



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS (UFG)  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA (IME)  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)



DIONYSIO PERRONE MACHADO

**Geometria euclidiana para alunos cegos: uma sequência didática inclusiva para ensinar conceitos elementares**

GOIÂNIA

2024



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

## TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

### 1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação     Tese     Outro\*: \_\_\_\_\_

\*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

**Exemplos:** Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

### 2. Nome completo do autor

**Dionysio Perrone Machado**

### 3. Título do trabalho

GEOMETRIA EUCLIDIANA PARA ALUNOS CEGOS: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA INCLUSIVAPARA ENSINAR CONCEITOS ELEMENTARES

### 4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento  SIM     NÃO<sup>1</sup>

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

**a)** consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

**b)** novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;

- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

**Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.**

---



Documento assinado eletronicamente por **Rosane Gomes Pereira, Professora do Magistério Superior**, em 12/11/2024, às 15:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Dionysio Perrone Machado, Usuário Externo**, em 12/11/2024, às 16:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **4787747** e o código CRC **3253DB11**.

---

DIONYSIO PERRONE MACHADO

**Geometria euclidiana para alunos cegos:** uma sequência didática inclusiva para ensinar conceitos elementares

Dissertação apresentada ao Programa Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Matemática e Estatística (IME), da Universidade Federal de Goiás (UFG), como requisito para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática do Ensino Básico

Orientadora: Professora Doutora Rosane Gomes Pereira

GOIÂNIA

2024



Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Machado, Dionysio Perrone

Geometria euclidiana para alunos cegos [manuscrito] : uma sequência didática inclusiva para ensinar conceitos elementares / Dionysio Perrone Machado. - 2024.  
lxxxvi, 86 f.

Orientador: Profa. Dra. Profa. Rosane Gomes Pereira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), PROFMAT - Programa de Pós graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Goiânia, 2024.

Inclui siglas, lista de figuras.

1. Cegueira. 2. Inclusão. 3. Geometria. 4. Sequência Didática. I. Pereira, Profa. Rosane Gomes, orient. II. Título.

CDU 51



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

### ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 22 da sessão de Defesa de Dissertação de **Dionysio Perrone Machado**, que confere o título de Mestrem Matemática, na área de concentração em Matemática do Ensino Básico.

Aos oito dias do mês de outubro de dois mil e vinte e quatro, a partir das 14:00h, por meio de videoconferência Link da videochamada: <https://meet.google.com/drh-sknq-kxy>, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada “GEOMETRIA EUCLIDIANA PARA ALUNOS CEGOS: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA INCLUSIVA PARA ENSINAR CONCEITOS ELEMENTARES”. Os trabalhos foram instalados pela Orientadora, Professora Doutora Rosane Gomes Pereira (IME;UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professora Doutora Kamila da Silva Andrade (IME/UFG) e membro titular externo a Professora Doutora Jaqueline Araújo Civardi IME/UFG. Durante a arguição os membros da banca fizeram sugestões de correção no trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato aprovado condicionado a apresentação das correções solicitadas pela banca no prazo de 30 dias. Proclamados os resultados pela Professora Doutora Rosane Gomes Pereira, Presidenta da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, ao oito dias do mês de outubro de dois mil e vinte e quatro.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Rosane Gomes Pereira, Professora do Magistério Superior**, em 12/11/2024, às 10:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Kamila Da Silva Andrade, Professor do Magistério Superior**, em 12/11/2024, às 10:17, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jaqueline Araujo, Professora do Magistério Superior**, em 12/11/2024, às 10:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **4784461** e o código CRC **96680F38**.

---

**Referência:** Processo nº 23070.044138/2024-78

SEI nº 4784461

Dedico este trabalho ao meu saudoso pai, Sérgio Freire Machado, à minha mãe querida, Rosalia Perrone Machado, aos meus adoráveis irmãos Eleusis e Thales, aos meus sobrinhos Emanuel, Thaís e Clara, à minha querida esposa Susan, obrigado pelo amor de vocês.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, princípio e fim de todas as coisas.

À minha família pelo incentivo e pelas orientações muito significativas em todos os momentos e em todas as tomadas de decisões em minha vida.

A minha adorável e amada esposa Susan que em todos esses anos de parceria, sempre desejando que eu me torne uma pessoa melhor

Aos familiares da minha esposa, Elenita, Euclides, Kim e Úrsula, por anos de carinho, ternura e apoio incondicional às minhas escolhas.

À minha orientadora Profa. Dra. Rosane Gomes Pereira por me transmitir bons conselhos e pela sua boa vontade em me passar seus conhecimentos em docência, o que se aprende lecionando em sala de aula.

A todos os professores, servidores e colaboradores do IME-UFG, que sempre demonstraram boa vontade em esclarecer, com zelo, as dúvidas dos alunos e das pessoas que os abordam por quaisquer motivos.

Aos meus colegas professores e servidores do CEP Waldemar Mundim, que com paciência e sabedoria buscavam palavras para me soerguer, principalmente nos momentos mais difíceis pelos quais passamos no exercício do magistério.

Aos meus queridos alunos que, com respeito e admiração demonstrados por mim, permitem com que eu me sinta sempre encorajado a olhar para frente e não desistir nunca dos meus sonhos.

Ao ex-aluno Marlon com quem tive a honra de me relacionar como professor e agora como amigo. Sua determinação em tudo o que faz, me inspirou a fazer as coisas com confiança naquilo que eu desejo realizar.

“Ajude-me a crescer, mas deixe-me ser eu mesmo.”

**Maria Montessori,**  
*Educadora, médica e pedagoga italiana.*

## RESUMO

MACHADO, Dionysio. **Geometria euclidiana para alunos cegos: uma sequência didática inclusiva para ensinar conceitos elementares**. Goiânia, 2024. 89p. Dissertação de Mestrado. Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás.

Esse trabalho traz uma proposta pedagógica para o ensino de conceitos elementares e de alguns axiomas geométricos euclidianos a alunos cegos. Por meio de uma sequência didática, baseada em Antoni Zabala (1985), desenvolvemos atividades que exploram a matemática e propiciam uma aprendizagem significativa para os educandos. Combinamos estratégias pedagógicas como o aprendizado cinestésico, o uso de recursos táteis e a audiodescrição. Partimos do referencial teórico, considerando o desenvolvimento da linguagem nas interações sociais e nas experiências com o meio proposto por Vygotsky. Para a sequência didática, questões prévias devem ser consideradas na elaboração das atividades a serem propostas para os alunos e que dão verdadeiro significado ao exercício do magistério. Realizamos revisão bibliográfica em materiais didáticos diversos – livros e artigos científicos, sites especializados em educação e propostas pedagógicas. Assim, esperamos com esta proposta pedagógica do ensino da geometria para o alunado dos cegos, contribuir e reforçar a hipótese de que a combinação de estratégias de ensino inclusivas é benéfica para todas as partes envolvidas: professores, alunos, educadores, comunidade escolar e sociedade.

**PALAVRAS-CHAVE:** Cegueira. Inclusão. Geometria. Sequência Didática.

## ABSTRACT

MACHADO, Dionysio. **Euclidian Geometry for blind students: a teaching sequence inclusive to teach elementary concepts.** Goiânia, 2024. 86p. MSc. Dissertation. Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás.

This paper brings a pedagogical proposal about learning of complementary concepts and of some Euclidian geometric axioms for the teaching of students with blindness. Through a teaching sequence, based in Antoni Zabala (1985), we developed tasks that explore mathematics and which can enable a meaningful learning experience to students. We combined pedagogical strategies such as kinesthetic learning, the use of touchable resources and audio description. We considered the theoretical background, presented by Vygotsky about the development of language and the experiences in the individual their midst. To the didactical sequence previous knowledge can be considered to create tasks to students for they provide a truthful significance to the acting of teaching. We did bibliographical research, the revision of a diverse group of teaching materials-books and scientific articles, specialized websites and pedagogical proposals. Thus, this manuscript, we hope with the pedagogical proposal for teaching the geometry, especially to blindness people, contribute and reinforce the hypothesis that combined strategies of inclusive teaching is beneficial to all: teachers, students, educators, the school community and society.

**Key-words:** Blindness, Inclusion, Geometry, Following teaching.

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	15
SIGLAS .....	16
INTRODUÇÃO.....	16
1 CONCEITOS DE DEFICIÊNCIA VISUAL, COMPENSAÇÃO E MATEMÁTICOS CEGOS E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA ESSE CAMPO DE CONECIMENTO ..	22
1.1 Deficiência, deficiência visual e cegueira .....	22
1.2 A educação de cegos e mecanismos de compensação.....	25
1.3 As contribuições de matemáticos cegos para o desenvolvimento científico do campo da matemática .....	26
2 AUDIODESCRIÇÃO, CINESTESIA E RECURSOS TÁTEIS ENQUANTO RECURSOS DIDÁTICOS E TÉCNICAS DE ENSINO DE GEOMETRIA .....	28
2.1 A audiodescrição na literatura, definições e aspectos .....	28
2.2 Cinestesia .....	30
2.3 Recursos táteis no ensino da Geometria .....	31
2.4 Aprendizagem com audiodescrição, cinestesia e recursos táteis .....	33
3 GEOMETRIA EUCLIDIANA: AXIOMAS.....	37
3.1 Euclides .....	37
3.2 Método geométrico euclidiano.....	38
3.3 Os axiomas euclidianos .....	40
4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	44
4.1 O que é uma sequência didática?.....	44
4.2 A sequência didática e suas etapas .....	45
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	81
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	84

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Superfície plana confeccionada pelos alunos que proporcionará ao aluno cego a experiência de espaço plano.

Figura 2 – Superfície plana com alfinete-de-cabeça confeccionada pelos alunos.

Figura 3 – Bastão com esfera na ponta.

Figura 4 – Tabuleiro confeccionado pelos alunos com sequência de alfinetes-de-cabeça.

Figura 5 – Resta - um: recurso didático auxiliar na compreensão de ponto e reta.

Figura 6 – estrutura modelo para auxiliar na compreensão do conceito de ponto infinitesimal.

Figura 7 – Plano constituído de pontos (Barbosa, 1995).

Figura 8 – Espaço, figura e figura plana (plano). Representação do conceito de plano por meio de alfinetes justapostos e de distintos tamanhos.

Figura 9 – Reta – subconjunto distinguido de pontos do plano (Barbosa, 1995).

Figura 10 – Retas que se interceptam em um ponto comum.

Figura 11 – Há pontos que pertencem à reta e pontos que não pertencem à reta.

Figura 12 – Retas paralelas no mesmo plano.

Figura 13 – Recurso tátil para explicar o Axioma de Ordem  $II_1$  (Barbosa, 1995; p. 3).

Figura 14 – Recurso tátil para explicar o segmento de reta.

Figura 15 – Recurso tátil para explicar o Axioma de Ordem  $II_2$  (Barbosa, 1995; p. 5).

Figura 16 – Recurso tátil representativo do espaço tridimensional.

Figura 17 – Modelo tátil representativo de um segmento no espaço.

Figura 18 – Protótipo de uma casa para a realização da atividade 3, similar a Takimoto (2014).

## **SIGLAS**

AD – Audiodescrição

AEE – Atendimento Educacional Especializado

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

DV – Deficiência Visual

EE – Educação Especial

Enap – Escola Nacional de Administração Pública

IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada

NUPI – Núcleo de Políticas de Inclusão

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PPP – Projeto Político Pedagógico

UFRB – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

## INTRODUÇÃO

Basto e Gaio (2010), ao citarem Almeida (2004), nos lembram que, em 1850, retornando de seus estudos na França, onde educou-se no Instituto de Jovens Cegos de Paris, José Álvares de Azevedo, com apenas dezesseis anos, teve a intenção de trazer para o Brasil o mesmo ensino que teve quando era estudante cego na referida escola parisiense. Quatro anos depois, contando com o apoio de dois médicos próximos de D. Pedro II, criaram o Imperial Instituto dos Meninos Cegos – por D. Pedro II, Decreto Imperial nº 1428 (Masini, 1994), que mais tarde veio a se tornar o Instituto Benjamin Constant.

Em 1862, Benjamin Constant que emprestou seu nome ao antigo colégio imperial, foi admitido como professor dessa instituição, onde trouxe significativas inovações pedagógicas – especialmente para o ensino de alunos com deficiência visual. Ele produziu material em braile para o estudo da matemática, alterando o currículo dos alunos e, também colaborou muito para a inclusão dos educandos no mundo das ciências. No período de 1854 até 1926, o Instituto Benjamin Constant foi a única instituição educacional para cegos no Brasil (Basto e Gaio, 2010, apud Masini, 1994). Nos anos seguintes novas instituições e instrumentos legais ampliaram os direitos das pessoas com deficiência visual no Brasil e no mundo (Basto e Gaio, 2010). Notadamente, grandes avanços se deram com a Constituição Federal de 1988, que apresenta em seu artigo primeiro que a República Federativa do Brasil se constitui em um Estado Democrático de Direito. Portanto, nossa democracia é uma garantia legal. Especialmente, desse momento importante da nossa história até os dias atuais, temos verificado um avanço contínuo e significativo na legislação acerca dos direitos e garantias fundamentais dos indivíduos. Em particular, o direito à educação. Mello e Machado (2017) fizeram uma análise contextualizada das leis, desde o período imperial até o período republicano atual, sobre a formação histórica da educação para cegos no Brasil. Eles evidenciaram que somente a partir da década de 1990, quando o Brasil passou a ser signatário de tratados internacionais (dentre eles a Declaração Mundial de Educação para Todos-UNESCO, 1990), é que se buscaram garantir direitos fundamentais para as pessoas com deficiência. Esses direitos se referem desde à acessibilidade, passando pelo direito à educação, ao trabalho e à inclusão social. Anteriormente à Constituição de 1988, dominava uma política de educação especial que mantinha o modelo de exclusão, segregação e posteriormente de

integração no Brasil a partir da década de 1960, com relação à pessoa com alguma deficiência (incluindo os cegos). Com o tempo, novas leis foram sendo aprovadas reforçando os direitos da pessoa com deficiência visual, “promovendo a consolidação da educação especial e sua transição para o processo inclusivo” (Mello e Machado, 2017, p.29). Um exemplo é a Lei de Diretrizes e Bases 9394/1996, norma que veio para assegurar o acesso, a permanência e o atendimento às pessoas com deficiência, o que garantiu, dessa forma, a implementação de políticas públicas e um sistema de Educação Inclusiva em todas as etapas de ensino.

Uma outra lei que merece destaque seria a Lei 13.146/2015 – Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência, em seu vigésimo oitavo artigo, parágrafo primeiro, veda as escolas de cobrarem taxas extras nas mensalidades das crianças com deficiência. No ano seguinte, o Supremo Tribunal Federal (STF) confirma essa proibição. Essa e outras importantes mudanças na legislação favoreceram a crescente migração dos alunos com deficiência para a rede regular de ensino.

Uma outra questão a ser observada é que, além da aprovação de leis e decretos que contemplam alunos com deficiência física (incluindo os alunos com deficiência visual) e de um sistema inclusivo que possibilite a participação ativa das pessoas com alguma limitação física, há um crescente número de alunos especiais em salas de aula comuns. De acordo com o Censo Escolar (Inep) - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (2023), vem aumentando consideravelmente a quantidade de educandos com deficiência física matriculados no ensino básico. Silveira (2021) nos traz que o número de matrículas no ensino básico regular por parte dos alunos advindos do ensino especial quase triplicou dos anos de 2009, com 351.879 matrículas, até o ano de 2019, com 1.015.996 matrículas. O apoio da família no sentido de matricular seus filhos com alguma necessidade especial nas escolas regulares também contribuiu muito para esse quadro.

Assim, considerando um dos principais direitos sociais previsto no sexto artigo da nossa lei maior que é o direito à educação e nas leis e normas vigentes, ao aumento de matrículas de alunos especiais incluídos em classes comuns da educação básica na faixa etária de 4 a 17 anos (Censo Escolar 2023), ao significativo apoio dos familiares para que seus filhos com deficiência visual participem ativamente no ambiente escolar, o grupo-alvo desse trabalho são os alunos com alguma deficiência visual. Compreende-se aqui como a baixa visão ou a cegueira, o qual demanda recursos e serviços de acessibilidade ao currículo escolar, à orientação e à mobilidade.

A proposta é o ensino de conceitos elementares de geometria euclidiana para alunos do Fundamental 1 – etapa da educação básica do 1º ao 5º ano (BNCC).

Diante desses fatos, enquanto desenvolvíamos esse trabalho, foram surgindo muitas dúvidas que nos levaram a reflexões profundas. Porém a que mais nos intrigou tem a ver com uma das principais funções do magistério: a docência. Perguntávamos para nós mesmos: Como trazer uma pessoa com deficiência sensorial para o conhecimento dos conceitos básicos primitivos geométricos, em um ambiente coparticipativo em sala de aula?

Por isso, nos dispusemos a produzir uma atividade pedagógica inclusiva para ensinar os conceitos geométricos elementares e alguns axiomas de Euclides, onde o cego trabalha em um grupo e interage com os colegas em sala de aula.

A inclusão desses alunos requer abordagens pedagógicas específicas que atendam às suas necessidades sensoriais e cognitivas únicas.

Sendo assim, reconhecendo a importância dos conceitos elementares geométricos, não apenas como uma preparação para o estudo posterior dos objetos matemáticos das disciplinas subsequentes, mas também como elementos fundamentais para o desenvolvimento da percepção espacial tão necessária à desenvolvimento da criança, o desafio é tornar esses conceitos acessíveis e significativos para alunos cegos, intencionando promover a compreensão por meio de outros sentidos, como o tato e a audição. A interação sinérgica entre esses dois sentidos é um aspecto fundamental para nossa interação com o mundo (Melo, 2016).

Neste trabalho, propomos o uso de estratégias que utilizam materiais táteis, a audiodescrição e a aprendizagem cinestésica (atividades cinestésicas) para o desenvolvimento de uma experiência de aprendizado eficaz e inclusiva.

Sanches *et al* (2021, p. 2) trazem em seu artigo que “para cegos, a alternativa à visão é através do uso da audição e do tato”. Portanto, percebe-se que a aprendizagem de um cego em um ambiente inclusivo é mais benéfica, mais forte, uma vez que, nessa condição, o aluno(a) aprende ouvindo o professor(a) e os colegas, ele opina e reforça as informações obtidas no desenvolvimento das atividades através do tato.

Os mesmos autores do parágrafo anterior sugerem em seu artigo, nas considerações finais (2021, p. 13), que:

Mesmo com a adaptação e planejamento do conteúdo para se tornar acessível aos cegos, ou através da utilização de Tecnologia Assistiva, o

conteúdo não será igual ao dado através do canal visual, pois a forma de compreender o mundo é diferente para videntes e cegos. Entretanto, a informação poderá ser repassada em sua essência, já que, durante o processo cognitivo, os cegos também compreendem sons, imagens e formam modelos mentais.

Nesse sentido, desenvolvemos uma sequência didática para alunos cegos com atividades que possam explorar conceitos primitivos da geometria euclidiana e que propicie uma aprendizagem significativa para os educandos.

Nesse contexto, Abrantes (2018, p.61) nos traz que:

A geometria euclidiana, por fazer uso da ordem sintética nas demonstrações, parte de estruturas e conceitos sintéticos, também denominados de entes ou conceitos primitivos, tais como a definição de *ponto e linha*, para gerar e provar um grupo de conclusões sofisticadas e complexas chamadas de proposições.

E completa (Ibid, p. 61):

Os conceitos primitivos são pressupostos que não necessitam de demonstração, mas que são aceitos como certos e determinados, tomados como os fundamentos e as hipóteses de partida de uma teoria dedutiva, que, por conta disso, são também denominados de princípios ou de indemonstráveis. É dito também que os conceitos primitivos não possuem definição ou não devem ser definidos, nem tampouco devem depender de outros conceitos.

Diante dessa realidade, nossa proposta pedagógica se justifica também por estar em sintonia com uma matéria publicada em 2023 pelo site do Ministério da Saúde (Martins, 2023) mostrando a preocupação da Organização Mundial da Saúde em alertar que mais de 280 milhões de pessoas no mundo tem a visão prejudicada. É um número que consideramos significativo por se tratar de uma condição física relacionada ao sentido da visão. No Brasil, segundo dados do censo demográfico do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) de 2010, 18,6% da população brasileira possui algum tipo de deficiência visual. Desse total, 6,5 milhões apresentam deficiência visual severa, sendo que 506 mil tem perda total da visão (0,3% da população) e 6 milhões, grande dificuldade para enxergar (3,2 %).

Sem dúvida que, com essa situação concreta evidenciada por esses dados estatísticos, aliada ao embasamento legal, ao apoio familiar e à minha experiência como professor, o número de alunos com problemas visuais matriculados no ensino básico regular tenderá a continuar crescendo. Esse fato nos alertou para a proposição

dessa sequência didática, inclusiva, para o ensino dos conceitos básicos geométricos e alguns axiomas euclidianos.

Nesse contexto, nossa dissertação foi desenvolvida em quatro capítulos. No capítulo 1, examinamos a relação entre a deficiência visual e o ensino da geometria. Exploramos como a percepção espacial e a representação mental dos conceitos elementares geométricos podem ser afetadas pela ausência da visão. Além disso, trouxemos exemplos de pessoas que perderam a visão ao longo da vida, mas souberam enfrentar com resiliência a situação da limitação visual e mesmo assim contribuíram muito para o avanço da ciência e da humanidade. Discutimos as barreiras enfrentadas pelos alunos cegos no contexto da educação geométrica e destacamos a importância da adaptação de estratégias de ensino para atender às suas necessidades específicas. Também nesse capítulo abordamos o pensamento teórico de Vygotsky, citado na obra *Teorias de aprendizagem* (Moreira, 1999).

No capítulo 2, foram abordadas as estratégias pedagógicas e os recursos sensoriais que podem ser utilizados para tornar o ensino da geometria mais acessível aos alunos cegos. Mostramos o papel da audiodescrição na transmissão de informações visuais, a importância da aprendizagem cinestésica na compreensão dos conceitos geométricos e o uso de recursos táteis para conduzir uma aprendizagem significativa.

No capítulo 3, destacamos a obra de Euclides – *Os Elementos* – ao apresentar a Geometria como o primeiro sistema lógico dedutivo, assim como o primeiro sistema de ideias desenvolvido pelo homem. Em seguida, apresentamos e comentamos os enunciados matemáticos do método geométrico euclidiano – definição, postulado, axioma e proposição - sem fazer uma abordagem rigorosa do conteúdo desses enunciados. Seguindo, consideramos uma notação matemática comum a muitas obras literárias e artigos que abordam o assunto da geometria. Finalizando esse tópico, apresentamos os axiomas euclidianos de incidência e ordem.

No capítulo 4, abordamos o conceito de sequência didática segundo Zabala (1998). Destacamos a importância que a Base Nacional Comum Curricular (NCC) tem como norteadora na elaboração das sequências didáticas. Em seguida, mostramos a relevância que ela tem no aprendizado do aluno deficiente visual. Na parte final deste capítulo, foi detalhado o processo de elaboração de uma sequência didática inclusiva. Foram descritos os objetivos de aprendizagem, as atividades propostas, os materiais necessários e as estratégias de ensino adotadas. Além disso, foram apresentados exemplos de como os conceitos elementares da geometria euclidiana podem ser

explorados de forma acessível e envolvente, incentivando a participação ativa dos educandos deficientes visuais (cegos) e tornando possível a efetivação de uma experiência educacional em um ambiente inclusivo e enriquecedor.

## **1. CONCEITOS DE DEFICIÊNCIA VISUAL, COMPENSAÇÃO E MATEMÁTICOS CEGOS E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA ESSE CAMPO DE CONHECIMENTO**

Neste capítulo, pretendemos elucidar questões relativas à deficiência visual, levando em consideração que a deficiência decorre de uma “deformação física ou insuficiência de uma função física ou mental” (Priberam). Portanto, nesta investigação nos interessa versar sobre a deficiência visual no contexto educacional buscando refletir e propor uma estratégia pedagógica visando favorecer a compreensão dos objetos de conhecimento relativos aos conceitos elementares e alguns axiomas da geometria euclidiana.

### **1.1 Deficiência, deficiência visual e cegueira**

A Lei 13.146/ 2015, em seu segundo artigo, considera pessoa com deficiência como aquela que:

(...) tem impedimento de longo prazo de natureza física, mental, intelectual ou sensorial, o qual, em interação com uma ou mais barreiras, pode obstruir sua participação plena e efetiva na sociedade em igualdade de condições com as demais pessoas.

Na mesma lei, além da definição legal subentendida de deficiência, há a previsão do reconhecimento igual perante a sociedade e a lei, que a pessoa com deficiência tem assegurados. Isso está prescrito nos artigos quinto e octogésimo quarto, respectivamente:

Art.5. A pessoa com deficiência será protegida de toda forma de negligência, discriminação, exploração, violência, tortura, crueldade, opressão e tratamento desumano ou degradante.

Art.84. A pessoa com deficiência tem assegurado o direito ao exercício de sua capacidade legal em igualdade de condições com as demais pessoas.

No começo dos anos 2000, portanto anterior à Lei 13.146/2015, o governo federal implementou uma política. Foi o Plano Nacional de Educação em Direitos Humanos (PNEDH), em 2006. Uma de suas bases, além do exercício da solidariedade, foi o respeito às diversidades. Também nesse período foram implementados o Plano

de Desenvolvimento da Educação (PDE) e o Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação. Este último instituído pelo Decreto Lei nº 6.094/2007. Com esse decreto, portanto, ficam estabelecidas as garantias de acesso e permanência dos estudantes especiais na escola comum:

Art.2º A participação da União no Compromisso será pautada pela realização direta, quando couber, ou, nos demais casos, pelo incentivo e apoio à implementação, por Municípios, Distrito Federal, Estados e respectivos sistemas de Ensino, das seguintes diretrizes:

(...)

IX – Garantir o acesso e permanência das pessoas com necessidades educacionais especiais nas classes comuns do Ensino regular, fortalecendo a inclusão educacional nas escolas públicas;

Em 2009, com a promulgação do Decreto nº 6.949, foi definida a obrigatoriedade de um sistema de educação inclusiva em todos os níveis de ensino:

Art.24 1. Os Estados Partes reconhecem o direito das pessoas com deficiência à educação. Para efetivar esse direito sem discriminação e com base na igualdade de oportunidades, os Estados Partes assegurarão sistema educacional inclusivo em todos os níveis, bem como o aprendizado ao longo de toda a vida, com os seguintes objetivos: (...)

Em 2011, o Decreto 7.611 estabelece o atendimento educacional especializado gratuito transversal a todos os níveis de ensino:

Art.1º O dever do Estado com a educação das pessoas público-alvo da educação especial será efetivado de acordo com as seguintes diretrizes:

[...] I – garantia de um sistema educacional inclusivo em todos os níveis, sem discriminação e com base na igualdade de oportunidades;

Art.3º São objetivos do atendimento educacional especializado:

[...] II – garantir a transversalidade das ações da educação especial no ensino regular;

Novamente a Lei nº 13.146/2015, agora em seu artigo segundo, considera pessoa com deficiência “aquela que tem impedimento de longo prazo de natureza física, mental, intelectual ou sensorial, o qual em interação com uma ou mais barreiras, pode obstruir sua participação plena e efetiva na sociedade em igualdade de condições com as demais pessoas”. No mesmo diploma legal, o parágrafo primeiro, inciso I, reza que, quando a avaliação da deficiência for necessária, uma das considerações elencadas na lei será os impedimentos nas funções e nas estruturas do corpo.

Assegurados os direitos das pessoas com deficiência, dados mostram que a parcela da população com deficiência visual não é pequena e, logo faz jus ao amparo jurídico. Do total de brasileiros com deficiência, contam-se 16,6 milhões com deficiência visual, ou 57% da nossa população com algum tipo de deficiência (Portal da Câmara dos Deputados, 2004). Segundo a Classificação Internacional de Doenças – versão 10 (CID 10) existem quatro níveis de função visual:

- Visão normal;
- Deficiência visual moderada;
- Deficiência visual grave;
- Cegueira.

É uma classificação que estabelece duas escalas oftalmológicas como parâmetros para avaliar a deficiência visual (DV): a acuidade visual e o campo visual. Para Umbelino e Ávila (2023, p.10) a acuidade visual é “a capacidade de se reconhecer determinado objeto a determinada distância” e o campo visual (ou campo de visão) é “a amplitude da área alcançada pela visão.” É toda a área que é visível com os olhos fixados em determinado ponto. Pessoas que apresentam incapacidade total para ver ou aquelas nas quais o prejuízo da visão incapacita para a realização das tarefas simples do dia-a-dia, são consideradas cegas (Umbelino; Ávila, 2023). Esse último grupo de indivíduos é formado pelos que podem ter certo grau de visão residual. Portanto, devido a essa abrangência, o termo cegueira não é absoluto. Em um mesmo grupo, o dos cegos, estão computadas pessoas com vários graus de visão residual.

Todavia em 1966, existiam 66 diferentes definições de cegueira (Conde, 2016). Todas registradas pela Organização Mundial da Saúde (OMS). Eram utilizadas para fins estatísticos em muitos países. Por causa desse número elevado de definições, havia também muita confusão. A solução veio quando um grupo de estudos sobre a Prevenção da Cegueira da OMS (1972) “propôs normas para a definição de cegueira e para uniformizar as anotações dos valores de acuidade visual com finalidades estatísticas. Para Conde (2018) uma pessoa é considerada cega quando:

- A visão corrigida do melhor dos olhos é de 20/200 ou menos; em outras palavras, o indivíduo pode ver a 20 pés (o equivalente a 6 metros) o que uma pessoa de visão normal pode ver a 200 pés (o equivalente a 60 metros) ou
- O diâmetro mais longo do seu campo visual subentende um arco não

maior de 20º, ainda que sua acuidade visual nesse estreito campo possa ser superior a 20/200

Diante dessa realidade, o fato é que, em seu artigo, Basto e Gaio (2010) esclarecem bem como a cegueira traz diversos problemas para a pessoa com essa deficiência. Mencionam a questão psicológica como os sentimentos de isolamento, de ansiedade e depressão devido às limitações percebidas. A insegurança pode surgir devido às barreiras físicas e sociais que a pessoa enfrenta diariamente. Os autores comentam também que a situação constrangedora de ter de ficar apalpando todo o ambiente para se situar leva o cego, para evitar tal constrangimento, a isolar-se, tornando-se uma pessoa inibida, apática e tensa.

## **1.2 A educação de cegos e mecanismos de compensação**

Vygotsky (1997) contribuiu muito para a educação. Uma de suas importantes contribuições foi sua pesquisa na área da defectologia.

Santos (2007, p. 41) nos traz que esse termo era “tradicionalmente usado para a ciência que estudava crianças com problemas mentais e físicos”, entre as quais as cegas. Foi quando Vygotsky (1997, p.84) elaborou o conceito de compensação, relacionando-o com a ativação de vias alternativas para compensar o órgão com deficiência. Para esse pesquisador:

O cego se refina de um modo compensador à capacidade do tato, não através do aumento da sensibilidade, mas sim através da exercitação e da observação e da compensação das diferenças.

Santos (2007, p.42), citando Veer e Valsiner (1996), esclarece que, para Vygotsky não havia embasamento em aceitar a ideia de que, com a ausência da visão, haveria alguma “compensação biológica automática” para compensar.

O que compensava a deficiência visual, na perspectiva vigotskyana, segundo os comentários que Veer (1996) e Valsiner (1996) fizeram sobre Vygotsky:

[...] a pessoa com deficiência visual desenvolve processos compensatórios para superar as limitações impostas pela cegueira e que, 'Portanto, os sujeitos cegos tinham um potencial para o desenvolvimento mental normal, sendo possível serem totalmente integrados à nossa sociedade'

E Carlo (2001 apud Santos, 2007) completa:

[...] graças à plasticidade cerebral e dinâmica do funcionamento psicológico geral, o sujeito deficiente desenvolve uma superestrutura psíquica, com a reorganização da personalidade, procurando utilizar as capacidades e funções úteis para a promoção do seu desenvolvimento.

Nesse contexto, em que Vygotsky (1997) defende que para compensar a ausência da visão o indivíduo cego busca uma via indireta ao interagir socialmente, propomos uma alternativa pedagógica, de cunho inclusivo, que leva em consideração a individualidade de cada aluno. Também consideramos o papel fundamental do professor como mediador no processo de ensino-aprendizagem coparticipativo do aluno com visão não regular e do aluno com visão regular.

Assim esclareceu Santos (2007, p. 45):

Portanto no seu processo de construção do conhecimento, o aluno com deficiência visual necessita interagir com videntes no contexto escolar, porque no contato apenas junto a pessoas com deficiência visual esse processo dialético fica comprometido.

Em outras palavras: o contato com o ambiente cultural é o fator determinante para a mediação, a aprendizagem e, em consequência, o desenvolvimento humano. Essa ênfase dada ao social tornou Vygotsky um pioneiro da inclusão escolar e social do aluno com deficiência visual.

Nesse sentido, vejamos o que trouxe Santos (2007, p. 43) com relação ao aluno: “[...] por perceber que o mesmo necessitava do maior número de interações possíveis para que os processos compensatórios, a aprendizagem e consequentemente o desenvolvimento ocorressem”.

### **1.3 As contribuições de matemáticos cegos para o desenvolvimento científico do campo da matemática**

Ao longo da história há muitos exemplos de pessoas sem a visão que conseguiram, com resiliência e apoio moral, seguir suas vidas trabalhando para o avanço da ciência e da humanidade. Nesse contexto, existem muitos matemáticos ou simpatizantes da matemática que, apesar de terem sido cegos congênitos ou por terem

ficado cegos ao longo de suas vidas, trouxeram contribuições fundamentais para os diferentes campos do saber (MacTutor, 2024).

Um deles foi o inglês Nicolau Saunderson (1682-1739). Cego desde a infância devido à varíola, desenvolveu, fazendo uso do seu sentido do tato, uma calculadora para ajudá-lo em seu trabalho. Uma de suas contribuições foi a teoria das probabilidades. Especula-se de que ele tenha descoberto o teorema de Bayes antes de Tomas Bayes. Outro notável matemático e físico brilhante foi o suíço Leonhard Euler (1707-1783). Mesmo depois de cego, produziu quase a metade de todos os seus trabalhos científicos. Como exemplo, após a cegueira, escreveu uma obra científica para leigos: Cartas a uma Princesa da Alemanha, em três volumes. Fez também relevantes contribuições à geometria diferencial, investigando a teoria de superfícies e curvatura de superfícies. Destaques também se verificaram na topologia, devido às investigações geométricas importantes, como a característica de Euler de um poliedro.

Não menos importante também temos o matemático francês Louis Antoine (1759-1803). Ficou cego aos vinte e nove anos como uma das vítimas da Primeira Guerra Mundial. Ficou conhecido por seu trabalho em topologia. Por não haver ao seu tempo uma representação padrão de símbolos matemáticos em Braille, com o auxílio de amigos, inventou versões em Braille de símbolos matemáticos. Assim, pôde desenvolver sua tese de doutorado, conhecida como “colar de Antoine”. O russo Lev Pontryagin (1908-1988) perdeu a visão em um acidente aos quatorze anos, mas se tornou um forte colaborador no campo da topologia e teoria de controle.

Outro matemático notável – e também inventor - foi o americano Abraham Nemeth que viveu no século XX. Ficou conhecido por desenvolver um sistema que permite uma pessoa ler e escrever matemática. Esse sistema ficou conhecido como o código Nemeth Braille para Matemática e Ciência, publicado em 1952. Também significativas foram as contribuições do matemático francês Bernard Morin (1931-2018) que ficou cego aos seis anos devido ao glaucoma. Ficou famoso pelo trabalho na visualização da inversão da esfera e por seus estudos relevantes para a topologia em geral. Como último exemplo, Anatoli Georgievich Vitushkin (1931-2004), um outro matemático russo, cego desde os quinze anos, trabalhou na capacidade analítica e em outras partes da análise matemática.

## **2. AUDIODESCRIÇÃO, CINESTESIA E RECURSOS TÁTEIS ENQUANTO RECURSOS DIDÁTICOS E TÉCNICAS DE ENSINO DE GEOMETRIA**

Este capítulo aborda a audiodescrição e os aprendizados cinestésico e com recursos táteis, destacando a importância que cada um deles tem para o enriquecimento das experiências educacionais do alunado do ensino básico. Com essas abordagens, é possível que, principalmente os alunos com necessidades específicas, como os com limitação sensitiva, possam acessar e compreender conteúdos de forma mais eficaz. Ao combinar esses recursos didáticos e técnicas de ensino de geometria, acreditamos que um ambiente mais dinâmico de ensino torna possível uma melhor compreensão dos conteúdos apresentados pelo educador em suas aulas.

### **2.1 A audiodescrição na literatura**

Existem vários conceitos para a audiodescrição (AD). Alguns estudiosos a consideram como uma das alternativas comunicacionais acessíveis (Motta, 2016, p. 15). Um recurso que veio para facilitar o acesso de conteúdos audiovisuais (filmes, por exemplo) ou imagens estáticas (fotografias e obras de arte, por exemplo):

A audiodescrição é um recurso de acessibilidade comunicacional que amplia o entendimento das pessoas com deficiência visual em todos os tipos de eventos, sejam eles acadêmicos, científicos, sociais ou religiosos, por meio de informação sonora.

Segundo a autora a audiodescrição, além de ampliar o entendimento das pessoas com deficiência visual, transforma o visual em verbal, possibilitando que a pessoa com deficiência visual tenha mais acesso à cultura e à informação, o que possibilita a inclusão cultural, social e escolar dessas pessoas.

Assim, a acessibilidade por meio da audiodescrição promove a igualdade de oportunidades, permitindo que pessoas que apresentam algum comprometimento da visão participem plenamente da vida cultural, educacional e social. Por outro lado, a audiodescrição contribui para uma maior inclusão e diversidade nas mídias e na sociedade em geral, ao possibilitar que todos os indivíduos tenham acesso igualitário à informação e à experiência cultural. No ambiente escolar, a audiodescrição pode facilitar a compreensão de recursos táteis didáticos e promover uma experiência

educacional mais inclusiva para alunos com deficiência visual, garantindo que eles tenham acesso ao mesmo conteúdo que seus colegas sem deficiência. Em sintonia com esse pensamento, vejamos o que relatou Motta (2016, p. 15):

A audiodescrição é um recurso de acessibilidade comunicacional que [...]. Transforma o visual em verbal, abrindo possibilidades maiores de acesso à cultura e à informação, contribuindo para a inclusão cultural, social e escolar.

Ao falarmos em audiodescrição, devemos entender, mesmo que superficialmente, o que é a semiótica. Ela está relacionada ao estudo dos signos. Seu campo de pesquisa abrange todas as linguagens (verbais e não verbais). Os signos são sinais indicadores de algo, dentro de um determinado contexto sociocultural. Quem recebe a mensagem a interpreta conforme suas experiências subjetivas (Hora, 2021 apud Santaella, 1983). Conforme o contexto em que os signos estão inseridos, sempre associamos a eles alguma significação. A significação dada em diferentes contextos é muito importante para a melhor compreensão do mundo ao redor do deficiente visual.

Para Hora (2021, p. 27), refletindo o pensamento trazido por Santaella (1983), o signo é:

[...] algo que se refere a algum objeto, não necessariamente um objeto físico, podem ser sentimentos, cheiros, sensações e coisas abstratas, assim como aqueles que só existem no imaginário coletivo, como fadas e unicórnios. Portanto, entende-se que o signo representa o objeto, e é o próprio objeto que determina a representação do objeto, sabendo que aquilo que o signo representa não é o todo do objeto, mas uma parte dele. Nesse sentido, o signo é sempre incompleto em relação ao objeto.

Nessa ótica, compreendemos ser importante, no momento em que ocorre a audiodescrição, que o audiodescritor utilize uma linguagem que faça a tradução de imagens em palavras da melhor maneira possível, transpondo o signo visual em signo verbal.

Podemos verificar que, apesar dos vários conceitos para a audiodescrição, existe um consenso com relação a alguns aspectos que independem da maneira como

a audiodescrição pode ser utilizada no dia a dia. Dessa forma, verificamos que a audiodescrição permite que o usuário receba a informação contida na imagem ao mesmo tempo em que esta aparece; a audiodescrição é uma modalidade de tradução audiovisual intersemiótica, ou seja, ela traduz signos não-verbais (fundamentalmente imagens) em signos verbais, para as pessoas com deficiência visual.

Tão importante quanto entender o conceito de audiodescrição é a aprendizagem com a audiodescrição. “A prática da audiodescrição sempre existiu e era feita, intuitivamente, por amigos e familiares das pessoas com deficiência visual” (Enap, 2020, p. 17). Porém, formalmente, a audiodescrição surgiu gradativamente a partir de 1975, nos Estados Unidos. Somente em 2003 ela chegou ao Brasil.

A audiodescrição permite que a pessoa receba a informação contida na imagem ao mesmo tempo em que ela aparece. Dessa forma, é possível apreciar a obra integralmente, seguir a trama e captar a subjetividade da narrativa, da mesma forma que uma pessoa com visão normal (Enap, 2020).

Nesse sentido, observamos também que:

As pessoas que enxergam detectam, de forma imediata e instantânea, as cenas, imagens, os efeitos e toda a informação que invade, agrada ou satura a visão. Mas o que entra pelos olhos não alcança o tato e a audição, ou demora para chegar aos outros canais de percepção. Por isso, as pessoas cegas e com baixa visão necessitam de mediadores para processar a quantidade ilimitada de estímulos visuais presentes no ambiente real e virtual. (Enap, 2020, p.24).

Portanto, entendemos que a audiodescrição é uma ferramenta muito útil que, apesar da sua relevância como instrumento didático-pedagógico, necessita da habilidade do professor ou de quem for o audiodescritor no momento da execução das tarefas escolares.

## **2.2 Cinestesia**

A cinestesia, na visão propedêutica do dicionário de autoria do filólogo e professor Ferreira (1999, p.473), é o sentido pelo qual se percebem os movimentos musculares, o peso e a posição dos membros. Portanto, em um sentido genérico, o termo cinestesia é composto por dois radicais, “Cine” que significa movimento e “Estesia” que indica sensação ou percepção. A “Cinestesia, portanto, seria uma

sensação ou percepção de movimento” (Castro; Gomes, 2011, p. 125). Não se deve confundir cinestesia com propriocepção. Ambas não possuem o mesmo significado (Ibid, 2011). A propriocepção está associada ao senso de equilíbrio corporal. A cinestesia associa-se ao senso de movimento (Ibid, p. 125).

Assim, a aprendizagem cinestésica é obtida graças às sensações e aos movimentos que o corpo utiliza para realizar determinada atividade. Nesse tipo de aprendizagem, cada pessoa deve experimentar e internalizar os movimentos executados. Para que esse tipo de aprendizagem funcione, é preciso usar o corpo. A memória muscular se lembrará de qualquer tipo de ação que uma pessoa realizou ao longo de sua vida. Portanto, através de memórias, experiências – destacamos a participação inclusiva ativa dos alunos com deficiência visual na realização das tarefas propostas pelos professores - e estímulos inconscientes, é possível executar o que aprendemos com essas análises introspectivas e com as experiências em sociedade. Na aprendizagem cinestésica, é necessário usar o tato, o movimento, o olfato, entre muitas outras capacidades que temos. Sem elas, não é possível aprender. Principalmente com a perda total ou parcial da visão.

Nesse sentido, Santos (2007, p. 39), ao se referir à uma citação do MEC, nos esclarece que:

Uma educação consistente e a aprendizagem significativa devem considerar a importância da integração sensorial e, somente por esse caminho próprio é que a criança cega poderá conhecer o mundo, elaborar noções de conceito e, principalmente obter o desenvolvimento da autonomia e independência MEC (BRASIL 2002a, p. 44).

### **2.3 Recursos táteis no ensino da Geometria**

Recursos táteis para o ensino de alunos cegos envolvem o uso do sentido do tato para facilitar a aprendizagem. Isso pode incluir materiais em Braille, impressões 3D, gráficos em relevo e outros recursos que acreditamos serem importantes por permitirem aos alunos a exploração e por oportunizarem a busca pela compreensão de conceitos, com a mediação do professor, através do toque. Aqui percebemos o pensamento de Vygotsky (Moreira, 1999), em que as experiências anteriores próprias de cada aluno, combinadas com as novas empreitadas, tem muita significação para o processo de ensino-aprendizagem. Essas estratégias visam tornar o conteúdo mais acessível, além de proporcionarem uma experiência educacional inclusiva.

Lembramos também que “o tato permite o acesso à escrita e à leitura por meio do sistema braile.” (Santos, 2007, p. 3).

Todavia, Moura; Gasperi (2021) relatam que o uso de recursos táteis para o ensino e aprendizado da Geometria para cegos, ainda é carente nas salas de aula em muitas escolas na Rede Básica de ensino do nosso país. Infelizmente essa triste situação ainda representa uma realidade fácil de se verificar no Brasil. Ela retarda o aprendizado de muitos estudantes em todas as regiões brasileiras, apesar da existência de estudos científicos comprovarem que a situação oposta contribui muito para o melhor aprendizado de nossos aprendizes.

Como exemplo, em conformidade com o pensamento científico que é favorável ao uso de recursos táteis, Ferronato (2002, p. 41) nos traz que “a abstração dos conceitos pode ser facilitada quando se trabalha com o concreto, com o palpável”.

Entretanto, queremos esclarecer que entendemos, pela nossa experiência em sala de aula, que a abstração dos conceitos geométricos não se resume apenas na manipulação de objetos concretos. Em certos casos e mesmo em alguns casos concretos verificados por nós no exercício do magistério, a passagem de atividades concretas para conceitos abstratos necessita de muita mediação. A habilidade do mediador deve ser levada em consideração no momento da realização das tarefas propostas que envolvam a manipulação de recursos táteis. Por esse motivo, nossa proposta considera o ambiente inclusivo fundamental, pois as interações entre os alunos e entre o aluno e o professor contribuem significativamente para o aprendizado mais sólido e eficaz de todos os envolvidos nesse processo.

Por isso, dentre outros recursos como a audiodescrição e o aprendizado cinestésico, o uso dos recursos táteis é muito significativo para que os cegos processem as informações com êxito. O tato traz sensações permanentes e definidas (Keller, 1904). Nesse contexto não podemos esquecer que, independentemente do tipo de deficiência visual, o ensino háptico é muito útil para o aprendizado.

Também devemos sempre lembrar que a educação inclusiva é um campo em constante evolução, e é valioso estar atualizado com as pesquisas e práticas mais recentes para melhor atender às necessidades dos alunos com deficiência visual na área da matemática e geometria. É possível trabalhar conceitos geométricos com esses materiais táteis.

Nesse sentido, Demarchi, Pozzi e Fornasier (2018, p. 118) declaram que:

As crianças cegas congênitas possuem as mesmas potencialidades das outras crianças, isto é, a cegueira por si só “não gera dificuldades cognitivas ou de formação de conceitos, sendo necessário considerar a história de vida, o contexto sociocultural e as relações do indivíduo com o meio.

E no mesmo trabalho (Ibid, p.119):

A falta de experiências enriquecedoras pode acarretar em dificuldades na construção e acesso aos significados dos conceitos. Assim, a formação de conceitos em crianças com cegueira implica em uma atividade intelectual que envolve as funções psicológicas superiores interligadas com os estímulos e desafios do meio em que vivem.

O ensino de geometria por meio dessa abordagem, portanto, é desafiador, mas reafirmamos a importância da participação habilidosa de um mediador no processo de ensino-aprendizagem.

#### **2.4 Aprendizagem com audiodescrição, cinestesia e recursos táteis**

A audiodescrição amplia a compreensão, tornando os conceitos visuais acessíveis. O aprendizado cinestésico, por meio de atividades práticas, reforça a compreensão tátil. O que foi descrito primariamente em sala de aula será reforçado com o tato. Às vezes, só com a audiodescrição elaboram-se conceitos. Quando a audiodescrição é combinada com outras estratégias educacionais, esses conceitos são melhor compreendidos pelo deficiente visual. E, por sua vez, os recursos táteis fornecem representações tangíveis, contribuindo mais para a elaboração dos conceitos.

Nesse pensamento, Santos (2007, p. 34), em seu trabalho acadêmico, nos traz que:

[...] a cegueira traz uma limitação importante no processo de ensino e aprendizagem, exigindo que as práticas educativas junto a pessoas com deficiência visual sejam pensadas de forma a contemplar suas peculiaridades, através das vias alternativas. [...]

Essa abordagem mais ampla não apenas capacita os alunos a assimilarem a geometria, mas também promove um ambiente educacional inclusivo, onde a diversidade de habilidades é valorizada. Masini (1994) afirma que a pessoa com deficiência visual tem uma dialética de aprendizagem diferente, em função do seu conteúdo que não é visual, sendo importante desenvolver atuações pedagógicas que

valorizem o tato, a audição, e a cinestesia como vias de acesso para a construção do conhecimento.

Portanto, utilizar de abordagens isoladas, apenas a audiodescrição, ou o aprendizado cinestésico ou o uso exclusivo de recursos táteis, revela-se limitada quando se busca um aprendizado concreto, ampliado e holístico no ensino de geometria para alunos com deficiência visual. A audiodescrição, embora essencial para transmitir informações visuais, por si só pode não proporcionar uma compreensão tátil completa dos conceitos geométricos. O aprendizado cinestésico, embora valioso para a experiência física, pode se perder em abstrações sem a complementação de informações auditivas ou táteis. Da mesma forma, depender exclusivamente de recursos táteis pode limitar a compreensão global, deixando de explorar outros sentidos importantes.

Depreende-se então que a verdadeira eficácia emerge na sinergia dessas abordagens. A audiodescrição oferece o contexto, já o aprendizado cinestésico proporciona experiência prática e a utilização de recursos táteis, cria representações tangíveis. Somente ao integrar essas estratégias de maneira equilibrada é possível construir um aprendizado concreto e holístico que vai além da compreensão isolada de cada elemento. Essa abordagem combinada reconhece a complexidade das percepções sensoriais, promovendo uma educação inclusiva e mais robusta para os alunos com deficiência visual.

Nesse contexto Melo (2016, p. 5) nos traz que:

A interação sinérgica entre os sentidos é um aspecto fundamental para a nossa interação com o mundo. A natureza multimodal do ambiente ao nosso redor se manifesta através dos variados tipos de estímulos que se fazem presentes em mais de uma modalidade sensorial. A habilidade de combinar pistas provenientes de múltiplas modalidades sensoriais é uma função primordial do sistema nervoso, impactando profundamente o comportamento e a percepção, ainda que geralmente não tomemos consciência desses processos.

Concordando com esse pensamento podemos ver que a audiodescrição, por si só, é limitada em proporcionar um aprendizado efetivo no ensino para alunos com deficiência visual, pois se concentra principalmente na descrição verbal de elementos visuais sem incorporar a experiência tátil direta. A narrativa auditiva pode transmitir informações sobre formas, tamanhos e posições, mas não oferece a oportunidade tangível de explorar esses conceitos de maneira prática.

Portanto, para um aprendizado mais efetivo, é importante usar a ferramenta educacional da audiodescrição junto com atividades práticas e o uso de recursos táteis. A integração dessas abordagens cria uma sinergia que permite aos alunos não apenas ouvir sobre os conceitos, mas também vivenciá-los de maneira tátil, enriquecendo significativamente a compreensão geométrica. Paivio (2006) nos permite inferir que o uso combinado dos canais remanescentes, háptico (tato ativo) e auditivo, não sobrecarrega nenhum canal envolvido nesse processo de mesclagem de alternativas sensoriais. Portanto, os estímulos hápticos combinados às informações auditivas, com relação ao ganho na aprendizagem dos alunos cegos, tem trazido resultados positivos.

Mantoan (2015) reforça a importância da combinação de diferentes abordagens, como audiodescrição, aprendizado cinestésico e recursos táteis, para uma educação inclusiva de alunos com deficiência visual. Em suas obras, ela destaca a necessidade de estratégias diversificadas e adaptadas para atender às diversas formas de aprendizado, especialmente quando se trata de alunos com deficiência. Embora sua ênfase geralmente esteja na inclusão como um todo, seus escritos podem fornecer valiosas reflexões sobre a importância da combinação de abordagens para garantir uma educação abrangente e significativa para os alunos.

Entendemos, com base nos estudos realizados pelos especialistas citados nessa dissertação, que essas estratégias pedagógicas combinadas podem ser elaboradas e efetivadas considerando a capacidade dos alunos, independentemente de terem limitação sensorial ou não. Para Mantoan (2015, p. 34), “vale o que os alunos são capazes de aprender hoje”. E complementamos: valem também, complementando as novas empreitadas, as experiências individuais de cada aluno.

Combinar os recursos didáticos não só torna a aprendizagem mais eficaz e significativa como também implica a predisposição para a coparticipação de todos na execução das tarefas propostas pelo educador. E acrescentamos que, nesse contexto, repudiamos a proposta de ensino diferenciado dado aos alunos com deficiência. Nesse sentido, Mantoan (2015, p. 36) nos esclarece que: “[...] não podemos diferenciar um aluno pela sua deficiência [...]”. Na visão inclusiva, o ensino diferenciado continua segregando e discriminando os alunos dentro e fora das salas de aula.

E esclarecemos que, quando Mantoan (2015) menciona que o ensino individualizado/diferenciado é uma solução que não corresponde aos princípios inclusivos ao ser voltado para os alunos que apresentam déficits intelectuais e

problemas de aprendizagem, estendemos esse pensamento para a situação do aluno com deficiência visual ou com qualquer outra deficiência.

Portanto, nossa proposta pedagógica não intenciona “facilitar” a maneira de execução das tarefas para o aluno com deficiência, muito menos criar situações diferenciadas ou mesmo trazer listas de exercícios preparados especificamente para os alunos com alguma limitação sensorial. Muito pelo contrário. Queremos que todos participem ativamente e em conjunto na realização das tarefas propostas em sala de aula. Não há a necessidade de termos nas escolas dois currículos: um para os alunos regulares e outro para os alunos com deficiência visual. É aceitável a existência, quando a situação exigir, de algumas adaptações em certos materiais manipuláveis didático-pedagógicos, por exemplo, que tornam o aprendizado dos alunos com deficiência visual mais próximo possível de uma situação real. Em contrapartida, a inclusão implica levar a realidade para o aluno com deficiência por meio da oportunidade que é dada a ele no momento de tentar solucionar, junto aos colegas de classe, as situações-problemas propostas pelo educador a todos os alunos.

### 3. GEOMETRIA EUCLIDIANA: AXIOMAS

A geometria euclidiana, trazida por Euclides, é um sistema dedutivo. Portanto, é um sistema lógico. O seu estudo é benéfico, pois propicia na mente humana o desencadeamento de uma condição mental em que a construção e as constantes reorganizações da nossa estrutura cognitiva permitem o desenvolvimento do pensamento crítico e a elaboração de modelos mentais muito importantes para a constituição da nossa estrutura psicológica. Além disso, nos encoraja a enfrentar com confiança qualquer situação na vida.

#### 3.1 Euclides

Sem dúvida o surgimento da escrita sistematizada, por volta de 3500 a.C., foi um marco muito importante para a humanidade. Com a agricultura e a criação de animais surgiu a necessidade da contagem e o desenvolvimento das quatro operações básicas (Hall, 2015). As primeiras noções da Geometria vieram em decorrência de uma nova realidade: a da obrigação de efetuar medidas, ou seja, de comparar distâncias e de determinar as dimensões dos corpos que estavam próximos (Barbosa, 1995). Então, nessa etapa onde os povos eram mais rudimentares, a geometria era intuitiva e desenvolvia-se tendo por base os experimentos práticos. Uma prática distante do embasamento científico.

Mais à frente, a geometria ancorou em base científica. Surgiu “Os Elementos” uma obra de Euclides (300 a.C.). Ela foi uma compilação de um vasto material onde “as primeiras noções geométricas, surgiram quando o homem viu-se compelido a efetuar medidas” (Barbosa 1995, p. 21). Efetuar medidas significa que o homem precisou comparar distâncias ou precisou determinar as dimensões dos corpos que o rodeavam (Barbosa, 1995, p. 21). Pela primeira vez, o homem apresentou a geometria como um sistema lógico dedutivo (Barbosa, 1995). Foi também “o primeiro sistema de ideias desenvolvido pelo homem” (Barbosa, 1995, p.21).

Essa abordagem geométrica euclidiana parte de que alguns princípios devem ser utilizados para provar outras afirmações mais elaboradas. É o sistema dedutivo. Essa ideia trazida por Euclides tem influenciado gerações de matemáticos até mesmo nos dias atuais. “A beleza da Geometria, como um sistema dedutivo, inspirou homens,

das mais diversas áreas, a organizarem suas ideias da mesma forma.” (Barbosa, 1995, p.21).

### 3.2 Método geométrico euclidiano

Não pretendemos fazer um exame rigoroso do conteúdo dos enunciados matemáticos – definição, postulado, axioma e proposição – presentes na obra *Os elementos* de Euclides. Nossa intenção, nesse tópico, é tão somente apresentar, com base nos comentários trazidos por Barbosa (1995) e Abrantes (2018), a construção geométrica euclidiana. Para um estudo mais aprofundado, recomendamos a leitura do livro de João Lucas Marques Barbosa – *Geometria Euclidiana Plana* (1995) e a atenção ao artigo de Jorge Gonçalves de Abrantes (2018) – *O Método Geométrico Euclidiano*. Primariamente, devemos atentar para o que vem a ser o método. Abrantes (2018, p. 58) nos esclarece, em seu artigo, que:

[...] método é uma sucessão ordenada de regras ou procedimentos estabelecidos para ser seguidos de modo a ordenar e sistematizar as investigações e especulações com vistas à obtenção de conhecimento certo sobre algo.

Não deixando de destacar também que na época de Euclides, tendo como referencial seu tratado de matemática – *Os elementos* – o método empregado por ele foi o método geométrico. Nesse sentido, também Abrantes (2018; p. 61) nos traz que:

O método dedutivo à maneira dos geômetras, ou simplesmente método geométrico, pode ser facilmente compreendido tão somente pela observação de como o tratado euclidiano está estruturado. Em primeiro lugar são enunciadas as sentenças que não carecem de demonstração; e em segundo lugar são enunciadas aquelas sentenças que necessitam de demonstração. As sentenças requerentes de demonstração são deduzidas e provadas a partir das sentenças indemonstráveis.

Nesse contexto, somos acordes com Abrantes (apud Boyer, 1989, p.88) ao dizer também que “numa demonstração matemática, começa-se com algo dado como certo e a partir daí avança-se passo a passo até chegar naquilo que se se deseja provar”. Segundo Boyer (1989) existem duas ordens distintas na matemática para se realizar uma demonstração: uma sintética (ou geométrica) e uma analítica. De maneira similar ele explica que o pensamento matemático se processa de duas maneiras: síntese e análise. A primeira ocorre quando partimos das premissas à conclusão.

Significa “raciocinar a partir do que é conhecido para o que se deve demonstrar” (Ibid, p. 305). Essa é a ordem empregada por Euclides. A segunda – ordem analítica – considera as conclusões e busca os fundamentos e os princípios (premissas) que “as legitima e as sustenta como verdades certas e determinadas” (Ibid, p. 305). Como exemplo de demonstração, na segunda ordem, temos a geometria diferencial.

Assim, podemos falar, agora, que é a partir de alguns princípios, admitidos como verdadeiros e incontestáveis (Abrantes, 2018) que Euclides demonstra suas proposições geométricas. Esses princípios são: definição, postulado e axioma (ou “noções comuns”) (Barbosa, 1995; p. 88). Abrantes (2018) nos traz os conceitos primitivos euclidianos como pressupostos que não necessitam de demonstração e nem são definidos, muito embora Euclides tenha definido no princípio, o ponto, a linha e a superfície em função de conceitos nunca citados antes no texto. São aceitos, os conceitos primitivos, como certos e determinados.

Segundo, temos as definições apresentadas por Euclides. São de três tipos: nominais (nomeiam os entes geométricos), descritivas (nomeiam e descrevem os entes geométricos) e de construção (com alguns elementos bem determinados – pontos, linhas ou superfícies – conceituam-se novos elementos geométricos). Adicionalmente, temos os postulados euclidianos. Segundo as explicações de Abrantes (2018, p. 63), “o postulado é uma sentença requerente, pois requer algo”:

O postulado euclidiano é a sentença que encerra verdades peculiares e exclusivas, cujo conteúdo enuncia condições de garantia da existência dos entes e figuras geométricas.

Vejamos o terceiro postulado enunciado em *Os Elementos* (Commandino, 1944, p. 7) como exemplo: “E que com qualquer centro e qualquer intervalo se descreva um círculo”. Percebemos que na sentença há o requerimento de um centro e um “intervalo” (raio) para descrevermos um círculo. Porém, continuando com os enunciados de Euclides, temos, como o último dos princípios apresentados por ele, os axiomas. Nos esclarecimentos de Abrantes (2018, apud Boyer, 1989, p. 105) para Euclides e para a maioria dos antigos matemáticos gregos:

(...) os axiomas se apresentavam sob um aspecto distinto de todos os demais princípios, porque não eram meramente hipóteses, mas declarações afirmativas de fatos e de verdades evidentes por si próprias, que todos poderiam aceitar e adotar sem nenhum problema. Nesse sentido, os axiomas são mais gerais e mais fortes do que as definições e postulados, mesmo estes sendo indemonstráveis, pois enquanto o primeiro trata de conceitos primitivos

e o segundo de especificidades, os axiomas tratam de verdades gerais, comuns e evidentes a todos os saberes.

Atualmente, para os matemáticos, não há diferença entre axioma e postulado. Portanto, ambos possuem a mesma acepção e emprego (Boyer, 1989).

Portanto, podemos dizer que:

[...] as proposições são sentenças afirmativas contingentes, pois enunciam conclusões ou resultados que podem ser verdadeiros ou falsos. Justamente por conta disso, necessitam ser provadas e validadas (Abrantes, 2018, p. 64).

Em decorrência disso, o mesmo autor nos esclarece que as proposições são “encaradas e tratadas como complexas e sofisticadas, já que seus conteúdos necessitam de demonstração para terem o assentimento do estudante” (Abrantes, 2018, p. 64).

Após a demonstração da proposição, ela passa a ser tomada por verdade certa e indubitável. É, em decorrência disso, denotada teorema (Ibid, p. 64).

### 3.3 Os axiomas euclidianos

Antes de apresentarmos os axiomas euclidianos de incidência e ordem e algumas proposições geométricas euclidianas, esclarecemos que nessa dissertação seguimos a notação de Barbosa (1995), notação esta que, em geral, consta na literatura matemática que aborda o tema da geometria. Os pontos, as retas e os planos aos quais os axiomas se referirão são os objetos elementares euclidianos. Assim, enquanto ponto e reta terão sua notação com letras do alfabeto latino, o plano será representado por letras gregas minúsculas:

- pontos: A, B, C, D, ... (maiúsculas)
- retas: a, b, c, d, ... (minúsculas)
- planos:  $\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta),  $\gamma$  (gama), ...
- as notações gráficas do ponto, da reta e do plano serão, respectivamente:

**Tabela 1** – Notações gráficas do ponto, reta e plano

PONTO	RETA	PLANO
●		

Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

Vejam, a seguir, a descrição de alguns grupos de axiomas euclidianos. O primeiro grupo de axiomas é constituído pelos axiomas de incidência. O segundo grupo é composto pelos axiomas de ordem.

Os axiomas de incidência expressam a noção de “*estar em*” (Manfio, 2008). São axiomas de incidência (Barbosa, 1995; p.1):

**Axioma I<sub>1</sub>:** Qualquer que seja a reta existem pontos que pertencem à reta e pontos que não pertencem à reta

**Axioma I<sub>2</sub>:** Dados dois pontos distintos, existe uma única reta que contém estes pontos

**Proposição 1:** Duas retas distintas ou não se interceptam ou se interceptam em um único ponto.

**Demonstração:** Sejam  $m$  e  $n$  duas retas distintas. A interseção destas duas retas não pode conter dois (ou mais) pontos, do contrário, pelo axioma I<sub>2</sub> elas coincidiriam. Logo a interseção de  $m$  e  $n$  é vazia ou contém apenas um ponto.

Os axiomas de ordem expressam a noção de “*estar entre*” (Manfio, 2008). Para Barbosa (1995), a noção de que um ponto está localizado entre outros dois pontos da mesma reta é uma relação que satisfaz aos axiomas II<sub>1</sub>, II<sub>2</sub> e II<sub>3</sub> que serão descritos na sequência.

Vejam, agora, os axiomas de ordem (Barbosa, 1995, p.3):

**Axioma II<sub>1</sub>:** Dados três pontos de uma reta, um e apenas um deles localiza-se entre os outros dois.

**Definição 1:** O conjunto constituído por dois pontos A e B e por todos os pontos que se encontram entre A e B é chamado *segmento* AB. Os pontos A e B são denominados *extremos* ou *extremidades* do segmento.

Muitas figuras planas são construídas usando-se segmentos. Uma delas é o triângulo. Ele é formado considerando três pontos que não pertencem a uma mesma reta e pelos segmentos determinados por esses três pontos. Os pontos serão os vértices do triângulo e os segmentos serão os lados do triângulo (Ibid, p. 3).

**Definição 2:** Se A e B são pontos distintos, o conjunto constituído pelos pontos do segmento AB e por todos os pontos C tais que B encontra-se entre A e C, é chamado de semi-reta de origem A contendo o ponto B, e é representado por  $S_{AB}$ . O ponto A é então denominado origem da semi-reta  $S_{AB}$ .

**Proposição 2:** a)  $S_{AB} \cup S_{BA}$  é a *reta determinada por A e B*,

$$b) S_{AB} \cap S_{BA} = AB$$

**Demonstração do item a da Proposição 2:** Seja  $m$  a reta determinada por  $A$  e  $B$ . Como  $S_{AB}$  e  $S_{BA}$  são constituídas de pontos da reta  $m$ , então  $S_{AB} \cup S_{BA}$  está contido em  $m$ . Por outro lado, se  $C$  é um ponto da reta  $m$  então, de acordo com o axioma  $II_1$  uma das três possibilidades exclusivas ocorre: (1)  $C$  está entre  $A$  e  $B$ , (2)  $A$  está entre  $B$  e  $C$ , (3)  $B$  está entre  $A$  e  $C$ . No caso (1),  $C$  pertence ao segmento  $AB$ ; no caso (2),  $C$  pertence a  $S_{BA}$ ; e no caso (3),  $C$  pertence a  $S_{AB}$ . Portanto, em qualquer caso,  $C$  pertence a  $S_{AB} \cup S_{BA}$ .

**Demonstração do item b da Proposição 2:** Vamos mostrar que  $(S_{AB} \cap S_{BA}) \supset AB$  e  $AB \supset (S_{AB} \cap S_{BA})$ ; assim, consideremos o ponto  $D \in AB$ ; isso implica  $D$  entre  $A$  e  $B$ ; portanto  $D \in S_{AB}$  e  $D \in S_{BA}$ ; isso implica  $D \in (S_{AB} \cap S_{BA})$ ; portanto  $AB \supset (S_{AB} \cap S_{BA})$  (I); agora, consideremos  $D \in (S_{AB} \cap S_{BA})$ ; isso implica  $D \in (S_{AB}$  e  $S_{BA})$ ; tendo  $D \in S_{AB}$  implica  $D \in AB$  ou  $D$  à direita de  $B$ ; tendo  $D \in S_{BA}$  implica  $D \in AB$  ou  $D$  está à esquerda de  $A$ ; como  $D \in AB$ , teremos  $(S_{AB} \cap S_{BA}) \supset AB$  (II). De (I) e (II), teremos  $S_{AB} \cap S_{BA} = AB$ .

**Axioma  $II_2$ :** Dados dois pontos  $A$  e  $B$  sempre existem: um ponto  $C$  entre  $A$  e  $B$  e um ponto  $D$  tal que  $B$  está entre  $A$  e  $D$ .

Considere uma reta  $m$  e dois pontos  $A$  e  $B$  que não pertencem a esta reta. Diremos que  $A$  e  $B$  estão em um mesmo lado da reta  $m$  se o segmento  $AB$  não a intercepta.

**Definição 3:** Sejam  $m$  uma reta e  $A$  um ponto que não pertence a  $m$ . O conjunto constituído pelos pontos de  $m$  e por todos os pontos  $B$  tais que  $A$  e  $B$  estão em um mesmo lado da reta  $m$  é chamado de *semi-plano* determinado por  $m$  contendo  $A$ , e será representado por  $P_{mA}$ .

**Axioma  $II_3$ :** Uma reta  $m$  determina exatamente dois semi-planos distintos cuja interseção é a reta  $m$ .

A abordagem, neste capítulo, dos princípios que compõem a base teórica euclidiana – definição, postulado e axioma - e a enunciação dos axiomas de incidência e de ordem junto com algumas proposições e definições geométricas euclidianas, permitem aos alunos terem um entendimento teórico estruturado, uma vez que os mesmos formam a base de raciocínios e construções geométricas futuras. Dessa forma, acreditamos, com base na leitura dos trabalhos e artigos científicos dos estudiosos que serviram de base teórica para essa dissertação, ser possível garantir que os estudantes, com essas abordagens prévias, independentemente de suas limitações visuais, possam participar – com segurança e motivação - das atividades

propostas pelos educadores. É uma apresentação conceitual, devidamente fundamentada, preliminar que será complementada com a proposta pedagógica – sequência didática - descrita no capítulo seguinte, para, dessa forma, verificar efetivamente a consolidação do entendimento dos conceitos elementares geométricos euclidianos propostos.

## **4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

Nesse capítulo, iniciamos com o conceito de sequência didática segundo Zabala (1998). Em seguida, enfatizamos a elaboração dessa alternativa pedagógica tendo por base a proposta educacional de Zabala (1998) e como diretrizes as prescritas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC / 2017) do ensino fundamental – documento de caráter normativo que serve como um currículo mínimo que orienta o que cada conteúdo deve trazer de competências e de habilidades – e o Documento Curricular para Goiás (DC-GO 2018/2020). O DC-GO, implantado nas escolas de Goiás a partir de 2020, é um documento que define os conteúdos que serão trabalhados em cada escola de Goiás, a partir da BNCC. Por fim, abordamos a descrição das etapas da sequência didática. No nosso planejamento, foram previstos três dias em uma mesma semana, com 2 aulas diárias de 50 minutos cada para comporem a unidade didática. Porém, conforme for o desempenho da turma durante a realização das atividades propostas pelo educador, esse número pode variar.

### **4.1 O que é uma sequência didática?**

Uma sequência didática é um conjunto de atividades concebidas e organizadas de tal forma que cada etapa está interligada à outra. Durante o processo de elaboração de uma sequência didática, sempre deve ser levada em consideração a ideia de que o aprendizado se orienta em critérios como: relevância social e cultural; relevância para a formação intelectual do aluno e potencialidade para a construção de habilidades comuns; possibilidade de estabelecer conexões interdisciplinares e contextualizações; acessibilidade e adequação aos interesses da faixa etária do aluno (Zabala, 1998).

Aqui, propomos uma sequência didática para o aprendizado de alguns conceitos primitivos geométricos, dos axiomas de incidência e ordem, além de uma noção do espaço tridimensional, em um ambiente inclusivo. A sequência didática que foi desenvolvida nesse trabalho teve por base teórica os ensinamentos trazidos na obra “A Prática Educativa: Como ensinar”, do professor e pedagogo espanhol Antoni Zabala (1998).

## 4.2 A sequência didática e suas etapas

Essa proposta pedagógica está voltada para o ensino fundamental 1, conforme previsão no DC-GO.

As etapas da sequência didática ocorrem da seguinte forma:

### **SEQUÊNCIA DIDÁTICA:**

Escola: -----

Área de conhecimento: Matemática e suas Tecnologias

Disciplina: Matemática

Professor (a): -----

Série: -----

Tempo necessário para abordar todo o conteúdo teórico proposto (conceitos primitivos, axiomas de incidência e ordem e uma introdução do espaço tridimensional e sua relação com os conceitos anteriores): são planejados 3 dias na mesma semana. Em cada dia são dois períodos de 50 minutos. É interessante, não obrigatório, que as aulas do dia sejam seguidas. Dessa forma, podemos manter a dinâmica da aula e a concentração dos alunos. Portanto, consideramos cada aula (Aula 1, Aula 2, Aula3) com 2 períodos seguidos de 50 minutos cada um, no mesmo dia. Isso três vezes na mesma semana.

**CONTEÚDOS ABORDADOS:** Conceitos primitivos de ponto, reta, plano, axiomas de incidência e de ordem, noções de espaço tridimensional.

**TEMA:** Geometria - Noções primitivas geométricas, espaço tridimensional e suas correlações com o mundo real.

**MOTIVAÇÃO:** são enunciados matemáticos que tem forte relação com o mundo real dos alunos; fundamentais para o desenvolvimento cognitivo; nessa etapa escolar, as crianças tem o conhecimento geométrico intuitivo que será convertido em aprendizado significativo do mundo real no momento da execução das atividades; também porque a geometria euclidiana é dedutiva, ou seja, o pensamento sistematizado lógico é importante para os outros campos de estudo da matemática e das outras disciplinas; isso é fundamental para a vida também; o estudo simultâneo dos tópicos em questão favorece a construção de uma base sólida do pensamento geométrico

**JUSTIFICATIVA:** o estudo dos conceitos primitivos geométricos e de alguns axiomas de Euclides a alunos com cegueira congênita ou com baixa visão pode ajudar

a desenvolver o raciocínio lógico dedutivo. Isso é muito importante para o aprendizado não somente de geometria, mas também em qualquer área do conhecimento. A geometria permite que os alunos organizem seus pensamentos de forma estruturada, numa sequência lógica de ideias e conceitos, até a obtenção de um resultado que torne possível ou o mais próximo dele. A partir desse fato, é possível até mesmo, a resolução de problemas nos diferentes campos de atuação do homem.

**COMPETÊNCIAS:** São as Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental – DC-GO (2018/2020)

- **Desenvolver o raciocínio lógico**, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. (grifo nosso)
- **Interagir com seus pares de forma cooperativa**, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (grifo nosso)

**HABILIDADES:** DC-GO (2018/2020)

- (EF01MA11 - A) Reconhecer noções de distância: perto, longe, tendo como referência o próprio corpo, fitas métricas, passos, cordas (Documento Curricular para Goiás, Volume II).
- (EF01MA12) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço, segundo um dado ponto de referência

**OBJETIVOS:**

- Estudar e compreender que conceitos primitivos são a base que torna possível o entendimento em todos os tópicos de geometria.
- Compreender a lógica da geometria dedutiva. Para isso, é preciso compreender os axiomas de Euclides e ter bem estabelecido os principais conceitos primitivos geométricos.
- Desenvolver o pensamento abstrato. Saber construir representações mentais partindo dos conceitos abstratos (essa habilidade é fundamental no estudo da geometria e das outras áreas da matemática).
- Desenvolver os processos cognitivos para o entendimento de conceitos

que fisicamente não podem ser visualizados.

- Aprender a fazer deduções a partir de axiomas (aqui veremos alguns axiomas de Euclides – incidência e ordem).

- Através do raciocínio lógico dedutivo, fazer com que o aluno saiba deduzir novos pensamentos matemáticos, partindo de verdades previamente aceitas pela comunidade matemática.

- Preparar o aluno(a) para os estudo e a compreensão de outros tópicos da matemática como polígonos.

- Fazer com que o aluno cego perceba que o mundo ao seu redor faz parte do contexto geométrico estudado em sala de aula. Em outras palavras, é importante que o educando, que está nessa condição física, sinta que o aprendizado dos elementos básicos geométricos e a noção de espaço tridimensional estão intimamente presente no seu cotidiano. Ao tocar nas paredes de casa, ao apoiar-se com o cotovelo sobre a mesa, ao sentar-se em uma cadeira, ao tocar em uma vassoura, ao perceber a distância do próprio corpo com relação aos objetos são alguns exemplos de situações práticas.

- Por fim, fazer com que o aluno possa modelar matematicamente situações físicas e, com isso, buscar compreender a realidade e descobrir possíveis soluções para os problemas reais.

- Compreender que a pessoa cega não vive num mundo escuro e sombrio. Ela percebe coisas e ambientes e adquire informações através do tato, da audição, do paladar, do olfato, dos sentidos cinestésicos e dos sentidos vestibulares.

- Ao orientar o aluno cego quanto a direção que ele deve seguir, fazer essa orientação de forma bem clara; dizer, por exemplo, “a direita”, “a esquerda”, “acima”, “abaixo”, “para frente” ou “para trás”; jamais dizer “ali”, “lá”.

- Proporcionar ao aluno cego a chance de ter sucesso ou de falhar, do mesmo modo que uma pessoa de visão regular.

- Possibilitar diferentes instrumentos de avaliação. Um deles seria a prova oral (pode ser a escrita, desde que com as devidas condições de acessibilidade).

- Promover atividades colaborativas entre os alunos. Exemplo: atividades em dupla, em que é possível ao aluno cego ter, em seu colega, um escriba e leitor.

- Verbalizar todos os procedimentos desenvolvidos, sendo claro ao transmitir os conteúdos de forma fácil e audível.

- Desenvolver, sistematicamente, a percepção tátil dos alunos com

cegueira, pois ela é fundamental para as pessoas cegas chegarem a desenvolver a capacidade de organizar, transferir e abstrair conceitos.

- Caso seja necessário, dar mais tempo para o aluno cego cumprir suas tarefas, inclusive diminuir o número de exercícios e/ou textos.
- Disponibilizar para o aluno cego, sempre que possível, os textos em formato digital, os *slides* e filmes contendo os conteúdos abordados durante a aula. Isso permite que, por meio das adaptações necessárias (Tecnologia Assistiva), o estudante deficiente tenha condições de acessar o material de estudo abordado em sala de aula pelo professor.
- Solicitar à turma a compreensão de que é necessário o respeito da fala dos colegas, para que o aluno cego possa ouvir, com segurança, a fala de todos.
- Compreender que é ruim para o entendimento do cego o barulho excessivo em sala. O mesmo, por não ter a visão, precisa ouvir bem o que é dito em sala de aula.
- Descrever os experimentos realizados em sala de aula. Permitir que o aluno cego explore o material utilizado pelo educador para exemplificar os comentários, uma vez que o toque permite uma compreensão melhor dos objetos de estudo. Porém, a integridade física e moral dos estudantes deve ser respeitada.

#### **PÚBLICO ALVO:**

Alunos de Matemática – 1º ano do Ensino Fundamental anos iniciais; com base no DC-GO 2018/2020, um dos constituintes que compõem a estrutura desse documento curricular é o Ensino fundamental anos iniciais (1º ao 5º ao).

#### **MATERIAL NECESSÁRIO:**

Materiais com diferentes texturas para a elaboração dos recursos didáticos táteis, datashow, quadro para escrever, folhas de papel, cola, tesoura, bolinas de isopor, lápis colorido, durex e borracha.

#### **NÍVEL/MODALIDADE DE ENSINO:**

De acordo com a LDB nº 9.394/96, o nível é da educação básica e a modalidade de ensino é a educação presencial.

#### **AValiação:** diferentes formas de avaliação:

- ❖ prova oral (perguntas relacionadas com o protótipo confeccionado em sala de aula);
- ❖ prova escrita (desde que com as devidas condições de acessibilidade);

- ❖ o desempenho individual e coletivo dos alunos durante a realização das atividades propostas pelo educador.

Antes de entrarmos na descrição da sequência didática, é importante destacarmos algumas ações importantes para a inclusão do estudante com limitação sensorial visual. É interessante o professor preparar a audiodescrição por gravação ou verbalização, contendo os detalhes físicos da escola e das definições fenotípicas<sup>1</sup> das pessoas próximas ao educando antes do início do ano letivo. Inicialmente o professor, os funcionários, o corpo gestor e a direção. Posteriormente, a comunidade escolar. Dessa forma, ao iniciarem as aulas, o aluno cego já estará familiarizado com o espaço físico da escola e enturmado com os colaboradores da escola. Isso se o aluno não conhece a escola e nem as pessoas que frequentam a unidade de ensino. Pode ocorrer que, durante o período de férias ou de recesso escolar, sejam realizadas modificações no espaço físico da escola. É aconselhável que o aluno(a) com deficiência visual visite a escola nesse período, enquanto que o acompanhante efetiva a matrícula do aluno(a). Independentemente de o aluno estudar ou não na unidade de ensino. No calendário escolar sempre há, no início do ano letivo, a previsão de uma semana de planejamento. Seria interessante que os pais ou responsáveis, sempre que possível, levassem o aluno(a) cego(a) para conhecer a escola nesse período. É uma boa oportunidade para que o deficiente visual se familiarize com as dependências da unidade de ensino em que ele(a) irá estudar.

Ou

Na primeira semana de aula, caso não seja possível antes do início do ano letivo. Isso para garantir desde já as informações essenciais.

Ou

Quando o aluno ingressar na escola após o início do ano letivo.

Ou

Quando houver alterações físicas significativas na escola ou na sala de aula de maneira que possam afetar a navegação do aluno nas dependências do estabelecimento de ensino.

Devemos atentar que o audiodescritor (o professor), pode exercer diferentes papéis no processo de audiodescrição (Enap, 2020<sup>2</sup>): como roteirista, o professor

---

<sup>1</sup> Fenótipo: termo criado em 1909 por Wilhelm Ludvig Johannsen (1857-1927). Denota as características morfológicas, fisiológicas e comportamentais de um indivíduo.

<sup>2</sup> Fundação Escola Nacional de Administração Pública – desenvolvimento de curso realizado no âmbito do acordo de Cooperação Técnica FUB/CDT/ Laboratório Latitude e Enap; Introdução à Audiodescrição.

prepara todo o material de audiodescrição. Ele é quem decide o que deverá ser dito e de que forma será dito. Como descritor, o professor irá descrever o que ele mesmo elaborou no roteiro.

Vamos acompanhar, agora, os três dias da mesma semana com as aulas propostas e comentadas, as estratégias pedagógicas implementadas de forma a comporem uma sequência didática inclusiva e suas respectivas atividades avaliativas significativas.

## **AULA 1**

Duração: dois períodos com 50 minutos cada. Normalmente são seis períodos (aulas) diários por turno.

O objetivo desta primeira aula é fazer com que o alunado compreenda os enunciados geométricos euclidianos e suas relações. Nessa aula inicial da sequência, o foco é a noção intuitiva de ponto. O interessante é os alunos conseguirem, com essas abordagens, fazer a associação da teoria formal matemática com o mundo real. Ver a geometria, por exemplo, nos objetos ao redor deles.

Como abordar o elemento primitivo ponto?

**1º)** No momento em que o professor entra na sala, após a apresentação, ele convida os alunos com visão regular e o aluno sem a visão regular para participarem de uma aula. O convite é bom para que o educando com limitação sensorial visual se sinta acolhido pelo educador.

**2º)** Divididos em grupos, o professor deixa a cargo dos próprios colegas de classe convidar o colega com DV de forma espontânea (para realizar atividades junto ao grupo). Isso é benéfico para todos os envolvidos pois de um lado é uma oportunidade para eliminar o capacitismo que pode ocorrer por parte de alguns membros da classe. Por outro lado, fortalece a empatia e o respeito entre os estudantes que desenvolvem os trabalhos escolares junto com o colega deficiente (cego), seja no mesmo grupo ou em grupos diferentes.

**3º)** Após a divisão da turma em grupos, o professor coloca um tabuleiro na mesa que estiver próxima a cada grupo de alunos. Esse tabuleiro pode ser confeccionado pelos próprios estudantes (Figura 1). Pode ser feito, por exemplo, com isopor ou madeira. Nesse contexto há várias pesquisas sobre o uso dos recursos táteis no desenvolvimento de práticas pedagógicas inclusivas em sala de aula. Isso potencializa o ensino sob a perspectiva inclusiva (PAULO et al, 2020). Portanto, em outras palavras, ao proporcionar ao aluno DV (cego) a possibilidade de compreender

diferentes tipos de informações pelo sentido tátil, favorece a inclusão do estudante com deficiência visual. Esse é o intuito.

**Figura 1: Superfície plana que pode ser confeccionada pelos alunos que proporcionará ao aluno cego a experiência de espaço plano.**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

**4º)** Pedir para que os alunos sintam, com a palma da mão, a lisura da superfície do painel.

**5º)** O professor prega um alfinete de ponta esférica em qualquer lugar do tabuleiro, de forma que somente fique destacada a cabeça do alfinete (Figura 2). Obs: o alfinete-de-cabeça deve estar bem fixado na base do tabuleiro. Dessa forma, evita que alguém se machuque. O professor pode utilizar bolinha de isopor em vez de alfinete. Fica a critério do mediador.

**Figura 2: Superfície plana com alfinete-de-cabeça que pode ser confeccionada pelos alunos.**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

**6º)** Pedir para que os alunos passem, lentamente, a palma da mão pela superfície plana e lisa. Isso é para que os alunos possam “sentir” a extremidade esférica do alfinete ao passar a mão por ele. O professor se aproxima do aluno DV (cego) e o convida a passar a mão pelo tabuleiro (Silva, 2010). Os alunos perceberão, de algum modo, que na região onde estiver o alfinete há uma “diferença” com relação às outras regiões do plano. Dessa forma, surge a possibilidade em o aluno adquirir mecanismos interpretativos e formadores de conceitos e imagens mentais (Canziani, 1985).

**Observação:** a audiodescrição, os recursos táteis e a realização de tarefas (aprendizado cinestésico) são canais que permitem a abertura de caminhos para a leitura de mundo. A professora Lívia Motta (2016, p.15), ao citar Santaella (2012), nos faz refletir que o trabalho em sala de aula realizado com a coparticipação entre alunos cegos e alunos de visão regular (videntes) é importantíssimo para todas as pessoas envolvidas nesse processo, ensino-aprendizagem. Isto é:

O ato de ler, segundo Santaella (2012), não se limita à decifração de letras, expande-se também para todos os tipos de imagem, bem como diagramação de texto, tipos gráficos, tamanho de letras e páginas. Nesse sentido, acredita-se que o conhecimento sobre audiodescrição possa contribuir para transformar a escola em um lugar cada vez mais possível para a diversidade, um lugar mais justo e inclusivo, que forme cidadãos do mundo e para o mundo. (Motta, 2016, p. 15)

Nossa proposta é para atuar em uma sala de aula comum. A título de esclarecimento: uma situação é lidar com um aluno cego em uma sala de AEE. Apenas o professor e o aluno. Outra realidade é o desenvolvimento de projetos com turmas somente com alunos deficientes visuais, em uma instituição tida como especializada nesse tipo de situação. Por outro lado, a situação apresentada pela professora Livia (2016) tem trazido resultados significativos no que se refere à forma como as pessoas passam a se relacionar e com a maneira em como elas passam a enxergar o mundo. Essa dissertação com uma proposta de sequência didática vem ao encontro do que Motta (2016) aborda em sua obra “Audiodescrição na Escola: abrindo caminho para leitura de mundo”. Em uma passagem do texto da referida autora menciona-se que mesmo as pessoas sem deficiência, a audiodescrição tem aumentado o senso de observação. E também, tem ampliado a percepção e o entendimento, demonstrando e desvelando detalhes que passariam despercebidos. Motta (2016) acrescenta também que pessoas com comprometimento visual grave, que perderam a visão na fase adulta, confirmam que a audiodescrição as faz se sentirem incluídas, respeitadas e em igualdade de condições para discutir com outras pessoas. A nossa proposta vai ao encontro do pensamento da professora Motta. O ambiente inclusivo traz muitas vantagens para todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Como exemplo, os detalhes que um aluno com visão regular não consegue enxergar em um determinado objeto, o colega com deficiência visual, perpassando as mãos pelo mesmo objeto, consegue perceber coisas que o colega não conseguiu. No momento em que os dois estudantes dialogam e percebem que ambos trazem informações interessantes sobre o mesmo objeto segurado por eles, temos uma interação saudável e benéfica para ambos. Esse é o verdadeiro aprendizado.

**7º)** Depois de um tempo tateando e “sentindo” a diferença, ao perceber que todos os alunos já tocaram o plano e, pelo menos uma vez a extremidade visível e esférica do alfinete (ou outro objeto no lugar do alfinete), o educador, antes de comentar que a extremidade do alfinete pode ser considerada como um “ponto” na superfície lisa do tabuleiro, fica aguardando por um tempo a manifestação do aluno DV ou de qualquer outro aluno de visão regular. É coerente acreditar que o educando DV fará observações e perguntas como: “Aqui tem algo diferente.”; “O que é isso?”; “Só tem aqui.”. A ideia é aguçar a curiosidade dos alunos. Principalmente a do aluno DV. Se isso não ocorrer, o professor deverá esclarecer que onde os alunos tocarem no tabuleiro e eles sentirem que tem algo “diferente”, poderemos dizer que a região de destaque é um “ponto”. A ideia é fazer o aluno perceber que “ponto” é “algo” que está

“destacado”, “sobressaído”, “diferenciado dos demais”. Por outro lado, a noção de que um ponto não tem grandeza será trabalhada normalmente na medida em que os alunos entenderem que não apenas o alfinete-de-cabeça ou uma bolinha de isopor podem ser considerados pontos. Outros objetos que não sejam esféricos podem se destacar nos diferentes ambientes e também serem considerados “pontos”. Outra maneira de explicar que ponto não tem grandeza é fazer os alunos segurarem objetos feitos com massa de modelar, não necessariamente esféricos, e aos poucos reduzir a quantidade de massa até não restar quase nada do material. Para passar da experiência prática para a abstração propomos o seguinte: em uma superfície lisa podemos colar objetos não esféricos, porém idênticos e justapostos. Repetimos esse procedimento várias vezes com a diferença de que o mesmo objeto fica cada vez menor. A intenção é fazer o aluno observar que quanto menor fica o objeto, os detalhes ficam cada vez mais difíceis de serem percebidos (visão) e sentidos pelas extremidades dos dedos (tato). Isso vale tanto para quem enxerga como para quem está com DV (Vygotsky, 1997).

**8º)** Em seguida, o professor pede para os alunos agitarem os braços no ar, como se estivessem “nadando”. Com o pedido de permissão prévio, o professor segura os braços do aluno DV e os agita, simulando os movimentos dos membros superiores (SILVA, 2010). Enquanto o aluno DV permanece articulando os braços lentamente, o professor, segurando um bastão muito fino que contém uma bola de isopor presa em uma das pontas, mantém-no fixo em um lugar do espaço próximo ao aluno. Em dado momento, o educando encostará na bola. Ao tateá-la, assim como tocou na extremidade redonda do alfinete fixado no tabuleiro, nesse novo experimento também perceberá que existe uma região do espaço que destoa das outras regiões. Nesse instante, o professor fala para o aluno que o que ele segura (objeto), pode ser considerado também como um “ponto”, assim como aquele que ele tocou na região plana (tabuleiro). Ver figura 3, na página 60.

**9º)** O professor pode fazer perguntas e/ou o professor pode deixar o aluno manifestar-se espontaneamente sobre os fatos (esperar reações). Ouvir o que os alunos falam é valorizar o conhecimento prévio (Zabala, 1998; Rodrigues, 2019).

**10º)** O professor pode repetir esse procedimento com a bola e o bastão por um tempo conforme com a deficiência visual do aluno especial (Silva, 2010).

**Observação:** “A definição euclidiana de ponto requer o conhecimento prévio dos conceitos de “parte” e de “possuir” tão problemáticos como o próprio conceito em pauta. Assim, não temos uma alternativa a não ser empregar aqui os conceitos de

ponto e reta, sem, no entanto, defini-los. Estes são, portanto, chamados de conceitos primitivos. Pontos serão aceitos como marcadores de posição desprovidos de extensão, ou seja, são infinitesimais. Outros conceitos primitivos são o do plano, o do espaço tridimensional, a noção de um objeto pertencer a outro ou estar contido nele e a noção de um ponto estar entre dois outros pontos (sobre uma reta)” (Hall, 2015, p.21).

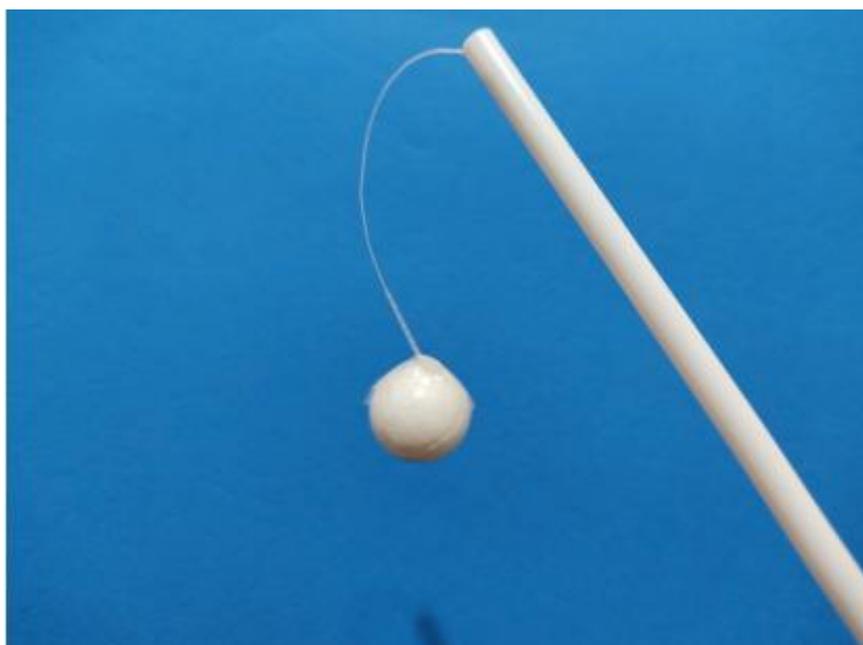
**11º)** Continuando a 1ª aula: O professor pede permissão para segurar uma das mãos do aluno DV (cego) (Silva, 2010). O professor, então, se aproxima do aluno e estende o braço do aprendiz e segura a mão do membro superior não estendido. Em seguida, o educador pede para o aluno esticar o dedo indicador. O próprio professor pode executar os movimentos com o corpo do aluno enquanto fala o que está sendo executado. Com o dedo indicador da mão do braço não esticado, o professor aproxima do dedo indicador da mão do braço esticado. Em seguida, o educador orienta o aluno cego a tocar a extremidade do dedo indicador da mão do braço esticado com o dedo indicador da outra mão. Esfrega por um tempo. Continuando, o professor pede para o aluno parar de esfregar as extremidades dos dedos entre si, porém mantendo as pontas dos dedos indicadores encostadas. Enquanto isso, o professor abaixa o braço da mão que havia se aproximado do braço esticado. O dedo indicador da mão do braço esticado permanece na região do espaço. Essa manobra em que um braço permanece esticado enquanto o outro braço se aproxima para que os dedos indicadores das mãos se toquem nas extremidades, pode ser repetida outras vezes. Nessa experiência, o professor tem a oportunidade de esclarecer os alunos, tanto os alunos com DV (cegos) quanto os alunos de visão regular e de baixa visão (Motta, 2016), que mesmo abaixando os braços, é razoável aceitar a ideia de que naquela região do espaço em que fica a extremidade do dedo da mão do braço estendido, agora existe um ponto imaginário. Exatamente na região espacial onde as extremidades dos dedos indicadores das mãos se tocavam. Ou mesmo o professor pode pôr a extremidade do bastão no dedo da mão do braço esticado e depois afastar o bastão com a bola em uma de suas extremidades. Assim, espera-se que, dessa forma, os alunos, incluindo cegos, compreendam que sem o bastão restou no espaço “a região vazia”, sem “nada” para tocar, a não ser que nesse “vazio” haja um ponto imaginário.

**Observação:** Notemos que essa proposta de ensino é trabalhada com alunos cuja visão é regular e também com alunos DV (cegos). Porém, mesmo com essa proposta pedagógica, não haverá equívoco ao se crer que os alunos videntes, de imediato, tenham chance maior de compreender a noção de ponto no espaço do que

os alunos sem visão normal. O interessante é compreendermos que, “mesmo com adaptação e planejamento do conteúdo para se tornar acessível aos cegos, ou através da utilização de tecnologia assistiva, o conteúdo não será igual ao dado através do canal visual, pois a forma de compreender o mundo é diferente para videntes e cegos. Entretanto, a informação poderá ser repassada em sua essência, já que, durante o processo cognitivo, os cegos também compreendem sons, imagens e formam modelos mentais” (Sanches et al, 2021, p. 13).

**12º)** Repetindo o procedimento apresentado no item anterior com dois bastões, cada um contendo uma esfera em uma de suas extremidades, é esperado que o aluno possa compreender que existem dois outros pontos no espaço. Usando o recurso tátil conforme a Figura 3 seguinte, a noção de que o espaço é formado por pontos ficará mais compreensível, principalmente para os educandos com algum comprometimento da visão. Enquanto os alunos manipulam essa estrutura (Figura 3), que pode ser confeccionada apenas com cola, canudo plástico e algumas bolas de isopor, o professor conversa com seus educandos explicando que as ligações entre as bolas de isopor podem ser retiradas no imaginário, restando suspensas no ar apenas as bolas de isopor. Essas bolas e tantas quantas quisermos, em conjunto, compõem o espaço.

**Figura 3: Bastão com esfera na ponta.**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

**13º)** A atividade 1, após as explicações anteriores, pode ser executada tanto em sala de aula quanto na casa dos alunos. Todas as atividades devem ser bem elaboradas. Isso porque, ao realizarem os deveres propostos pelo professor, os aprendizes revelam o que conseguiram compreender com as explicações abordadas pelo educador durante as aulas.

A primeira atividade proposta terá como suporte a primeira representação hipotética de uma sequência didática trazida por Zabala (1998, p. 56), em sua obra “A Prática Educativa: Como ensinar.” Nessas bases, vejamos a primeira atividade:

### **ATIVIDADE 1**

a) O(a) professor(a) expõe o tema relembrando resumidamente a noção de ponto e sua relação com o espaço.

b) Usando o material didático, como livro-texto, ou o próprio caderno com as anotações, os alunos reforçam o aprendizado prático lendo os conteúdos da lição. Os alunos cegos utilizarão o material em Braille e trocarão informações com os colegas mais próximos (Silva, 2010).

c) Em seguida o(a) professor(a) pergunta: Com base nos comentários feitos em sala acerca de ponto e espaço, mostre exemplos neste ambiente (sala de aula ou em sua casa), o que você considera que possa representar um ponto?

d) O(a) professor(a) concede um tempo para os alunos pensarem e responderem. Se for necessário, o professor pode estender o tempo para o aluno cego resolver a questão. (Silva, 2010).

e) O professor avalia os alunos pelo desempenho individual e comenta os resultados obtidos pelos alunos.

Nessa primeira etapa avaliativa o(a) professor(a) desenvolve uma aula expositiva, com o risco de pouca participação dos alunos. No momento em que o(a) educador(a) permite que os alunos tirem suas dúvidas acerca do que foi apresentado durante a aula, não é possível verificar os conhecimentos prévios dos mesmos. Apenas de alguns, dependendo das respostas obtidas. No entanto, é importante destacar, com relação aos alunos cegos, que, quando eles retornam para suas casas, eles podem relacionar os conteúdos geométricos abordados em sala de aula com o mundo real próximo a eles, assim como em qualquer lugar. Os deficientes visuais com comprometimento grave podem, com a experiência obtida na escola, usar o entendimento dos conceitos de ponto e espaço em seu benefício a qualquer hora do dia. Como exemplo prático, os deficientes visuais podem estabelecer, em casa, no trabalho, na rua, ou em qualquer lugar pontos de referência para se moverem com

mais facilidade. Isso evita o choque com obstáculos, tornando sua navegação mais segura e dando-lhes maior confiança ao se deslocarem. Assim, em outras palavras, aprimoram sua orientação e mobilidade.

Por outro lado, associar os objetos a um ponto e compreender que o espaço pode ser aceito como um conjunto de infinitos pontos contribui para melhorar a interação com o ambiente. No caso particular do ambiente doméstico, associar os objetos a pontos ajuda a compreender melhor a localização, a analisar os detalhes dos móveis e a perceber a estrutura dos cômodos. Considerando, portanto, os pontos geométricos como referenciais para a mobilidade de uma pessoa com DV, esses pontos são usados para estabelecer uma estrutura mental do espaço. Eles servem como coordenadas imaginárias que ajudam, intuitivamente, a pessoa DV a criar um “mapa” do ambiente. É através da exercitação que o DV conseguirá compreender da melhor forma possível o espaço ao seu redor (Vygotsky, 1997). Vejamos um exemplo: uma pessoa DV entra em um quarto de sua casa. Da porta de entrada até a parede oposta ela dá dez passos. Então, dando cinco passos, ela saberá que está no meio do quarto. Seus pontos de referência estarão na porta e na parede oposta. Dessa forma, ela poderá usar essa ideia nos objetos quando estiver na rua, na escola, no local de trabalho ou quando estiver estudando o espaço tridimensional – o encontro de três paredes em um ponto é um bom referencial.

Nesse contexto, também é esperado que os alunos, com a colaboração de seus familiares e amigos, participem ativamente desse processo de ensino e aprendizado indicado na escola. A comunicação no ambiente doméstico se torna fortalecida em decorrência da troca de mensagens e informações recíprocas, com o apoio mútuo. Esse entendimento é benéfico para todas as partes envolvidas. O apoio das pessoas mais próximas do aluno cego se manifesta de várias formas: ouvindo e prestando atenção nas falas sobre o que ele aprendeu em sala de aula, colaborando na realização das tarefas propostas pelos professores e, incentivando o educando a querer aprender coisas novas constantemente. Não menos importante é dar sugestões e trazer contrapropostas às falas do aluno comprometido visualmente para que ele possa refletir e conseqüentemente alterar o estado cognitivo atual.

### **AULA 2: Como tratar o elemento primitivo reta?**

Duração: dois períodos com 50 minutos cada. E ocorrerá em um segundo dia da mesma semana. Lembrando que a unidade didática é o conjunto das duas aulas

por dia nos três dias da semana e que o horário das aulas varia conforme o planejamento da unidade de ensino em que o educador ministra suas aulas.

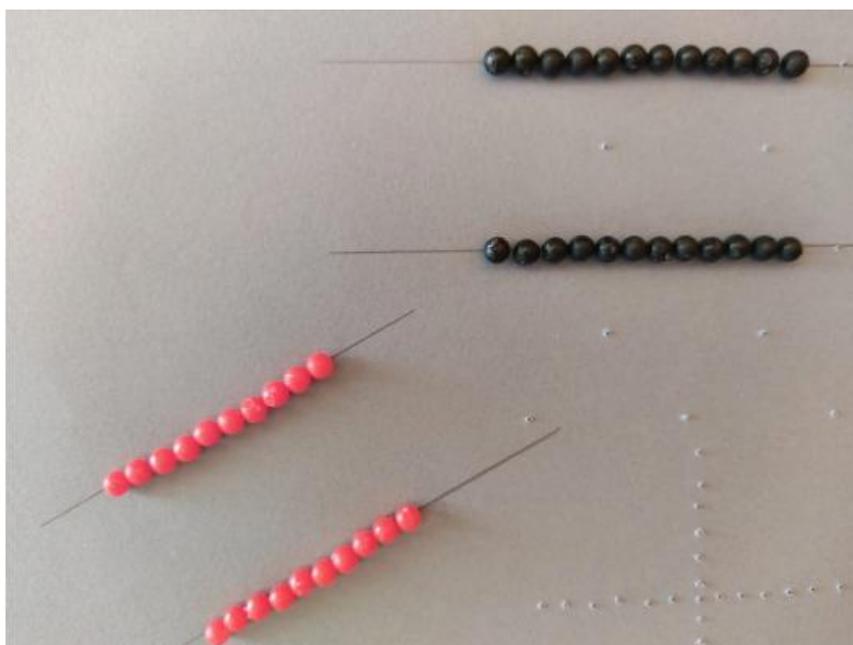
Objetivo: Pretendemos, nesta segunda aula, fazer com que os alunos compreendam intuitivamente que vários pontos constituem a reta.

Observação: Para o aprendizado dos alunos, os pontos foram colocados de maneira que os mesmos ficaram justapostos em um traçado sinuoso e também em outro traçado linear.

Vejamos:

1º) Agora, com o mesmo tabuleiro da primeira aula o professor vai fixar na superfície uma sequência de alfinetes-de-cabeça. Um encostado no outro, formando uma fileira. O processo se repete até obtermos um número aceitável de alfinetes em sequência no tabuleiro (Figura 4). Agora, o aluno cego e os demais colegas de classe, a pedido do professor, começam a deslizar os dedos (tatear) por sobre os alfinetes, na extremidade exposta. Para isso os alfinetes devem formar um “traçado reto”, sem curvas. O professor chama a atenção dos alunos para que percebam que as bases dos alfinetes, fincadas no tabuleiro, formam uma “trajetória retilínea”, sem curvas. Mas é interessante para o processo de aprendizado que os alunos observem esse detalhe.

**Figura 4: Tabuleiro que pode ser confeccionado pelos alunos com sequência de alfinetes-de-cabeça.**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

**2º)** Novamente, o professor finca no mesmo tabuleiro outros alfinetes, um após o outro. Porém, agora, não de forma que resulte em um traçado retilíneo. Ver figura 4 na página 61.

**3º)** Terminada a construção da nova sequência de alfinetes, o educador pede para o aluno cego deslizar o dedo indicador sobre as “cabeças” dos alfinetes, um em seguida ao outro. Depois, pede para que o educando, ao mesmo tempo, deslize os dedos sobre as duas sequências de alfinetes. Ou seja, com uma mão em um traçado; com a outra mão no outro traçado. Isso é para o aluno comparar os dois traçados. Com esse procedimento, se espera que o aluno cego consiga perceber intuitivamente o significado de um “traçado retilíneo”. Ainda não foi trazida a ideia de que uma reta é um subconjunto distinguido de pontos do plano (Barbosa, 1985), uma vez que não foi falado até aqui o conceito de plano segundo o mesmo autor. Por fim, a atividade avaliativa para essa aula tem como base a segunda proposta pedagógica de uma sequência didática trazida por Zabala (1998).

### **Atividade 2**

a) Após a explanação teórica, o professor, como na primeira aula, pede para os alunos formarem grupos. Sempre de forma espontânea. No momento em que os grupos são formados, o professor apenas observa. É bom não interferir na escolha dos grupos. Isso é muito significativo. A espontaneidade em escolher o colega DV (cego) pode significar o desprendimento de pensamentos pré-concebidos dos alunos videntes em relação aos deficientes. Ou o desembaraço suscita no aluno com cegueira a predisposição para trabalhar em equipe durante a realização das tarefas escolares.

b) Formados os grupos, o educador entrega para cada equipe um recurso didático conhecido como “Resta - um” (Figura 5). Consiste em uma embalagem para ovos contendo bolinhas de vários materiais (isopor, plástico, papel machê, bolinhas de gude, etc.).

Observação: Nessa etapa, o educador pode também fazer a distribuição, após a formação dos grupos, de materiais didáticos como cola, papel, tesoura e fita adesiva. Em seguida, com as orientações pertinentes, pode ajudar os alunos a confeccionarem o recurso resta – um. O importante é que essa prática lúdica contribui muito, por meio dessa experiência concreta, para a compreensão matemática abstrata. O ato de colocar as bolinhas em uma base e de refletir sobre seus movimentos, intuitivamente os alunos trazem as noções de continuidade e de sucessão – que são próprias de uma “reta” euclidiana.

**Figura 5: Resta - um: recurso didático auxiliar na compreensão de ponto e reta.**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

- c) O professor pergunta:
- Apenas uma das cavidades da embalagem está vazia. Se ela for considerada como um ponto (semelhante às “cabeças” dos alfinetes), qual o número máximo de pontos que podemos ter?
  - Com todas as cavidades contendo uma bolinha, quantos traçados retilíneos poderemos identificar?

**Observação:** Com essas indagações, o(a) professor(a) pode verificar os conhecimentos prévios dos alunos. Dessa forma é possível verificar se o educando sabe a operação de multiplicação, se ele compreende o conceito de superfície ou se sabe a tabuada. Com a segunda pergunta, é possível certificar se o aprendiz não apenas compreendeu o conteúdo da última aula como interagiu com os colegas.

d) O(A) professor(a) pergunta para os alunos como eles podem resolver o problema. É a oportunidade para os alunos trocarem informações e experiências. É uma ótima oportunidade para os alunos cegos interagirem com os colegas e professor na execução das atividades propostas pelo educador. “Os alunos cegos podem e devem participar de praticamente todas as atividades com diferentes níveis e modalidades de adaptação que envolvem criatividade, confecção de material e cooperação entre os participantes.” (Sá et al, 2007, p. 26). O(a) professor(a) é apenas o(a) mediador(a).

e) O(a) professor(a), após ouvir as sugestões trazidas pelos alunos na tentativa de responder às perguntas feitas pelo educador, faz uma revisão dos conceitos de ponto, “traçado retilíneo”, espaço e a relação entre esses três objetos de estudo.

f) Os alunos, separados pelo professor e utilizando diferentes técnicas (resumos, anotações, quadros-sinóticos, diagramas), realizam o estudo e exercícios sobre o tema. O aluno cego deve ficar perto do professor para ter o máximo apoio possível. Com a falta da visão e nesse momento o aluno cego não está realizando as atividades em grupo. A falta de conhecimento (lacunas de conhecimento), a redução da percepção, o comportamento passivo e a falta de estímulos requerem a presença constante do professor na vida escolar do aluno cego para incentivar o comportamento exploratório, a observação e aumentar a autoestima (Sá et al, 2007).

g) Avaliação. O professor analisa o desempenho dos alunos no momento em que eles respondem às indagações constantes no item “c”. Se os alunos confeccionarem o recurso didático resta - um, o desempenho deles durante a montagem também será levado em consideração pelo mediador. Uma questão importante que o professor deve considerar é o conhecimento prévio dos alunos (Zabala, 1998). Mas, evitar cometer injustiça com aqueles alunos que não falam muito durante as aulas. O mediador tem de ter cautela em verificar o porquê do aluno não responder uma pergunta com a mesma segurança que o colega de classe tem.

### **AULA 3**

Como abordar o elemento primitivo plano?

Duração: Também dois períodos de 50 minutos cada. E em um terceiro dia da mesma semana. Não é obrigatório que esta última aula ocorra na mesma semana. Porém, é aconselhável que ela seja ministrada em um dia próximo às datas das duas aulas anteriores. Dessa forma, os conteúdos, que são transmitidos em uma sequência lógica, ainda estão bem presentes na memória dos alunos.

Objetivo: Nesta terceira aula, pretendemos fazer com que os alunos compreendam de forma intuitiva a constituição de um plano e sua relação com o ponto, a reta e o espaço tridimensional. Nesse contexto, buscamos abordar, superficialmente, os axiomas euclidianos de incidência e de ordem, utilizando recursos didáticos acessíveis a todos. Na elaboração desses recursos didáticos, buscamos oferecer uma

mesma proposta pedagógica ao grupo como um todo, sem desconsiderar as necessidades peculiares a cada aluno.

Mantendo esse pensamento, nessa terceira aula, os alunos estarão aptos a compreender o conceito primitivo de plano e sua relação com outros entes primitivos no espaço tridimensional.

Vejam os:

**1º)** O professor, do mesmo modo que orientou nas duas aulas anteriores, pede para os alunos formarem grupos.

**2º)** Cada grupo recebe um recurso didático (Eichner et al, 2019) (Figura 6).

**Figura 6: estrutura modelo para auxiliar na compreensão do conceito de ponto infinitesimal.**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

Essa estrutura confeccionada com materiais simples (isopor, papel e haste de arame) é muito útil em esclarecer os alunos sobre a questão de o ponto ser aceito como marcador de posição desprovido de extensão (infinitesimal) (Hall, 2015). Com um conjunto de bolas cada vez menores, o professor pode inculcar a ideia de que pontos muito “pequenos”, quando justapostos, podem constituir um plano. Isso também pode ser compreendido mostrando para o aluno deficiente visual (cego) uma pedrinha de sal molhada. O aluno esfrega essa pedra entre os dedos e percebe que ela vai diminuindo de tamanho até que os dedos da mão se toquem. A mão deve ficar imóvel, na mesma posição. O aluno precisa compreender que no momento em que os dedos

se tocam, sem a pedra entre eles, é porque não tem nada na região entre os dedos que os impeça de se aproximarem. Apesar disso, o “ponto” continua lá entre os dedos.

Nesse contexto, é aconselhável que da bolinha 1 até a bolinha 4 (Figura 6) todas caibam na palma da mão. Para Duarte (2011) o estudo das formas para pessoas cegas deve ser iniciado com objetos pequenos, que possam ser segurados na sua totalidade, pelas mãos, como por exemplo um cubo e uma bola. Só depois da familiarização é que se passa a objetos maiores (Flores *et al*, 2015, p.4):

Buscar recursos mais adequados para trabalhar com alunos portadores de deficiência visual, lembrando que há peculiaridades no desenvolvimento de todas as crianças, tendo elas deficiência ou não. A criatividade foi e continua sendo um elemento indispensável para o homem superar problemas e desafios gerados pelo seu ambiente físico e social. É encarada como uma construção do indivíduo em suas interações com as propriedades do objeto. O trabalho voltado para a criatividade auxilia muito o processo ensino-aprendizagem de Geometria. (Barbosa, 2010, apud Vieira; Silva, 2006).

Outra proposta para tentar compreender o conceito de plano seria pregar em uma tábua de madeira ou isopor alguns alfinetes com uma de suas extremidades em forma de uma esfera. Em seguida, aos poucos, acrescentar outros alfinetes com extremidade visível bem pequena e redonda como os primeiros. Depois de um tempo, a intenção é fazer o aluno tatear e sentir novamente a lisura da tabua. Isso é possível porque os pontos são tão pequenos e justapostos que temos a impressão de perpassarmos a mão por uma superfície plana.

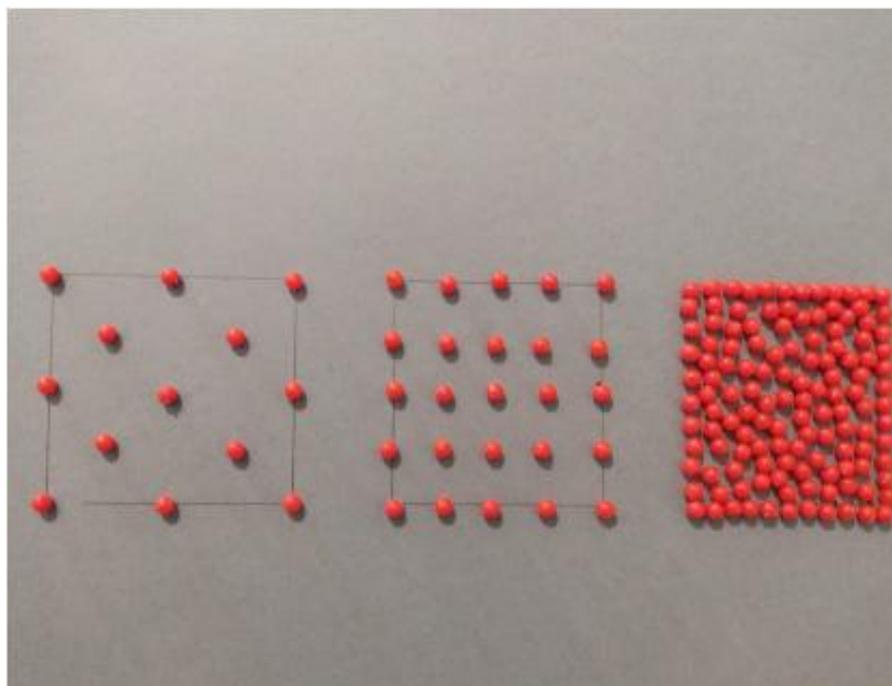
Então, podemos pensar que o plano é constituído de pontos (Barbosa, 1995, p. 1).

As figuras geométricas elementares, no plano, são os pontos e as retas O plano é constituído de pontos e as retas são subconjuntos distinguidos de pontos do plano.

A seguir, temos uma sequência de três situações em que podemos trabalhar com os alunos, mostrando, em alto-relevo, a constituição do plano e retomar a ideia de que a reta é constituída também por pontos (Figura 7).

É importante, durante a abordagem de conteúdos novos, mostrar para a classe que o que eles estão estudando no momento tem relação com os conteúdos passados nas aulas anteriores. Dessa forma, o educador favorece o educando a fazer associações entre as novas informações e as que ele já tem devido às experiências anteriores. Nesse processo, o aluno vai reestruturando sua organização cognitiva (Zabala, 1998).

**Figura 7: Plano constituído de pontos (Barbosa, 1995).**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

O espaço, por sua vez, contém todos os pontos. (Dolce; Pompeo, 1999). A figura é um conjunto de pontos. Um subconjunto de pontos do espaço é uma figura (Figura 8).

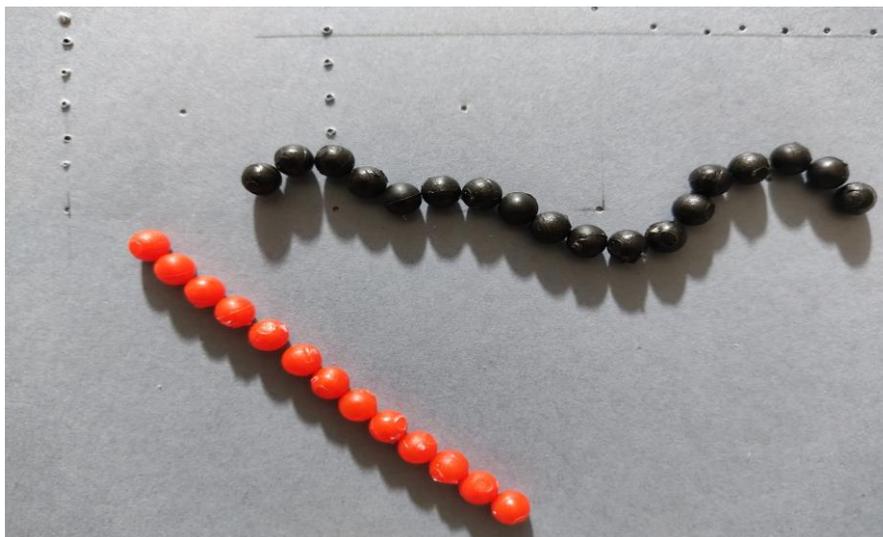
**Figura 8: Espaço, figura e figura plana (plano).**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

“O plano é constituído de pontos e as retas são subconjuntos distinguidos de pontos do plano”. (Barbosa, 1995, p.1). Assim, em outras palavras, o plano e a reta são constituídos de infinitos constituintes: os pontos (Figura 9).

**Figura 9: Retas – subconjuntos distinguidos de pontos do plano (Barbosa, 1995).**



**Figura 9:** Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

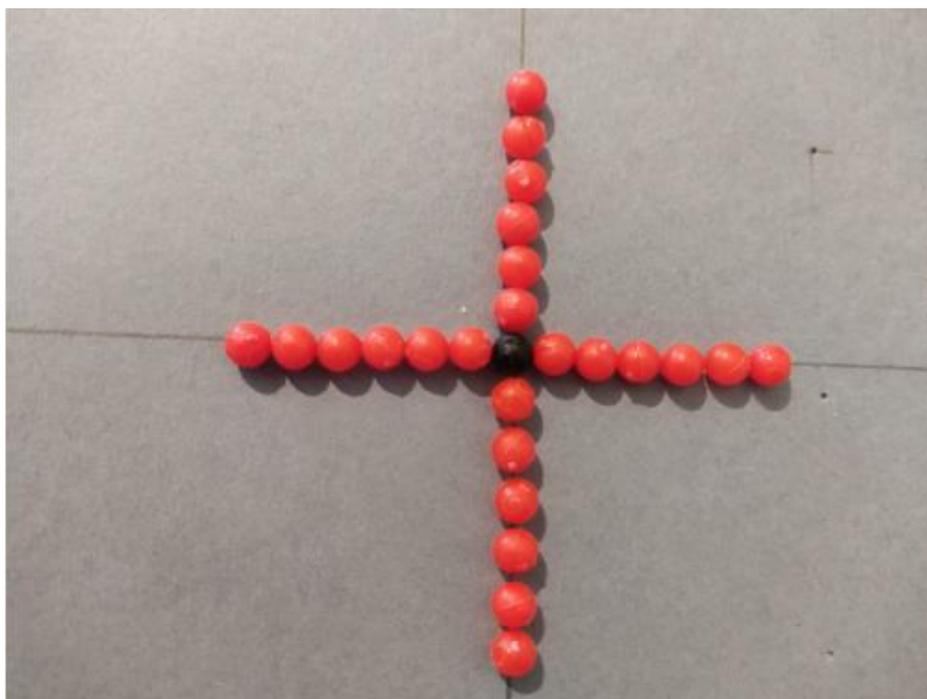
A expressão “infinitos pontos” tem o significado de “tantos pontos quanto quisermos” (Dolce; Pompeo, 1999; p.2).

**3º)** Vejamos a seguinte descrição:

“Quando duas retas tem um ponto em comum diz-se que elas se interceptam ou que elas se cortam naquele ponto.” (Barbosa, 1985, p.1).

O(a) professor(a) poderá usar a tábua com os alfinetes-de-cabeça. Pressupõe-se que os alunos (inclusive os deficientes visuais com cegueira) já compreenderam que as extremidades redondas visíveis dos alfinetes representam “pontos” no plano. É preciso fazer com que eles toquem nessas extremidades visíveis dos alfinetes. Dessa forma, eles poderão notar que existem alfinetes que estão tanto em uma reta quanto em outra. O aluno cego pode, por exemplo, passar o dedo por uma sequência qualquer de alfinetes justapostos e compondo uma sequência de pontos enfileirados em uma trajetória retilínea. Basta escolher um entre os vários alfinetes da fileira escolhida e, por ele, tomar outra trajetória também retilínea. Intuitivamente saberão que há um alfinete-de-cabeça que está tanto em uma sequência quanto em outra (Figura10).

**Figura 10: Retas que se interceptam em um ponto comum.**

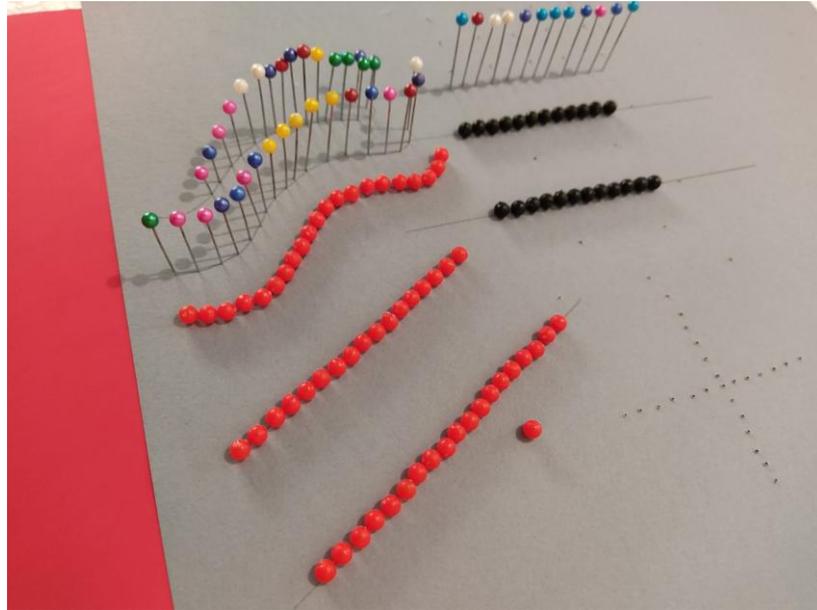


Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

Nesse momento da aula, o educador pode esclarecer ao alunado que em vez de dizer que o ponto “está” na reta ele pode falar que o ponto “pertence” à reta.

Agora, com uma sequência de bolas de isopor ou plástico, de maneira que caibam na palma da mão (Duarte, 2011, apud Takimoto, 2014), justapostas e perfuradas em seu centro, de modo que possam ser atravessadas por um arame fino e uma bola isolada, fazer com que o aluno com deficiência visual sinta que a bola isolada não está próxima das demais que compõem a sequência de bolas justapostas em traçado retilíneo (“reta”). O aluno com deficiência visual deve tatear a bola isolada ao mesmo tempo que toca, cada qual ao seu tempo, as bolas justapostas que compõem a sequência de bolas dispostas em uma trajetória retilínea. Nesse procedimento, o(a) professor(a) esclarece que a bola isolada não pertence à “reta” e, pelo contrário, que as outras bolas não separadas pertencem à “reta”. A intenção, com esse procedimento, é fazer com que o aluno com cegueira perceba intuitivamente a relação de pertinência e de não pertinência de um ponto com relação a uma reta (Figura 11). Partimos do fato de que um cego precisa tocar os objetos e seu entendimento é mais efetivo quando consegue segurar o objeto na palma da mão (Flores *et al*, 2015).

**Figura 11: Há pontos que pertencem à reta e pontos que não pertencem à reta.**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

**4º) Vejamos a proposição:**

“Duas retas distintas ou não se interceptam ou se interceptam em um único ponto” (Barbosa, 1985; p. 1).

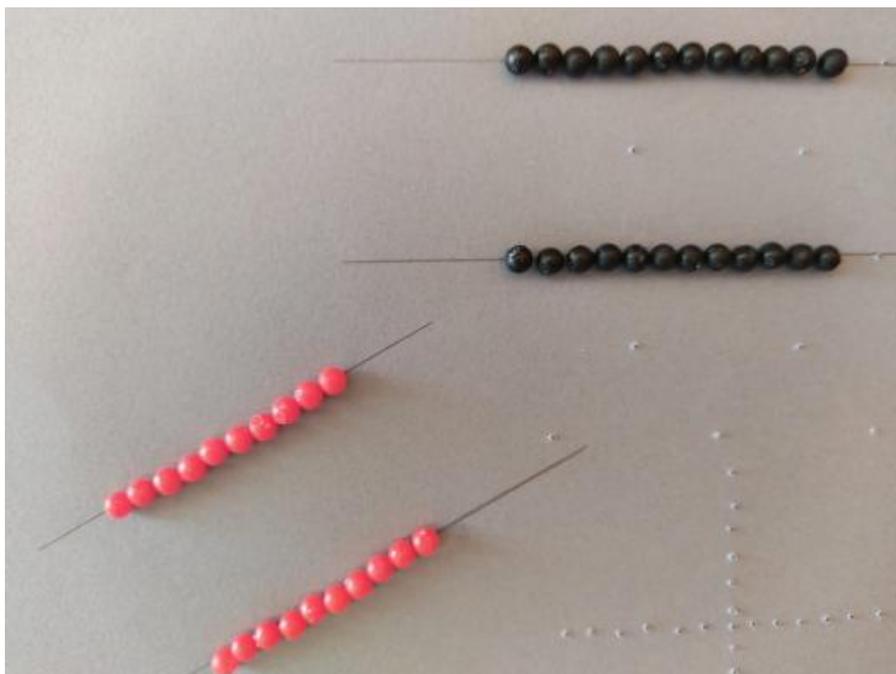
Intuitivamente, pelas aulas anteriores, os educandos conseguem entender o que são retas distintas. Não ter ponto comum ou ter um ponto comum podem ser explicados com o uso do tabuleiro confeccionado com os alfinetes-de-cabeça. O procedimento é o descrito no item anterior.

**5º) Consideremos a seguinte definição:**

“Duas retas que não se interceptam são ditas paralelas” (Barbosa, 1985; p. 51).

Lembrando que a Geometria Euclidiana de Barbosa (1985) se desenvolve no plano, não fica difícil trabalhar com alunos cegos a definição de retas paralelas. Descrevendo a definição de retas paralelas para os alunos com cegueira e demais colegas enquanto eles manipulam o tabuleiro com os alfinetes, intuitivamente os educandos compreenderão que existem no plano sequências de “pontos” (alfinetes-de-cabeça) que não possuem nenhum “ponto” comum (Figura 12).

**Figura 12: Retas paralelas no mesmo plano.**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

**6º)** Vejamos também:

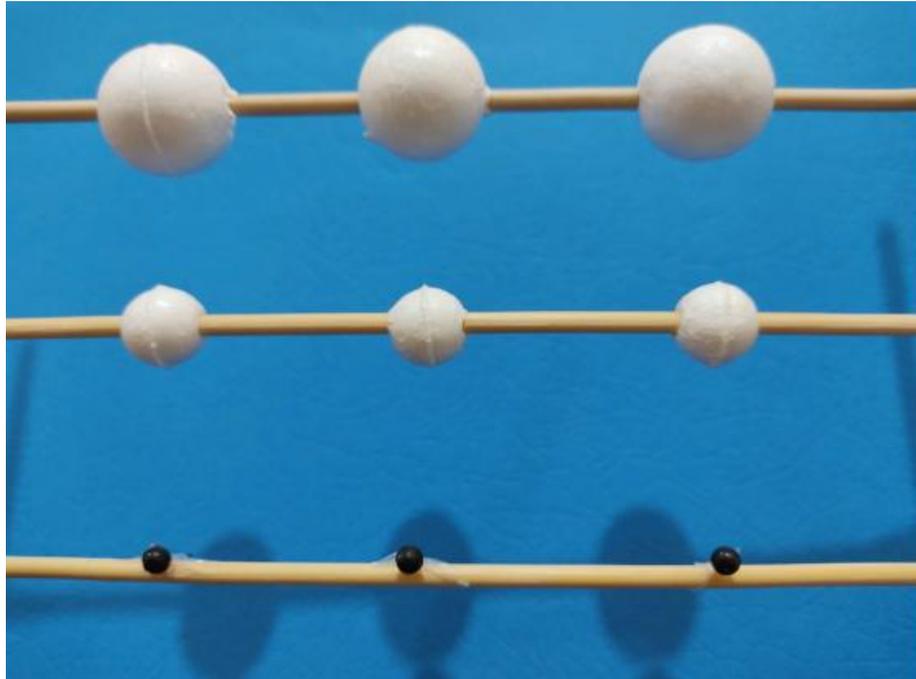
Axioma  $II_1$  – (Axioma de Ordem).

“Dados três pontos de uma reta, um e apenas um deles localiza-se entre os outros dois.” (Barbosa, 1995; p. 3).

Como explicar para o(s) aluno(s) com deficiência visual e colegas?

Considerar uma reta, que sabemos ser constituída de um subconjunto distinguido de pontos do plano (Barbosa, 1995). Porém, vamos destacar três desses pontos. Para isso, tomemos três bolas (plástico, isopor, etc.) perfuradas por um arame fino. Podemos considerar três confecções representando a mesma situação. Usaremos bolas com dimensões diferentes para cada situação (Figura 13). Com o conhecimento que os alunos tem, intuitivamente eles conseguem compreender que uma das bolas (“pontos”) está “entre” as outras duas. É uma oportunidade também para relembrar o aprendizado de que os pontos são desprovidos de extensão, ou seja, são infinitesimais (Hall, 2015).

**Figura 13: Recurso tátil para explicar o Axioma de Ordem II<sub>1</sub> (Barbosa, 1995).**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

**7º)** Consideremos a seguinte definição:

“O conjunto constituído por dois pontos A e B e por todos os pontos que se encontram entre os pontos A e B é chamado *segmento* AB. Os pontos A e B são denominados *extremos* ou *extremidades* do segmento” (Barbosa, 1995, p. 3).

Vejam os: “na teoria dos conjuntos, três noções são aceitas sem definição, isto é, são consideradas noções primitivas:

- a) conjunto;
- b) elemento;
- c) pertinência entre elemento e conjunto.

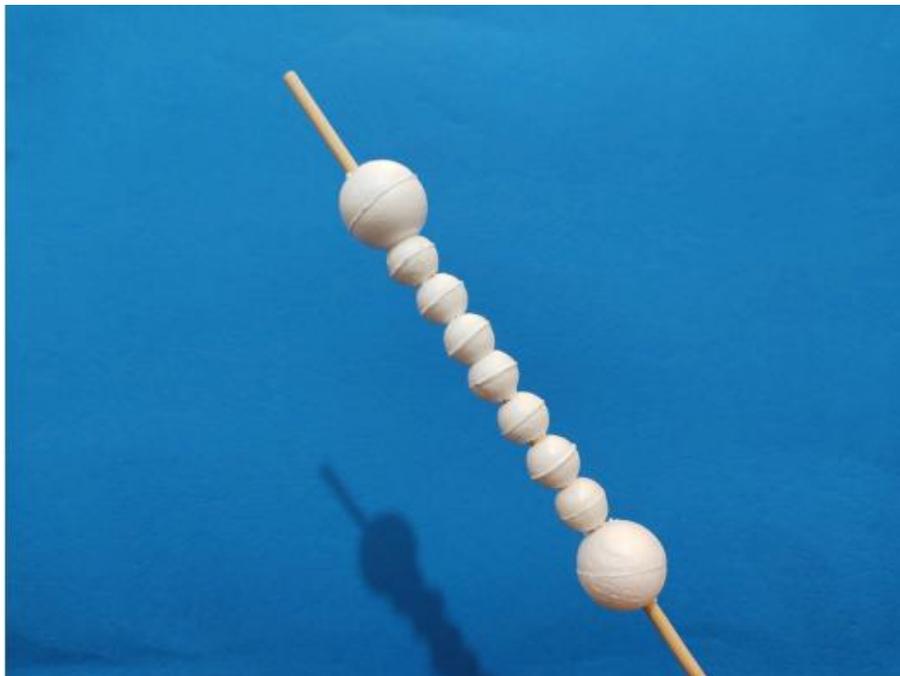
A noção matemática de conjunto é praticamente a mesma que se usa na linguagem comum: é o mesmo que agrupamento, classe, coleção, sistema.” (Iezzi; Murakami, 1997, p. 18).

O(a) professor(a) pode abordar essa definição usando o axioma de ordem anterior II<sub>1</sub>.

Considere bolas (“pontos”) perfuradas por um arame em justaposição (Figura 14). Fixemos duas bolas, A e B. Cabem na palma da mão (Duarte, 2011, apud Takimoto, 2014). O aluno com cegueira segura com uma mão a bola A e com a outra mão segura a bola (“ponto”) justaposta ao ponto A. Esse procedimento se repete até

a penúltima bola (anterior à bola B). Sendo assim, em cada situação repetida teremos sempre três bolas (“pontos”) e, uma delas, estará entre as outras duas.

**Figura 14: – Recurso tátil para explicar o segmento de reta.**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

**8º)** Vamos para outra definição:

“Se A e B são pontos distintos, o conjunto constituído pelos pontos do segmento AB e por todos os pontos C tais que B encontra-se entre A e C, é chamado de *semi-reta* de origem A contendo o ponto B, e é representado por  $S_{AB}$ . O ponto A é então denominado *origem* da semi-reta  $S_{AB}$ .”

O professor pode abordar essa definição usando o axioma  $II_1$ , o entendimento da expressão “entre dois pontos A e B” e a definição de segmento AB:

- considera o tabuleiro com os alfinetes-de-cabeça confeccionados na primeira aula;
- consideremos uma sequência de bolas (“pontos”) em um traçado não curvilíneo (uma “reta”);
- escolher dois alfinetes quaisquer e designá-los A e B. Explicar para o aluno com deficiência visual e os demais colegas da classe que existem pontos entre esses dois alfinetes escolhidos. Tanto quanto imaginarmos. Pedir, em seguida, para o aluno com cegueira tatear esses dois alfinetes (bolas) considerados inicialmente. Ao realizar o toque e pelos comentários das aulas anteriores, o aluno com cegueira e seus

colegas coparticipantes perceberão que existem pontos compreendidos entre os dois alfinetes quaisquer do tabuleiro selecionados inicialmente. Perceberão também que existem pontos além do alfinete B que não se encontram “entre” A e B. O professor deve esclarecer para os educandos que considera os alfinetes a partir do alfinete A.

**Observação:** Temos a orientação do professor (audiodescrição), a coparticipação dos alunos com a interação entre o aluno com cegueira e os colegas de classe e com a mediação do professor em um ambiente favorável ao aprendizado significativo (inclusão) e, com o auxílio dos materiais confeccionados, fomentamos a exploração dos canais sensoriais com esses recursos de acessibilidade.

**9º) Vejamos o axioma de ordem  $II_2$ :**

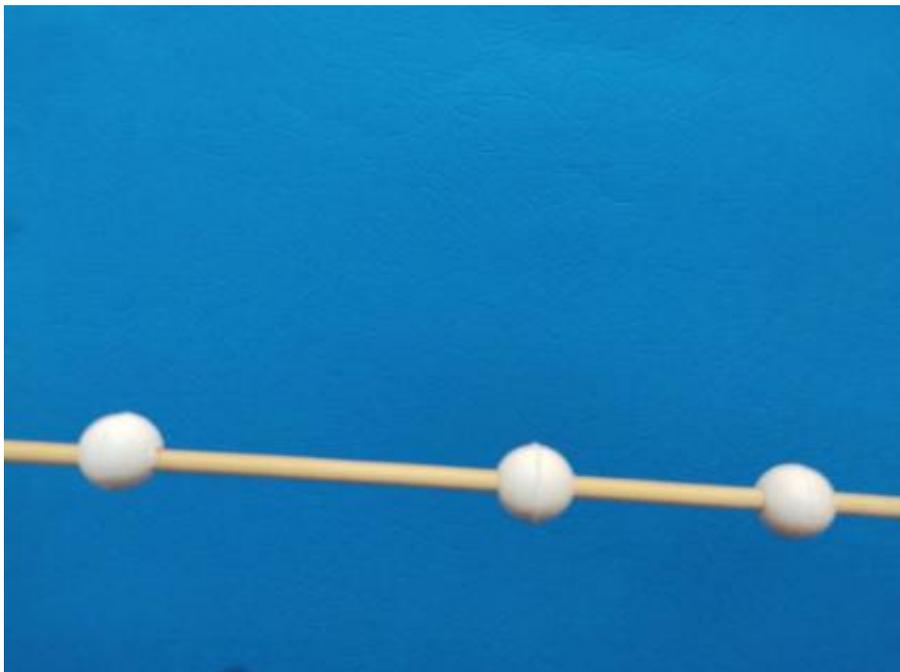
“Dados dois pontos A e B sempre existem um ponto C entre A e B e um ponto D tal que B está entre A e D” (Barbosa, 1995 p. 5)

O professor pode explicar esse axioma para o aluno com cegueira da seguinte forma:

- Perguntar para os alunos qual ponto C (“bola”) está localizado entre os pontos A e B (“bolas”);
- Esclarecer que pode ser qualquer ponto que estiver entre A e B, ou seja, infinitos pontos. O aluno com comprometimento visual severo deverá sentir, pelo tato, um ponto (“bola”) colocado entre A e B. Em seguida, o professor escolhe outra posição entre A e B para colocar a mesma bola. Permitir que os alunos toquem novamente na mesma bola. Porém, com essa nova situação, o professor espera que os alunos percebam que as posições em que a bola está, entre A e B, são diferentes. A intenção é fazer com que eles compreendam que cada posição da bola entre A e B é um lugar onde pode existir um ponto. Há a possibilidade, dessa forma, dos alunos entenderem que existem infinitos pontos na reta, tanto entre A e B como não pertencentes ao segmento AB. Basta lembrarmos a definição de semi-reta de origem A contendo o ponto B vista no item anterior. Ou no outro sentido da reta: semi-reta de origem em B contendo o ponto A (Figura 15).

Na figura seguinte, temos uma imagem que ilustra a situação descrita no parágrafo anterior. Observando a figura, temos três bolas de isopor. A bola de isopor que está entre as outras duas pode deslizar, enquanto que as bolas que estão nas extremidades ficam fixas. Essa explicação dada pelo professor pode ser demonstrada, outras vezes e em seguida à primeira explicação, com bolas cada vez menores.

**Figura 15: Recurso tátil para explicar o Axioma de Ordem II<sub>2</sub> (Barbosa, 1995; p. 5).**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

**10º)** Por fim, como podemos explicar para o aluno com cegueira a noção de espaço tridimensional?

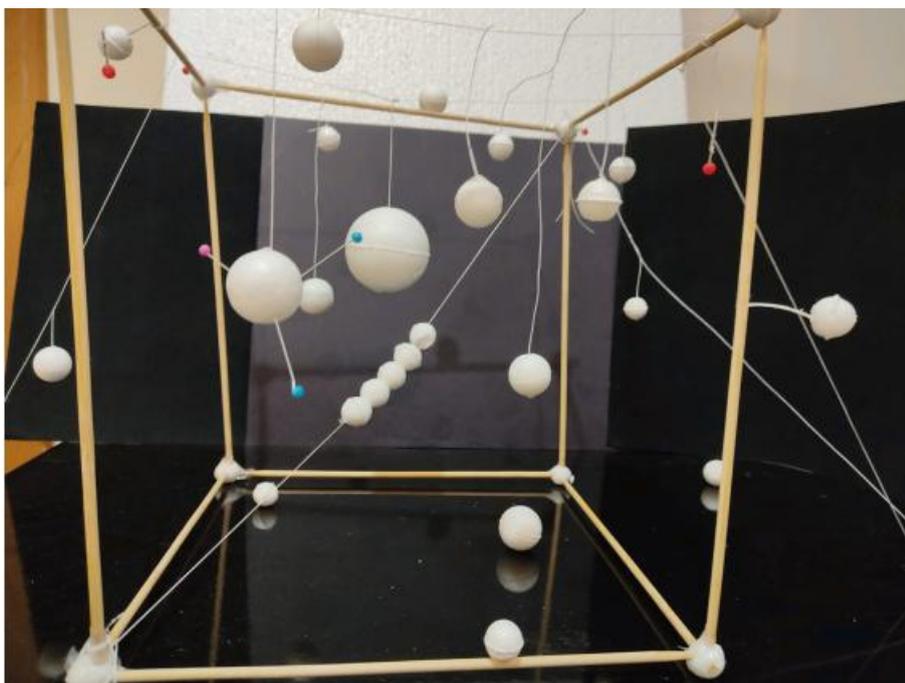
Vimos que o espaço contém todos os pontos (Dolce; Pompeo, 1999). E aceitamos também que o conceito de espaço tridimensional é primitivo (Hall, 2015), portanto intuitivo.

Uma primeira alternativa para explicar o espaço e sua relação com o ponto seria a construção de um material tátil como se fosse uma piscina de bolinhas pequenas, de forma que preenchessem todo o espaço. A ideia é ter uma das bolas adaptada com guizo em sua parte interna, possibilitando que o aluno DV localize a bola através do som emitido pelo guizo. Toda vez que o aluno DV encontrar a bola, o mediador comenta que no lugar em que a bola com guizo foi encontrada existe um ponto. Essa bola adaptada também pode ser colorida, de forma que fique destacada das demais. Isso é para chamar a atenção dos alunos videntes. Enquanto os alunos se movimentam dentro da piscina, a bola com guizo e pintada com uma cor diferente se desloca devido ao choque entre as bolas. Dessa forma, os alunos que podem enxergar vão poder verificar que a bola adaptada ocupa várias posições. Da mesma forma, o professor pode explicar para os alunos videntes o que disse para o aluno DV. Porém, o educador deve ter o cuidado de não desmerecer ninguém. Estamos

conscientes de que todos os alunos tem o direito de abraçar o conhecimento, porém propomos a utilização de estratégias diferentes conforme as necessidades de acessibilidade de cada um.

Como uma outra proposta de representação do espaço e de sua relação com o ponto, o professor pode, dessa forma, apresentar um modelo tátil confeccionado com hastes finas e bolas de isopor ou com outro material (Figura 16).

**Figura 16: Recurso tátil representativo do espaço tridimensional.**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

Dessa forma, pode-se oferecer condição para o aluno com cegueira refletir sobre a possibilidade de considerar a ausência das hastes entre as bolas (“pontos” no espaço tridimensional) e imaginar apenas a existência das bolas nas infinitas regiões onde cada uma se encontra. A construção de outros modelos semelhantes ao primeiro, com hastes cada vez mais finas e bolas de dimensões gradativamente menores é interessante porque oportuniza a comparação entre as diferentes situações, facilitando o processo do aprendizado dos alunos (tanto com a cegueira quanto sem a cegueira).

Nesse contexto, o modelo apresentado pode servir de base para o estudo reforçado dos conceitos e definições abordados durante a descrição da proposta pedagógica trazida nessa pesquisa. Vejamos um exemplo concreto: considerando dois pontos no espaço (Figura 16), podemos, com uma sequência de bolas de isopor justapostas e suspensas por um arame fino, relembrar a definição de segmento (Figura

17). A sugestão para o uso da bola de isopor é porque ele é um material leve e de fácil manuseio.

**Figura 17: Modelo tátil representativo de um segmento no espaço.**



Fonte: Elaborada pelo próprio autor, 2024.

### **Observação:**

Com a finalidade de desenvolver recursos táteis para o ensino e aprendizagem dos conceitos e axiomas básicos da geometria para estudantes com deficiência visual (cegos) em especial, como o exemplo apresentado de pontos no espaço, podemos utilizar materiais recicláveis na sua confecção (papelão, isopor, etc.), bem como materiais encontrados no comércio (cola, tesoura, etc.). Muitos desses recursos pedagógicos são construídos também com as modernas técnicas computadorizadas. Porém, as construções tridimensionais geradas a partir de técnicas artesanais, que utilizam materiais de baixo custo, com relação aos softwares para educação cada vez mais sofisticados, são mais acessíveis à maioria das escolas brasileiras. Nesse contexto, “as técnicas artesanais são frequentemente utilizadas devido à possibilidade de serem mais facilmente incorporadas ao cotidiano das escolas regulares” (Pontes; Fernandes, 2018, apud, Silveira, 2021, p.2). Portanto, é uma questão mais econômica do que pedagógica. Ambas são tecnologias assistivas muito importantes para auxiliar o aluno com cegueira (ou sem cegueira) a se tornar mais autônomo no seu processo

de aprendizagem (Silveira, 2021). Inclusive, a utilização de maquetes com impressão 3D, por exemplo, é fundamental sobretudo para o aprendizado geométrico e a percepção espacial dos alunos com cegueira devido a:

- Propiciar o trabalho em equipe (aprendizado significativo e inclusão);
- Permitir a divisão de tarefas (atitudes);
- Muita palpação (Flores *et al*, 2015, p. 2) “o cego precisa tocar os objetos e seu entendimento é mais efetivo quando consegue segurar o objeto na palma da mão”;
- Compensar a ausência da visão pelos detalhes, uma vez que a impressão 3D para educação permite a exploração mais autêntica dos objetos que podem não estar prontamente disponíveis (Takimoto, 2014).

Dessa forma, nada impede, portanto, o uso variado e/ou adaptado dos recursos táteis. Essas alternativas são as conhecidas tecnologias assistivas, como a que foi utilizada no exemplo dessa dissertação para representar o espaço tridimensional (Cook; Polgar, 2015). A tecnologia háptica (tato ativo) é fundamental no que diz respeito ao ensino da geometria para alunos cegos. Na educação, o tato e a audição são os dois sentidos que substituem o sentido da visão (Kastrup, 2007; Cook; Polgar, 2015).

Nesse contexto, temos que (Fernandes, 2004, apud Flores *et al*, 2015, p. 2):

Recebendo os estímulos adequados para empregar outros sentidos: como tato, a fala, e a audição; o educando sem acuidade visual estará apto a aprender como qualquer vidente desde que se respeite à singularidade do seu desenvolvimento cognitivo, portanto as principais dificuldades não são necessariamente cognitivas, mas sim de ordem material e técnica, e que frequentemente, condicionam o ritmo de trabalho de um aluno cego na hora de aprender matemática (Fernandes, 2004).

Isso é importante, pois o cego não interpreta as imagens convencionais que são comodamente recebidas pela pessoa com visão normal. Portanto, essas imagens necessitam ser adaptadas, com muito cuidado em não desmerecer o DV quando se fala em adaptação, para que haja um processamento correto. Reforçando a abordagem de Fernandes (2004), o problema está em encontrar caminhos que agucem os sentidos remanescentes dos cegos e facilitem a abertura de canais alternativos. Estes canais devem propiciar uma melhor leitura de mundo que não confronte a questão cognitiva e, que sim, tem a ver com as questões de ordem material (recurso tátil) e de ordem técnica (sequência didática e a complexidade das avaliações propostas na elaboração desta).

Por outro lado, corroborando o processo de ensino e aprendizado dos alunos com cegueira, Moran Masetto e Behrens (2013) acreditam que uma boa unidade educacional precisa de professores que sejam sobretudo criativos e experimentadores.

Elemento indispensável para o homem superar problemas e desafios gerados pelo seu ambiente físico e social é a criatividade. Interagindo com as propriedades do objeto o indivíduo se constrói. A essa construção podemos chamar criatividade (Barbosa, 2003). Portanto, o trabalho voltado para a criatividade, como é quando utilizamos adequadamente recursos táteis combinados com outras estratégias pedagógicas como a audiodescrição e o aprendizado cinestésico, buscando dessa forma os recursos mais adequados para trabalhar com educandos cegos, auxilia muito o processo ensino-aprendizagem de geometria (Barbosa, 2003). Mas é importante também considerar que somente a criatividade dos professores não seja suficiente para atender às expectativas de aprendizagem de uma pessoa DV. O professor vidente não vivencia as mesmas percepções sensoriais que o aluno nessa condição física. É preciso que o professor não seja apenas capacitado. O educador precisa ouvir o aluno, ser ouvido por ele e buscar práticas educativas que atendam às necessidades específicas da percepção e interação do cego com o mundo. É um processo de ensino e aprendizagem longo, que requer paciência e que requer persistência de ambas as partes.

Nesse contexto, e não menos importante, é preciso que todos compreendam que os cegos recebem as significações das coisas pelos videntes. As percepções dos cegos estão em constante conflito com as informações prestadas pelos videntes (Nunes, 2004). Eles precisam desses conflitos. Os confrontos de significação na mente do cego viabilizam mudanças na forma de pensar e, conseqüentemente, na forma de agir e de ser. Antigos modelos mentais estruturados a partir dos estímulos do mundo externo dão lugar às novas construções mentais desenvolvidas com base nas novas experiências externas e/ou internas oriundas das atividades cognitivas cerebrais (memória de longo-prazo). Esse processo de transformação do ser humano por meio do aprendizado significativo, destacando, entre muitos outros, o aspecto cognitivo, no contexto da pessoa com cegueira, é muito possibilitado pelo estímulo sensitivo tátil, sem desmerecimento dos demais sentidos remanescentes com a perda da visão. Além disso, a elaboração dos recursos é para esse público e é necessário considerar suas formas de compreender o mundo. Por isso que consideramos necessária a interação significativa, isto é, aquela em que ambas as partes se preocupam verdadeiramente

em compreender a outra: o aluno DV deve compreender que o educador espera que ele colabore na implementação de estratégias de ensino mais efetivas; por outro lado, a experiência do professor vem com a prática educativa, na interação com o outro, buscando, dessa forma, novas estratégias pedagógicas.

Trazendo um exemplo que ilustra bem esse pensamento, para Takimoto (2014, p. 18), o aprendizado de uma criança começa pela percepção tátil. Depois vem as outras formas de reconhecimento. Com a perda da visão, os outros sentidos precisam compensar essa perda. Por isso voltamos a afirmar que precisam ser muito estimulados. Sendo assim, Takimoto (2014) realizou um trabalho numa turma com alunos cegos e que durante suas vidas escolares nunca haviam tido aula de desenho. Queria verificar o nível de capacidade gráfica da turma. No primeiro momento uma pessoa vidente descreveu um prédio de cinco andares. Os alunos nunca tinham visto um prédio de cinco andares. Foi-lhes pedido que desenhassem um prédio de cinco andares. Posteriormente, a pesquisadora apresentou uma maquete de um prédio, com impressão 3D. Dessa forma, os alunos puderam tatear o objeto. Sem dúvida eles entenderam melhor o significado de um prédio. Ao desenharem novamente o prédio, obtiveram um resultado melhor. Os alunos confessaram unanimemente que precisaram do toque para aprender a geometria.

Em harmonia com o pensamento de Magalhães e Kawakami (2020) compreendemos que os materiais didáticos permitem uma maior interação entre alunos e alunos-professor(a). A implementação de projetos com a coparticipação dos alunos na execução das tarefas em sala, as dúvidas e respostas suscitadas com a realização das atividades, a exploração lúdica no ambiente escolar durante a realização das aulas são cruciais para a vida escolar do aluno e para a formação cidadã do ser humano.

Após a exposição teórica da terceira aula, vejamos a atividade:

### **ATIVIDADE 3**

- a) o professor orienta a formação dos grupos em sala para a realização da atividade;
- b) o professor fornece para cada grupo o material necessário para a realização da tarefa: cola papel, arame fino, bolinhas de isopor com dimensões variadas, tesoura, fita adesiva, cartolina (ou papel sulfite);
- c) com os materiais distribuídos entre os grupos, o professor apresenta um

modelo tátil de uma casa simples pré-construída; esse protótipo (Figura 18) é feito com hastes muito finas de arame, onde são fincadas bolas justapostas.

**Figura 18: Protótipo de uma casa para a realização da atividade 3, similar a Takimoto (2014).**



Fonte: Elaborada pelo autor, 2024.

d) a tarefa dos grupos será construir uma casa semelhante ao exemplo apresentado;

e) o aluno com cegueira, sem dúvida, ouvira as propostas do professor e deverá, sem interferência dos colegas, pedir para manipular o modelo que foi confeccionado previamente;

f) a avaliação levará em consideração:

- o desempenho na montagem da casa;
- a interação com os colegas durante a execução da tarefa;
- o professor fará perguntas individualmente com a intenção de verificar o

que os alunos compreenderam dos conceitos e axiomas básicos geométricos.

- PERGUNTA 1: quantos pontos tem na porta de entrada?
- PERGUNTA 2: quantos planos há na casa construída?
- PERGUNTA 3: quantos segmentos você consegue perceber?
- PERGUNTA 4: o que o aprendizado dos conceitos e axiomas básicos

geométricos significou para você?

Aqui completamos a unidade didática voltada para o ensino de geometria euclidiana básica para alunos do Ensino Fundamental I do ensino básico.

Buscamos trazer uma alternativa pedagógica, em um ambiente inclusivo, com a intenção de converter os conhecimentos intuitivos geométricos que todos nós temos desde os primeiros anos de vida em aprendizado significativo.

O trabalho em equipe e o empenho dos profissionais e dos colaboradores da educação, no sentido de tornar o processo de ensino e aprendizagem prazeroso e eficaz para todos os envolvidos, são as bases que motivaram e que nortearam a realização desse produto educacional.

Ao planejar três aulas seguindo o modelo educacional proposto por Zabala (1998), a progressão dos exercícios é fundamental para garantir que o aprendizado ocorra de forma gradual e significativa.

Na primeira aula, buscamos introduzir de forma intuitiva a noção de ponto. Sua compreensão é fundamental para as aulas seguintes.

Na segunda aula, retomamos a noção de ponto, agora como constituinte de uma reta. Essa relação entre esses dois elementos geométricos é significativa para a compreensão de toda a unidade didática proposta.

Por fim, na terceira aula, propomos abordar o plano como um constituído de infinitos constituintes – os pontos. Depois, é feita a relação entre o espaço tridimensional e os pontos e as retas. São também apresentados os axiomas euclidianos de incidência e de ordem, muito importantes para o estudo das retas.

Quanto às atividades propostas, as mesmas foram planejadas cuidadosamente, respeitando os diferentes ritmos de aprendizagem e são realizadas em um ambiente de coparticipação. O propósito é que todos colaborem opinando sobre como resolver os exercícios propostos, de que forma realizar as tarefas, promovendo debates entre os grupos e respeitando as opiniões divergentes.

Esse é o verdadeiro espírito da inclusão.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nessa dissertação buscamos desenvolver uma sequência didática inclusiva que combinasse audiodescrição, atividades cinestésicas e o uso de recursos táteis. A intenção foi proporcionar uma experiência educacional mais acessível, significativa e envolvente para todos os alunos e (ou) interessados, incluindo aqueles com deficiência visual. Adotar essas estratégias almejou não apenas a inclusão, mas também a valorização das diferentes formas em que as pessoas tem de compreender o mundo, reconhecendo que cada aprendiz possui um modo único de participar do processo ensino-aprendizagem.

A audiodescrição é um instrumento importante para o aprendizado de maneira geral. A educadora Motta (2016) nos lembra, em seu livro, ao tratar da audiodescrição na escola, que até as pessoas sem deficiência tem se beneficiado com a ideia de aprender com a mediação de uma pessoa áudio-descritora. A fórmula para o sucesso dessa iniciativa, como afirmamos no parágrafo anterior, é a integração das diferentes formas de pensar e do espírito de colaboração dos indivíduos que protagonizam nesse processo.

Por outro lado, as atividades cinestésicas em uma sequência didática, onde os participantes – professores e alunos – descrevem uma sucessão de ações e respostas profícuas e significativas, são eficazes tanto para os com visão regular quanto para os com perda significativa do sentido visual. O uso de recursos táteis, aliado às estratégias pedagógicas anteriores, aumenta o processo ensino-aprendizagem de alunos deficientes visuais (cegos) devido ao fornecimento combinado de estímulos sensoriais.

Portanto, espera-se que a sequência didática proposta nesse trabalho possa contribuir substancialmente para o aprendizado teórico em geometria do indivíduo que é cego. E pode ir além da matemática em si: aproximar pessoas, bastando para isso que haja um propósito comum. Essa aproximação, quando verdadeira, com boa vontade e respeito, desprovida de qualquer atitude ou pensamento preconceituoso, pode promover na mente dos educadores e dos alunos a solidariedade. Isso porque o trabalho em grupo oportuniza situações que mostram para os não cegos os desafios enfrentados pelas pessoas cegas. Zabala (1998) nos faz refletir sobre isso quando fala do ensino dos conteúdos atitudinais: valores, normas e atitudes. Compreender esses conceitos não é o problema. A questão é transformar esses conceitos em referência

de atuação. Envolve uma série de medidas que se toma na escola, mas que não estão nos planos de ensino – o chamado currículo oculto.

Por tudo que foi ponderado, podemos inferir que os cegos necessitam de muito estímulo – situacional ou interpessoal - proveniente do que os especialistas chamam de mundo externo, para poderem desenvolver seu aprendizado de maneira mais parecida possível com a forma de desenvolvimento do aprendizado quando se trata de um indivíduo não deficiente visual. Uma outra questão não menos importante é que apesar do número crescente de alunos especiais que se matriculam em classes comuns, Silveira (2017) esclarece que o maior desafio consiste em manter esses alunos na escola. O preconceito, a desestrutura das nossas escolas e o despreparo de muitos professores, embora se constituam em temas para outros estudos, não podem ser ignorados. Eles representam, no nosso modo de ver, os principais entraves que infelizmente não permitem uma reformulação profunda, eficaz e imediata no sistema de ensino em nosso país. Existem leis que fazem parte do nosso ordenamento jurídico e que garantem direitos iguais para todos, mas, de fato, as barreiras sociais, estruturais e humanos precisam ser superados.

No campo pedagógico, a sequência didática proposta nessa dissertação consubstancia-se em uma adaptação de recursos e materiais didáticos na tentativa de minimizar tais barreiras que impedem a inclusão social e educacional desses alunos com deficiência (cegos). Nesse contexto, apesar dos avanços constantes da tecnologia empregada na educação, a saber, a pedagogia educacional do progresso alcançado em muitos experimentos científicos e de eventuais implementações de projetos educacionais governamentais ou privados, ainda existem obstáculos a serem superados. Eles obstaculizam a paridade em igualdade de oportunidades para todos. Indistintamente, é real a questão da conscientização das pessoas, que resistem a enxergar o deficiente como uma pessoa com potencial criativo e com boa vontade para realizar qualquer coisa que um indivíduo não deficiente pode fazer. Resistência que advém em se considerar a limitação, como a cegueira, um fator fora do “padrão” aceito pela sociedade.

Um dos pontos relevantes que nos motivou a buscar formas de contribuir para que pessoas com DV possam compreender os conceitos elementares geométricos euclidianos como uma possibilidade de conhecimento formal visando favorecer sua entrada e permanência no mercado de trabalho. Haja vista que as atividades laborais tem requisitado cada vez mais dos trabalhadores preparo e qualificação profissional para atuarem nas mais diversas ocupações laborais. Portanto, esta proposta de ensino

e aprendizagem voltada para os DVs vislumbra a permitir a inclusão desses estudantes em meio à sociedade e no mundo do trabalho.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRANTES, Jorge Gonçalves de. O método geométrico euclidiano. **Revista Contatus** – Filosofia de Spinoza, v. 10, n. 20, p. 57 – 68. 2018.

BARBOSA, L. M. **Geometria euclidiana**. Coleção do professor de matemática – Sociedade Brasileira de Matemática. 1995.

BASTO, L.S.C.; GAIO, Roberta Cortez. **Técnicas de orientação e mobilidade para pessoas cegas**: reflexões na perspectiva da educação física. *Movimento & Percepção*, Espírito Santo do Pinhal, São Paulo, v.11, nº16, jan./abr. - ISSN 1679 – 8678. p. 120 -123, 2010.

BOYER, Carl B. **A History of Mathematics**. New York, Brooklin: JHON WILEY & SONS, 2ª ed. 1989.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidente da República. 2016. Disponível em: [https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/constituicao/constituicao.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm). Acesso em: mar. 2024.

BRASIL. **Decreto nº 6094**, de 2 de abril de 2007. Dispõe sobre a implementação do Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação. Brasília, DF, abril de 2007. Disponível em: [https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Ato2007-010/2007/Decreto/D6094.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Ato2007-010/2007/Decreto/D6094.htm). Acesso em: mar. 2024.

BRASIL. **Decreto nº 6.949**, de 25 de agosto de 2009. Promulga a convenção internacional sobre os direitos das pessoas com deficiência e seu Protocolo Facultativo, assinados em Nova York, em 30 de março de 2007. Publicação Original: DOU de 26/08/2009(p.3, col.1). Disponível em: [https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/ato2010/2009/decreto/d6949.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ato2010/2009/decreto/d6949.htm). Acesso em: mar. 2024.

BRASIL. **Decreto nº 7.611**, de 17 de novembro de 2011. Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências. Publicação Original: DOU de 18 de novembro de 2011 e republicado em 18 de novembro de 2011 – Edição extra.

BRASIL, **Lei nº 13.146**, de 6 de julho de 2015. Dispõe sobre a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Ato2015-2018/2015/LeiL\\_13146\\_2015.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Ato2015-2018/2015/LeiL_13146_2015.htm). Acesso em: mar. 2024.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Censo da Educação Básica 2023**: notas estatísticas. Brasília, DF: Inep, 2024.

BRASIL, MEC, **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, nº 9.394/96**, v. 14, n. 02, p. 2011. 1996. Brasília, MEC/SEMTEC. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>. Acesso em: mar. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc> . Acesso em: mar. 2024.

CANZIANI, M.L.B. **Educação Especial**: visão de um processo dinâmico e integrado. Curitiba: Educ. 1985.

Conde, A.J.M. – Professor do Instituto Benjamin Constant. **Definição de cegueira e baixa visão**. 2016. Disponível em: <http://antigo.ibc.gov.br/educacao/71-educacao-basica/ensino-fundamental/258-definicao-de-cegueira-e-baixa-visao>. Acesso em: mar. 2024.

COOK, Albert M.; POLGAR, Jan Miller. **Cook & Hussey's Assistive Technologies**: principles and practices. 3. Ed. St. Louis: Mosby Elsevier, 2015.

**Documento Curricular para Goiás** (DC – GO). Goiânia/GO:CONSED/UNDIME Goiás, 2018. Disponível em: <https://goias.gov.br/educacao/wp-content/uploads/sites/40/2020/08/80d3d5d8ac56f920562e29f5ef9785df-2cf.pdf>. Acesso em: mar. 2024.

DOLCE, O; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar – geometria espacial - volume 10**. 5 ed. São Paulo: Atual editora. 1999.

DUARTE, Maria Lúcia Batezat. **O desenho como elemento de cognição e comunicação ensinando crianças cegas**. GT: Educação e Comunicação/nº 16. 2011. Disponível em: <https://anped.org.br/biblioteca/o-desenho-como-elemento-de-cognicao-e-comunicacao-ensinando-criancas-cegas/>

EICHNER, Â.S. *et al.* **Contribuições da utilização de recursos didáticos na aprendizagem de estudantes do ensino médio**. In: COMPARTILHANDO SABERES (2ª EDIÇÃO), II., 2019, Santa Maria. Anais [...]. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, 2019. P. 1-11. Disponível em: <http://www.ufsm.br/app/uploads/sites/342/2019/05/Anthony-Scapin-Eichner-CONTRIBUICOES-DA-UTILIZACAO...-1.pdf>. Acesso em: mar. 2024.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali. Uma análise vygotskiana da apropriação do conceito de simetria por aprendizes sem acuidade visual. 2004. 250 f. **Dissertação** (Mestrado) – Curso de Educação Matemática, Puc, São Paulo, 2004. Cap.7.

FERRONATO, Rubens. A Construção de Instrumento de Inclusão no Ensino da Matemática. 2002. 124 f. **Dissertação** (Mestrado em Engenharia de Produção no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

FLORES, Ângela *et al.* A aprendizagem de geometria para alunos cegos. In: 7th Conahpa – Congresso Nacional de Ambientes Hiperídia para Aprendizagem, São Luís. 2015. <https://conahpa.sites.ufsc.br/artigostemas/> Acesso em : mar. 2024.

FUNDAÇÃO ESCOLA NACIONAL DE ADMINISTRAÇÃO PÚBLICA (Brasil). **ENAP** – Diretoria de Educação Continuada: Introdução à Audiodescrição. Módulo 1; p.8; 2020. <https://repositorio.enap.gov.br/handle/1/5299>. Acesso em: mar. 2024.

GONSALVES, Elisa. **Núcleo de Educação Emocional** – Centro de Educação -CE. Universidade Federal da Paraíba – UFPB, 2020. 1 vídeo (ca. 3:30 min). Disponível em: <https://youtu.be/VJlpPFJSIzA>. Publicado em: 28 mai. 2020. Acesso em: mar. 2024.

HALL, BR. **Geometria axiomática planar**. Goiânia: Editora UFG. 2015.

HORA, Jessica Cristina Santos da. **Leituras Semióticas em Audiodescrição**: uma experiência dos vídeos institucionais das empresas Avon e Natura. Santa Maria, RS. p.27-30.2021. Disponível em :<https://repositorio.ufsm.br/handle/1/828/browse?type=author&value=Hora,+Jessica+Cristina+Santos+da>. Acesso em: mar. 2024.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar** – conjuntos/funções – volume 1. 7ed. São Paulo: Atual editora. 1997. p, 18.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (**Inep**), Censo Escolar 2023. Colaboradores: Assessoria de Comunicação Social do Inep. 2024. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/censo-escolar/mec-e-inep-divulgam-resultados-do-censo-escolar-2023>. Acesso em: mar. 2024.

KASTRUP, Virgínia. **A invenção na ponta dos dedos**: a reversão da atenção em pessoas com deficiência visual. Psicologia em Revista, Belo Horizonte, v. 13, n. 1, p. 69-90, jun. 2007.

**Mac Tutor History of Mathematics**: Mac Tutor Index, 2024. Disponível em: <https://mathshistory.st> – andrews.ac.uk. Acesso em: 30 ago. 2024.

MAGALHÃES, Priscila Giselli Silva; KAWAKAMI, Layana Mayumi Muracami. Recursos didáticos para alunos com deficiência visual: Uma análise das pesquisas no Brasil. ID Online – **Revista de Psicologia**, v.14, nº 50, p. 1. 153 – 1.169, 2020.

MANFIO, Fernando. **Fundamentos da Geometria**. São Paulo: ICMC – USP. 2008, p. 12-14. Disponível em: <https://pdfcoffee.com/fundamentos-de-geometria-euclidiana-pdf-free.html> . Acesso em: mar. 2024.

MANTOAN, Maria Teresa Egler. **Inclusão escolar: o que é? por que? como fazer?** São Paulo: Moderna. 2015.

MASINI, E. F. S. **O Perceber e o Relacionar-se do Deficiente Visual** – Orientando Professores Especializados. Brasília (DF): Corde, 1994.

MELO, Gabriela Mueller de. **Sentidos em sinergia**: efeito intermodal do que se vê sobre o que se escuta. Trabalho de conclusão de curso - Instituto de Ciências Básicas da Saúde, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

MELLO, H; MACHADO, S. **A formação histórica da educação para cegos no Brasil**: uma análise contextualizada das leis do império à república. 1 Seminário luso-brasileiro de educação inclusiva: o ensino e a aprendizagem em discussão. PUC RS. 2017. Disponível em: <https://www.pucrs.br/eventos/inst/educacaoinclusiva2017/>. Acesso em: mar. 2024.

MORAN, José Manuela; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda Aparecida. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21. ed. Campinas: Papirus, 171 p. 2013. (Coleção Papirus Educação).

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU – Editora Pedagógica e Universitária LTDA, p. 109 – 121, 1999.

MOTTA, LMVM. 2016. **Audiodescrição na escola: abrindo caminhos para a leitura de mundo**. Campinas: Pontes.

MOURA, Tanise da Silva; GASPERI, Angélica Maria de; SCHERNN, Ma. Cátia Roberta de Souza; FUCHS, Ma. Mariele Josiane. **O ensino da geometria para cegos a partir de materiais didáticos manipuláveis**. Encontro Gaúcho de Educação Matemática. UFPel (Edição Virtual). 21 a 23 jul. 2021.p. 1-10, 2021.

NUNES, Sylvia da Silveira. **Desenvolvimento de conceitos em cegos congênitos: caminhos de aquisição do conhecimento**. 2004. 286 p. Dissertação (Mestrado) – Curso de Psicologia, USP/ Instituto de Psicologia, São Paulo, cap. 6. 2004.

Organização Mundial da Saúde; 1966; **Definição de cegueira e baixa visão** – Instituto Benjamin Constant. Disponível em: GOV.BR; <https://antigo.ibc.gov.br>. Acesso em: mar. 2024.

PAULO, Jacks R.; ARAÚJO, Stela. M.M.S.; FERREIRA, Wellington. R.; ALVES, Luan. H. **Diálogo sobre a elaboração/construção de materiais didáticos táteis para inclusão de alunos cegos**. Espacios, Caracas, v.41, n.37. 2020.

PONTES, Ana Claudia Nunes; FERNANDES, Edicléa Mascarenhas. **O uso de recursos didáticos adaptados na escolarização e inclusão de educandos cegos e de baixa visão**. COLÓQUIO LUSO-BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO – COLBEDUCA, v. 3, 2018.

Portal da Câmara dos Deputados do Brasil. Guia Legal- Portador de deficiência Visual. Mesa da Câmara dos Deputados. 52ª Legislatura – 2ª Sessão Legislativa 2004. Sumário: **Portadores de deficiência visual no Brasil e no mundo**. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br>. Acesso em: mar. 2024.

RODRIGUES, L. F. S. A inserção do bioma cerrado no conteúdo de botânica do ensino médio a partir das concepções prévias do aprendiz. 000 f. **Dissertação** – UFG, Programa de Pós-graduação em Ciências e Matemática, Goiânia. 2019.

SÁ, Elizabet Dias de; CAMPOS, Izilda Maria de; SILVA, Myriam Beatriz Campolina; **Atendimento Educacional Especializado** – Deficiência Visual. SEESP/SEED/MEC. Brasília/DF – 2007. p. 26.

SANCHES, E.C.P.; BUENO, Juliana; OKIMOTO, M.L.L.R. Os cegos e o aprendizado multimídia: reflexões e especulações teóricas. **InfoDesign/Revista Brasileira de Design da Informação/ Brazilian Journal of Information Design**. São Paulo, v. 18, n. 1, p. 1-15. 2021.

SANTOS, Miralva Jesus dos. **A escolarização do aluno com deficiência visual e sua experiência educacional.** Dissertação (Programa de Pós - Graduação em Educação – Mestrado e Doutorado da Faculdade de Educação) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, p. 41 – 57. 2007.

SILVA, Luzia Guacira dos Santos. **Orientações para atuação pedagógica junto a alunos com deficiência:** intelectual, auditiva, visual, física. Natal: WP Editora. 2010.

SILVEIRA, Ingrid Machado. Desenvolvimento de recurso tátil no ensino da Matemática Financeira para alunos com deficiência visual. **Revista. Educação Pública**, v. 21, n. 43, 30 de novembro de 2021. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/43/desenvolvimento-de-recurso-tatil-no-ensino-da-matematica-financeira-para-alunos-com-deficiencia-visual>. Acesso em: mar. 2024.

TAKIMOTO, Tatiana. A Percepção do Espaço Tridimensional e sua Representação Bidimensional: A Geometria ao Alcance das Pessoas com Deficiência Visual em Comunidades Virtuais de Aprendizagem. **Dissertação** (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Gestão do Conhecimento. Florianópolis, SC. 161 p. 2014.

UMBELINO, C.C. e ÁVILA M.P. **As condições de saúde ocular no Brasil.** 1 ed. São Paulo: Conselho Brasileiro de Oftalmologia. 2023.

UNESCO. **Relatório de monitoramento global de educação – Resumo – Inclusão e educação:** todos sem exceção. Paris. 2020.

VAN DER-VER, René; VALSINER, Jaan. **Vygotsky:** Uma Síntese. São Paulo: Unimarco, Loyola, 1999.

VYGOTSKY, L.S. **Obras Escogidas V:** Fundamentos de Defectologia. Madrid: Visor Dis, 1997, p. 84.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa:** como ensinar. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, p. 53-86. 1998.