} + 100 = 700 \text{ pães.} \quad (3.11)$$

Essa relação entre o desenvolvimento histórico do pensamento proporcional, a partir do conhecimento egípcio, e nossas representações também podem ser feitas em relação ao legado babilônico. Apresentamos essa conexão na subseção a seguir como forma de ampliar o olhar sobre a produção matemática em diversos tempos e lugares.

3.2.2 Proporcionalidade nas civilizações babilônicas

Há evidências do uso da proporcionalidade em várias situações do dia a dia das civilizações babilônicas (Silva; Costa Junior, 2016), que coincide com a época na qual o papiro anteriormente citado – copiado por Ahmes – parece ter sido escrito pela primeira vez (1850 a.E.C.). Na verdade, ao nos referirmos às práticas matemáticas babilônicas, estamos falando de práticas de povos mesopotâmicos, cujas evidências sobre práticas matemáticas em tabletes de argila datam do período babilônico antigo (2000-1600 a.E.C.), cujo centro administrativo do império em vigor era a cidade de Babilônia (Roque, 2018). Mas, diferentemente dos egípcios, a numeração dos babilônios após a centralização administrativa não possuía muitos símbolos,

apenas dois tipos eram capazes de descrever qualquer quantidade: I para unidades e \llcorner para dezenas (Figura 9).

Figura 9 - O sistema de numeração babilônico

I	1	II	2	III	3	IIII	4	VV	5
VI	6	VII	7	VIII	8	IIIIII	9	\llcorner	10
$\llcorner \text{I}$	11	$\llcorner \text{II}$	12	$\llcorner \text{III}$	13	$\llcorner \text{IIII}$	14	$\llcorner \text{VV}$	15
$\llcorner \text{VI}$	16	$\llcorner \text{VII}$	17	$\llcorner \text{VIII}$	18	$\llcorner \text{IIIIII}$	19	$\llcorner \llcorner$	20
$\llcorner \llcorner \text{I}$	21	$\llcorner \llcorner \text{II}$	22	$\llcorner \llcorner \text{III}$	23	$\llcorner \llcorner \text{IIII}$	24	$\llcorner \llcorner \text{VV}$	25
$\llcorner \llcorner \text{VI}$	26	$\llcorner \llcorner \text{VII}$	27	$\llcorner \llcorner \text{VIII}$	28	$\llcorner \llcorner \text{IIIIII}$	29	$\llcorner \llcorner \llcorner$	30
$\llcorner \llcorner \llcorner \text{I}$	31	$\llcorner \llcorner \llcorner \text{II}$	32	$\llcorner \llcorner \llcorner \text{III}$	33	$\llcorner \llcorner \llcorner \text{IIII}$	34	$\llcorner \llcorner \llcorner \text{VV}$	35
$\llcorner \llcorner \llcorner \text{VI}$	36	$\llcorner \llcorner \llcorner \text{VII}$	37	$\llcorner \llcorner \llcorner \text{VIII}$	38	$\llcorner \llcorner \llcorner \text{IIIIII}$	39	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner$	40
$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{I}$	41	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{II}$	42	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{III}$	43	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{IIII}$	44	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{VV}$	45
$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{VI}$	46	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{VII}$	47	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{VIII}$	48	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{IIIIII}$	49	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \llcorner$	50
$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{I}$	51	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{II}$	52	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{III}$	53	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{IIII}$	54	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{VV}$	55
$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{VI}$	56	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{VII}$	57	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{VIII}$	58	$\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \text{IIIIII}$	59	I	60

Fonte: Roque (2018, p. 38)

Para entender a evolução do sistema numérico, é importante considerar que:

Apesar de as evidências não permitirem um conhecimento linear dos registros numéricos, pode-se conjecturar que o sistema evoluiu de um estágio no qual um único contador era impresso várias vezes até uma fase mais econômica, em que era possível diminuir a quantidade de impressões dos contadores de tamanhos e formas diferentes. Esta é a essência do sistema posicional: um mesmo símbolo serve para representar diferentes números, dependendo da posição que ocupa na escrita. Esse é o caso do símbolo em forma de cunha, que serve para 1, 60 e 3.600. O mesmo acontece em nosso sistema com o símbolo 1, que pode representar também os números 10 e 100 (Roque, 2018, p. 35).

Os escritos nos tabletas de argila são chamados de cuneiformes por terem sido feitos por um objeto que tem a forma de cunha (Figura10), as unidades com a cunha na vertical e as dezenas com a cunha na horizontal.

Figura 10 - Um tablete construído pelos babilônicos



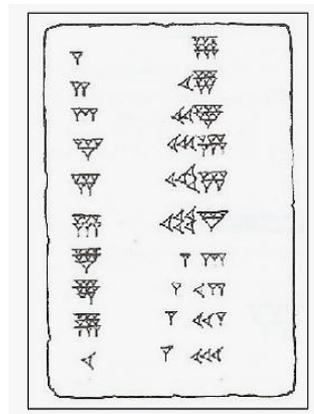
Fonte: cienciahoje.org.br, 2022.

Outra noção sobre tais escritos reside no fato de que eles eram apenas de domínio do que chamamos de escribas, uma espécie de elite intelectual. Os tabletas indicam, no entanto, que, com o passar dos anos, tais escribas adquiriram funções de ensinar.

Na verdade, presume-se que muitos dos tabletas que nos fornecem um conhecimento sobre a matemática babilônica tinham funções pedagógicas. Tem sido considerada com muita frequência na historiografia a função dos tabletas matemáticos, pois esses textos, em sua maioria, eram escolares e nos dão informações valiosas sobre as práticas educacionais mesopotâmicas (Roque, 2018, p. 36).

Um exemplo de tais evidências é a reprodução de uma tabuleta de multiplicação (Figura 11), na qual podemos relacionar um raciocínio multiplicativo ao raciocínio proporcional. O tablete de argila continha duas colunas com escritas cuneiformes tanto na horizontal quanto na vertical e foi desenvolvido na base sexagesimal⁸, que indicava, na primeira coluna, os números de 1 a 10 e, na segunda coluna, os respectivos resultados da multiplicação por 9.

Figura 11 - Tabuleta de multiplicação por 9



Fonte: AABOE, 2013.

⁸ Na verdade, eles usavam uma combinação de base 60 e de base 10, pois os sinais até 59 mudam de 10 em 10.

Essa notação possui o mesmo princípio da forma numeral que usamos atualmente (Boyer, 1974), mas ainda sem o símbolo para o zero. Isso, para nosso sistema, é altamente ambíguo, pois como saber se 11 vale onze, cento e um, cento e dez ou mil e cem se não houvesse um zero para representar a ausência de unidade numa determinada ordem de grandeza? Não parece ter sido o caso para os babilônios por muito tempo, contudo, os tabletos encontrados mostram que, com a complexificação da sociedade e impulsionado pelos estudos astronômicos da época, a necessidade de um símbolo para representar essa ausência de unidades em uma ordem foi criado: .

Ex.:  significava, num abuso de notação para designar a separação entre ordens, 1; 0; 40. Isto é: $1 \times 60^2 + 0 \times 60 + 40 \times 60^0 = 3640$.

A partir dessa discussão sobre o sistema de numeração babilônico, podemos entender que necessidades levaram à construção do nosso sistema de numeração, e representamos a tabuada acima ilustrada da seguinte maneira:

Coluna 1	Coluna 2
1	9
2	18
3	27
4	36
...	...
10	90

Dessa forma, podemos escrever a razão entre os números conforme apresentamos abaixo e obtemos 9 como resultado. O uso dessa tabela nos remete a um pensamento proporcional à medida que podemos comparar razões equivalentes:

$$\frac{9}{1} = \frac{18}{2} = \frac{27}{3} = \frac{36}{4} = \dots = \frac{90}{10} = 9 \quad (3.12)$$

Trouxemos, até aqui, a possibilidade de refletir sobre o ensino do pensamento proporcional a partir do conhecimento sobre os processos de produção matemática. Dessa forma, podemos adentrar nas estruturas hegemônicas atuais sobre definições acerca das grandezas proporcionais que costumamos ensinar nas escolas e universidades. Na próxima

seção, aprofundaremos sobre o tema ao ponto de apresentarmos uma demonstração do Teorema Fundamental da Proporcionalidade.

3.3 Grandezas Proporcionais

Inicialmente, queremos destacar que grandeza é o nome dado a tudo aquilo que pode ser medido. Sabemos, entretanto, que medir é comparar (com uma UNIDADE DE MEDIDA) e representamos tais medidas, muitas vezes, usando a notação fracionária. No caso de razões, comparamos as unidades de medidas. Em termos estruturais da matemática, vejamos: velocidade média é um exemplo sobre razão, visto que é a razão entre distância e o tempo que se gasta para percorrer tal distância. E mais, a relação entre a distância percorrida por um carro e sua velocidade média é uma proporção (são grandezas proporcionais), pois satisfazem as seguintes condições:

Definição: Diz-se que duas grandezas são proporcionais quando existe uma correspondência $x \mapsto y$, que associa a cada valor de x de uma delas um único valor de y bem definido da outra, de tal modo que sejam cumpridas as seguintes condições:

1. Quanto maior for x , maior será y . Em termos matemáticos:

Se $x \mapsto y$ e $x' \mapsto y'$, então, $x < x'$ implica $y < y'$.

2. Se dobrarmos, triplicamos etc. o valor de x , então, o valor correspondente de y será dobrado, triplicado etc. Na linguagem matemática:

Se $x \mapsto y$, então, existe uma constante n , tal que $nx \mapsto ny$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

Nas condições acima, a correspondência $x \mapsto y$ é chamada de proporcionalidade, segundo Lima *et al.* (2010).

O Teorema Fundamental da Proporcionalidade deriva das propriedades fundamentais das proporções e das relações proporcionais entre grandezas. Nele, podemos observar a relação entre o modelo matemático de proporcionalidade e a função linear, que é uma expressão gráfica da relação entre duas grandezas proporcionais, como será enunciado e demonstrado a seguir.

Teorema Fundamental da Proporcionalidade

Seja $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ uma função com as seguintes propriedades:

- 1) $x < x' \Rightarrow f(x) < f(x')$;
- 2) $f(nx) = n \cdot f(x)$ para todo $n \in \mathbb{N}$ e todo $x \in \mathbb{R}^+$.

Então, $f(c \cdot x) = c \cdot f(x)$ para todo $c \in \mathbb{R}^+$ e todo $x \in \mathbb{R}^+$

Consequentemente, $f(x) = a \cdot x$ para todo $x \in \mathbb{R}^+$, com $a = f(1)$.

Demonstração:

Para todo número racional $r = \frac{m}{n}$, com $m, n \in \mathbb{IN}$, e todo $x \in \mathbb{IR}^+$ vale

$$n \cdot f(rx) = f(n \cdot rx) = f(mx) = m \cdot f(x)$$

por (2). Logo, $f(rx) = \frac{m}{n} \cdot f(x) = r \cdot f(x)$. Assim, a igualdade $f(cx) = c \cdot f(x)$ é válida quando c é racional. Suponhamos, por absurdo, que exista $c > 0$ irracional tal que $f(cx) \neq c \cdot f(x)$ para algum $x \in \mathbb{IR}^+$. Então, ou $f(cx) < c \cdot f(x)$ ou $f(cx) > c \cdot f(x)$. Consideremos o primeiro caso. Temos, então, $\frac{f(cx)}{f(x)} < c$. Seja r um valor racional aproximado de c , de modo que $\frac{f(cx)}{f(x)} < r < c$, logo $f(cx) < r \cdot f(x) < c \cdot f(x)$. Como r é racional, vale $r \cdot f(x) = f(rx)$. Assim, podemos escrever $f(cx) < f(rx) < c \cdot f(x)$. Em particular $f(cx) < f(rx)$. Mas como $r < c$, temos $rx < cx$ e, pela propriedade 1), isso obriga $f(rx) < f(cx)$. Daí, temos uma contradição, logo, não é possível ter $f(cx) < c \cdot f(x)$. De modo análogo, vemos que $f(cx) > c \cdot f(x)$ também é impossível. Portanto deve ser:

$$f(cx) = c \cdot f(x) \text{ para quaisquer } c, x \in \mathbb{IR}^+. \text{ (Lima; Morgado; Wagner, 2001, p. 16).}$$

Esta é uma das definições que usamos atualmente para abordar o tema de proporcionalidade, mas as definições não são objetos matemáticos *a priori*, elas são o resultado de vários recursos e formas de pensar, que se juntam de diferentes épocas e contextos.

Na subseção a seguir, veremos um dos métodos mais conhecidos e priorizado pelos docentes no processo de ensino da Proporcionalidade, principalmente quando se trata de solucionar problemas que envolvam o assunto.

3.4 Regra de Três

Não podemos abordar o conceito de proporcionalidade sem mencionar a regra de três, pois é nela que aplicamos, *a priori*, a Propriedade Fundamental das proporções a qual afirma que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos (Trajano, 1927, p. 149-150). Esse é um dos métodos utilizados para resolver problemas que envolvam grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Diz-se regra de três porque nela ocorrem três números contínuos ou descontínuos proporcionais. E toda sua prática não é para outra coisa, se não para achar um quarto número desconhecido, que se acha em tal proporção com o terceiro, como o segundo com o primeiro (Perez de Moya, 1569 *apud* Silva, 2009, p. 21).

Assim, ao trabalharmos com quatro grandezas proporcionais, conhecendo apenas três delas, suponhamos x , y , z e desejamos encontrar o valor da quarta, que iremos chamar de w , podemos fazer uso da regra de três. Essa pode ser aplicada da seguinte forma:

i) Diretamente proporcional, então, temos $y = k.x$ e $w = k.z$, logo, $k = \frac{y}{x}$ e, substituindo k em $w = k.z$, tem-se que $w = \frac{y}{x}.z$

ii) Inversamente proporcional, então, temos $xy = zw = k$, logo, $w = y.\frac{x}{z}$

Podemos solucionar os problemas através da regra de três mesmo sem conhecer a constante de proporcionalidade k .

Apesar de ser um método muito eficaz, não devemos ficar dependentes da regra de três para solucionar um problema que envolva proporcionalidade. É importante incentivar o discente a desenvolver um raciocínio proporcional de maneira que ele possa ter autonomia para verificar a relação entre as grandezas antes.

[...] grande ênfase tem sido dada apenas aos problemas de valor desconhecido e ao algoritmo da “regra de três”, tornando-se um algoritmo mecanizado que, muitas vezes, é erroneamente empregado. [...] Parece que, muitas vezes, no trabalho com proporcionalidade, o produto final desejado é a regra de três em si e não o raciocínio proporcional (Botta, 1997, p. 126).

Concordamos com a visão de Spinillo (1997) em relação à proporcionalidade, quando afirma que: “O pensamento proporcional refere-se basicamente à habilidade de estabelecer relações” (Spinillo, 1997, p. 41). Para adquirir e conseguir pôr em prática esse conceito, devemos usar diferentes estratégias, priorizando sempre o raciocínio proporcional de maneira que o discente tenha a capacidade de identificar e relacionar as grandezas presentes em cada problema. Dessa forma, daremos continuidade ao assunto na próxima seção, trazendo um estudo de recursos disponíveis em alguns livros didáticos que foram disponibilizados para seleção no Programa Nacional do Livro e do Material Didático.

3.5 Abordagem nos livros didáticos

Nesta seção, analisaremos como os três seguintes livros abordam a proporcionalidade. Serão analisadas as seguintes obras:



Quadro 1 - Obras didáticas analisadas

	Livro	Autores	Ano	Volume	Editora
1	Matemática – Bianchini	Edwaldo Bianchini	2022	Razões proporções e porcentagem	MODERNA LTDA
2	A Conquista Matemática	José Ruy Giovanni Júnior	2022	Grandezas proporcionais	FTD S.A.
3	Matemática e Realidade	Gelson Iezzi, Antonio Machado, Osvaldo Dolce	2022	Razões e proporções; Grandezas proporcionais	SARAIVA EDUCAÇÃO S.A.

Fonte: A autora, 2024.

Como já mencionado anteriormente, os livros acima foram escolhidos devido ao fato de todos terem concorrido ao processo de escolha do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) para os anos 2024-2027 e fazerem parte do acervo da escola onde foi aplicado nosso trabalho. Todos possuem manual do professor, o que facilitou também a análise do direcionamento à prática docente para que possa ocorrer o desenvolvimento das competências e habilidades mencionadas na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018).

3.5.1 Livro 1: Matemática - Bianchini

Neste livro, a Proporcionalidade não é abordada na obra do 8º ano e sim no 9º ano, por esse motivo, a comparação fica um pouco desleal em relação aos outros dois livros. O conteúdo é dividido em três seções, que trazem a construção do conhecimento e habilidades matemáticas

necessárias à resolução de problemas. De modo geral, todas as seções se iniciam trazendo uma situação contextualizada, envolvendo o conteúdo e a indicação de quais competências serão contempladas.

A habilidade trabalhada na primeira seção é EF09MA07 e a obra inicia o tema de razão entre grandezas com quatro problemas que envolvem a gramatura de um papel, velocidade média, densidade demográfica e consumo médio, sempre trazendo dicas no Manual do Professor para que o assunto seja explorado de várias formas, como, por exemplo, no exercício sobre o consumo de água, na Figura 12, que sugere uma proposta mais abrangente para o aluno.

Figura 12 - Proposta para trabalhar a economia de água

Proponha aos estudantes a análise de situações de economia de água, como:

- Se uma pessoa escova os dentes em 5 minutos com a torneira não muito aberta, gasta 12 litros de água. No entanto, se molhar a escova e fechar a torneira enquanto escova os dentes, além de usar um copo com água para enxaguar a boca, é possível economizar mais de 11,5 litros de água. Considerando que uma pessoa costuma ficar 7 minutos com a torneira não muito aberta enquanto escova os dentes, quantos litros de água são gastos nesse período? (Resposta: 16,8 litros). Quantos litros de água essa pessoa economizaria se adotasse o hábito de fechar a torneira enquanto escova os dentes e se também utilizasse um copo com água para enxaguar a boca? (Resposta: 16,1 litros).
- Ao lavar o rosto durante 1 minuto, com a torneira pouco aberta, uma pessoa gasta 2,5 litros de água. Quantos litros de água serão gastos se a pessoa ficar 3 minutos com a torneira pouco aberta? (Resposta: 7,5 litros).

Fonte: Bianchini, 2022b, p. 65.

Outro exercício nos chamou atenção nesse capítulo, pois faz uso do pensamento proporcional na Economia doméstica, que é semelhante ao trabalho que desenvolvemos com os alunos. Nas Figuras 13 e 14, temos mais detalhes.

Figura 13 - Exercício envolvendo Economia doméstica

9 Observe as duas opções de embalagem de sabão que Rodrigo achou no supermercado.



9. a) Sim.
9. b) Resposta pessoal.

a) Rodrigo comprou a embalagem menor, pois considerou-a mais vantajosa. A embalagem menor é mesmo mais vantajosa?

b) Troque ideias com um colega e redijam um texto que justifique a decisão de Rodrigo.

c) Sem os 200 gramas grátis, a embalagem menor seria a mais vantajosa? Justifique a resposta.

d) Você costuma comparar embalagens e preços de produtos de mesma qualidade? Qual é a importância de ter essa atitude?

JOSE LUIS JUHAS/
ARQUIVO DA EDITORA

Fonte: Bianchini, 2022b, p. 65.

Figura 14 - Proposta de pesquisa

Aproveite o **exercício 9** para discutir com os estudantes a importância de avaliar campanhas publicitárias de promoção usando a proporção, como foi feito no exercício, e de comparar embalagens e preços de produtos de mesma qualidade, evidenciando a importância da proporcionalidade no dia a dia.

As resoluções dos **exercícios 4 a 9** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 3.

Fonte: Bianchini, 2022b, p. 65.

A segunda seção é dedicada à proporcionalidade, aplicando a habilidade EF09MA08. Já em seu início, no Manual do Professor, é ratificada sua importância, conforme podemos observar na Fig. 15.

Figura 15 - A importância da Proporcionalidade para os alunos

A noção de proporcionalidade é um dos temas fundamentais no estudo da Matemática e de diversas outras áreas do conhecimento. É possível observar relações de proporcionalidade na natureza, no cotidiano (como em receitas culinárias), nas Artes e na Arquitetura, por exemplo. Os estudantes têm desenvolvido noções de probabilidade ao longo de seus estudos. Agora, o objetivo é ampliar e consolidar a aprendizagem dos estudantes sobre proporcionalidade.

Fonte: Bianchini, 2022b, p. 68.

Além dos fatos mencionados acima, a seção apresenta exercícios com situações do cotidiano, como mostram as Figuras 16 e 17, que facilita ao aluno perceber a importância da aprendizagem sobre Proporcionalidade.

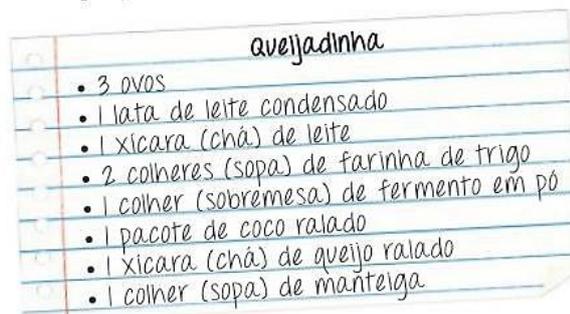
Figura 16 - Atividade de Proporcionalidade com situação do cotidiano

- 13** Para organizar suas fotografias de viagem e liberar espaço em seu celular, Elisa precisa transferir as fotografias para o computador. Considerando que o tamanho médio do arquivo de cada fotografia é de 6 MB e que a medida da velocidade de transferência de arquivos para o computador é de 50 MB/s, responda ao que se pede. **13. a)** 48 s; 96 s; 384 s.
- Qual é a medida do tempo de transferência de uma pasta com 400 fotografias? E com 800 fotografias? E com 3 200 fotografias?
 - O tamanho do arquivo e o tempo de transferência são grandezas direta ou inversamente proporcionais?
 - Determine as razões entre as medidas do tamanho das pastas com 400 fotografias, 800 fotografias e 3 200 fotografias e a medida do tempo de transferência dessas pastas para o computador. O que acontece com os quocientes obtidos?

Fonte: Bianchini, 2022b, p. 70.

Figura 17 - Atividade de Proporcionalidade com situação cotidiana

- 19** Márcia adora doces. Sabendo disso, uma amiga lhe passou a seguinte receita de queijadinha.



- Com base nessa receita, Márcia quer fazer uma quantidade maior de queijadinhas. Para isso, aumentará proporcionalmente a quantidade de todos os ingredientes da receita. Quantos ovos serão necessários se ela utilizar 4 colheres de sopa de farinha? E quantas colheres de sopa de farinha serão necessárias se ela utilizar 9 ovos? **19. a)** 6; 6.
- Se Márcia quiser fazer quatro receitas dessa, quantas colheres de sopa de farinha serão necessárias? E quantos ovos? **19. b)** 8; 12.

Fonte: Bianchini, 2022b, p. 74.

A seção 3 é inteiramente dedicada à Regra de Três e desenvolve a habilidade EF09MA08, aplicando as relações de proporcionalidade direta e inversa na resolução de problemas que envolvam duas ou mais grandezas dependentes. Alguns exercícios contextualizam a Regra de Três com o assunto que foi abordado em nosso trabalho, a Educação Ambiental, vide as Figuras 18,19, 20 e 21.

Figura 18 - Exercício contextualizando Educação Ambiental e Proporcionalidade

- 11** Para preservar uma área de floresta de medida equivalente a 18 campos de futebol, a cada mês 1000000 de pessoas deveriam usar o verso das folhas de papel. Para que a área preservada tivesse a medida equivalente à da área de pelo menos um campo de futebol, quantas pessoas deveriam usar o verso do papel?
11. 55556 pessoas.

Fonte: Bianchini, 2022b, p. 89.

Figura 19 - Exercício contextualizando Educação Ambiental e Proporcionalidade 2

- 33** Em uma cidade, uma frota de 600 ônibus transporta 240000 pessoas por dia. Para reduzir os gastos, a prefeitura propôs retirar 200 ônibus de circulação.
- Supondo que os usuários desses 200 ônibus passem a usar automóveis e que cada automóvel transporte 4 pessoas por dia, no mínimo quantos automóveis serão necessários para transportar essas pessoas?
 - O que você imagina que acontecerá com o trânsito da cidade e o meio ambiente se a prefeitura de fato tomar essa medida?

Fonte: Bianchini, 2022b, p. 81.

Figura 20 - Exercício contextualizando Educação Ambiental e Proporcionalidade 3

- 28** No rio que atravessa certa cidade, foram encontradas 3 toneladas de peixes mortos, em decorrência de um grande vazamento de uma indústria química. A prefeitura da cidade contratou 45 funcionários de uma empresa de limpeza urbana, que, em 4 dias, retiraram do rio todos os peixes mortos.
- 28. a)** 3 dias.
- a) Supondo que a prefeitura tivesse contratado outros 15 funcionários, de mesma produtividade, quantos dias seriam necessários para retirar do rio aquela quantidade de peixes?
- b) Faça uma pesquisa sobre as atitudes que as empresas devem tomar para evitar desastres ambientais como esse.
-  c) Não jogar lixo na rua, separar material reciclável e evitar o uso de automóvel para percorrer pequenas distâncias são atitudes que todos nós podemos tomar para ajudar na preservação do meio ambiente. Troque ideias com os colegas e façam uma lista de outras atitudes que podem ser tomadas para a preservação do meio ambiente.

Fonte: Bianchini, 2022b, p. 81.

Figura 21 - Sugestão para trabalhar a Educação Ambiental a partir da Proporcionalidade

Aproveite o exercício 28 para conversar com os estudantes sobre atitudes para a preservação do meio ambiente. Converse com eles sobre atitudes que podem ser tomadas para evitar a poluição ambiental, sobre os impactos da poluição no meio ambiente, na conservação da biodiversidade, na saúde humana e até na economia. Comente sobre a importância da redução da quantidade de lixo que produzimos e a importância da reciclagem. Pergunte aos estudantes se sabem para onde vai o lixo que eles produzem e o que acontece com as embalagens depois que são descartadas. Se achar conveniente, proponha uma pesquisa sobre os programas de coleta seletiva na cidade em que moram,

investigando também a adesão da comunidade a esses programas.

O item b do exercício 33 possibilita a extensão do trabalho com esse tema, ao chamar a atenção para a poluição ambiental. Comente com os estudantes que os automóveis são um dos principais emissores de poluentes nas cidades, comprometendo a qualidade do ar e afetando o clima do planeta a longo prazo. Além disso, os automóveis também são responsáveis pela poluição sonora, que tem grande impacto na saúde, aumentando o estresse, podendo levar a distúrbios do sono, à perda da capacidade auditiva, causando dores de cabeça, falta de concentração, entre outros efeitos nocivos.

Fonte: Bianchini, 2022, p. 81.

3.5.2 Livro 2: A conquista Matemática

Esta obra apresenta uma unidade composta por cinco capítulos destinados ao estudo de grandezas e proporcionalidade, apresentando os conteúdos por meio de exemplos contextualizados e atividades diversificadas. A característica que mais se destaca nesse livro é a presença de um capítulo exclusivo para regra de três, abordando tanto a regra de três simples quanto a composta. No Manual do Professor, temos, assim como nas demais, a BNCC anos finais, com as devidas competências e habilidades especificadas por ano de escolaridade. Possui, também, um material de apoio sobre Letramento matemático, pensamento computacional, modelagem, resolução de problemas e temas contemporâneos transversais, que contribuem para a formação integral dos estudantes, como Ciências e Tecnologia, Economia, Diversidade Cultural, Educação para o Trânsito, Trabalho e Educação Ambiental, além de trazer orientações específicas sobre como trabalhar cada capítulo.

O primeiro capítulo conceitua razão e proporção e grandezas diretamente e inversamente proporcionais, trazendo a abordagem de acordo com a habilidade EF08MA12. No segundo capítulo, temos a abordagem de algumas razões especiais, como velocidade média, escala e densidade demográfica, trabalhando a interdisciplinaridade. No terceiro capítulo, temos a representação gráfica das grandezas diretamente proporcionais e, no quarto, temos grandezas inversamente proporcionais, trabalhando a habilidade EF08MA13. Por último, no quinto capítulo, temos o estudo da regra de três simples e composta, com uma parte destinada ao pensamento computacional, através do *software Scratch*, conforme mostra a Figura 22.

Figura 22 - Orientação para o uso do *Scratch*

TECNOLOGIAS

RESOLUÇÕES DE EQUAÇÕES UTILIZANDO UM SOFTWARE

O Scratch é uma linguagem gratuita de programação em blocos. Voltada para crianças e jovens, essa linguagem foi desenvolvida para facilitar, de modo prático e intuitivo, a criação de programas.

Nesta seção, vamos utilizar algumas ferramentas do Scratch para criar um programa em blocos, que resolve equações de 1ª grau, reduzidas na forma $ax = b$ (em que $a \neq 0$). Lembre-se de que, conforme estudamos, a solução de equações escritas nessa forma é dada por $x = \frac{b}{a}$, com $a \neq 0$.

No Scratch, vamos nos referir aos coeficientes a e b como variáveis, que são os valores que vamos fornecer ao programa criado para que nos apresente a solução.

Acesse a página inicial do Scratch, disponível em <https://scratch.mit.edu/projects/editor/?tutorial=getStarted> (acesso em: 4 jul. 2022) e realize os passos a seguir.

1 Na aba **Código**, selecione o **menu Eventos** e arraste o bloco para a janela principal.

2 Para criar as variáveis do programa, que correspondem aos valores que vamos fornecer, selecione o **menu Variáveis** e clique em . Em seguida, digite **a** no campo **Nome da nova variável** e clique em **OK**.

Fonte: Giovanni Junior, 2022a, p. 290.

Em toda a unidade, temos seções que trazem informações sobre contextos de relevância social e atividades com situações do dia a dia, conforme mostra a Figura 23, que implica em reflexão por parte dos alunos.

Figura 23 - Atividade com situação do cotidiano

6. Amanda tem um cachorro de 4,5 kg. Para tratar uma infecção nas vias urinárias desse pet, o veterinário receitou um antibiótico cuja dosagem é de 6 mL para cada 10 kg de massa do animal. Quantos mililitros de antibiótico Amanda deve dar a seu cachorro?

2,7 mL

Fonte: Giovanni Junior, 2022a, p. 290.

3.5.3 Livro 3: Matemática e Realidade

Esse livro dedica um capítulo inteiro à proporcionalidade. A introdução é feita através de um exemplo contendo uma situação cotidiana sobre o deslocamento de um automóvel, que foi utilizado para iniciar o conceito de grandezas diretamente proporcionais. Para explicar o conceito de grandeza inversamente proporcional, o livro utiliza uma situação-problema envolvendo uma viagem de ônibus, relacionando a velocidade percorrida com a duração da

viagem. Ambas as situações descritas favorecem o desenvolvimento das habilidades EF08MA12 e EF08MA13 ao permitirem verificar a natureza da variação entre duas grandezas diretamente e inversamente proporcionais. O que mais nos chamou atenção neste livro foi o uso de atividades que favorecem o desenvolvimento dos Temas Contemporâneos Transversais (TCTs), Trabalho e Educação para o Consumo.

Na Figura 24, temos um exercício sobre a profissão de azulejista, que faz relação entre a área que se deseja ladrilhar e a área de quatro tipos de ladrilhos, cada um com tamanhos diferentes, e seus respectivos preços. O objetivo do problema é verificar qual opção seria a mais econômica.

Figura 24 - Exemplos de atividades que envolvam TCTs

Atividades 13. Sim; não; a quantidade de ladrilhos é inversamente proporcional à medida de área do ladrilho. Faça as atividades no caderno.

Texto para as atividades 11 a 14:
 José Luiz quer revestir o piso do quintal da casa dele com ladrilhos de cerâmica, todos iguais. O quintal é retangular e as dimensões medem 4 m por 9 m.
 No depósito de materiais de construção, ele encontrou ladrilhos quadrados com lados medindo 30 cm, 40 cm, 50 cm e 60 cm. Todos os ladrilhos são vendidos em caixas com 10 unidades cada uma.



Azulejista assentando um piso cerâmico. Sara Imagem/Shutterstock

11. Quantos ladrilhos de cada tipo são necessários para cobrir todo o piso do quintal da casa de José Luiz? Copie o quadro no caderno e preencha-o.

Medida de comprimento do lado do ladrilho (em cm)	30	40	50	60
Medida de área do ladrilho (em cm ²)	900	1.600	2.500	3.600
Quantidade de ladrilhos	400	225	144	100

12. Na compra, o azulejista recomenda acrescentar cerca de 10% à quantidade de ladrilhos para repor possíveis perdas decorrentes de recortes ou danos no revestimento. Quantas caixas José Luiz deve comprar em cada caso? Copie o quadro a seguir no caderno e preencha-o.

Medida de comprimento do lado do ladrilho (em cm)	30	40	50	60
Quantidade de ladrilhos + 10%	440	248	159	110
Quantidade de caixas a comprar	44	25	16	11

13. Há alguma relação de proporcionalidade entre as grandezas do quadro da atividade 11? E da atividade 12? Se sim, quais?

14. Nesse depósito, o preço da caixa de cada um dos ladrilhos quadrados com lados medindo 30 cm, 40 cm, 50 cm e 60 cm é, respectivamente, R\$ 50,00, R\$ 130,00, R\$ 121,00 e R\$ 215,00. Sabendo que José Luiz analisou as opções junto com o azulejista e concluiu que todos os ladrilhos são adequados para a finalidade pretendida, qual ladrilho você acredita que ele deva escolher?

15. Uma empresa de fabricação de embalagens pretende produzir caixas de papelão com formato cúbico. Expresse por meio de sentença algébrica a relação existente entre a medida V de volume de uma caixa e a medida x de comprimento da aresta dessas caixas. Construa um gráfico que represente as medidas de volume em função das medidas das arestas das caixas que serão produzidas, sabendo que x pode variar de 15 cm a 30 cm. Depois, responda às seguintes perguntas:

a) As grandezas volume e comprimento da aresta da caixa são diretamente proporcionais? Não.

b) As grandezas volume e comprimento da aresta da caixa são inversamente proporcionais? Não.

14. Resposta esperada: A opção mais barata, ou seja, o ladrilho cujo lado mede 50 cm, pois o preço de 16 caixas desse revestimento custa o menor valor total: R\$ 1.936,00.

15. $V = x^3$; a representação gráfica encontra-se na seção Resoluções deste Manual.

228  **Unidade 8** | Área, volume e variação de grandezas

Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2022, p. 228.

Na Figura 25, observamos um exercício direcionado para TCT Saúde, que estabelece uma relação proporcional entre a medicação em gotas de uso veterinário e a massa corporal de um cão.

Figura 25 - Exemplo de atividade que envolve TCTs Saúde

5. Um veterinário receitou um medicamento em gotas para uma tutora ministrá-lo ao cão dela. A dosagem recomendada foi: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. A tutora seguiu a recomendação ministrando 30 gotas do remédio ao cão a cada 8 horas. Qual é a medida de massa corporal do cão, em quilogramas? **12 kg**

Fonte: Iezzi, Dolce, Machado, 2022, p. 229.

Na Figura 26, observamos um exemplo de atividade envolvendo TCT Educação Ambiental. Essa atividade demonstra uma relação diretamente proporcional entre a quantidade de litros de água gastos na descarga sanitária comum e em uma descarga ecológica.

Figura 26 - Exemplo de atividade que envolve TCT Educação Ambiental

6. (Enem) Há, em virtude da demanda crescente de economia de água, equipamentos e utensílios como, por exemplo, as bacias sanitárias ecológicas, que utilizam 6 litros de água por descarga em vez dos 15 litros utilizados por bacias sanitárias não ecológicas, conforme dados da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).
Qual será a economia diária de água obtida por meio da substituição de uma bacia sanitária não ecológica, que gasta cerca de 60 litros por dia com a descarga, por uma bacia sanitária ecológica?
a) 24 litros. **c)** 40 litros. **e)** 50 litros.
b) 36 litros. **d)** 42 litros.

Fonte: Iezzi, Dolce; Machado, 2022, p. 229.

Livros que abordam esses temas oferecem uma visão ampla entre trabalho, consumo e desenvolvimento pessoal. Eles exploram temas como planejamento financeiro, consumo consciente, direitos do consumidor, entre outros, auxiliam os discentes a compreenderem o papel do trabalho na sociedade e a fazerem escolhas responsáveis como consumidores.

Na unidade que aborda a proporcionalidade, são trabalhados os seguintes temas transversais: Educação Ambiental, Educação Financeira, Educação para o Consumo, entre outros. A unidade é finalizada com uma leitura complementar sobre tipos de avaliações. No Manual do Professor, podemos encontrar em detalhes a BNCC, com as habilidades e competências direcionadas para os anos finais, a educação por competências no ensino de

Matemática, sugestões de metodologias ativas para a utilização em sala de aula, como sala de aula invertida, modelagem matemática e indicação de softwares, como o GeoGebra.

Como pudemos perceber, a BNCC ganha ênfase e é, frequentemente, citada em cada uma das obras didáticas que foram analisadas. Por isso, fomos motivados a dissertar no próximo capítulo sobre a abordagem de todos os temas estudados neste trabalho na BNCC.

4 ABORDAGEM DOS TEMAS ESTUDADOS NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

Neste capítulo, analisaremos o modo como a BNCC aborda os temas de Educação Financeira, Educação Ambiental e Proporcionalidade, contribuindo para o planejamento das aulas dos docentes.

4.1 Educação Financeira na BNCC

Considerando a importância da Educação Financeira na formação de crianças e adolescentes, daremos uma atenção especial à abordagem desse conteúdo no contexto escolar, mais especificadamente, na proposta pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), pois entendemos que as escolas, ao incluírem a Educação Financeira em seu currículo, beneficiam não só aos alunos, mas também seus responsáveis, visto que algumas atividades, assim como as que foram aplicadas para produzir dados para esta pesquisa e serão descritas no capítulo 5, envolvem a participação das famílias.

A BNCC é um documento que estabelece os conhecimentos, competências e habilidades que todos os alunos, em âmbito nacional, devem desenvolver ao longo da Educação Básica. Foi criada em 2018, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Brasil, 1996) e com o Plano Nacional de Educação (Brasil, 2015) e segue as determinações das Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN). Sua finalidade é definir um currículo unificado para todas as instituições de ensino de nível Fundamental e Médio (Brasil, 2018).

Essa representa uma mudança significativa no cenário educacional, propondo um afastamento do modelo tradicional conteudista, centrando-se em uma abordagem por competências. Para seus idealizadores, essa transformação visa proporcionar uma educação mais alinhada às necessidades práticas e habilidades relevantes para a vida dos alunos, reorganizando os saberes escolares por áreas de conhecimento (Brasil, 2018). Após sua implementação, o processo de aprendizagem se tornou mais complexo e envolve mobilizar, não só conhecimentos, mas também habilidades, atitudes e valores de forma integrada e contextualizada para enfrentar desafios e resolver situações-problema.

Refletimos sobre esta crença dialogando com o matemático dinamarquês Skovsmose (2014), o qual diz que o indivíduo precisa tomar iniciativas, ter planos e agir para aprender. Além disso, em sua perspectiva, ele diz que devemos buscar diversos

ambientes de aprendizagem e novas práticas pedagógicas, visando incentivar os alunos a serem mais ativos e reflexivos em seu aprendizado, promovendo uma Educação Matemática que não apenas ensine o conteúdo, mas também desenvolva uma compreensão crítica dos conceitos matemáticos e suas aplicações.

Dentro desse contexto no Ensino da Matemática, entendemos que a inclusão da Educação Financeira na BNCC não apenas de maneira transversal dentro da disciplina, mas de uma forma mais ampla, buscando a interdisciplinaridade, e abre possibilidades para outras abordagens. Por exemplo, uma que minimize o que Skovsmose (2012) chama de *foreground* (expectativas para o futuro do indivíduo) arruinado, no qual as influências externas, que poderiam auxiliar no processo de aprendizagem, acabam interferindo de maneira negativa, desmotivando o discente.

Com a inclusão da Educação Financeira no cotidiano escolar como conteúdo a ser trabalhado, através da mediação do docente, o aluno pode construir autonomia para relacionar e aplicar os conceitos aprendidos na escola em seu cotidiano. Dessa maneira, entendemos que o pensamento crítico (Skovsmose, 2008) está sendo desenvolvido, trazendo reflexões e transformações sociais, levando o discente a encontrar uma finalidade para o conteúdo ministrado pelo professor em sala de aula. Inclusive, essa troca entre o indivíduo e o social é destacada por Amartya Sen (2000), prêmio Nobel em Economia, ao observar que a Educação Financeira desempenha um papel crucial não apenas na informação, mas também na formação dos indivíduos, promovendo um ciclo virtuoso que contribui para o desenvolvimento sustentável do país.

Destacamos nossa posição para que o ensino seja contextualizado e interdisciplinar, mas, ao mesmo tempo, busque-se o desenvolvimento da capacidade do estudante de abstrair, de perceber o que pode ser generalizado para outros contextos, promovendo o desenvolvimento de habilidades. A Educação Financeira busca capacitar os estudantes a analisarem e interpretarem as situações econômicas, permitindo-lhes tomar decisões alinhadas com suas condições individuais, promovendo, assim, o desenvolvimento da "literacia financeira", que Schagen (1996) define como a capacidade de compreender e utilizar efetivamente informações relacionadas com finanças pessoais.

Segundo Mandell e Klein (2009), Grifoni e Messy (2012), as pessoas que possuem mais domínio das competências financeiras tendem a ser mais hábeis na tomada de decisões e esses comportamentos beneficiam a economia como um todo. A literacia financeira é, assim, indispensável na gestão da vida do ser humano em seu cotidiano. Em

contrapartida, a alienação financeira, como um analfabetismo funcional em relação às finanças, coloca-se como um dos principais motivos que conduzem as famílias a decisões impulsivas, levando-as ao endividamento.

Segundo a BNCC (Brasil, 2018), a Matemática é fundamental para auxiliar a formação do aluno como cidadão, pois deve desenvolver habilidades analíticas, promover o raciocínio lógico e contribuir para a tomada de decisões. Além disso, ela reconhece a Matemática como essencial em diversas áreas da vida, desde o gerenciamento financeiro até a compreensão de fenômenos científicos e tecnológicos. No entanto, a BNCC aborda aspectos relacionados à Educação Financeira ainda de uma maneira discreta na grande área de Matemática – talvez pelo volume de conhecimentos mínimos que se quer atingir ou porque a Educação Financeira não se restringe à Matemática Financeira –, incluída apenas na subárea “Números”.

Outro aspecto a ser considerado nesta unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro (Brasil, 2018, p. 269).

No que tange à Matemática, segundo a BNCC (Brasil, 2018), a Educação Financeira deve começar a ser trabalhada no 5º ano do Ensino Fundamental, quando os alunos têm seu primeiro contato com porcentagem relacionada a situações financeiras do cotidiano, como descontos e aumentos. Para os anos finais do Ensino Fundamental, a proposta é que o tema seja abordado sempre atrelado ao estudo de porcentagem, como podemos observar nas seguintes habilidades:

- (EF06MA13)⁹- Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros (Brasil, 2018, p.301).
- (EF07MA02) - Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros (Brasil, 2018, p.307).

⁹ O código alfanumérico EF06MA13 é composto da seguinte forma: o primeiro par de letras indica a etapa de Ensino Fundamental. O primeiro par de números o ano a que se refere a habilidade – 6º ano. O segundo par de letras indica o componente curricular – Matemática (MA). O último par de números indica a posição da habilidade na numeração sequencial do ano “13”.

- (EF09MA05) - Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira (Brasil, 2018, p. 317).

Politicamente, a decisão de inserir a Educação Financeira na BNCC ganha destaque nas estratégias criadas pelo governo em prol da disseminação do conhecimento referente ao tema. Essas estratégias se propõem a formar o cidadão na árdua missão de administrar suas finanças com responsabilidade e sabedoria, evitando erros comuns, como gastar além do que recebe, fazendo uso do cartão de crédito ou empréstimos sem se preocupar com os juros, usar o dinheiro para adquirir supérfluos, entre outras situações que possam comprometer sua vida financeira (CONEF, 2010).

No contexto brasileiro, a BNCC incorpora além da Educação Financeira também a Educação Ambiental como um dos temas transversais que devem ser trabalhados ao longo da Educação Básica. Ela está integrada principalmente às áreas de Ciências da Natureza e Ciências Humanas, estabelecendo competências e habilidades que os estudantes devem desenvolver para compreender os problemas ambientais e atuar de forma consciente e responsável em relação ao meio ambiente. Na seção seguinte, dissertamos sobre como a BNCC abrange o tema, principalmente, conferindo sua presença e importância na abordagem do currículo, em um viés interdisciplinar.

4.2 Educação Ambiental na BNCC

Embora seja indicado observar o campo da Educação Ambiental de maneira transversal nas disciplinas, em nenhuma das habilidades específicas contidas na área da matemática constam sugestões de seu ensino, conforme observado por Andrade e Piccinini (2017). O que nos faz pensar na relevância de discutir aqui tal campo atrelado à Matemática. De fato, a Educação Ambiental é mencionada em meio a outros temas transversais uma única vez na BNCC, mostrando que o tema foi colocado em segundo plano por seus idealizadores, como mostra o texto abaixo:

Por fim, cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora. Entre esses temas, destacam-se: direitos da criança e do adolescente (Lei nº 8.069/199016), educação para o trânsito (Lei nº 9.503/199717), educação ambiental (Lei nº 9.795/1999, Parecer CNE/CP nº 14/2012 e Resolução CNE/CP nº 2/201218) (Brasil, 2018, p. 19).

Visto isso, fizemos uma busca do tema nas demais áreas da BNCC e verificamos que ele é abordado no Ensino Fundamental, nas disciplinas de Educação Física, Geografia, História e na área de Ciências da Natureza, além de ser citado na sétima competência geral da Educação Básica:

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta (Brasil, 2018, p. 9).

No Quadro 2, são apresentadas as habilidades destacadas na BNCC, em quatro áreas de conhecimento.

Quadro 2 - Habilidades envolvendo Educação Ambiental

Objeto de conhecimento	Habilidades
História	(EF03HI10) Identificar as diferenças entre o espaço doméstico, os espaços públicos e as áreas de conservação ambiental, compreendendo a importância dessa distinção (p. 407).
Geografia	(EF05GE10) Reconhecer e comparar atributos da qualidade ambiental e algumas formas de poluição dos cursos de água e dos oceanos (esgotos, efluentes industriais, marés negras etc. (p. 375).
Ciências da Natureza	(EF08CI16) Discutir iniciativas que contribuam para restabelecer o equilíbrio ambiental a partir da identificação de alterações climáticas regionais e globais provocadas pela intervenção humana (p. 345).
Educação Física	(EF89EF19) Experimentar e fruir diferentes práticas corporais de aventura na natureza, valorizando a própria segurança e integridade física, bem como as dos demais, respeitando o patrimônio natural e minimizando os impactos de degradação ambiental (p. 235).

Fonte: A autora baseada em Brasil, 2018.

Percebemos que, nessa versão da BNCC, o trabalho nas escolas em relação à Educação Ambiental tem uma ênfase maior na sustentabilidade, relacionada com o meio ambiente e uso de seus recursos naturais, mas ainda observamos uma abordagem bastante tímida, assim como na versão anterior, que, segundo Andrade e Piccinini (2017), tem a seguinte justificativa:

Não acreditamos que a EA foi “esquecida” na Base, ou que os temas socioambientais não tenham interesse educativo imediato, pelo contrário, trata-se de escolha política centrada no afastamento crítico a educação das questões próximas ao cotidiano socioambiental das escolas, principalmente públicas (Andrade; Piccinini, 2017, p. 11).

Um dos conteúdos propícios para realizar a interlocução entre os campos da Educação Financeira e Ambiental é a Proporcionalidade. Isso porque vimos ser praticamente impossível lidar com a Educação Financeira sem passar pela Matemática Financeira. Esta última, em grande parte, depende do pensamento proporcional e, por isso, trataremos sobre sua abordagem na BNCC na próxima seção.

4.3 Proporcionalidade na BNCC

Avaliamos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no âmbito da legislação educacional, com a finalidade de verificar como esse documento apresenta o assunto proposto para orientar as instituições de ensino, e indicar as competências e habilidades que devem ser desenvolvidas pelo aluno para, então, concluir se foi obtido êxito no processo de ensino-aprendizagem.

Com relação a proporcionalidade, a BNCC ratifica a sua importância como um conhecimento matemático fundamental devido a sua utilidade para a compreensão de situações cotidianas e afirma ser uma das ideias fundamentais da Matemática.

A proporcionalidade deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc. (Brasil, 2018, p. 268).

A presença desse saber tem destaque desde o 2º ano do Ensino Fundamental, quando propõe a introdução de conceitos, como dobro, triplo, metade, terça parte, na habilidade EF02MA08. No 4º ano, também temos a presença da proporcionalidade, na seguinte habilidade:

(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos (Brasil, op. cit., p. 287).

No 5º ano, novamente, temos a proporcionalidade abordada e podemos observar através das seguintes habilidades:

(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.

(EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo (Brasil, op. cit., p. 291).

Com relação aos anos finais, pesquisamos quais são as habilidades que trabalham a proporcionalidade e encontramos que, no 7º ano, o assunto é desenvolvido através da habilidade “(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas”.

Quando analisamos o 8º ano, temos o assunto abordado através das habilidades:

(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.

(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas (Brasil, 2018).

Por último, temos a habilidade do 9º ano:

(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas (Brasil, 2018).

Segundo Oliveira e Santos (2000, p. 02), existem conhecimentos e métodos de resolução de problemas relacionados à proporcionalidade que são empregados de maneira descontextualizada. Da mesma forma, Costa e Allevato (2015) concordam sobre a existência de uma fragmentação quando se trata de proporcionalidade, afirmando que há uma desconexão do trabalho com o tema estudado no Ensino Fundamental. Para que haja uma melhoria nessa questão, devemos inseri-la de forma articulada através de atividades que envolvam outras perspectivas para solucionar problemas. Uma proposta que fala exatamente sobre o que acabamos de comentar acima é feita por Ruiz e Carvalho (1990), os quais ressaltam que, através do ensino da proporcionalidade, deve ser oferecida condições de vivência aos alunos, ajudando na formação do conceito ao invés de apenas fazê-los memorizar fórmulas e regras.

No capítulo subsequente, empreenderemos uma análise aprofundada de nossa pesquisa a partir de uma atividade sobre Educação Financeira. Retomaremos a exposição do objetivo desta pesquisa e descreveremos todas as etapas da atividade, bem como o que

pretendíamos alcançar com cada uma delas. Em nossas análises, discutiremos os desafios enfrentados ao longo do percurso, desde as limitações metodológicas até os obstáculos práticos como a resistência inicial dos alunos quando nós, professoras e professores, adotamos novas abordagens e dificuldades do ensino e da aprendizagem em integrar conceitos matemáticos abstratos com situações do cotidiano.

5 VIVENCIANDO A ECONOMIA DOMÉSTICA

Lembrando o que nos trouxe até aqui – a dificuldade de contextualizar os conceitos matemáticos – e o objetivo desta pesquisa – contribuir para a formação dos discentes em cidadãos críticos e conscientes que tenham a capacidade de auxiliar suas famílias a administrarem suas finanças, além de desenvolverem práticas sustentáveis através de atitudes simples com a ajuda do conhecimento sobre Proporcionalidade –, desenvolvemos uma atividade pensando poder encorajar discentes também a pesquisar, fazer discussões e questionamentos no intuito de compreender e refletir criticamente sobre o conteúdo aprendido.

A escolha de integrar os conteúdos de Educação Financeira e Proporcionalidade surgiu após a fala de um aluno durante a aula, quando ele expressou que não via utilidade em aprender matemática, especialmente em relação ao ganho financeiro. Isso nos inspirou a ensinar que é possível economizar durante uma simples compra no supermercado fazendo uso da proporção e do pensamento proporcional. Buscamos, então, construir pontes entre o conhecimento acadêmico e suas aplicações práticas, incentivando uma maior motivação e valorização do aprendizado, tornando o conceito mais acessível e relevante para os alunos.

Apresentamos, assim, tal atividade, realizada com uma turma do oitavo ano do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal da cidade do Rio de Janeiro, um GET (Ginásio Experimental Tecnológico) localizado no bairro do Rio Comprido, envolvendo Educação Financeira, a partir do ensino da Proporcionalidade, e reflexões sobre práticas sustentáveis, de forma interdisciplinar. Ao final deste capítulo, sugerimos algumas atividades que também envolvem o pensamento ecológico.

5.1 Experiência em sala

A experiência que fizemos em sala de aula foi inspirada em uma sugestão contida na “Trilha de Recomposição da Aprendizagem”, trilha nº 8, distribuída nas escolas da prefeitura do Rio de Janeiro, em 2023 e em 2024, conforme ilustrado na Figura 27. Fizemos a mesma atividade, porém com uma finalidade diferente da que consta nas habilidades da trilha.

Figura 27 - Trilha de Recomposição da Aprendizagem

TRILHA DE RECOMPOSIÇÃO DA APRENDIZAGEM			
	Ano de Escolaridade: 8º ANO		Habilidade: Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas massa, temperatura, comprimento, área (de triângulos e de retângulos), capacidade, volume (de sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionados a outras áreas do conhecimento.
	Componente Curricular: Matemática		
	Trilha nº: 8	Aula nº: 2	

Professor, nesta atividade temos por objetivo explorar a ideia de preço x capacidade em situações cotidianas.

Vamos fazer a relação entre o preço e o produto.

Leve folhetos de ofertas / folhetos promocionais de mercado, comparando, por exemplo, duas latas de volumes diferentes.

Quanto está sendo pago a mais? Qual das duas opções o estudante compraria?

- Se o exemplo for com latas, aproveite para explorar parte do conceito de cilindro. Se o exemplo for com caixas, aproveite para explorar o conceito de paralelepípedo.
- Se o exemplo for com esferas, aproveite para explorar o seu conceito.
- Desta forma, se houver uma marca famosa de chocolate com formato de prisma retangular, tente usá-lo em dois tamanhos. Barras de chocolate também podem ser utilizadas.

É possível explorar também para rolos de papéis toalha ou higiênico pelo m^2 da folha vendida e entender qual das opções selecionadas seria mais vantajosa.

Peça aos estudantes, para registrarem, por fotos, com antecedência, e de acordo com suas possibilidades, exemplos a serem discutidos neste trabalho em grupo. (Nos encartes de supermercados existem bons exemplos de produtos para serem comparados).

Tente utilizar produtos de mesma marca, pois o valor tem alteração de acordo com a marca e o propósito está em comparar a capacidade e não o valor de determinada marca comparada a outra.

Material necessário: Computador e projetor, fotografias cotidianas, encartes de supermercados, folhas de papel, caneta.

Organize os estudantes em grupo, para favorecer o debate.

Faça um exemplo com as contas em regra de três para que tenham melhor compreensão.

 Amaciante para roupas 500ml R\$ 9,99	 Amaciante para roupas 1,5L R\$ 22,41	 Amaciante para roupas 1,5L R\$ 67,99	 Amaciante para roupas 1L R\$ 10,15
--	--	---	--

❖ Observe o exemplo da figura: um amaciante de 500ml, um de 1l, um de 1,5l e três de 1,5l. É um ótimo exemplo para discutir qual deles deverá ser comprado, qual o custo mais vantajoso para o comprador. Esta é uma situação cotidiana comum e que traz muitas dúvidas.

Fonte: Trilha de recomposição da aprendizagem, 2024, p. 28.

Além disso, fomos motivados pela observação do comportamento dos alunos em relação à aplicação prática dos conceitos estudados, pois, frequentemente, relatavam que jamais utilizariam esses conhecimentos em seu dia a dia.

Essa atividade foi desenvolvida em dezembro de 2023 com uma turma de 36 alunos, com idades entre 13 e 14 anos, cujo objetivo inicial era avaliar o nível de conhecimento desses alunos em relação aos gastos domésticos, a fim de conscientizá-los da relação entre a Matemática e a Educação Financeira e sua importância no cotidiano. Optamos por essa experiência acreditando que o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos necessários para solucionar problemas que envolvam situações simples e complexas surge também da interação entre o homem e a sociedade, e isso é feito através da busca por respostas em determinadas práticas sociais.

Valorizamos o conhecimento prévio dos alunos, trazido de suas práticas cotidianas, e utilizamos isso como ponto de partida no processo de aprendizagem. Acreditamos, assim como Skovsmose (2007), que é essencial retirar o estigma criado nas escolas, que insiste em um ensino conteudista. Por isso, a proposta que trouxemos com essa experiência é tão relevante para o ensino da proporcionalidade.

A Educação Matemática é parte da comunicação e interação diária. [...] Pode ocorrer em quaisquer situações. Eu uso a palavra educação Matemática quando eu desejo me referir a situações onde os processos de aprender e ensinar Matemática estão ocorrendo. Assim, a educação Matemática torna-se um rótulo que cobre tudo e eu desejo ignorar as conotações que indicam apenas os processos de ensino e de aprendizagem que ocorrem na escola. Educação Matemática ocorre em todo lugar (Skovsmose, 2007, p. 48-49).

Nossa experiência foi dividida em quatro atividades, realizadas em encontros semanais, durante as aulas de Matemática, com duração de dois tempos de aula por encontro, de maneira que não prejudicasse o andamento das demais demandas obrigatórias da ementa.

Descreveremos a seguir, nas subseções, como foi o trabalho desenvolvido em cada um dos encontros.

5.1.1. Atividade 1: Questionário sobre Educação Financeira e Orçamento familiar

Nesse primeiro encontro, enfrentamos algumas dificuldades consideráveis devido à falta de compreensão por parte de alguns alunos acerca das solicitações para o trabalho proposto. Embora tenhamos apresentado exemplos claros e detalhados da proposta, inclusive através de imagens, ainda assim, houve uma quantidade significativa de alunos

que não conseguiu entender completamente, nesse primeiro encontro, a pesquisa que deveria ser realizada.

A fim de chamar a atenção dos 34 discentes presentes, foi escrito no quadro um questionário com cinco perguntas sobre Orçamento Familiar e Educação Financeira, descritas abaixo com as respectivas análises de suas respostas.

<p><i>Questionário</i></p> <p><i>1) O que é Educação Financeira para você?</i></p> <p><i>2) Você acompanha seus pais quando eles vão ao mercado e participa das contas para verificar se é vantajoso levar determinado produto?</i></p> <p><i>3) Sua família faz compras do mês em um único dia ou aproveitam promoções do dia no decorrer do mês?</i></p> <p><i>4) Sua família faz as compras em um único mercado ou fazem pesquisa de preço?</i></p> <p><i>5) Sua família têm o hábito de investir ou guardar na poupança o dinheiro que resta ao final do mês?</i></p>

A seguir, apresentaremos a análise das respostas do questionário.

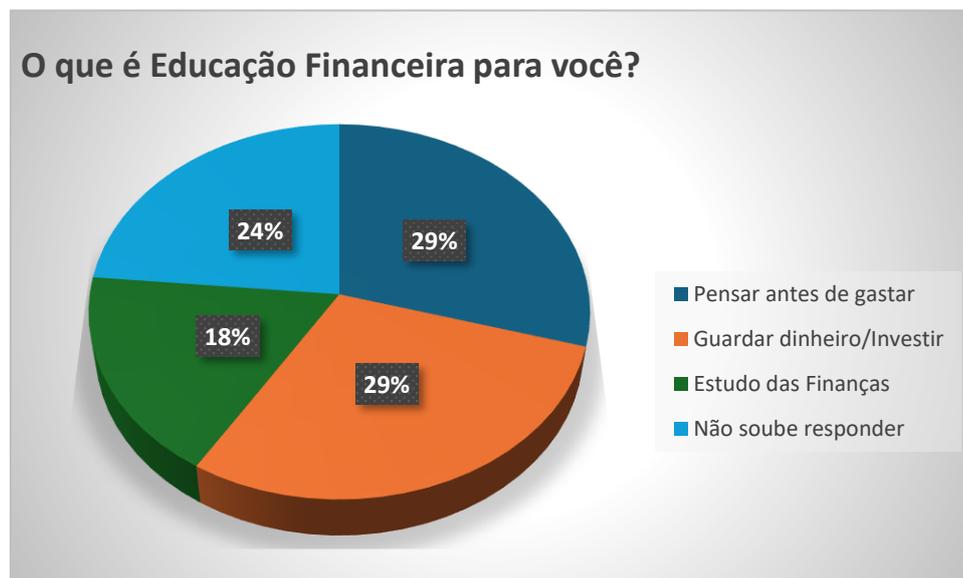
Análise das respostas do Questionário

Questão 1: O que é Educação Financeira para você?

As respostas dos trinta e quatro discentes presentes foram variadas. Dez alunos (ou seja 29%) responderam que “devem pensar antes de gastar”, seis deles complementaram sua resposta, alegando ser muito importante ter esse conhecimento para o futuro, e dois alunos disseram que deveria estar entre as disciplinas obrigatórias na escola. Outros dez alunos (29%) responderam que deveriam guardar o dinheiro ou investir. Oito alunos (24%) relacionaram a Educação Financeira com estudo de Finanças. E o restante não soube responder, deixando em branco.

De acordo com o gráfico 1, grande parte dos alunos faz uma associação com a administração do dinheiro.

Gráfico 1 – Análise das respostas da primeira pergunta



Fonte: A autora, 2024.

Cabe ressaltar que a maioria das famílias dos alunos possuem recursos limitados.

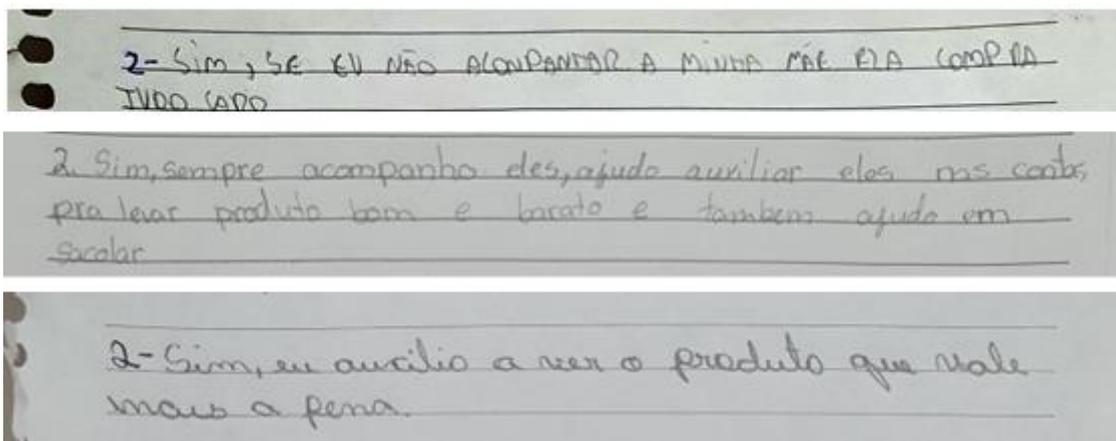
Questão 2: Você acompanha seus pais quando eles vão ao mercado e participa das contas para verificar se é vantajoso levar determinado produto?

Analisando as respostas, observamos que dos 34 alunos presentes, vinte e nove alunos frequentam o mercado regularmente com seus familiares. Dentro do grupo de alunos que responderam Sim, quatorze deles, também auxiliam nas contas para verificar se algum produto é ou não mais vantajoso.

Apenas cinco alunos deram respostas negativas. Desses, dois alunos disseram que os pais não permitem que eles os acompanhem para evitar a compra de supérfluos, enquanto três alunos afirmaram que não é interessante participar das compras e, por isso, preferem ficar em casa.

Algumas respostas para essa pergunta chamaram nossa atenção, pois percebemos que na classe havia alunos, que apesar da pouca idade, são conscientes em relação aos gastos da família durante as compras feitas, conforme podemos constatar nos exemplos expostos na Figura 28.

Figura 28 - Respostas individuais de três alunos

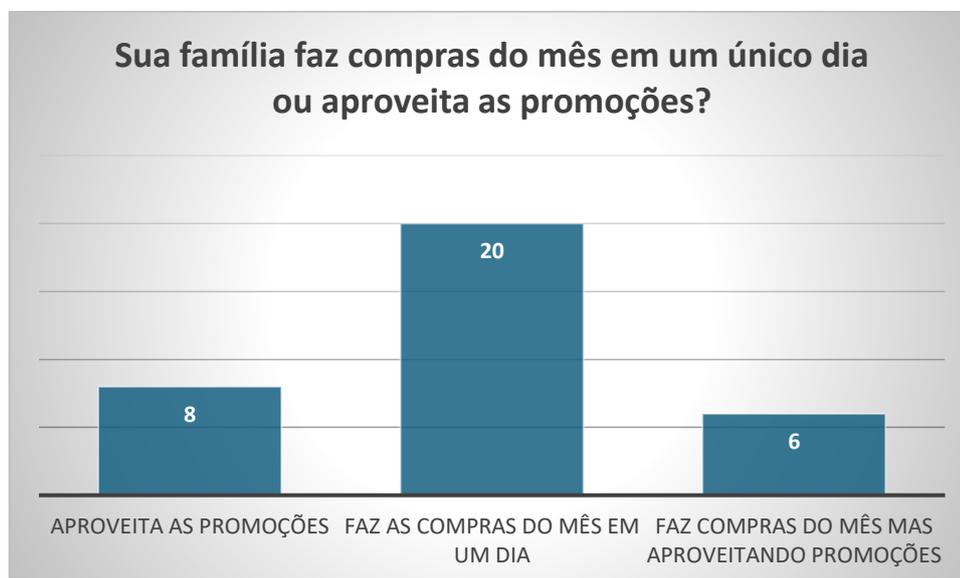


Fonte: A autora, 2024.

Questão 3: Sua família faz compras do mês em um único dia ou aproveitam promoções do dia no decorrer do mês?

Como podemos observar no gráfico 2, a maioria dos alunos junto às suas famílias fazem compras do mês em um único dia, sem fazer levantamento de preços ou promoções. Por exemplo, não costumam ir ao mercado no dia em que frutas e hortaliças estão mais baratas ou no dia em que a carne está na promoção.

Gráfico 2 - Análise das respostas da terceira pergunta



Fonte: A autora, 2024.

Não podemos afirmar que se trata de uma falta de Educação Financeira, pois, talvez, os responsáveis desses alunos que responderam que suas famílias fazem compras do mês, não dispõem de tempo livre durante a semana para ir ao mercado. Por esse motivo, só lhes resta a opção de ir em um dia durante o final de semana, uma vez por mês,

para comprar todos os alimentos necessários. É possível, também, que os pais de família realizem as compras após o recebimento do salário, aproveitando a disponibilidade financeira imediata. São muitos fatores que devem ser considerados em situações como esta.

Questão 4: Sua família faz as compras em um único mercado ou fazem pesquisa de preço?

Esta pergunta complementa a Questão 3. Dos alunos presentes, 18 deles responderam que ajudam suas famílias, realizando pesquisas de preços em outros mercados, enquanto 16 deles, realizam suas compras em um único mercado. Através do gráfico 3, conseguimos perceber que a maior parte da turma tem famílias que fazem pesquisa de valores.

Gráfico 3 - Análise das respostas da quarta pergunta



Fonte: Elaborado pela autora, 2024.

Questão 5: Sua família têm o hábito de investir ou guardar na poupança o dinheiro que resta ao final do mês?

Contabilizando quantos alunos responderam "sim" e quantos responderam "não", os resultados são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1- Respostas da quinta pergunta

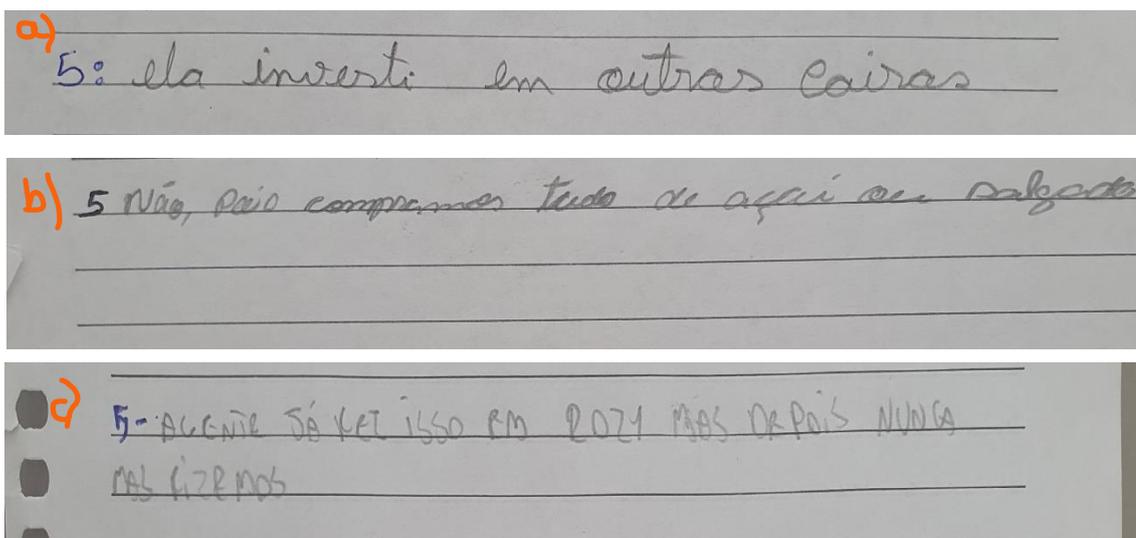
Investem ou guardam dinheiro?	Número de alunos
Sim	16
Não	18

Fonte: A autora, 2024.

No entanto, entre os que disseram “não”, 2 alunos alegam que não sobra dinheiro ao final do mês. Dos que responderam que “Sim”, 2 alunos responderam que as famílias deles investem o dinheiro que sobra ao final do mês, enquanto os demais afirmaram guardar na poupança ou em casa. Acreditamos que essa porcentagem seja baixa devido à falta de conhecimento a respeito de investimentos, o que pode gerar certa insegurança.

Ao analisarmos as respostas dadas a esta última pergunta, conseguimos ter uma ideia de como é a relação dos alunos e suas famílias com o dinheiro que não é gasto. Na Figura 29, podemos observar algumas respostas dadas.

Figura 29 - Respostas individuais de três alunos



Fonte: A autora, 2024.

A última resposta apresentada na Figura 29 (c) nos leva a refletir sobre como as famílias tiveram que adaptar sua relação com o dinheiro no período pós-pandemia COVID-19. O aluno menciona que sua família juntava ou investia o dinheiro que sobrava ao final do mês no ano de 2021, coincidentemente, esse ano foi difícil para muitos brasileiros, que sofreram com o aumento de desempregos, insegurança alimentar e maior instabilidade financeira.

Em maio de 2020, a Confederação Nacional de Indústrias (CNI), junto à FSB, criada por Francisco Soares Brandão, realizou um estudo o qual revelou que 3 em cada 4 brasileiros tiveram que realizar cortes em gastos pessoais em seu cotidiano (Locomotiva Instituto De 13 Pesquisa, 2020). A COVID-19 intensificou as desigualdades sociais e, como resultado, tivemos um aumento da população vulnerável, com precárias condições de vida e trabalho precárias (Freitas; Silva; Cidade, 2020; Buheji, Cunha, 2020). Portanto, fica claro que as famílias mudaram o comportamento em relação às suas finanças devido as incertezas do futuro pós-pandêmico.

No segundo tempo, também com duração igual a 50 minutos, esclarecemos dúvidas sobre a Educação Financeira e sua importância, além de explicar como a Matemática iria se encaixar em nosso trabalho. Logo após, explicamos através de exemplos e imagens, como seria a pesquisa e foi nessa parte que encontramos muita dificuldade, principalmente com relação a compreensão do que estava sendo solicitado. Como alguns não acompanham seus responsáveis ao mercado para fazer compras foi mais difícil que compreendessem sobre as “falsas promoções”, mesmo após darmos diversos exemplos em sala de aula.

Na subseção a seguir, descreveremos a segunda atividade, com suas devidas análises.

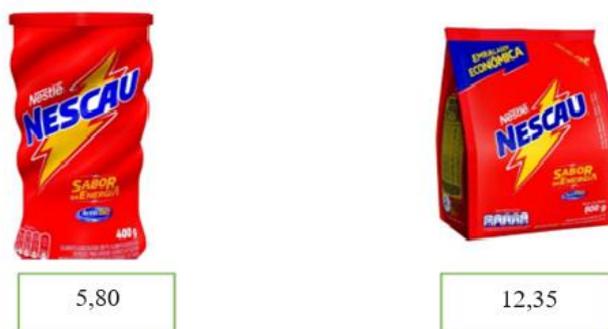
5.1.2 Atividade 2: Comparando preços

No segundo encontro, as dúvidas foram sanadas e boa parte dos que não haviam compreendido no primeiro encontro conseguiram êxito na pesquisa. Mesmo assim, dois grupos não realizaram o trabalho de campo e a justificativa apresentada destacou um desafio que não havíamos pensado antes: a logística envolvida na execução da pesquisa, no caso da coleta de dados no mercado. Esses grupos alegaram não ter tido a oportunidade de visitar mercados ou outros estabelecimentos comerciais, o que era uma etapa essencial para a coleta de dados da pesquisa.

Além dessas questões logísticas, ficou evidente que alguns discentes não realizaram o trabalho devido à falta de interesse. Esse desinteresse pode ser atribuído a diversos fatores, como a percepção de relevância da atividade, a falta de interesse na disciplina ou motivações pessoais. É importante salientar que este trabalho constituía uma das três atividades avaliativas do bimestre e eles estavam cientes desse fato, mas, mesmo assim, optaram por não fazer.

Utilizamos o primeiro tempo de 50 minutos para explicar como seria feita a pesquisa, mostramos alguns exemplos e os alunos foram divididos em cinco grupos, sendo quatro grupos com 7 integrantes e um grupo com 8. Eles ficaram incumbidos de realizar um trabalho de campo, pesquisando as “falsas promoções” em diversos supermercados. Solicitamos que os alunos visitassem mercados, mercearias e/ou farmácias para realizar a pesquisa. Eles deveriam tirar fotos das promoções e dos produtos fora das “embalagens promocionais” ou trazer encartes que contivessem as informações solicitadas. Após essa primeira etapa, eles deveriam verificar quais produtos realmente eram mais vantajosos financeiramente na embalagem econômica e quais eram propaganda enganosa, conforme podemos observar na Figura 30.

Figura 30 - Embalagem comum (400g.) e embalagem econômica (800 g.)



Fonte: A autora, 2024.

Aproveitamos o segundo tempo para mostrar mais alguns exemplos similares a Figura 30 e introduzir o conceito de Proporcionalidade. Os discentes foram aprendendo, inicialmente sem o uso da regra de três, como verificar se a promoção era conveniente. Eles perceberam sozinhos que, se dividissem fazendo a razão entre as grandezas correspondentes à quantidade de gramas (ou mililitros) contidos na embalagem promocional pela embalagem comum, encontrariam um número. Em seguida, ao fazer o mesmo processo com o preço dos produtos, poderiam comparar esses números encontrados, para determinar se a promoção era real ou enganosa. Vamos usar o exemplo da Figura 30 para explicar a conclusão a que os alunos chegaram sobre como verificar a veracidade das promoções.

A razão entre o peso dos produtos (b) e (a) é $\frac{800}{400} = 2$. Já a razão entre o preço dos produtos (b) e (a) é $\frac{12,35}{5,80} \cong 2,13$. Como $2,13 > 2,0$, eles concluíram que não era vantajoso levar a embalagem promocional e explicaram que, ao levar duas embalagens comuns de 400g, teriam a mesma quantidade que na embalagem promocional, e ainda estariam

economizando R\$ 0,75. Foi muito interessante ver os alunos chegarem sozinhos a essa conclusão e formarem uma opinião positiva sobre um conteúdo matemático. Eles disseram que não era algo difícil de perceber e fazia muito sentido usar esse método para economizar durante as compras.

Em seu livro “Um Convite à Educação Matemática Crítica”, Ole Skovsmose (2014) sugere, constantemente, que a Matemática trabalhada dentro de sala de aula tenha relação direta com a realidade dos alunos, pois é através das atividades realizadas durante as aulas que os alunos encontram um caminho a seguir, tornando-se cidadãos críticos e com capacidade de fazer suas próprias escolhas utilizando seu raciocínio. Esse processo ocorre através da Educação Matemática Crítica.

A partir do momento em que os alunos compreenderam o conceito, decidimos introduzir a regra de três como uma ferramenta auxiliar para o raciocínio deles. Essa ferramenta otimiza o pensamento proporcional, e a maioria optou por usá-la no trabalho devido à sua praticidade. Isso ficou evidente, na fala de um dos alunos: “- Ahhhh! Fica bem mais fácil usando essa regra, porque aí a gente já sabe certinho a conta que faz e deixa pronto na calculadora pra ir mais rápido.”

Na atividade seguinte, os alunos colocaram na cartolina toda a pesquisa feita junto aos cálculos realizados, como podemos conferir na subseção abaixo.

5.1.3 Atividade 3: Montando o trabalho

Nesta atividade, solicitamos que os alunos trouxessem o material da pesquisa feita para que pudéssemos auxiliá-los na montagem de cartazes. Mas, infelizmente, alguns grupos não conseguiram compreender o objetivo da pesquisa e acabaram trazendo encartes de mercados que não continham os casos de falsas promoções em embalagens promocionais. Por esse motivo, não foi possível auxiliar a todos adequadamente como pretendíamos.

Poderíamos reorganizar os grupos, mas optamos por continuar com o material apresentado pelos alunos, porque o prazo que tínhamos era curto e as demais matérias contidas na ementa institucional estavam se acumulando. Além disso, tínhamos também como objetivo conscientizar mais alunos através da pesquisa feita. Assim, montamos os cartazes para apresentar pela escola, nas outras duas turmas de 8º ano e nas turmas de 9º ano, conforme descrevemos na subseção seguinte.

Figura 31 - Alunos confeccionando o cartaz



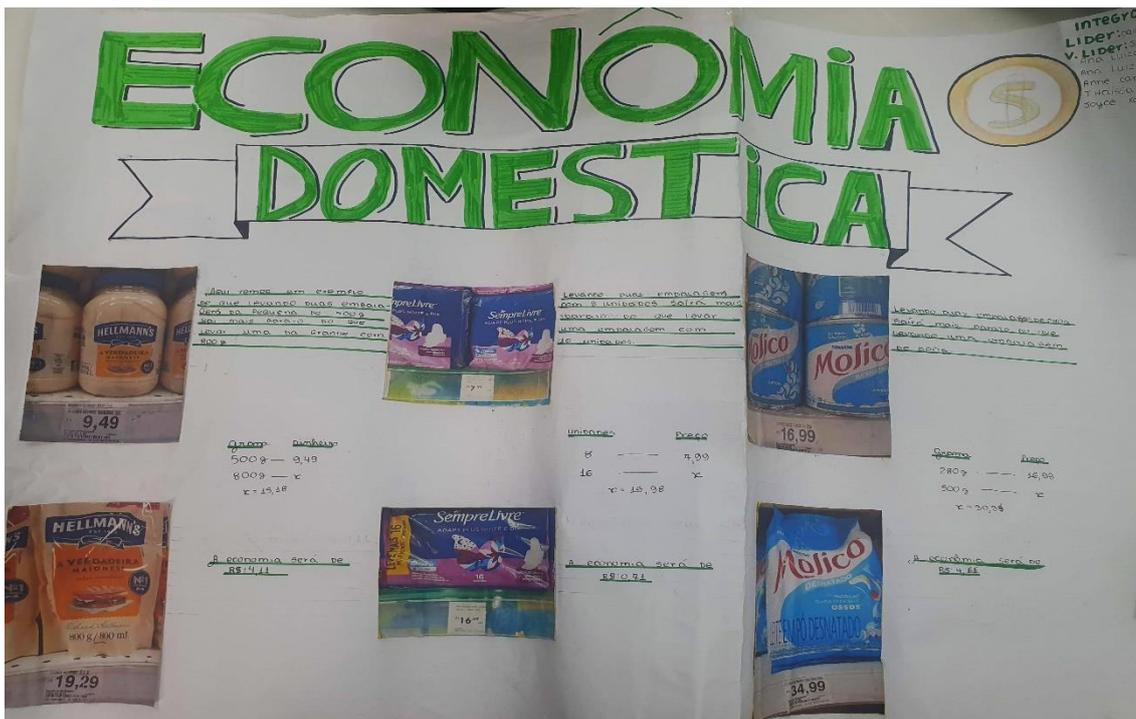
Fonte: A autora, 2024.

5.1.4 Atividade 4: Apresentação dos trabalhos para outras turmas

Neste último encontro, dois grupos trouxeram os cartazes prontos e fizemos as devidas correções em relação à escrita e denominação das grandezas, outros dois grupos não fizeram, mesmo sendo uma das avaliações do bimestre, pois alegaram falta de verbas para impressão das fotos, apesar de termos informado anteriormente que as impressões poderiam ser feitas na escola, já que a diretora havia autorizado.

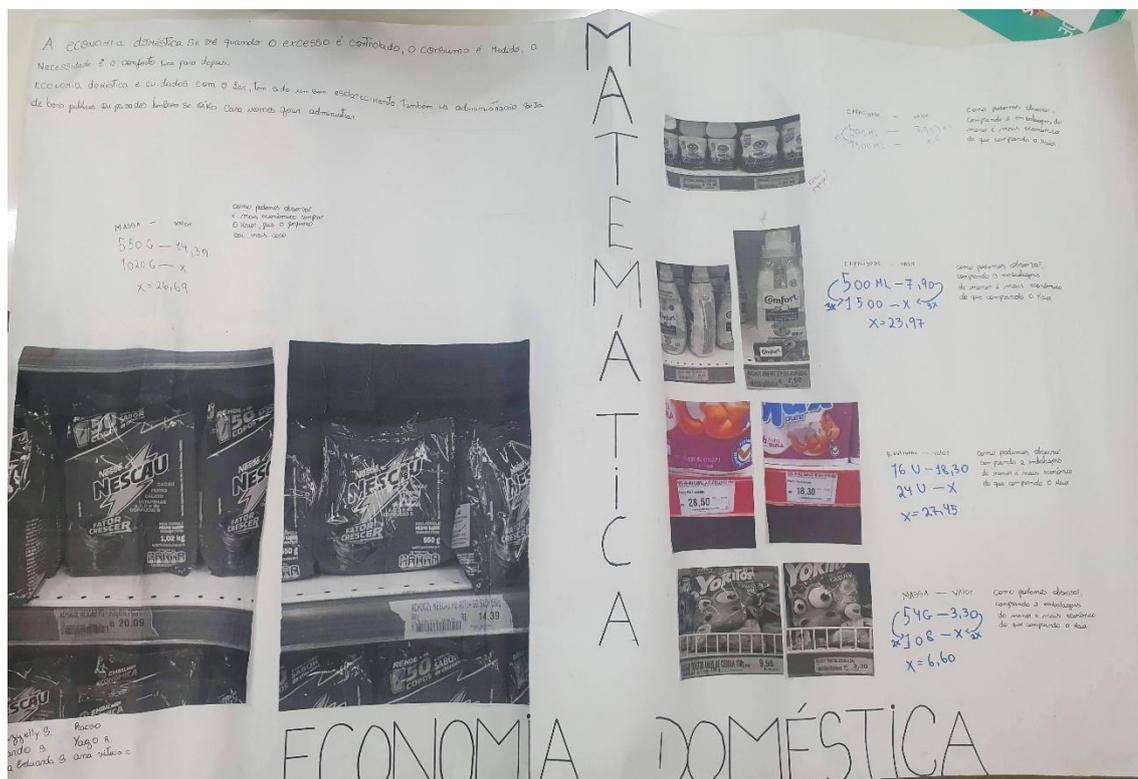
Nas Figuras 32 e 33, apresentamos as imagens de dois dos trabalhos que foram produzidos pelos discentes.

Figura 32 - Trabalho do grupo 1



Fonte: A autora, 2024.

Figura 33 - Trabalho do grupo 2



Fonte: A autora, 2024.

Após as devidas correções dos trabalhos, os discentes passaram pelas demais turmas do 8º e 9º ano, apresentando suas pesquisas. Eles explicaram a importância

do uso da Proporcionalidade na hora das compras e em outras situações do cotidiano, também, enfatizaram a importante relação que há entre a Educação Matemática e a Educação Financeira.

Foi muito proveitosa a apresentação dos trabalhos, pois os alunos que assistiram demonstraram curiosidade sobre o assunto e se mostraram surpresos diante da possibilidade de utilizar a regra de três com o intuito de economizar durante as compras feitas nos supermercados, mercearias e farmácias. Ressaltaram que nunca haviam feito contas para verificar se algum produto com embalagem promocional era realmente mais vantajoso e que suas famílias sempre optavam por esses produtos, devido à palavra “promocional” e confiavam cegamente. No entanto, a partir das apresentações disseram que não seriam mais enganados e que começariam a instruir seus pais e responsáveis para ficarem atentos a esse fato.

Com relação aos alunos que realizaram a pesquisa, pudemos perceber que os primeiros resultados foram satisfatórios. A análise preliminar demonstrou que os educandos que se envolveram com a atividade foram capazes de aplicar os princípios da Proporcionalidade de forma eficaz em contextos reais. Notamos que o estudo do tema contribuiu significativamente para que os estudantes tomassem decisões mais criteriosas, especialmente em situações financeiras do cotidiano. Esse aspecto destaca o impacto positivo do conteúdo abordado na vida prática dos discentes proporcionando uma compreensão mais aprofundada e aplicada dos conceitos matemáticos.

Essa aplicação prática dos conhecimentos não apenas consolidou o aprendizado teórico, mas também incentivou o desenvolvimento de habilidades críticas e analíticas essenciais para a tomada de decisões. A pesquisa também evidenciou a aplicabilidade da Proporcionalidade em decisões financeiras, reforçando a importância de um ensino que conecte teoria e prática. Esse enfoque pedagógico é crucial na preparação dos alunos para serem cidadãos mais informados e críticos, capazes de enfrentar desafios do mundo real com maior segurança e discernimento.

Infelizmente, não dispusemos de tempo para implementar todas as atividades planejadas, como, por exemplo, a análise da questão ambiental relacionados as embalagens dos produtos que consumimos, como o alumínio, papel, plástico e isopor. Por isso, sugerimos essa reflexão e apresentamos na seção a seguir algumas atividades, como sugestões para o leitor.

5.2 Sugestão de atividade envolvendo Educação Ambiental

As embalagens têm sido o ponto de discussão de políticas públicas e grupos ambientalistas que buscam soluções para o gerenciamento dos resíduos sólidos urbanos (Fonteyne *et al.*, 2000). O Brasil produz, por dia, aproximadamente, 149 mil toneladas de resíduos sólidos, mas apenas 13,4 mil, ou 9%, são recicladas (WWF, 201 *apud* Passos; Yohana, 2020). Por isso, nossa proposta visa conscientizar os alunos acerca da importância de reduzir a produção de resíduos sólidos, incentivando a adoção de práticas sustentáveis e criativas.

Os casos mais recorrentes de pós-uso envolvem a transformação de materiais que seriam descartados, destinados ao lixo, em novos objetos ou a atribuição de uma nova funcionalidade a esses itens. Esse processo pode ocorrer por meio de customização ou pela simples alteração de sua finalidade original. Partindo dessa premissa, sugerimos uma “Oficina de Reutilização de Embalagens”, uma atividade pedagógica focada na reutilização de materiais provenientes das embalagens dos produtos adquiridos em supermercados. Dessa forma, promovemos a sustentabilidade e conscientização ambiental. Nessa oficina, cada grupo poderá escolher uma embalagem para transformar as embalagens em um novo objeto útil, como brinquedos, jardim vertical, moveis etc. Exemplos práticos dessa abordagem podem ser encontradas nas Figuras 34, 35, 36 e 37.

Figura 34 - Latas de achocolatado reutilizadas como cofres



Fonte: <https://www.praquemtemestilo.com/2019/08/aprenda-fazer-esse-simpatico-cofre.html>

Figura 35 - Garrafas PET reutilizadas para hortas suspensas



Fonte: plasticovirtual.com.br.

Figura 36 - Embalagens de amaciante reutilizadas como regadores ou pá de lixo



Fonte: wordpress.com.

Figura 37 - Puff de Garrafa Pet



Fonte: <https://www.vivadecora.com.br/revista/puff-de-garrafa-pet/>

Estas atividades não apenas ajudam a reduzir a quantidade de lixo, mas também estimulam o desenvolvimento de habilidades como a resolução de problemas e a criatividade dos discentes, ao mesmo tempo em que se integra uma reflexão crítica sobre

o consumo consciente e descarte responsável, desenvolvimento do pensamento crítico em relação ao uso dos recursos naturais. Além disso, elas oferecem a oportunidade de explorar outras habilidades na arte, construção civil, artesanato etc.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa pesquisa visou mostrar que, para despertar o interesse dos discentes pelo estudo da Proporcionalidade, uma habilidade matemática que vimos ser essencial em diversos campos de estudos, poderíamos buscar uma abordagem mais prática e dinâmica. Identificamos, durante a aplicação do trabalho, que muitos alunos enfrentam dificuldades em relacionar os conceitos matemáticos abstratos aprendidos em sala de aula com situações do seu cotidiano, particularmente, no contexto de finanças pessoais. Portanto, optamos por utilizar uma estratégia pedagógica que combinasse o conceito teórico da Proporcionalidade com a Educação Financeira.

Além disso, pensamos em transcender as barreiras que, frequentemente, limitam o papel do professor de Matemática a meros transmissores de conteúdo, ao invés de formadores de cidadãos críticos. Por isso, ao investigarmos a aplicação da Proporcionalidade relacionando-a à tomada de decisões referentes ao consumo, nossa intenção era mostrar a importância do pensamento matemático também na formação de uma consciência crítica.

Percebemos que a Educação Financeira, por sua natureza prática, proporcionaria uma excelente oportunidade para ilustrar tal importância, como, por exemplo, seu uso na Economia Doméstica no planejamento orçamentário e outras tomadas de decisões em relação às finanças. Esperávamos que, ao ver a aplicação prática da Proporcionalidade em questões financeiras, os estudantes não apenas compreendessem melhor o conceito, mas também desenvolvessem habilidades que poderiam utilizar em sua vida pessoal, promovendo uma aprendizagem ativa.

Discutimos, ainda, sobre a importância do pensamento ecológico e gostaríamos de ter explorado a aplicação da visão sobre consumo consciente relacionada à Educação Financeira e Ambiental. Infelizmente, isso não foi possível devido às limitações de tempo, assim, deixamos como sugestão que os educadores considerem a implementação de projetos interdisciplinares que abordem a relação entre consumo, meio ambiente e sociedade. Tais projetos podem envolver atividades práticas, como o reaproveitamento de materiais, conforme demonstramos nas atividades da seção anterior. Além disso, a promoção de debates e reflexões sobre o impacto ambiental das escolhas de consumo pode ajudar os alunos a desenvolverem uma consciência crítica e ecológica.

Reconhecemos que a integração desses temas no currículo escolar é fundamental para a formação de cidadãos responsáveis e conscientes de seu impacto no meio ambiente, visto que o pensamento ecológico promove uma compreensão sistêmica das interações entre os seres humanos e o ambiente, incentivando uma postura reflexiva sobre as práticas de consumo e seus efeitos, e a Educação Ambiental é essencial para a formação integral dos alunos, pois vai além do conhecimento teórico e promove a prática de valores e atitudes sustentáveis. Por isso, ao sensibilizarmos os alunos para a importância do consumo consciente estamos contribuindo também para a construção de uma sociedade mais sustentável. A experiência realizada foi bem-sucedida, pois despertou o interesse dos alunos pela pesquisa e comparação de preços dos produtos adquiridos por suas famílias, mostrando interesse pela regra de três especialmente. Desta forma nossos objetivos deste trabalho foram atingidos ao contribuir com a formação dos nossos alunos como cidadãos críticos e conscientes, capazes de auxiliar suas famílias nas compras do mês e na prática da poupança.

Deixamos essas reflexões e sugestões como um convite para que educadores e leitores se engajem na construção de um currículo mais sustentável e consciente, visando a formação de cidadãos preparados para atuar positivamente em suas comunidades e no mundo.

REFERÊNCIAS

ALVES, J. E. D. **Antropoceno: a era do colapso ambiental**. CEE- Centro de Estudos Estratégicos Fiocruz. 16 janeiro 2020. Disponível em: <https://cee.fiocruz.br/?q=node/1106>.

ANDRADE, D. F. Implantação da Educação Ambiental em escolas: uma reflexão. In: Fundação Universidade Federal do Rio Grande. **Revista Eletrônica do Mestrado em Educação Ambiental**, v. 4. out/nov./dez 2000.

ANDRADE, M. C. P. de; PICCININI, C. L. Educação Ambiental na Base Nacional Comum Curricular: retrocessos e contradições e o apagamento do debate socioambiental. **IX EPEA Encontro Pesquisa em Educação Ambiental**. Juiz de Fora – MG. 2017. p.1-13. Disponível em: http://epea.tmp.br/epea2017_anais/pdfs/plenary/0091.pdf. Acesso em: 05 de outubro de 2024.

ANDRÉ, M. E. D. A. de. Desafios da pesquisa sobre a prática pedagógica. **Educação e Linguagem**, v. 4, n. jan./dez. 2001, p. 51-65, 2001. Disponível em: repositorio.usp.br/item/001697599. Acesso em: 01 ago. 2024.

ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Etnografia da prática escolar**. Campinas, SP: Papyrus, 2007.

BARBIER, R. **A pesquisa-ação**. Brasília: Liber Livro, 2002.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini (8º)**. São Paulo: Moderna, 2022a.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini (9º)**. São Paulo: Moderna, 2022b.

BOLETIM MENSAL DO BANCO CENTRAL. Fevereiro, 1996.

BOTTA, L. S. **Números racionais e raciocínio proporcional: considerações sobre o ensino-aprendizagem**. 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974

BUHEJI, M.; CUNHA, K.; MAVRIĆ, B. The Extent of COVID-19 Pandemic Socio Economic Impact on Global Poverty. A Global Integrative Multidisciplinary Review. **American Journal of Economics**. 10, pp. 213-224, 2020. Recuperado em 10 fevereiro, 2021, de [10.5923/j.economics.20201004.02](https://doi.org/10.5923/j.economics.20201004.02).

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidente da República, [2016].

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **LDB** - Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL. L9795. **Lei Nº 9.795**, de 27 de abril de 1999. Dispõe sobre a educação ambiental, institui a Política Nacional de Educação Ambiental e dá outras providências.

Brasil. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Plano Nacional de Educação PNE 2014-2024**: Linha de Base. – Brasília, DF: Inep, 2015.

CAETANO, M. C. **Análise das influências da educação financeira sobre o desenvolvimento econômico brasileiro**. 2015.

CHACE, A. B. **The Rhind Mathematical Papyrus**. Reston: The National Council of Teachers of Mathematics, 1929.

COMITÊ NACIONAL DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA (CONEF). **Quem Somos CONEF**: Brasil, 2010.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G. AVALIAÇÃO: um processo integrado ao ensino e à aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 17, n. 2, p. 1-17, 2015.

D'AMBROSIO, B. S. Reflexões sobre a História da Matemática na formação de Professores. **Revista Brasileira da História da Matemática**. Especial n. 1, p. 399-406, 2007

DANTE, L. R. **Matemática do Ensino Fundamental**, como no Teláris Essencial 7º ano, 2022.

DIAS, G. F. Os quinze anos da Educação Ambiental no Brasil: um depoimento. **Em aberto** 10 (49), Brasília, jan/mar. 1991. p. 2 – 15.

DO NASCIMENTO, A. M. A infância na escola e na vida: uma relação fundamental. **Ensino fundamental de nove anos**, p. 25, 2007.

DOS SANTOS COSTA, M.; ALLEVATO, N. S. G. Proporcionalidade: eixo de conexão entre conteúdos matemáticos. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 6, n. 1, p. 3, 2015.

DOS SANTOS MOREIRA, B. S.; MÁRQUEZ, R. M. G.; DE ARAÚJO, J. C. Matemática, meio ambiente e arte: transformando lixo em luxo! **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 6, n. 1, p. 1-18, 2020.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 5.ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FONTEYNE, J. Packaging recovery and recycling policy in practice. In: LEVY, G. (ed) **Packaging, Policy and the Environment**. Maryland: **Aspen Publishers**, 2000, p. 205-247.

FREITAS, C.M. de; SILVA, I.V.M.; CIDADE, N. C. COVID-19 AS A GLOBAL DISASTER: Challenges to risk governance and social vulnerability in Brazil. **Ambiente & Sociedade**, 23(0115), 2020.

GRIFONI, A.; MESSY, F. **Current status of national strategies for financial education**: A comparative analysis and relevant practices. 2012.

GEERTZ, C. **A interpretação das culturas**. Rio de Janeiro: LTC, 1989.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista da matemática**: 8º ano, ensino fundamental anos finais. São Paulo: FTD, 2018.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 7.ed. Rio de Janeiro: Record, 2003

HILL, N. Quem pensa enriquece. São Paulo: Fundamento Educacional, 2009

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade**. São Paulo: Saraiva Educação, 2022.

KISTEMANN JR, M. A. **Relações de Gênero, Educação Matemática e discurso**: enunciados sobre mulheres, homens e matemática. 2012.

LIMA, E. L. *et al.* **Temas e Problemas**. 3 ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2010. 193 p. (Coleção do professor de matemática)

LOCOMOTIVA INSTITUTO DE PESQUISA. **Economia e consumo na era da pandemia**. Recuperado 01 julho, 2020, de https://0ca2d2b9-e33b-402b-b217591d514593c7.filesusr.com/ugd/eaab21_c99e70218f694e40aeff442b2e73f22f.pdf.

LYRA, V. H. C. **Um estudo sobre a história e aplicações do método da falsa posição**. 2019. 35 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática)–Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2019.

MANDELL, L.; KLEIN, L. S. O impacto da educação financeira no comportamento financeiro subsequente. **Revista de Aconselhamento e Planejamento Financeiro**, v. 20, n. 1, 2009.

MEDEIROS, C. F. de; MEDEIROS, A. O método da falsa posição na história e na educação matemática. **Ciência & Educação**, v. 10, n. 03, p. 545-557, 2004.

MOKHTAR G. **História Geral da África**. vol. II - África Antiga. São Paulo: Cortez, 2011.

OLIVEIRA, I. A. F. G.; SANTOS, M. C. O Ensino Fundamental e a Resolução de Problemas de Proporção Simples: Uma Análise das Estratégias. CD –23a ANPEd, 2000.

PASSOS, Y. P. **Não gere mais um lixo**. 2020.

ROQUE, T.; DE CARVALHO, J. B. P. **Tópicos de história da matemática**. Sociedade Brasileira de Matemática, 2012.

RUIZ, A. R.; CARVALHO, A. M. P. de. O conceito de proporcionalidade. **Rev. Fac. Educ.**, São Paulo, v. 16, n. 1-2, p. 97-131, dez. 1990. Disponível em http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-25551990000100005&lng=pt&nrm=iso. Acesso em: 07 out. 2024.

SAKURAI, Ruudi; ZUCHI, Jederson Donizete. As revoluções industriais até a indústria 4.0. **Revista Interface Tecnológica**, v. 15, n. 2, p. 480-491, 2018.

SCHAGEN, S.; LINES, A; **Financial Literacy in adult life**: a report to the Natwest Group Charitable Trust. Slought, Berkshire: National Foundation for Educational Research, 1996.

SCRIBE, Borja C. **Papiro de Ahmes o Rhind, Museo Británico**. 2015. Disponível em: Acesso em: 13 jun. 2018.

SEGURA, D. de S. **B. Educação ambiental na escola pública**: da curiosidade ingênua à consciência crítica. São Paulo: Annablume: Fapesp, 2001.

SEN, A. **Desenvolvimento como liberdade**. Tradução de Laura Teixeira Motta. São Paulo: Companhia das Letras, 2000.

SILVA, A. B. B. **Mentes consumistas**: do consumismo à compulsão por compras. São Paulo: Globo Ed, 2014.

SILVA, J. B. R. da; COSTA JUNIOR, José Roberto. Contribuições da história da matemática para o estudo de conceitos matemáticos: o caso da proporcionalidade. In. **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2016, São Paulo, Anais. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5168_2709_ID.pdf

SILVA, L.C. **A prática de ensino de Física no Ensino Médio e o conceito de proporcionalidade**: conexão fundamental na construção e (re) construção de conhecimentos. 2009. 107f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2009.

SKOVSMOSE, O. Students' foregrounds: Hope, despair, uncertainty. **Pythagoras**, v. 33, n. 2, 2012.

SKOVSMOSE, O. **Um Convite à Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papirus, 2014, p. 35-46.

SOUSA, R. N. de. **Razão e proporção no ensino básico**. 2023. 76 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2023.

SPINILLO, A. G. Proporções nas séries iniciais do primeiro grau. In: A. Schliemann; D. Carraher; A. Spinillo; L. Meira; J. Falcão; N. Acioly-Régner (Org.). **Estudos em**

Psicologia da Educação Matemática. Recife: Editora da Universidade Federal de Pernambuco, p. 13-37, 1997.

TRAJANO, A. **Arithmetica progressiva. Curso completo theorico e pratico de arithmetica superior.** 62. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1927.

TRIGUEIRO, A. **Espiritismo e ecologia.** Brasília: FEB Editora, 2022.

UNESCO. **Década das Nações Unidas da Educação para um Desenvolvimento Sustentável, 2005-2014:** documento final do esquema internacional de implementação. – Brasília: UNESCO, 2005.

VAZ, R. F. N.; KISTEMANN JUNIOR, M. A. Uma avaliação feita por licenciandos sobre atividades investigativa-exploratórias de matemática financeira. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática, [S. l.],** v. 3, n. 2, p. 316–332, 2019. Disponível em:

<https://e-revista.unioeste.br/index.php/rebecem/article/view/22629>. Acesso em: 10 ago. 2024.

YIN, R.K. **Estudo de Caso:** Planejamento e Métodos. Porto Alegre: Bookman, 2005.



PRODUTO EDUCACIONAL

**Atividade com 8º ano do Ensino Fundamental:
Vivenciando a Economia Doméstica através do uso da
Proporcionalidade**

Orientadora: Prof^a Dr^a Rosa García Márquez

Coorientador: Prof. Dr. Fábio Menezes da Silva

Discente: Ana Cristina de Oliveira Silva

São Gonçalo

2024



INTRODUÇÃO	89
1. EDUCAÇÃO FINANCEIRA E PRÁTICAS SUSTENTÁVEIS	90
2. METODOLOGIA DE ENSINO	91
2.1. O pensamento proporcional.....	91
2.1.1. Regra de três.....	92
3. Experiência em sala	93
3.1. Atividade 1- Questionário sobre Educação Financeira e Orçamento Familiar.....	94
3.2. Atividade 2 – Pesquisa de preços.....	95
3.3. Atividade 3 – Montagem do trabalho.....	96
3.4. Atividade 4 - Apresentação dos trabalhos para outras turmas.....	98
4. SUGESTÃO DE ATIVIDADE ENVOLVENDO EDUCAÇÃO AMBIENTAL	99
CONSIDERAÇÕES FINAIS	101
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102



O presente produto educacional atua como uma proposta didática de atividades e é referente à dissertação de mestrado intitulada “*Vivenciando a Economia Doméstica por meio da Proporcionalidade no Ensino Fundamental*”. Tal produto é resultado da pesquisa associada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado a Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ).

Este recurso educacional se propôs a explorar as possibilidades de promover a Educação Financeira com alunos da Educação Básica, relacionando-a com o desenvolvimento de uma Educação Ambiental, através do uso da Proporcionalidade. No decorrer deste produto, apresentamos as atividades desenvolvidas com os alunos do 8º Ano do Ensino Fundamental, são elas: Questionário sobre Educação Financeira e Orçamento Familiar; Pesquisa de preços em mercados, mercearias e farmácias; Montagem do trabalho; Apresentação dos trabalhos para outras turmas, além das atividades sugeridas envolvendo a Educação Ambiental.

A pergunta que norteou a elaboração da atividade, que foi criada como produto educacional deste mestrado profissional foi: de que forma os saberes matemáticos, especialmente a Proporcionalidade, podem contribuir para o desenvolvimento de um pensamento financeiro crítico e orientado para práticas sustentáveis?



O ensino de Educação Financeira deve ultrapassar a simples realização de cálculos típicos da Matemática Financeira, priorizando a formação de pessoas capazes de pensar criticamente, agir de forma consciente e tomar decisões autônomas no que diz respeito ao consumo (Kistemann Jr., 2012). Além disso,

Não adianta termos um indivíduo-consumidor habilitado e educado financeiramente, mas com um perfil de consumidor sem ética ou sem uma prática ecológica sustentável que esteja em sintonia com o equilíbrio do planeta (Pessoa; Muniz Jr.; Kistemann Jr., 2018, p. 4).

Para ilustrar a importância de conectar os assuntos de Educação Financeira e Práticas Sustentáveis, vamos usar o problema de Vaz e Kistemann Jr. (2019, p. 326) em relação à *milkshakes* oferecidos em uma rede de *fast food*:

“Os copos de *milkshakes* com 300 ml e 500 ml são vendidos, respectivamente, por R\$ 9,00 e R\$ 11,00. O preço do copo de 500ml é, financeiramente e proporcionalmente, mais vantajoso”. Mas outras questões podem e devem ser levantadas a partir do pensamento da vantagem, por exemplo, se analisarmos a quantidade de plástico necessária para a fabricação de cada copo e não só o valor, estamos também colaborando para um futuro cidadão com senso crítico.

O consumismo está diretamente ligado a devastação ambiental, que se intensificou com a industrialização, impulsionada pelas Revoluções Industriais. O aumento da produção, motivado por novas tecnologias, exigiu grandes quantidades de matéria-prima e energia. Para manter o sistema econômico, foi necessário incentivar o consumo em massa, levando as pessoas a adquirir bens supérfluos. Esse processo provocou mudanças profundas no estilo de vida, na cultura, na economia e no meio ambiente.

Conforme afirma Alves (2020), “Todo o crescimento e enriquecimento humano ocorreu às custas do encolhimento e empobrecimento do meio ambiente”.

Embora o crescimento da humanidade tenha causado efeitos negativos no meio ambiente, adquirimos a habilidade de buscar soluções que favoreçam o desenvolvimento sustentável. Nesse contexto, a Educação Ambiental é fundamental para enfrentar esses desafios, pois "vivemos em um mundo capitalista e materialista, e muitas vezes esquecemos que a natureza também é essencial para nós, tornando a Educação um fator crucial" (Segura, 2001).



A Metodologia de Ensino abrange um conjunto de estratégias e ações planejadas pelos educadores para que os alunos atinjam os objetivos e habilidades esperadas. Durante o processo de aprendizagem, os professores podem utilizar diversas metodologias, adaptadas ao contexto escolar, que promovam uma aprendizagem eficaz.

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos. (BRASIL, 1997, p. 37).

2.1. O Pensamento proporcional

Ao permitir que os alunos compreendam o pensamento proporcional por meio de atividades práticas, buscamos promover uma aprendizagem mais significativa desenvolvendo competências que transcendam o contexto escolar. Em vez de restringir o ensino às definições formais encontradas nos livros didáticos, optamos, através de nossa pesquisa, por valorizar os conhecimentos prévios dos estudantes, incentivando a construção de novas ideias a partir do que já conheciam. Esse tipo de abordagem não apenas torna o aprendizado mais acessível, mas também estimula o protagonismo dos discentes, permitindo que desenvolvam uma compreensão mais profunda e aplicada dos conceitos matemáticos.

Somente após essa construção individual do conhecimento sobre o assunto é que introduzimos o conceito de Proporcionalidade que encontramos nos livros, e este está diretamente ligado ao conceito de razão, que envolve a comparação entre grandezas, geralmente representada por frações. No entanto, nem toda razão é uma fração, já que frações são divisões entre números inteiros, enquanto razões podem comparar grandezas expressas por números irracionais, indo além do conceito de fração.

Nos livros de Matemática do Ensino Fundamental, como no Teláris Essencial 7º ano, do autor Luiz Roberto Dante (2022), a definição de razão é dada seguinte forma (p. 193): “A razão entre duas grandezas a e b , sendo a e b racionais, $b \neq 0$ é a relação que existe entre elas e representa-se por $\frac{a}{b}$ ou $a:b$, onde os números representados por a e b são termos desta razão”.

2.1.1 Regra de três

Não podemos abordar o conceito de Proporcionalidade sem mencionar a regra de três, pois é nela que aplicamos, *a priori*, a Propriedade Fundamental das proporções a qual afirma que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos (Trajano, 1927, p. 149-150). Esse é um dos métodos utilizados para resolver problemas que envolvam grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Diz-se regra de três porque nela ocorrem três números contínuos ou descontínuos proporcionais. E toda sua prática não é para outra coisa, se não para achar um quarto número desconhecido, que se acha em tal proporção com o terceiro, como o segundo com o primeiro (Perez de Moya, 1569 *apud* Silva, 2009, p. 21).

Assim, ao trabalharmos com quatro grandezas proporcionais, conhecendo apenas três delas, suponhamos x , y , z e desejamos encontrar o valor da quarta, que iremos chamar de w , podemos fazer uso da regra de três. Essa pode ser aplicada da seguinte forma:

i) Diretamente proporcional, então, temos $y = k \cdot x$ e, $w = k \cdot z$, logo, $k = \frac{y}{x}$ e, substituindo k em $w = k \cdot z$, tem-se que $w = \frac{y}{x} \cdot z$

ii) Inversamente proporcional, então, temos $xy = zw = k$, logo, $w = y \cdot \frac{x}{z}$

Podemos solucionar os problemas através da regra de três mesmo sem conhecer a constante de proporcionalidade k .

Apesar de ser um método muito eficaz, não devemos ficar dependentes da regra de três para solucionar um problema que envolva proporcionalidade. É importante incentivar o discente a desenvolver um raciocínio proporcional de maneira que ele possa ter autonomia para verificar a relação entre as grandezas antes.

[...] grande ênfase tem sido dada apenas aos problemas de valor desconhecido e ao algoritmo da “regra de três”, tornando-se um algoritmo mecanizado que, muitas vezes, é erroneamente empregado. [...] Parece que, muitas vezes, no trabalho com proporcionalidade, o produto final desejado é a regra de três em si e não o raciocínio proporcional (Botta, 1997, p. 126).



A experiência foi inspirada em uma sugestão contida na “Trilha de Recomposição da Aprendizagem”, trilha nº 8, distribuída nas escolas da prefeitura do Rio de Janeiro, em 2023 e em 2024, conforme ilustrado na Figura 1. Tem como objetivo inicial avaliar o nível de conhecimento dos alunos em relação aos gastos domésticos, a fim de conscientizá-los da relação entre a Matemática e a Educação Financeira e sua importância no cotidiano.

A ideia é valorizar o conhecimento prévio dos alunos, obtido através de suas práticas cotidianas, e usar isso como ponto de partida no processo de aprendizagem. Segundo Skovsmose (2007), é essencial retirar o estigma criado nas escolas, que insiste em um ensino ultrapassado e maçante. Por isso, a proposta dessa experiência é tão relevante para o ensino da proporcionalidade.

A Educação Matemática é parte da comunicação e interação diária. [...] Pode ocorrer em quaisquer situações. Eu uso a palavra educação Matemática quando eu desejo me referir a situações onde os processos de aprender e ensinar Matemática estão ocorrendo. Assim, a educação Matemática torna-se um rótulo que cobre tudo e eu desejo ignorar as conotações que indicam apenas os processos de ensino e de aprendizagem que ocorrem na escola. Educação Matemática ocorre em todo lugar (Skovsmose, 2007, p. 48-49).

Figura 1 - Trilha de Recomposição da Aprendizagem

TRILHA DE RECOMPOSIÇÃO DA APRENDIZAGEM

	Ano de Escolaridade: 8º ANO		Habilidade: Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas massa, temperatura, comprimento, área (de triângulos e de retângulos), capacidade, volume (de sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionados a outras áreas do conhecimento.
	Componente Curricular: Matemática		
	Trilha nº: 8	Aula nº: 2	

Professor, nesta atividade temos por objetivo explorar a ideia de preço x capacidade em situações cotidianas.

Vamos fazer a relação entre o preço e o produto.

Leve folhetos de ofertas / folhetos promocionais de mercado, comparando, por exemplo, duas latas de volumes diferentes.

Quanto está sendo pago a mais? Qual das duas opções o estudante compraria?

- Se o exemplo for com latas, aproveite para explorar parte do conceito de cilindro. Se o exemplo for com caixas, aproveite para explorar o conceito de paralelepípedo.
- Se o exemplo for com esferas, aproveite para explorar o seu conceito.
- Desta forma, se houver uma marca famosa de chocolate com formato de prisma retangular, tente usá-lo em dois tamanhos. Barras de chocolate também podem ser utilizadas.

É possível explorar também para rolos de papéis toalha ou higiênico pelo m^2 da folha vendida e entender qual das opções selecionadas seria mais vantajosa.

Peça aos estudantes, para registrarem, por fotos, com antecedência, e de acordo com suas possibilidades, exemplos a serem discutidos neste trabalho em grupo. (Nos encartes de supermercados existem bons exemplos de produtos para serem comparados).

Tente utilizar produtos de mesma marca, pois o valor tem alteração de acordo com a marca e o propósito está em comparar a capacidade e não o valor de determinada marca comparada a outra.

Material necessário: Computador e projetor, fotografias cotidianas, encartes de supermercados, folhas de papel, caneta.

Organize os estudantes em grupo, para favorecer o debate.

Faça um exemplo com as contas em regra de três para que tenham melhor compreensão.

			
Amaciante para roupas 500ml R\$ 9,99	Amaciante para roupas 1,5L R\$ 22,41	Amaciante para roupas 1,5L R\$ 67,99	Amaciante para roupas 1L R\$ 10,15

❖ Observe o exemplo da figura: um amaciante de 500ml, um de 1l, um de 1,5l e três de 1,5l. É um ótimo exemplo para discutir qual deles deverá ser comprado, qual o custo mais vantajoso para o comprador. Esta é uma situação cotidiana comum e que traz muitas dúvidas.

28

Fonte: Trilha de recomposição da aprendizagem, 2024, p. 28.

3.1 Atividade 1- Questionário sobre Educação Financeira e Orçamento Familiar

O objetivo desta primeira atividade é realizar uma análise diagnóstica do conhecimento prévio dos alunos sobre o tema, de modo a estabelecer um ponto de partida para o desenvolvimento das atividades subsequentes. Isso permitirá, ao final da experiência, uma comparação com os resultados obtidos. Para tanto, foram escritas no quadro cinco perguntas, que os alunos deveriam responder com base em seus conhecimentos, entregando as respostas ao final da aula.

Questionário

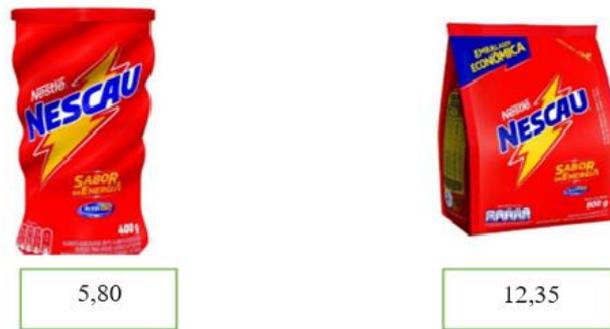
- 1) O que é Educação Financeira para você?*
- 2) Você acompanha seus pais quando eles vão ao mercado e participa das contas para verificar se é vantajoso levar determinado produto?*
- 3) Sua família faz compras do mês em um único dia ou aproveitam promoções do dia no decorrer do mês?*
- 4) Sua família faz as compras em um único mercado ou fazem pesquisa de preço?*
- 5) Sua família têm o hábito de investir ou guardar na poupança o dinheiro que resta ao final do mês?*

Após a entrega das respostas, serão selecionadas as que mais se destacarem para promover um debate, visando incentivar a curiosidade dos alunos em relação ao tema. A partir dessa discussão, será construída coletivamente uma definição de Educação Financeira. A atividade será dividida em dois tempos de 50 minutos: no primeiro, os alunos responderão às questões em uma folha à parte e no segundo, ocorrerá a discussão acerca das respostas mais relevantes.

3.2. Atividade 2 – Pesquisa de preços

Nessa segunda atividade, também com duração de dois tempos de aula, separamos a turma em grupos com no máximo 7 alunos em cada. A atividade consistiu em uma pesquisa de preços, que foi explicada previamente, onde alunos deveriam realizar um trabalho de campo em mercados, mercearias e/ou farmácias, capturando fotos de promoções e de produtos fora das “embalagens promocionais” ou trazendo encartes que contivessem as informações solicitadas. Na etapa seguinte, os grupos analisariam quais produtos realmente oferecem uma vantagem financeira nas embalagens econômicas e quais representam propaganda enganosa, conforme ilustrado na Figura 2

Figura 2 - Embalagem comum (400g.) e embalagem econômica (800 g.)



Fonte: A autora, 2024.

Durante a explicação de como verificar se a embalagem promocional é ou não mais vantajosa, os alunos começam a desenvolver o pensamento proporcional de forma intuitiva, sem a necessidade de introduzir formalmente o conceito de Proporcionalidade. Nesse primeiro momento, evita-se o uso da regra de três, com o intuito de observar as estratégias que cada grupo utilizará para realizar a verificação. Somente no segundo tempo será apresentada a regra de três como uma ferramenta opcional para a comparação dos produtos.

3.3. Atividade 3 – Montagem do trabalho

Na Atividade 3, os grupos serão auxiliados na elaboração de cartazes que serão utilizados para apresentar os resultados às demais turmas. Cada cartaz deverá conter as fotos dos produtos pesquisados, além da aplicação da regra de três ou do método alternativo adotado pelo grupo para verificar se a embalagem promocional é, de fato, mais cara ou mais barata em comparação com as embalagens convencionais, como mostra a figura 3.

Figura 3. Embalagem com 8 unidades e embalagem com 32 unidades



Unidades	Preço
8	3,29
32	y

$y = 4 \times 3,29$
 $y = 13,16$

Temos uma diferença de R\$ 0,74 , portanto a embalagem promocional não é mais vantajosa, é preferível levar 4 embalagens com 8 unidades do que a embalagem com 32 unidades.

3.4. Atividade 4 - Apresentação dos trabalhos para outras turmas

Neste último encontro, propomos que os alunos apresentem seus trabalhos para as demais turmas, demonstrando como o uso da Proporcionalidade pode ser uma ferramenta eficaz para evitar propagandas enganosas e, assim, prevenir a perda de dinheiro. Essa prática não apenas reforça o aprendizado, mas também incentiva a aplicação prática do conteúdo matemático no cotidiano, promovendo um pensamento crítico em relação às estratégias de consumo e publicidade.

Após a conclusão das apresentações, sugerimos que o docente promova uma reflexão com as turmas, indagando sobre a assimilação dos conhecimentos transmitidos pelos grupos e se os alunos pretendem aplicar os conceitos aprendidos em suas práticas cotidianas, justo às suas famílias. Além disso, recomendamos que sejam retomadas as mesmas questões da Atividade 1, com o propósito de realizar um comparativo e avaliar a quão proveitosa foi a pesquisa para o aprimoramento do conhecimento dos discentes.



As embalagens têm sido o ponto de discussão de políticas públicas e grupos ambientalistas que buscam soluções para o gerenciamento dos resíduos sólidos urbanos (Fonteyne *et al.*, 2000). O Brasil produz, por dia, aproximadamente, 149 mil toneladas de resíduos sólidos, mas apenas 13,4 mil, ou 9%, são recicladas (WWF, 201 *apud* Passos; Yohana, 2020). Por isso, nossa proposta visa conscientizar os alunos acerca da importância de reduzir a produção de resíduos sólidos, incentivando a adoção de práticas sustentáveis e criativas.

Os casos mais recorrentes de pós-uso envolvem a transformação de materiais que seriam descartados, destinados ao lixo, em novos objetos ou a atribuição de uma nova funcionalidade a esses itens. Esse processo pode ocorrer por meio de customização ou pela simples alteração de sua finalidade original. Partindo dessa premissa, sugerimos uma “Oficina de Reutilização de Embalagens”, uma atividade pedagógica focada na reutilização de materiais provenientes das embalagens dos produtos adquiridos nos supermercados. Dessa forma, promovemos a sustentabilidade e conscientização ambiental. Nessa oficina, cada grupo poderá escolher uma embalagem para transformar as embalagens em um novo objeto útil, como brinquedos, jardim vertical, moveis etc. Exemplos práticos dessa abordagem podem ser encontradas nas Figuras 4, 5, 6 e 7.

Figura 4 - Latas de achocolatado reutilizadas como cofres



Fonte: <https://www.praquemtemestilo.com/2019/08/aprenda-fazer-esse-simpatico-cofre.html>

Figura 5 - Garrafas PET reutilizadas para hortas suspensas



Fonte: plasticovirtual.com.br.

Figura 6 - Embalagens de amaciante reutilizadas como regadores ou pá de lixo



Fonte: wordpress.com.

Figura 7 - Puff de Garrafa Pet



Fonte: <https://www.vivadecora.com.br/revista/puff-de-garrafa-pet/>

Estas atividades não apenas ajudam a reduzir a quantidade de lixo, mas também estimulam o desenvolvimento de habilidades como a resolução de problemas e a criatividade dos discentes, ao mesmo tempo em que se integra uma reflexão crítica sobre o consumo consciente e descarte responsável, desenvolvimento do pensamento crítico em relação ao uso dos recursos naturais. Além disso, elas oferecem a oportunidade de explorar outras habilidades na arte, construção civil, artesanato etc.



A pesquisa visa mostrar que, para despertar o interesse dos discentes pelo estudo da Proporcionalidade, podemos buscar uma abordagem mais prática e dinâmica. Esse enfoque pedagógico é crucial na preparação dos alunos para serem cidadãos mais informados, capazes de enfrentar desafios do mundo real com maior segurança e discernimento.

Optamos por utilizar uma estratégia pedagógica que combine o conceito teórico da Proporcionalidade com a Educação Financeira, pois esperamos que, ao ver a aplicação prática da Proporcionalidade em questões financeiras, os estudantes não apenas possam compreender melhor o conceito, mas também desenvolver habilidades que possam utilizar em sua vida pessoal, promovendo uma aprendizagem ativa.

Destacamos, também, a importância do pensamento ecológico e a aplicação da visão sobre consumo consciente relacionada à Educação Financeira e Ambiental de maneira que os educadores considerem a implementação de projetos interdisciplinares que abordem a relação entre consumo, meio ambiente e sociedade. Tais projetos podem envolver atividades práticas, como o reaproveitamento de materiais, conforme demonstramos nas atividades da seção anterior. Além disso, a promoção de debates e reflexões sobre o impacto ambiental das escolhas de consumo pode ajudar os alunos a desenvolverem uma consciência crítica e ecológica.

A finalidade central ao adotar a sequência didática sugerida é explorar metodologias de ensino que ofereçam aos estudantes novas formas de compreensão, especialmente no que se refere ao ensino da Proporcionalidade. Esperamos que este produto educacional também sirva de inspiração para outros educadores se engajarem na construção de um currículo mais sustentável e consciente, através de caminhos não tradicionais, visando a formação de cidadãos preparados para atuar positivamente em suas comunidades e no mundo. Certamente, a implementação deste recurso educacional tornará as aulas mais envolventes



ALVES, J. E. D. **Antropoceno: a era do colapso ambiental**. CEE- Centro de Estudos Estratégicos Fiocruz. 16 janeiro 2020. Disponível em: <https://cee.fiocruz.br/?q=node/1106>.

BOTTA, L. S. **Números racionais e raciocínio proporcional: considerações sobre o ensino-aprendizagem**. 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.

DANTE, L. R. **Matemática do Ensino Fundamental**, como no Teláris Essencial 7º ano, 2022.

FONTEYNE, J. Packaging recovery and recycling policy in practice. In: LEVY, G. (ed) Packaging, Policy and the Environment. Maryland: **Aspen Publishers**, 2000, p. 205-247.

KISTEMANN JR, M. A. **Relações de Gênero, Educação Matemática e discurso: enunciados sobre mulheres, homens e matemática**. 2012.

PASSOS, Y. P. **Não gere mais um lixo**. 2020.

SEGURA, D. de S. **B. Educação ambiental na escola pública: da curiosidade ingênua à consciência crítica**. São Paulo: Annablume: Fapesp, 2001.

SILVA, L.C. **A prática de ensino de Física no Ensino Médio e o conceito de proporcionalidade: conexão fundamental na construção e (re)construção de conhecimentos**. 2009. 107f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2009.

TRAJANO, A. **Arithmetica progressiva. Curso completo theorico e pratico de arithmetica superior**. 62. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1927.

VAZ, R. F. N.; KISTEMANN JUNIOR, M. A. Uma avaliação feita por licenciandos sobre atividades investigativa-exploratórias de matemática financeira. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, [S. l.], v. 3, n. 2, p. 316–332, 2019. Disponível em: <https://e-revista.unioeste.br/index.php/rebecem/article/view/22629>. Acesso em: 10 ago. 2024.