



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

AUGUSTO CESAR MACEDO GUEDES

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA

CASTANHAL/PA
2024

AUGUSTO CESAR MACEDO GUEDES

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em MATEMÁTICA – PROFMAT, do Campus de Castanhal, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em MATEMÁTICA
Área de concentração: Ensino de Matemática

Orientador(A): Dra. Gerlândia de Castro Silva Thijm

CASTANHAL/PA
2024

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

M141s Macedo Guedes, Augusto Cesar.
 Sequência Didática Para o Uso de Geometria Analítica /
 Augusto Cesar Macedo Guedes. — 2024.
 46 f. : il. color.

 Orientador(a): Prof. Dr. Gerlândia de Castro Silva Thijm
 Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
 Campus Universitário de Castanhal, Programa de Pós-Graduação
 em Matemática em Rede Nacional, Castanhal, 2024.

 1. Ensino ,Geometria Analítica. I. Título.

CDD 516.3

AUGUSTO CESAR MACEDO GUEDES

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em MATEMÁTICA – PROFMAT, do Campus de Castanhal, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em MATEMÁTICA.

Área de concentração: Ensino de Matemática.

Data da aprovação: 17 / 10 / 2024.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Gerlândia de Castro Silva Thijm – FACMAT/UFPA
Orientadora/Presidente

Prof. Dr. Arthur da Costa Almeida – FACMAT/UFPA
Examinador interno

Prof. Dr. Edilberto Oliveira Rozal – FACMAT/UFPA
Examinador interno

Prof. Dr. Abelcio Nazareno Santos Ribeiro – SEDUC/PA
Examinador Externo

AGRADECIMENTOS

Nesses anos de estudos e muitas dificuldades e desafios, agradeço a minha saudosa mãe Carolina Macedo Guedes que sempre se esforçou para que eu pudesse avançar na minha carreira e me tornar um professor.

Agradeço também às tias Helena (em memória), Ayquis e Laíde que nunca soltaram minha mão.

Agradeço, também, aos meus professores do Ensino Fundamental, Médio e Graduação, por seu exemplo e motivação para a minha formação.

À escola básica, meu lugar de atuação profissional e de pesquisa, com seus sujeitos, seus encantos e seus desafios.

Meu agradecimento especial aos professores do curso de mestrado PROFMAT: Arthur Almeida, Gerlândia Thijm e Valdelírio Silva que sempre foram muito dedicados nessa missão tão importante que é ensinar.

Aos meus colegas de turma que sempre foram parceiros e me ajudaram muito nessa trajetória.

Finalmente, e com maior gratidão, a Deus que nunca me abandonou e permitiu que estas pessoas, estes lugares e estes momentos pudessem me trazer até aqui.

“Ninguém educa ninguém, ninguém educa a si mesmo, os homens se educam entre si, mediatizados pelo mundo” (Freire, 1989).

RESUMO

O presente trabalho aborda o processo de ensino-aprendizagem de Matemática, com o foco em geometria analítica, cujo objetivo é analisar quais efeitos a proposta de ensino de geometria analítica por meio de um mapa da cidade de Belém-PA com um plano cartesiano sobreposto sobre ele tem na aprendizagem de estudantes do 3º ano do Ensino Médio. A pesquisa com levantamento de informações e intervenção pedagógica ocorreu em uma escola estadual de ensino médio do município de Acará/PA. O levantamento inicial de informações ocorreu por meio de roda de conversa com estudantes e professores com o objetivo de saber quais as metodologias usadas nas aulas de Matemática e a opinião dos estudantes em relação às aulas. A intervenção pedagógica ocorreu por meio da aplicação de sequências didáticas a partir da temática proposta. As sequências didáticas constituem o produto desta dissertação.

Palavras-Chave: geometria analítica; sequência didática; plano cartesiano

ABSTRACT

The present work addresses the teaching-learning process of Mathematics, with a focus on analytical geometry, whose objective is to analyze what effects the proposed teaching of analytical geometry through a map of the city of Belém-PA with a Cartesian plane projected on it has in the learning of students in the 3rd year of high school. The research with information gathering and pedagogical intervention took place in a state high school in the city of Acará/PA. The initial collection of information took place through a conversation with students and teachers with the aim of finding out what methodologies were used in Mathematics classes and the students' opinions regarding the classes. The pedagogical intervention occurred through the application of didactic sequences based on the proposed theme. The didactic sequences constitute the product of this dissertation.

Keywords: analytical geometry; didactic sequence; cartesian plane.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Imagem 01 – Plano Cartesiano	pág.21
Imagem 02- Pontos no Plano Cartesiano	pág.21
Imagem 03- Distância entre dois pontos no plano cartesiano	pág.22
Imagem 04- Ponto médio entre dois pontos no plano cartesiano	pág.22
Imagem 05- Pontos Colineares no plano cartesiano	pág.23
Imagem 06- Retas paralelas no plano cartesiano	pág.23
Imagem 07- Retas Concorrentes no plano cartesiano	pág.24
Imagem 08- Local da Aplicação	pág.28
Imagem 09 –Plano Cartesiano sobreposto sobre o Mapa de Belém	pág.30
Imagem 10 – O mapa como facilitador de aprendizagem	pág.37
Imagem 11 – O uso de questões contextualizadas e a aprendizagem	pág.38
Imagem 12 – Qual seu nível de interesse pela disciplina quando o assunto é abordado de maneira abstrata, sem conexão com a realidade?	pág.38
Imagem 13 – Quanto a possibilidade de uso dos materiais em outras turmas	pág.38
Imagem 14 – Escala de 0 a 5, qual seu nível de compreensão do assunto	pág.39

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SEUS DESAFIOS	12
2.1 O Letramento matemático como objetivo pedagógico.....	14
2.2 Do processo tradicional de ensino-aprendizagem da Geometria Analítica às práticas mais contextualizadas.	17
3 SOBRE OS TÓPICOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA ABORDADOS.....	21
4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O USO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	25
5 O USO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA: ETAPAS METODOLÓGICAS E APLICAÇÃO.....	27
5.1 A escola e o ambiente de aprendizagem loco de estudo e aplicação.....	27
5.2 Sequência didática: Proposta Metodológica.....	27
5.2.1 Construção do mapa de Belém com a sobreposição de um Plano Cartesiano.....	28
5.3 Plano da atividade proposta.....	30
5.4 Proposta geral da Sequência Didática e o trabalho em sala de aula.....	33
5.4.1 Prática da Sequência Didática: proposta aplicada.....	33
5.4.2 Aplicação e seus desdobramentos.....	34
6 CONCLUSÃO.....	41
REFERÊNCIAS.....	43
ANEXO A.....	46

1 INTRODUÇÃO

A Matemática apesar de onipresente na sociedade passa despercebida tendo em vista sua natureza hipotético-dedutiva e por isso exige dos estudantes um alto nível de abstração. Por conta disso está longe de ser a disciplina preferida, principalmente no Ensino Médio em que a contextualização é pouco trabalhada.

Importa destacar que essa ciência foi e é fundamental para a evolução do mundo, visto que ela tem a função de estabelecer de maneira clara, objetiva e estruturada conceitos para a compreensão dos fenômenos. Análise de dados, Formas Geométricas, Números e Álgebra são um dos muitos assuntos estudados e pesquisados pela Matemática.

O Ensino dessa disciplina é obrigatório em todo o Brasil, no entanto, mesmo diante dessa obrigatoriedade e de sua importância, o desempenho da maioria dos estudantes é insatisfatório.

Outro ponto que merece destaque é a disparidade quando se observa o desempenho dos estudantes de países diferentes, o que também é observado nas avaliações de desempenho de regiões diferentes, além disso, muitos estudantes que são bem avaliados não apreciam a Matemática e não tem interesse algum em se dedicar a disciplina fora da escola.

Isso se deve ao fato de que a Matemática ainda é imaginada como solitária, desconectada do mundo real e ensinada sem conexão com o mundo tecnológico, além de ser ensinada frequentemente como uma atividade dedutiva que se traduz em produção de teoremas abstratos, isso na maioria das vezes nega a oportunidade de o estudante pesquisar, errar, conjecturar, propor soluções, pensar e perguntar.

Acredita-se que o uso de um método intuitivo é mais eficaz, isso porque o raciocínio das crianças e dos adolescentes são construídos com interações com o meio em que vivem e com as pessoas que os cercam.

Diante da problemática apresentada, verifica-se a necessidade de fazer com que os jovens sejam protagonistas de sua própria história e detentores do conhecimento do mundo ao seu redor, sendo necessário para isso romper com um ensino passivo da matemática, totalmente abstrato e desconectado com a realidade.

Sendo assim, conectar teoria à prática se apresenta como uma possível solução para garantir o devido letramento matemático e o real desenvolvimento das competências matemáticas necessárias para uma participação efetiva na sociedade.

Ao longo dos 20 anos de experiência como professor de Matemática foi possível testemunhar o questionamento dos estudantes sobre onde e como usariam a Geometria Analítica

ao longo de sua vida. Além disso, tal questionamento é comum entre diversos colegas sobre a importância, a compreensão do assunto e o interesse dos estudantes em relação ao tema.

Dessa forma, o presente estudo tem como abordagem o processo de ensino-aprendizagem de Matemática, com o foco em geometria analítica.

Trata-se de um relato de experiência constituído a partir de uma intervenção pedagógica vivenciada em uma sala de aula do Ensino Médio após a observação do desempenho e comportamento dos estudantes, diante do uso de um mapa de sua cidade e um plano cartesiano sobreposto sobre ele.

Cabe ressaltar que o mapa construído e os eixos cartesianos aplicados na Sequência Didática não são reais, mas meramente ilustrativos pois ele não é uma ferramenta capaz de calcular distâncias e áreas reais, isso porque qualquer continente, país, estado, município ou bairro que exista pertence a uma curva, ou seja, a menor distância entre dois pontos é uma reta, porém como estamos diante de pontos que pertencem a uma curva logo essa aplicação não pode ser usada com precisão, é preciso destacar também que esse mapa ilustrativo é diferente de um mapa real pois ele não possui título, legenda, escala cartográfica, orientação e sobreposição.

O objetivo geral deste estudo é analisar quais efeitos a proposta de ensino de geometria analítica por meio de um mapa ilustrativo da cidade de Belém-PA com um plano cartesiano sobreposto sobre ele tem na aprendizagem de estudantes do 3º ano do Ensino Médio.

Como objetivos específicos o estudo intenta: verificar as barreiras ao letramento matemático no Brasil e sua relação com o ensino tradicional presente na educação atual e no ensino de Matemática da escola pública paraense; apresentar como produto sequências didáticas sobre geometria analítica com o uso de um mapa da cidade de Belém com plano cartesiano; avaliar a aprendizagem de geometria analítica a partir da intervenção pedagógica por meio de aulas contextualizadas com o mapa.

Seguindo esta lógica na organização do texto, o segundo capítulo aborda a “Educação Matemática e seus desafios no Brasil”, em que ressalta o contexto histórico deste componente curricular e suas implicações no processo de ensino-aprendizagem.

O terceiro capítulo traz os conceitos dos tópicos de geometria analítica utilizados na realização das atividades feitas pelos estudantes. Enquanto o quarto capítulo aborda o histórico do uso da sequência didática além de fazer comparações com abordagens metodológicas vistas em anos anteriores, também traz como referências autores como Dolz; Noverraz e Schneuwly e Cabral que demonstram considerações importantes referente ao uso deste recurso.

O quinto capítulo cujo título é “o uso da sequência didática para o ensino de geometria: etapas metodológicas e aplicação” descreve o passo a passo do trabalho feito com o público-

alvo. Neste capítulo foi mostrada as características do local de aplicação da sequência didática e depois da mesma, foi feita a análise de satisfação dos discentes e esta foi demonstrada a partir de gráficos para melhor esclarecimentos.

2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SEUS DESAFIOS

A Matemática é considerada uma ferramenta indispensável para o avanço em diversas áreas, pois possibilita o rápido desenvolvimento tecnológico e o progresso social. Portanto, deve-se levar em consideração a necessidade de desenvolver o pensamento matemático nas pessoas desde a infância (Kanhai, Singh, 2017). Outro ponto que merece destaque é que a Matemática é um dos conhecimentos mais valiosos e necessários na sociedade moderna, mas também é um dos mais temidos pela maioria dos estudantes devido à representação que têm sobre a natureza formal e elevado grau de abstração da disciplina além disso é criada uma atmosfera mítica em torno dela, uma vez que seu conhecimento, como o de outras áreas, é para qualquer pessoa. Colocar nas referencias

Para Fiorentini (2006), os objetivos básicos da Educação Matemática são: melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática e desenvolver a Educação Matemática como um campo de investigação e produção de conhecimento.

Segundo (Roseira, 2010, p.21) solidariedade, dignidade humana, justiça, autonomia e respeito as diferenças individuais são desenvolvidos no âmbito da prática educativa de matemática, todos estes relacionados a convivência entre as pessoas, portanto não podem ser negligenciados em nenhum processo de educação.

Um aspecto adicional que vale a pena enfatizar diz respeito à almejada autonomia que se espera dos estudantes. A esperança é que, para além dos limites do ambiente educativo, eles possuam a capacidade de pensar de forma independente, crítica e criativa ao determinar o seu curso de ação, intervindo e abordando os vários problemas e desafios que surgem no cenário em constante evolução do século XXI.

À medida que se pondera a respeito do atual impacto das inovações nas competências ensinadas nas escolas, suscitando discussões sobre a incorporação da criatividade no ensino básico, questiona-se sobre o que se espera para o século XXI e mesmo em futuro mais próximo, o que é possível esperar daqui a 15 ou 30 anos. A necessidade de modernização escolar torna-se evidente à medida que as exigências mudam continuamente ao longo do fluxo constante de avanços diários. Diante disso, não se pode evitar a conclusão de que a área da Educação Matemática no Brasil e em outros países têm produzido diferentes iniciativas destinadas a melhorar o ensino da Matemática e, conseqüentemente, o conhecimento da Matemática.

Abordagens metodológicas, formas de avaliação e perspectivas sobre as expectativas de conhecimento dos indivíduos nos tempos modernos têm sido sujeitas ao escrutínio, incluindo

o ensino da Matemática por meio de resolução de problemas, modelagem matemática, etnomatemática, história da matemática, entre outros (Fonseca, 2019).

Todavia, o ensino da Matemática suscita frequentemente emoções contraditórias tanto para os educadores como para os estudantes, quais sejam: um reconhecimento da sua importância como campo de conhecimento, juntamente com um sentimento de descontentamento com os frequentes resultados medíocres em termos de aprendizagem.

No que concerne à Matemática, a frase “insucesso escolar” é comumente utilizada nos sistemas educativos para descrever o desempenho dos estudantes e, lamentavelmente, a sua prevalência parece aumentar anualmente, uma vez que apresenta as competências que estes são incapazes de cultivar.

Este é um problema que parece ser comum em todo o mundo, e particularmente no Brasil. Essa constatação vem sendo corroborada por inúmeras pesquisas como a realizada pelo Círculo da Matemática, projeto apoiado pelo Instituto Tim (Saldanã, 2015) demonstrando que 45,5% das pessoas com cerca de 15 anos de idade não dominavam por completo o conceito de fração; 39,7% não se mostravam capazes de realizar operações envolvendo médias simples; e 34,3% demonstraram fragilidades em realizar operações que envolvessem taxas de juros – esse último em especial, conteúdo tão presente no cotidiano do cidadão comum.

Vale ressaltar que parcela significativa dos participantes deste estudo (28%) encontrou dificuldades ao lidar com percentuais e regra de três. Essa constatação corrobora a noção de que mesmo profissionais experientes e bem estabelecidos em suas respectivas áreas podem apresentar vulnerabilidades quando confrontados com discussões que exigem raciocínio lógico-matemático.

A falta de proficiência entre os estudantes brasileiros tem sido evidente em vários casos, apoiando ainda mais a noção de que há uma necessidade urgente de melhorar os métodos de ensino e aprendizagem em Matemática para abordar os desafios enfrentados por esses estudantes. Esta conclusão é retirada de vários estudos que apontam consistentemente nesta direção (Saldanã, 2015; Instituto Paulo Montenegro, 2018; Brasil/INEP, 2018).

Problemas metodológicos inadequados, educadores subqualificados, instalações escolares insuficientes e obstáculos enfrentados pelos alunos devido a experiências negativas podem contribuir para estes desafios. Segundo Brum (2013) às dificuldades no processo de aprendizagem são causadas tanto por fatores externos quanto internos ao processo de ensino, que acabam por dificultar a aquisição de conhecimentos.

A expectativa é que os estudantes que concluírem a educação básica sejam capazes de utilizar a compreensão matemática que adquiriram ao longo da escolaridade, tanto na vida

cotidiana quanto nas atividades acadêmicas, à medida que progredem nos estudos. Contudo, parece que tal expectativa vem sendo frustrada. Conseqüentemente, reconhece-se que recai sobre as instituições de ensino e educadores a responsabilidade de fornecer um currículo de Matemática que se alinhe com os requisitos práticos que os estudantes necessitam para refletir e interagir no mundo.

2.1 O Letramento matemático como objetivo pedagógico.

O conceito de letramento matemático apareceu pela primeira vez no Brasil em 2004, quando Fonseca conduziu suas extensas pesquisas. O trabalho da autora enfatizou o aspecto sociocultural da matemática como uma ponte entre o conhecimento acadêmico e a sua aplicação prática na vida cotidiana. Essa ligação ficou ainda mais evidente com o lançamento de seu livro *Alfabetização no Brasil: habilidades matemáticas*.

Neste livro, Fonseca (2004) identificou vários elementos-chave que são essenciais para o letramento matemático, incluindo uma sólida compreensão de conceitos matemáticos, proficiência na interpretação de códigos e símbolos e a capacidade de ler e escrever linguagem matemática.

Há ainda o termo “numeramento” (Galvão, Nacarato, 1982) que é empregado por alguns escritores para diferenciar as definições de alfabetização matemática e letramento matemático. A primeira refere-se à capacidade de compreender e utilizar códigos, sistemas, raciocínio lógico básico e geometria, por meio de registro matemático formal. O segundo é um conceito mais amplo que envolve a utilização da matemática na vida cotidiana, como a capacidade de ler gráficos, tabelas e outras formas de matemática, necessária para resolver questões práticas do dia a dia.

Semelhante à escrita, o letramento matemático é uma prática sociocultural entrelaçada com dinâmicas de poder. A matemática tem implicações sociais significativas, pois permeia vários aspectos da vida cotidiana. A falta de compreensão de conceitos matemáticos pode resultar na exclusão de atividades baseadas neste tipo de conhecimento e de práticas sociais, tais como a exclusão gerada pela ausência de alfabetização comum.

Estudiosos da área de Educação Matemática, como D'Ambrósio (2001), enfatizam a importância de incorporar cenários da vida real e significativos no ensino da matemática, como forma de preencher a lacuna entre o conhecimento acadêmico e sua relevância social. Ao abraçar esta perspectiva, a experiência que os alunos adquirem no seu ambiente social é

cuidadosamente reconhecida e organizada, resultando na integração de conhecimentos novos que estão enraizados no contexto único de cada disciplina.

Sendo assim, a prática do letramento matemático é moldada por fatores sociais e culturais que vão além dos limites da sala de aula, desempenhando um papel significativo no desenvolvimento do pensamento crítico. Como resultado, é crucial considerar os alunos como indivíduos, reconhecendo e valorizando as suas experiências únicas e a influência do seu entorno social.

Diante disso, a formação matemática desde o início do processo de escolarização deve ser amparada pela perspectiva do letramento matemático, ou como mencionado anteriormente, numeramento. Conforme defende a Organização da Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO, 2016, p.14), por meio do letramento matemático espera-se que os indivíduos “compreendam, analisem e critiquem os múltiplos dados cuja apresentação utiliza sistemas de representação diversos e complexos, numéricos, simbólicos e gráficos, e outras interações”.

A capacidade oriunda deste letramento oferece aos sujeitos subsídios que os auxiliem a realizar “escolhas racionais, fundamentadas na compreensão, na modelagem, na predição e no controle de seus efeitos, diante de situações inéditas e muitas vezes, cheias de incertezas” (UNESCO, 2016, p. 14).

De acordo com o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudos), nos seus relatórios publicados pela OCDE (Organização para a cooperação e Desenvolvimento Econômico), define letramento matemático como:

[...] a capacidade de um indivíduo para identificar e entender o papel que a matemática representa no mundo, fazer julgamentos e empregar a matemática de forma que satisfaçam as necessidades gerais do indivíduo e de sua vida futura como um cidadão construtivo, preocupado e reflexivo (OCDE/PISA, 2002, p. 41).

Com base nesse conceito, considera-se que o domínio do letramento matemático está relacionado com a capacidade do indivíduo em analisar, julgar e comunicar ideias, à medida que propõe, fórmula e resolve problemas matemáticos em diversas situações, pois a apropriação de um nível mínimo de letramento presume possibilidades de refletir acerca dos textos que circundam no cotidiano.

Essas características podem ser potencializadas quando considerado o desenvolvimento do potencial criativo pois o estímulo à criatividade favorece a geração de múltiplas ideias que podem contribuir para a resolução de diferentes problemas. Assim, no ato de exercer a

criatividade em matemática é esperado do sujeito motivação e conhecimento do campo de domínio no qual está inserido, o que no caso em tela refere-se à matemática.

Contudo, para que isso se efetive, as atribuições do professor enquanto articulador do processo de letramento matemático, assumem novas dimensões, [...] como o de organizador, ao planejar e promover situações de aprendizagem, consultor, propicia vários recursos, para que os alunos evoluam em suas investigações, como mediador, promove debates e incentiva a elaboração de sínteses. O controlador determina as normas para a realização das tarefas e por fim, o incentivador da aprendizagem, incentiva a cooperação entre os alunos (BRASIL, 1997, p. 40).

Segundo Tatto e Scapin (2004), o professor é elemento fundamental, responsável por conduzir sua aula de maneira que essa se torne motivadora. Para que isso aconteça, o professor deve estar em constante aperfeiçoamento, gostar do que faz, ter domínio de conteúdo, estar aberto para diálogos, pois, quando os alunos aprendem, devido à curiosidade que neles foi estimulada, eles passam a se interessar mais pela aula e ficam satisfeitos com o processo educacional.

As barreiras no letramento matemático resultam, dentre outros aspectos, de uma limitação às metodologias do ensino tradicional. Epistemologicamente, nesta abordagem:

[...] atribui-se ao sujeito um papel irrelevante na elaboração e aquisição do conhecimento. Ao indivíduo que está 'adquirindo' conhecimento compete memorizar definições, enunciados de leis, sínteses e resumos que lhe são oferecidos no processo de educação formal a partir de um esquema atomístico. (Mizukami, 1986. p.11)

A abordagem epistemológica tradicional, sugere um ensino centrado no professor, com metodologias fechadas, como aulas expositivas, demonstração, preleção e provas objetivas cujas avaliações são por meio de scores e quantificação. Conforme Saviani, este ensino se estrutura a partir de um método pedagógico único, que:

[...] É o método expositivo, que todos conhecem, todos passaram por ele, e muitos estão passando ainda, cuja matriz teórica pode ser identificada nos cinco passos formais de Herbart. Esses passos, que são o passo da preparação, o da apresentação, da comparação e assimilação, da generalização e da aplicação, correspondem ao método científico indutivo, tal como fora formulado por Bacon, método que podemos esquematizar em três momentos fundamentais: a observação, a generalização e a confirmação. Trata-se, portanto, daquele mesmo método formulado no interior do movimento filosófico do empirismo, que foi a base do desenvolvimento da ciência moderna. Saviani (1991. p.55)

A Matemática, mesmo com o intento de reformular o ensino no que ficou conhecido como o Movimento da Matemática Moderna¹, que não é objeto de discussão deste estudo,

¹ O movimento da Matemática Moderna teve seu auge no Brasil entre os anos de 1960 e 1980 e organizou-se em buscar novas referências para o ensino da Matemática no que tange a organização curricular, à formação e atuação

carrega uma herança muito forte do ensino tradicional, interferindo nas aprendizagens de diferentes conteúdos, dentre eles o da geometria analítica, cuja discussão será feita no próximo

2.2 Do processo tradicional de ensino-aprendizagem da geometria analítica às práticas mais contextualizadas.

Segundo Bigge (1977) na época em que a escola foi criada, ensinar deixou de ser uma questão simples, pois as matérias ensinadas na escola eram diferentes dos assuntos aprendidos na sociedade, os estudantes deveriam obter o domínio do conteúdo escolar que era totalmente diferente do contexto real, não tinha valor para a vida prática, e sua utilidade não era óbvia para o dia a dia da vida social, econômica e política.

Hoje, na terceira década do século XXI, o ensino muitas vezes é visto desta maneira, em que o estudante não consegue encontrar significados, ao que lhe é ensinado. Por isso, estudos têm apontado que o papel da educação hoje tem sido de tornar os educandos, cidadãos protagonistas, críticos e reflexivos (Chirelli, Mishima, 2004), onde o professor, em meio a esta sociedade que depende cada vez mais da tecnologia e do crescimento da ciência, deve atuar como um orientador e/ou mediador no processo de ensino e aprendizagem, apresentando aulas contextualizadas e problemas reais aos alunos.

Em relação ao ensino de matemática no Ensino Médio, pesquisadores do ramo educacional buscam sempre os melhores métodos para ensinar seus conteúdos. Todavia, como a disciplina é considerada abstrata e complexa pelos estudantes e comunidade científica, a Educação Matemática encontra constantemente desafios. Por isso, trazer aplicações da Matemática no dia a dia está longe de ser uma tarefa simples.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) – afirma que deve ser feita uma conexão entre as áreas de conhecimento da Matemática além disso ela aponta como objetivo que os estudantes no final do ensino fundamental deduzam algumas propriedades e façam conjecturas a partir de outras e tenham a capacidade de utilizar a matemática para interpretar e resolver problemas.

Para (Cossetin e Battisti, 2023) a Geometria Analítica tem como a ideia principal localização de pontos por meio de coordenadas cartesianas. O Plano Cartesiano, elaborado pelo filósofo e matemático francês René Descartes, tem como sua estrutura principal um sistema de coordenadas com dois eixos perpendiculares, o horizontal denominado abscissa (Eixo X) e o vertical denominado ordenada (Eixo Y).

docente, que denunciava ser tradicional. Porém, a crítica a este movimento, embora reconheça os avanços, o coloca, também, como movimento tradicional.

Para a localizar esses pontos, o conjunto dos números reais por duas retas numéricas, uma horizontal e outra vertical formando os eixos cartesianos, os quais têm como ponto comum o ponto (0,0) denominado origem do sistema.

A orientação para o Ensino Médio é que os estudantes tenham a capacidade de resolver problemas de função de 1º grau e representá-los geometricamente, saber identificar suas interseções e posição de figuras utilizando o plano cartesiano, além de saber resolver os problemas propostos de maneiras diferentes. Segundo a Base Nacional Curricular (BNCC),

desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da Matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações” e que ao final do Ensino Fundamental eles possam “deduzir algumas propriedades Matemáticas e fazer conjecturas a partir de outras (p. 263).

O problema do ensino nas últimas décadas é que a autonomia algébrica é elevada ao extremo, perdendo-se com isso a necessidade da relação com a geometria. Segundo (Giardinetto,2000, p.5) “o ensino da geometria analítica atual limita-se a proceder cálculos algébricos e, com isso, perde-se a possibilidade de entendimento da relação com a geometria, essência do significado do que seja geometria analítica”.

O estudante recebe um conjunto de informações que são assimiladas através da operacionalização de determinadas fórmulas. Não são apresentados procedimentos de ensino que o façam entender o processo de evolução da geometria analítica, a sua lógica de elaboração. Dá-se ênfase no cálculo algébrico, assim entendido enquanto manipulação de fórmulas por memorização, impossibilitando a compreensão da relação ali existente entre conceitos algébricos e geométricos. Ao procederem desta forma, esses procedimentos reduzem todo o processo de unificação entre as curvas e as equações a uma associação meramente mecânica entre um e outro (Giardinetto,2000)

Segundo Borges, “devido à riqueza das suas conexões e à frequente presença no cotidiano, poderíamos supor que o ensino de cônicas ocorreria de modo simples e que resultaria em uma efetiva aprendizagem do estudante” (2023, p.23).

Segundo (Andrade apud Borges, 2023, p.24)

[...] escutamos dos alunos, inclusive daqueles que tinham desempenho satisfatório, o comentário de que esta [geometria analítica] era a parte da matemática mais complicada e difícil, ocasionando, como consequência, baixo rendimento por parte destes, do ponto de vista da avaliação somativa.

Segundo BORGES et al,

Alguns pesquisadores, no âmbito da Educação Matemática, como Siqueira (2016) e Macena (2007) acreditam que este distanciamento de afinidade dos alunos com esta parte de conhecimento da matemática é uma consequência da formação precária dos docentes em geometria, uma vez que a falta de preparo dos professores também se

mostra como ponto determinante para gerar aversão pelo estudo da disciplina. (2024, p.2)

Para amenizar os aspectos negativos supracitados, faz-se necessária a utilização, por parte do professor, de práticas de ensino, que possuam potencial para auxiliar o estudante no seu processo de aprendizagem e ter a clareza de que precisa analisar de forma crítica as organizações matemáticas (OM) e didáticas (OD) (Chevallard, 1999; Delgado, 2006), conforme proposto pela Teoria Antropológica do Didático (TAD), de materiais didáticos que possam auxiliar e assegurar a relação entre prática e teoria, para que ambas as partes resultem em uma boa atuação profissional e um processo de ensino e aprendizagem mais eficiente.

Hoje, quando se fala em matemática, é comum verificar que os jovens não possuem a percepção de que essa ciência alavanca a própria sociedade, visto que é uma área que tem sido frequentemente abordada de forma abstrata no ambiente escolar, dificultando que os estudantes relacionem os conceitos matemáticos com as práticas do cotidiano, o que se reflete no insucesso deles nas avaliações nacionais e internacionais (Domingues; Sturion; Carvalho, 2019).

Faz-se, portanto, necessário que os responsáveis pelos processos de ensino e de aprendizagem, planejem estratégias com a finalidade de favorecer a aprendizagem dos conceitos matemáticos, corroborando o proposto pelas Diretrizes Curriculares da Educação Básica em Matemática.

Segundo com Heck (2019, p. 59), a Matemática é importante em diversos contextos e o conhecimento matemático inclui as pessoas na sociedade, por isso se faz necessário conectar a vivência dos estudantes com o conteúdo visto na escola.

Nesse sentido, [...] é possível destacar que contextualização como movimento desencadeado em uma proposta de ensino tem por objetivo fundamentar o processo de aprendizagem, pois possibilita estabelecer sentidos do aluno para os significados dos conceitos matemáticos (Reis e Nehring, 2017, p. 341).

Tomaz e David (2008), afirmam que a contextualização no ensino de Matemática é um processo considerado sociocultural, que consiste em compreender esse conhecimento conectado ao cotidiano, por isso existe a importância desse ensino muito além de simples aplicações dos conteúdos

Segundo (Luccas e Batista) é possível afirmar que a contextualização do ensino de matemática e exemplos próximos da realidade dos estudantes podem intervir de maneira positiva no processo de ensino e aprendizagem uma vez que a conexão entre o conteúdo visto

em sala de aula e o cotidiano podem estimular os estudantes a aprenderem, principalmente quando envolve um contexto diferente da matemática pura.

Segundo a BNCC,

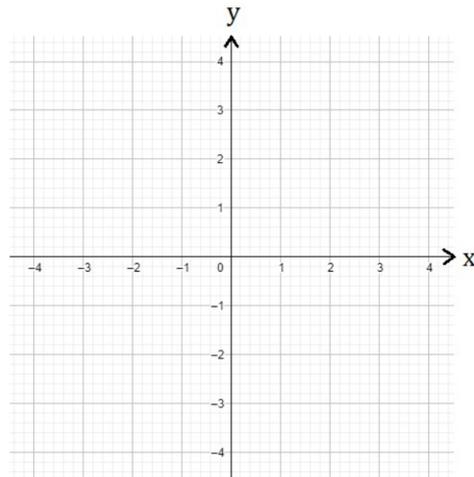
[...] Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do estudante, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (Brasil, 2002, p. 111)

Para que haja compreensão e interpretação de situações cotidianas é fundamental que o estudante aprenda matemática de maneira contextualizada e relacionada com outros tipos de conhecimento, esse método de ensino traz desenvolvimento de competências e habilidades formando e estruturando a maneira de pensar, além de capacitar para compreensão tendo como possíveis resultados argumentação, avaliação, tomada de decisões e generalização, ações necessárias para formação.

3 SOBRE OS TÓPICOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA ABORDADOS

a) Plano Cartesiano: o plano cartesiano consiste em dois eixos perpendiculares, sendo o horizontal chamado de eixo das abscissas (x) e o vertical de eixo das ordenadas (y) e foi desenvolvido no intuito de localizar pontos num determinado espaço. Os eixos são numerados compreendendo o conjunto dos números reais.

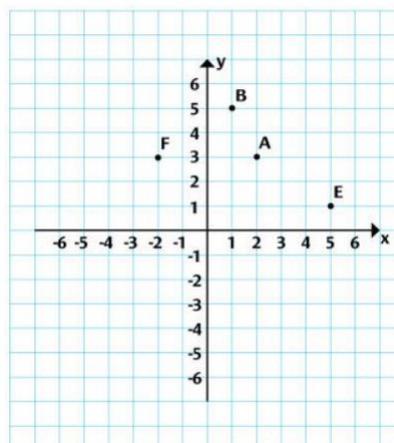
Imagem 01- Plano Cartesiano



Fonte: https://www.infoescola.com/matematica/plano-cartesiano/#google_vignette

b) Pontos: Um ponto na matemática é um elemento do espaço que define uma posição, sem dimensão, forma ou definição. É a base da Geometria, pois é a partir de conjuntos de pontos que se formam as figuras geométricas.

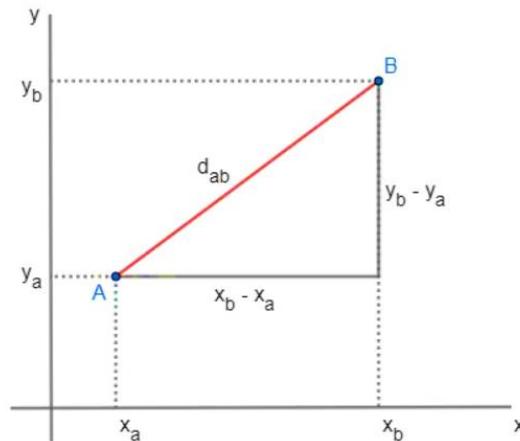
Imagem 02- Pontos no plano cartesiano



Fonte: <https://novaescola.org.br/conteudo/2201/plano-cartesiano-muito-alem-da-batalha-naval>

c) Distância entre dois pontos: diz respeito ao segmento de reta que liga dois pontos em um plano cartesiano.

Imagem 03: Distância entre dois pontos no plano cartesiano



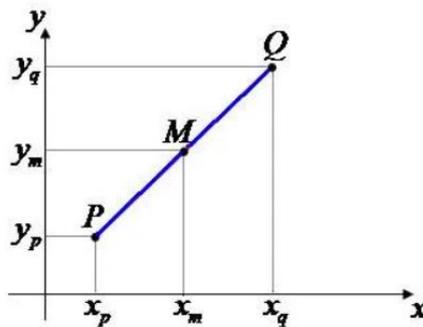
Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/distancia-entre-dois-pontos.htm>

A fórmula matemática que define a distância entre dois pontos é dada por:

$$d_{a,b} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

d) Ponto médio: O ponto médio entre dois pontos A e B é aquele que se localiza no meio do segmento de reta, com extremidades em tais pontos.

Imagem 04: Ponto médio entre os dois pontos no plano cartesiano



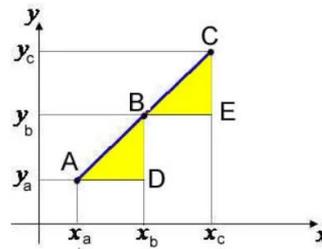
Fonte: <https://www.preparaenem.com/matematica/ponto-medio-um-segmento-no-plano.htm>

As coordenadas do ponto médio da figura acima são dadas por:

$$x_m = \frac{x_p + x_q}{2} ; \quad y_m = \frac{y_p + y_q}{2}$$

e) Alinhamento de 3 pontos: O alinhamento de três pontos é uma condição que verifica se os pontos são colineares, ou seja, se pertencem à mesma reta.

Imagem 05: Pontos colineares no plano cartesiano



Fonte: <https://www.preparaenem.com/matematica/condicao-de-alinhamento-de-tres-pontos.htm>

Considerando três pontos distintos do plano cartesiano A (x_a, y_a) , B (x_b, y_b) e C (x_c, y_c) . Esses pontos estão alinhados se o determinante de suas coordenadas for igual a zero. Ou seja:

$$\begin{vmatrix} x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \\ x_c & y_c & 1 \end{vmatrix} = 0$$

f) Equação da reta: A equação da reta é uma lei matemática que determina um conjunto de pontos que formam uma reta, representada em um plano cartesiano (x, y) .

Conhecendo as coordenadas de dois pontos distintos que pertençam à reta, podemos determinar sua equação podemos encontrar a equação geral da reta fazendo o alinhamento de dois pontos com um ponto (x, y) genérico da reta.

Sejam os pontos A (x_a, y_a) e B (x_b, y_b) , não coincidentes e pertencentes ao plano cartesiano, três pontos estão alinhados quando o determinante da matriz associada a esses pontos é igual a zero.

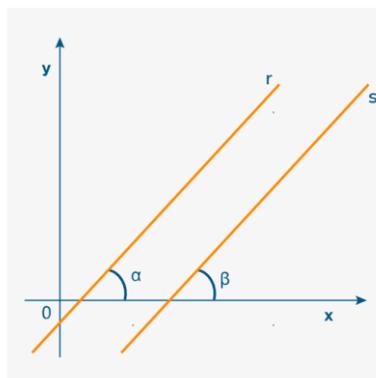
Assim devemos calcular o determinante da seguinte matriz:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_b & y_b & 1 \\ x_c & y_c & 1 \end{vmatrix} = 0$$

g) Posição relativa entre duas retas: As posições relativas entre duas retas são as formas como elas interagem no plano, podendo ser paralelas, concorrentes ou coincidentes:

- Retas paralelas: Não possuem pontos em comum e pertencem ao mesmo plano.

Imagem 06: Retas Paralelas no plano cartesiano



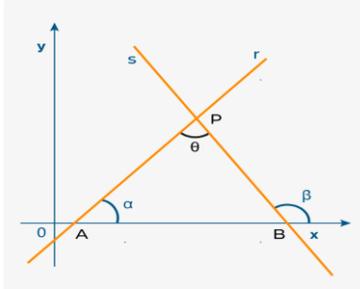
Fonte: <https://livrodematematica.mat.br/posicoes-relativas-de-duas-retas-no-plano-cartesiano/>

Dados duas retas $s: y = m_s + n_1$ e $t: y = m_t + n_2$ as retas r e s são paralelas se $m_s = m_t$

- Retas concorrentes: Possuem um ponto em comum, que é o ponto de intersecção.

Dados duas retas $s: y = m_s + n_1$ e $t: y = m_t + n_2$ as retas r e s são concorrentes se $m_s \neq m_t$

Imagem 07: Retas concorrentes no plano cartesiano



Fonte: <https://livrodematematica.mat.br/posicoes-relativas-de-duas-retas-no-plano-cartesiano/>

- Retas coincidentes: Pertencem ao mesmo plano e possuem todos os pontos em comum.

Dados duas retas $s: y = m_s + n_1$ e $t: y = m_t + n_2$ as retas r e s são paralelas se $-\frac{n_1}{m_s} = -\frac{n_2}{m_t}$

4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O USO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O trabalho com Sequência Didática (SD) tem sido recomendado no campo da educação básica desde a década de 1980 como uma alternativa ao ensino por meio de plano de aula ou projetos de ensino, mas não os exclui. Como uma “nova” abordagem metodológica tem sido defendida como mais completa e promissora que as anteriores. No entanto, para este estudo, interessam mais as etapas de organização do que a episteme. Interessa mais uma aproximação do que seguir “à risca” qualquer orientação metodológico-conceitual.

Isto porque, o uso da SD se coloca como apenas uma alternativa, dentre tantas e não pretende resolver todos os problemas de aprendizagem que envolvem desde a formação docente, as condições de trabalho e o contexto social da criança pública da educação escolar.

Desde os anos de 1990 a SD tem sido intensificada a sua utilização por diferentes pesquisadores, principalmente os relacionados à “Didática de origem francesa” sendo conexas à experimentação em sequência no que é conhecido como “Engenharia Didática”. (Machado, 2008).

Independentemente de quem defenda o seu uso, o trabalho com a SD pressupõe que a transposição didática, o grau de complexidade mental no aprendizado e a mudança do foco do professor para o estudante. No entanto, não deixa de ser um conjunto de atividades ordenadas com intento de promover a crescente aquisição de conhecimento, sendo, por si, uma ação de planejamento didático (Zabala, 2015).

Configuram-se, portanto, etapas, passo-a-passo, com graus cada vez mais complexos e interligados de exigência do trabalho mental para a aprendizagem. Todas as etapas devem ocorrer com o controle e acompanhamento docente.

Dolz; Noverraz e Schneuwly (2004, p.98) sugerem que a experiência de aprendizagem na SD seja vivenciada em quatro fases que, entende-se, não precisam ser separadas, ao contrário, devem ser interligadas. São elas: apresentação da situação de ensino, a produção inicial, os módulos e a produção final.

Cabral (2017, p. 33/34) referindo-se a estas etapas, destaca que:

Na primeira fase, os alunos recebem do professor uma descrição minuciosa da relevância do projeto de ensino em questão bem como dos objetivos, estrutura e condições coletivas de produção dos saberes envolvidos. Já a segunda fase, qual seja, a produção inicial, guarda as intervenções que visam diagnosticar as capacidades já adquiridas pelos alunos em relação ao gênero objeto de ensino e, além disso, procura adequar às ações de ensino posteriores a partir das quais se pretende atingir os

objetivos de aprendizagem. Após essa fase diagnóstica dos sujeitos, vem a terceira fase – desenvolvimento dos módulos – na qual serão ministradas as oficinas que se constituem em diversas atividades, relativas ao desenvolvimento das capacidades de linguagem, envolvendo as três práticas linguísticas: leitura, produção e análise da língua. O número de módulos/oficinas é flutuante e deve se adequar ao suprimento das dificuldades encontradas pelos alunos na escrita inicial do gênero objeto de estudo. Nessa etapa o professor deve variar as abordagens avaliativas explorando questões abertas, fechadas, lacunadas etc. Após os módulos, segue-se a quarta fase - a produção final, na qual o aluno coloca em prática os conhecimentos adquiridos e, juntamente com o professor, avaliam os progressos alcançados.

Com base nas orientações dos autores, foram elaboradas de modo simplificado, etapas em que o professor pode orientar o trânsito do estudante, progressivamente, na condução da aprendizagem. Estas etapas incluem: escolha do tema; elaboração dos objetivos de aprendizagem; descrição do conteúdo; adequação da metodologia, cronograma, descrição das ferramentas e avaliação.

5 O USO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA: ETAPAS METODOLÓGICAS E APLICAÇÃO

Como já foi adiantado, o trabalho incluiu dois momentos: o levantamento de informações e a intervenção pedagógica ocorrida em uma escola estadual de ensino médio do município de Acará/PA. O levantamento inicial de informações ocorreu por meio de roda de conversa com estudantes e professores com o objetivo de saber quais as metodologias usadas nas aulas de Matemática e a opinião dos estudantes em relação às aulas.

Como o levantamento não foi condição para a proposta de intervenção, apenas uma sondagem para melhor adaptação do material e abordagem, ele não é descrito aqui. A intervenção pedagógica ocorreu por meio da aplicação de sequências didáticas a partir da temática proposta.

5.1 A escola e o ambiente de aprendizagem loco do estudo e aplicação

A aplicação foi realizada na Escola Estadual Rural de Acará, Anexo da Escola Geraldo José de Lima, localização (1°36'29"S 48°20'17"W) fundada no ano de 2024, essa escola por muitos anos funcionou como anexo da Escola Estadual Felipe Patroni localizada no centro do município do Acará. Após muitas reivindicações e muitos problemas a Secretária de Educação do Estado do Pará decidiu pela sua criação, hoje ela conta com cinco salas de aula, um refeitório, uma cozinha, dois banheiros e uma sala onde funciona a parte administrativa.

Essa escola funciona em três turnos, tem 150 estudantes e sua modalidade de ensino é o modular, uma modalidade de ensino que a cada 50 dias letivos um bloco de disciplinas com três à cinco professores é enviado para atender o público citado, fica localizada no km 32 da Alça viária atende alunos das localidades mais próximas já que estas só contam com o ensino fundamental, obrigando os estudantes a irem até a cidade estudar por conta própria ou se locomoverem por transporte escolar até a comunidade Nínive.

A turma contava com 20 estudantes, sendo 10 meninos e 10 meninas com idade entre 16 e 20 anos. E não tem jovem diagnosticado com deficiência.

Importante destacar em relação a essa turma que apesar da lei nº 9394/96 prever o direito dos estudantes no uso de transporte escolar mediante a obrigação de estado e município e a lei 11.947/09 que prevê a merenda escolar pelo Programa Nacional de Alimentação Escolar, esses serviços muitas vezes não são ofertados acarretando a ausência dos estudantes em sala de aula, pois muitos dependem desse tipo de transporte e liberação dos estudantes em sala de aula, pois muitos dependem desse tipo de transporte e liberação dos estudantes antes do horário normal.

Outro destaque importante em relação a essa turma foi que esses estudantes não estudaram na modalidade presencial nos anos de 2020 e 2021, pois nesse período a Secretaria de Educação do Estado do Pará (SEDUC) suspendeu as aulas presenciais com o objetivo de ajudar a diminuir a transmissão do vírus que assolava o mundo, vitimando no final da pandemia milhões de pessoas.

5.2 Sequência Didática: proposta metodológica

O trabalho desenvolvido foi do tipo descritivo, com levantamento de análise da literatura, apresentação de proposta metodológica e aplicação. Participaram do processo estudantes de uma turma do ensino médio da Escola Estadual Rural de Acará/PA.

Para a construção da proposta metodológica foi usado um mapa da cidade de Belém, cujas etapas serão vistas a seguir.

5.2.1 Construção do mapa de Belém com a sobreposição de um Plano Cartesiano.

Imagem 08 – Local da Aplicação



Fonte: Própria

A ideia da utilização do mapa originou-se das dificuldades que o público da escola tem em utilizar as novas tecnologias informacionais e computacionais, por diferentes motivos, como: falta de conexão de rede no local, carência socioeconômica dos estudantes que não possuem smartphones, ausência de laboratório de informática na escola.

O mapa apresentado em formato de cartaz ou banner permite o acesso dos estudantes em status de igualdade e a visualização de perto das informações nele contidas. Resumidamente, o seu processo de construção foi:

Passo 1: O mapa foi encontrado no site da Prefeitura Municipal de Belém no endereço [Prefeitura de Belém – Todos os serviços em um só lugar \(belem.pa.gov.br\)](http://belem.pa.gov.br). Após essa busca o mapa foi salvo no computador.

Passo 2: Com o auxílio do programa *Geogebra* (software de matemática de dinâmica livre que permite a construção de diversos objetos matemáticos como pontos, vetores, segmentos, planos, retas e etc..) um Plano Cartesiano foi construído, após esse procedimento diversos pontos foram inseridos no plano e em seguida um print da tela foi feito com o objetivo de sobrepor o mesmo sobre o mapa da cidade de Belém.

Passo 3: Nessa etapa o programa *Photoshop* (software de edição de imagens digitais usado por profissionais como fotógrafos e tem como principal ferramenta editar imagens, ajuste de cores, melhorar a aparência geral, criar arte digital, fazer designer gráfico, animações, ilustrações e projeções de imagem). Após aberto o programa, a imagem do mapa foi arrastada até a Zona de trabalho (outra solução seria o uso da ferramenta copiar e colar). Com o objetivo de manter as configurações da imagem preservadas, a mesma foi bloqueada na zona denominada Camadas.

Passo 4: Nesse momento o Plano Cartesiano construído no programa *Geogebra* foi arrastado até a Zona de trabalho do programa *Photoshop* e colocado sobre o mapa de Belém-PA, como o plano tinha um fundo branco foi necessário usar uma opacidade de 100%, com essa estratégia o fundo branco desaparece, outra solução para retirar o fundo branco seria usar a borracha encontrada na primeira coluna de ferramentas do programa usado.

Passo 5: Após acessar o botão JANELAS e em seguida a ferramenta FORMAS as figuras escunas, iate, veleiro, árvore e animal silvestre foram escolhidas e adaptadas com os ajustes necessários nos cantos delas, após isso foram arrastadas até o plano cartesiano, para manter a posição de cada figura no ponto escolhido foram bloqueadas na ferramenta Camadas.

Passo 6: As figuras ciclista, nadador e trem foram obtidas no site de busca GOOGLE, após serem encontradas um print da tela foi feito usando os botões CTRL +SHIFT +S em seguida foram ajustadas e arrastadas até o programa *Photoshop*, depois disso como se tornaram camadas foram bloqueadas na ferramenta camadas.

Passo 7: Nessa última etapa foi feita uma mesclagem de todas as camadas com o objetivo de obter uma única figura evitando assim possíveis surpresas na hora da impressão. A imagem 01 demonstra como o mapa com o plano cartesiano sobreposto sobre ele ficou:

Imagem 09 –Plano Cartesiano sobreposto sobre o Mapa de Belém.



Fonte: Prefeitura Municipal de Belém com alterações do autor.

O mapa construído seria, então, disponibilizado em PDF e online, bem como impresso em cartaz.

5.3 Plano da atividade proposta

Tema: Geometria analítica

Objetivo da Aprendizagem

- Os objetivos dessa atividade incluem aprofundar a compreensão dos estudantes sobre conceitos fundamentais da geometria analítica como construção do plano cartesiano, identificar as coordenadas de um ponto, encontrar o mesmo no plano, calcular a distância entre dois pontos, encontrar o ponto médio entre dois pontos, verificar se 3 pontos estão alinhados, encontrar a equação da reta, verificar se um ponto pertence a reta dada e verificar a posição relativa entre duas retas. Espera-se, que no final das atividades os estudantes estejam aptos para interpretar e aplicar os princípios matemáticos, identificando a Matemática como uma ferramenta útil e que pode ser aplicada em muitos momentos. Durante a atividade, os estudantes do 3º ano do Ensino Médio terão a oportunidade de alcançar o objetivo da aprendizagem. Ao receberem mapas detalhados de Belém contendo vários pontos eles serão desafiados a utilizar os conceitos fundamentais da Geometria Analítica.
- Por exemplo, ao identificar embarcações, animais nas matas de preservação, portos, estações hipotéticas de trem, rios e estradas os estudantes poderão determinar coordenadas de um ponto, distância entre dois pontos, ponto médio, calcular alinhamento de 3 pontos, calcular equações da reta, formalizar se um ponto pertence ou não aquela reta e identificar as posições relativas entre duas retas utilizando

conceitos de geometria analítica. Dessa forma, serão aplicados os conceitos matemáticos na prática, desenvolvendo a capacidade de criar, interpretar e resolver problemas baseados em situações que podem ser encontradas no dia a dia, compreendendo a importância e a aplicabilidade da Matemática em situações cotidianas. Essa etapa propicia, portanto:

- Estimular o pensamento crítico
 - Proporcionar uma compreensão aplicada da Geometria Analítica em situações reais.
- O Ensino de Geometria Analítica é o objetivo principal desta atividade, por isso as atividades que serão aplicadas nesse trabalho estão sempre relacionadas a ponto e reta. As atividades em sala de aula contarão com apresentações individuais das soluções encontradas, provas com cinco questões subjetivas e debate final, essas atividades serão essenciais para o desenvolvimento da aprendizagem em Matemática e outras disciplinas. O conteúdo inclui:
 - Conceitos básicos do plano cartesiano.
 - Pontos.
 - Cálculo entre as distâncias entre dois pontos.
 - Pontos médio
 - Alinhamento de três pontos.
 - Equação da reta
 - Posição relativa entre duas retas.

Metodologia

Esta atividade será desenvolvida após a apresentação de um cartaz em formato de banner. Inicialmente cada aluno receberá o mapa impresso em uma folha de papel A4, onde terão a tarefa de localizar as coordenadas dos pontos solicitados, calcular a distância entre dois pontos, calcular ponto médio, verificar se 3 pontos estão alinhados e calcular equação das retas pedidas, aplicando os conceitos estudados em geometria analítica. Ao final, os alunos farão uma avaliação com 5 questões subjetivas e preencherão um questionário.

Cronograma

A atividade será desenvolvida ao longo de 24 horas-aula divididas em 24 aulas de 50 minutos. Este tempo incluirá sessões teóricas para introdução dos conceitos juntamente com a aplicação do produto educacional no final da avaliação, debate e preenchimento de questionário.

ATIVIDADES	QUANTIDADE DE AULAS
Introdução aos conceitos de Geometria Analítica e apresentação dos mapas	8 aulas
Atividades relacionadas ao Plano Cartesiano, Ponto, distância entre dois pontos, Ponto médio.	5 aulas
Atividades Relacionadas a alinhamento de 3 pontos, Equação da Reta	3 aulas
Resoluções de problemas envolvendo o mapa	2 aulas
Avaliação	2 aulas
Debates e Preenchimentos de Questionário	1 aula

Avaliação

Na avaliação geral da aprendizagem será levada em conta a aplicação correta dos conceitos matemáticos, interpretações corretas e aplicação prática dos conceitos estudados. A avaliação será dividida em duas partes: aplicação de avaliação com cinco questões subjetivas e a participação em um debate, em que serão discutidas formas.

Materiais necessários para a aplicação

Para a realização desta atividade serão necessários mapas detalhados de Belém com um plano cartesiano sobreposto sobre ele. Estes recursos permitirão a exploração e aplicação dos conceitos matemáticos de maneira prática. São eles:

- Mapas de Belém em duas versões
- Cartaz em formato acadêmico
- Folha de papel A4

5.4 Proposta geral da Sequência Didática e o trabalho em sala de aula

Antes da aplicação em sala de aula foi elaborada uma proposta geral de Sequência Didática:

Nesta atividade os estudantes de uma turma do 3º ano do Ensino Médio receberam o mapa impresso em uma folha de papel A4 plastificada, em seguida após a exposição de cada tópico de Geometria Analítica com o apoio do cartaz em formato de banner acadêmico foram desafiados a aplicar conceitos práticos de geometria analítica em um contexto real: a cidade de Belém.

Utilizando os fundamentos do plano cartesiano, os estudantes precisaram escolher pontos, encontrar suas coordenadas, calcular distâncias entre eles, determinar pontos médios, verificar o alinhamento deles, verificar se pertencem a retas dadas, encontrar equações das retas e analisar a posição relativa entre duas retas.

Essa atividade tinha como objetivo a imersão nos estudos de Geometria Analítica e suas aplicabilidades, desafiando os participantes a verem a Matemática por um sentido prático e integrado ao cotidiano.

O resultado de cada estudante foi conhecido depois de uma atividade desenvolvida durante as aulas onde os mesmos mostraram as soluções encontradas para os problemas propostos e uma avaliação com cinco questões subjetivas, permitindo a comparação de estratégias e soluções encontradas, estimulando assim o aprendizado colaborativo e o pensamento crítico.

5.4.1 Prática da Sequência Didática: proposta aplicada

Para dar início ao estudo de elementos da Geometria Analítica, trabalhou-se em forma de textos e mapas, com coordenadas cartográficas/geográficas a partir de contextos relacionados à localização, com o objetivo de ampliar o nível dos estudantes acerca da compreensão dos conceitos de ponto, reta e plano, entes primitivos da geometria.

Como trata-se de estudantes do Ensino Médio e considerando a organização curricular, já haviam abordado aspectos da Geometria Analítica na etapa do Ensino Fundamental. Além disso, nas aulas eles deveriam indicar, mesmo que de forma intuitiva, situações as quais os conceitos da Geometria Analítica poderiam ser aplicados, considerando diferentes espaços geográficos, com o objetivo de fazer com que construíssem ideias relacionadas a tais conceitos.

5.4.2 Aplicação e seus desdobramentos

A Sequência Didática foi desenvolvida baseada em situações envolvendo o mapa da cidade de Belém, no início das atividades o mapa contendo a cidade de Belém foi fixado em um quadro branco, o mesmo mapa impresso em uma folha de papel A4 foi entregue para cada estudante.

As atividades da SD foram construídas em 7 momentos:

- 1) Plano cartesiano.
- 2) Pontos
- 3) Distância entre dois pontos
- 4) Ponto médio
- 5) Alinhamento de 3 pontos
- 6) Equação da reta
- 7) Posição relativa entre duas retas.

Em todas as atividades os estudantes tiveram a liberdade de escolher suas estratégias e desenvolver suas soluções para o problema proposto. Ao fim de cada momento a solução era apresentada no quadro branco com o apoio dos estudantes e possíveis dúvidas eram tiradas.

A SD foi desenvolvida em uma turma de 3º ano do Ensino Médio em um Anexo rural de uma escola estadual, com 20 participantes. Importante destacar que eles eram estudantes do próprio pesquisador. Uma semana antes do trabalho inicial foi feita uma diagnose para saber se os estudantes nos anos anteriores já haviam entrado em contato de alguma forma com o conteúdo geometria analítica. Assim o trabalho foi estruturado em alguns momentos com atividades:

1º momento

Esse primeiro momento contou com 3 atividades e teve como objetivo habituar o estudante a construir plano cartesiano e encontrar coordenadas de pontos.

Atividade A:

- 1) Construa um plano cartesiano
- 2) Em cada quadrante escolha dois pontos e mostre suas coordenadas
- 3) Sabendo que o Eixo X e o Eixo são divididos em duas partes, escolha 2 pontos em cada parte e mostre suas coordenadas.
- 4) Com o mapa em mãos escolha 3 pontos

Espera-se que nesse momento o estudante tenha a habilidade de construir o Plano cartesiano, consiga identificar as coordenadas de pontos e saber inserir qualquer ponto dado no plano.

Espera-se nessa atividade que o estudante tenha a habilidade de construir

Atividade B

O objetivo dessa atividade é mostrar como é feito o cálculo da distância entre dois pontos

- 1) Escolha 3 pontos no mapa e mostre suas coordenadas
- 2) Calcule a distância entre os três pontos escolhidos
- 3) Calcule o perímetro do triângulo formado pela distância entre os três pontos
- 4) Construa um plano cartesiano e escolha 4 pontos
- 5) Forme uma figura com os quatro pontos e calcule o seu perímetro.
- 6) Repita o mesmo processo dos itens 4 e 5 no mapa

Nessa etapa é esperado que o estudante tenha a habilidade de identificar as coordenadas de dois pontos, calcular a distância entre eles e de identificar figuras formadas pelos segmentos que unem três ou mais pontos.

Atividade C

Como os estudantes já tinham familiaridade com as coordenadas dos pontos e com a distância entre eles, que é um segmento de reta, nessa atividade o tópico Ponto médio foi trabalhado.

- 1) Escolha dois pontos no mapa.
- 2) Encontre as coordenadas do ponto médio entre eles.
- 3) Encontre as coordenadas do ponto médio entre o nadador e a embarcação mais próxima
- 4) Encontre as coordenadas do Ponto médio entre as embarcações localizadas no Segundo quadrante do plano
- 5) Escolha duas Estações de trem e encontre o ponto médio entre elas.

Nessa atividade o estudante terá novamente a liberdade de escolher pontos no mapa, em seguida fará atividades propostas. Nessa etapa espera-se que ele tenha habilidade de encontrar coordenadas de dois pontos e calcular o ponto médio entre eles.

Atividade D

Neste tópico trabalhou-se com o Alinhamento de 3 pontos, avançando, pois até o item anterior apenas havia sido mostrada a manipulação de um par de pontos, outro aspecto

importante nessa atividade é fazer o estudante notar que não se pode verificar se três pontos estão alinhados apenas visualmente, sempre é necessário usar o algoritmo que permite verificar o possível alinhamento.

- 1) Escolha 3 pontos no mapa e mostre suas coordenadas.
- 2) Verifique através de cálculo se esses três pontos estão alinhados
- 3) Escolha três pontos no mapa que você acha que estão alinhados e verifique se há alinhamento entre eles.
- 4) Escolha três pontos no mapa que você acha que não estão alinhados e calcule se há um alinhamento entre eles.
- 5) Verifique se os pontos A (-2,-3), B (1,3) e C (3,7) estão alinhados.

Nessa etapa espera-se que o estudante consiga identificar as coordenadas dos pontos e também use corretamente o algoritmo em seguida conseguir responder se existe alinhamento entre os pontos em questão.

Atividade E

Como um dos métodos para calcular a equação da reta é semelhante ao método para saber se três pontos estão alinhados ou não, essa atividade foi desenvolvida nesse momento.

- 1) Escolha dois pontos do mapa.
- 2) Encontre a equação da reta que passa pelos pontos escolhidos.
- 3) Escolha 3 pontos no mapa e encontre a equação da reta que passa entre eles dois a dois.
- 4) Verifique se o ponto A (1,1) pertence a alguma reta encontrada.
- 5) Encontre a equação das retas que unem as três estações de trem
- 6) Encontre a equação da reta que passa pelos pontos em que os dois ciclistas estão e responda se é possível fazer esse caminho de bicicleta em seguida justifique.

Na quinta atividade os resultados esperados são a habilidade do estudante de interpretar a proposta, em seguida encontrar as equações das retas e verificar se os pontos dados pertencem a elas.

Atividade F

Nessa etapa serão propostas questões envolvendo todos os tópicos anteriores.

- 1) Encontre as coordenadas dos pontos onde estão localizadas as embarcações
- 2) Calcule a distância entre as embarcações e o Ponto J em seguida responda qual está mais próxima.

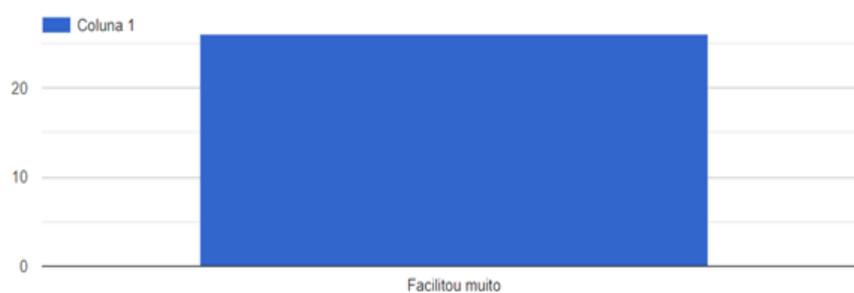
- 3) Calcule o ponto médio entre todas as estações de trem.
- 4) Encontre a equação da reta que passa pela estação que está no Bairro Castanheira e a estação que está no Bairro Águas Brancas.
- 5) Verifique se a reta no item anterior passa pelos pontos A (4,6) e B (3,6).
- 6) Encontre 5 pontos que pertençam à reta $y=2x+1$

Após a aplicação das atividades percebeu-se que o interesse, participação, questionamentos, comunicação, interação e produção com essa metodologia e sequência aplicadas foram bem melhores tomamos para efeito de comparação aulas dadas em anos anteriores, além disso além da resolução das questões propostas os estudantes faziam proposições e questionamentos sobre outros pontos no mapa, figuras e retas do ponto cartesiano ,sugeriram também a produção de um mapa da comunidade e do município em que vivem, pois isso aproxima mais da realidade vivida por eles .

Por fim, foi passado aos discentes um questionário (Anexo A) para saber a opinião deles com relação à atividade.

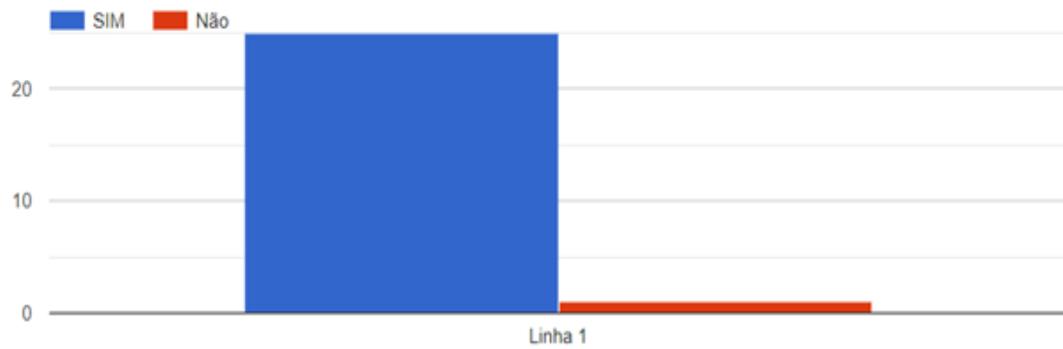
E, para análise, suas respostas foram registradas em gráficos (imagens de 2 a 6) cujas imagens serão descritas a seguir.

Imagem 10 – O mapa como facilitador de aprendizagem



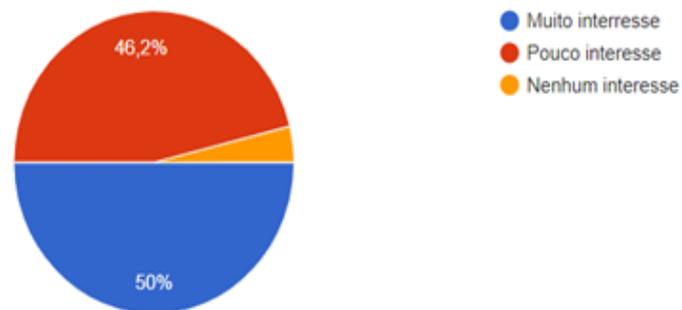
Fonte: Autoria própria com uso do Formulário Google

Imagem 11- O uso de questões contextualizadas e a aprendizagem



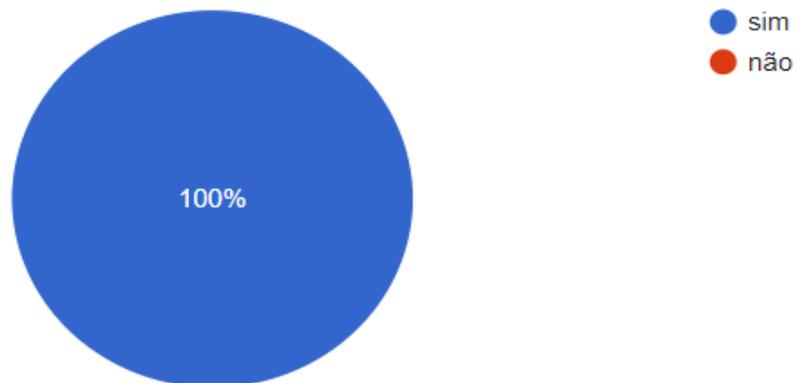
Fonte: Autoria própria com uso do Formulário Google

Imagem 12- Nível de interesse pela disciplina quando o assunto é abordado de maneira abstrata, sem conexão com a realidade



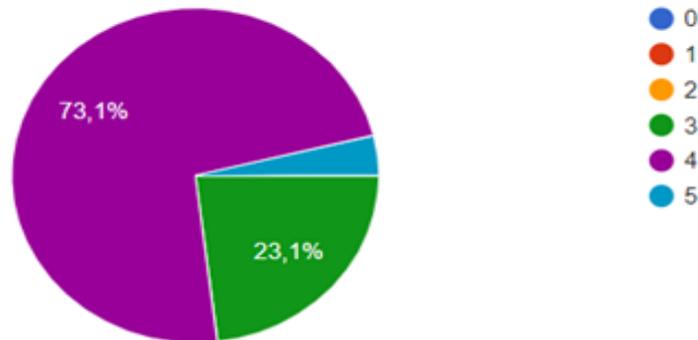
Fonte: Autoria própria com uso do Formulário Google

Imagem 13- Quanto a possibilidade de uso dos materiais em outras turmas



Fonte: Autoria própria com uso do Formulário Google

Imagem 14-Escala de 0 a 5, qual seu nível de compreensão do assunto



Fonte: Autoria própria com uso do Formulário Google

Como é possível constatar, os gráficos demonstram maior integração dos estudantes na aula a partir do uso do material concreto, confirmando o entendimento sobre a temática mediado por situações de aprendizagem que envolvam maior representação mental e contextualização.

No entanto, é importante afirmar que, a sequência didática por si só com uso de materiais concretos, demonstrativos ou manipuláveis não teria eficiência se não fosse planejada para promover as trocas de informações entre pares e com o professor, a assimilação mental e a provocação para a resolução dos problemas apresentados.

Por si só, nenhuma metodologia é capaz de promover a aprendizagem, conforme destacam Fiorentini e Miorim (1990, p.09):

O professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem estar em segundo plano. A simples introdução de jogos ou atividades no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem desta disciplina.

É possível a constatação, portanto, quando verificado que a maioria dos estudantes afirmam que os mapas usados em sala de aula facilitam seu entendimento sobre o assunto abordado, que o uso da sequência com este tipo de material pode facilitar a aprendizagem.

O mesmo pode-se afirmar quanto ao trabalho com questões contextualizadas. Ou seja, contextualizar não é apenas apresentar elementos do cotidiano do estudante, mas ensiná-lo a fazer relação do conteúdo com questões que o aproximem da compreensão do conhecimento. Mapas e cartografia podem não fazer parte do cotidiano do estudante diretamente com esta nomenclatura, mas com a correlação correta, podem desafiá-lo a buscar pela compreensão das

informações mais complexas. A distorção da compreensão do que é contexto torna-se um obstáculo quando se pretende trabalhar com questões contextualizadas:

Outra distorção perceptível refere-se a uma interpretação equivocada da ideia de contexto, ao se trabalhar apenas com o que se supõe fazer parte do dia-a-dia do aluno. Embora as situações do cotidiano sejam fundamentais para conferir significados a muitos conteúdos a serem estudados, é importante considerar que esses significados podem ser explorados em outros contextos como as questões internas da própria Matemática e dos problemas históricos. Caso contrário, muitos conteúdos importantes serão descartados por serem julgados, sem uma análise adequada, que não são de interesse para os alunos porque não fazem parte de sua realidade ou não têm uma aplicação prática imediata (BRASIL, 1998, p.23)

O resultado do gráfico gerado a partir da questão 4 mostra uma certa divisão entre os que têm muito e pouco interesse pela matemática, é possível constatar que com estes resultados possa ter havido um equívoco quanto ao significado do termo “abstrata” por parte dos estudantes, já que a maioria deles considerou “muito interessante” o ensino da Matemática através da forma desconexa com a realidade.

Questionados sobre o posicionamento quanto ao uso do mapa em outras turmas, os estudantes responderam de maneira unânime que o material poderia ser usado em outras turmas, entende-se com esse resultado que mais uma vez houve boa aceitação dos estudantes em relação ao material e a sequência didática aplicada.

Questionados sobre o nível de compreensão de Geometria Analítica em uma escala de 0 a 5 após o ensino com a sequência didática 73,1% responderam nível 5, 23,1% nível 4 enquanto 3,8 % nível 0, demonstrando que além de boa aceitação houve também boa compreensão do conteúdo .

6 CONCLUSÃO

Durante a realização das aulas houve muitas dificuldades dentre as quais estão a falta de confiança dos estudantes diante a manipulação do material concreto, a desconfiança quanto ao produto, pois foi notado que eles apesar de ter um contato no primeiro ano com o plano cartesiano o tópico foi mostrado apenas no quadro branco e segundo relatos deles sem contextualização alguma ,além disso o assunto em questão foi apresentado há dois anos ,outro ponto que precisa ser destacado em relação a aplicação está na dificuldade dos estudantes com propriedades básicas de matemática vista no Ensino Fundamental , e com intuito de sanar tais dificuldades, era feita uma pequena revisão antes da aplicação das atividades propostas . Outro problema enfrentado no início da aplicação estava relacionado ao interesse dos estudantes em relação ao tema, como perceberam que fariam alguns trabalhos e uma avaliação eles mudaram de comportamento e começaram a tratar o assunto com mais interesse.

Apesar das dificuldades encontradas durante as aulas percebeu-se que houve uma boa participação dos estudantes em todas as atividades, inclusive por parte de alguns questionamentos sobre pontos que não estavam em questões apresentadas em sala de aula e em propostas de trabalhos para serem realizados em casa.

Constatou-se também boa comunicação entre eles incluindo debates que favoreciam a aprendizagem, além disso o número de acertos e a participação nos trabalhos foram satisfatória, e após as aulas e as avaliações o professor propôs uma conversa para saber a opinião da turma em relação ao produto apresentado e a sequência didática ,o resultado também foi satisfatório pois eles relataram que gostaram da maneira como o assunto foi mostrado, afirmaram que o material é atrativo pois é fácil de ser compreendido, além disso os estudantes sugeriram que o produto fosse usado em outras turmas ,porém com algumas mudanças como a mudança da cidade, explicaram que na turma em questão o mapa da cidade de Belém fosse trocado pelo mapa da cidade de Acará ou da comunidade em que vivem (Nínive), além disso responderam de forma positiva quando foram questionados sobre a importância da geometria analítica e suas aplicabilidades.

Para aplicações futuras fica como sugestão a produção do material com o mapa da cidade, bairro, comunidade ou região em que for realizada as aulas, outra sugestão é a participação desses estudantes na produção do material aproximando dessa forma o material em questão, o professor e os estudantes, fica também como sugestão a produção desses mapas por equipes em maquete ou cartolina já que em muitas escolas rurais não existe acesso a

computadores e internet como é o caso da maioria das escolas da região em que o produto foi aplicado.

A sequência didática e o produto, apesar de problemas e contratemplos enfrentados, foram muito bem aceitos pelos estudantes, além disso foi possível verificar que o material facilitou a aprendizagem dos estudantes, esse fato foi verificado durante as avaliações e as atividades realizadas em sala de aula, por isso recomenda-se a produção do material com ajustes necessários de forma a adaptar o mesmo para a realidade da comunidade, bairro, região ou cidade, além de fazer uma diagnose para saber o nível de conhecimento dos estudantes em relação às propriedades básicas de matemática , isso para evitar paralisações desnecessárias durante a aplicação.

Depois de ser verificado uma boa aceitação, bom desempenho, demonstração de interesse, uma boa participação nas atividades, discussões valiosas em sala de aula que resultaram em contribuições importantes para a produção de novos materiais, verificação de problemas que podem ser evitados em produções futuras acredita-se com algumas adaptações e melhoras o material possa contribuir com a comunidade escolar na aproximação do tema abordado dentro sala de aula e a realidade vivida fora dela.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, R. C. A. (2007). **Geometria analítica plana: praxeologias matemáticas no ensino médio**. 2007. 121 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém. Disponível em: https://repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/3098/1/Dissertacao_GeometriaAnaliticaPlana.pdf
- BIGGE, Morris L. **Teorias da aprendizagem para professores**. São Paulo: EPU, 1977.
- BORGES, Thays de Souza. **Geometria analítica nos livros didáticos: uma análise do modelo epistemológico dominante para o ensino de cônicas no ensino médio**. 2023. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém. Disponível em: https://efaidnbmnmbpcjpcglclefindmkaj/https://repositorio.ufpa.br/bitstream/2011/16015/1/Tese_GeometriaAnaliticaLivros.pdf
- _____, Thays de Souza. **ALMOULOUD, Saddo Ag. NUNES, José Messildo Viana ANÁLISE DO MODELO EPISTEMOLÓGICOS DOMINANTE PARA O ENSINO DE CÔNICAS EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO**. Revista Eletrônica de Educação Matemática- REVEMAT, v.19, agosto-2024. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/95781/56642.pdf>. Acesso em: 02 out. 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 1998.
- BRUM, W. P. **Crise no ensino de matemática: amplificadores que potencializam o fracasso da aprendizagem**. São Paulo: Clube dos Autores, 2013.
- CABRAL, N. F. **Sequências Didáticas: estrutura e elaboração**. Belém: SBEM-PA, 2017. Disponível em: http://www.sbemrasil.org.br/files/sequencias_didaticas.pdf.
- CHIRELLI, M. Q.; MISHIMA, S. M. O processo ensino-aprendizagem crítico-reflexivo. **Revista Brasileira de Enfermagem**, v. 57, n. 3, p. 326-331, 2004.
- COSSETIN, Mariana Rasador; BATTISTI Isabel Koltermann. Estudo da geometria analítica com estudantes do ensino médio: localização e conceitos da geografia como possibilidades de contextualização. **Revista Observatorio de la Economía Latinoamericana**, Curitiba, v.21, n.10, 2023. Disponível em: <https://ojs.observatoriolatinoamericano.com/ojs/index.php/olel/article/view/1789/1188>
- D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**. Elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DOLZ, Joaquim; NOVERRAZ, Michele; SCHNEUWLY, Bernard. Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. In: SCHNEUWLY, Bernard.; DOLZ, Joaquim. e colaboradores. **Gêneros orais e escritos na escola**. [Tradução e organização: Roxane Rojo e Glaís Sales Cordeiro]. Campinas-SP: Mercado de Letras, 2004.

DOMINGUES, M.A.F.G.; STURION, L.; CARVALHO, A.A.A. Investigando função composta com o software Geogebra. **REnCiMa**, v. 10, n.3, p. 132-147, 2019.

FIORENTINI, Dário.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

_____, Dário, MIORIM, Maria A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática**. Boletim SBEM, São Paulo, v.4, n.7, 1996. Disponível em: http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/jogos/Fiorentini_Miorin.pdf.>

FONSECA, M. C. F. R. A educação matemática e a ampliação das demandas de leitura e escrita da população brasileira. In FONSECA, M. C. F. R. (org.). **Letramento no Brasil habilidades matemáticas: reflexões a partir do INAF 2002**. (p. 11-30). São Paulo: Global Ação educativa Assessoria, Pesquisa e Informação: Instituto Paulo Montenegro, 2004.

FREIRE, Paulo; MACEDO, Donaldo. **Alfabetização: leitura do mundo, leitura da palavra**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1990.

GALVÃO, Elizangela da Silva; NACARATO, Adair Mendes. O letramento matemático e a resolução de problemas na Provinha Brasil. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 7, n. 3, p.81-96. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/269586758_O_LETRAMENTO_MATEMATICO_E_A_RESOLUCAO_DE_PROBLEMAS_NA_PROVINHA_BRASIL

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. **Reflexões sobre o Uso da História da Matemática como Contribuição para a Melhoria do Ensino da Geometria Analítica (Nível 1º e 2º Graus)**. Nuances: Estudos sobre Educação, Presidente Prudente, v. 6, n. 6, 2009. DOI: 10.14572/nuances.v6i6.123. Disponível em:

<https://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/123>. Acesso em: 2 out. 2024.

HECK, M. F. Considerações sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e as unidades de conhecimentos matemáticos. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**, Mossoró, v. 5, n. 13, p. 56-70, 2019. Disponível em:

<http://periodicos.uern.br/index.php/RECEI/article/download/2992/1945>. A

JESUS, C. S., Santos, L., Sousa, W., Queiroz, D. C. (2017). **Os processos de ensino e aprendizagem das Cônicas no ensino médio- desafios e possibilidades**. Instituto federal de Goiás- IFG- Campos Valparaíso. Goiás.

KANHAI, A.; SINGH, B. Some environmental and attitudinal characteristics as predictors of mathematical creativity. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**. United States, v. 48, n. 3, p. 327-337, 2017.

LUCCAS, S.; BATISTA. I. L. A Importância da Contextualização e da Descontextualização no Ensino de Matemática: uma Análise Epistemológica. In: **Encontro Brasileiro de**

Estudantes do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática/UEL, Anais [...], Londrina, Paraná, 2007.

MACENA, Marta Maria Maurício. **Contribuições da investigação em sala de aula para uma aprendizagem das seções cônicas com significado.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2007.

Machado, S. D. A. Engenharia Didática. In: Machado, S. D. A. (Org.) **Educação Matemática: uma (nova) introdução.** 3. ed. São Paulo: EDUC, p.233 - 247, 2008.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino: as abordagens do processo.** São Paulo: EPU, 1986. (Temas básicos da educação e ensino)

OECD. **Sample Tasks from Pisa 2000 Assessment.** Paris: Reading mathematical and scientific literacy, 2002.

REIS, A, Q, M. e NEHRING, C, M. **A contextualização no ensino de matemática: concepções e práticas.** In: Educação Matemática Pesquisa., São Paulo, v.19, n.2, 339-364, 2017.

ROSEIRA, Nilson Antonio, **Educação Matemática e Valores: concepção dos professores à construção da autonomia.** Brasília: Liberlivro, 2010.

SALDAÑA, Johnny. **The Coding Manual for Qualitative Researchers.** SAGE: 2009

SAVIANI, D. **Educação: do senso comum à consciência filosófica.** 10 ed. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1991.

SIQUEIRA, C. A. F. **Um estudo didático das cônicas: Quadros, Registros e Pontos de Vista.** (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica De São Paulo, 2016.

TATTO, F.; SCAPIN, I. J. **Matemática: por que o nível elevado de rejeição?** Revista de Ciências Humanas, v. 5, n. 5, p. 1-14, 2004.

UNESCO. **De ideias a ações: 70 anos da Unesco.** Santos: Editora Brasileira de Arte e Cultura, 2015.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: Penso, 2015.

ANEXO A – Formulário sobre as aulas de Geometria Analítica

1- Os mapas usados em sala de aula facilitaram seu entendimento sobre o assunto abordado?

- a) Facilitou muito ()
- b) Facilitou ()
- c) Facilitou um pouco ()
- d) Não facilitou ()

2- Questões envolvendo exemplos próximos da realidade ajudaram você a compreender melhor o assunto proposto

Sim () Não ()

3- Qual seu nível de interesse pela disciplina quando o assunto é abordado de maneira abstrata, sem conexão com a realidade?

- a) Muito interesse ()
- b) Pouco interesse ()
- c) Nenhum interesse ()

4- Você acha que materiais como esses poderiam ser usados em outras turmas?

() Sim () Não

5- Numa escala de 0 a 5, qual seu nível de compreensão do assunto?

0 () 1 () 2 () 3 () 4 () 5 ()