



UEA
UNIVERSIDADE
DO ESTADO DO
AMAZONAS



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS - UEA
ESCOLA NORMAL SUPERIOR - ENS
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

UM SALTO MATEMÁTICO NO METAVERSO: ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL NA REALIDADE IMERSIVA

LÚCIO ALMEIDA DO NASCIMENTO JÚNIOR

Manaus - Amazonas
SETEMBRO DE 2024

UM SALTO MATEMÁTICO NO METAVERSO: ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL NA REALIDADE IMERSIVA

LÚCIO ALMEIDA DO NASCIMENTO JÚNIOR

Dissertação de Mestrado apresentada
à Comissão Acadêmica Institucional do
PROFMAT-UEA como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Prof^ª Dra. Neide Ferreira Alves.

Manaus - Amazonas
Setembro de 2024

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Sistema Integrado de Bibliotecas da Universidade do Estado do Amazonas.

N244us Nascimento Júnior, Lúcio Almeida do
Um salto matemático no metaverso: Ensino da geometria espacial na realidade imersiva. / Lúcio Almeida do Nascimento Júnior. Manaus : [s.n], 2024.
95 f.: color.; 30 cm.

Dissertação - Profmat - Universidade do Estado do Amazonas, Manaus, 2024.
Inclui bibliografia
Orientador: Alves, Neide Ferreira

1. Matemática. 2. Geometria Espacial. 3. Metaverso. 4. Realidade Imersiva. I. Alves, Neide Ferreira (Orient.). II. Universidade do Estado do Amazonas. III. Um salto matemático no metaverso: Ensino da geometria espacial na realidade imersiva.

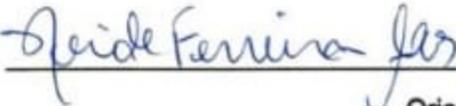
ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT DA UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

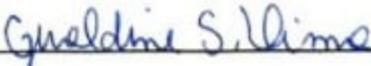
Ata de defesa de Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade do Estado do Amazonas, no município de Manaus-AM, do aluno **LÚCIO ALMEIDA DO NASCIMENTO JÚNIOR**, matrícula nº **2291940009**.

Em 11 de setembro de 2024, às 16h, na Sala de Videoconferência da Escola Normal Superior no Município de Manaus-AM, na presença da Banca Examinadora composta pelos professores: Profa. Dra. Neide Ferreira Alves, Profa. Ma. Geraldine Silveira Lima e Prof. Dr. André Luiz Martins Pereira (Participação Remota), o aluno **LÚCIO ALMEIDA DO NASCIMENTO JÚNIOR** apresentou a defesa de Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da UEA, intitulada: "**Um Salto Matemático no Metaverso: ensino da geometria espacial na realidade imersiva**".

A Banca Examinadora deliberou e decidiu pela **APROVAÇÃO** do referido trabalho, divulgando o resultado ao aluno e aos demais presentes.

Manaus, 11 de setembro de 2024.


Orientador


Membro Interno da Banca Avaliadora

Documento assinado digitalmente

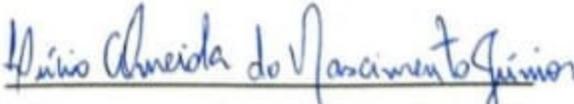


ANDRÉ LUIZ MARTINS PEREIRA

Data: 12/09/2024 14:33:59-0300

Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Membro Externo da Banca Avaliadora


Mestrando

Dedico a minha mãe Maria Domingas dos Santos Ferreira, que mesmo com todas as dificuldades, me proporcionou todos os meios (im)possíveis para me dar uma educação acadêmica e pessoal. À minha filha Luciana Beatriz Lima do Nascimento, que muitas vezes assistiu as aulas do mestrado e me acompanhou nessa empreitada, mesmo com pouca idade foi paciente e compreensível.

Agradecimentos

Cursar o Mestrado sempre foi um objetivo almejado por mim, mesmo sabendo das dificuldades em equilibrar trabalho, pós-graduação, família e amigos. Neste contexto, gostaria de expressar minha sincera gratidão a todos que tornaram essa jornada possível.

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, pois nada acontece sem Sua vontade.

Não sendo repetitivo, à minha família, meu agradecimento mais profundo. Em especial à minha filha Luciana, que acompanhou de perto as aulas do mestrado durante esses dois anos e meio, merecendo um diploma de mestre honorária. À minha mãe, que me ensinou o valor dos estudos na vida de uma pessoa de bem; ao meu PAIdrasto Antônio Carlos, por tudo o que me ensinou e proporcionou para minha formação; e aos meus irmãos, por estarem sempre presentes.

À minha orientadora, Prof.^a Dra. Neide Ferreira Alves, sou imensamente grato por sua disponibilidade, orientação e pelas oportunidades de crescimento e conhecimento que me proporcionou. Seus conselhos e amizade foram fundamentais para minha trajetória.

Agradeço também à Sociedade Brasileira de Matemática, às Instituições de Ensino Superior e, em especial, à Universidade do Estado do Amazonas (UEA), por me proporcionar a oportunidade de cursar o Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT).

Aos professores do programa do polo da UEA, que compartilharam seus conhecimentos, em especial à Prof.^a Dr.^a Nadime Mustafa Moraes, à Prof.^a Dr.^a Kelly Marães de Almeida, ao Prof. Dr. Almir Cunha da Graça Neto, e a todos os demais professores com os quais sempre pude contar.

Minha gratidão ao Prof. Dr. João Batista Ponciano, que me informou pessoalmente sobre minha aprovação no Exame Nacional de Admissão e, mais de um ano depois, no Dia dos Pais, me surpreendeu com uma ligação para comunicar minha aprovação no Exame Nacional de Qualificação (ENQ), sendo esta minha segunda tentativa.

À Gestora Professora Cleny Ferreira Alves e ao corpo docente da Escola Almirante Ernesto de Mello Baptista por cederem o espaço e serem receptivos com aplicação do projeto da dissertação.

Finalmente, um agradecimento especial aos amigos discentes, pelas horas de estudo na casa do Anderson, que nos davam energia para continuar, e pelos “workchopps” na casa do Joilson após cada conquista, especialmente após a qualificação no ENQ. Foram momentos de muitas risadas e pedidos de desculpas.

A todos, mencionados ou não, que direta ou indiretamente me ajudaram até aqui, minha eterna gratidão.

*"Nada é permanente, exceto a
mudança."
Eráclito de Efeso*

Resumo

O avanço tecnológico trouxe consigo novas oportunidades para a educação, especialmente com a ascensão dos ambientes virtuais tridimensionais, conhecidos como metaversos. O ensino de geometria espacial no metaverso é uma abordagem inovadora para revitalizar a compreensão dos alunos sobre conceitos tridimensionais. Nesse ambiente virtual imersivo, a visualização de sólidos geométricos é mais intuitiva, estimulando a compreensão. A colaboração entre alunos é facilitada, independentemente da localização física, promovendo uma aprendizagem mais envolvente e colaborativa. Além disso, a aplicação prática dos princípios geométricos é incentivada por meio da resolução de desafios do mundo real em cenários virtuais. Embora desafios tecnológicos e de formação de professores existam, o potencial para transformar o ensino da geometria espacial e inspirar uma nova geração de estudantes é evidente. O trabalho investiga o potencial do metaverso no ensino da geometria espacial, explorando as vantagens de aprender geometria em um ambiente imersivo, discutindo estratégias pedagógicas eficazes e ao final é apresentado uma aula na qual os alunos de uma turma do nono ano do ensino fundamental II utilizaram o ambiente desenvolvido neste trabalho. Ilustrando assim como o metaverso pode revolucionar o ensino da geometria espacial, proporcionando uma compreensão mais profunda e envolvente dos conceitos geométricos.

Palavras-chave: Matemática; Geometria Espacial; Metaverso; Realidade Imersiva.

Abstract

Technological advancement has brought new opportunities for education, particularly with the rise of three-dimensional virtual environments known as metaverses. Teaching spatial geometry in the metaverse is an innovative approach to revitalizing students' understanding of three-dimensional concepts. In this immersive virtual environment, the visualization of geometric solids is more intuitive, enhancing comprehension. Collaboration among students is facilitated, regardless of physical location, promoting a more engaging and collaborative learning experience. Furthermore, the practical application of geometric principles is encouraged through the resolution of real-world challenges in virtual scenarios. Although there are technological and teacher training challenges, the potential to transform spatial geometry education and inspire a new generation of students is evident. This work investigates the potential of the metaverse in teaching spatial geometry, exploring the benefits of learning geometry in an immersive environment, discussing effective pedagogical strategies, and presenting a lesson in which ninth-grade students utilized the environment developed in this study. This illustrates how the metaverse can revolutionize the teaching of spatial geometry, providing a deeper and more engaging understanding of geometric concepts.

Keywords: Mathematics; Spatial Geometry; Metaverse; Immersive Reality

Lista de Figuras

2	Figura 1: Proficiência Saeb 2019/2021	13
3	Figura 2: Proficiências Média Saeb 2011a 2021	14
4	Figura 3: Sensorama	23
5	Figura 4: Power Glover	23
6	Figura 5: Oculus Rift	24
7	Figura 6: Galeria Disputa Nervosa	25
8	Figura 7: Self da Equipe do Impa no ambiente virtual Imersivo	26
9	Figura 8: Impa Múmia em Realidade Virtual	27
10	Figura 9: Math alive	28
11	Figura 10: Geogebra VR	28
12	Figura 11: Calcflow VR	29
13	Figura 12: Calcflow	29
14	Figura 13: VR Math	30
15	Figura 14: VR Math	30
16	Figura 15: Virtual Math Lab	31
17	Figura 16: Virtual Math Lab	31
18	Figura 17: Roblox	32
19	Figura 18: Tinkercad	33
20	Figura 19: Mozilla Hubs	33
21	Figura 20: Spatial	33
22	Figura 21: Support do Hubs descontinuado	34
23	Figura 22: Pairo de Rhind e Papiro de Moscovo	38
24	Figura 23: Pitágoras	39
25	Figura 24: Os Elementos de Euclides	40
26	Figura 25: Estátua de Platão	41
27	Figura 26: Sólidos de Platão	43
28	Figura 27: Tetraedro	44
29	Figura 28: Tetraedro Planificado	44
30	Figura 29: Hexaedro (Cubo)	45
31	Figura 30: Hexaedro (Cubo)	45
32	Figura 31: Octaedro	46
33	Figura 32: Octaedro Planificado	46
34	Figura 33: Dodecaedro	47
35	Figura 34: Dodecaedro Planificado	47
36	Figura 35: Icosaedro	48
37	Figura 36: Sala Maker	50
38	Figura 37: Realidade Imersivo	51
39	Figura 38: Modelagem da Realidade Imersiva	51
40	Figura 39: Número de faces	52
41	Figura 40: Aplicação da Fórmula de Euler	52
42	Figura 41: Área de Interação	53
43	Figura 42: Área dos Portais	53
44	Figura 43: Área dos Portais	54
45	Figura 44: Visão Interna da Edificação	54
46	Figura 45: Visão dos Sólidos Criados no Tinkercad	55
47	Figura 46: Visão do Espaço dos Octaedros	55

48	Figura 47: Reunião com os Participantes	56
49	Figura 48: Aplicação do Questionário	57
50	Figura 49: Questão 4 - A.2	57
51	Figura 50: Primeiro acesso	58
52	Figura 51: Primeiro Contato com a história dos sólidos de Platão no ambiente imersivo	58
53	Figura 52: Mundo Tetraedro	60
54	Figura 53: Mundo Cubo	61
55	Figura 54: Mundo Octaedro	61
56	Figura 55: Faces do Octaedro	62
57	Figura 56: Aresta do Octaedro	62
58	Figura 57: Mundo Dodecaedro	63
59	Figura 58: Mundo Icosaedro	63
60	Figura 59: Ferramentas Auxiliares	64
61	Figura 60: Elementos: Interação com os alunos	65
62	Figura 60: Área da face do Tetraedro: Interação com os alunos	65
63	Figura 62: Cubo: Interação com os alunos	66
64	Figura 63: Cubo: Interação com os alunos	66
65	Figura 64: Cubo: Interação com os alunos	66
66	Figura 65: Certificado do I Encontro Nacional do Mestrado PROFMAT	74
67	Figura 66: Certificado do Encontro de Formação de Professores de Matemática de Educação Básica	75
68	76
69	76
70	76
71	77
72	77
73	77
74	77
75	78
76	78
77	78
78	79
79	79
1	96

Sumário

1	Introdução	13
1.1	Problemática	13
1.2	Justificativa	15
1.3	Objetivos	17
1.3.1	Objetivo Geral	17
1.3.2	Objetivo Específico	18
1.4	Estrutura do Trabalho	18
2	Revisão Bibliográfica	20
2.1	Realidade Virtual: Concepção Histórica	22
2.2	Realidade Virtual Aumentada (RVA) - Aplicações na Educação e Diferenças com a Realidade Virtual Imersiva	25
2.2.1	Aplicações de Realidade Virtual no Contexto da Educação Matemática	27
2.3	Metaverso, Uma Realidade Virtual Imersiva	32
2.4	Uso de Tecnologia da Informação e Comunicação na educação: Quebrando Paradigmas	34
2.5	Salas Maker	35
3	A Matemática à ser Trabalhada	37
3.1	História da Matemática como Ferramenta Pedagógica	37
3.1.1	Uma Rápida Visão histórica dos Sólidos Geométricos	37
3.1.2	Os Pitagóricos	38
3.1.3	Teeteto	39
3.1.4	Os Elementos de Euclides	40
3.1.5	Arístocles, o homem conhecido como Platão	41
3.2	Os sólidos de Platão	43
3.2.1	Tetraedro	44
3.2.2	Hexaedro (Cubo)	45
3.2.3	Octaedro	46
3.2.4	Dodecaedro	46
3.2.5	Icosaedro	47
4	Metodologia: Uma Proposta Inovadora	49
4.1	Apresentação do Ambiente de Aplicação	50
4.2	Estruturação e Desenvolvimento de Atividades	50
4.2.1	Escolha da Plataforma de Metaverso	51
4.2.2	Planejamento do Ambiente Virtual	52
5	Resultados e Discussões	56
5.1	Aplicação da Proposta de Atividades no Metaverso	56
5.1.1	Mundos Imersivos	60
5.1.2	Avaliação e Feedback	64
6	Considerações Finais	69
	Referências	70

Anexo	74
Apêndice	80

1 Introdução

A jornada histórica da Realidade Virtual - RV é uma narrativa cativante de progresso, desafios superados e inovação contínua. Desde os primeiros dias dos dispositivos rudimentares até as atuais plataformas sofisticadas, a RV permanece como uma fonte de inspiração, continuamente redefinindo nossa compreensão do potencial na interseção entre o real e o virtual. Este estudo não apenas explora essa evolução fascinante, mas também busca contextualizá-la dentro do cenário do ensino de matemática no metaverso. Ao fazê-lo, ele estabelece uma base para pesquisas futuras nesta emocionante área de estudo e desenvolvimento educacional, delineando um caminho para explorar como a RV pode revolucionar o ensino e a aprendizagem da matemática em ambientes virtuais imersivos.

1.1 Problemática

O baixo desempenho em matemática dos alunos, vem sendo um problema crescente nos últimos anos no Brasil. Uma comparação de desempenho dos alunos, feito pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP), pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), mostra que, apenas 5,5% dos alunos possuem proficiência mínima no aprendizado relacionado a matemática do ensino básico (Figura 1). Para piorar essa situação, a Covid-19 veio para dificultar ainda mais o aprendizado. As aulas online, que foi uma tentativa de minimizar os impactos que a pandemia iria trazer aos alunos, vieram para escancarar de vez essa dificuldade dos alunos com a matemática. Os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), em comparação aos anos anteriores (Figura 2) mostra que o desempenho na matemática caiu ainda mais em 2021.

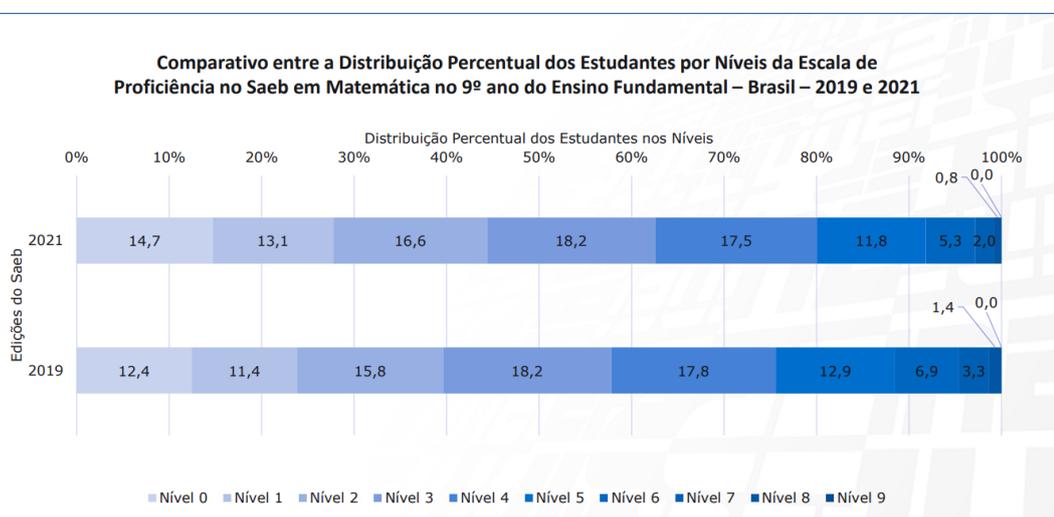


Figura 1: Comparativo entre a Distribuição Percentual dos Estudantes por Níveis da Escala de Proficiência no Saeb em Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental – Brasil – 2019 e 2021 - Fonte: SAEB (2021)

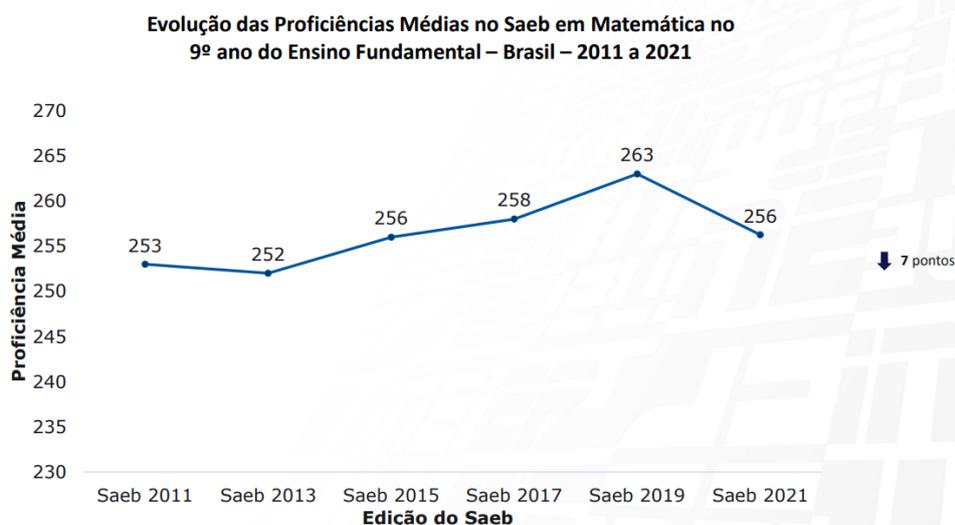


Figura 2: Evolução das Proficiências Médias no Saeb em Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental – Brasil – 2011 a 2021 - Fonte: SAEB (2021)

No ensino tradicional da matemática, em especial da geometria espacial, os alunos muitas vezes enfrentam maiores dificuldades ainda, pois existem problemas de visualizar e compreender conceitos tridimensionais de forma eficaz. A abordagem convencional baseada em livros didáticos e projeções bidimensionais muitas vezes limita a capacidade dos estudantes de explorar e internalizar os princípios fundamentais da geometria espacial.

A falta de experiências práticas e interativas pode resultar em uma compreensão superficial dos conceitos, prejudicando o desenvolvimento das habilidades cognitivas dos alunos. Além disso, as aulas tradicionais podem não ser suficientemente envolventes para motivar os estudantes a explorar a geometria espacial de maneira aprofundada.

Segundo as pesquisas de Presmeg (2006), o ensino tradicional de geometria espacial enfrenta desafios significativos devido à limitada capacidade dos alunos em visualizar e compreender conceitos tridimensionais de maneira eficaz. As abordagens convencionais, baseadas em livros didáticos e projeções bidimensionais, muitas vezes resultam em uma compreensão superficial dos princípios fundamentais da geometria espacial.

Conforme ressaltado por Smith e Johnson (2019), a falta de experiências práticas e interativas pode prejudicar o desenvolvimento cognitivo dos alunos, limitando sua capacidade de explorar os conceitos geométricos de maneira aprofundada. Adicionalmente, as aulas tradicionais podem carecer de elementos motivacionais para incentivar os estudantes a se envolverem mais profundamente com a geometria espacial.

Diante do atual cenário educacional, caracterizado pela crescente digitalização e pela transformação tecnológica que têm provocado mudanças profundas nos métodos de ensino, é evidente que os educadores enfrentam desafios e oportunidades sem precedentes para repensar e reinventar suas práticas pedagógicas. Com o avanço das tecnologias digitais, tornou-se possível o acesso a uma variedade de recursos educacionais online, bem como a implementação de abordagens de ensino mais interativas e personalizadas. Além disso, a transformação tecnológica tem impulsionado o desenvolvimento de novas ferramentas e plataformas de ensino, possibilitando a criação de ambientes de aprendizagem mais dinâmicos e colaborativos. Nesse contexto em constante evolução, é fundamental investigar e compreender como a utilização dessas tecnologias pode impactar o processo de ensino e aprendizagem, buscando aproveitar ao máximo seu potencial para promover

uma educação mais eficaz e inclusiva.

A geometria espacial, com sua ênfase em sólidos tridimensionais e relações espaciais é de fato, um excelente assunto de iniciação de estudos nesse contexto digital. Como, muitas vezes é mal compreendida devido à natureza abstrata dos materiais de ensino convencionais, o metaverso vem oferecer um ambiente propício para a visualização imersiva desses conceitos, permitindo que os alunos interajam diretamente com sólidos geométricos, explorem suas características e observem suas transformações em tempo real.

É imperativo que a educação acompanhe o ritmo do avanço da tecnologia, para garantir a relevância e eficácia do processo de aprendizagem. A convergência entre a geometria espacial e o metaverso representa um passo audacioso em direção a uma educação mais envolvente, relevante e adaptada às necessidades da geração atual de estudantes imersos na cultura digital. Portanto, esta dissertação procura não apenas explorar as possibilidades pedagógicas dessa abordagem inovadora, mas também contribuir para a discussão sobre como a tecnologia pode redefinir o ensino e aprendizado de conceitos matemáticos complexos, permitindo que os alunos explorem e manipulem objetos tridimensionais de maneira virtual.

O metaverso oferece um ambiente tridimensional interativo, onde os estudantes podem visualizar, manipular e experimentar conceitos geométricos de forma mais dinâmica, inovadora, que proporcionará experiências mais imersivas. Isso não apenas torna o aprendizado mais envolvente, mas também proporciona uma compreensão mais profunda e intuitiva dos princípios da geometria espacial.

Assim, a problemática central reside na inadequação das abordagens tradicionais para o ensino da geometria espacial, destacando a necessidade urgente de explorar soluções inovadoras. Destaca-se, assim, a necessidade urgente de explorar soluções modernas, como o uso do metaverso, para transformar a educação nesse domínio e proporcionar aos alunos uma experiência de aprendizado mais rica e eficaz. Essa abordagem inovadora, fundamentada em pesquisas recentes, promete revolucionar a forma como os estudantes interagem e assimilam os conceitos complexos da geometria espacial.

1.2 Justificativa

É fato que a tecnologia veio para mudar a relação cotidiana da sociedade de uma forma geral, com todas as ações possíveis relacionadas à elas. No processo de ensino e aprendizagem não poderia ser diferente. Nota-se, que vários profissionais da educação mostram-se resistentes ao uso de tecnologias no ensino e continuam sua prática docente baseando-se somente em “mecanismos” previsíveis, exemplo o livro didático. Isso dificulta e muito o aprendizado do aluno, que vive imersivo totalmente na tecnologia, uma era diferente das propostas que se baseiam apenas nos livros e ensino tradicional. Desta forma este trabalho justifica-se, pois busca objetivamente quebrar este paradigma, promovendo, investigando, alunos e processos a buscarem novas fronteiras para aprender e ensinar.

É possível através de recursos de tecnologia, criar mecanismos voltados a nova geração tecnológica, promovendo um ensino colaborativo e intuitivo, onde os alunos participam de forma direta, objetiva e através de interações, vídeos, entre outras técnicas.

Dados consistentes revelam que os estudantes enfrentam significativas dificuldades na aprendizagem da matemática. Dados estatísticos provenientes de diversas avaliações educacionais, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), Avaliação da Educação Básica do Amazonas (AVAM), Prova Brasil, entre outras, revelam desafios significativos enfrentados pelos estudantes no domínio dos conteúdos da matemática, o que ressalta a

necessidade premente de explorar abordagens inovadoras que possam aprimorar o processo de ensino e aprendizagem. A análise dos resultados das provas também revelam que o ensino tradicional de geometria espacial muitas vezes não consegue atender às necessidades de uma aprendizagem efetiva. A abstração dos conceitos e a falta de conexão com a realidade cotidiana dos alunos contribuem para a perpetuação das dificuldades e para a desmotivação em relação à matemática. Segundo os resultados do ENEM, mais de 70% dos participantes apresentam dificuldades em questões que envolvem conceitos básicos de geometria espacial, como cálculo de volumes, áreas, projeções e planificações. Essa tendência se reflete de forma similar em outras avaliações nacionais e regionais, onde os índices de proficiência em geometria espacial estão abaixo do esperado.

Além disso, estudos comparativos realizados pelo Ministério da Educação (MEC) evidenciam que a geometria espacial é uma das áreas da matemática em que os alunos apresentam maior defasagem de aprendizagem ao longo da educação básica. Desde as séries iniciais até o ensino médio, os índices de compreensão e domínio dos conceitos geométricos permanecem aquém das expectativas, indicando a necessidade urgente de intervenções pedagógicas eficazes.

Podemos citar também, um estudo realizado por Santos e colaboradores (2014), que analisou o desempenho de alunos do ensino médio em avaliações de geometria espacial, constatou-se que mais de 60% dos estudantes apresentaram dificuldades em compreender conceitos básicos, tais como projeções, planificações e cálculos de volumes. Essas dificuldades não apenas comprometem o domínio dos conteúdos, mas também podem minar a confiança e o interesse dos alunos pela matemática.

Tendo a Geometria Espacial uma área fundamental da matemática e é uma das que mais provocam dificuldade no aprendizagem dos aluno, onde a mesma estuda as formas tridimensionais e suas propriedades no espaço, tradicionalmente, o ensino dessa disciplina tem sido realizado principalmente através de métodos didáticos convencionais, como aulas expositivas e o uso de material didático estático. No entanto, com o avanço das tecnologias digitais e a crescente popularidade dos ambientes virtuais, surge uma oportunidade única de explorar novas abordagens para o ensino da geometria espacial.

Diante desse cenário, torna-se imperativo explorar novas abordagens pedagógicas que possam potencializar o ensino e aprendizagem da geometria espacial. Neste contexto, o surgimento do metaverso como um ambiente de realidade virtual imersiva oferece uma oportunidade única para transformar a experiência educacional. A integração de tecnologias imersivas, como headsets de realidade virtual (VR) e ambientes virtuais tridimensionais, pode proporcionar aos alunos uma aprendizagem mais engajadora, tangível e contextualizada, na qual eles podem explorar e manipular conceitos geométricos de forma intuitiva e dinâmica.

O metaverso, definido como um espaço virtual tridimensional persistente e compartilhado, oferece um ambiente imersivo e interativo que pode potencializar significativamente o processo de ensino e aprendizagem da geometria espacial. Ao permitir que os alunos explorem e manipulem objetos tridimensionais em um ambiente virtual, o metaverso oferece uma experiência de aprendizagem mais dinâmica e envolvente, que pode aumentar o interesse na matéria e a compreensão dos conceitos geométricos, estimulando o pensamento espacial dos estudantes.

Nesse sentido, a realidade imersiva surge como uma alternativa eficaz para engajar os alunos nas aulas. Isso acontece porque as metodologias tradicionais não têm se adaptado às novas gerações, resultando em uma crescente falta de interesse nas atividades escolares. Em particular, o ensino da geometria espacial tem suscitado a necessidade

de estratégias inovadoras que tornem acessíveis os intrincados princípios tridimensionais a estudantes ávidos por compreender o mundo ao seu redor. É nesse contexto que emerge a fascinante convergência entre a geometria espacial e o metaverso, um ambiente virtual tridimensional, desencadeando uma abordagem educacional revolucionária.

Além disso, a colaboração entre alunos e a aplicação prática são aspectos cruciais da aprendizagem contemporânea. No entanto, a geometria espacial muitas vezes é ensinada de maneira isolada, sem destacar suas aplicações reais e sem fomentar a colaboração entre os estudantes. O uso do metaverso no ensino da geometria espacial pode proporcionar uma série de benefícios adicionais, incluindo a possibilidade de simulações realistas e interações colaborativas entre os alunos. O metaverso, como um espaço virtual compartilhado, oferece a oportunidade de os alunos trabalharem juntos, independentemente de suas localizações físicas, para resolver problemas geométricos desafiadores e explorar cenários do mundo real que demandam a aplicação desses conceitos. Essa abordagem inovadora tem o potencial de atender às diversas necessidades e estilos de aprendizagem dos estudantes, promovendo uma educação mais inclusiva e acessível.

A relevância desta pesquisa ao considerar o atual cenário educacional, no qual a crescente digitalização e a transformação tecnológica têm alterado profundamente os métodos de ensino. A geometria espacial, com sua ênfase em sólidos tridimensionais e relações espaciais, muitas vezes é mal compreendida devido à natureza abstrata dos materiais de ensino convencionais.

A partir de todas essas observações, foi idealizada uma alternativa de criação de uma sala/laboratório de matemática na realidade imersiva para inicialmente o ensino da geometria espacial, em especial os sólidos de Platão e a Relação de Euler ($F+V=A+2$) nos sólidos convexos. Esse projeto tem por finalidade promover a divulgação de conteúdo científico, conhecimentos sobre o assunto dentro de uma sala imersiva, onde os alunos poderão “enxergar”, “criar”, “manipular” e “compreender” conceitos sobre os sólidos geométricos. Espera-se, como principal resultado, proporcionar aos alunos contato com conhecimento científico de maneira interativa e dinâmica e, possivelmente, despertar o interesse desses jovens à pesquisa científica no campo da Matemática, Engenharia e Computação.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Este trabalho, intitulado “Um Salto Matemático no Metaverso: Ensino da Geometria Espacial na Realidade Imersiva”, busca investigar as implicações, desafios e benefícios do uso do metaverso como ferramenta para ensinar geometria espacial. O objetivo primordial é explorar, analisar e explorar o potencial do metaverso como uma ferramenta inovadora para o ensino da geometria espacial. Pretende-se investigar como o ambiente virtual imersivo pode proporcionar experiências interativas que auxiliem os alunos a compreender conceitos complexos da geometria tridimensional de maneira mais eficaz e envolvente. Busca-se também entender como a imersão proporcionada pelo metaverso pode contribuir para a compreensão dos alunos em relação aos princípios fundamentais da geometria tridimensional, promovendo uma aprendizagem mais significativa e duradoura.

1.3.2 Objetivo Específico

1. Explorar as características e funcionalidades do metaverso que o tornam adequado para o ensino da geometria espacial.
2. Desenvolver e adaptar recursos e atividades educacionais para serem integrados ao ambiente do metaverso, visando a exploração e compreensão dos conceitos de geometria tridimensional.
3. Avaliar a eficácia do uso do metaverso como ferramenta de ensino, por meio de métricas de desempenho e feedback dos alunos em relação à sua experiência de aprendizagem.
4. Investigar o impacto do uso do metaverso no engajamento e na motivação dos alunos em relação ao estudo da geometria espacial, comparado com métodos de ensino tradicionais.
5. Identificar possíveis desafios e limitações do uso do metaverso no ensino da geometria espacial e propor estratégias para superá-los, visando aprimorar a eficácia e acessibilidade dessa abordagem educacional.

Por meio desses objetivos específicos, busca-se contribuir para o avanço do conhecimento sobre o uso de tecnologias emergentes, como o metaverso, no contexto educacional, bem como fornecer insights valiosos para educadores e pesquisadores interessados em explorar novas abordagens para o ensino e aprendizagem da geometria espacial.

1.4 Estrutura do Trabalho

Este trabalho tem caráter de pesquisa aplicada, exploratória de abordagem qualitativa que utiliza métodos bibliográficos, documentais e experimentais através da aplicação de técnicas baseadas em realidade virtual imersivo.

Em resumo, este trabalho utiliza recursos e métodos para investigação e aplicação de procedimentos, por meio da pesquisa exploratória e de documentação indireta, documental e bibliográfica, sobre dados qualitativos de fontes primárias e secundárias, além da observação direta intensiva dos estudos e projetos desenvolvidos em nível institucional.

Para a composição deste trabalho, o mesmo foi estruturado da seguinte forma:

A primeira seção diz respeito a parte introdutória do trabalho, apresenta um pouco sobre a problemática do ensino da matemática no Brasil, destacando a necessidade de mudanças ou adaptações com a nova era tecnológica. Aborda ainda objetivos gerais e específicos para delimitação do foco, bem como o problema investigado e as justificativas, soluções apresentadas e o que motiva o autor deste para cumprir tais objetivos.

Na segunda seção é demonstrado através da revisão bibliográfica um aparado geral sobre estudos já feitos até o momento sobre a aplicação da Realidade Virtual (RV), aumentada (RA) e imersiva (RI), como metodologia de ensino. Apresentam-se os resultados da aplicação em campo, relatando as principais evidências de aplicações bem sucedidas. Discorre-se sobre histórico da RA, utilizações dentro e fora da educação, experiência de RV e RA através do seu desenvolvimento, utilidade, levantamento dos dados deste objeto de estudo. Foi abordado também conceitos sobre tecnologia da informação e comunicação (TIC's) na educação, as vantagens e desvantagens, bem como a empregabilidade de técnicas para explorar o potencial da RV unido com as TIC's. Falou-se um pouco sobre a implementação das salas Makes (Mekespace) que vai de encontro com este trabalho, na utilização de tecnologias para auxiliar no aprendizado e interesse dos alunos.

Na terceira seção apresenta-se uma breve delimitação da matemática a ser trabalhada, percorrendo pela história até os conceitos básicos da matéria a ser abordada.

Na quarta seção apresentam-se os meios de aplicação da proposta, desde o planejamento e estruturação do ambiente de ensino para construir de forma mais eficaz um meio de exploração que a proposta metodológica sugere.

Na quinta seção, aborda-se a aplicação e o progresso da metodologia, incluindo avaliações, feedback e a coleta de dados. Essa parte discute os resultados obtidos, realizando uma análise e apresentando reflexões sobre eles.

Na sexta e última seção faz-se um apurado geral de todo este trabalho, apontando sobre as inúmeras possibilidades de aplicação das realidades para o ensino da matemática.

2 Revisão Bibliográfica

A revisão da literatura é fundamental para contextualizar e fundamentar a pesquisa, fornecendo uma compreensão sólida do estado atual do conhecimento no campo. Neste capítulo, é apresentada notas sobre as novas oportunidades e a reversão de paradigmas, incluindo, mas não se limitando, à aprendizagem da matemática Bulletin. A revisão menciona diversos artigos e estudos relevantes para a consideração de como os ambientes virtuais tridimensionais influenciam os sistemas de ensino e modificam os métodos de ensino da matemática.

A utilização da realidade virtual (RV) no campo da educação tem sido objeto de interesse crescente entre pesquisadores e educadores. Estudos anteriores têm explorado diversas formas de integrar a RV em ambientes de aprendizado para melhorar a compreensão e o engajamento dos alunos.

Barba (2020) destaca o potencial do uso da realidade virtual e de ambientes virtuais tridimensionais para transformar o ensino da matemática. O autor ressalta a capacidade desses ambientes imersivos em proporcionar uma experiência de aprendizado mais envolvente e intuitiva, permitindo que os alunos interajam com conceitos matemáticos de maneira única.

Johnson (2019) oferece uma revisão da literatura acerca do emprego da realidade virtual no contexto do ensino de matemática. O artigo examina as vantagens advindas da visualização tridimensional e da interatividade proporcionadas pelos ambientes virtuais, ao mesmo tempo em que discute os desafios técnicos e pedagógicos relacionados à incorporação dessa tecnologia no ambiente escolar. A análise aponta para a crescente evidência do potencial da realidade virtual como uma ferramenta eficaz para o aprendizado da matemática, destacando tanto suas oportunidades quanto os obstáculos a serem superados

Dede (2009) investiga as interfaces imersivas como meios de engajamento e aprendizado, embora seu escopo não se restrinja à matemática. O artigo aborda o potencial dos ambientes virtuais imersivos para aprimorar a compreensão conceitual e fomentar a colaboração entre os alunos. Essa pesquisa destaca a importância da imersão em ambientes tridimensionais na facilitação da aprendizagem, enfatizando os benefícios cognitivos e sociais que podem surgir da utilização dessas tecnologias educacionais.

Sinclair e Hayes (2018) examinam as práticas educacionais em ambientes virtuais, incluindo o metaverso, neste estudo. O artigo analisa o uso da tecnologia na criação de experiências de aprendizado inovadoras e ressalta a natureza colaborativa e interativa desses ambientes, destacando sua aplicação potencial no ensino da matemática. A pesquisa oferece insights sobre como os ambientes virtuais podem ser aproveitados para enriquecer o processo de ensino-aprendizagem, especialmente no contexto da matemática, ao proporcionar novas formas de interação e colaboração entre os alunos

Marsh e Bell (2018) investigam a resposta dos alunos a uma lição de geometria em um ambiente virtual, explorando o potencial educacional da realidade virtual. O estudo analisa como a imersão e a manipulação interativa dos objetos geométricos influenciaram o entendimento dos alunos sobre conceitos espaciais complexos. Os autores destacam a importância da experiência imersiva na promoção da compreensão conceitual e na facilitação do aprendizado de geometria, fornecendo insights valiosos sobre o uso eficaz da tecnologia virtual no ensino de matemática.

Noss e Hoyles (1996) discutem o impacto da tecnologia, incluindo ambientes virtuais, na aprendizagem matemática, apesar de ser uma obra mais antiga. O livro explora

as novas perspectivas sobre a matemática que os ambientes virtuais podem oferecer, bem como a capacidade dos alunos de explorar, experimentar e colaborar de forma mais eficaz por meio dessas ferramentas tecnológicas. Essa obra contribui para o entendimento da interseção entre tecnologia e educação matemática, fornecendo insights valiosos sobre o potencial das novas mídias na promoção do aprendizado significativo em matemática.

Sutherland et al. (2004) abordam a incorporação de tecnologia, incluindo ambientes virtuais, às práticas educacionais cotidianas, embora não tratem diretamente do metaverso. O artigo discute como a tecnologia pode ser integrada de forma eficaz ao ensino e à aprendizagem, o que pode ser relevante para compreender como a tecnologia imersiva, como o metaverso, pode ser incorporada ao ensino da matemática. Essa pesquisa oferece insights sobre a utilização prática da tecnologia na educação e sua aplicabilidade em diferentes contextos pedagógicos, o que pode ser extrapolado para explorar o potencial das novas tecnologias imersivas no ensino de matemática.

Wheeler (2016) analisa as teorias educacionais e práticas na era digital em seu livro "Learning with 'E's". Embora não seja centrado exclusivamente no metaverso, a obra oferece percepções valiosas sobre como as abordagens de ensino podem ser adaptadas para o contexto digital. Essa reflexão é relevante ao considerar o ensino da matemática no metaverso, pois oferece uma base para compreender como a educação pode ser transformada pela tecnologia digital e como os educadores podem aproveitar esse potencial para promover o aprendizado significativo em matemática dentro de ambientes imersivos como o metaverso

Johnson-Glenberg et al. (2015) abordam a aprendizagem corporificada e a realidade mista em seu artigo "Emboldened by Embodiment", destacando sua relevância para o uso de ambientes virtuais no ensino da matemática. O artigo destaca como a imersão em ambientes virtuais pode promover uma compreensão mais profunda dos conceitos, especialmente aqueles relacionados à matemática espacial. Essa pesquisa oferece diretrizes importantes para a investigação sobre aprendizagem corporificada e realidade mista, fornecendo valiosos esclarecimentos sobre como essas abordagens podem ser aproveitadas para enriquecer o ensino e aprendizado da matemática em ambientes virtuais.

Além das literaturas examinadas acima, o estudo da aplicação da RV aplicada a educação está sendo bastante analisada, devido as grandes possibilidades. Uma variedade de perspectivas sobre o uso de ambientes virtuais e tecnologias imersivas no ensino de matemática podem ser citadas. Dalgarno e Lee (2010) por exemplo investigam as oportunidades de aprendizado proporcionadas por ambientes virtuais em 3D, com uma análise particular sobre sua aplicação no contexto da educação matemática. Por sua vez, Gromala e Shaw (2018) exploram os desafios e oportunidades apresentados pela realidade virtual no ensino de matemática, destacando a necessidade de uma abordagem educacional adequada para tirar o máximo proveito dessa tecnologia emergente. Angeli, Valanides e Christodoulou (2016) oferecem uma visão geral sobre o fenômeno "Bring Your Own Device" (BYOD)¹ e seu impacto na educação, incluindo discussões sobre como dispositivos móveis e ambientes virtuais estão moldando as práticas de ensino. Pange, Saravanakumar e Thomas (2013) examinam os benefícios da aprendizagem da matemática em ambientes virtuais, enquanto Anderson, Hutama e Verner (2015) investigam especificamente a eficácia do uso de realidade virtual no contexto do ensino de matemática. Chen e Yang (2015) oferecem uma visão geral abrangente de estudos relacionados ao uso de realidade

¹ "Bring Your Own Device" (BYOD) é uma política adotada por muitas instituições e empresas que permite que os funcionários ou alunos usem seus próprios dispositivos pessoais, como laptops, tablets e smartphones, para acessar a rede e os recursos da organização.

aumentada na educação matemática, contribuindo para a compreensão das possibilidades e limitações dessa tecnologia. Por fim, Braun, Hughes e Songer (2013) exploram a implementação do ambiente virtual Second Life no ensino secundário de matemática, fornecendo uma ideia sobre como ambientes virtuais podem ser integrados de forma prática e eficaz nas salas de aula tradicionais.

Em resumo, a revisão bibliográfica destaca a diversidade de abordagens e pesquisas existentes, sugerindo um campo dinâmico e promissor para futuras investigações e desenvolvimentos no ensino de matemática, revelando que o ensino da matemática no metaverso oferece oportunidades emocionantes para transformar a maneira como os alunos interagem e aprendem conceitos geométricos. A imersão, interatividade e visualização tridimensional proporcionadas pelos ambientes virtuais têm o potencial de tornar a matemática mais acessível e envolvente, superando alguns dos desafios tradicionais associados ao ensino dessa disciplina. Além disso, a literatura sugere que a colaboração, a experimentação e a exploração ativa podem ser facilitadas por meio do uso de ambientes virtuais, resultando em uma compreensão mais profunda e duradoura da matemática espacial.

2.1 Realidade Virtual: Concepção Histórica

A Realidade Virtual (RV) é uma área multidisciplinar que tem ganhado cada vez mais destaque nas últimas décadas, especialmente com os avanços tecnológicos que possibilitam experiências imersivas e interativas.

Papert (1980) destaca a importância da interação homem-máquina na compreensão da evolução da aprendizagem mediada pelo computador. Dentro desse contexto, a concepção histórica da RV remonta a várias décadas atrás, com os primeiros indícios e experimentos voltados para a criação de ambientes simulados e imersivos, como elucidado por Michael Abrash (1992).

Um dos precursores notáveis foi o Sensorama, desenvolvido por Morton Heilig na década de 1950. O Sensorama (Figura 3), foi uma das primeiras tentativas de proporcionar aos espectadores uma experiência sensorial completa, envolvendo visão, som, tato e até mesmo olfato, através de filmes interativos, dando ao espectador uma experiência sensorial completa, conforme observado por Rheingold (1991). Essa iniciativa ecoa a perspectiva de Vygotsky (1978) sobre a importância da mediação dos artefatos culturais no desenvolvimento humano, situando a RV como uma extensão dessa premissa.



Figura 3: Sensorama. Fonte: Furht (2011)

Já a década de 1980 testemunhou o florescimento de estudos e desenvolvimentos significativos na área da RV. Empresas como a VPL Research, fundada pelos gêmeos Jaron Lanier e Thomas Zimmerman, desempenharam um papel crucial na introdução de tecnologias e conceitos fundamentais, como o uso de capacetes de realidade virtual e luvas sensoriais (Figura 4).



Figura 4: Power Glove em exibição no Museu do Videogame, em Berlim. Fonte: <https://www.memoriabit.com.br/historia-da-power-glove-luva-nintendo/>

Paralelamente, acadêmicos e pesquisadores exploraram diversas aplicações da RV em campos tão diversos quanto medicina, educação, treinamento militar e entretenimento.

Nesse sentido, a obra de Gee (2003) sobre a teoria dos jogos e a aprendizagem, evidencia como a RV pode ser uma ferramenta poderosa para engajar os aprendizes em experiências imersivas e significativas.

O início do século XXI viu o surgimento de marcos tecnológicos significativos que impulsionaram a Realidade Virtual para o Mainstream². O lançamento do Oculus Rift em 2012 (Figura 5), por Palmer Luckey e sua equipe, marcou um ponto de virada na acessibilidade e na qualidade das experiências de RV. A combinação de sensores de movimento de alta precisão e visores de realidade virtual de alta resolução abriu novas possibilidades para desenvolvedores e consumidores.



Figura 5: Oculus Rift. Fonte: <https://www.flickr.com/photos/grill/8269019864/in/album-72157632226240979/>

Além do Oculus Rift, outras plataformas e dispositivos, como o HTC Vive, PlayStation VR e dispositivos móveis com suporte para RV, contribuíram para a diversificação e popularização da tecnologia.

Atualmente, embora tenha havido avanços significativos, Bailenson (2018) faz ponderações a respeito da RV ainda enfrentar uma série de desafios técnicos, ergonômicos e éticos. Questões relacionadas à latência, fadiga visual, custo e inclusão ainda precisam ser abordadas de forma sistêmica e abrangente. Além disso, considerações éticas, como privacidade, segurança e potenciais efeitos psicológicos e sociais, necessitam de uma atenção cada vez maior à medida que a Realidade Virtual se torna mais difundida e acessível. Portanto, embora as possibilidades sejam vastas, é essencial que a pesquisa e o desenvolvimento nesse campo avancem de maneira responsável, garantindo que os benefícios sejam maximizados e os riscos mitigados.

No entanto, as perspectivas futuras da RV são promissoras. Com o contínuo desenvolvimento de hardware e software, juntamente com a crescente integração de tecnologias como inteligência artificial e computação em nuvem, espera-se que a RV se torne uma parte ainda mais integral de diversas esferas da vida humana.

²Mainstream é um conceito que expressa uma tendência ou moda principal e dominante. A tradução literal de mainstream é “corrente principal” ou “fluxo principal”

2.2 Realidade Virtual Aumentada (RVA) - Aplicações na Educação e Diferenças com a Realidade Virtual Imersiva

A Realidade Virtual Aumentada (RVA) representa uma vertente da tecnologia que mescla elementos do mundo real com elementos virtuais, oferecendo novas possibilidades de interação e experiência. Neste capítulo, exploraremos as aplicações da RVA na educação, além de destacar suas diferenças em relação à Realidade Virtual Imersiva (RVI).

A RVA e a RVI tem o potencial de transformar o cenário educacional, fornecendo ferramentas e recursos inovadores para promover uma aprendizagem mais envolvente e significativa. Uma das aplicações mais evidentes é a sobreposição de informações digitais em ambientes do mundo real, como salas de aula, laboratórios ou espaços ao ar livre.

Aplicativos de RVI podem ser utilizados para enriquecer experiências de campo, permitindo que os estudantes explorem locais históricos, observem fenômenos naturais ou até mesmo simulem processos complexos em um contexto prático. A RVI pode ser empregada para criar espaços tridimensionais interativos, dando a possibilidade e facilitando a compreensão e interação entre pessoas, como é o caso da Galeria DISPUTA NERVOSA (Figura 6) que colocou jovens artistas do Aglomerado da Serra, em Belo Horizonte, com os de Bristol, na Inglaterra. Já RVA pode ser empregada também para criar modelos tridimensionais interativos, auxiliando na compreensão de conceitos abstratos em disciplinas como matemática, ciências e engenharia.



Figura 6: <https://hubs.mozilla.com/cCUZCDP/metaverso-disputa-nervosa/>

A aplicação da RVI encontra um notável exemplo no metaverso concebido pelo Visgraf, o Laboratório de Computação Gráfica do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), em colaboração com o Centro Pi (Centro de Projetos e Inovação do IMPA). Este projeto foi apresentado durante o 7º VFXRio (2021), uma conferência sobre efeitos visuais patrocinada pela Rede Globo e pela Intel, cujo tema central foi o Metaverso.

Diante dessa evolução paradigmática, os pesquisadores do IMPA, se empenharam no desenvolvimento de um ambiente virtual de realidade compartilhada, concebido internamente, no qual interagem por meio de avatares, conduzem reuniões de longa duração, apresentam seus trabalhos e até mesmo capturam autorretratos virtuais (Figura 7). “O ambiente é tão imersivo que você perde a noção de que aquilo não é realidade. Em certos dias, realizamos reuniões que se estendem por duas, três horas. Os avatares de cada colaborador apresentam expressões distintas, e os sons se ajustam gradativamente conforme você se distancia de um objeto ou pessoa”, descreve Jorge Lopes, tecnologista do Centro Pi.



Figura 7: Selfie de pesquisadores e colaboradores do IMPA na sala virtual do Centro Pi. Fonte: <https://impa.br/noticias/pesquisadores-do-impa-criam-seu-proprio-metaverso-colaborativo%EF%BF%BC/>

O líder de pesquisa do Visgraf, Luiz Velho, percebe que a pandemia, ao instigar novas exigências na comunicação humana, impulsionou o avanço dos metaversos. Estes podem ser conceituados como uma amalgamação de universos virtuais construídos com base em tecnologias como a RV e a RVA, amplificados por ferramentas online. “Essas tecnologias preexistentes foram impulsionadas, uma vez que as pessoas se viram obrigadas a recorrer a plataformas como Zoom, Google Meet, entre outras. Embora essas plataformas permitam reuniões virtuais, não representam a abordagem ideal. A tecnologia de Realidade Virtual já existente possibilita experiências muito mais enriquecedoras”, pondera Velho.

A expertise do Visgraf culminou na concepção de utilizar a Realidade Virtual para instaurar um ambiente colaborativo de trabalho entre os pesquisadores, relata Velho. “Os profissionais da área de jogos já haviam desenvolvido salas de bate-papo em Realidade Virtual. Passamos meses examinando todas as plataformas, testando com os modernos óculos de Realidade Virtual, até que selecionamos uma e iniciamos o desenvolvimento dos avatares e dos espaços”, explica.

O espaço virtual desenvolvido pelo IMPA tem uma galeria que expõe projetos em realidade virtual e aumentada já desenvolvidos pelo Visgraf e pelo Centro Pi, como a reconstrução digital da múmia da jovem romana Karima (Figura 8), peça do Museu Nacional afetada pelo incêndio de 2018. Também é possível encontrar réplicas em terceira dimensão de um coração e artérias humanas, que vêm sendo desenvolvidas em projetos da área da saúde e medicina do Centro Pi.

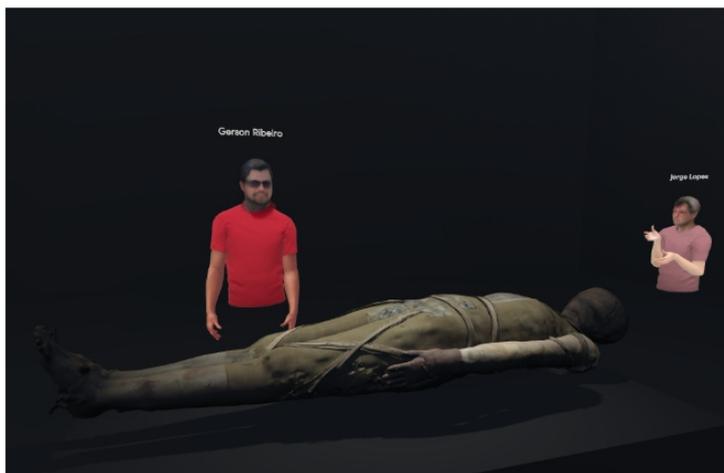


Figura 8: Jorge Lopes, tecnologista do Centro Pi, e Gerson Ribeiro, pesquisador do Instituto TECGRAF da PUC-Rio, com a recriação da múmia da jovem romana Karima, peça do Museu Nacional. Fonte: <https://impa.br/noticias/pesquisadores-do-impa-criam-seu-proprio-metaverso-colaborativo%EF%BF%BC/>

Embora compartilhem semelhanças, a RVA e a RVI apresentam diferenças significativas em termos de imersão e interação. Enquanto a aumentada mantém uma conexão com o mundo real, sobrepondo elementos virtuais à realidade física, os usuários ainda estão cientes do ambiente ao seu redor, permitindo uma interação mais direta com objetos e pessoas reais. Por outro lado, a imersiva cria ambientes totalmente virtuais, onde os usuários são transportados para cenários simulados, muitas vezes sem percepção do mundo exterior.

A RVI oferece um nível mais profundo de imersão e suspensão da realidade, o que pode ser particularmente eficaz em simulações de alta fidelidade e experiências imersivas. Embora a RVA tenda a ser mais acessível e fácil de implementar em diferentes contextos, a RVI proporciona uma experiência mais envolvente e impactante.

No contexto educacional, o uso da RVA e RVI promete impactos significativos no processo de ensino e aprendizagem, oferecendo novas formas de engajamento, colaboração e exploração do conhecimento. Ao integrar elementos virtuais ao mundo real, os educadores podem criar experiências de aprendizagem mais dinâmicas e contextualizadas, adaptadas às necessidades e interesses dos alunos.

Além da educação, a RVA e a RVI também estão sendo exploradas em diversas outras áreas, como turismo, medicina, arquitetura e entretenimento. Sua versatilidade e capacidade de proporcionar interações multimodais abrem um leque de possibilidades para a criação de experiências envolventes em diferentes domínios.

Em suma, a Realidade Virtual Aumentada e Imersiva representam ferramentas poderosas para a transformação da educação e de outros setores, oferecendo abordagens inovadoras para a interação entre humanos e tecnologia. Ao compreender suas diferenças e potencialidades, os educadores e profissionais podem explorar todo o seu potencial para enriquecer o ensino e a descoberta de novos conhecimentos.

2.2.1 Aplicações de Realidade Virtual no Contexto da Educação Matemática

A integração da RVI e da RVA na educação matemática tem sido objeto de estudo e experimentação por diversos pesquisadores, que visam transformar a forma como os alunos exploram, compreendem e interagem com os conceitos matemáticos.

John Smith, por exemplo, foi um professor pesquisador pioneiro ao utilizar um aplicativo chamado “Math Alive” (Figura 9) em sala de aula. Ao longo de sua pesquisa, o professor Smith implementou a RV como uma ferramenta educacional inovadora, permitindo que seus alunos explorassem conceitos matemáticos complexos em um ambiente virtual imersivo. Através do aplicativo “Math Alive”, os alunos puderam visualizar gráficos tridimensionais, experimentar simulações interativas e resolver problemas matemáticos de uma forma envolvente e estimulante.



Figura 9: Math Alive: Programa de aprendizagem de matemática. Fonte: Google App

Outro aplicativo relevante para o ensino e aprendizado da matemática é o “GeoGebra Mixed Reality” (Figura 10), uma extensão da popular ferramenta GeoGebra, que permite aos alunos explorar conceitos matemáticos em um ambiente tridimensional. Com essa ferramenta, é possível criar, manipular e visualizar gráficos, figuras geométricas e equações matemáticas de forma interativa, promovendo uma compreensão mais profunda e intuitiva desses conceitos.



Figura 10: Geogebra VR. Fonte: <http://store.steampowered.com/app/880270/GeoGebra-Mixed-Reality/>

Podemos citar também o “Calcflow VR” (Figura 11 e Figura 12), um aplicativo que transforma equações matemáticas em experiências visuais tridimensionais. Os usuários podem criar, manipular e explorar equações matemáticas complexas, como cálculos diferenciais e integrais, em um ambiente virtual imersivo. Ele oferece uma forma intuitiva e interativa de visualizar conceitos matemáticos abstratos, tornando o aprendizado mais acessível e envolvente.

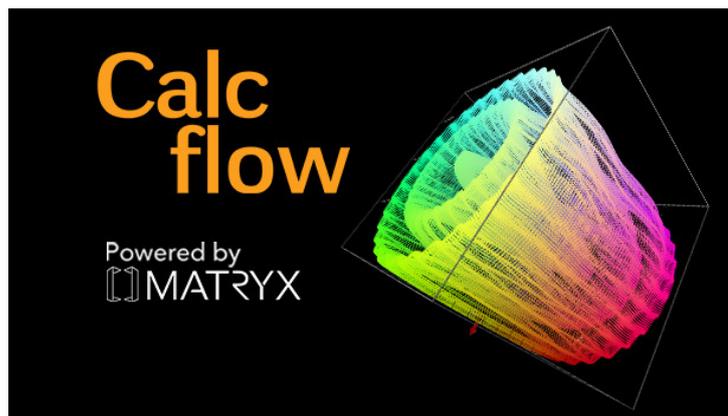


Figura 11: Calcflow VR. Fonte: <http://store.steampowered.com/app/547280/Calcflow/>

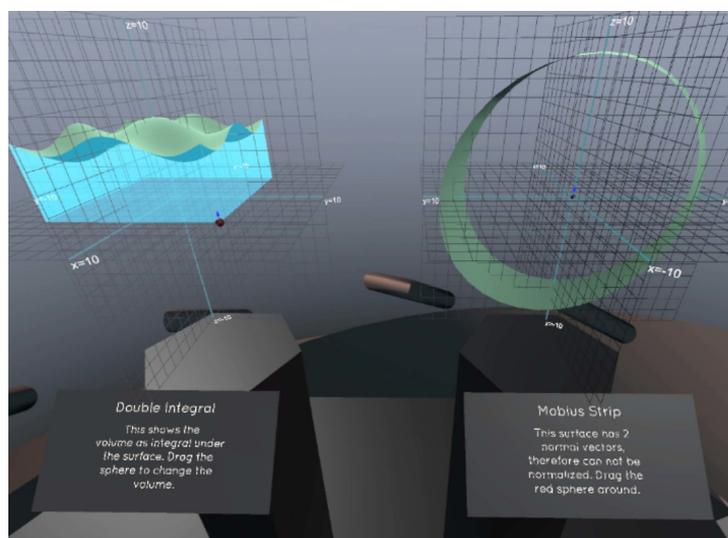


Figura 12: Calcflow VR. Fonte: <http://store.steampowered.com/app/547280/Calcflow/>

Já "VR Math" (Figura 13 e Figura 14) é um aplicativo de RV que oferece uma variedade de atividades e jogos matemáticos em um ambiente virtual. Os usuários podem praticar habilidades matemáticas básicas, como adição, subtração, multiplicação e divisão, por meio de jogos interativos e desafios divertidos. Além disso, o aplicativo inclui recursos de tutoria e feedback instantâneo para ajudar os alunos a melhorar seu desempenho em matemática.

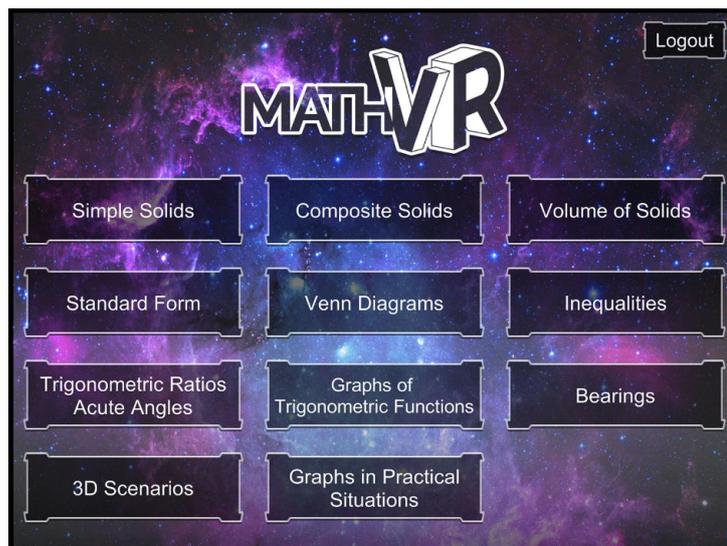


Figura 13: VR Math Fonte: <http://kornelmeszaros.com/vr-math/>

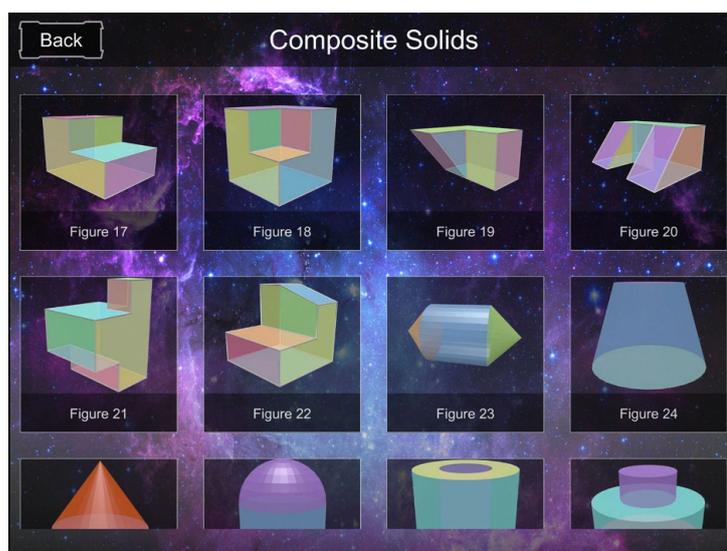


Figura 14: Geometria no VR Math. Fonte: <http://kornelmeszaros.com/vr-math/>

Outro aplicativo VR é o “Virtual Math Lab” (Figura 15 e Figura 16). Este aplicativo oferece uma variedade de atividades interativas de matemática, incluindo jogos, quebra-cabeças e simulações, em um ambiente virtual imersivo. Os usuários podem explorar conceitos matemáticos fundamentais, como geometria, álgebra, trigonometria, estatística, aritmética e cálculo de maneira prática e visual. O “Virtual Math Lab” incentiva a experimentação e a descoberta, proporcionando uma experiência educacional envolvente e interativa para alunos de todas as idades.

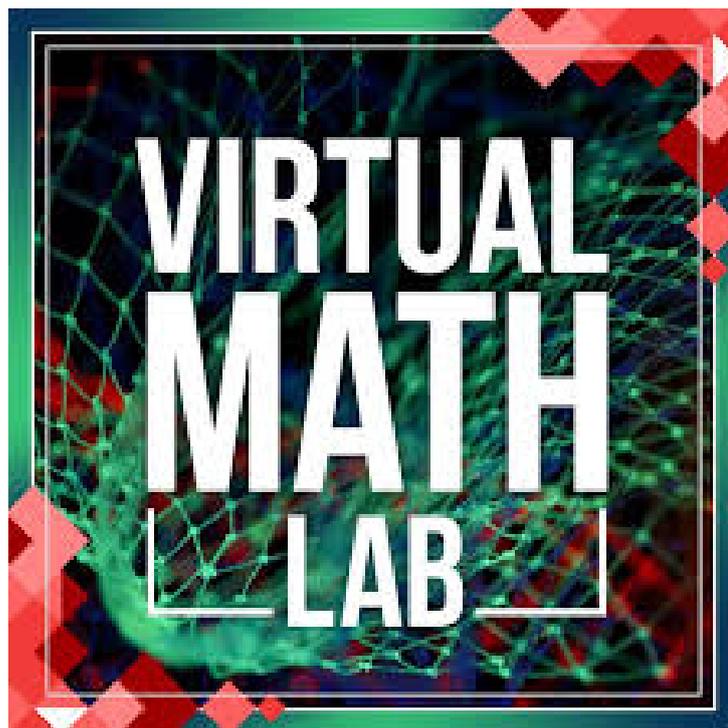


Figura 15: Virtual Math Lab. Fonte: <https://cm.pg.edu.pl/en/e-learning/virtual-math-lab>

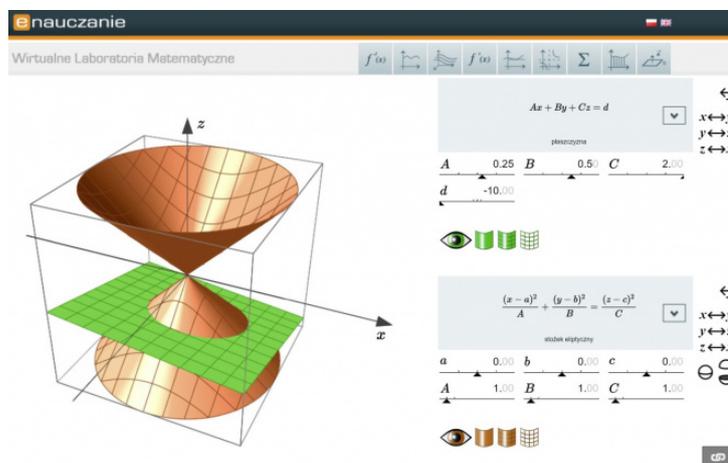


Figura 16: Virtual Math Lab. Fonte: <https://cm.pg.edu.pl/en/e-learning/virtual-math-lab>

Esses aplicativos representam apenas uma parte das diversas possibilidades oferecidas pela RV no ensino e aprendizado da matemática, proporcionando uma experiência educacional mais envolvente e eficaz para os alunos. Quanto à disponibilidade, alguns aplicativos oferecem versões gratuitas ou funcionalidades gratuitas, enquanto outros podem exigir uma compra ou assinatura para acesso completo, sendo importante verificar os detalhes específicos de cada um.

2.3 Metaverso, Uma Realidade Virtual Imersiva

“Inovação altera nossa forma de aprender, forma de estudar, forma de empreender, forma de comunicação, forma de projetos entre outros. Em poucos anos, habitaremos universos virtuais tão detalhados e imersivos que quase não saberemos diferenciá-los do mundo real”. A previsão é do fundador do Facebook, Mark Zuckerberg. Facebook, uma das, se não a mais popular rede social, mudou seu nome durante o Facebook Connect 2021, realizado em outubro do mesmo ano. O Facebook anunciou a mudança para “Meta”. Essa mudança não foi por acaso. O metaverso, utopia futurista que busca unir o mundo real e virtual, saiu das páginas dos livros de ficção científica e foi parar nas mesas dos investidores e das grandes empresas.

O Brasil vem se destacando no uso da simulação de procedimentos por meio do metaverso. O site Portal Hospitais Brasil trás uma matéria sobre neurocirurgia simulada no metaverso de biópsia de um tumor cerebral por endoscopia, no Sabará Hospital Infantil, em São Paulo. A simulação usou um boneco hiper-realista de um bebê impresso em 3D. O modelo, que foi criado a partir de exames reais de um paciente e tinha todas as suas características físicas, permitiu que a equipe fosse guiada e orientada para um melhor desempenho na hora do procedimento real.

Outro caso que ganhou repercussão na mídia foram as cirurgias realizadas com os gêmeos brasileiros unidos pelo crânio, Bernardo e Arthur Lima, de três anos. As equipes médicas responsáveis pelo caso passaram meses testando técnicas e usando projeções de realidade virtual da imagem dos gêmeos, com base em tomografias computadorizadas e ressonâncias magnéticas. Ao todo, foram mais de 100 médicos envolvidos no procedimento e 27 horas de trabalho durante o procedimento cirúrgico.

Em linhas gerais, metaverso é um conceito que engloba realidade aumentada e ambientes virtuais imersivos. Ele pode ser entendido como uma imersão em um espaço virtual, mas com influências do mundo real. Ele pode ser entendido também, na sua teoria, um conceito de universo 3D, totalmente on-line combinando vários espaços virtuais diferentes.

Essa tecnologia vem sendo, ano após ano, utilizada por grandes empresas de tecnologia, em especial as de games. No entanto, existem casos de utilização do metaverso na educação. Como exemplo podemos citar a utilização do Roblox (Figura 17), do Tinkercad (Figura 18), do Mozilla Hubs (Figura 19), entre outros que atualmente estão em alta devido ao seu custo-benefício.



Figura 17: Plataforma de games 3D ROBLOX Fonte: Google App store



Figura 18: Ferramenta on-line de design de modelos 3D TINKERCAD Fonte: <https://www.tinkercad.com/>



Figura 19: Hubs Cloud, solução na nuvem da Mozilla, que permite você criar seus próprios ambientes virtuais imersivos - METAVERSO

Entre os diversos metaversos disponíveis, destaca-se o Spatial (Figura 20), que vem conquistando espaço por sua abordagem de código aberto. O Spatial.io oferece uma plataforma onde os usuários podem criar e explorar espaços virtuais de forma colaborativa, facilitando a comunicação e a colaboração em equipe. Sua escolha como objeto de estudo se justifica não apenas pela sua acessibilidade - afinal, é gratuito -, mas também pela sua proposta de código aberto, que incentiva a comunidade a contribuir com melhorias e personalizações.

O metaverso Spatial, que ganhou espaço como uma plataforma de código aberto para criação e exploração de espaços virtuais colaborativos. A escolha do Spatial.io para estudo se justifica não apenas pela sua acessibilidade - afinal, é gratuito -, mas também pela sua proposta de código aberto, que incentiva a comunidade a contribuir com melhorias e personalizações.



Figura 20: A maneira mais fácil de criar, publicar e monetizar suas experiências no Unity. É gratuito, pronto para multijogador, multiplataforma e oferece suporte a scripts C#

A importância dos metaversos de código aberto como o Spatial e o próprio Mozilla Hubs reside na sua capacidade de democratizar o acesso a esses ambientes virtuais,

permitindo que uma ampla gama de usuários possa participar e contribuir para o seu desenvolvimento. Além disso, a natureza aberta dessas plataformas promove a inovação e a criatividade, impulsionando o avanço tecnológico e a criação de novas experiências imersivas.

No entanto, é importante destacar que muitas plataformas foram descontinuadas, como podemos citar o Mozilla Hubs, um dos metaversos populares, saiu do suporte da Mozilla em 31 de maio de 2024 (Figura 21), enquanto o Spatial continua em pleno funcionamento, destacando sua relevância e sustentabilidade a longo prazo como uma ferramenta para comunicação e colaboração virtual.



Figura 21: Fonte: <https://support.mozilla.org/en-US/kb/end-support-mozilla-hubs>

Em resumo, a busca por novas formas de transmitir conhecimentos complexos de maneira acessível e engajadora é uma necessidade premente. Esta dissertação pretende mergulhar no mundo do metaverso como um ambiente potencialmente revolucionário para o ensino da geometria espacial. Ao fazê-lo, visa não apenas expandir os horizontes educacionais, mas também promover uma compreensão mais profunda e uma aplicação mais ampla dos conceitos tridimensionais, preparando os alunos para um futuro cada vez mais moldado pela tecnologia e pelo pensamento espacial.

2.4 Uso de Tecnologia da Informação e Comunicação na educação: Quebrando Paradigmas

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) referem-se ao conjunto de recursos tecnológicos que permitem a geração, o armazenamento, o processamento e a transmissão de informações de forma rápida e eficiente. No contexto da educação, as TICs desempenham um papel crucial na transformação das práticas pedagógicas, oferecendo novas possibilidades para a aprendizagem e o ensino. Entre as principais TICs aplicadas na educação, destacam-se os computadores, a internet, os dispositivos móveis, os softwares educacionais, as plataformas de aprendizagem online, as redes sociais e os recursos multimídia. Essas tecnologias têm sido cada vez mais utilizadas por educadores em todo o mundo como ferramentas para promover a inovação, a interação e o acesso

ao conhecimento. Neste contexto, é fundamental explorar de que maneira as TICs na educação estão quebrando paradigmas e impulsionando uma nova era de aprendizagem centrada no aluno e na colaboração.

O uso de TICs na educação tem sido reconhecido como um catalisador para quebrar paradigmas e transformar os processos de ensino e aprendizagem. Conforme apontado por Bates (2015), as TICs oferecem oportunidades sem precedentes para ampliar o acesso à educação, promover a inclusão e atender às necessidades diversificadas dos alunos. Através de ferramentas como videoconferências, plataformas de aprendizagem online e recursos digitais interativos, os educadores podem criar ambientes de aprendizagem mais colaborativos, personalizados e centrados no aluno. Autores como Selwyn (2005) ressaltam a importância de adotar uma abordagem crítica ao usar TICs na educação, reconhecendo tanto suas potencialidades quanto seus desafios.

Em um mundo em constante evolução tecnológica, é imperativo que a educação acompanhe esse ritmo, buscando integrar as TICs de forma eficaz no processo de ensino e aprendizagem. A utilização dessas tecnologias oferece oportunidades inéditas para a personalização do ensino, o acesso a recursos educacionais diversificados e a promoção da colaboração e interação entre alunos e professores.

A incorporação das TICs na educação não se limita apenas ao uso de computadores e internet em sala de aula, mas engloba uma variedade de ferramentas e recursos, como softwares educacionais, aplicativos móveis, jogos digitais, plataformas de aprendizagem online, entre outros. Essas tecnologias têm o potencial de tornar o processo de aprendizagem mais dinâmico, envolvente e significativo, proporcionando aos alunos experiências de aprendizagem mais interativas e contextualizadas.

Além disso, as TICs na educação também têm o poder de democratizar o acesso ao conhecimento, reduzindo as barreiras geográficas e socioeconômicas que muitas vezes limitam o aprendizado. Por meio de recursos digitais, alunos de diferentes partes do mundo podem ter acesso a conteúdos educacionais de alta qualidade, permitindo que aprendam em seu próprio ritmo e de acordo com suas necessidades individuais.

No entanto, apesar do potencial transformador das TICs na educação, é importante reconhecer que sua implementação bem-sucedida requer não apenas investimentos em infraestrutura tecnológica, mas também a capacitação adequada de professores e a criação de políticas educacionais que promovam a integração efetiva dessas tecnologias no currículo escolar. A superação de desafios como a resistência à mudança, a garantia da qualidade dos recursos digitais e a promoção da inclusão digital são fundamentais para que as TICs cumpram seu papel como ferramentas catalisadoras de uma educação mais inovadora, inclusiva e voltada para o futuro.

2.5 Salas Maker

As salas Maker, implantadas nas escolas do estado do Amazonas, representam uma iniciativa inovadora que visa transformar o ambiente educacional, proporcionando aos alunos experiências práticas e interativas de aprendizado, alinhados com as tendências contemporâneas de aprendizagem. As salas Maker vem corroborar as pesquisas de autores como Seymour Papert, conhecido por seu trabalho em construcionismo e aprendizagem baseada em projetos. Tais autores têm defendido a importância de ambientes de aprendizagem que promovam a exploração e a experimentação. Essas salas são equipadas com uma variedade de ferramentas e aparatos que permitem aos estudantes explorar conceitos de ciência, tecnologia, engenharia, arte e matemática (STEAM) de maneira tangível e

criativa.

Os aparatos presentes nas salas Maker incluem impressoras 3D, kits de robótica, ferramentas de prototipagem, materiais recicláveis, entre outros recursos que estimulam a criatividade e o pensamento crítico dos alunos. Paper (1980) observa que esses aparatos servem para encorajar a construção ativa do conhecimento por parte dos alunos. O objetivo principal desses espaços é promover a cultura do "faça você mesmo" e do aprendizado prático, onde os estudantes têm a oportunidade de projetar, construir, experimentar e aprimorar suas ideias de maneira prática. Esses ambientes de aprendizagem ativo e participativo é fundamental para estimular o pensamento crítico dos alunos ao criarem soluções para problemas do mundo real.

A implementação das salas Maker no contexto educacional busca atender às demandas do século XXI, de uma sociedade cada vez mais tecnológica e inovadora, proporcionando aos alunos um ambiente de aprendizado mais dinâmicos. Autores como Paulo Freire, embora não diretamente ligado à tecnologia, enfatizam a importância de uma abordagem educacional que esteja em sintonia com as necessidades e realidades dos alunos. Ao oferecer acesso a tecnologias emergentes e oportunidades para a exploração criativa, as salas Maker buscam preparar os estudantes para os desafios do mercado de trabalho e para uma sociedade cada vez mais tecnológica.

Os benefícios das salas Maker para o ensino-aprendizado são amplamente reconhecidos na literatura educacional. Autores como John Dewey e Lev Vygotsky destacam a importância do aprendizado experiencial e da interação social no processo de desenvolvimento cognitivo dos alunos. Ao promover a experimentação, a colaboração e a resolução de problemas práticos, as salas Maker contribuem para o desenvolvimento de habilidades essenciais, como trabalho em equipe, criatividade e pensamento crítico.

Outro benefício significativo das salas Maker é o desenvolvimento de habilidades socioemocionais, como resiliência, criatividade, e pensamento crítico. Ao enfrentar desafios e experimentar fracassos durante o processo de criação, os alunos aprendem a perseverar e a buscar soluções alternativas, fortalecendo sua capacidade de resolver problemas de forma independente.

Em resumo, as salas Maker representam um importante recurso educacional que visa potencializar o ensino-aprendizado, proporcionando aos alunos experiências práticas e significativas que os preparam para os desafios e oportunidades do mundo moderno. Ao estimular a criatividade, a inovação e a colaboração, esses espaços contribuem para a formação de cidadãos críticos, autônomos e preparados para enfrentar os desafios do século XXI.

3 A Matemática à ser Trabalhada

3.1 História da Matemática como Ferramenta Pedagógica

De acordo com D'Ambrosio a história é importante não apenas para os alunos, mas também para o professor que pode usar a história da matemática como recurso didático, para justificar os conteúdos estudados e dando sentido ao mesmo.

Boyer (2011), em seu livro "A history of mathematics" faz algumas ponderações sobre a importância de estudar a história da matemática. O contexto histórico no qual certos conceitos matemáticos foram desenvolvidos ajuda os estudantes a compreenderem melhor esses conceitos. Isso permite que eles vejam a matemática como uma disciplina viva e em constante evolução, em vez de apenas um conjunto de regras abstratas. Conhecer a história por trás das descobertas matemáticas pode motivar os estudantes, mostrando-lhes que a matemática não é apenas um conjunto de problemas tediosos, mas sim uma disciplina cheia de desafios interessantes e soluções criativas. Isso pode ajudar a despertar o interesse dos alunos pela matemática e incentivá-los a explorá-la mais profundamente. Estudar a história da matemática pode ajudar os estudantes a desenvolver habilidades de pensamento crítico, analisando como e por que certas ideias matemáticas surgiram e como foram aceitas ou contestadas ao longo do tempo. A história da matemática está intrinsecamente ligada a outras áreas do conhecimento, como a história, a filosofia e a ciência/química. Estudar a história da matemática pode ajudar os alunos a fazer conexões entre diferentes disciplinas e a entender como essas disciplinas se influenciaram ao longo da história.

3.1.1 Uma Rápida Visão histórica dos Sólidos Geométricos

O termo "geometria" tem suas raízes na junção das palavras gregas "geo" (terra) e "metria" (medida), significando a medição da terra. Segundo Eves (1997), as origens da geometria remontam a observações antigas, centradas na simples análise de figuras e na capacidade de reconhecê-las e comparar formas e tamanhos. A geometria como uma disciplina científica teve seu surgimento motivado pela necessidade de divisão de terras no antigo Egito, às margens do rio Nilo. Ao longo da história, diversas fontes, incluindo registros egípcios, chineses e babilônicos, evidenciam a resolução de problemas relacionados a formas geométricas, especialmente pirâmides.

Papiros antigos oferecem uma visão sobre a abordagem geométrica adotada na construção de pirâmides, fornecendo detalhes sobre a manipulação desses sólidos. O papiro de Rhind, por exemplo, apresenta problemas que envolvem o cálculo do declive das faces de pirâmides, destacando a aplicação prática da geometria em contextos históricos específicos.

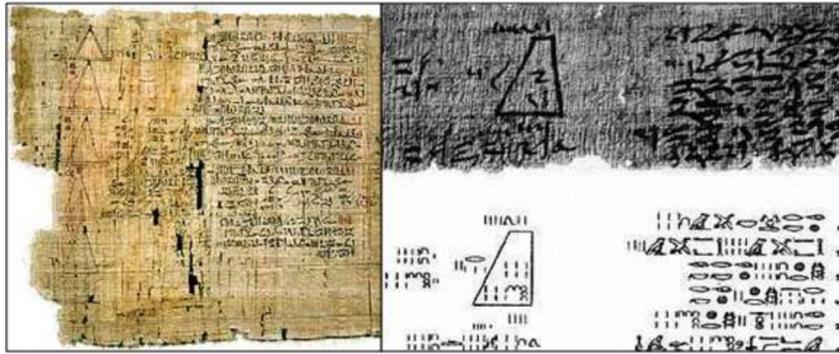


Figura 22: Papiro de Rhind e Papiro de Moscovo

Nos papiros egípcios preservados, não há menção ao cálculo do volume das pirâmides, porém, o Papiro de Moscou oferece uma visão sobre o método para calcular o volume de um tronco de pirâmide com base quadrada. Por sua vez, os tabletas babilônicas apresentam fórmulas para o cálculo dos volumes de sólidos poliédricos. As contribuições dessas antigas civilizações para o estudo das pirâmides e outros poliedros foram retomadas na Grécia, onde foram desenvolvidos teoremas e demonstrações lógicas para superfícies e sólidos poliédricos.

Na Grécia antiga, destacaram-se quatro personagens fundamentais que contribuíram para o estudo dos cinco Poliedros Regulares: os Pitagóricos, Teeteto, Platão e Euclides (325 a.C – 265 a.C).

3.1.2 Os Pitagóricos

Pitágoras, nascido na ilha de Samos por volta de 570 a.C. e falecido provavelmente em 496 a.C., foi um renomado filósofo, matemático, astrônomo e músico grego pré-socrático. Passou grande parte de sua vida na Magna Grécia (hoje parte da Itália), onde fundou sua escola filosófica. Devido à distância histórica, pouco se sabe sobre sua vida, com informações provenientes principalmente de historiadores e filósofos antigos como Heródoto, Xenófanes e Aristóteles. Pitágoras é famoso por integrar seus conhecimentos em Filosofia, Astronomia, Geometria e Música em uma seita, o pitagorismo, que atraiu muitos seguidores fiéis.

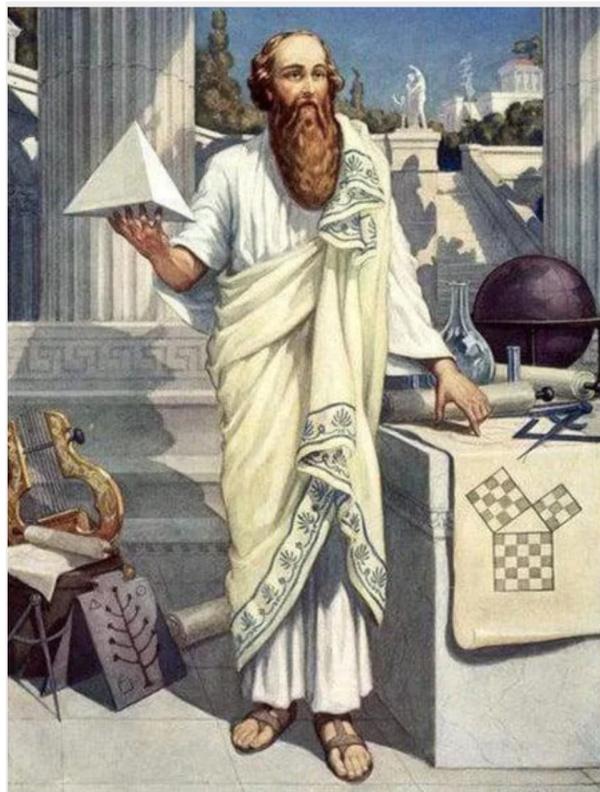


Figura 23: Pitágoras de Samos. (Fonte: Free Mason/ Reprodução)

Não existem escritos e arquivos de autoria de Pitágoras para que analisemos sua filosofia com certeza autoral. Sabe-se que o pensador nasceu na Ilha de Samos em 570 a.C. e provavelmente teve contato com Anaximandro, pensador da Escola Jônica e discípulo de Tales, o primeiro filósofo ocidental. Em vida, fundou uma seita, a Pitagórica, que deu origem à Escola Pitagórica da filosofia pré-socrática. Sua seita, que misturava Matemática, Filosofia, Astronomia e Música em uma doutrina religiosa, buscava a purificação da alma por meio do conhecimento e do pensamento. Pitágoras foi um exímio geômetra, deixando como principal contribuição para a Matemática a descoberta da relação de igualdade entre o quadrado da hipotenusa e a soma dos quadrados dos catetos no interior de um triângulo retângulo, o que ficou conhecido como Teorema de Pitágoras.

Algumas fontes (tais como Proclo) creditam Pitágoras pela descoberta dos sólidos platônicos. Outra evidência sugere que ele pode ter sido apenas familiarizado com o tetraedro, o cubo e o dodecaedro e que a descoberta do octaedro e do icosaedro deve-se a Teeteto, contemporâneo de Platão.

A Escola Pitagórica, enquanto seita, era muito fechada. Conta-se que um de seus integrantes, Hipaso de Metaponto, teria sido “excomungado”, talvez até assassinado pelos pitagóricos por ter descoberto algo que contrariava todo o conhecimento cosmológico e matemático pitagórico: os números irracionais.

3.1.3 Teeteto

Teeteto, um notável matemático e filósofo grego, foi discípulo de Sócrates e colega de Platão, com quem teve uma relação intelectual profunda. Sua influência no campo da geometria foi significativa, especialmente na sistematização do estudo dos poliedros convexos regulares, conhecidos como os sólidos platônicos. Embora grande parte de seu

trabalho tenha sido transmitida através dos diálogos de Platão, suas contribuições diretas ao entendimento dos sólidos platônicos foram cruciais para o avanço da matemática grega.

Os sólidos platônicos, que são poliedros convexos com faces idênticas de polígonos regulares e o mesmo número de faces se encontrando em cada vértice, foram formalmente descritos por Platão em seu diálogo "Timeu". No entanto, o trabalho preparatório realizado por Teeteto foi fundamental para essa descrição. Ele identificou e estudou as propriedades dos cinco sólidos platônicos: o tetraedro, o cubo, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro. Teeteto não apenas catalogou esses sólidos, mas também explorou suas simetrias e a inter-relação entre eles, fornecendo uma base matemática sólida que Platão posteriormente utilizou para vincular esses sólidos aos elementos clássicos da filosofia grega: terra, ar, fogo, água e éter.

Além de seu trabalho com os sólidos platônicos, Teeteto é frequentemente lembrado por suas contribuições à teoria das proporções e irracionais, que influenciaram significativamente o desenvolvimento da matemática grega posterior. Sua relação com Platão foi uma de troca intelectual rica, onde suas descobertas matemáticas foram integradas na filosofia platônica, contribuindo para a visão holística que Platão tinha do cosmos. Assim, Teeteto não apenas expandiu o conhecimento geométrico, mas também ajudou a fundir a matemática com a filosofia, criando uma síntese que perdurou por séculos.

3.1.4 Os Elementos de Euclides

Os "Elementos de Euclides" é uma obra monumental que consolidou e organizou o conhecimento matemático da época, tornando-se um dos textos mais influentes na história da matemática. Escrito por Euclides por volta de 300 a.C., em Alexandria, esse tratado compreende treze livros que abrangem uma vasta gama de tópicos, incluindo geometria, teoria dos números e proporções. A importância dos "Elementos" não se restringe apenas ao conteúdo, mas também à forma como Euclides estruturou o conhecimento matemático, utilizando um rigor axiomático que estabeleceu um padrão para o método científico e matemático.

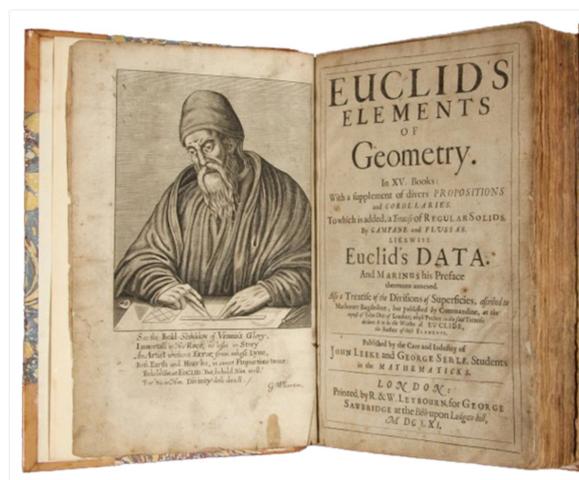


Figura 24: "Os Elementos" de Euclides.

O livro se compõe de quatrocentos e sessenta e cinco proposições distribuídas em treze livros ou capítulos, dos quais os seis primeiros são sobre geometria plana elementar, os três seguintes sobre teoria dos números, o livro X sobre incomensuráveis e os três últimos tratam sobre geometria no espaço. A obra começa com definições, postulados

e axiomas, a partir dos quais Euclides deduz teoremas de maneira lógica e sistemática. Entre os tópicos mais notáveis, encontram-se os princípios da geometria plana, a teoria das proporções, e a geometria tridimensional, incluindo a discussão dos cinco sólidos platônicos. Ao organizar o conhecimento existente de maneira coerente e lógica, Euclides tornou a matemática mais acessível e compreensível, proporcionando uma base sólida para futuros matemáticos e cientistas. Os “Elementos” influenciaram não apenas a matemática, mas também áreas como a física e a filosofia, ao demonstrar a importância do rigor lógico e do método dedutivo.

A influência dos “Elementos de Euclides” perdurou por milênios, sendo adotado como livro-texto fundamental em escolas e universidades até o século XIX. Sua abordagem metódica e sistemática serviu de modelo para o desenvolvimento do pensamento matemático e científico. Grandes pensadores, como Isaac Newton e Albert Einstein, reconheceram a importância dos “Elementos” em suas próprias obras. A capacidade de Euclides de sintetizar e organizar o conhecimento matemático de sua época não apenas preservou esse conhecimento, mas também o expandiu, estabelecendo um legado duradouro que continua a ser reverenciado e estudado até hoje.

3.1.5 Arístocles, o homem conhecido como Platão

Platão (Figura 25) chamava-se Arístocles. Nascido em Atenas, no ano de 428 a.C., e falecido em 348 a.C. O apelido Platão foi conferido ao filósofo em sua juventude por causa de seus atributos físicos, por ser um homem forte, de ombros largos (a palavra correspondente em grego, Platon, significa “omoplatas largas”, “costas largas”, “ombros grandes”).

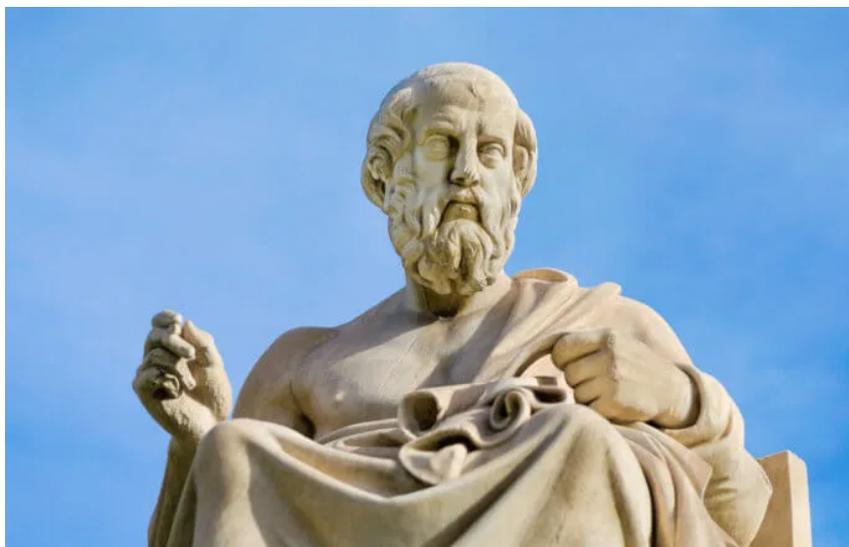


Figura 25: Estatua de Platão - Atenas

Platão era filho de uma família politicamente influente na Grécia (Platão era descendente de Sólon, um dos legisladores e estadistas de maior destaque da política ateniense). Por pertencer a uma família que possuía bens materiais, Platão pôde dedicar-se aos estudos de Filosofia.

Entre 409 a.C. e 404 a.C., Platão lutou na Guerra do Peloponeso, período final das batalhas entre Atenas e Esparta. Tendo sido derrotado (Esparta derrotou Atenas), Platão

vivenciou o período denominado Tirania dos 30, quando o regime democrático ateniense deu lugar à tirania oligárquica dos modelos espartanos.

Platão conheceu o filósofo Sócrates, pensador que foi o seu mestre iniciador na Filosofia, mentor intelectual e amigo, em Atenas. A influência de Sócrates sobre Platão é tão grande que a maioria dos textos deixados por Platão é feita de diálogos em que Sócrates é o personagem principal.

Platão, foi um dos filósofos mais influentes da história e discípulo de Sócrates. Em 388 a.C., onze anos após a morte de Sócrates, Platão fundou a sua escola filosófica: a Academia. Por ser ateniense, o filósofo tinha direitos civis garantidos e podia adquirir terrenos na cidade. Ele escolheu um terreno no interior do parque Academia, dedicado ao herói grego Akademos. Um lugar onde os jovens reuniam-se para discutir política e praticar exercícios físicos. A Academia era uma espécie de retiro tranquilo e politicamente efervescente dentro da cidade, tendo uma vasta área verde e dois templos. A Academia em Atenas, foi uma das primeiras instituições de ensino superior do mundo ocidental.

As obras filosóficas de Platão, em particular os diálogos, são conhecidas por sua profundidade e influência duradoura no pensamento ocidental. Platão se dedicava a várias áreas de conhecimento, escrevendo sobre diversos temas, como amor, amizade, política, justiça, imortalidade da alma, matemática entre outros.

“A República” foi escrita, mais ou menos, por volta de 380 a.C. A obra é dividida em dez livros, todos escritos na forma de diálogos. É uma das obras mais conhecidas e influentes de Platão. Trata-se de um diálogo filosófico no qual Platão explora questões fundamentais apresentando suas teses sobre ética, política, natureza da realidade e apresenta o que ele considera como justiça, enquanto conceito puro, eterno e imutável. O diálogo se desenrola entre Sócrates e vários interlocutores, incluindo Glauco, Polemarco, Trasímaco e outros.

O texto é estruturado em uma série de discussões, nas quais Sócrates propõe a criação de uma cidade ideal, que serviria como modelo para examinar conceitos como justiça e virtude. Essa cidade ideal, conhecida como “kallipolis” ou “cidade justa”, é caracterizada por uma estrutura hierárquica, na qual cada cidadão é atribuído a uma classe social de acordo com suas habilidades e talentos naturais.

Ao longo do diálogo, Platão explora vários temas, incluindo a educação dos guardiões da cidade, a comunidade de bens, a teoria das Formas ou Ideias (incluindo a teoria do Bem), a natureza da alma e a relação entre o indivíduo e a sociedade.

Uma das partes mais conhecidas de “A República” é a Alegoria da Caverna, que está localizada no livro VII. Platão descreve uma metáfora para a jornada filosófica em direção ao conhecimento e à verdade. Nessa alegoria, os seres humanos são comparados a prisioneiros acorrentados em uma caverna, cuja única visão do mundo exterior é por meio de sombras projetadas na parede. Essa metáfora é utilizada por Platão para explicar a superioridade do conhecimento advindo do Mundo das Ideias e do raciocínio intelectual.

“A República” de Platão continua a ser estudada e debatida até os dias atuais por sua profunda influência na filosofia ocidental, política e educação. A obra levanta questões atemporais sobre a natureza da justiça, o papel do Estado e o ideal de uma sociedade justa e virtuosa.

Embora “A República” seja primariamente um diálogo filosófico que aborda temas como justiça, sociedade ideal e natureza da realidade, Platão discute a teoria das Formas ou Ideias, que sugere que existe um mundo de realidade ideal, além do mundo físico, onde as coisas são perfeitas e imutáveis. Neste contexto, Platão associa a matemática à busca pelas verdades eternas e universais. Ele argumenta que os matemáticos, através da

dedução e raciocínio lógico, têm acesso a essas Formas matemáticas, como os números, formas geométricas e relações numéricas, que são consideradas perfeitas e imutáveis.

Além de “A República”, Platão também menciona ideias matemáticas em outros diálogos, como “O Teeteto”, “O Sofista” e “Parmênides”. No entanto, “A República” é amplamente considerada sua obra mais influente e conhecida, que moldou profundamente a história da filosofia, incluindo sua relação com a matemática.

Platão enfatizou em “A República” que a aritmética vai além de uma mera ciência auxiliar, destacando seu valor intrínseco. Ele demonstrou que existem apenas cinco poliedros regulares: o cubo, o tetraedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro. Esses sólidos foram estudados com profundidade por Platão e seus seguidores, tornando-se conhecidos como “poliedros platônicos”. Ele associou cada um desses sólidos aos elementos básicos que, segundo ele, compunham o mundo físico.

3.2 Os sólidos de Platão

Os sólidos de Platão são um conjunto específico de poliedros que desempenham um papel crucial na geometria e na filosofia platônica. Platão, ao explorar a estrutura fundamental do universo, atribuiu a cada um desses sólidos geométricos características simbólicas ligadas aos elementos da natureza e a construção do universo. Os cinco sólidos de Platão são o tetraedro, o hexaedro (ou cubo), o octaedro, o icosaedro e o dodecaedro.

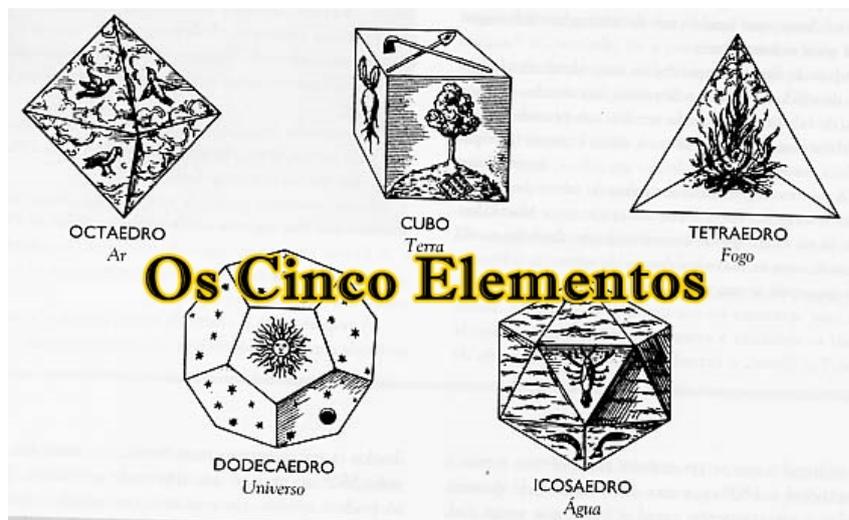


Figura 26: Os Sólidos de Platão

Na concepção platônica, a Terra está relacionada ao cubo, o ar ao octaedro, a água ao icosaedro e o fogo ao tetraedro. Quanto ao quinto sólido platônico, o dodecaedro, Platão escreveu: “Faltava ainda uma quinta construção que o deus utilizou para organizar todas as constelações do céu”, referindo-se ao dodecaedro.

Os poliedros de Platão possuem algumas propriedades especiais, tais como:

1. É Euleriana, ou seja, para os sólidos Platônicos vale a relação $V+F=A+2$, onde V é o número de vértices, F é o número de faces e A é o número de aresta do polígono.
2. Eles Possui a mesma quantidade de aresta em cada vértice
3. Possuem a mesma quantidade de lados nas faces, ou seja, possuem o mesmo tipo de faces.

3.2.1 Tetraedro

O tetraedro possui características distintivas que o tornam fascinante tanto geometricamente quanto simbolicamente. Devido suas características, como o menor número de faces e maior estabilidade, o tetraedro foi relacionado com fogo por Platão, sendo que seu átomo teria a forma de poliedro com quatro lados.

Matematicamente, é composto por 4 faces triangulares, 4 vértices e 6 arestas. Na natureza, encontramos tetraedros em cristais de pirita e na estrutura molecular de alguns compostos orgânicos. Na arquitetura, formas tetraédricas são utilizadas em estruturas modernas devido à sua estabilidade e eficiência estrutural, como em cúpulas geodésicas. Além disso, o tetraedro tem aplicações práticas em áreas como modelagem tridimensional, design de embalagens, e na construção de antenas e torres de telecomunicações, onde sua forma contribui para distribuir forças de maneira equilibrada

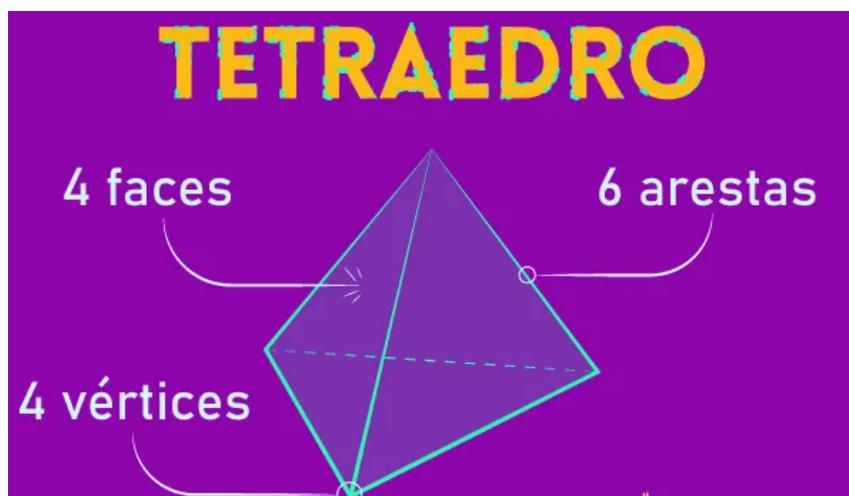


Figura 27: O mais leve dos Sólidos de Platão: Tetraedro Fonte: Brasil Escola

Pode-se observa a propriedade de "faces iguais" olhando a planificação do tetraedro na Figura 28, onde os lados são todos triângulos regulares.

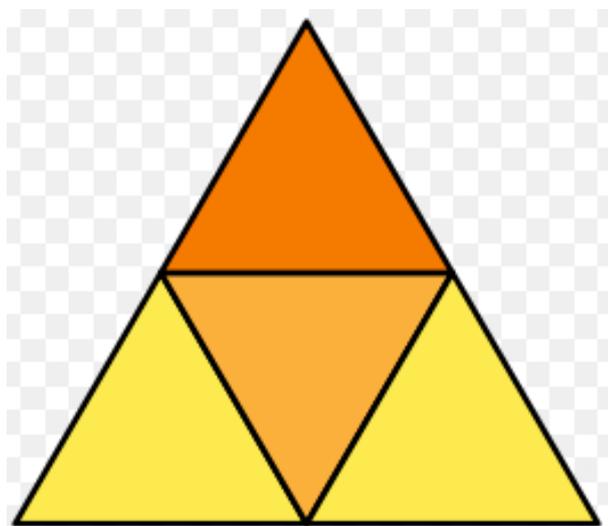


Figura 28: Planificação do Tetraedro

3.2.2 Hexaedro (Cubo)

O hexaedro regular, também conhecido como cubo, é composto por 6 faces quadradas, 8 vértices e 12 arestas, o cubo representa estabilidade e ordem no universo geométrico. Platão associou o cubo ao elemento terra devido à sua forma sólida e estável.

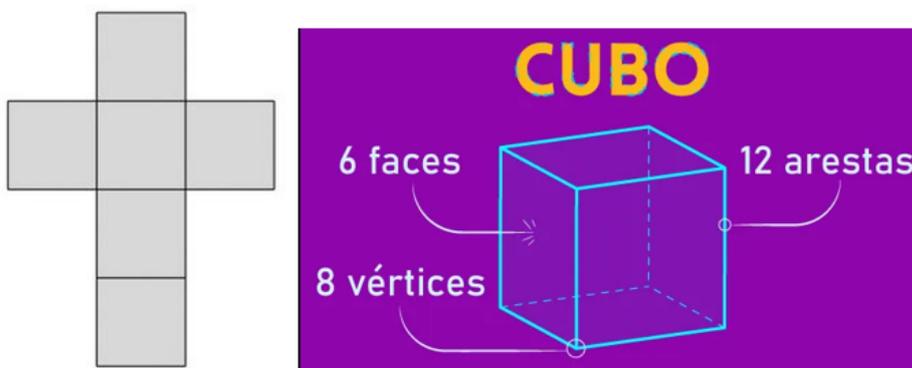


Figura 29: Hexaedro (Cubo) Fonte: Brasil Escola

Matematicamente, o cubo é fundamental em geometria espacial, sendo encontrado em diversos contextos naturais e artificiais. Na natureza, cristais como a pirita frequentemente apresentam estruturas cubísticas. Além disso, na arquitetura moderna, o cubo é utilizado em projetos devido à sua simetria e facilidade de empilhamento, contribuindo para construções eficientes e esteticamente agradáveis.

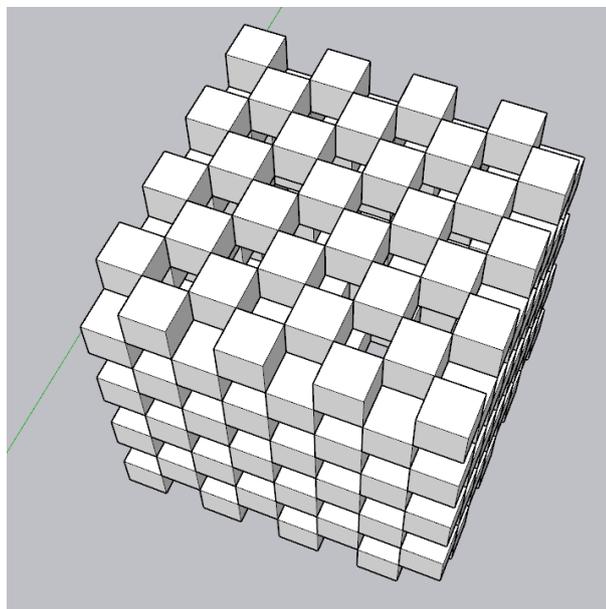


Figura 30: O representante da terra, segundo Platão: Hexaedro (Cubo)

O cubo também desempenha um papel crucial em aplicações práticas, como na modelagem tridimensional, design de embalagens e na construção de estruturas robustas de concreto.

3.2.3 Octaedro

O octaedro regular é formado por 12 arestas, 6 vértices e 8 faces. Suas faces possuem o formato de um triângulo equilátero.

Na filosofia de Platão, o octaedro representa o elemento ar devido à sua leveza e forma arejada. Este sólido é um símbolo de equilíbrio e harmonia na geometria, refletindo a ideia de perfeição na natureza.

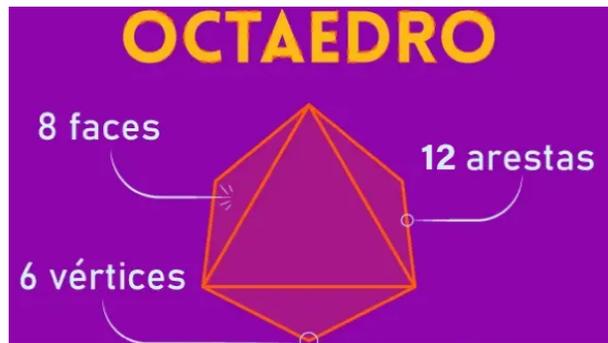


Figura 31: O representante do ar, segundo Platão: Octaedro

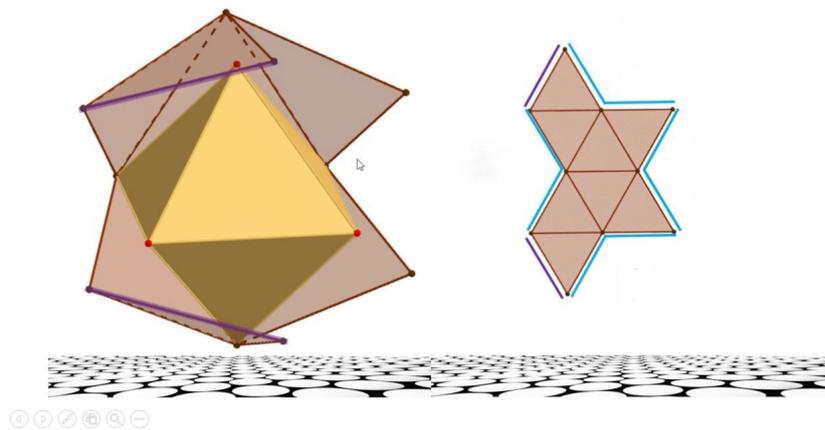


Figura 32: Octaedro: Planificado

A relação com o ar para Platão, o átomo do ar era um poliedro de oito faces e possuía maior mobilidade crescente e intermediária entre a terra e o fogo.

O octaedro também pode ser encontrado na natureza. Por exemplo, alguns cristais têm uma estrutura octaédrica, como o diamante. A estrutura cristalina do diamante é composta por átomos de carbono organizados em uma rede tridimensional de octaedros.

3.2.4 Dodecaedro

O dodecaedro regular é formado por 12 faces pentagonais, 20 vértices e 30 arestas. Cada uma de suas faces possui o formato de um pentágono regular. De acordo com o filósofo grego Platão, o dodecaedro representa o elemento éter ou quintessência, sendo considerado um símbolo da harmonia e da perfeição no universo.



Figura 33: Dodecaedro Fonte: Mundo Educação

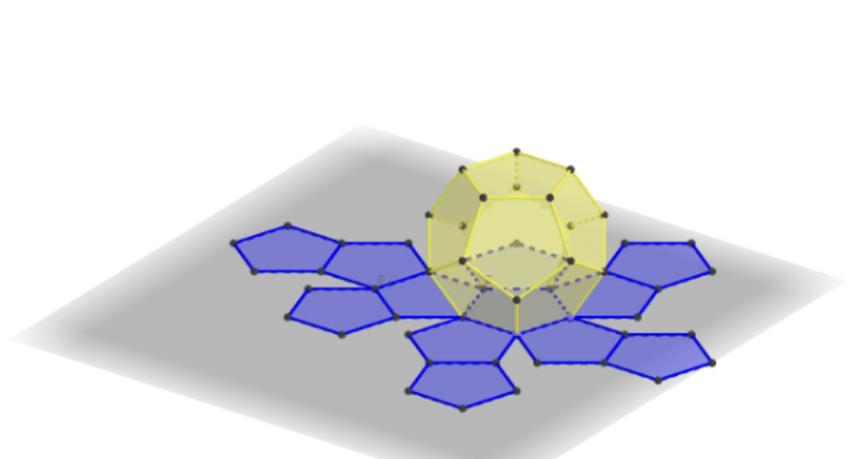


Figura 34: Dodecaedro Planificado

3.2.5 Icosaedro

O icosaedro é um dos sólidos platônicos mais intrigantes e belos da geometria tridimensional. Ele é composto por 20 faces triangulares idênticas, 12 vértices e 30 arestas. A característica distintiva do icosaedro são suas faces triangulares equiláteras, onde cada vértice é compartilhado por cinco dessas faces, formando uma estrutura altamente simétrica e regular.

ICOSAEDRO

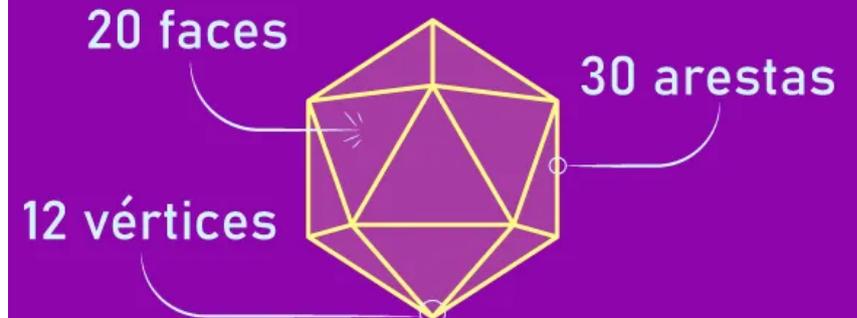


Figura 35: Icosaedro. Fonte: Brasil Escola

4 Metodologia: Uma Proposta Inovadora

Este capítulo apresenta a metodologia adotada nesta pesquisa, detalhando os métodos selecionados para investigar o impacto do ensino da geometria espacial no metaverso. São abordados a descrição detalhada dos métodos, a justificativa da escolha metodológica e a descrição dos procedimentos de coleta e análise de dados.

A pesquisa foi conduzida em duas etapas distintas, cada uma com abordagens diferentes para o uso do ambiente virtual imersivo. Na primeira etapa (fase), os alunos e o aplicador da pesquisa permaneceram imersos no ambiente virtual, porém, fisicamente reunidos em um mesmo espaço, o que permitiu uma maior interação presencial e facilitou a orientação imediata durante as atividades. Essa configuração inicial teve como objetivo testar a adaptação dos alunos ao ambiente imersivo, proporcionando suporte direto em caso de dificuldades técnicas ou conceituais.

Na segunda etapa, a imersão no ambiente virtual foi realizada de forma remota, com os alunos e o aplicador da pesquisa participando de suas respectivas casas. Essa fase permitiu avaliar a autonomia dos alunos e verificar como a experiência de aprendizado no metaverso se desenvolve sem a presença física do professor ou dos colegas. A transição entre as duas etapas permitiu uma análise comparativa das dinâmicas de aprendizagem, identificando possíveis diferenças de desempenho e engajamento quando os alunos estão em um ambiente físico compartilhado versus em um ambiente virtual individualizado.

Para alcançar os objetivos desta pesquisa, foi adotada uma abordagem metodológica mista, combinando elementos estatístico quantitativos e qualitativos. A pesquisa qualitativa permitirá uma exploração aprofundada das percepções e experiências dos alunos envolvidos no processo de aprendizagem no metaverso. A pesquisa quantitativa, por sua vez, permitirá a coleta e análise de dados numéricos que podem fornecer uma visão objetiva do desempenho dos alunos.

A escolha da metodologia mista foi escolhida para esta pesquisa devido à natureza abrangente do tópico e à necessidade de compreender tanto as perspectivas subjetivas dos alunos quanto os resultados tangíveis do aprendizado no metaverso. Ao combinar métodos qualitativos e quantitativos, busca-se uma compreensão holística do impacto da imersão em ambientes virtuais no ensino da geometria espacial.

A abordagem qualitativa permitirá uma análise detalhada das percepções dos alunos em relação à aprendizagem no metaverso. Entrevistas em profundidade e grupos focais serão conduzidos para capturar as experiências individuais dos participantes, explorando suas opiniões, desafios e insights sobre como a abordagem afetou sua compreensão dos conceitos geométricos tridimensionais.

A metodologia quantitativa, por sua vez, fornecerá dados mensuráveis sobre o desempenho dos alunos nas avaliações realizadas no ambiente virtual. Isso incluirá métricas como precisão, velocidade e eficácia na resolução de problemas geométricos específicos. Esses dados quantitativos serão analisados estatisticamente para identificar tendências e padrões de aprendizado.

Os procedimentos de coleta de dados consistirão em duas fases principais. Na primeira fase, serão realizadas entrevistas individuais em profundidade com um grupo de alunos previamente selecionados, explorando suas experiências de aprendizado no metaverso. Além disso, grupos focais serão realizados para promover a discussão e o compartilhamento de percepções entre os participantes. Na segunda fase, os alunos participarão de sessões de aprendizado no ambiente virtual, durante as quais serão apresentados a problemas geométricos específicos. As interações dos alunos serão registradas automaticamente

pelo sistema do metaverso, capturando informações sobre a resolução de problemas, o tempo gasto e as ações realizadas.

A análise de dados envolve a codificação e categorização das transcrições das entrevistas e grupos focais, identificando temas recorrentes e percepções dos alunos. Em uma segunda fase, as métricas de desempenho serão comparadas entre as aulas tradicionais e as aulas imersivas no metaverso.

Em resumo, a metodologia adotada nesta pesquisa permitiu uma investigação abrangente do impacto do ensino da geometria espacial no metaverso. A combinação das duas fases oferece uma compreensão completa das experiências dos alunos e do desempenho no ambiente virtual, contribuindo para a compreensão de como a realidade imersiva pode revolucionar o ensino da matemática.

4.1 Apresentação do Ambiente de Aplicação

Esta pesquisa foi realizada com 8 alunos de uma turma do 9° (nono) Ano do Ensino Fundamental II da Escola Estadual Almirante Ernesto de Mello Baptista, escola da rede pública de Manaus, localizado na Rua Saldanha da Gama, na Vila Buriti - Vila Militar da Marinha. Esta escola atende alunos do 2° ano ao 5° ano (1° e 2° ciclo) do Ensino Fundamental I e do 6° ao 9° ano do Fundamental II.

A escolha pela escola em questão para a aplicação da pesquisa, esta vinculada a metodologia ímpar voltada ao ensino por projetos, em particular àquelas conhecidas como Metodologias Ativas de Aprendizagem, além de possuir infraestrutura interessante para o desenvolvimento de atividades do tipo. Alguns dos espaços que podem ser destacados na escola e que serviram de ferramenta para aplicação da pesquisa é a sala Maker (Makerspace), dotado com um laboratório de informática com 19 computadores em pleno funcionamento e acesso a internet (Figura 36). A escolha baseou-se também numa breve pesquisa entre as escolas que o autor deste trabalho lecionou, onde a escolha foi após analisar os resultados dos alunos nas avaliações externas, conhecimentos e familiaridade com software de programação, como o scratch.



Figura 36: Sala Maker

4.2 Estruturação e Desenvolvimento de Atividades

Ao longo deste capítulo, exploraremos cada etapa do processo de implementação dessa metodologia inovadora. Desde a definição clara dos objetivos educacionais até a avaliação rigorosa dos resultados obtidos, cada passo será cuidadosamente discutido e

ilustrado. O objetivo é fornecer aos educadores uma estrutura sólida e flexível, que possa ser adaptada às necessidades específicas de seus alunos e contextos educacionais.

4.2.1 Escolha da Plataforma de Metaverso

A primeira etapa para uma boa abordagem da metodologia sugerida, ensino no metaverso, é a seleção da plataforma de metaverso que melhor atenda às suas necessidades educacionais. Alguns exemplos incluem o Second Life, Minecraft Education Edition, VRChat, AltspaceVR e plataformas de realidade virtual, como o Oculus Rift, Mozilla Hubs, HTC Vive, Tinkercad e o Spatial.

A Figura 37 mostra uma visão panorâmica do ambiente criado na plataforma escolhida para este trabalho, o Spatial. A escolha da plataforma em questão foi influenciada devido a abrangência e por ser um ambiente que atende as necessidades iniciais na sua versão gratuita. A escolha também foi influenciada devido uma particularidade: a possibilidade de criação de formas, animações, vídeos, entre outros, externo a plataforma e em seguida, com a devida conversão para uma extensão apropriada, fazer o upload da criação para a plataforma, sem perder as características essenciais. O Spatial também dá a possibilidade de criar os ambientes virtuais externos, em software de engenharia e arquitetura, como observamos a Figura 38 criada no SketchUp, facilitando a modelagem do ambiente devido esses programas serem criados com ferramentas mais adequadas para modelagem arquitetônicas.



Figura 37: Realidade Imersivo Criado para Spatial

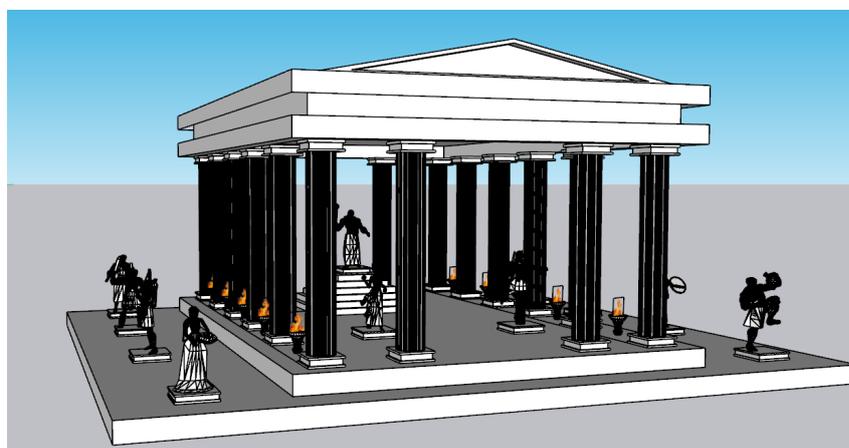


Figura 38: Modelo Criado no Scketchup

4.2.2 Planejamento do Ambiente Virtual

No estudo desta dissertação, o ambiente proporcionará um estudo teórico/histórico dos conceitos que envolve os sólidos de Platão. Perpassando desde a apresentação e contextualização até as definições matemáticas. Abrangendo nomenclaturas, planificação dos sólidos, e cálculo de arestas, faces e vértices de um sólido Platônico como mostrados nas Figuras 39 a Figura 41.

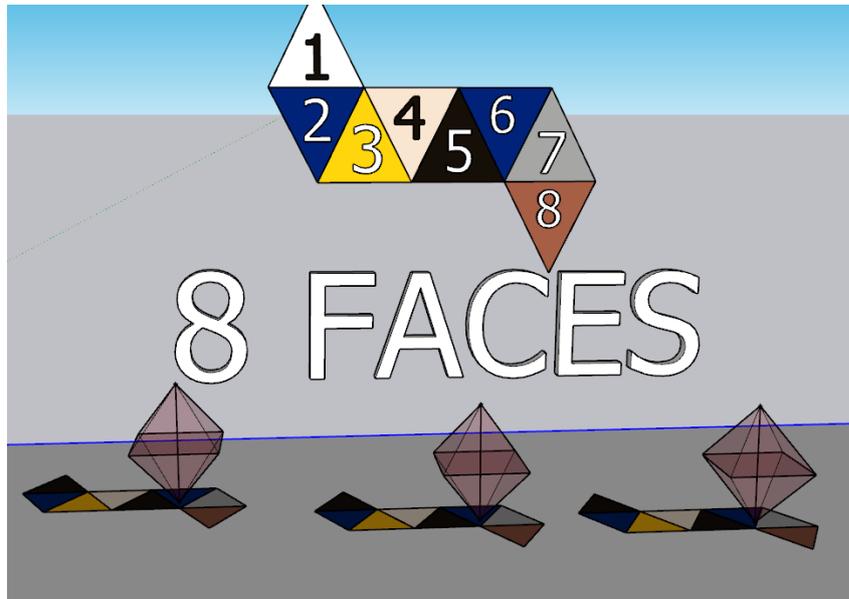


Figura 39: Visualização do número de faces no mundo imersivo



Figura 40: Aplicação da Fórmula de Euler

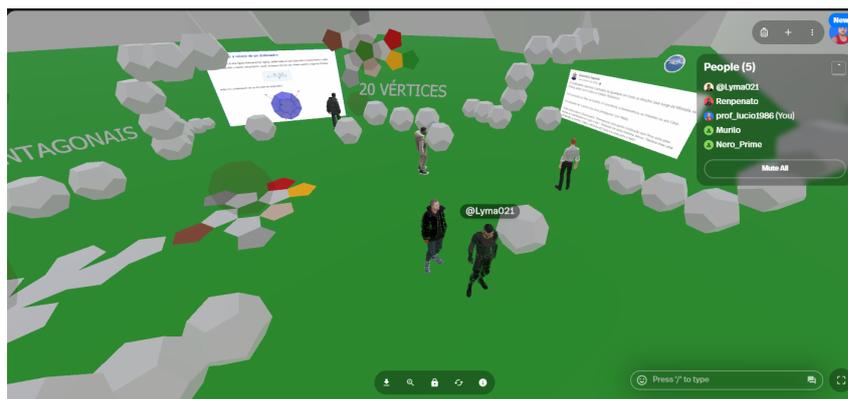


Figura 41: Área onde os alunos interagiram com as formas e principais relações métricas do dodecaedro

O “Mundo Imersivo” foi cuidadosamente planejado e estruturado meses antes da aplicação da proposta metodológica, devido sua complexidade e pionerismo (não existir modelo de referência). O planejamento bastante antecipado, com o objetivo de promover uma aprendizagem mais eficiente e progressiva serviu para escolha de ensino por fases. Cada fase, também chamada de “mundo”, foi organizada de modo a permitir que os alunos, representados por seus avatares³ virtuais, avançassem de maneira sequencial. Somente após concluírem os estudos sobre um sólido geométrico específico, seus avatares poderiam acessar o próximo conteúdo, garantindo assim uma evolução gradual no processo de aprendizado.

Esse sistema gradual de aprendizado foi implementado para assegurar que os estudantes consolidassem seu conhecimento antes de prosseguir para novos conceitos. A Figura 42 ilustra os portais de acesso, pelos quais os avatares virtuais transitavam entre as fases, visualizando a progressão e interação dentro do ambiente imersivo.

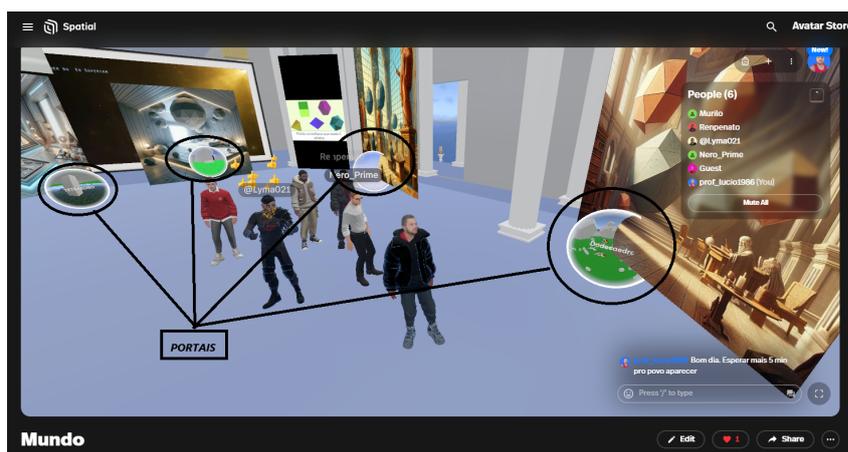


Figura 42: Área onde os portais apareciam após finalização da atividade anterior

No contexto de criação de espaço interativo, o Spatial tem sua própria forma de

³1. Um avatar é a representação gráfica de um usuário em ambientes virtuais, como redes sociais, fóruns, jogos online e outras plataformas digitais. Pode ser uma imagem ou personagem que o usuário escolhe para se identificar. 2. Em informática, avatar é um corpo virtual, uma figura gráfica de complexidade variada que empresta sua vida simulada para o transporte identificatório de internautas para dentro dos mundos paralelos da Internet.

criação, mas também é possível criar em softwares externos. A Figura 43 demonstra uma vila com arquitetura antiga modelada 3D SketchUp e que será introduzida no espaço imersivo, também tem a possibilidade de criação no próprio Tinkercad.

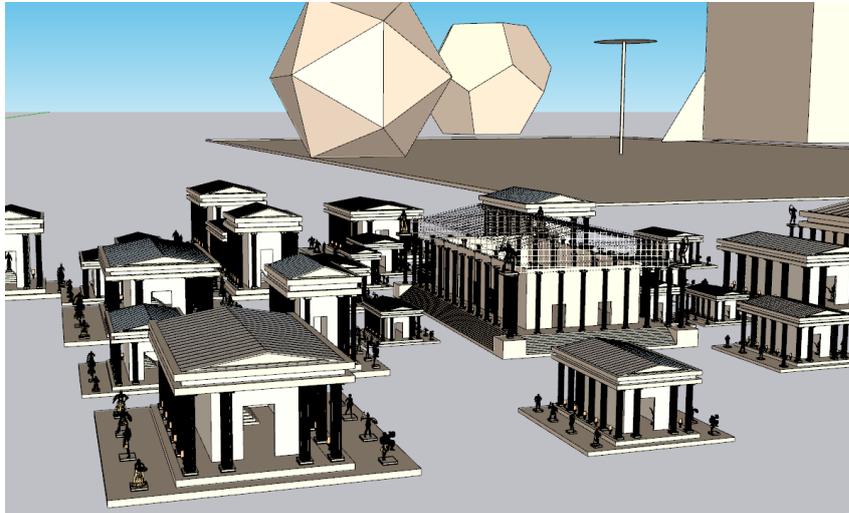


Figura 43: Representação virtual imersiva de uma vila representativa da era de Platão

As configurações do ambiente imersivo foram criadas utilizando tanto as ferramentas nativas do Spatio quanto modelagens externas. Modelos desenvolvidos no SketchUp (Figura 44) e no Tinkercad (Figura 45) também foram integrados, complementando a construção do espaço e enriquecendo a experiência visual e interativa.

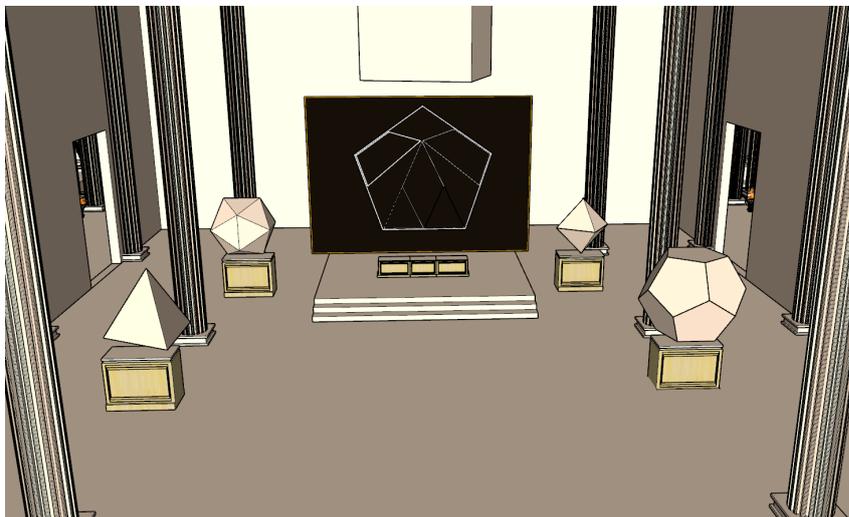


Figura 44: Visão interna da edificação de primeiro contato com os sólidos de Platão

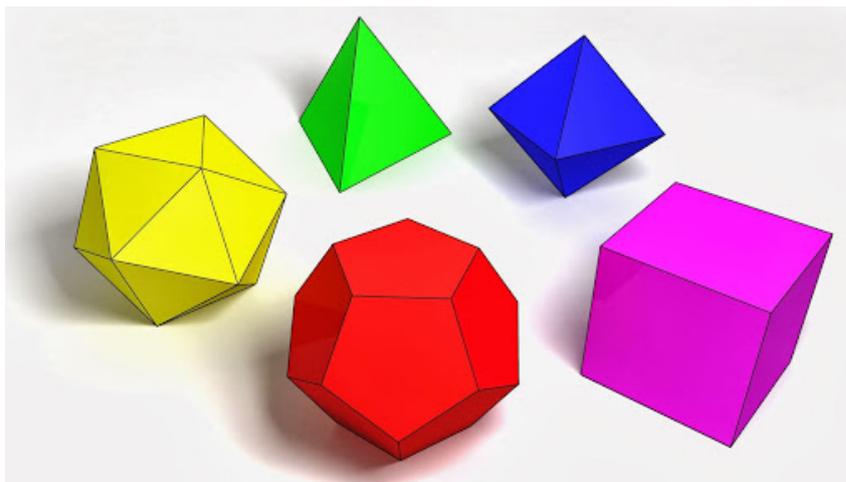


Figura 45: Visão dos Sólidos Criados no Tinkercad

O projeto do ambiente virtual foi pensado de acordo com os objetivos de cativar, aumentar o interesse tanto na descoberta como no aprendizado. Considerou-se elementos como terreno, edifícios, objetos, cores e iluminação.

Certificou-se de que o ambiente represente o espaço tridimensional de forma clara e eficaz.

Nesse sentido, a imersão no contexto histórico com os espaços sendo disponibilizados em forma de portais, apenas após a interação com um mundo anterior, seguindo a ordem História dos Sólidos de Platão, Tetraedro, Hexaedro (Cubo), Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro, foi de grande valia para cativar o interesse e curiosidade dos alunos.

Os modelos 3D de objetos geométricos (Sólidos de Platão) foram devidamente separados em espaços distintos para que os conteúdos fossem trabalhados separadamente. Esses ambientes eram compostos por sólidos em diferentes tamanhos, perspectivas e cores, como mostra a Figura 46 do Octaedro, para que os alunos se sentissem inseridos na construção do conhecimento e não apenas ouvintes.

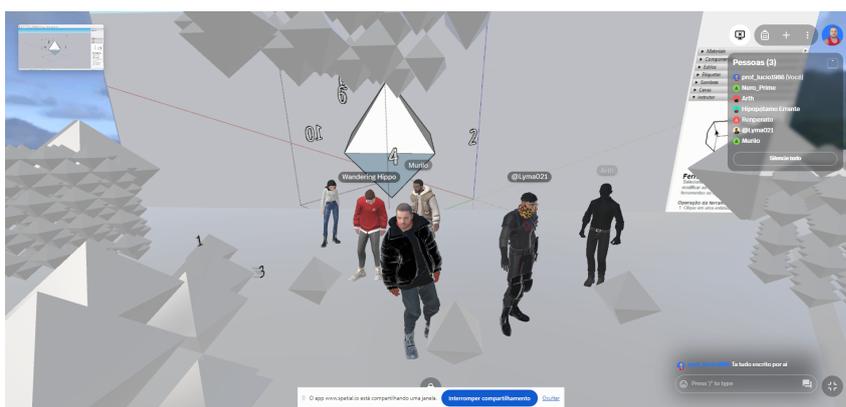


Figura 46: Visão do Espaço Imersivo para o Octaedro

5 Resultados e Discussões

5.1 Aplicação da Proposta de Atividades no Metaverso

A proposta desta pesquisa, é avaliar o impacto do ensino/aprendizado no estudo dos Sólidos de Platão, no contexto de análise de seus elementos (Faces, Vértices, Arestas, Diagonais) na realidade imersiva.

A primeira aula (Aula 01) foi conduzida de forma expositiva na sala maker (Figura 47), onde foram apresentadas as orientações e explicações iniciais sobre o projeto de pesquisa. Durante essa sessão, foram detalhadas as finalidades do estudo e o funcionamento das etapas que se seguiriam, garantindo que os alunos compreendessem o objetivo e a estrutura do trabalho a ser desenvolvido.

A coleta de dados foi realizada por meio de questionários (Apêndice A2 ao A7), aplicados ao longo de todo o desenvolvimento do projeto. Esse processo seguiu o planejamento descrito detalhadamente no Apêndice A.1, garantindo uma abordagem estruturada e consistente na obtenção das informações necessárias.



Figura 47: Aplicação da Proposta Metodológica. O que é Metaverso

Para auxiliar os alunos, preparou-se as instruções e recursos necessários, incluindo tutoriais, vídeos-aulas entre outros sobre como navegar e interagir no ambiente virtual.



Figura 48: Aplicação do Questionário

Ainda na Aula 01 (Figura 48) com os alunos, buscou-se coletar dados básicos, aplicando o questionário A.2, obtendo informações dos alunos sobre acesso a internet via Wi-fi, acesso a instrumentos eletrônicos (computadores ou smartphone), sobre o nível de interesse na matemática, sobre o que achavam do uso de tecnologias para ensino das matérias, sobre o nível de conhecimento em relação ao universo virtual que iríamos adentrar no projeto entre outros dados relevantes para a pesquisa. As informações mais relevantes para o seguimento do projeto foram:

- 50% dos alunos disseram que gostam de matemática.
- 100% dos alunos disseram que ainda não tinham estudado geometria espacial.
- 100% dos alunos acham interessante o uso de tecnologia no ensino e aprendizado.
- Apenas 12,5% não tinha acesso a computador em sua residência.
- 100% dos alunos tinham acesso a internet via Wi-Fi em sua residência.
- 50% dos alunos tinham ideia do que seria metaverso.

As informações mostram que atualmente o uso de tecnologias para o ensino deixou de ser barreira para os alunos por diversos motivos; a maioria com acesso de internet via wi-fi, com computador e/ou smartphone. Mostra também que os alunos estão interessados em novas tecnologias de aprendizagem, em especial o uso de realidades virtuais por já estarem bem acostumados com esse tipo de tecnologia, devido aos jogos ambientados no metaverso.

A pergunta 4 do questionário A.2 (Figura 49) mostrou que os conteúdos de geometria estavam sendo negligenciados, pois 100% dos alunos afirmaram que ainda não tinham estudado geometria espacial mesmo todos estarem cursando o nono ano.

Figura 49: Questão 4 - A.2

Com base nas respostas do Apêndice A.2, a abordagem interativa e envolvente utilizada no ensino de geometria espacial, que incorporou tanto elementos históricos quanto práticos dos sólidos de Platão, foi eficaz. As aulas expositivas, realizadas em ambientes virtuais, abordaram experiências imersivas e o uso de ferramentas familiares aos alunos, com ênfase no metaverso. Essa combinação proporcionou uma compreensão mais profunda dos conceitos, conectando teoria e prática de maneira dinâmica e inovadora.

Na segunda aula, foi apresentado aos alunos o espaço virtual (Figura 50), onde os mesmos tiveram a oportunidade da primeira experiência à história da matemática, assistindo pequenos vídeos (Figura 51) contando sobre a história dos principais estudiosos do assunto a ser trabalhado. Essa aula já foi ambiente virtual totalmente imersivo, envolveu arquitetura antiga, figuras, vídeos e explicações interativas pelo professor para melhor fixação do conteúdo.



Figura 50: Primeiro Contato com a plataforma de do metaverso

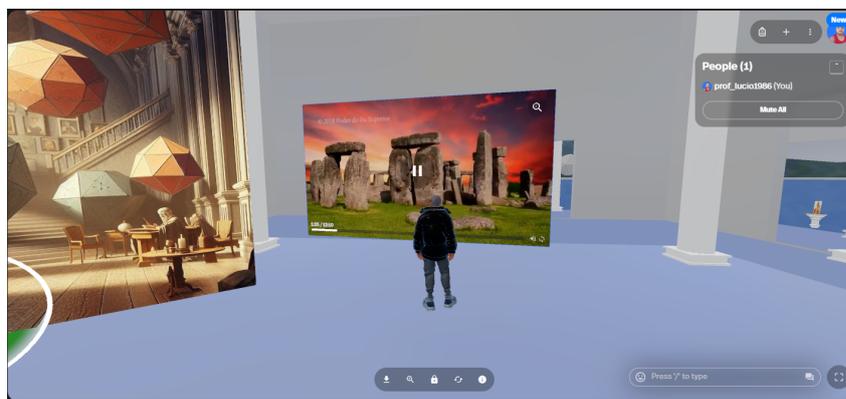


Figura 51: Primeiro Contato com a história dos sólidos de Platão

Após a conclusão da primeira imersão, os alunos foram convidados a responder ao questionário A.3. Optou-se por solicitar a resposta apenas após a aula, com o intuito de garantir que as reflexões fossem as mais autênticas possíveis, uma vez que os alunos já estariam familiarizados com o conteúdo abordado. As respostas mais significativas, que dialogavam diretamente com as do A.2, foram:

- No questionário inicial, 50% dos alunos indicaram que gostam de matemática, o que demonstra uma disposição positiva para o aprendizado da disciplina. Esse resultado é reforçado pelo fato de que, em uma escala de 1 a 5, 62,5% dos alunos atribuíram

uma pontuação de 3 ou mais ao seu nível de conforto em participar de discussões em grupo sobre matemática. Esse dado sugere que, apesar das dificuldades, há uma boa aceitação para o engajamento em atividades colaborativas.

- 100% dos alunos indicaram que ainda não tinham estudado geometria espacial formalmente antes deste projeto. Quando questionados sobre o nível de conhecimento sobre geometria espacial, 75% dos alunos se classificaram como "Nenhum conhecimento" (opção 1) ou "Pouco conhecimento" (opção 2) na escala de 1 a 5.
- Todos os alunos afirmaram nunca terem estudado sobre os Sólidos de Platão antes desta atividade, e 87,5% atribuíram um nível de conhecimento de 1 na escala de 1 a 5. Isso evidencia a novidade e o desafio que o tema representou para os alunos, proporcionando uma oportunidade significativa de aprendizado.
- Uso de Tecnologia no Ensino: 100% dos alunos consideraram interessante o uso de tecnologia no ensino e aprendizado. Esse dado se reflete no fato de que 87,5% dos participantes indicaram já ter utilizado a internet como recurso para aprender matemática fora da sala de aula. Além disso, a totalidade dos alunos possui acesso à internet em casa, facilitando a participação em atividades virtuais.
- Apesar do interesse por tecnologia, apenas 25% dos alunos se consideraram familiarizados com ferramentas de modelagem 3D ou ambientes virtuais (pontuações 4 ou 5 na escala de familiaridade). Isso indica um potencial para introdução de novas ferramentas de ensino que possam enriquecer o aprendizado.
- Metade dos alunos já tinha uma ideia do que seria o metaverso antes do projeto, mas apenas 25% já haviam participado de atividades em ambientes virtuais com Realidade Aumentada ou Imersiva. Isso sugere que, embora o conceito de metaverso esteja se popularizando, a aplicação prática ainda é uma novidade para muitos.
- Quando perguntados se costumam estudar matemática fora da escola, 37,5% dos alunos afirmaram que revisam a matéria em casa. Isso mostra que há um grupo de alunos que busca reforçar o conteúdo aprendido em sala, o que pode ser um indicador de comprometimento com o aprendizado.
- 100% dos alunos disseram que não tinham estudado a fórmula de Euler antes. Esse resultado está alinhado com o desconhecimento geral sobre geometria espacial e sólidos de Platão, indicando que o conteúdo abordado durante as aulas foi, de fato, inédito para a maioria.
- Apenas 12,5% dos alunos não têm acesso a um computador em casa, o que pode representar uma barreira para atividades que demandam o uso de tecnologia. Contudo, o acesso à internet via Wi-Fi para todos os participantes mostra que, mesmo sem computador, há outras formas de conectar e participar dos estudos online.

Em resumo, as atividades escolhidas para avaliar o nível de aprendizagem e a eficácia da metodologia incluíram conversas e debates sobre os temas abordados durante as aulas, além da resolução do questionário presente no Apêndice A.4 como auxílio de fixação de conteúdo. Essas atividades permitiram uma avaliação abrangente do engajamento e da compreensão dos alunos.

5.1.1 Mundos Imersivos

As atividades foram feitas inicialmente no laboratório de informática, que faz parte da sala maker da própria escola, onde cada aluno ficou em um computador. Durante a experiência, o professor também estava em um computador para auxiliar os avatares dos alunos. As dúvidas eram sanadas o máximo possível, somente dentro do mundo imersivo, pois em algumas aulas subsequentes os alunos não precisassem se locomover para a escola e a experiência seguissem para outro nível, onde todos os alunos e professor estivessem em locais distintos. Todos em suas casas.

Ao explorar o “Mundo Tetraedro” (Figura 52), os alunos demonstraram curiosidade e entusiasmo pela imersão no ambiente tridimensional. Durante a excursão interna, muitos relataram que a experiência facilitou a visualização das propriedades geométricas do tetraedro, algo que eles achavam mais abstrato quando trabalhado em aulas tradicionais. Além disso, o formato da sala, combinando esculturas e curiosidades interativas, despertou o interesse para uma aprendizagem mais investigativa, levando-os a se engajarem de forma colaborativa para compreender as fórmulas e características associadas a este sólido. A imersão também permitiu que percebessem a aplicabilidade prática dos conceitos, o que tornou a atividade ainda mais enriquecedora.

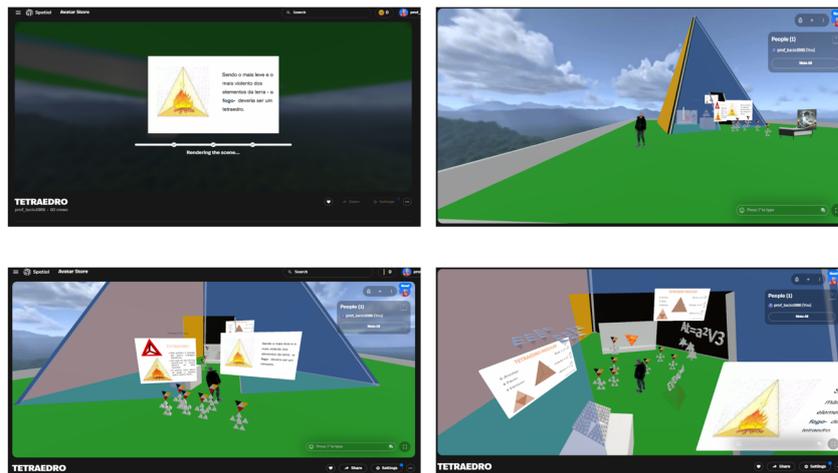


Figura 52: Mundo Tetraedro: Um espaço de aprendizado do Tetraedro

No quarto dia (Aula 04), ao explorar o 'Mundo Cubo' (Figura 52), os alunos mostraram um envolvimento crescente, especialmente pela necessidade de colaboração nas atividades propostas. A estrutura do ambiente, com arquivos interativos e recursos visuais e auditivos, permitiu que os estudantes acessassem informações de maneira diversificada, facilitando a compreensão dos conceitos. A interação foi um fator-chave, pois, para resolver as questões, os alunos precisaram se engajar em discussões e trocas de ideias. Muitos relataram que o trabalho em grupo os ajudou a visualizar melhor as propriedades do cubo e a conectar esses conhecimentos com problemas práticos, promovendo um aprendizado mais dinâmico e participativo

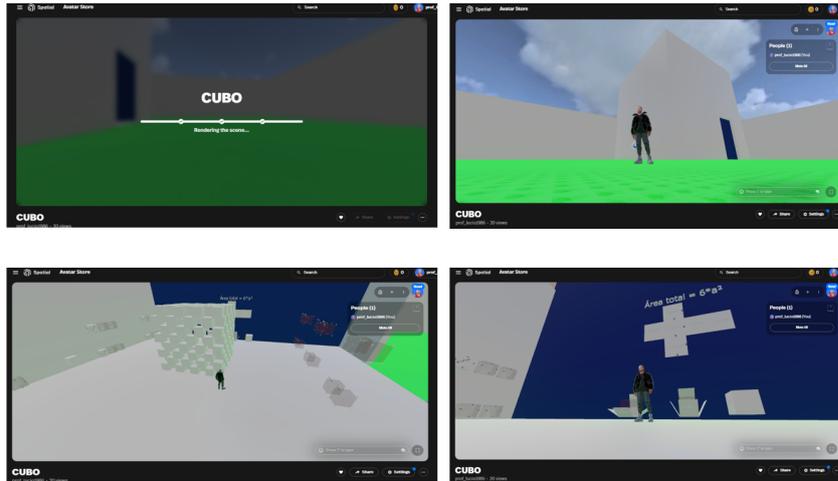


Figura 53: Mundo Cubo: Um espaço de aprendizado do Cubo

Durante o estudo do cubo, a internet da escola estava oscilando muito, prejudicando o acesso ao espaço de aprendizado imersivo, foi quando decidimos incrementar a segunda parte do projeto, onde cada aluno e o aplicador da proposta não precisassem se locomover para a escola e as aulas fossem totalmente imersivas. Foi nesse dia que a principal preocupação para aplicação surgiu. A má qualidade de internet interfere diretamente no sucesso ou insucesso da proposta.

Devido à baixa qualidade da internet durante as aulas, os alunos foram orientados a realizar as atividades em casa, onde todos possuíam uma conexão mais estável. Eles também tinham acesso às salas imersivas de forma independente, sem a necessidade de autorização do professor para explorar o espaço, o que facilitou o andamento do projeto.

No quinto dia (Aula 05), agora totalmente imersivo e EAD, foi a vez de explorar o Mundo Octaedro (Figura 54), sendo que os alunos estavam em suas casas, para implementar a segunda parte da proposta, totalmente online. Nesse espaço, com auxílio do professor, os alunos começaram intuitivamente a aplicar a fórmula de Euler que relaciona as faces, vértices e arestas, $V - A + F = 2$, apenas contando as partes do Octaedro. Para auxiliar os alunos na contagem, optou-se e numerar as partes de alguns octaedros, como mostra as Figuras 55 e Figura 56.

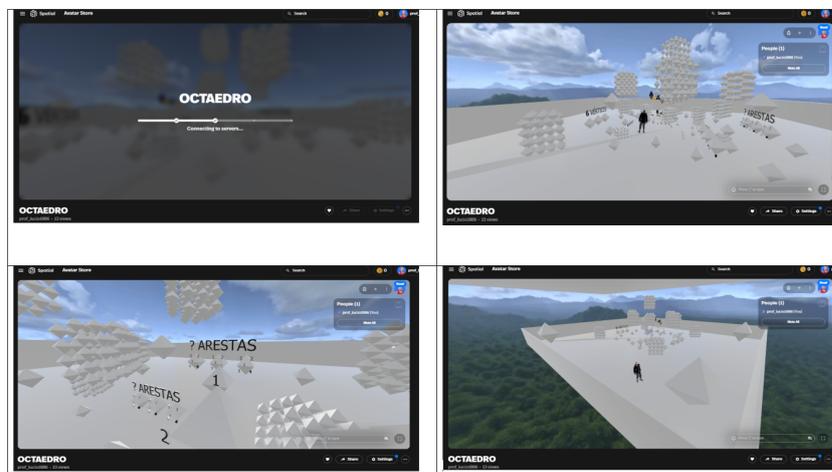


Figura 54: Mundo Octaedro: Um espaço de aprendizado do Octaedro



Figura 55: Número de Faces de um Octaedro



Figura 56: Número de Aresta de um Octaedro

Nessa primeira aula totalmente online e imersiva, com uma internet de ótima qualidade ajudou no desenvolvimento das atividades. Os alunos foram mais interessados em tirar dúvidas sobre o assunto, sobre ferramentas de construção dentro do Spatio, entre muitos outros assuntos diretamente ligados ao projeto. Ficou claro o aumento de interesse na disciplina pelos alunos.

Na Figura 57, nota-se que o mundo do Octaedro foi projetado de forma semelhante aos demais, para continuar a cativar a curiosidade e incentivar os alunos a explorar o conteúdo de forma espontânea.



Figura 57: Mundo Dodecaedro: Um espaço de aprendizado do Dodecaedro

A imersão no metaverso do Dodecaedro foi explorada no sexto dia (Aula 06), onde os alunos estavam tão bem ambientados no processo ensino aprendido com essa metodologia imersiva, que os próprios estavam fazendo as buscas no ambiente virtual para responderem as questões do A.4, com pouca interferência do professor.

Já no sétimo dia (Aula 07), exploramos o último espaço da experiência, o Mundo do Icosaedro (Figura 58). Nesse dia, a aplicação da Relação de Euler foi aplicada simultaneamente com a confirmação impirica com a simples contabilização das Faces, Arestas e Vértices do Icosaedro. Foi solicitado também que os alunos dessem uma volta em cada mundo já explorado para a aplicação e confirmação da Relação.



Figura 58: Mundo Icosaedro: Um espaço de aprendizado do Icosaedro

Durante todos os dias de aplicação, utilizou-se aplicativos auxiliares como Geogebra e SktchUp para explorar propriedades interessantes e complementares de cada sólido, além da relação entre eles, como mostram as Figuras 58.

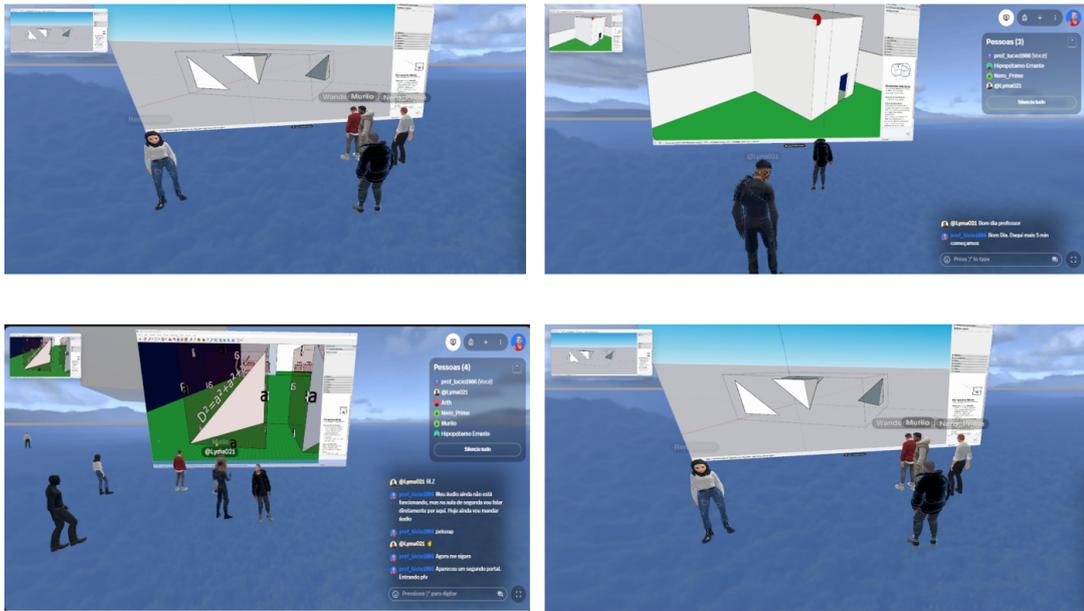


Figura 59: Uso de Ferramentas Auxiliares para complementação de conteúdo

Notadamente o interesse dos alunos aumentava gradativamente, conforme os encontros virtuais aconteciam. A cada aula, os alunos ficavam na curiosidade do que vinha após a abertura de um novo portal “A minha curiosidade aumentava conforme o avanço das aulas. Parecia um jogo onde eu só passava quando respondesse as questões. Eu incentivava meus colegas e conversava sobre o assunto para que eles terminassem logo para irmos para outra sala” comentou um dos alunos durante as aulas.

No oitavo e último dia (Aula 08), a aula foi presencial na escola, onde debatemos sobre o assunto ministrado e a experiência dos alunos do ensino imersivo. Durante a discussão, os alunos expressaram grande entusiasmo pela experiência, ressaltando que o ambiente virtual ajudou a entender conceitos geométricos complexos de maneira mais concreta e visual. No entanto, alguns sugeriram melhorias, como mais momentos de pausa para reflexão e discussões guiadas, além de uma maior variedade de recursos interativos, como quizzes dentro do ambiente ou desafios colaborativos em tempo real.

5.1.2 Avaliação e Feedback

A avaliação dos alunos é um elemento essencial em qualquer processo educacional, pois permite medir o nível de compreensão, identificar áreas que necessitam de reforço e ajustar estratégias pedagógicas para maximizar o aprendizado (Black & Wiliam, 1998). Com base nisso, buscamos não apenas avaliar o aprendizado, mas principalmente a eficácia do processo de ensino, identificando pontos fortes e áreas de melhoria, bem como compreendendo a percepção dos alunos em relação à experiência de aprendizado. Durante toda a experiência, a interação entre os participantes foi intensa, tanto pelo WhatsApp (áudios, mensagens e fotos) quanto pelo próprio metaverso, que também possui ferramentas de mensagens e áudios.

Utilizaram-se os questionários Apêndices A.4 ao A.6 para as avaliações, aplicados ao longo das aulas. Essas avaliações visaram capturar o progresso dos alunos, refletindo o impacto do método de ensino e a qualidade da interação proporcionada pelo ambiente virtual.

Para facilitar o processo de feedback e garantir uma comunicação eficaz com os

alunos, os apêndices e também as respostas foram distribuídas e coletadas por meio físico em PDFs e plataformas digitais, como o WhatsApp. A escolha dessas ferramentas visou não apenas à praticidade, mas também à familiaridade dos alunos com os meios de comunicação digital, o que potencializou a participação e o engajamento nas atividades propostas.

As perguntas do questionário foram estruturadas para abranger desde aspectos mais básicos até questões que exigiam raciocínio mais complexo. As Figura 60 a Figura 66 (demais figuras em anexo) revelou um entendimento progressivo dos conceitos apresentados ao longo das aulas, mostrando tanto o empenho para resolver as questões. Com isso, foi possível observar uma evolução no desempenho dos alunos, refletindo o impacto positivo do método de ensino adotado, em destaque o aumento do engajamento dos alunos durante a experiência.

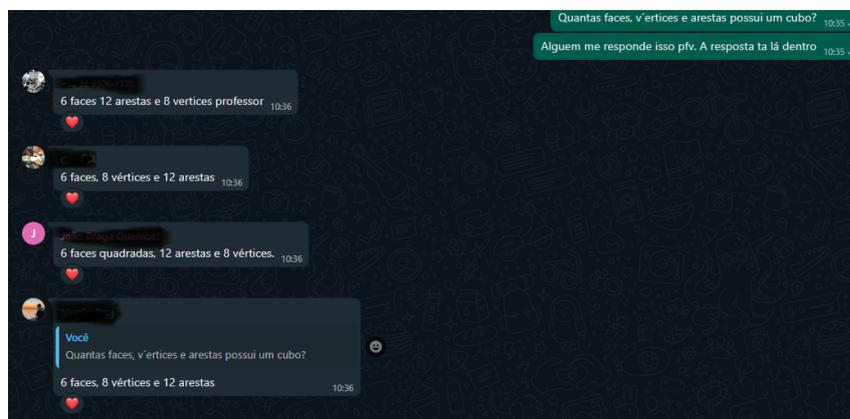


Figura 60: Elementos: Interação com os alunos



Figura 61: Área da face do Tetraedro: Interação com os alunos



Figura 62: Cubo: Interação com os alunos



Figura 63: Cubo: Interação com os alunos

A Figura 63 mostra que as respostas do A.4, dadas via digital, também eram transcritas para o PDF aumentando a fixação do conteúdo e mostrando que estavam motivados.

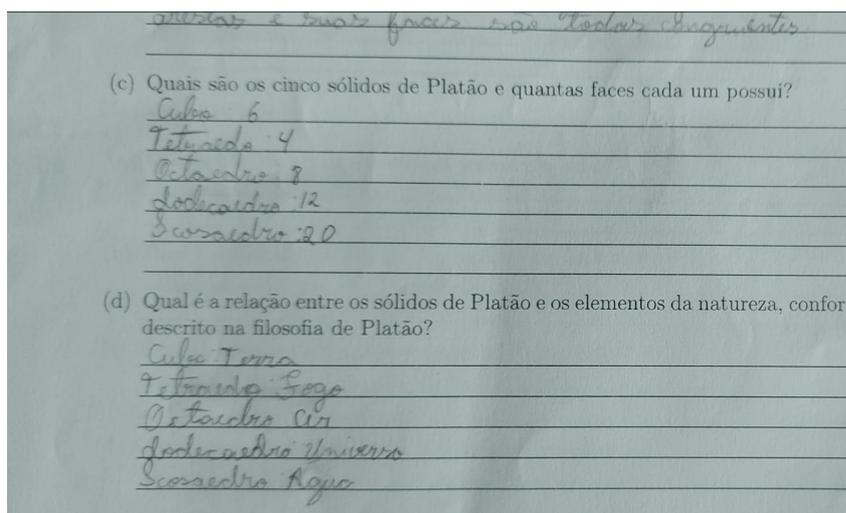


Figura 64: Cubo: Interação com os alunos

De modo geral, os alunos consideraram a experiência de aprendizado no metaverso interessante e inovadora. A possibilidade de explorar conceitos geométricos em um ambiente tridimensional proporcionou uma compreensão mais profunda dos Sólidos de Platão, tornando o aprendizado mais interativo e envolvente. A maioria dos alunos demonstrou

empenho nas atividades, expressando satisfação com o formato das aulas e a clareza dos questionários. O feedback positivo foi especialmente notável nas respostas relacionadas à aplicação prática dos conceitos estudados e à interação entre os participantes dentro do ambiente virtual.

A realidade imersiva se revelou uma alternativa valiosa para a visualização de sólidos geométricos, facilitando a compreensão que seria mais desafiadora apenas com desenhos em quadro ou papel. Os alunos notaram que os elementos das atividades tornaram-se mais fáceis de entender com a realidade imersiva, permitindo que figuras fossem rotacionadas e manipuladas. Eles compararam as ferramentas utilizadas e perceberam que os aplicativos tornaram a resolução das questões mais simples e interessante. Esses aspectos destacam a importância não apenas de recursos tecnológicos, mas de quaisquer ferramentas que contribuam para um bom desenvolvimento e compreensão dos conceitos matemáticos, cada vez mais presentes em nosso cotidiano. Os alunos classificaram como fáceis a utilização dos recursos virtuais apresentados e a maioria achou que aprender matemática com o auxílio desses recursos é mais interessante (A.4 - A.5), um fato evidenciado pelo envolvimento nas atividades propostas.

Com base na revisão bibliográfica e na metodologia proposta para a pesquisa sobre o ensino da geometria espacial no metaverso, foi possível verificar uma série de resultados que emergiram da análise dos dados coletados. Esses resultados corroboraram com as perspectivas discutidas na revisão da literatura e adicionaram novas nuances ao entendimento do impacto do ensino da matemática nesse ambiente imersivo. Aqui estão alguns resultados, considerando os temas abordados anteriormente:

Engajamento e Interesse Aumentados: Os resultados demonstraram um maior engajamento e interesse dos alunos no aprendizado da geometria espacial quando utilizam o metaverso. Os relatos qualitativos podem destacar como a imersão, a interatividade e a visualização 3D aumentam o envolvimento dos alunos, corroborando as discussões sobre a natureza envolvente do ambiente virtual.

Melhoria na Compreensão Conceitual: Os resultados revelaram uma melhoria na compreensão conceitual dos alunos em relação aos tópicos de geometria espacial. Os dados quantitativos, como métricas de desempenho, podem indicar que os alunos expostos ao metaverso demonstram um maior domínio dos conceitos, apoiando as sugestões de que a visualização tridimensional e a interatividade podem facilitar a compreensão.

Variações Individuais na Experiência: A análise das entrevistas e grupos focais identificaram variações individuais nas experiências dos alunos com o ensino no metaverso. A maioria dos alunos expressaram entusiasmo pela abordagem imersiva, enquanto outros relataram desafios técnicos e de adaptação. Essas variações podem fornecer insights valiosos sobre os fatores que afetam a eficácia dessa metodologia.

Aprendizagem Colaborativa e Construção de Conhecimento: Os dados qualitativos podem evidenciar a importância da aprendizagem colaborativa e da construção coletiva do conhecimento no ambiente virtual. Isso pode estar alinhado com as discussões sobre a natureza colaborativa e interativa do metaverso, demonstrando como os alunos podem colaborar para explorar conceitos geométricos complexos.

Limitações e Necessidades de Aprendizado Adicional: Os resultados também indicaram limitações técnicas e de conteúdos percebidas com o uso do metaverso no ensino. Os alunos mencionaram a dificuldade com a rede de internet e com a baixa familiaridade com os conteúdos básicos da geometria plana, essencial para o andamento do assunto escolhido. Essas informações foram úteis para aprimorar a abordagem pedagógica no decorrer da aplicação da metodologia inovadora e mostrou também que a geometria, em boa

parte está deixado a margem do aprendizado, apesar de estar amplamente distribuída no currículo do ensino básico.

Indicativos para Desenvolvimentos Futuros: Com base nos resultados obtidos, é possível que novas direções de pesquisa e desenvolvimento sejam sugeridas. Essas direções podem incluir a exploração de aspectos específicos do metaverso que são mais eficazes para diferentes conceitos geométricos, ou a adaptação da abordagem para públicos específicos.

Como meio de analisar o potencial da Realidade Virtual como ferramenta pedagógica, esse trabalho foi submetido a duas comissões de avaliação para apresentação em eventos nacionais de matemática e foi bem vistos e aceitos. O primeiro evento foi I Encontro Nacional do Mestrado PROFMAT que reuniu no IMPA estudantes e egressos do PROFMAT; docentes do programa; e outros membros da comunidade Matemática em dois dias de atividades e o segundo foi Encontro de Formação de Professores de Matemática de Educação Básica, evento realizado em Ribeirão Preto-SP, satélite da XI Bienal de Matemática. Ambos os certificados encontra-se em anexo.

6 Considerações Finais

Os recursos das Realidades Virtuais, Aumentada e/ou Imersiva, discutidos nesta dissertação são fascinantes em suas próprias formas e demonstram o potencial para o ensino de matemática e de outras ciências. Inicialmente, foi conduzida uma pesquisa sobre as aplicações mais recentes dessa tecnologia, sobre os avanços e o quão ela está presente e sendo ampliada para diversos campos, como medicina, empresarial, educacional e em especial para a tecnologia de jogos online.

A tecnologia nas salas de aula, similar às calculadoras no passado recente, permite o estudo da matemática numa pegada mais envolvente e visual. Adaptar o conteúdo a novos meios representa um desafio, mas a realidade imersiva e o metaverso possibilitam o ensino de conceitos geométricos com o aluno interagindo mais na construção do conhecimento. Exemplos apresentados indicam como essas tecnologias tornam os conceitos abstratos da geometria, algo mais tangível devido a sua interação e visualização e aumenta significativamente o interesse dos discentes.

Como foi mostrado, atualmente existem softwares Geogebra 3D e Matemática RA, disponíveis para smartphones e tablets de forma gratuita, e algumas plataformas de metaverso com ferramentas excepcionais que oferecem uma melhor visualização de sólidos geométricos e possibilitam a interação em diversos ambientes. A revisão bibliográfica juntamente com a experiência realizada revelou que essas novas tecnologias contribuem significativamente para a aprendizagem matemática, facilitando a visualização e compreensão de conceitos.

Embora o estudo tenha envolvido poucos alunos de uma única escola e seja necessário um maior número de participantes para obter dados mais abrangentes, a realidade imersiva e o metaverso mostram-se promissores para a melhoria do ensino. Contudo, será necessário mais pesquisa e investimento para superar obstáculos e aproveitar o potencial dessa(s) tecnologia(s) na educação matemática.

Em resumo, os resultados da pesquisa podem validar as expectativas discutidas na revisão bibliográfica, demonstrando que o ensino da geometria espacial no metaverso pode, de fato, levar a um aumento no engajamento, uma melhor compreensão conceitual e a promoção da aprendizagem colaborativa. No entanto, também é possível que surjam nuances e desafios não previstos, enriquecendo ainda mais o entendimento sobre essa abordagem inovadora de ensino.

Referências

- [1] INEP. *Apresentação dos Resultados do SAEB 2021*. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2021. Disponível em: https://download.inep.gov.br/saeb/resultados/apresentacao_saeb_2021.pdf. Acesso em: 22 fev. 2024.
- [2] PRESMEG, N. Research on visualization in learning and teaching mathematics. In: GUTIÉRREZ, A.; BOERO, P. (Eds.). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Sense Publishers, 2006, p. 205-235.
- [3] PRESMEG, N. C. Visualization in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics*, v. 6, n. 3, nov. 1986, p. 42-46.
- [4] SMITH, J. A.; JOHNSON, M. B. *Metodologias Ativas na Educação: Estratégias para Engajar os Alunos*. 2019.
- [5] SANTOS, C. A.; NACARATO, A. M. *Aprendizagem em Geometria na educação básica: A fotografia e a escrita na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. 111 p.
- [6] SANTOS, M. C. O Cabri-Géomètre e o desenvolvimento do pensamento geométrico: o caso dos quadriláteros. In: BORBA, R.; GUIMARÃES, G. (Org.). *A Pesquisa em Educação Matemática: Repercussões na sala de aula*. São Paulo: Cortez, 2009.
- [7] SANTOS, R. R. Análise de erros em questões de Geometria do ENEM: um estudo com alunos do Ensino Médio. 2014. 59 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Departamento de Matemática Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Profmat, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.
- [8] BARBA, E. Teaching Mathematics in Virtual Worlds: Exploring the Potential of Virtual Reality for Mathematics Education. 2020.
- [9] JOHNSON, D. Virtual Reality as a Tool for Learning Mathematics: A Review of the Literature. 2019.
- [10] DEDE, C. Immersive Interfaces for Engagement and Learning. *Science*, v. 323, n. 5910, p. 66-69, 2009.
- [11] SINCLAIR, N.; HAYES, S. Educating the Architects of the Metaverse: A Survey of Educational Practices in Virtual Worlds. *British Journal of Educational Technology*, v. 49, n. 3, p. 462-476, 2018.
- [12] MARSH, T.; BELL, T. Exploring the Educational Potential of Virtual Reality: Reflecting on Student Responses to a Geometry Lesson in a Virtual World. *Australasian Journal of Educational Technology*, v. 34, n. 3, 2018.
- [13] NOSS, R.; HOYLES, C. *Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers*. Kluwer Academic Publishers, 1996.

- [14] SUTHERLAND, R. et al. Transforming Teaching and Learning: Embedding ICT into Everyday Classroom Practices. *Journal of Computer Assisted Learning*, v. 20, n. 6, p. 413-425, 2004.
- [15] WHEELER, S. *Learning with 'E's: Educational Theory and Practice in the Digital Age*. Crown House Publishing, 2016.
- [16] JOHNSON-GLENBERG, M. C. et al. Emboldened by Embodiment: Six Precepts for Research on Embodied Learning and Mixed Reality. *Educational Researcher*, v. 44, n. 8, p. 444-452, 2015.
- [17] DALGARNO, B.; LEE, M. J. What are the learning affordances of 3-D virtual environments? *British Journal of Educational Technology*, v. 41, n. 1, p. 10-32, 2010.
- [18] GROMALA, D.; SHAW, S. Mathematics and virtual reality: New challenges for the mathematics educator. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, v. 37, n. 1, p. 5-13, 2018.
- [19] ANGELI, C.; VALANIDES, N.; CHRISTODOULOU, A. Bring your own device in education: An overview. *Contemporary Engineering Sciences*, v. 9, n. 1, p. 11-18, 2016.
- [20] PANGE, J.; SARAVANAKUMAR, D.; THOMAS, P. Teaching and Learning Mathematics in Virtual Environments. In: Proceedings of the World Congress on Engineering, vol. 1, 2013.
- [21] ANDERSON, A.; HUTAMA, W.; VERNER, I. M. Effective use of immersive Virtual Reality in Mathematics. In: Proceedings of the 2015 ACM SIGMIS Conference on Computers and People Research, p. 117-122. ACM, 2015.
- [22] CHEN, S.; YANG, S. J. Augmented reality in mathematics education: A meta-review. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, v. 11, n. 1, p. 153-168, 2015.
- [23] BRAUN, S. S.; HUGHES, S.; SONGER, A. D. Introducing a Second Life: Virtual world environment in secondary mathematics classrooms. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, v. 32, n. 1, p. 61-85, 2013.
- [24] PAPERT, S. *Children, computers and powerful ideas*. Harvester Press, 1980.
- [25] BILLINGHURST, M. Augmented reality in education. *New horizons for learning*, v. 12, n. 5, 2002, p. 1-5.
- [26] RHEINGOLD, H. *Virtual Reality*. A Touchstone book. Summit Books, 1991.
- [27] FURHT, B. (Ed.). *Handbook of Augmented Reality*. Boca Raton, Florida: Springer, 2011.
- [28] Power Glove em exibição no Museu do Videogame, em Berlim. Disponível em: <https://www.memoriabit.com.br/historia-da-power-glove-luva-nintendo/>. Acesso em: 25 mar. 2024.
- [29] GEE, J. P. *What video games have to teach us about learning and Literacy*. New York: Palgrave Macmillan, 2003.

- [30] OCULUS VR. Oculus Rift. Disponível em: <https://www3.oculus.com/en-us/rift/>. Acesso em: 07 jan. 2024.
- [31] BAILENSON, J. N. Virtual reality and prosocial behavior. In: *Immersed in media: Telepresence theory, measurement & technology*, p. 226-250. Springer, Cham, 2018.
- [32] Galeria DISPUTA NERVOSA. Disponível em: <https://hubs.mozilla.com/cCUZCDP/metaverso-disputa-nervosa>. Acesso em: 20 mar. 2024.
- [33] IMPA. Disponível em: www.impa.br/noticias/pesquisadores-do-imp-criam-seu-proprio-metaverso-colaborativo%EF%BF%BC. Acesso em: 22 mar. 2024.
- [34] Selfie de pesquisadores e colaboradores do IMPA na sala virtual do Centro Pi. Disponível em: <https://www.institutodetechnologia.com.br/imp-lanca-seu-primeiro-mundo-virtual/>. Acesso em: 22 mar. 2024.
- [35] BATISTA, M. C.; FONSECA, F. M. A. Virtual and Augmented Reality in Education: A Systematic Review. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, v. 13, n. 12, p. 4-20, 2018.
- [35] GALERIA DISPUTA NERVOSA. DISPONÍVEL EM: [HTTPS://HUBS.MOZILLA.COM/CUZZCDP/METAVERSO-DISPUTA-NERVSOSA](https://hubs.mozilla.com/cCUZCDP/METAVERSO-DISPUTA-NERVSOSA). ACESSO EM: 20 DE MARÇO DE 2024.
- [36] IMPA. DISPONÍVEL EM: [WWW.IMPA.BR/NOTICIAS/PESQUISADORES-DO-IMP-CRIAM-SEU-PROPRIO-METAVERSO-COLABORATIVO%EF%BF%BC](http://www.impa.br/noticias/pesquisadores-do-imp-criam-seu-proprio-metaverso-colaborativo%EF%BF%BC). ACESSO EM: 22 DE MARÇO DE 2024.
- [37] SELFIE DE PESQUISADORES E COLABORADORES DO IMPA NA SALA VIRTUAL DO CENTRO PI. DISPONÍVEL EM: [HTTPS://IMPA.BR/NOTICIAS/PESQUISADORES-DO-IMP-CRIAM-SEU-PROPRIOMETAVERSO-COLABORATIVO%EF%BF%BC](https://impa.br/noticias/pesquisadores-do-imp-criam-seu-proprio-metaverso-colaborativo%EF%BF%BC). ACESSO EM: 22 DE MARÇO DE 2024.
- [38] JORGE LOPES, TECNOLOGISTA DO CENTRO PI, E GERSON RIBEIRO, PESQUISADOR DO INSTITUTO TECGRAF DA PUC-RIO, COM A RECRIAÇÃO DA MÚMIA DA JOVEM ROMANA KARIMA, PEÇA DO MUSEU NACIONAL. DISPONÍVEL EM: [HTTPS://IMPA.BR/NOTICIAS/PESQUISADORES-DO-IMP-CRIAMSEU-PROPRIO-METAVERSO-COLABORATIVO%EF%BF%BC](https://impa.br/noticias/pesquisadores-do-imp-criamseu-proprio-metaverso-colaborativo%EF%BF%BC). ACESSO EM: 22 DE MARÇO DE 2024.
- [39] GEOGEBRA VR. DISPONÍVEL EM: [HTTP://STORE.STEAMPOWERED.COM/APP/880270/GeoGebra-Mixed-Reality/](http://store.steampowered.com/app/880270/GeoGebra-Mixed-Reality/). ACESSO EM: 22 DE MARÇO DE 2024.
- [40] CALCFLOW VR. DISPONÍVEL EM: [HTTP://STORE.STEAMPOWERED.COM/APP/547280/CalcFlow/](http://store.steampowered.com/app/547280/CalcFlow/). ACESSO EM: 22 DE MARÇO DE 2024.
- [41] VR MATH. DISPONÍVEL EM: [HTTP://KORNELMESZAROS.COM/VR-MATH/](http://kornelmeszoros.com/vr-math/). ACESSO EM: 22 DE MARÇO DE 2024.
- [42] VIRTUAL MATH LAB. DISPONÍVEL EM: [HTTPS://CM.PG.EDU.PL/EN/E-LEARNING/VIRTUAL-MATHLAB](https://cm.pg.edu.pl/en/e-learning/virtual-mathlab). ACESSO EM: 25 DE MARÇO DE 2024.

- [43] PLATAFORMA DE GAMES 3D ROBLOX. GOOGLE APP STORE.
- [44] FERRAMENTA ON-LINE DE DESIGN DE MODELOS 3D TINKERCAD. DISPONÍVEL EM: [HTTPS://WWW.TINKERCAD.COM/](https://www.tinkercad.com/). ACESSO EM: 25 DE MARÇO DE 2024.
- [45] FIM DO SUPORTE DO MOZILLA HUBS. DISPONÍVEL EM: [HTTPS://SUPPORT.MOZILLA.ORG/EN-US/KB/END-SUPPORT-MOZILLA-HUBS](https://support.mozilla.org/en-US/kb/end-support-mozilla-hubs). ACESSO EM: 5 DE ABRIL DE 2024.
- [46] BATES, T. EDUCAR NA ERA DIGITAL: DESIGN, ENSINO E APRENDIZAGEM. SÃO PAULO: ARTESANATO EDUCACIONAL, 2016.
- [47] SELWYN, N.; GORARD, S.; FURLONG, J. ADULT LEARNING IN THE DIGITAL AGE. LONDON: ROUTLEDGE, 2005.
- [48] GOUVEIA, L. S., & CARVALHO, C. A. (2013). VIRTUAL REALITY AND EDUCATION: A MATTER OF LEARNING. JOURNAL OF EDUCATIONAL TECHNOLOGY & SOCIETY, 16(2).
- [49] D'AMBROSIO, UBIRATAN. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: DA TEORIA À PRÁTICA. 23. ED. CAMPINAS, SP: UBIRATAN D'AMBROSIO, 2012.
- [50] BOYER, C. B., & MERZBACH, U. C. (2011). A HISTORY OF MATHEMATICS. JOHN WILEY & SONS.
- [51] EVES, HOWARD. GEOMETRIA: TÓPICOS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA USO EM SALA DE AULA. TRADUÇÃO DE HIGINO H. DOMINGUES. SÃO PAULO: ATUAL, 1997.
- [52] HORN, M. B. (2008). DISRUPTING CLASS: HOW DISRUPTIVE INNOVATION WILL CHANGE THE WAY THE WORLD LEARNS. CLAYTON M. CHRISTENSEN E CURTIS W. JOHNSON (EDS.). MCGRAW-HILL.
- [53] OS SÓLIDOS DE PLATÃO. DISPONÍVEL EM: [HTTPS://BRASILESCOLA.UOL.COM.BR/MATEMATICA/OS-SOLIDOS-PLATAO.HTM](https://brasilecola.uol.com.br/matematica/os-solidos-platao.htm). ACESSO EM: 10 DE JUNHO DE 2024.
- [54] HOSPITAIS BRASIL. DISPONÍVEL EM: [HTTPS://PORTALHOSPITAISBRASIL.COM.BR/SABARA-HOSPITAL-INFANTIL-REALIZA-PRIMEIRA-SIMULACAO-DE-CIRURGIA-DO-MUNDO-NO-M](https://portalhospitaisbrasil.com.br/sabara-hospital-infantil-realiza-primeira-simulacao-de-cirurgia-do-mundo-no-m) ACESSO EM: [22 DE FEVEREIRO DE 2024].

Anexo



Figura 65: Certificado do I Encontro Nacional do Mestrado PROFMAT

CERTIFICADO

Conferimos a

LÚCIO ALMEIDA DO NASCIMENTO JÚNIOR

o presente certificado de participação no evento Encontro de Formação de Professores de Matemática de Educação Básica, realizado na Universidade de São Paulo campus Ribeirão Preto – SP, nos dias 26 e 27 de Julho de 2024.

Rio de Janeiro, 02 de agosto de 2024.



Jaqueline Godoy Mesquita
Presidente
Sociedade Brasileira de Matemática

Figura 66: Certificado do Encontro de Formação de Professores de Matemática de Educação Básica



Figura 67

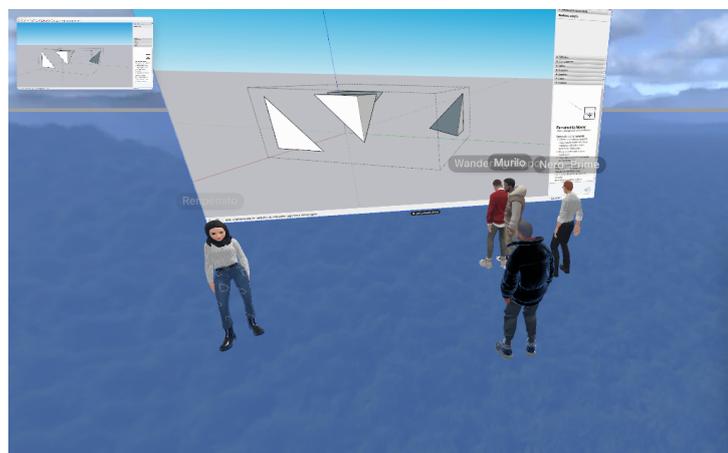


Figura 68

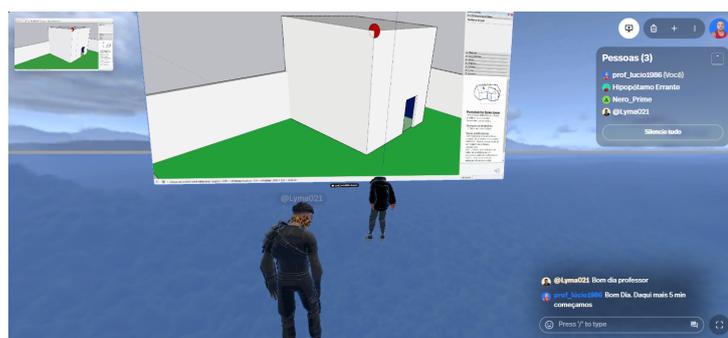


Figura 69



Figura 70

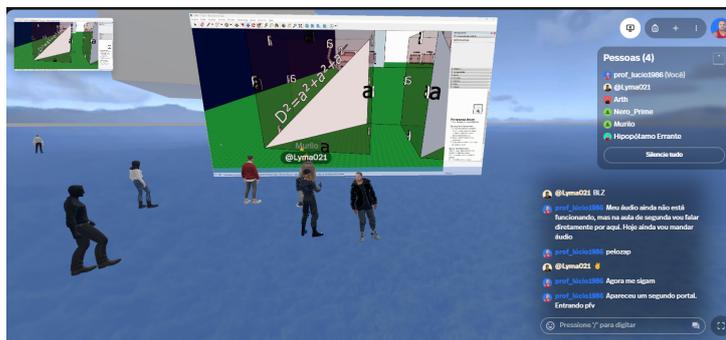


Figura 71

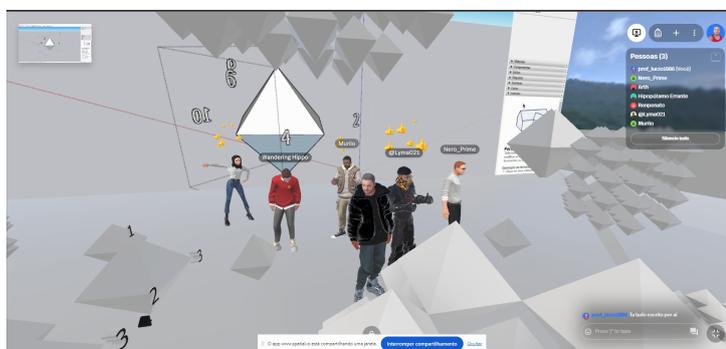


Figura 72



Figura 73



Figura 74

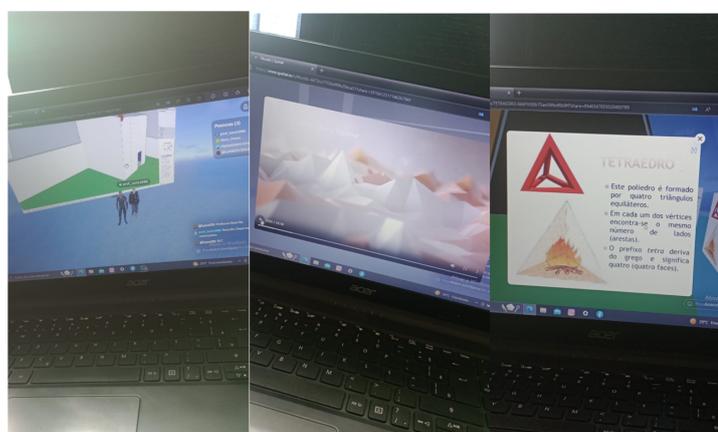


Figura 75



Figura 76

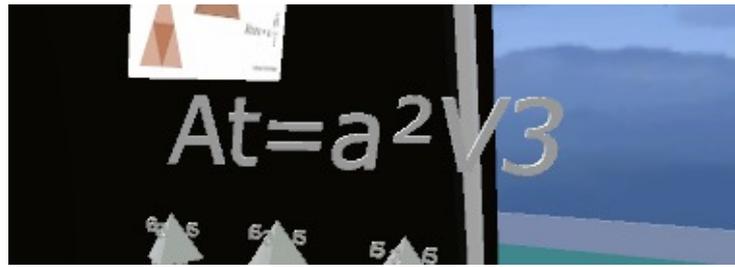


Figura 77



Figura 78

Apêndice

A.1 - Planejamento de Atividades no Metaverso para Geometria Espacial

Introdução à História da Matemática e Sólidos de Platão

- **Objetivo:** Introduzir os alunos à história da matemática, destacando Platão, Teeto e os Pitagóricos, e explorar os sólidos de Platão.
- **Atividade:** Crie um ambiente virtual que recrie um antigo cenário grego, com estátuas e elementos da época. Conduza uma palestra virtual interativa sobre a história da matemática, destacando os sólidos de Platão.

Explorando o Tetraedro

- **Objetivo:** Compreender as propriedades do tetraedro.
- **Atividade:** Os alunos são divididos em grupos e recebem modelos 3D de tetraedros. Eles exploram as propriedades do sólido, discutem e apresentam suas observações em um ambiente virtual.

Investigação do Hexaedro (Cubo)

- **Objetivo:** Explorar as características do hexaedro.
- **Atividade:** Os alunos participam de uma caça ao tesouro virtual, onde devem encontrar cubos escondidos em diferentes locais do ambiente virtual. Cada vez que encontram um cubo, eles discutem suas características e propriedades.

Descobrimo o Octaedro

- **Objetivo:** Identificar as propriedades do octaedro.
- **Atividade:** Organize uma competição de construção virtual, onde os alunos devem usar blocos de construção virtuais para construir octaedros. Eles devem discutir e comparar as diferentes construções, destacando as propriedades do sólido.

Explorando o Dodecaedro e o Icosaedro

- **Objetivo:** Investigar os dodecaedros e icosaedros.
- **Atividade:** Os alunos são desafiados a criar modelos 3D de dodecaedros e icosaedros usando ferramentas de modelagem virtual. Eles discutem as semelhanças e diferenças entre os dois sólidos, destacando suas propriedades únicas.

Diferença entre os Sólidos de Platão

- **Objetivo:** Comparar e contrastar os sólidos de Platão.
- **Atividade:** Organize um debate virtual onde os alunos defendem diferentes sólidos de Platão e discutem suas características distintas.

Investigando Números de faces, Vértices e Arestas dos Sólidos de Platão utilizando a Fórmula de Euler.

- **Objetivo:** Compreender a relação entre faces, vértices e arestas dos sólidos, e aplicar a fórmula de Euler.
- **Atividade:** Os alunos trabalham em grupos para calcular o número de faces, vértices e arestas de diferentes sólidos de Platão e aplicar a fórmula de Euler para verificar sua validade.

Considerações Finais

- **Público-Alvo:** Alunos do Nono ano.
- **Duração:** Cada sessão pode durar entre 60 e 90 minutos
- **Plataforma:** Utilização do Spatial, plataforma gratuita de realidade virtual imersiva para debater, explorar e visualizar o conteúdo proposto.



PROFMAT

QUESTIONÁRIOS APLICADOS PARA COLETA DE DADOS
A.2 - Questionário para coletar dados no início das atividades:

1. Qual é a sua idade?

2. Você joga algum tipo de jogo online de realidade virtual?

(a) Sim, Qual(is)? _____

(b) Não

3. Como você descreveria seu interesse pela matemática?

4. Você já estudou geometria espacial antes? Se sim, qual foi sua experiência?

5. Como você se sente em relação ao uso de tecnologia no aprendizado?

6. Você tem acesso fácil a um computador ou dispositivo móvel (smartphone)?

7. Qual é a sua disponibilidade de acesso à internet wifi em casa?

8. Você já participou de atividades de aprendizado em um ambiente virtual (como o SPATIAL OU TINKERCAD) antes?

9. Antes da explicação, você sabia ou tinha ideia do que seja o metaverso?

10. Como você acha que o aprendizado em um ambiente virtual pode ser diferente do aprendizado presencial?

11. Você acredita que o aprendizado em um ambiente virtual pode ser tão eficaz quanto o aprendizado presencial?

12. Quais são suas expectativas em relação a esta atividade?

13. Qual é o seu nível de conforto em participar de trabalhos em grupo? Ou prefere fazer trabalhos individuais?

14. Você prefere aprender de forma mais visual, auditiva ou prática?

15. Você tem alguma sugestão ou ideia sobre como tornar as atividades mais interessantes ou envolventes para você?

16. Seus pais têm interesse em acompanhar seu progresso neste projeto?



A.3 - Questionário inicial para coletar dados quantitativos sobre o nível de conhecimento dos alunos sobre o conteúdo a ser trabalhado:

1. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Nenhum conhecimento" e 5 significa "Muito conhecimento", qual é o seu nível de conhecimento sobre geometria espacial?

1 2 3 4 5

2. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Nenhum conhecimento" e 5 significa "Muito conhecimento", qual é o seu nível de conhecimento sobre os sólidos de Platão?

1 2 3 4 5

3. Você costuma estudar matemática fora da escola?

 - (a) Não
 - (b) Dificilmente
 - (c) Pouco, mas só para avaliações
 - (d) Quando não entendo algum assunto
 - (e) Sim, costumo revisar a matéria em casa

4. Quantas vezes você já estudou ou ouviu falar sobre geometria espacial em aulas anteriores?

 - (a) Não recorda
 - (b) Poucas vezes
 - (c) Uma vez por ano, no final do ano letivo
 - (d) Todos os anos

5. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Nada familiarizado" e 5 significa "Muito familiarizado", quão familiarizado você está com o uso de ferramentas de modelagem 3D ou ambientes virtuais?

1 2 3 4 5

6. Quantas vezes você já participou de atividades de aprendizado em um ambiente virtual, com Realidade Aumentada ou/e Imersiva?

 - (a) Sim

(b) Não

7. Você já leu ou estudou sobre os sólidos de Platão antes?

(a) Sim

(b) Não

8. Você já estudou a fórmula de Euler $V - A + F = 2$ em problemas de geometria antes?

(a) Sim

(b) Não

9. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Nunca" e 5 significa "Sempre", com que frequência você se sente confortável participando de discussões em grupo sobre matemática?

1 2 3 4 5

10. Você já utilizou a internet como recurso de aprendizado para matemática fora da sala de aula? Se sim, com que frequência?

(a) Sim _____

(b) Não



A.4 - Lista de exercícios sobre o assunto de geometria espacial, focando nos sólidos de Platão e na fórmula de Euler:

1. História da Matemática e Sólidos de Platão:

(a) Quais foram os principais estudiosos da geometria que contribuíram para o desenvolvimento dos sólidos de Platão?

(b) Qual é a característica principal dos sólidos de Platão em termos de suas faces, vértices e arestas?

(c) Quais são os cinco sólidos de Platão e quantas faces cada um possui?

(d) Qual é a relação entre os sólidos de Platão e os elementos da natureza, conforme descrito na filosofia de Platão?

(e) Como os sólidos de Platão são importantes na história da matemática e da filosofia?

2. Tetraedro:

(a) Quantas faces, vértices e arestas possui um tetraedro?

(b) Qual é a fórmula para calcular a área da superfície de um tetraedro regular?

(c) Como podemos descrever as propriedades de simetria de um tetraedro?

(d) Qual é a relação entre o tetraedro e o ponto de vista de um observador em um espaço tridimensional?

(e) Como podemos construir um tetraedro regular a partir de um cubo?

3. Hexaedro (Cubo):

(a) Quantas faces, vértices e arestas possui um cubo?

(b) Qual é a fórmula para calcular o volume de um cubo?

(c) Como podemos determinar a diagonal de um cubo?

(d) Quais são as propriedades de simetria de um cubo?

(e) Qual é a relação (Fórmula) entre as diagonais de um cubo e seus lados?

4. Octaedro:

(a) Quantas faces, vértices e arestas possui um octaedro?

(b) Qual é a fórmula para calcular a área da superfície de um octaedro regular?

(c) Como podemos determinar o volume de um octaedro?

(d) Quais são as possíveis seções transversais de um octaedro?

(e) Como podemos construir um octaedro regular a partir de um cubo?

5. Dodecaedro:

(a) Quantas faces, vértices e arestas possui um dodecaedro?

(b) Qual é a fórmula para calcular a área da superfície de um dodecaedro regular?

(c) Como podemos determinar o volume de um dodecaedro?

(d) Quais são as características únicas de um dodecaedro em comparação com outros sólidos de Platão?

(e) Qual é a relação entre o dodecaedro e a geometria sagrada?

6. Icosaedro:

(a) Quantas faces, vértices e arestas possui um icosaedro?

(b) Qual é a fórmula para calcular a área da superfície de um icosaedro regular?

(c) Como podemos determinar o volume de um icosaedro?

(d) Quais são as possíveis seções transversais de um icosaedro?

(e) Como podemos construir um icosaedro regular a partir de um dodecaedro?

7. Diferenças entre os Sólidos de Platão:

(a) Quais são as principais diferenças entre os sólidos de Platão em termos de suas características geométricas?

(b) Como podemos classificar os sólidos de Platão em termos de convexidade e não-convexidade?

(c) Quais são as propriedades compartilhadas por todos os sólidos de Platão?

(d) Como podemos determinar se um sólido é convexo ou não-convexo?

(e) Qual é a relação entre os sólidos de Platão e a fórmula de Euler?

8. Aplicações da Fórmula de Euler:

(a) Qual é a fórmula de Euler? Ela se aplica em todos os sólidos?

(b) Como podemos usar a fórmula de Euler para verificar a validade de uma rede de poliedros?

(c) Como podemos usar a fórmula de Euler para contar o número de faces, vértices e arestas de um sólido?

- (d) Usando a Fórmula de Euler, dado um sólido com 10 Vértice, 5 Faces, esse sólido regular existe? Se sim, quantas Arestas ele tem? Se não, porque?

- (e) Usando a Fórmula de Euler, dado um sólido com 5 Vértice, 10 Faces, esse sólido regular existe? Se sim, quantas Arestas ele tem? Se não, porque?



A.5 - Questionário qualitativo para o final da atividade de ensino da matemática no metaverso:

1. O que você achou da experiência de aprender matemática no ambiente virtual?

2. Como você compararia sua experiência de aprendizado no metaverso com o aprendizado presencial em sala de aula?

3. Quais foram os aspectos mais desafiadores desta atividade para você?

4. Quais foram os aspectos mais interessantes ou envolventes desta atividade para você?

5. Você sentiu que conseguiu compreender melhor os conceitos de geometria espacial e os sólidos de Platão através desta experiência no metaverso? Por quê?

6. Você teve a oportunidade de interagir e colaborar com seus colegas durante a atividade? Como foi essa experiência para você?

7. Você encontrou alguma dificuldade técnica ao utilizar o ambiente virtual? Se sim, quais foram essas dificuldades?

8. Houve algum momento durante a atividade em que você se sentiu particularmente empolgado ou inspirado? Se sim, o que causou essa sensação?

9. Como você avaliaria a eficácia do uso de ferramentas de modelagem 3D e ambientes virtuais para o ensino da matemática?

10. Você sentiu que as atividades no metaverso ajudaram a consolidar seus conhecimentos sobre geometria espacial e os sólidos de Platão? Por quê?

11. Você teve a oportunidade de aplicar os conceitos aprendidos em situações práticas ou desafios durante a atividade? Como foi essa experiência?

12. Você tem alguma sugestão ou ideia para melhorar futuras atividades de aprendizado no metaverso?

13. Como você se sentiu em relação à interação com o professor ou moderador durante a atividade? Você sentiu que suas dúvidas foram esclarecidas adequadamente?

14. Você gostaria de participar de mais atividades de aprendizado no metaverso no futuro? Por quê?

15. Como você descreveria o impacto geral desta experiência de aprendizado no metaverso em sua percepção da matemática e seu interesse pela disciplina?

A.6 - Questionário quantitativo para mensurar o nível de aprendizado na atividade de ensino da matemática no metaverso:

1. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Muito insatisfeito" e 5 significa "Muito satisfeito", qual é o seu nível de satisfação geral com a experiência de aprendizado no metaverso?
1 2 3 4 5

2. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Muito difícil" e 5 significa "Muito fácil", qual é o seu nível de dificuldade percebida durante as atividades no metaverso?
1 2 3 4 5

3. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Nenhuma compreensão" e 5 significa "Compreensão completa", qual é o seu nível de compreensão dos conceitos de geometria espacial e os sólidos de Platão após a atividade?
1 2 3 4 5

4. Você interagiu com seus colegas durante as atividades no metaverso?
(a) Sim
(b) Não

5. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Nada confortável" e 5 significa "Muito confortável", qual é o seu nível de conforto ao usar ferramentas de modelagem 3D e ambientes virtuais?
1 2 3 4 5

6. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Nada familiarizado" e 5 significa "Muito familiarizado", quão familiarizado você está com o conteúdo abordado nas atividades no metaverso?
1 2 3 4 5

7. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Nunca" e 5 significa "Sempre", com que frequência você sentiu que estava aprendendo ativamente durante as atividades no metaverso?

1 2 3 4 5

8. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Muito insatisfeito" e 5 significa "Muito satisfeito", qual é o seu nível de satisfação com a interação com o professor ou moderador durante as atividades?

1 2 3 4 5

9. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Nunca" e 5 significa "Sempre", com que frequência você sentiu que suas expectativas foram atendidas durante as atividades no metaverso?

1 2 3 4 5

10. Em uma escala de 1 a 5, onde 1 significa "Nunca" e 5 significa "Sempre", com que frequência você gostaria que as atividades, independente da disciplina, acontecesse no metaverso ou em qualquer outra ferramenta online?

1 2 3 4 5