UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL PROFMAT

Erick Cristian Tourão Oliveira

UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA ENVOLVENDO RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS COM O USO DO GEOGEBRA

SINOP-MT
Novembro de 2024

Erick Cristian Tourão Oliveira

UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA ENVOLVENDO RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS COM O USO DO GEOGEBRA

Dissertação apresentada a Coordenação Institucional do Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional da Universidade do Estado de Mato Grosso, Campus de Sinop como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Profº. Dr. Miguel Tadayuki Koga

SINOP-MT
Novembro de 2024

Ficha catalográfica elaborada pela Supervisão de Bibliotecas da UNEMATCatalogação de Publicação na Fonte.
UNEMAT - Unidade padrão

Oliveira, Erick Cristian Tourão.
Uma experiencia didatica envolvendo razões trigonometricas com uso do Geogebra / Erick Cristian Tourão Oliveira. - Sinop, 2024.
95f.: il.

Universidade do Estado de Mato Grosso "Carlos Alberto Reyes Maldonado", Matemática/SNP-PROFMAT - Sinop - Mestrado Profissional, Campus Universitário De Sinop.
Orientador: Dr. Miguel Tadayuki Koga.

1. Trigonometria. 2. Ensino de Razões Trigonométricas. 3. Didática Dinâmica e Atrativa. I. Koga, Miguel Tadayuki, Dr. II. Título.

UNEMAT / MT-SCB CDU 514.116:004.4

ESTADO DE MATO GROSSO
SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACET – FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL- PROFMAT
UNEMAT - SINOP

ERICK CRISTIAN TOURÃO OLIVEIRA

UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA ENVOLVENDO RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS COM O USO DO GEOGEBRA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – ProfMat da Universidade do Estado de Mato Grosso/UNEMAT – Campus Universitário de Sinop, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dr. Miguel Tadayuki Koga
Aprovado em 06/11/2024

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Miguel Tadayuki Koga
UNEMAT – SINOP - MT

Prof. Dr. Inédio Arcari
UNEMAT – SINOP - MT

Adriana M. C. Figueiredo
Profa. Dra. Adriana Matheus da Costa de Figueiredo
UNEMAT – ALTA FLORESTA - MT

Sinop/MT
2024

Dedico esta conquista à minha mãe, Raimunda Bernadeth, cuja força e sabedoria sempre me guiaram. Mãe, você é o alicerce que sustenta minha jornada e a inspiração que ilumina meu caminho. Sem seu amor e apoio incondicional, nada disso seria possível.

À minha querida esposa, Erica Iocca, minha eterna companheira e motivação. Sua paciência, compreensão e encorajamento constante foram fundamentais para alcançar este sonho. Obrigado por estar ao meu lado em cada passo desta caminhada. Te amo.

AGRADECIMENTOS

E com imensa gratidão, que primeiramente gostaria de agradecer ao meu precioso Deus, por me proporcionar mais uma realização e vitória, em minha vida, começar e concluir esse mestrado.

Agradecer a minha amada esposa, Erica Iocca, pela compreensão, apoio e incentivo que me deu nesses dois anos de luta que tivemos, para que eu pudesse realizar esse meu sonho, essa vitória também é dela!

Aos meus amigos Celso e Graziela que todo fim de semana estavam comigo nessas cansativas viagens que fazíamos até Sinop, às vezes de ônibus, às vezes de carro, mas sempre nos ajudando e nos apoiando, para que não desistíssemos.

Minha amiga de turma Raquel e seu Esposo Antoniel que me acolheram em sua casa, para que eu pudesse me preparar para a prova do Exame Nacional de Qualificaço.

Aos meus amigos da disciplina Optativa Obrigatória que toda sexta feira me ajudava a revigorar minhas forças e continuar com essa árdua batalha, para conclusão do mestrado.

Em geral, todos meus amigos da Turma do ProfMat 2022, que durante esses anos foram minha segunda família e me ajudaram nessa caminhada proporcionando momento memoráveis e por isso todos estarão para sempre no meu coração.

Agradecer também, a todos meus professores do Curso que lutaram e se esforçaram ao máximo para ensinar e passar os seus conhecimentos, para toda a turma.

E por fim, claro, não podia deixar de fazer um agradecimento especial ao meu Orientador, professor Doutor Miguel Tadayuki Koga pelos seus ensinamentos, dicas e apoio que me passou, principalmente nas semanas que antecederam as duas provas do Exame Nacional de Qualificação. Esse apoio foi fundamental para que eu pudesse me preparar e obter a aprovação, nessa prova tão desafiadora.

Gratidão à Todos!!!

Resumo

O presente trabalho apresenta o desenvolvimento de uma experiência didática, envolvendo o conteúdo matemático de razões trigonométricas, com a utilização do *software GeoGebra*. O objetivo principal do trabalho é proporcionar uma experiência didática dinâmica e atrativa para os alunos, de modo que se interessem e envolvam nas atividades propostas. Essa experiência teve como objetivo contribuir no processo de aprendizagem dos alunos na introdução ao conteúdo de trigonometria, assim como, auxiliar os professores de matemática no ensino da trigonometria. A experiência didática ocorreu na Escola Estadual Jardim Universitário, no município de Alta Floresta, em uma turma do 2º ano do Ensino Médio e foi desenvolvida no primeiro bimestre de 2024. A avaliação do trabalho foi respaldada pela pesquisa qualitativa. Utilizamos como instrumento de coleta de dados a observação e teve como parâmetros a postura dos alunos no desenvolvimento das atividades propostas. Ela foi estruturada em cinco atividades, uma introdutória, três como atividade de ensino de razões trigonométricas e uma avaliativa. No decorrer das atividades encontramos algumas dificuldades e algumas surpresas, entretanto conseguimos concluir com um resultado positivo. Conseguimos que os alunos fossem mais ativos nas aulas, fazendo perguntas, questionando e resolvendo as atividades, fatos esses que não estavam acontecendo nas aulas de matemáticia que antecederam a nossa experiência didatica.

Palavras-Chave

Trigonometria, Ensino de razões trigonometricas, didatica dinâmica e atrativa.

Abstract

This thesis presents the development of a didactic sequence involving the mathematical content of trigonometric ratios, using the "GeoGebra" software. The main objective of the thesis is to provide a dynamic and attractive didactic sequence for students, making them interested and involved in the proposed activities. The objective of the sequence was to contribute to the students' learning process as an introduction to trigonometry content, as well as to assist mathematics teachers in teaching trigonometry. The didactic intervention happend at Escola Estadual Jardim Universitário, in Alta Floresta city, in a 2º year high school class and was developed in the first two-months period of 2024. The evaluation of the thesis was supported by qualitative research, using as an instrument of Data collection, observation and sessions focused on students' attitudes towards developing the proposed activities. The sequence was structured into five activities, one introductory, three teaching trigonometric ratios and one evaluative. During the activities we encountered some difficulties and some surprises, however we managed to conclude with a positive result. We managed to get students to be active in class, asking questions, questioning and solving activities, things that did not happen in previous math classes.

Key Words

trigonometry, trigonometric ratios, GeoGebra.

Sumário

Lista de ilustrações

1 Introdução

Há quase 10 anos em sala de aula, já atuei em turmas e com alunos diferenciados, em escolas particulares e públicas, no estado do Pará e do Mato Grosso. Posso até fazer uma metáfora com a música do Martinho da Vila, "Mulheres" que diz assim: "já tive mulheres de todas as cores e várias idades.... com umas até certo tempo fiquei, com outras apenas um pouco me dei...". Claro que no meu caso usaria aluno no lugar de mulheres e a música seria perfeita para mim. Mas, apesar de toda a diversidade de discentes, um fato é bem claro entre eles, a dificuldade em entender e compreender os conceitos envolvidos na trigonometria.

Por anos pensei em desenvolver abordagens diferenciadas para proporcionar uma melhor aprendizagem da trigonometria, especificamente em razões trigonométricas. Busquei, práticas e ferramentas que pudessem contribuir para que os estudantes compreendessem esse conteúdo mais efetivamente. Porém, essas iniciativas esbarravam na dificuldade de implementar em sala de aula. Especificamente no aspecto computacional, seria necessário instalar softwares educativos nos computadores disponíveis para os alunos. Contudo, a realidade das escolas que trabalhei desde 2014 não ajudavam, tanto na rede pública quanto nas privadas de Belém do Pará.

Em 2016 finalizei minha especialização em Ensino da Matemática básica, na Faculdade Integrada Brasil Amazonia – FIBRA, e junto com meu orientador da época desenvolvemos algumas atividades de razões trigonométricas, utilizando o GeoGebra e a resolução de problemas. Entretanto, não conseguimos colocar em prática, devido à escassez de amparo tecnológico nas escolas.

Em 2018, vim para o Mato Grosso, mais precisamente para Alta Floresta, assumir o concurso da Secretaria Estadual de Educação - SEDUC, no qual sou professor até hoje. Para minha surpresa, a realidade tecnológica das escolas não era diferente de Belém. Entretanto, no ano letivo 2022, o governo do Estado, resolveu investir na educação do Estado e comprou para as escolas os chamados Chromebooks, os notebooks portáteis, que ficam disponíveis nas escolas para os professores usarem, em suas aulas junto com os alunos. Portanto, agora todo aluno tem acesso individual à um computador. Então podemos realizar as atividades com software GeoGebra, possibilitando aos alunos uma forma de ensino diferenciada, de tal maneira que faça eles participarem mais das aulas, tornando um ambiente mais atrativo e prazeroso, tanto para o professor, quanto para o aluno.

Para Persiano (2013) a forma como os alunos aprendem matemática é influenciada pela metodologia adotada pelos professores, que pode variar entre abordagens tradicionais, construtivistas ou outras. Na metodologia tradicional, o professor se posiciona como detentor do conhecimento e o aluno como um mero receptor, em que tem que absorver e aceitar o que o professor define, de forma passiva, sendo o ensino baseado na exposição verbal, explorando sequências que se inicia com a definição, seguido de exercícios de fixação e, posteriormente, aplicação, modelo que valoriza o exercício exaustivo, a memorização em detrimento da experimentação e iniciativa.

Conforme Oliveira (2006), em uma sala de aula tradicional fica patente que é o professor a estrela. Este fica no palco onde se situa toda a ação, enquanto o aluno, passivo e bem-comportado, só assiste ao espetáculo, ou, no máximo, é dado um pequeno papel sob a direção cuidadosa do professor.

Por outro lado, segundo Dionizio (2011), surgem metodologias que se contrapõem, ao modelo tradicional, a construtivista, metodologias ativas e outras, onde o aluno é o agente ativo do seu próprio conhecimento. Ele passa a ser o centro das atenções e o professor um simples mediador entre o conhecimento e o aluno. Por isso agora o desenvolvimento do aprendizado é realizado de aluno para aluno através da interação entre eles.

Contudo, Dionizio (2011), afirma que os alunos sentem dificuldades no processo de aprendizado da trigonometria, principalmente neste modelo tradicional, forma pela qual a maioria dos professores de matemática foram formados e consequentemente atuam da mesma maneira. Por isso, acreditamos que com uma forma diferenciada de se trabalhar, podemos melhorar a aprendizagem da trigonometria e também a participação dos alunos nas aulas, uma vez que a aula fica mais atrativa para eles.

Segundo Gil (1999) a pesquisa exploratória tem o objetivo de mostrar uma visão geral do problema, no qual nos possibilita atender o objetivo deste trabalho. Já

Santos (2010), diz que o objetivo de uma pesquisa exploratória é se familiarizar com o assunto pouco explorado. Assim, no final de uma pesquisa exploratória o pesquisador terá um conhecimento maior sobre o assunto pesquisado. Mas, assim como qualquer outra pesquisa, ela depende de uma pesquisa bibliográfica.

Este trabalho trata-se de uma intervenção didática, objetivando uma melhoria na qualidade de enisno da matemática. A atuação didática é uma experiência envolvendo o conteúdo de razões trigonometricas, direcionado para os alunos do ensino médio. A metodologia de pesquisa avordada será a pequisa qualitativa, tendo como instrumento principal a observação, considerando como objeto principal o comportamento dos alunos em sala de aula, além de outros instrumento de avaliação. Foram utilizadas 5 atividades, nas quais uma serviu como aprendizagem do processo de resolução das atividades, três atividades com 5 exercícios cada, no desenvolvimento desta atividades foi observado o comportamento e o envolvimento dos alunos, além de realizar uma avaliação quantitativa envolvendo o conteúdo aboradados nas atividades 2, 3 e 4, para o desenvolvimento das atividades, foram utilizados os Chromebooks e o Software Geogebra.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma, após a introdução, temos o capítulo 2, onde apresentamos um resumo de como a trigonometria se desenvolveu no decorrer dos séculos. No capitulo 3, falamos de algumas dificuldades encontradas no ensino da matemática e é claro da trigonometria, considerando os problemas de aprendizagem apresentadas pelos alunos da Educação Básica. No Quarto capítulo, apresentamos um relato de como ocorreu a nossa experiência em sala de aula, detalhando os 5 os encontros, que no final acabou virando 6, como foi a participação dos alunos em cada uma das 5 atividades que desenvolvemos, uma auto avaliação por partes dos alunos. No final apresentamos nossa análise do trabalhos desenvolvido, as dificuldades enfrentadas bem como os benefícios no desenvolvimento de um trabalho didático nesta perpectiva, o que modificou a sala de aula e outros fatores que contribuiram para uma avaliação positiva do trabalho didático proposto.

2 A TRIGONOMETRIA NO DECORRER DOS SÉCULOS

Este capítulo tem como objetivo apresentar a respeito da história da trigonometria, de sua origem até o século XIX.

Segundo Costa (2003) um dos primeiros resquícios de estudo de trigonometria surgiu no Egito e na Babilônia, por volta do século XVII a.C. Esse ramo da matemática foi desenvolvido para auxiliar o desenvolvimento de agrimensura, navegações e principalmente da astronomia. Segunda a pesquisadora, esses povos utilizavam de forma rudimentar a trigonometria, para calcular raízes entre números e lados de triângulos semelhantes.

> Para os estudos dos astros, desenvolveu-se uma matemática, não como uma ciência em si, mas como ferramenta para astronomia. Dentre os recursos matemáticos utilizados, foi surgindo o que posteriormente passaríamos chamar e considerar como ciência, parte da matemática: a Trigonometria. (Lindeghe, 2000. p.41)

Entretanto, para Uberti (2003), a palavra trigonometria tem origem no grego trigōnon (triângulo) e metron (medida), no qual tinha como objetivo estudar as relações entre ângulos e lados de um triângulo. No geral, a trigonometria veio para unir o útil ao agradável: útil pois existia técnicas e teoria matemática aplicáveis e acessíveis a todo momento e agradável porque seria aplicável a Astronomia. Portanto, na história da trigonometria podemos ver o crescimento de três partes clássicas da matemática: álgebra, análise e geometria.

De acordo com Costa (2003), foi feito no Egito o papiro de Ahmes por volta 1650 a.C, no qual conhecemos como Papiro de Rhind. Esse papiro é um documento feito com aproximadamente 84 problemas e mostra o uso de frações, a resolução de equações simples e de progressões, a medição de áreas dos triângulos, trapézios e retângulos, o cálculo de volumes de cilindros e prismas.

Segundo Lindeghe (2000), os babilônicos foram excelentes astrônomos, no qual com a ajuda da trigonometria conseguiram construir um calendário astrológico e uma tábua de eclipse. Ele acredita também que foram os babilônicos que criaram o sistema Sexagesimal, relacionando-o facilmente com a divisão do círculo em seis partes iguais, no qual usava o raio como corda.

Para Costa (2003), a trigonometria primitiva foi encontrada também no oriente, especificamente na China, por volta e $1100 a.C.$, em pleno reinado de Chóup-Pei Suan-King. Os Chineses utilizavam triângulos retângulos com bastante frequência para fazer cálculo de medição de distância, comprimento e profundidade. Segundo a autora, há estudos que dizem que os chineses já utilizavam as relações trigonométricas, porém não sabe dizer quais os nomes dados as mesmas. Apareceu na China também o conceito de ângulo e a forma de como medi-lo, da mesma maneira que surgiu a necessidade dos povos antigos, surgiu do povo chinês a necessidade de medir ângulos, por causa da sua astronomia.

Também não foram só os Egípcios e os babilônicos que contribuíram para o desenvolvimento da trigonometria. De acordo com Lindegge (2000), os gregos também tiveram grandes contribuições para a ciência com dois de seus grandes matemáticos do século VI a.C., Tales de Mileto (624–546 a.C.) e Pitágoras (570-495 a.C.). O primeiro realizou estudos sobre semelhança de triângulo, e postulou um teorema, que ficou conhecido como Teorema de Tales. O segundo, que era discípulo do Tales, também contribuiu de forma significativa para o desenvolvimento da trigonometria com um outro Teorema, conhecido por todos como Teorema de Pitágoras, no qual dizia, segundo Eves apoud Lindegger (2000), O quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a soma dos quadrados sobre os catetos. Partindo desse teorema temos as relações Fundamentais da trigonometria.

Para Costa (2003), outros dois gregos que também tiveram fundamental importância para a história da trigonometria foi Hipartaco de Nicéia (180–125 a.C.) e Menelau de Alexandria (70–140 d.C.). Esse último produziu um tratado falando sobre as cordas em um círculo, em 6ª edições, entretanto, vários foram perdidos com o tempo. Felizmente o seu tratado conhecido como *Sphaerica* se preservou numa versão árabe, em 3 edições, e esse seu trabalho é o mais velho trabalho conhecido sobre a trigonometria esférica. Já o primeiro, no meio do século II a.C., fez um tratado em doze livros e criou, possivelmente, que conhecemos como a primeira tabela trigonométrica e com valores de corda, uma série de ângulos de $0^{\underline{o}}$ a $180^{\underline{o}}$. Provavelmente, Hipartaco realizou esses cálculos para serem usados na astronomia. Foi ele que fez a divisão da circunferência em 360 partes iguais e que deu o nome do arco de um grau, para cada parte. Por essas e outras contribuições que Hipartaco recebeu o título de Pai da Trigonometria.

Para Lindegger (2000), mesmo sendo considerado o pai da trigonometria, Hipartaco serviu como base para autor da mais importante obra da trigonometria, que composta por treze volumes, ficou conhecida pelos árabes como *megístē*, "máxima", donde a corruptela *al-majisti*, que gerou a palavra Almagesto, pela qual o tratado passou a ser identificado.

No primeiro volume do Almagesto, Ptolomeu escreveu sobre a matemática preliminar, aquela que era indispensável na época. Porém, somente no capítulo dez e capítulo onze, falou especificamente da trigonometria, onde o primeiro fala sobre como calcular uma tabela de corda e o segundo explica o que é e para que serve essa tabela.

Fazendo um resumo da obra de Ptolomeu em relação a suas contribuições mais importantes para o estudo de trigonometria, podemos destacar, segundo Costa (1997), a elaboração do Teorema de Ptolomeu dando base para a criação de uma equivalente formula do seno da soma e diferença de dois arcos; uma tabela de cordas mais completa que a de Hipartaco; a divisão da circunferência em 360 graus e inovou utilizando a base 60 para expressar ângulos e qualquer tipo de cálculo; por último, criou o metódo para calcular a metade de um arco de um corda conhecida, que conhecemos como seno do arco metade, a parti daí calcular com precisão cordas com um bom grau.

Contudo, o aparecimento real do seno de um ângulo veio somente por volta do século VI d.C., com o trabalho do hindu Ariabata ($476-550d.C.$) que elaborou tabelas de metade de cordas, que agora era realmente de seno, porém era conhecido com Jiva. Segundo Lindegger (2000), isso ocorreu porque os hindus não foram seguidores de Ptolomeu e sua obra Almagesto, cuja ideia era relacionar os ângulos centrais com suas cordas correspondentes.

No século IX, a trigonometria chegou ao mundo islâmico. Porém, os árabes viviam em conflitos sobre as ideias que iam basear seus estudos, Almajestor de Ptolomeu ou A trigonometria de Ariabata. Mas de acordo com estudos de Lindegger (2000), um matemático árabe, saído da Escola de Bagdá, chamado de Al-Battani ($858-929 d.C.$), adotou a trigonometria Ariabata e conseguiu introduzir uma preciosa inovação para os estudos de trigonometria - o círculo de raio unitário - com isso fazendo surgir a função seno.

Nos estudos de Lindegger (2000), estudiosos afirmam que Robert Chester (1114 – 1187 d.C.) fez a tradução equivocada da palavra árabe *Jiba*, que por cultura local era abreviada por *Jb*, e por isso ele pensou que a palavra completa era *Jaib*. Portanto traduziu para o latim e ficou como *Sinus*. Existem pessoas que acreditam que a denominação seno é por causa do gráfico das suas funções serem sinuosas, porém *jaib* em árabe significa "baía" ou "enseada". Por isso, a palavra seno vem de uma tradução errada, que dura até hoje. Contudo, o uso da palavra seno ganhou força e começou ser usada definitivamente quando Fibonacci utilizou o termo *Sinus rectus*.

Para Neto (2010), outro matemático e astrônomo que teve sua importância relevante para os estudos da trigonometria foi o Persa Nasir Eddin ($1201-1274$), que na metade do século XIII, elaborou um trabalho conhecido como tratado sobre quadrados para qual a trigonometria plana, pela primeira vez, apareceu como uma ciência própria, separada da astronomia.

A partir do século XV, a matemática começou a dar passos importantes para o seu desenvolvimento. Foi nesse periodo que foram expressas pela primeira vez as noções de variáveis, quantidades e de funções. Lindegger (2000) afirma que grande parte do desenvolvimento da trigonometria na europa aconteceu na Inglaterra. Com um Australiano que traduziu o Almagesto diretamente do grego, excluindo assim erros de tradução feitos por antigos tradutores e estudiosos. Com suas traduções, George Peurbach ($1423-1461$) também começou a calcular as tabelas de senos com mais precisão. E o outro, foi o alemão, João Regiomontano ($1436-1476$), que continuou o trabalho do seu mestre Peurbach, que baseado no trabalho de Nasir Eddin, conseguiu organizar a trigonometria como uma ciência separada da astronomia.

Para Costa (1997), Regiomontanos foi o maior matemático do seu século, pois ele escreveu um trabalho dividido em cincos livros sobre a trigonometria completa, chamando-o de "Tratado sobre Triângulos". Nesse trabalho, Regiomontanos calculou novas tabuas trigonométricas, aperfeiçoando a de seno feita por seu mestre, fez um estudo cuidadoso das resoluções de triângulos, usando a trigonometria no triangulo retângulo e começou a introduzir na trigonometria europeia a ideia do uso de tangente, colocando-as em suas tábuas. Por tudo, ele foi considerado o matemático do seu século.

Segundo Lindegger (2000), por volta de 1551 na Alemanha, foi usada pela primeira vez as seis funções trigonométricas como funções dos ângulos, em vez de funções dos arcos, e submetidas como razões, no livro "Canon Doctrinae Triangulorum" de Joachim Rhaeticus (1514 – 1576), contudo, o autor não deu nome para seno, cosseno e tangente. Mesmo após sua morte, seu aluno Valentin Otto (1950- 1601), por duas décadas, continuou seus estudos e o publicou em 1596 com o título *Opus palatinum de triangulis*. Esse trabalho teve 1500 páginas contendo cálculos manuais de 100.000 funções trigonométricas.

> Rhaetius (1514-1576) aumentou a precisão para onze casas decimais e os senos, cossenos, tangentes e cossecantes foram calculados de minuto em minuto para os arcos do primeiro quadrante e de dez em dez segundos para o arco de 1º. (Costa, 1997, p. 22)

Outro matemático importante nesta época foi Francisco Vieta (1540- 1603), que de acordo com Neto (2010), foi o primeiro a fazer um tratamento analítico à trigonometria, ou seja, foi quem começou a utilizar letras, para representar os coeficientes trigonométricos. Vieta também deu início ao desenvolvimento sistemático do cálculo de medidas de ângulos e lados nos triângulos plano e esférico, com cálculos aproximados até minutos, com a auxílio das seis funções trigonométricas. Ele ainda escreveu um livro chamado de *Variorum de Rebus Mathematicis*, onde expôs a ideia de decompor em triângulos retângulos os triângulos oblíquos, para encontrar o valor de seus ângulos e seus lados.

Em seguida, apareceu Bartholomeu Pitiscus (1561- 1613) que publicou um tratado, em 1595, no qual ele modernizou o estudo das tábuas de Rhaetius e as corrigiu.

Segundo Costa (1997), foi com Pitiscus que a palavra trigonometria apareceu pela primeira vez, como título de um de seus livros.

Neto (2010) afirma que outro grande matemático cuja importância foi significativa, para a história e o desenvolvimento da trigonometria, foi o inglês Wilian Oughtred (1575 – 1660). Ele elaborou um trabalho em 1657, cuja preocupação era desenvolver o ponto de vista simbólico, porém como na época o desenvolvimento simbólico algébrico era mínimo e suas ideias só foram consideradas no século XVIII quando Leonhard Euler (1707-1783) exerceu sua influência no assunto.

Outro importante passo foi dado pelo britânico John Wallis (1616-1703) que, de acordo com Neto (2010), definiu fórmulas usando equações no lugar de proporções e quando trabalhou com séries infinitas. Assim sendo, Isaac Newton (1642 – 1727) pode ter também sua contribuição para o desenvolvimento da trigonometria, pois ele, paralelamente com seus estudos de cálculo infinitesimal, elaborou um trabalho com séries infinitas na expansão do arcsen x em séries, e com isso deduziu o sen x. Além de tudo, forneceu a Gottfried Leibniz (1646-1716) a fórmula geral de $sen(nx)$ e $cos(nx)$ que abriu espaço para novos estudos, para que sen x e cos x surgissem como números e não como grandezas. Sendo assim, em 1710, Thomas-Fantent de Lagny (1660-1734) evidenciou a periocidade das funções trigonométricas.

> A transição das razões trigonométricas para as funções periódicas começou com Vieta no século XVI, teve novo impulso com o aparecimento do Cálculo Infinitesimal no século XVII e culminou com a Figura de Euler. (Costa, 1997, p. 24)

Um fato que não poderia ficar fora é a utilização pela primeira vez da letra grega π (pi), pelo matemático galês Willian Jones (1675-1749) em 1707, que a usou para representar a razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência.

Ainda no século XVIII a trigonometria começou a tomar forma que se encontra hoje. Segundo Costa (1997), Euler produziu um livro, em 1748, chamado de *Introductio in Analysin Infinitorum*, onde o seno deixou de ser um grandeza e passou a ser conhecido como número que poderia ser obtido por um ordenada de um ponto de um circunferência unitária, ou definida pela série:

$$senx = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

Leite (2016) descorre sobre o francês Joseph Fourier (1768 – 1830), que no seculo XIX, publicou uma importante obra denominada *Théorie Analytique de la Chaleur* no qual descreve quando uma função $y = f(x)$ pode ser considerada um serie trigonométrica, conhecida como série de Fourier.

De acordo com Silva (2013), na primeira metade do século XX, educadores matemáticos entraram em discussão sobre a importância do ensino da trigonometria e as relações dela com álgebra e geometria, questionando se era viável ensinar, de forma independente este conteúdo ou não, pois havia estudiosos que afirmavam ser um erro grave separar trigonometria e geometria e principalmente ao considerá-la uma parte independente no currículo da matemática ensinada no ensino Médio, enquanto outros afirmavam que a trigonometria era um conteúdo específico, que deveria ser ensinado de maneira separada.

Segundo Miorim (1998), as discussões aqui no Brasil se desencadearam com a proposta apresentada pelo professor Euclides Roxo $(1890 - 1950)$, diretor do colégio Pedro II, localizado no Rio de Janeiro, que era referência em educação aqui, no país, na época. Tal proposta tinha como base as discussões feitas na *Internationalen Mathematische Unterrichts Kommission* (IMUK, sigla em alemão), no qual sugeriram mudanças importantes como a unificação da Álgebra, Aritmética e da Geometria em uma disciplina, denominada Matemática.

Entretanto, essa ideia só era nova aqui no Brasil, pois já havia sido adotada em outros países como a Alemanha e os Estados Unidos da América (EUA), mas havia países que essa ideia era questionada como na Itália e na Inglaterra. Em 1931, a proposta de Euclides Roxo participou da reforma de Francisco Campos $(1891 - 1968)$ e sofreu bastante resistência, por parte da ala conservadora dos(as) professores(as) de matemática da época, que tinham como base os mesmos argumentos de alguns países para não aderirem a proposta.

De acordo com Silva e Silva (2012), em 1942, aconteceu uma outra reforma expressiva aqui no país, criada pelo então ministro da Educação e Saúde Gustavo

Capanema (1900 – 1985), que defendia o ensino, partindo de coisas concretas, ou seja, partindo do contato da natureza e com a vida.

O ministro imprimiu fortes alterações na proposta de Euclides Roxo, pois acreditava que a cultura científica ligada ao ensino de uma ciência moderna, deveria ajudar para o crescimento intelectual e a preparação para os estudo no nível superior de maneira problematica e criativa para os alunos. Porém, essas reformas não ajudaram de maneira substancial ao currículo do Ensino da Matemática, pois a Matemática do ensino médio continuava com um enorme distanciamento da matemática do ensino superior.

Alves (2016) fala em seu estudo a respeito da trigonometria no Ensino Médio, que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) trata-a de duas maneiras. A primeira está inserida no ensino fundamental, mais especificamente no 9º ano nos estudos de geometria, aplicações nos triângulos retângulos, seno, cosseno e tangente; a segunda está relacionada às funções trigonométricas, vista no 2º ano do ensino médio, no qual é revisto a importância de ter compreendido bem os conceitos mais básicos de seno, cosseno e tangente e suas aplicações. Seguindo esse pensamento, os PCNs afirmam que:

> ... a relação da aprendizagem de matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às implicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvam medições, em especial, o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondam a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a física pode ser de grande oportunidade de aprendizagem significativa. (BRASIL, 2000, p. 44).

Por fim, em relatos de Silva (2013), pode-se perceber que a trigonometria no começo tinha o objetivo de ajudar na astronomia e na agrimensura, através da experimentação. E por fim, se transformou em uma parte da análise matemática, expressando relações entre números, sem necessidade de recorrer à arcos ou ângulos.

> Atualmente, a Trigonometria não se limita a estudar somente os triângulos, sua aplicação se estende a vários campos da matemática (como a Geometria e a Análise). Encontramos, também, aplicações da trigonometria em eletricidade, mecânica, acústica, música, engenharia civil, topografia e em muitos outros campos de atividades, aplicações essas envolvidas em conceitos que dificilmente lembram os triângulos que deram origem à trigonometria. (Dante, 2005, p.187).

Como pôde-se ver ao longo deste capítulo, a trigonometria percorreu um longo caminho para chegar até a trigonometria que conhecemos hoje sendo trabalhada na educação básica e nas universidades. No cotidiano, encontramos a trigonometria na música, telecomunicações, determinação da distância das estrelas, física, medicina, sociologia e em outras áreas científicas. Por isso, seu estudo é indispensável.

3 DIFICULDADES NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA e a TIC's GEOGEBRA

Este capítulo tem como objetivo apresentar algumas dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem da trigonometria pelos docentes e discentes em sala de aula e também apresentar a ferramenta de Tecnologia da informação e comunicação (TIC's) que iremos utilizar na nossa experiencia didatica.

Para Silveira (2002), o grande problema do processo de aprendizagem da matemática pelos alunos é o fato deles colocarem em suas cabeças que matemática é difícil, fato evidente em suas falas. Nelas podemos identificar que o aluno considera a disciplina complicada e praticamente sem aplicação em seu cotidiano, com isso não se sentem motivados para conseguirem compreender os conteúdos o que gera dificuldade e vergonha, por não conseguirem entender o assunto. Isto pode está associado com o bloqueio em aprender a linguagem matemática, o que causa ao aluno o sentimento de ódio, logo a considerando difícil. Com isso a matemática perde sua beleza, para alguns estudantes, quando não a entende, fazendo com que se transforme em um "bicho de sete cabeças".

> A matemática é tradicionalmente uma disciplina que apresenta a maior dificuldade. Assim, podemos perceber o discurso que fala da dificuldade da matemática, como um discurso pré-construído. (Silveira,2002, p 15)

A Matemática tem relação com as outras ciências, com a arte, com o desenvolvimento social e econômico. Por isso devemos voltar ao passado e observar todo o avanço ao longo dos tempos, de acordo com Santos, "a matemática não se desenvolveu, assim como o homem, de forma solitária e isolada, ela tem história, transformou-se ao longo do tempo e continua se transformando" (Santos, 2009, p. 19). Dessa forma o que estudamos e vemos hoje é diferente daquilo que foi há séculos atrás e provavelmente, será diferente no futuro.

Conforme Toledo e Toledo (2009), as razões do insucesso do aluno no processo de aprendizagem da matemática podem ser diversos, tais como: falta de relação entre a matemática que se aprende nas escolas e as necessidades cotidianas, falta de recursos tecnológicos nas escolas ou mesmo método de ensino inadequado.

Trazendo o foco para a nossa base de estudo, a trigonometria, Nascimento (2013) afirma que grande parte das dificuldades que os alunos enfrentam para aprender a trigonometria, é devido o seu estudo analítico. O aluno não consegue fazer a interpretação da questão e construir seu triângulo retângulo, mas quando acontece dele conseguir construir, erra os conceitos e fórmulas que insiste em decorar ao invés de aprender. Vários exercícios de trigonometria são situações problemas, porém os alunos, por algum motivo, não conseguem trazer o exercício para seu cotidiano.

> Essa falta de compreensão pode ser devida a diversos fatores, dentre eles a dificuldade que os estudantes têm de conceitualizar os objetos matemáticos, que se apresentam de forma muito abstrata. Segundo Duval (2009) os objetos matemáticos só são acessíveis por meio de registros de representações, pois eles não têm existência física." (Dionisio e Bradt, 2011, p 32)

Entretanto, Nascimento (2013) fala que o insucesso do processo de aprendizagem do aluno pode partir de problemas na formação escolar e/ou acadêmica do professor e que pode refletir sobre sua atividade. Assim como em toda a matemática, a trigonometria é um aprendizado contínuo, onde os conteúdos estão diretamente ligados, um assunto se relaciona com o outro, dependendo diretamente do aprendizado anterior. Então, se o professor não conseguir fazer a transição e a relação entre os tópicos, como por exemplo: transição do conteudo da trigonometria do triângulo qualquer para a trigonometria no triângulo retângulo e depois para a do ciclo trigonométrico; tratar simultaneamente as razões e relações trigonométricas de grandezas angulares; fazer distinção entre arcos e ângulos, razões e relações trigonométricas, com certeza irá dificultar o aprendizado de seu aluno.

Persiano (2013), aponta outro fator que devemos levar em consideração em relação à dificuldade do processo de aprendizagem da trigonometria: é a metodologia adota pelo professor. Os alunos sentem dificuldades no processo de aprendizagem, no modelo tradicional. Como já foi dito, o aluno tem dificuldade de interpretar o problema apresentado no quadro negro e resolver questões contextualizadas, nesse conteúdo matemático o aluno precisa do concreto, algo que ele possa tocar ou manipular.

Costa (1997), afirma que o aprendizado da trigonometria exige muita imaginação do aluno e é importante, primeiramente, trabalhar com materiais manipulativos, o que chamamos de concretização, e somente depois realizar outras atividades.

Oliveira (2006), fala que é necessário a compreensão, por parte do professor, do momento no qual o ensino está inserido, que o aluno aprende de forma diferente da qual ele aprendeu quando era aluno e, por isso precisa repensar nas suas práticas pedagógicas. Compreender e conhecer esta era digital, no qual seu aluno está inserido, e procurar tecnologias para inserir em seus momentos didáticos, de tal forma que contribua para ajudar no aprendizado do aluno e torne a aula mais atrativa.

> O professor será mais importante do que nunca, pois ele precisa se apropriar dessa tecnologia introduzi-la na sala de aula, no seu dia a dia, da mesma forma que um professor, que um dia, introduziu o primeiro livro numa escola e teve de começar a lidar de modo diferente com o conhecimento, sem deixar as outras tecnologias de comunicação de lado. Continuaremos a ensinar e a aprender pela palavra, pelo gesto, pela emoção, pela afetividade, pelos textos lidos e escritos, pela televisão, mas agora também pelo computador, pela informação em tempo real, pela tela em camadas, em janelas que vão se aprofundando às nossas vistas. (Gouvêa, 1999, p 19).

Persicano (2013) afirma que os docentes de matemática precisam saber, em sua prática, utilizar ferramentas de tecnologia da comunicação e informação (TICs), em suas aulas. Estudar e explorar softwares educacionais que auxiliam no ensino da sua disciplina ou da educação no modo geral.

Por isso, Jordão (2009) defende que os professores precisam capacitar-se para que possam utilizar essas TICs em sala de aula, de forma eficiente para ajudar no processo de aprendizagem dos seus alunos.

> As tecnologias digitais são, sem dúvida, recursos muito próximos dos alunos, pois a rapidez de acesso às informações, a forma de

> acesso randômico, repleto de conexões, com incontáveis possibilidades de caminhos a se percorrer, como é o caso da internet, por exemplo, estão muito mais próximos da forma como o aluno pensa e aprende. Portanto, utilizar tais recursos tecnológicos a favor da educação torna-se o desafio do professor, que precisa se apropriar de tais recursos e integrá-los ao seu cotidiano de sala de aula (Jordão, 2009, p.10).

Contudo, baseado no pensamento de autores supracitados acima, escolhemos uma TICs chamada GeoGebra, que é software educacional livre, para realização de 5 atividades com o objetivo de mostrar para os alunos que seu processo de aprendizagem pode ser feito de forma diferenciada, tornando assim o ambiente de sala de aula um local propício para se aprender trigonometria.

3.1 UMA TIC's CHAMDA GEOGEBRA

O GeoGebra é um software educacional gratuito, desenvolvido para uso de Geometria Dinâmica, criado em 2001, na Universidade Americana *Flórida Atlantic University*, por Markus Hohenwarter, para ser utilizado em sala de aula. Ele é um *open source* e multiplataforma de matemática e ciência dinâmica, em 2 dimensões e 3 dimensões. Trabalha com a geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatísticas e cálculo em um pacote fácil de usar, tanto para aprender quanto para ensinar. Pode ser baixado gratuitamente no site *www.geogebra.org*, recebeu prêmios de software educacional na Europa e nos EUA, por ter gráficos, cálculos algébricos, tabelas, que são totalmente dinâmicos.

De fácil interface, com ferramenta de criação para materiais de aprendizagem interativos como páginas da web. Disponível em diversos idiomas para milhões de usuários ao redor do mundo. Observa-se que esse software apresenta contínua atualização e neste trabalho, utilizamos a versão $5.2.843.0 - d$ que é a versão em $3D$.

Com o GeoGebra, o professor pode construir pontos, vetores, gráficos de funções, cônicas, dentre uma série de objetos e pode-se mudar todos esses objetos movimentando-os após a construção feita. Assim, o GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, vetores e pontos, derivar e integrar funções e ainda oferecer comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função. Essas funcionalidades fazem do Geogebra um programa que utiliza ferramentas tradicionais da geometria com outras aplicadas à álgebra e ao cálculo diferencial e integral, trazendo ao aluno duas representações distintas do mesmo objeto, a representação geométrica e algébrica com dinâmica do movimento.

A característica mais acentuada do GeoGebra é a de manipular objetos, permitindo o movimento contínuo deste, além de permitir que os vínculos estabelecidos inicialmente na sua construção sejam mantidos. Persicano (2013) ressalta uma importância do Geogebra, em sala de aula.

> Como a Geometria Tradicional dispõe apenas de quadro, giz, régua e compasso, a interpretação das Figuras ficam prejudicadas por parte do aluno, pois não se consegue movimentá-las. Com o Geogebra, as aulas de Geometria tornam-se mais interessantes, dinâmicas. A partir do movimento das Figuras pelo Geogebra a abstração por parte dos alunos passa a ser muito maior. (Persicano, 2013, p. 32)

Baggiotto, Bernardi e Gregolin (2020) abordam o uso do GeoGebra, na perspectiva da educação matemática crítica, explorando suas finalidades e como elas podem ser utilizadas de forma crítica pelos alunos, de tal forma que proporcionem um ambiente de aprendizagem autônomo para eles, no qual possam construir seu próprio conhecimento matemático.

Em um trabalho similar, Araujo e Nóbrega (2010) apresentam um roteiro ao professor com objetivo de construção geométrica e questionarios flexivos para os alunos, com objetivo de explorar os conceitos matemáticos de forma interativa e visual, utilizando o GeoGebra, como recurso para a construções geométricas e funções matemáticas.

O GeoGebra é de grande valor, principalmente na geometria, uma vez que o professor pode construir objetos de aprendizagem. É importante ressaltar que, para se construir um objeto de aprendizagem nESSA TIC's, além dos conhecimentos matemáticos essenciais que o professor deve ter, necessita também conhecer o software GeoGebra e suas ferramentas. Por isso, no nosso produto educacinal, iremos abordar mais do GeoGebra e suas ferramentas básicas, considerando que o professor necessita aprender as principais funcionalidade do programa e a montar os seus objetos de aprendizagem. Este produto se encontra nos anexos deste trabalho.

4 O CAMPO DE ATUAÇÃO E O MOMENTO DA INTERVENÇÃO

Este capitulo apresentará a nossa experiencia Didatica, o momento da interveção, onde foi feita, em qual turma foi realizada e como foi realizada. Será que aconteceu como planejado inicialmente? Como foi as 5 atividades? Tudo isso vamos descrever a seguir.

O Projeto foi desenvolvido na Escola Estadual Jardim Universitário, localizado no município de Alta Floresta, no norte do Estado do Mato grosso, cerca de 800 quilômetros da capital Cuiabá. Fundada em 2008 como escola anexa de uma outra instituição (municipal) no bairro Jardim Primavera, conhecida como Escola Municipal Nilo Procopio Pecanha, com intuito de atender crianças residentes nos bairros Jardim Primavera, Jardim Tropical e Universitário.

Somente em 2011, obteve seu prédio próprio, localizado no bairro Universitário, onde se encontra até hoje. A escola foi construída com dois andares, 12 salas de aula climatizadas, quadra coberta, refeitório amplo, cantina, banheiros, biblioteca e atende cerca de 600 alunos de 4 bairros diferentes e alunos residentes na zona Rural, funcionando nos três períodos.

A escola recebe alunos de toda cidade, inclusive da zona rural. Esses alunos são provenientes de escolas da rede municipal, com modalidade seriada onde alguns deles são repetentes e fora da faixa etária. Diante desta realidade a escola se preocupa em oferecer atividades educativas a fim de suprir, ano a ano, a defasagem de conhecimentos que os alunos apresentam, essas atividades são oferecidas no contraturno no laboratório de aprendizagem por meio do Articulador de aprendizagem.

O trabalho de intervenção foi realizado em na turma do 2° A ano do ensino médio, do período matutino com 40 alunos. Na escola há dois 2 turmas de 2° anos, no período matutino e duas no período vespertino, mas essa a turma A foi escolhida devido à sua quantidade de alunos em sala e por apresentar dificuldades na hora das aulas, tanto de matemática quanto das outras disciplinas.

De acordo com os professores da turma, é difícil organizar a sala. Há necessidade de aumentar o tom de voz constantemente, sempre chamando a atenção dos alunos e, que a sala apresenta uma situação insustentável. Devido à estacondição e em decorrência deste comportamento que essa turma foi selecionada para a realização da experiência didática. O objetivo principal do trabalho é, de proporcionar uma melhor condição de aprendizagem para o aluno no conteúdo de razões trigonométricas, também contribuir para que o professor possa proporcionar aos seus alunos uma atividade diferenciada onde, eles possam ser participativos e ativos em sala de aula.

No contexto didático, a proposta foi planejada para ser desenvolvida em cinco encontros com 2 aulas de 50 minutos cada. A proposta está estruturada em 5 atividades uma para cada encontro, com 3 questões a 1°, 5 questões a 2°,3° e a 4° e 3 questões a 5°. a 1° atividade é de apresentação e introdução de exercícios, que serviram como modelo para o desenvolvimento das atividades subsequentes, as proximas 3 atividades são sobre as três principais razões trigonométricas e a última atividade de avaliação.

Para o desenvolvimento dessa experiência didática, é necessário que o professor tenha uma conta no site do GeoGebra, o *software free* (gratuito), (www.geogebra.org). Como a proposta constitui em oferecer um ambiente de aprendizagem com o GeoGebra, neste site foi estruturado as atividades, utilizando Figuras, que foi denominado objetos de aprendizagem, para que possam ser explorados pelos seus alunos. Para a criação da conta no site, foi desenvolvido um passo a passo, que está descrito no produto educacional anexado no apêndice deste trabalho.

4.1 A PROPOSTA EM PRÁTICA

No dia 06 de março de 2024, foi o dia do desenvolvimento de nossa primeira atividade. Na sala de aula estava os alunos de forma padrão, com 5 colunas, autorizamos os alunos pegarem os Chromebooks e nesse momento começou uma desordem na sala, não havia qualquer respeito com os colegas de sala, todos queriam pegar ao mesmo tempo. Solicitamos que parassem e retornassem para suas carteiras, organizamos a retirada do Chromebook por fila e que os dias seguintes, a retirada dos Chromebook deveria seguir desta forma.

Na sala há uma televisão, onde é projetado a proposta de cada atividade. Incialmente, orientamos aos alunos a entrar no site e criar sua própria conta, para que no decorrer do projeto pudessem ter acesso, já que esse procedimento deveria ser realizado nas aulas de desenvolvimento da proposta. Com os alunos logados em sua conta no GeoGebra, foi compartilhado o código de acesso ao objeto de aprendizagem para que cada aluno tivesse acesso no seu próprio Chromebook (o passo a passo de geração e compartilhamento de código do objeto de aprendizagem estará disponível no nosso produto educacional anexado no apêndice).

O objeto de aprendizagem citado acima, é o objeto que será construido no GeoGebra pelo professor e compartilhado com os alunos atraves do codigo. Esse objeto será manipulado via Software Geogebra por cada aluno e ajudará cada um a resolver as ativdades proposta pelo professor.

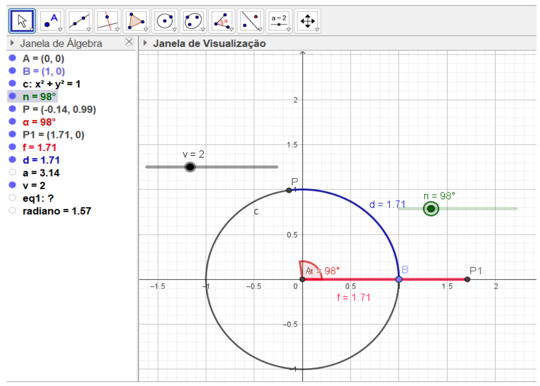
Agora vamos ver com mais detalhes como foi cada uma dos encontros e as 5 atividades prospostas.

4.1.1 1º Encontro: O Círculo Trigonométrico.

No primeiro momento, foi explicado como funcionaria a dinâmica daquele encontro e dos próximos e que o objetivo geral dessas atividades é de mostrar que cada um pode aprender matemática de forma diferente e prazerosa. Então, depois desse primeiro momento foi compartilhado a atividade 1 com 3 exercícios para que eles pudessem compreender como seriam as aulas, a partir daquele momento.

Essa primeira atividade apresentava como objetivo fazer com que os alunos compreendessem o funcionamento e a manipulação do objeto de aprendizagem, essa compreensão seria necessária durante o desenvolvimento das atividades. Por isso, foi resolvido cada exericio com os alunos da forma que levassem eles a pensar antes de completar a tabela proposta, que não registrasse os valores aleatoriamente. O objetivo é de que nas atividades dos próximos encontros, os alunos realizassem as questões de cada atividade, independentemente, sem esperar o professor, serem os autores principais do seu processo de aprendizagem nos conteúdos de razões trigonométrica. O primeiro objeto de aprendizagem, foi o círculo de raio 1 unidade. Veja a Figura 1

Figura 1 – Objeto de Aprendizagem 1



Fonte: Site GeoGebra - Dynamic Mathematics

Na primeira questão, Figura 2, os alunos manipularam o objeto de aprendizagem, fazendo a variação do ângulo dentro do círculo e com isso deviam completar a tabela, relacionar os valores do segmento f com o arco d, e assim compreender que o arco d de 2π, em uma circunferência de raio igual a 1, é o mesmo que comprimento de $6,28$ raios (unidade de comprimento), aproximadamente ou ainda, equivalente a fórmula do comprimento da circunferência que é $2\pi R$. O exercício 1 era:

Figura 2 – Questão 1 da Atividade 1

Questão 1:Complete a tabela manipulando o objeto de aprendizagem 1, e tire suas conclusões.

Ângulo	Comprimento do segmento f	Comprimento do arco d
30°		
46°		
60°		
90		

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

____

Fonte: do próprio autor

Os alunos realizaram o que lhe foi pedido, manipularam o objeto de aprendizagem como lhe foi ensinado e completaram a tabela, como se pode ver na Figura 3. Contudo, mesmo tiraram suas conclusões comparando os segmentos f e d, mas não falaram nada sobre a fórmula do comprimento da circunferência. Portanto, foram instigados pelo professor para pensar a respeito e nesse momento que começou aparecer os problemas e os imprevistos, foi constatado que nenhum aluno sabia qual era fórmula do comprimento da circunferência.

Figura 3 – Questão 1 - Resposta do aluno A

Questão 1:Complete a tabela manipulando o objeto de aprendizagem 1, e tire suas conclusões.

Ângulo	Comprimento do segmento f	Comprimento do arco d
30°	0,52	0,52
46°	0,8	0,8
60°	1,05	1,05
90	1,57	1,57

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

Percebe-se que o comprimento do segmento f igual ao comprimento do arco d.

Fonte: do próprio autor

A segunda questão, Figura 4, também era para completar uma tabela, analisar os dados e concluir a relação da medida dos ângulos em graus e radiano. E por fim, entender que a circunferência também pode ser dividida em radiano e não somente em graus.

Figura 4 – Questão 2 da Atividade 1

Questão 2: Analisando a figura complete a tabela

Ângulo em graus	Comprimento do arco d	V	Pi/v	Ângulo em Radianos
30°	0.52	6	0,52	Pi/6
36°		5		
45°	0.79	4	0,79	Pi/4
60°		3		
90°		2		

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

Formalização do conteúdo

Fonte: do próprio autor

Nessa segunda questão, tivemos o cuidado de montar com aluno o controle deslizante "v", fazendo o passo a passo que está na questão, para que os alunos pudessem entender qual o valor do π e completasse a tabela com os valores certos, percebendo que radiano, assim como o grau, também é medida de ângulo. E dessa forma os alunos foram completando a tabela, Figura 5.

Figura 5 – Questão 2 tabela de resposta

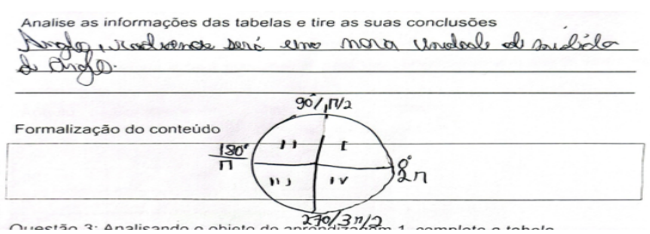
Questão 2 : Analisando a figura complete a tabela

Ângulo em graus	Comprimento do arco d	V	Pi/v	Ângulo em Radianos
30°	0.52	6	0,52	Pi/6
36°	0,63	5	0,63	Pi/5
45°	0.79	4	0,79	Pi/4
60°	1,05	3	1,05	Pi/3
90°	1,57	2	1,57	Pi/2

Fonte: Aluno A

Após os alunos completarem a tabela, eles teriam que fazer sua análise e dizer o que entendeu ou a que conclusão poderiam chegar. Após um determinado tempo os alunos escreveram a sua conclusão, entretanto havia alunos que apresentavam dificuldades para compreender o que de fato deveriam escrever. Como era uma atividade que tinha como objetivo fazer com que entendessem o processo de resolução das atividades, o professor questionou ao máximo para que chegassem a uma conclusão, que pode ser vista na Figura 6. Em seguida o professor fez a formalização do conteúdo, mostrando para os alunos o ciclo trigonométrico, não só com ângulo em graus, mas também em radianos.

Figura 6 – Questão 2 Resposta exercicio2



Fonte: Aluno B

O terceiro exercício, tinha como objetivo fazer o aluno compreender a relação entre a medida em graus com a medida em radiano, conforme a Figura 7.

Figura 7 – Questão 3 da Atividade 1

Questão 3: Analisando o objeto de aprendizagem 1, complete a tabela

Ângulo em graus	Ângulo em Radianos
60°	Pi/3
90°	Pi/2
120°	
150°	
360°	

Fonte: do próprio autor

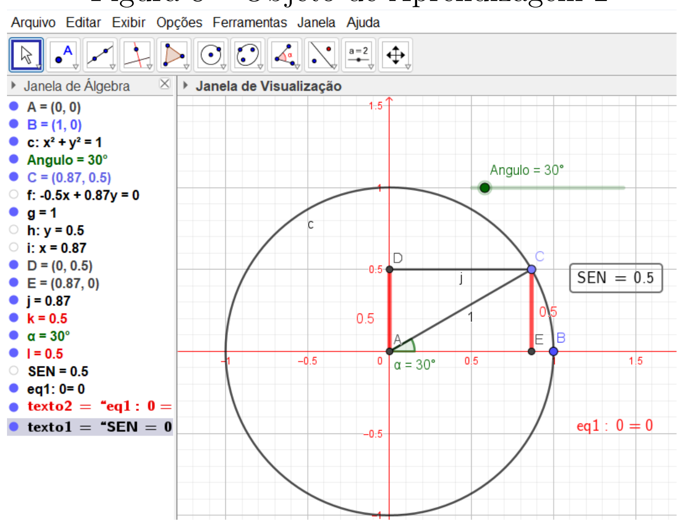
Nesse último exercício da primeira atividade, surgiu uma dificuldade por parte do alunos, pois como o controle deslizante v estava em número decimal, os alunos não sabiam transformar os mesmo em fração, surgindo assim mais um pequeno contratempo, que foi resolvido com o professor fazendo a questão com eles, relembrando como transformava os decimais em fração bem como se faz a divisão de fração.

Sobre o primeiro dia, saímos bem satisfeitos com os resultados, em questão de comportamento, nem parecia a mesma turma, sala organizado do início ao fim da aula, cada aluno no seu devido lugar e melhor, se esforçando em fazer as atividades. Os alunos mostraram gostar da dinâmica, ocorreu uma participação mais ativa deles, comparado com as aulas anteriores, onde eles não faziam as atividades propostas e não participavam das aulas. Neste caso, eles estavam se esforçando para fazê-las, perguntavam tanto para o professor quanto para o colega (quando o professor estava ocupado ajudando algum outro aluno) sobre como fazer aquela manipulação ou como resolver a questão, ou seja, estavam ansiosos para fazer e finalizar a atividade. Entretanto foi só a primeira atividade, era cedo para tirar conclusões pois foi uma atividade de apresentação, onde o professor foi resolvendo questão por questão com eles.

4.1.2 2º Encontro: Razão Seno.

No segundo encontro, dia 13 de março, foi desenvolvida a segunda atividade, com o objetivo principal de proporcionar condições para os alunos compreenderem como se realiza o cálculo da razão seno, através da manipulação do objeto de aprendizagem 2, um círculo trigonométrico com a barra deslizante para definir o ângulo desejado (Figura 8).

Figura 8 – Objeto de Aprendizagem 2



Fonte: Site GeoGebra - Dynamic Mathematics

Entretanto o desenvolvimento não iniciou como esperávamos, conforme a atividade anterior, criamos a expectativa de que os alunos entrassem no site sem problemas, realizassem seu login e acessassem o objeto de aprendizagem compartilhado pelo professor, porém não foi o que aconteceu. Cerca de 25 dos alunos não conseguiram fazer esse processo no tempo esperado. Após o período de 10 minutos, foi possível iniciar o desenvolvimento da atividade 2.

Após acessarem o segundo objeto de aprendizagem, solicitamos aos alunos para resolverem a 1ª questão (Figura 9), de forma semelhante ao da aula passada, manipulando o objeto de aprendizagem e completando a tabela.

Figura 9 – Questão 1 da Atividade 2

Questão 1: Analisando o objeto de aprendizagem 2, na tela do Chromebook, complete a tabela e faça sua análise para descobrir como calcular o valor da razão seno

Ângulo	Comprimento do segmento EC	Comprimento do segmento AC	Valor do sen(α)
30°			
45°			
60°			
90°			

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

____

____

____

Formalização do conteúdo

Fonte: do próprio autor

O prazo para realização deste exercício foi de 10 minutos para preencherem a tabela, porém os alunos apresentaram dificuldades, não recordavam o que haviam realizado na semana anterior, nem sequer lembravam como movimentar o ângulo no círculo trigonométrico do Geogebra. Portanto, para fazer o exercício foi necessário realizar uma revisão e solicitar para que os alunos tirassem suas próprias conclusões e assim conseguiram realizar o primeiro exercício. (Figura 10)

Figura 10 – Resposta da questão 1 da Atividade 2

Ângulo	Comprimento do segmento EC	Comprimento do segmento AC	Valor do sen(α)
30°	0,58	1	0,58
45°	0,71	1	0,71
60°	0,87	1	0,8
90°	0,13	1	0,88
15°	0,26	1	0,83
75°	0,97	1	088

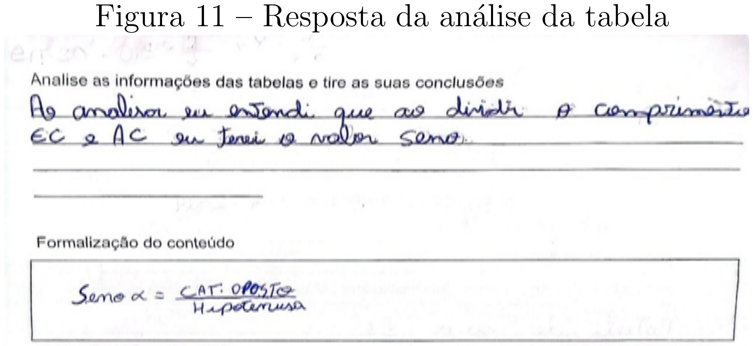
Fonte: Aluno C

Pedimos para eles analisarem a tabela e os valores que haviam colocado, como será que chegariam ao valor da razão seno (coluna 4) que estava naquela linha? Como observamos a dificuldade dos alunos, pedimos para eles focarem na palavra razão e como se calculava uma razão. Nenhum dos 40 alunos presentes sabiam o significado de uma razão matemática e nem como calcular. Mesmo sem uma avaliação diagnóstica, que não foi realizada nessa proposta, para verificar os conhecimentos prévios dos alunos, pudemos intervir com uma rápida explicação sobre o significado de razão na matemática para, depois, desenvolverem as questões. (Figura 11)

Mesmo depois desta explicação sobre o que é uma razão e seu conceito, boa parte dos alunos ainda não conseguiram concluir a questão no tempo estimado. Alguns alunos começavam a dispersar da aula, pois estavam com dificuldade de fazer o que estava sendo pedido e outros estavam começando a perder o interesse, pois diferente da atividade da semana anterior, nessa o professor não estava resolvendo junto e sim, estava instigando cada um a tirar suas conclusões. Portanto, foi utilizado um tempo maior do que era previsto para essa questão, pois cerca de 32 dos alunos que não conseguiram concluir a tempo, chamaram o professor para pedir ajudar e os outros 8 por verem que a maioria dos alunos estavam focados nas atividades, resolveram tentar resolver pedindo ajuda ao colega.

Após os alunos realizarem a questão, foi apresentado a definição da razão seno (Figura 11), e foi solicitado que comparassem com a resposta que eles escreveram no exercício anterior, nesta comparação deveriam verificar se o que escreveram estava de acordo com a definição apresentada.

Figura 11 – Resposta da análise da tabela


Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

Ao analisar eu entendi que ao dividir o comprimento EC e AC eu terei o valor seno.

Formalização do conteúdo

Seno α = $\frac{\text{CAT. OPOSTO}}{\text{Hipotenusa}}$

Fonte: Aluno D

O objetivo da questão seguinte (Figura 12) é fazer o aluno analisar o comportamento no valor do seno (se crescia ou decrescia) e seu valor exato nos ângulos $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{2\pi}{3}$ e 2π radianos. O exercício era somente preencher a tabela.

Figura 12 – Questão 2 atividade 2

Questão 2: Analisando a animação do objeto de aprendizagem, no intervalo de [0, 2π] radianos, complete a tabela em relação ao comportamento de sen α, se cresce ou decresce.

α	0	→	π/2	→	π	→	3 π/2	→	2 π
Sen α									

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

____

____

____

Fonte: do próprio autor

A questão 2 foi rapidamente resolvido pelos alunos. Novamente apresentaram dificuldades de escrever o que entenderam, mas, depois que foi solicitado que manipulassem o ciclo trigonométrico no Chromebook, conseguiram observar os quadrantes, compreender como completar a tabela e finalizaram realizando suas próprias conclusões. (Figura 13)

Figura 13 – Resposta da questão 2 atividade 2

Questão 2: Analisando a animação do objeto de aprendizagem, no intervalo de [0, 2π] radianos, complete a tabela em relação ao comportamento de sen α, se cresce ou decresce.

α	0	→	π/2	→	π	→	3 π/2	→	2 π
Sen α	0	CRESCE	1	DECRESCE	0	DECRESCE	-1	CRESCE	0
		I		II		III		IV	

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

O VALOR DO SENO CRESCE NO I E IV QUADRANTE E DECRESCE NO II E III

Fonte: Aluno E

A questão 3 era parecida com a 2 (Figura 14) , mas só era para o aluno identificar se valor do seno era positivo ou negativo em cada quadrante.

Figura 14 – Questão 3 atividade 2

Questão 3: Faça animação do objeto de aprendizagem 3, analise o ciclo trigonométrico e seus quadrantes e veja onde o seno é positivo e negativo.

Quadrante	Sinal do seno
1º	
2º	
3º	
4º	

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

____

Fonte: do próprio autor

Assim como na segunda, a questão 3 foi tranquila para os alunos, mas diferente da dificuldade que tiveram na questão anterior, nessa foram rápidos. (Figura 15)

Figura 15 – Resposta da questão 3 atividade 2

Questão 3: Faça animação do objeto de aprendizagem 3, analise o ciclo trigonométrico e seus quadrantes e veja onde o seno é positivo e negativo.

Quadrante	Sinal do seno
1º	+
2º	+
3º	–
4º	–

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

Entender que o seno é positivo no 1º e 2º quadrante e negativo no 3º e 4º quadrante

Fonte: Aluno F

Essas duas últimas questões serviram de embalo para os alunos. Nesse momento, tínhamos a atenção de todos novamente. Depois da dificuldade de fazer a questão 1, fizeram a 2 e a 3 rapidamente sem nenhuma pergunta, até mesmo os alunos que dispersaram no começo, agora estavam ansiosos para poder pegar a orientação da próxima questão e resolver.

A questão 4 (Figura 16), tinha como objetivo de fazer o aluno calcular algebricamente o valor do x, usando os conceitos adquiridos na questão 1.

Figura 16 – Questão 4 atividade 2

Questão 4: Utilizando o conceito da questão 1, complete a tabela e calcule o valor de x

Ângulo(α)	SEN(α)	Medida do segmento AC (hipotenusa) do triângulo	Medida do segmento EC (cateto oposto) do triângulo	Valor de X
30°		X	2	
45°		$\sqrt{2}$	X	
60°		X	3	
35°		4	X	

Fonte: do próprio autor

Apesar dos alunos compreenderem a resolução da questão 1, uma grande parte deles não sabiam como calcular uma simples equação e não lembravam dos conhecimentos básicos do princípio multiplicativo. Tivemos que fazer uma breve explicação para que eles pudessem resolver a questão, mesmo assim alguns ainda insistiam em errar o simples fato de substituir o x na hipotenusa ou no cateto oposto. (Figura 17)

Figura 17 – Resposta da questão 4 atividade 2

Seno 30 $\quad \text{Sen}\,\alpha = \frac{\text{CAT.OP}}{\text{HIP}}$

$0{,}5 = \frac{2}{x} \rightarrow x = \frac{2}{0{,}5} = 4$

Seno 45 $\quad \text{Sen}\,\alpha = \frac{\text{CAT.OP}}{\text{HIP}}$

$0{,}71 = \frac{x}{\sqrt{2}} \rightarrow x = 0{,}71 \cdot \sqrt{2} = 1$

Seno 60 $\quad \text{sen}\,\alpha = \frac{\text{CAT.OP}}{\text{HIP}}$

$0{,}87 = \frac{x}{3} \rightarrow x = 0{,}87 \cdot 3 = 2{,}61$

Sen 35 $\quad \text{Sen}\,\alpha = \frac{\text{CAT.OP}}{\text{HIP}}$

$0{,}57 = \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{4}{0{,}57} = 7{,}0$

Fonte: Rascunho do aluno G

Nessa questão, a sala ficou tumultuada, entretanto controlada,Com o tempo apresentou uma explicação de como o exercício seria feito, houve alunos ainda com dúvidas e, diferente de aulas anteriores, as conversas naquele momento era para perguntar ao colega como tinham feito, se o valor dele tinha dado 4, se a conta da linha 3 terminava numa multiplicação ou coisas relacionadas a questão. Como nesse dia tínhamos em sala 35 alunos, não houve possibilidade de atender todos os alunos em suas carteiras para tirar as dúvidas, então foi permitido a interação entre eles e com isso foi possivel observar o empenho em ajudar o colega ou em querer aprender e resolver aquela questão de maneira certa.

Na ultima questão desta atividade (Figura 18), a novidade para os alunos foi entender que eles tinham que ler, interpretar e desenhar o seu triângulo retângulo, para poder montar sua base de cálculo e aplicar o que aprenderam na questão anterior.

Figura 18 – Questão 5 atividade 2

Questão 5: Usando os conceitos aprendido na questão anterior e objeto de aprendizagem, resolva os problemas.

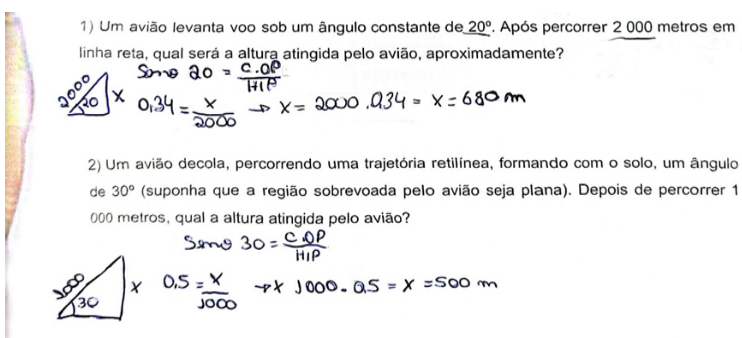
1) Um avião levanta voo sob um ângulo constante de 20°. Após percorrer 2 000 metros em linha reta, qual será a altura atingida pelo avião, aproximadamente?

2) Um avião decola, percorrendo uma trajetória retilínea, formando com o solo, um ângulo de 30° (suponha que a região sobrevoada pelo avião seja plana). Depois de percorrer 1 000 metros, qual a altura atingida pelo avião?

Fonte: do próprio autor

O professor por sua vez, deu um exemplo de como ler, interpretar e montar o triângulo retângulo, para montar sua conta e partindo disso os alunos resolveram a questão (Figura 19)

Figura 19 – Resposta da questão 5 atividade 2


1) Um avião levanta voo sob um ângulo constante de 20°. Após percorrer 2 000 metros em linha reta, qual será a altura atingida pelo avião, aproximadamente?

Seno 20 = C.OP / HIP

2000, 20, x

0,34 = x / 2000 → x = 2000 . 0,34 = x = 680 m

2) Um avião decola, percorrendo uma trajetória retilínea, formando com o solo, um ângulo de 30° (suponha que a região sobrevoada pelo avião seja plana). Depois de percorrer 1 000 metros, qual a altura atingida pelo avião?

Seno 30 = C.OP / HIP

1000, 30, x

0,5 = x / 1000 → x 1000 . 0,5 = x = 500 m

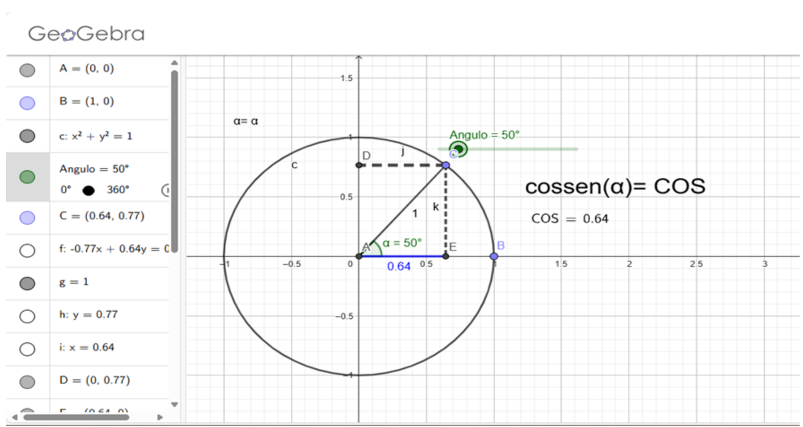
Fonte: Aluno H

Claro que teve aluno que infelizmente não conseguiu fazer corretamente, errou um conceito aqui, uma manipulação algébrica ali, substituiu o valor do cateto no lugar da hipotenusa (Figura 19), mas mostraram dedicação, erraram, mas pelo menos tentaram. Por isso, pontuamos a aula como positiva, pois conseguimos atingir na faixa de 30 alunos da sala, apesar das suas dificuldades, foram receptivos e estavam empenhados em compreender e terminar atividade daquele dia na hora, fato este que não havia acontecido no mês inteiro de fevereiro, quando usamos o quadro e livro para ensinar relações trigonométricas no triângulo retângulo.

4.1.3 3º Encontro: Razão Cosseno.

No terceiro encontro foi desenvolvida a atividade 3, que aconteceu no dia 20 de março, com exatamente 32 alunos presentes e, tinha como objetivo principal proporcionar condições para que os alunos compreendessem como realizar o cálculo da razão cosseno, através da manipulação do objeto de aprendizagem 3, um círculo trigonométrico com a barra deslizante, para definir o ângulo desejado.(Figura 20)

Figura 20 – Objeto de Aprendizagem 3



Fonte: do próprio autor

Depois do início demorado da atividade 1 e da dificuldade de resolução da questão 1 da atividade 2, estávamos bem esperançosos que os alunos iriam conseguir resolver as questões da atividade 3 mais rapidamente e serem mais independentes do professor.

Entretanto, não foi o que aconteceu. A aula começou com a organização da sala pelos alunos e com eles entrando em sua contas no site do GeoGebra. Diferente do dia 2, a maioria conseguiu fazer o processo de login nas contas, mas cerca de 10 alunos da sala não conseguiram e foram ajudados pelo professor ou por seus colegas.

Concluído o processo inicial da aula, foi entregue aos alunos a atividade 3 e logo o professor pediu para que resolvessem o exercício 1, que por sinal era semelhante ao exercicio 1 da atividade anterior. (Figura 21)

Figura 21 – Questão 1 atividade 3

Questão 1: Analisando o objeto de aprendizagem 3, na tela do Chromebook, complete a tabela e faça sua análise para descobrir como calcular o valor da razão cosseno

Ângulo	Comprimento do segmento EC	Comprimento do segmento AC	Valor do cos(α)
30°			
45°			
60°			
90°			

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

____

Formalização do conteúdo

Fonte: do próprio autor

Apesar da semelhança com a questão da atividade 2, os alunos sentiram dificuldades e mais da metade da sala não lembrava como tinham feito a questão 1 da atividade anterior, logo não sabiam que era para fazer. Antes que a sala perdesse o foco e os alunos desgostassem da atividade, o professor deu uma breve explicação, relembrou os conceitos da razão seno e com isso os alunos começaram a relembrar da aula anterior e finalizaram a questão 1. (Figura 22)

Figura 22 – Resposta da questão 1 atividade 3

Ângulo	Comprimento do segmento AE	Comprimento do segmento AC	Valor do cos(α)
30°	0.87	1	0.87
45°	0.71	1	0.71
60°	0.5	1	0.5
90°	0	1	0
15°	0.97	1	0.97
75°	0.20	1	0.26

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

[illegible] AE/AC [illegible] hipotenusa.

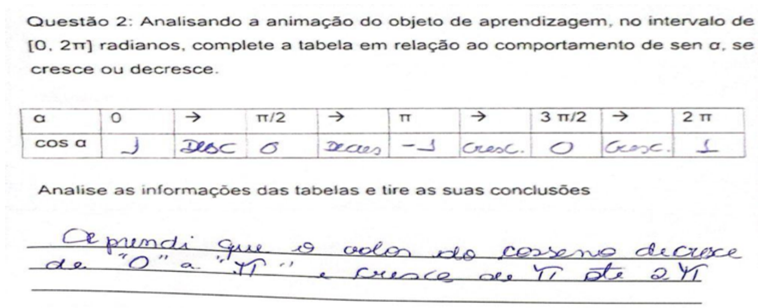
Formalização do conteúdo

[illegible] $\frac{\text{cat. adj}}{\text{hip}}$

Fonte: Aluno H

Finalizado a questão 1, os alunos começaram a se atentar as outras questões e logo perceberam que eram todos parecidos com as questões da atividade 2 e alguns começaram a se empolgar e foram na frente resolvendo, enquanto outros, no seu tempo, tentavam fazer e solicitavam a ajuda do professor ou de seus colegas. Assim resolveram as questões 2 e 3. (Figura 23 e Figura 24)

Figura 23 – Resposta da questão 2 atividade 3



Questão 2: Analisando a animação do objeto de aprendizagem, no intervalo de [0, 2π] radianos, complete a tabela em relação ao comportamento de sen α, se cresce ou decresce.

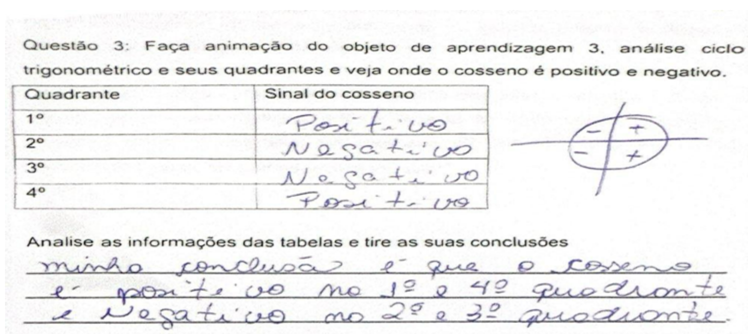
α	0	→	π/2	→	π	→	3 π/2	→	2 π
cos α	1	Desc	0	Decres	−1	Cresc.	0	Cresc.	1

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

Aprendi que o valor do cosseno decresce de "0" a "π" e cresce de π até 2π

Fonte: Aluno I

Figura 24 – Resposta da questão 3 atividade 3



Questão 3: Faça animação do objeto de aprendizagem 3, análise ciclo trigonométrico e seus quadrantes e veja onde o cosseno é positivo e negativo.

Quadrante	Sinal do cosseno
1º	Positivo
2º	Negativo
3º	Negativo
4º	Positivo

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

minha conclusão é que o cosseno é positivo no 1º e 4º quadrante e Negativo no 2º e 3º quadrante.

Fonte: Aluno J

Na questão 4 desta atividade, assim como na 4 da atividade anterior, os alunos deveriam encontrar o valor de x usando os conceitos adquiridos na questão 1 para montar sua conta. (Figura 25)

Figura 25 – Questão 4 atividade 3

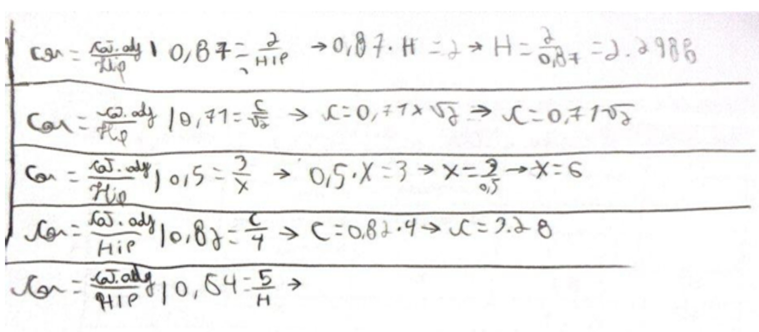
Questão 4: Utilizando o conceito da questão 1, complete a tabela e calcule o valor de x

Ângulo(α)	COS (X)	Medida do segmento AC (hipotenusa) do triângulo	Medida do segmento EC (cateto oposto) do triângulo	Valor de X
30°		X	2	
45°		$\sqrt{2}$	X	
60°		X	3	
35°		4	X	

Fonte: Aluno K

Diferente do que era esperado, os alunos novamente sentiram dificuldades em realizar o exercício, assim como na atividade da semana anterior. Então o professor, por sua vez, fez uma breve revisão da aula, explicando os conceitos básicos da razão seno e como foi feito o exercício 4 da atividade passada. Assim os alunos começaram a compreender e tentaram resolver.(Figura 26)

Figura 26 – Resposta da questão 4 atividade 3



Fonte: do próprio autor

Na quinta e última questão, os alunos conseguiram entender o que era pra fazer, pois já estavam familiarizados e lembravam que a diferença dessa ultima questão para a questão anterior era a contextualização e o triângulo retângulo, que tinham que desenhar através de sua interpretação. (Figura 27)

Figura 27 – Questão 5 da Atividade 3

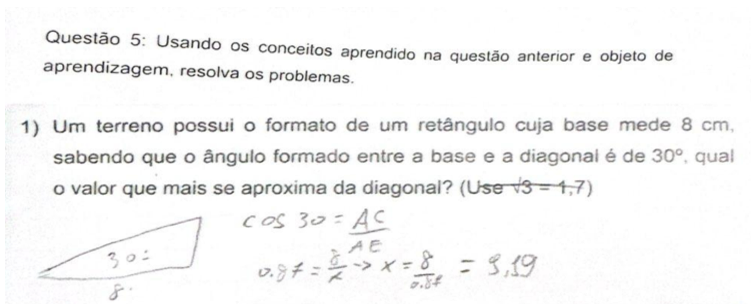
Questão 5: Usando os conceitos aprendido na questão anterior e objeto de aprendizagem, resolva o problema.

1) Um terreno possui um formato de um retângulo cuja a base mede 8 cm, sabendo que ângulo formado entre a base e a diagonal é de 30°, qual o valor de mais se aproxima da diagonal?

Fonte: do próprio autor

Entretanto, não foi um exercicio feito rapidamente. Mesmo sabendo o que tinham que fazer, as dúvidas de como montar o triângulo surgiram, contudo houve alunos que conseguiram resolver rapidamente (Figura 28).

Figura 28 – Resposta da questão 5 atividade 3

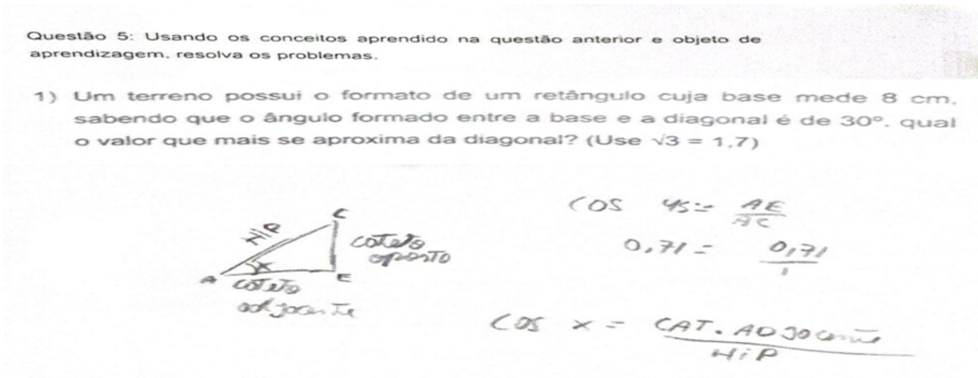


Fonte: Aluno L

Entretanto, teve aluno que pediu ajuda do professor, outros pediam aos colegas que sabiam como fazer, cerca e 5 à 10 alunos não conseguiram fazer, ou porque desistiram ou por causa do tempo que havia acabado, veja o caso do aluno M.(Figura 29)

A atividade foi finalizada de maneira tranquila, os alunos que terminavam a atividade, entregavam e em seguida devolviam o Chromebook na caixa, colocando-o para carregar e voltavam para o seu devido lugar. Esse processo foi feito primeiramente

Figura 29 – Resposta da questão 5 atividade 3



Fonte: Aluno M

no dia 1, no qual eles deram trabalho para fazer essa organização, aperfeiçoado no dia 2 e executado com excelência no dia 3 por eles. Nem pareciam os mesmos alunos do primeiro dia que estavam tumultuando com os Chromebook, colocando nas caixas de qualquer jeito, deixando a sala agitada no final da atividade.

4.1.4 4º Encontro: Readaptando o Cronograma

No dia 28 de março estava programado para ser feita atividade 4 – Razão tangente. Devido à uma atividade interna da escola, não prevista no calendário escolar, havia alunos estavam fora de sala, participando desta atividade. Na sala havia menos da metade dos alunos, que participaram da atividade 3, contabilizando 14 alunos presentes. Por isso, a atividade 4 foi adiada e remarca para acontecer no dia 11 de abril, pois na semana seguinte seria semana de provas da escola, onde os alunos da sala deveriam fazer uma avaliação. Apesar de adiar a atividade 4, a atividade 5 teve que ocorrer na data prevista inicialmente, logo a avaliação ocorreu antes de desenvolver a atividade 4, no dia 4 de abril.

No dia 28, foi desenvolvido uma atividade de revisão sobre as razões seno e cosseno, bem parecida com que tinha nas atividades 2 e 3. Enquanto os alunos realizavam a revisão, a resolução da atividade 2 e 3 era analisada, principalmente as questões 4 e 5. Foi detectado erros conceituais e aritméticos nas questões e por isso surgiu a necessidade de fazer uma revisão/correção das atividades, o qual foi realizado, uma aula expositiva, e o uso do quadro para que eles pudessem refazer e entender os seus erros.

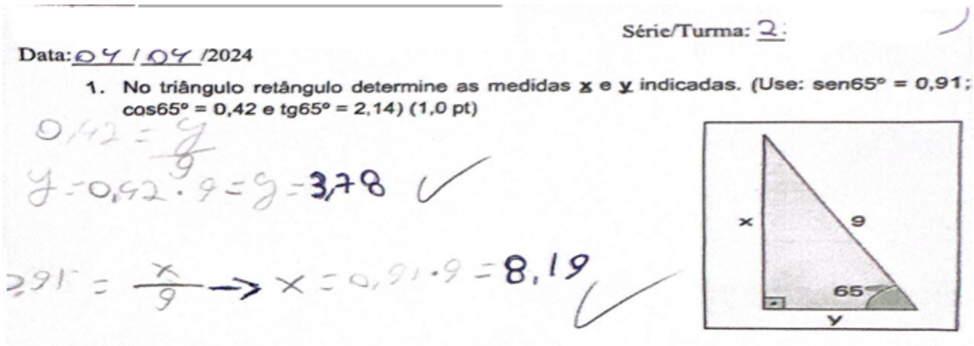
Agora precisávamos de uma aula antes do dia 4 de abril para que os alunos chegassem na avaliação preparados. Felizmente, essa aula aconteceu no dia 3, véspera da avaliação, contamos com ajuda da professora de português que nos cedeu duas aulas que tinha com essa turma, para que pudéssemos realizar tal revisão. Essa revisão focada na questão 4 e 5. Foi resolvido no quadro as duas questões da atividade 2 e 3 e foi tirado as dúvida dos alunos e pedido para que eles a refizessem, pois a prova seria bem parecida. Para finalizar a revisão, foi pedido os alunos que trouxessem calculadora para lhe ajudar nos cálculos, tendo em vista que o processo aritmético não foi exigido no trabalho e por isso a calculadora poderia ajudar os alunos no processo de resolução, uma vez que o foco não é o resultado e sim o processo.

4.1.5 5º Encontro: Realização da Avaliação Quantitativa.

No dia seguinte, foi realizada a atividade 5, avaliação quantitativa, que no caso valia apenas 3 pontos e era composta de apenas 3 questões, e tinha como objetivo avaliar se o aluno conseguiu compreender conceitos e/ou processos de estruturação do cálculo das razões trigonométricas.

A primeira questão, vinha reforçando o exercício 4, no qual exigia o conceito de razão seno e razão cosseno e tinha que calcular o valor x. Mas, diferente do exercício 4 das atividades, não existia tabela e sim uma Figura de um triângulo retângulo com os valores dos lados e do ângulo de referência. (Figura 30)

Figura 30 – Resposta da questão 1 da atividade 5


Série/Turma: 2

Data: 04 / 04 /2024

1. No triângulo retângulo determine as medidas **x** e **y** indicadas. (Use: sen65° = 0,91; cos65° = 0,42 e tg65° = 2,14) (1,0 pt)

0,42 = y/9

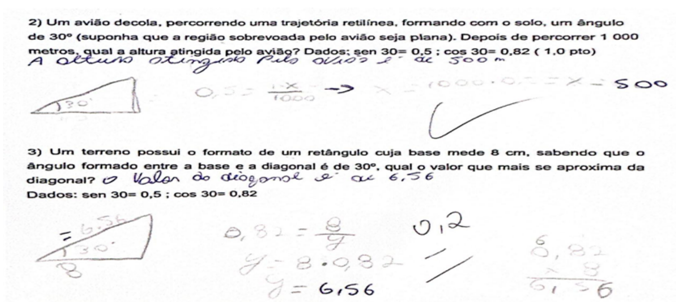
y = 0,42 · 9 = y = 3,78

0,91 = x/9 → x = 0,91 · 9 = 8,19

Fonte: Aluno N

A segunda e terceira questão dessa avalição foi a propria questões 5 da atividade 2 e 3, com objetivo além de fazer o aluno ler e interpretar a questão, era fazer eles buscarem na memória como foi realizado a questão, em cada atividade e como foi discutido e corrigido em sala, além de aplicar os conceito matemáticos. (Figura 31)

Figura 31 – Resposta da questão 2 e 3 da atividade 5


2) Um avião decola, percorrendo uma trajetória retilínea, formando com o solo, um ângulo de 30° (suponha que a região sobrevoada pelo avião seja plana). Depois de percorrer 1 000 metros, qual a altura atingida pelo avião? Dados: sen 30= 0,5 ; cos 30= 0,82 (1,0 pto)

A altura atingida pelo avião é de 500 m

0,5 = x/1000 → x = 1000 · 0,5 = x = 500

3) Um terreno possui o formato de um retângulo cuja base mede 8 cm, sabendo que o ângulo formado entre a base e a diagonal é de 30°, qual o valor que mais se aproxima da diagonal? o Valor do diagonal é de 6,56

Dados: sen 30= 0,5 ; cos 30= 0,82

0,82 = 8/y

y = 8 · 0,82

y = 6,56

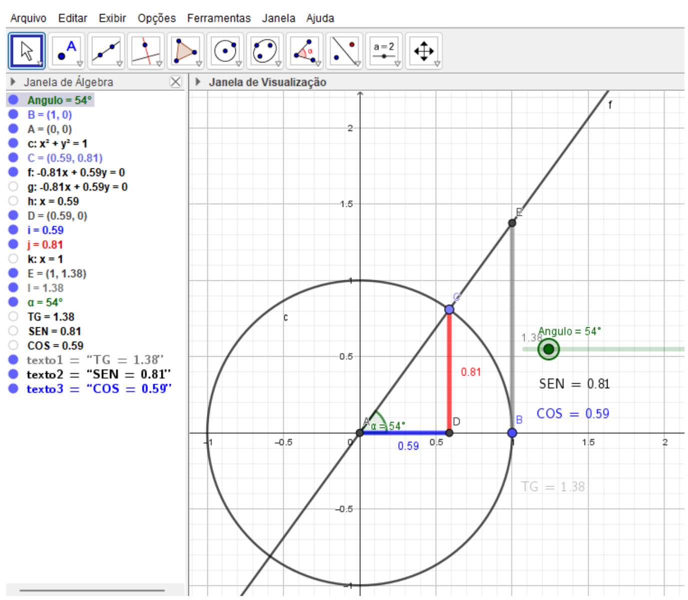
Fonte: Aluno O

A atividade 5 foi finalizada com sucesso, foi um dia tranquilo, os alunos respeitosamente seguiram as regras do dia de prova, houve alunos que apresentaram dificuldades na realização da prova, desses, uns pediram ajuda ao professor, outros tentaram fazer como achavam que deveriam fazer e somente 2 alunos entregaram a prova em branco. Esse último fato, mostra que os alunos, mesmo sabendo que a avaliação valeria somente 3 pontos dos 10 da sua avaliação bimestral, se esforçaram para fazer, erraram um cálculo, uma substituição algébrica, um conceito básico, mas não deixaram em branco, com isso, todo e qualquer esforço foi avaliado e considerado, como podem ver na questão 3 da Figura 31.

4.1.6 6º Encontro: Realização da atividade 4 - Razão Tangente.

No nosso último encontro, dia 11 de abril, foi desenvolvida a quarta atividade, com o objetivo principal proporcionar condições para os alunos compreenderem como se realiza o cálculo da razão tangente, através da manipulação do objeto de aprendizagem 4, um círculo trigonométrico com a barra deslizante, para definir o ângulo desejado. (Figura 32)

Figura 32 – Objeto de Aprendizagem 4



Fonte: do próprio autor

Assim como a atividade 3, a atividade 4 foi bem parecida com atividade 2, cinco questões com as mesmas orientações e os mesmos objetivos que só mudavam o conceito. Por isso, o último dia foi tranquilo, os alunos estavam cientes de como agir, o que tinham que fazer. Era só o professor entrar em sala, que eles já se organizavam em fileiras, da esquerda pra direita, cada fileira vinha retirar o seu Chromebook, de maneira organizada, assim como já vinham fazendo nas aulas anteriores. Conectavam-se a internet, entrava no site do Geogebra e só esperavam o professor compartilhar o código para terem acesso ao objeto de aprendizagem da Figura 32. Depois de terem o acesso ao objeto de Aprendizagem foi entregue a eles atividade 4.

A questão 1 desta ativdade, apesar de ter o mesmo objetivo da questão 1 das outras atividades, possui uma tabela com 5 colunas, diferente das 4 colunas que das questões das atividades 2 e da 3. (Figura 33)

Figura 33 – Questão 1 da Atividade 4

Questão 1: Analisando o objeto de aprendizagem 4, na tela do Chromebook, complete a tabela e analise a tabela para descobrir como calcular o valor da razão Tangente

Ângulo(α)	Comprimento do segmento AD	Comprimento do segmento DC	Comprimento do segmento AB	Comprimento do segmento BE [tg(α)]
30°				
45°				
60°				
90°				

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

____

____

____

Formalização do conteúdo

Fonte: do próprio autor

Após completar a tabela, os alunos sentiram um pouco de dificuldade de chegar no valor da tangente, na coluna 5, pois na questão 1 da atividade 2 e da 3, como podem ver na Figura 9 e 19, o valor de seno e cosseno era um valor repetido da coluna 2. Alguns alunos lembraram do conceito de razão e sabiam que tinha que dividir e foram fazendo, outros travaram e o professor teve que intervir lembrando-os que se tinham que encontrar uma forma de calcular uma razão, era preciso fazer uma divisão, e assim eles fizeram. (Figura 34)

Figura 34 – Resposta da questão 1 da Atividade 4

Ângulo(α)	Comprimento do segmento AD	Comprimento do segmento DC	Comprimento do segmento AB	Comprimento do segmento BE [tg(α)]
30°	0,87	0,5	1	0,58
45°	0,71	0,71	1	1
60°	0,5	0,87	1	1,73
90°	0	1	1	[illegible]
15°	0,97	0,26	1	0,27
75°	0,26	0,97	1	3,73

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

A Tangente é a divisão dos segmentos DC e AD.
A divisão do cateto oposto ao cateto adjacente

Formalização do conteúdo

$TG(a) = \frac{C.opos}{C.adj}$ | $TG(a) = \frac{Sen(a)}{Cos(a)}$

Fonte: Aluno P

A questão 2 causou algumas dúvidas nos alunos, apesar de perceberem que era semelhante as atividades anteriores. (Figura 35)

Figura 35 – Questão 2 da Atividade 4

Questão 2: Analisando a animação do objeto de aprendizagem, no intervalo de [0, 2π] radianos, complete a tabela em relação ao comportamento de tg α, se cresce ou decresce.

α	0	→	π/2	→	π	→	3 π/2	→	2 π
Tg									

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

____
____
____

Fonte: do próprio autor

Eles sabiam que tinham que completar a tabela, mas não estavam conseguindo completar, pois quando o ângulo chegava no $\frac{\pi}{2}$ e no $\dfrac{3\pi}{2}$ o valor da tangente sumia. Alguns alunos chamaram o professor e argumentaram que estava dando erro e outros verificavam com seus colegas se o deles estavam dando a mesma coisa, porque na cabeça deles estava errado. Com isso, a sala toda começou a ficar agitada, e antes de começarem a tumultuar o ambiente de sala, o professor explicou a situação e eles conseguiram resolver o exercício.(Figura 36)

Figura 36 – Resposta da questão 2 da Atividade 4

Questão 2: Analisando a animação do objeto de aprendizagem, no intervalo de [0, 2π] radianos, complete a tabela em relação ao comportamento de tg α, se cresce ou decresce.

α	0	→	π/2	→	π	→	3 π/2	→	2 π
tg α	0	CRESC	?	CRESC	0	CRES	?	CRES	0

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

aprendi que a tangente é uma linha fora da circunferência e seu valor vai sempre crescer

Fonte: Aluno Q

A questão 3 foi mais tranquila e rápida, assim como nas outras atividades, os alunos só tinham que verificar em qual quadrante a razão tangente era positiva e negativa. (Figura 37)

Figura 37 – Questão 3 da Atividade 4

Questão 3: Faça animação do objeto de aprendizagem 4, analise o ciclo trigonométrico e seus quadrantes e veja onde o tangente é positivo e negativo.

Quadrante	Sinal do tangente
1º	
2º	
3º	
4º	

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

____

____

____

Fonte: do próprio autor

A solução apresentada pelos alunos estava, em sua maioria correta. (Figura 38)

Figura 38 – Resposta da questão 3 da Atividade 4

Questão 3: Faça animação do objeto de aprendizagem 4, análise ciclo trigonométrico e seus quadrantes e veja onde a tangente é positiva e negativa.

Quadrante	Sinal da tangente
1º	POSITIVA
2º	NEGATIVA
3º	POSITIVA
4º	NEGATIVA

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

CONCLUO QUE A RAZÃO TANGENTE É POSITIVA NO QUADRANTE 1 e 3 e NEGATIVA NO 2 e 4

Fonte: Aluno R

Na questão 4 (Figura 39), diferente do ocorreu com a mesma questão nas atividades 2 e 3, os alunos fizeram sem mais problemas.

Figura 39 – Questão 4 da Atividade 4

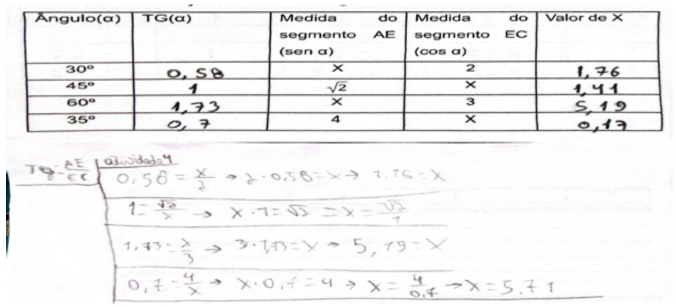
Questão 4: Utilizando o conceito da questão 1, complete a tabela e calcule o valor de x

Ângulo(α)	TG(α)	Medida do segmento AE (sen α)	Medida do segmento EC (cos α)	Valor de X
30º		X	2	
45º		$\sqrt{2}$	X	
60º		X	3	
35º		4	X	

Fonte: do próprio autor

Sabiam que tinha que aplicar os conhecimentos do exercicio 1 e encontrar o valor de x como fizeram na atividade 2, 3 e na avaliação quantitativa. Claro que nem todos acertaram, mas o índice de acerto aumentou de 15% para 63% dos alunos comparado com acerto do mesmo exercício na atividade 2. (Figura 40)

Figura 40 – Resposta da questão 4 da Atividade 4



Ângulo(α)	TG(α)	Medida do segmento AE (sen α)	Medida do segmento EC (cos α)	Valor de X
30°	0,58	X	2	1,76
45°	1	$\sqrt{2}$	X	1,41
60°	1,73	X	3	5,19
35°	0,7	4	X	0,17

$Tg = \frac{AE}{EC}$ | atividade 4

$0,58 = \frac{x}{2} \rightarrow 2 \cdot 0,58 = x \rightarrow 1,16 = x$

$1 = \frac{\sqrt{2}}{x} \rightarrow x \cdot 1 = \sqrt{2} = x = \frac{\sqrt{2}}{1}$

$1,73 = \frac{x}{3} \rightarrow 3 \cdot 1,73 = x \rightarrow 5,19 = x$

$0,7 = \frac{4}{x} \rightarrow x \cdot 0,7 = 4 \rightarrow x = \frac{4}{0,7} \rightarrow x = 5,71$

Fonte: Aluno R

Para finalizar a atividade 4, foi feito a questão 5 (Figura 41), da questão problema, que buscava do aluno, leitura e interpretação para que ele montasse o triângulo retângulo e aplicasse os conceitos aprendido no exercício anterior.

Figura 41 – Questão 5 da Atividade 4

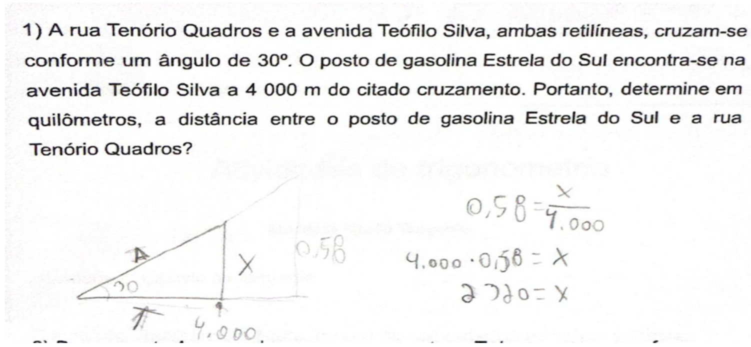
Questão 5: Usando os conceitos aprendido na questão anterior e objeto de aprendizagem, resolva o problema.

1) A rua Tenório Quadros e a avenida Teófilo Silva, ambas retilíneas, cruzam-se conforme um ângulo de 30º. O posto de gasolina Estrela do Sul encontra-se na avenida Teófilo Silva a 4 000 m do citado cruzamento. Portanto, determine em quilômetros, a distância entre o posto de gasolina Estrela do Sul e a rua Tenório Quadros?

Fonte: do próprio autor

Infelizmente, vários alunos não conseguiram fazer devido ao tempo, visto que o diretor entrou em sala e chamou atenção da turma por causa do comportamento na aula anterior alem de outras atitudes realizadas pelos corredores da escola. Entretanto, tivemos alunos que nos entregou resolvido. (Figura 42)

Figura 42 – Resposta da questão 5 da Atividade 4



1) A rua Tenório Quadros e a avenida Teófilo Silva, ambas retilíneas, cruzam-se conforme um ângulo de 30º. O posto de gasolina Estrela do Sul encontra-se na avenida Teófilo Silva a 4 000 m do citado cruzamento. Portanto, determine em quilômetros, a distância entre o posto de gasolina Estrela do Sul e a rua Tenório Quadros?

Fonte: Aluno S

Com essa última questão, finalizamos a nossa quinta e última atividade com sentimento de dever comprido. Mesmo não sabendo ao certo se os alunos conseguiram de fato resolver todas as questões como deveriam fazer, mas só de ver eles quietos, resolvendo as atividades e se interessando pelo aula, valeu muito a pena aplicação do projeto, o turma em nível comportamental mudou muito do que era antes do projeto.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste trabalho, buscamos entender, dinamizar e trabalhar, com os alunos do 2° ano do ensino médio da Escola Jardim Universitário, as atividades de introdução aos conceitos de razões trigonométricas. Essa turma foi selecionada em decorrência da quantidade de alunos em sala de aula, 40 alunos, e a dificuldade que os professores apresentavam em ministrar suas aulas, principalmente pelo comportamento dos alunos e a falta de participação em sala. Sendo o maior objetivo desse trabalho, além de propor atividades que contribuíssem com a compreensão dos conceitos básicos das três principais razões trigonométricas, foi provacar maior participação dos alunos em aula, de tal forma que o comportamento inadequado deles em sala de aula, relatado pela maioria dos professores, mudasse e o ambiente de sala de aula se tornasse um local propício para o processo de ensino e aprendizagem.

No início não foi fácil, no primeiro momento, houve a necessidade de apresentar, com clareza, como as atividades iriam ocorrer, que diferente dos trabalhos que eles conheciam, porém a participação e comprometimento deles eram fatores necessários para o bom desenvolvimento. Apresentamos e construímos um acordo didático, no qual foi definido a estrutura da sala, com 5 fileiras e a como seria feita a retirada dos Chromebooks da caixa, respeitando as fileiras e em ordem, pois percebemos que até então não havia esse bom senso entre eles. A retirada dos Chromebook era feita de qualquer forma e desordenada, ficando a sala bagunçada, fazendo o professor se estressar e perder tempo de aula organizando a sala. Com isso, o início das outras aulas foi tranquilo, pois entrávamos em sala com a caixa do Chromebook, já sabiam o que tinham que fazer, em 5 minutos aproximadamente todos ja estavam de volta em seu lugar com seu Chrmoebook. Ficamos felizes com essa mudança de comportamento dos alunos, pois mostrou que estavam gostando das atividades e todo dia ansiosos para as atividades novas

No decorrer de cada atividade encontramos desafios e dificuldades nas questões propostas para os alunos, devido a deficiência de conhecimento matemático apresentado pelos alunos. Falhamos em acreditar que, por estarem no 2° ano do ensino médio, saberiam os conteúdos do ensino fundamental. Como no mês de fevereiro, o mês que antecedeu a realização das atividades, foi trabalhado e realizado atividades envolvendo o conteúdo de relações métricas no triângulo retângulo, ficaria fácil compreenderem e desenvolverem as atividades que iríamos propor, levando em consideração o conteúdo de relações métricas, mas não se pensou nas características da turma, com alunos que não participavam das atividades que eram propostas, uma pequena quantidade de alunos realizavam as atividades e os poucos que as entregavam, ou copiava da internet ou copiava de algum colega que fazia. Portanto, deveríamos ter feito uma revisão teórica, principalmente sobre o conteúdo de razão e resolução de equação do 1° grau, mas não fizemos e por isso, no decorrer das atividades, os alunos tiveram diversas dificuldades para realizar sozinhos as atividades. Para minimizar esses problemas, de acordo com as necessidades, fizemos as devidas revisões e os ajudamos, na medida do possível, a finalizar cada atividade.

Um ponto negativo que não podemos deixar de mencionar, é que essas atividades duraram um mês e meio, ou seja, ficamos basicamente 45 dias estudando as três razões trigonométricas, e afirmo que não foi possível desenvolver o conteúdo proposto para os alunos, pois as atividades apresentam como objetivo matemático, ajudar a compreender os conceitos básicos das três razões. Mas o caro eleitor pode se perguntar, por que de todo esse tempo e somente os conceitos básicos das razões? A resposta é simples. Nas escolas públicas do Estado do Mato Grosso, o 2° ano do ensino médio, só tem 2 aulas (no mesmo dia) por semana de matemática, como tínhamos 5 atividades para serem desenvolvidas uma em cada dia e tivemos uma semana que foi cancelada a atividade, no final tivemos 6 semanas que totalizou basicamente esse $1,5$ mês. Se essa turma fosse uma turma da rede particular do estado, eles teriam 6 aulas por semana de matemática, de 2 a 3 dias de aula por semana, ou seja, levando em consideração os 6 encontros que tivemos, finalizariamos nossa experiencia didatica em duas ou três semanas no máximo, conseguiríamos realizar as atividades e quem sabe ver o conteúdo de lei dos senos e lei do cossenos que ficou sem ser estudado pelo aluno devido a falta de tempo. Portanto, acreditamos que o resultado do aprendizado matemático poderia ter sido melhor do que obtivemos, caso essa turma tivesse mais aulas de matemática por semana

Já o ponto positivo da realização das atividades, foi a participação ativa dos alunos, principalmente daqueles que durante as aulas do mês de fevereiro, não realizaram as atividades propostas e muito menos participavam das aulas. Como puderam ver no capítulo 5 deste trabalho, os alunos participaram ativamente das atividades, mesmo não sabendo o que fazer nas questões, eles perguntavam, questionavam, pediam para o professor, ou para colega da frente ou de trás, explicar novamente a questão, estavam gostando de realizar as atividades manipulando os objetos de aprendizagem. Foi uma grata surpresa a participação da grande maioria dos alunos, mesmo errando, os conceitos, os cálculos, tentavam, e por causa desses erros, conseguimos identificar suas dificuldades e ajudá-los no seu processo de aprendizagem.

Com isso, podemos concluir que conseguimos atingir nosso objetivo que era fazer o aluno ser mais participativo e ativo, em sala de aula. Claro, que o trabalho não foi perfeito, pois ocorreram dificuldades, entre elas não realizar uma avaliação diagnóstica, mas ficamos felizes em conseguir ganhar a confiança dos alunos e fazer com que construam um ambiente de sala de aula, propício ao processo de ensino e aprendizagem.

Referências

ALVES, R. da S. Proposta Metodológica para o Ensino da Trigonometria Baseada na Psicologia Pedagógica. 2016.100f.. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN, Natal - RN, 2016.

ARAUJO, L. C. L. de; NÓBRIGA, J. C. C. Aprendendo matemática com o geogebra. Editora Exato, Sao Paulo, 2010.

BAGGIOTTO, C. C.; BERNARDI, L. dos S.; GREGOLIN, V. M.(2020). GeoGebra em Dispositivos Móveis: o ensino de geometria na perspectiva da Educação Matemática Crítica. Ensino Da Matemática Em Debate, 7(3), 349–375. ⟨https://doi.org/10.23925/2358-4122.2020v7i3p349-375⟩

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL, Ministério da Educação. BNCC – BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR: ÁREA DE MATÉMÁTICA, 2018.

COSTA, N. M. L., Funções seno e cosseno: uma seqüência de ensino a partir dos contextos do "mundo experimental" e do computador. 250f. Dissertação (Mestrado em ensino da matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

COSTA, N. M. L. A história da trigonometria. Educação Matemática em Revista-Revista da SBEM,(10), 60 − 68, 2003. Disponível em: ⟨https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/modulo5/mod3_pdf/historia_triogono.pdf⟩.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações. 2ª ed.. São Paulo: Ática, 2013.

DIONIZIO, Fatima Q. Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em trigonometria. In: Congresso nacional de Educação, 10, 2011.Curitiba. Anais. Curitiba: EDUCERE, 2011.

FERRET, Rodrigo Bozi. História e filosofia da matemática. Aracaju: Gráf. UNIT, 2007.

FOSSA, J. A. Hamlet. Antipholus e Antipholus: lucrubações pedagógicas sobre a história da matemática. In: FOSSA, John A. Ensaios sobre Educação Matemática. Belém: EDUEPA. $2001.cap.4.p51 - 56$

GIL, A. C. Métodos e técnicas de pesquisa social. 5.ed. São Paulo: Atlas, 1999

GOUVÊA, Sylvia Figueiredo-Os caminhos do professor na Era da Tecnologia - Acesso Revista de Educação e Informática, Ano 9 - número 13 - abril 1999.

JORDÃO, T. C. Formação de educadores: a formação do professor para a educação em um mundo digital. In. TECNOLOGIAS DIGITAIS NA EDUCAÇÃO, 19, 2009. Brasília: MEC, 2009. Disponível em: ⟨http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000012178.pdf⟩. Acesso em: 21 abril 2024.

LEITE, L. A. de. Breve História da Trigonometria. $2016.43f.$. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba - UFPB, João Pessoa - PB, 2016. Disponível em: ⟨https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/1101/1/LAL06092016.pdf⟩. Acesso em: 03 de março 2024.

LINDEGGER, LUIZ R. DE M. Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo: uma proposta a partir da manipulação de modelos. Dissertação de Mestrado, PUCSP, São Paulo 2000. Disponivel em : ⟨https://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Dissertacao_Lindegger.pdf⟩. Acessado em 12 de fevereiro de 2024

MATO GROSSO. Proposta Curricular do Estado de Mato Grosso - Ensino Fundamental Anos Finais. Cuiabá/MT, 2018. Disponível em: ⟨https://drive.google.com/file/d/1pSppruO-tS9-puiU-IL01llcavKCJye5/view⟩

MIORIM, M. A. Introdução a História da Matemática. São Paulo, SP: Atual, 1998.

NASCIMENTO, Maurício A. Ensino-aprendizagem de trigonometria: explorando e resolvendo problemas. In: Encontro nacional de educação matemática, 11, 2013. Curitiba. Anais. Coritiba: SBEM, 2013. Disponivel em: ⟨https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/916_2025_ID.pdf⟩

NETO, José R Damasco. Registros de representação semiótica e o geogebra: um ensaio para o ensino de funções trigonométricas. Dissertação de mestrado,UFSC, Florianópolis, 2010.

OLIVEIRA, Francisco Canindé. "Dificuldade no processo de ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades" 2006. Disponivel em: ⟨https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/16022/1/FranciscoCanindeO.pdf.⟩. Acessado dia 10 de abril de 2024.

PERSICANO, Hélio Evangelista. A importância do uso das novas tecnologias no processo de ensino e aprendizagem: Aplicação do Software Geogebra no Estudo das Funções Trigonométricas. Dissertação de Mestrado Universidade Ferderal de Goías, Instituto de Matematica e Estatistica do programa de Mestrado Profissinoal em Matemática em Rede Nacional. 2013. Disponivel em: ⟨https://repositorio.bc.ufg.br/tede/items/6cefce5c-4b49-46c9-b282-7e49a7486d37⟩ . Acessado em: 30 de abril 2024.

PRODANOV, C.C.; FREITAS, E.C. 2009. Metodologia do trabalho científico. Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico. Novo Hamburgo, Feevale Editora, 276 p. Anexo 1.

SANTOS, Luciane Mulazani. Metodologia do Ensino da Matemática e Física: Tópicos de História da Física e da Matemática. Curitiba: Editora IBPEX, 2009.

SILVA, Marcelo Ataide; SILVA, Jonson Ney Dias da. Movimento Modernizador da Matemática Secundária nos Livros Didáticos de Stávale e Sangiorgi. Anais do VSIPEM. 2012.19f. Artigo produzido como Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana – Ba. Disponível em: ⟨https://www.sbembrasil.org.br/files/v_sipem/PDFs/GT05/CC02649045590_A.pdf⟩. Acesso em: 27 fevereiro 2024.

SILVA, Marlizete Franco da. TRIGONOMETRIA, MODELAGEM E TECNOLOGIAS: um estudo sobre uma sequência didática.2011.236f.. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática Disponivel em: ⟨https://www.bib.pucminas.br/teses/EnCiMat_SilvaMF_1.pdf⟩

SILVA, Wellington da. O ensino de trigonometria: perspectivas do ensino fundamental ao médio. 2013.91f.. Dissertação - (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro – SP, 2013. Disponível em: ⟨https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/92419/000733617.pdf⟩ . Acesso em: 03 de março 2024.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu. "Matemática é difícil": Um sentido pré-constituído evidenciado na fala dos alunos, 2002. Disponível em: ⟨http://www.anped.org.br/25/marisarosaniabreusilveirat19.rtf⟩. Acessado em: 15 de Dez. 2013

TOLEDO, Marília Barros de Almeida; TOLEDO, Mauro de Almeida. Teoria e Prática de Matemática: Como Dois e Dois. 1ª ed. São Paulo: FDT, 2009.

UBERTI, G. L. Uma Abordagem das Aplicações Trigonométricas. 2003.54f.. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, Florianópolis - SC, 2003. Disponível em: ⟨http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/97049⟩. Acesso em: 03 de março 2024.

APÊNDICE A – Proposta de um trabalho didático

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL PROFMAT

Erick Cristian Tourão Oliveira

Recurso Educacional

Sequência Didática: Ensino por atividade para introdução das razões trigonométricas com auxílio do GeoGebra para turma 2° ano do ensino médio.

Orientador: Miguel Tadayuki Koga

Sinop, 2024

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL PROFMAT

Carta ao leitor

Olá, professor(a) de Matemática! Esse material, apresentado como Produto Educacional, é parte integrante de nossa pesquisa de Dissertação de Mestrado intitulada Estimulando o Engajamento e participação Estudantil nas Aulas de Matemática do Ensino Médio: Ensino por atividade para introdução de razões trigonométricas com auxilio software GeoGebra para turma do 2° ano do ensino médio, desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, na Universidade do Estado do Estado do Mato Grosso (UNEMAT).

Nosso Produto Educacional consiste em uma sequência didática para aulas de Matemática estruturada para o ensino introdutório das razões trigonométricas para a turma do 2° ano do ensino médio.

A sequência didática aqui apresentada consiste em 4 atividade para serem aplicadas em 4 dias diferentes com duas aulas no mínimo cada dia. Cada atividade tem um objeto de aprendizagem específico que o professor precisa construir no GeoGebra antes de ir para a sala de aula e o passo a passo da construção desse objeto de aprendizagem está no capítulo 3. Sobre as atividades, a primeira servirá como base para as próximas três, nos quais vão retratar as três principais razões trigonométricas. Uma quinta atividade, é sugerida pelo autor, como avaliação do processo, mas fica a cargo do professor regente a necessidade ou não dessa atividade.

A escolha de se trabalhar o ensino por atividade junto com GeoGebra foi a possibilidade de unir o útil ao agradável nas escolas públicas do Estado do Mato Grosso. A Secretaria de Educação do Estado, já disponibilizou mais de 48 mil Chromebook com internet para todas as escolas do estado para promover uma educação de qualidade com uma ferramenta que o aluno tem para descobrir e alcançar o seu potencial. Então como estávamos procurando algo para inovar e chamar atenção dos alunos nas aulas, escolhemos trabalhar com o GeoGebra nesses Chromebooks para explorarmos o máximo os recursos disponibilizados pelo governo do Estado.

Este produto tem como objetivo ajudar o professor em sala a chamar atenção dos alunos e fazê-los serem mais participativos nas aula de matemática, mas também é claro, ajudar no processo introdutório do conteúdo de razões trigonométricas.

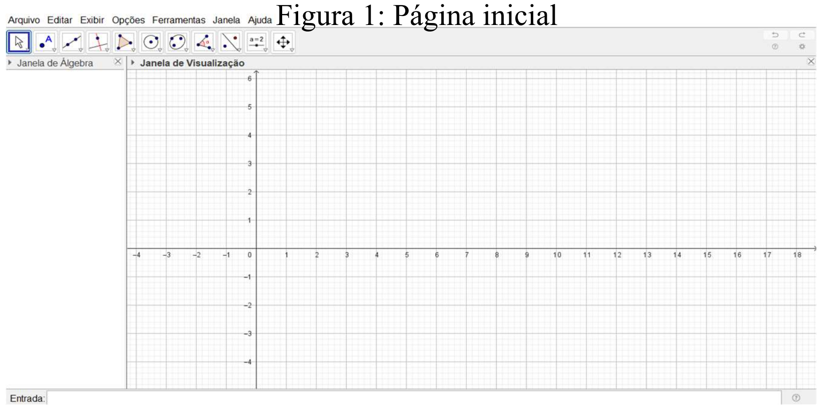
A seguir vamos conhecer mais do GeoGebra e suas ferramentas, como construir os objetos de aprendizagem e as atividades a serem realizadas na sala de aula.

1 Conhecendo um pouco o GeoGebra e suas ferramentas

Neste capítulo faremos um breve e resumido manual do GeoGebra e suas ferramentas utilizadas nesse trabalho. Caso o professor ou o aluno tenha interesse em estudar o software todo, basta acessá-lo de maneira online pelo site www.geogebra.org/classic ou baixa-lo em seu computador pelo o site www.geogebra.org/download e assim como o seu tutorial de instrução.

Ao baixar aplicativo do GeoGebra no seu computador e abri-lo, encontrará a seguinte imagem como tela principal e de entrada.

Figura 1: Página inicial



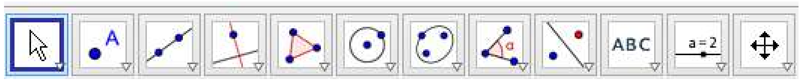
Fonte: Autor

Perceba que existe 11 ícones na parte superiora esquerda, cada um deles ajuda a criar, mexer e alterar o objeto de aprendizagem. Abaixo temos duas janelas chamada de janela de Álgebra e janela de visualização e por último, na parte debaixo a esquerda temos uma terceira janela, chamada de Entrada.

1.1 Ícones/ferramentas:

Os 11 ícones que serão manuseadas nos objetos de aprendizagem encontra-se na Figura 2 a seguir. Elas podem ser configuradas na ordem que o usuário desejar, neste trabalho não iremos configurá-la.

Figura 2: Icone de comandos



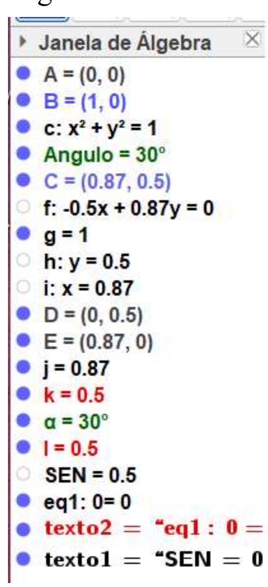
Fonte: Autor

Não iremos explicar a funcionalidade de cada um desses ícones, porém no passo a passo que iremos disponibilizar para a criação do objeto de aprendizagem, iremos ter o cuidado de mostrar ícone por ícone e sua posição para ficar fácil o entendimento e localização do professor.

1.2 Janela de Álgebra:

Na janela de Álgebra se encontra os pontos, funções, retas, segmentos, enfim, tudo que se é manuseado na janela de entrada para construção do objeto de aprendizagem. A Figura 3 nos mostra a janela de Álgebra de um objeto de aprendizagem criado como exemplo.

Figura 3: Janela de Álgebra

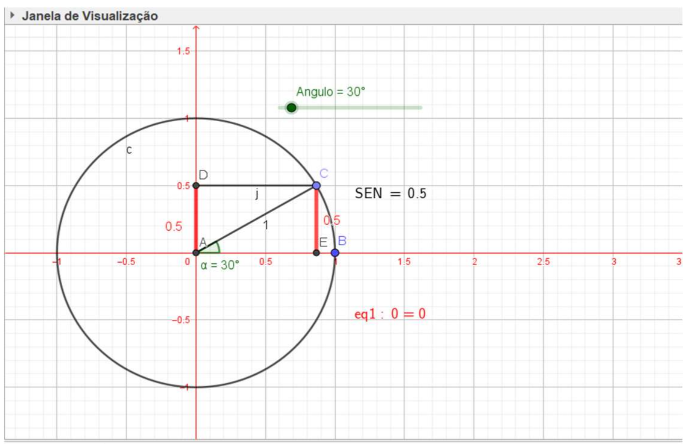


Fonte: autor

1.3 Janela de visualização

Na janela de visualização é a parte onde se encontra o objeto construído e sua dinâmica é vista nesta sessão. A Figura 4 nos mostra um exemplo de objeto construído nesse janela de Álgebra

Figura 4: Janela de Visualização



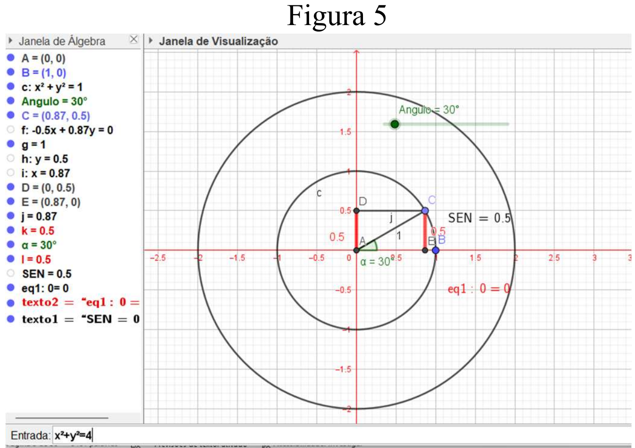
Fonte: Autor

1.4 Janela de Entrada

Na janela de Entrada é onde iremos colocar as equações, funções e operações que queremos representar no GeoGebra.

Para ficar melhor o entendimento, olhe a figura 5 e veja que colocamos uma equação da circunferência em “Entrada” e apareceu na janela de visualização uma circunferência de raio 2, correspondente a equação escrita

Figura 5



Fonte: Autor

1.5 Operações Aritméticas:

Para inserir números, coordenadas ou equações, devemos usar expressões aritméticas com parênteses. Veja a seguir algumas operações, descritas na Figura 6, que podemos usar no GeoGebra:

Figura 6: Tabela de operações

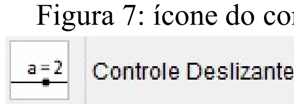
OPERAÇÃO	INSERIR
Adição	+
Subtração	-
Multiplicação ou Produto Escalar	*
Divisão	/
Exponenciação	^ ou 2
Parêntese	( )
Abscissa	x ( )
Ordenada	y ( )
Cosseno	cos ( )
Seno	sen ( )
Tangente	tan ( )
Maior inteiro menor ou igual	floor ( )
Menor inteiro maior ou igual	ceil ( )

Fonte: Autor

1.6 Animação:

Para fazer variar um número ou um ângulo de forma contínua, pode se criar um controle deslizante, utilizando o ícone da Figura 7. Então, clique sobre o número ou ângulo e pressione as teclas – ou +. Mantendo uma destas teclas pressionada permite-lhe realizar animações ou através do botão direito do mouse, clique sobre o controle deslizante e selecione a opção “animar” que o objeto de aprendizagem começará a se movimentar sozinho.

Figura 7: ícone do controle deslizante



Fonte: Autor

2 Construindo os objetos de Aprendizagem

Neste capítulo iremos disponibilizar o passo a passo para o professor criar o objeto de aprendizagem de cada atividade. É importante ressalta que, o professor precisa se familiarizar com as funcionalidades do GeoGebra, ditas no capítulo anterior, para poder criar o objeto de aprendizagem antes das aulas e colocar lós em sua conta no site do GeoGebra, para que na hora da aula faça só o compartilhamento do código com os alunos

2.1 - Construção do objeto de aprendizagem 1: Arco e seu respectivo comprimento ao longo do eixo.

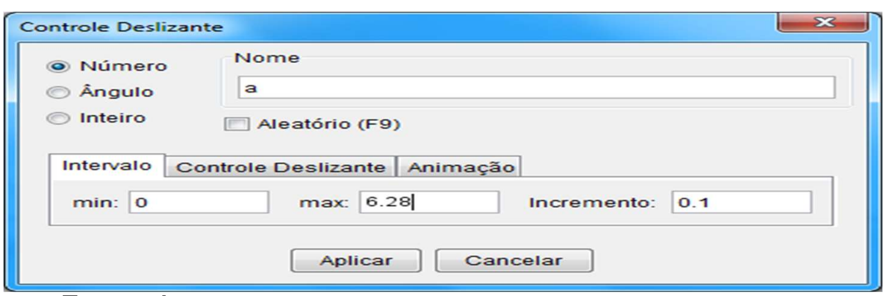
Passo 1: Em ferramentas crie uma circunferência de raio 1 na 6ª opção 

. Depois coloque no centro $A = (0,0)$, e ponto $B = (1,0)$ dentro da janela de visualização.

Passo 2: Em ferramentas selecionar na 10ª opção 

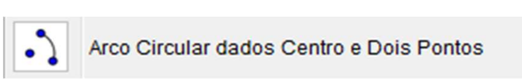
e depois clique na janela de visualização, criando o ângulo “n”. Na opção “animação” selecione a opção “crescente”.

Figura 8: Criando o controle deslizante



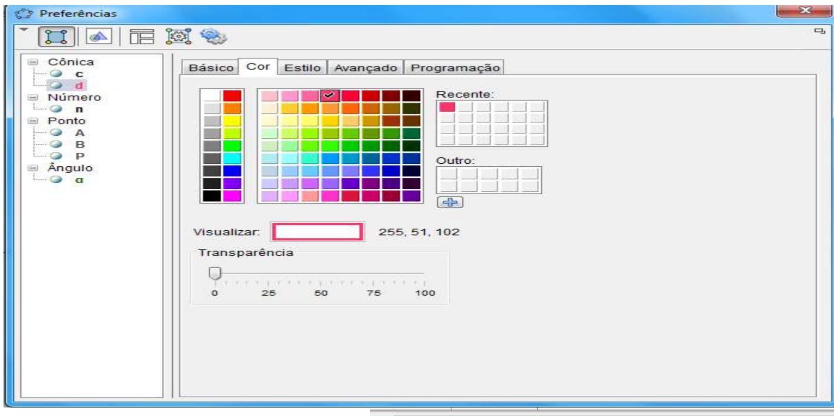
Fonte: Autor

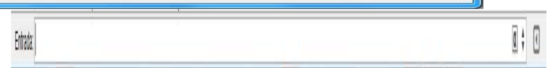
Passo 3: Digite em na janela de entrada 
P=(cos(n), sin(n)).

Passo 4: Em ferramentas selecionar na 6ª opção 

e em seguida selecionar os pontos A, B e P.

Passo 5: Mude a cor do arco d clicando nos três pontinho, depois configuração. Em seguida, vá na opção "cor" e mudar para vermelho e na opção estilo mudar espessura para 10.



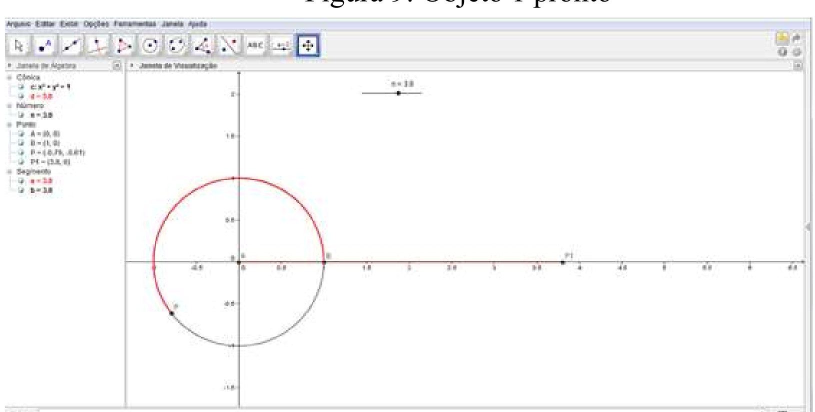
Passo 6: Na janela de entrada  criar o ponto $P_1 = (n, 0)$, e em seguida criar o segmento na mesma caixa de entrada com o comando "Segmento[$< Ponto >, < Ponto >$]" com a informações "Segmento [$A, P1$]".

Passo 7: Mude a cor do segmento f, localizado no eixo x, clicando nos três pontinho, na janela de configuração e depois em configuração. Em seguida, selecione a opção "estilo" e mude a espessura para 10 e depois vá na opção cor e mude para vermelho. Continue na janela, selecione a opção "Basico" e em "exibir rotulo" selecione nome e valor.

Passo 8: Para finalizar, faça o desenho movimentar-se clicando em "play" na janela de configuração do ângulo "n". Em seguida pare a animação.

Passo 9: Crie o segmento $\overline{AC}$ – "Segmento $[A, C]$", em seguida crie o ângulo o ângulo "$B\hat{A}C$" clicando no ícone  e selecionando "ângulos".

Figura 9: Objeto 1 pronto

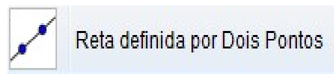


Fonte: Autor

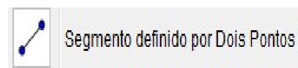
2.2 Construção do objeto de aprendizagem 2: Razão Seno.

1º Passo: Em ferramentas crie uma circunferência de raio 1 na 6ª opção 

. Depois coloque no centro $A = (0,0)$, e ponto $B = (1,0)$ dentro da janela de visualização.

2º Passo: Em ferramentas na 3ª opção selecione 

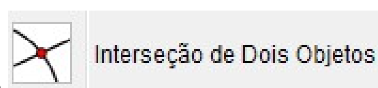
, sendo um dos pontos o centro $A(0,0)$ e C um ponto da circunferência. Em seguida colocar não visível na janela de álgebra.

3º Passo: Em ferramentas criar o segmento na 3ª opção 

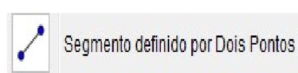
. Nos pontos A e C. Em seguida na janela de álgebra, ir em configurações. Na opção básico, ir à opção exibir rótulo, ativar e mudar para valor.

4º Passo: Em ferramentas, selecionar a 4ª opção 

e criar duas retas. Uma perpendicular ao ponto C e eixo y, e outra ao ponto C e eixo x, respectivamente.

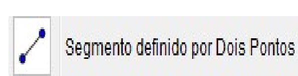
5º Passo: Em ferramentas ir à 2ª opção 

. Criar o ponto D de interseção da reta h com o eixo y e criar o ponto E de interseção da reta i e com o eixo x. Em seguida apagar as retas "i" e "h" na janela de álgebra.

6º Passo: Em ferramentas ir à 3ª opção 

e formar dois segmentos dos pontos D e C, e dos pontos E e C. Em seguida, na janela algébrica, em configurações do segmento $\overline{CE}$, selecionar a opção básico e em exibir rótulo mudar para valor.

7º Passo: Na janela algébrica, vá em configurações dos segmentos j e k que são $\overline{DC}$ e $\overline{EC}$ respectivamente, ir em propriedades na opção estilo e mudar a linha para tracejada.

8º Passo: Em ferramentas criar o segmento na 3ª opção 

e selecionar ponto A ao ponto D. Em seguida ir em configurações desse segmento, na opção estilo mudar espessura da linha para 10, na opção cor mudar para vermelho e acionar a opção exibir rótulo para valor**.**

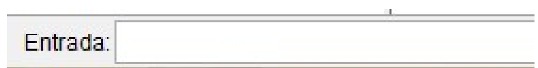
9º Passo: Em ferramentas selecionar na 8ª opção 

em seguida selecionar os pontos B, A e C respectivamente.

10º Passo: Em ferramentas selecionar na 11ª opção 

, clicar na janela de visualização, em seguida selecionar a opção ângulo e ok.

11º Passo: na janela da Algébra, vá em configurações do ponto C e na opção básico na definição apagar o que estiver escrito e no lugar digitar Girar (B, β, A).

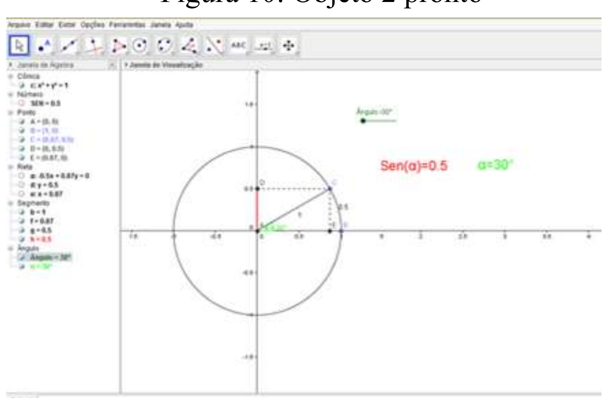
12º Passo: Na 

logo abaixo da janela algébrica, digitar y(D) em seguida aperte enter. Ir em configurações desse número na janela algébrica, na opção básico mudar o nome para SEN.

13º Passo: Vá na janela Algébrica e arraste para janela de visualização ângulo α e $sen\ \alpha$. Em seguida vá em suas configurações, e em texto mude para grande e na cor para vermelho, em ambos.

14º Passo: Em seguida com o botão direito do mouse no controle deslizante em propriedades na opção mudar o nome para ângulo.

Figura 10: Objeto 2 pronto

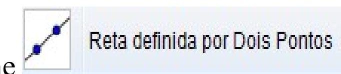


Fonte: Autor

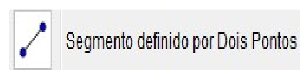
2.3 Construção do objeto de aprendizagem 3: Razão cosseno.

1º Passo: Em ferramentas crie uma circunferência de raio 1 na 6ª opção 

. Depois coloque no centro $A = (0,0)$, e ponto $B = (1,0)$ dentro da janela de visualização.

2º Passo: Em ferramentas na 3ª opção selecione 

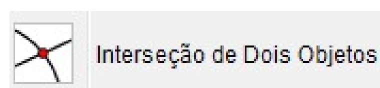
, sendo um dos pontos o centro $A(0,0)$ e C um ponto da circunferência. Em seguida colocar não visível na janela de álgebra.

3º Passo: Em ferramentas **c**riar o segmento na 3ª opção 

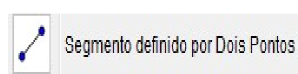
. Nos pontos A e C. Em seguida clicar com o botão direito do mouse e ir em propriedades. Na opção básico, ir à opção exibir rótulo, ativar e mudar para valor.

4º Passo: Em ferramentas selecionar a 4ª opção 

e criar duas retas. Uma perpendicular ao ponto C e eixo y, e outra ao ponto C e eixo x, respectivamente.

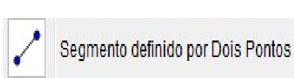
5º Passo: Em ferramentas selecionar na 2ª opção 

. Criar o ponto D de interseção da reta d com o eixo y e criar o ponto E de interseção da reta e com o eixo x. Em seguida apagar as retas “d” e ”e” na janela de álgebra.

6º Passo: Em ferramentas selecionar na 3ª opção 

e formar dois segmentos dos pontos D e C, e dos pontos E e C.

7º Passo: Clicar com o botão direito do mouse nos segmentos f e g que são $\overline{DC}$ e $\overline{EC}$ respectivamente, ir em propriedades na opção estilo e mudar a linha para tracejada.

8º Passo: Em ferramentas 3ª opção criar o segmento através do ícone 

e selecionar do ponto A ao ponto E. Em seguida ir em propriedades desse segmento, na opção estilo mudar espessura da linha para 4, na opção cor mudar para azul e acionar a opção exibir rótulo para valor**.**

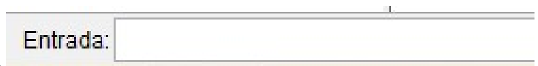
9º Passo: Em ferramentas selecionar na 8ª opção 

em seguida selecionar os pontos B, A e C respectivamente.

10º Passo: Em ferramentas selecionar na 11ª opção 

, clicar em um ponto da janela de visualização, em seguida selecionar a opção ângulo e aplicar.

11º Passo: Selecionar com o botão direito do mouse propriedades do ponto C e na opção básico na definição apagar o que estiver escrito e no lugar digitar Girar $[B, \beta, A]$.

12º Passo: Na 

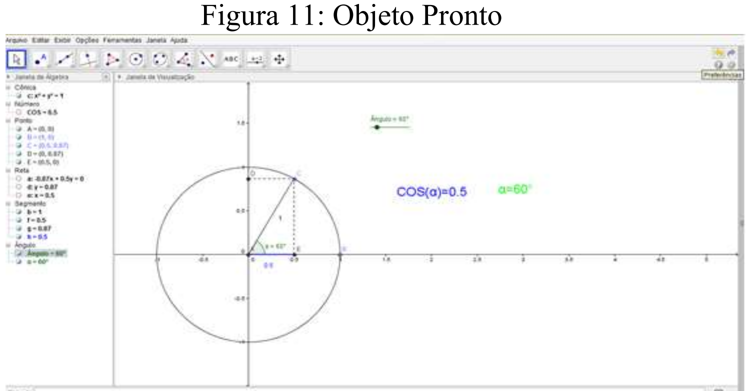
digitar $x(E)$ em seguida aperte enter. Ir em propriedades desse número clicando com o botão direito do mouse na janela de álgebra, na opção básico mudar o nome para COS.

13º Passo: Em ferramentas ir na 10ª opção 

e no lugar de editar colocar $cossen(\alpha) = COS$. Novamente o mesmo procedimento e em editar digitar $\alpha = \alpha$. Em propriedades do texto criado mudar tamanho para grande e cor para azul.

14º Passo: Em controle deslizante mudar nome para Ângulo.

Figura 11: Objeto Pronto

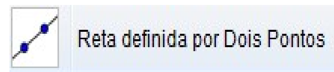


Fonte: Autor

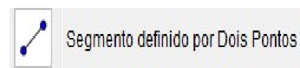
2.4 Construção do Objeto de aprendizagem 4: Razão Tangente.

1º Passo: Em ferramentas crie uma circunferência de raio 1 na 6ª opção 

. Depois coloque no centro $A = (0,0)$, e ponto $B = (1,0)$ dentro da janela de visualização.

2º Passo: Em ferramentas na 3ª opção selecione 

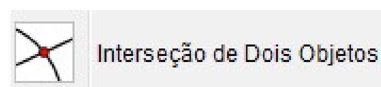
, sendo um dos pontos o centro $A(0,0)$ e C um ponto da circunferência. Em seguida colocar não visível na janela de álgebra.

3º Passo: Em ferramentas criar o segmento na 3ª opção 

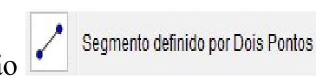
. Nos pontos A e C.

4º Passo: Em ferramentas criar na 4ª opção 

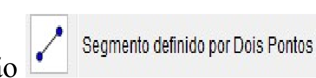
em relação ao ponto C e eixo x.

5º Passo: Em ferramentas selecionar a 2ª opção 

. Criar o ponto D de interseção da reta d com o eixo x. Em seguida apagar a reta "d" na janela de álgebra.

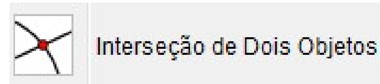
6º Passo: Em ferramentas selecionar na 3ª opção 

e criar o segmento que vai do ponto A ao ponto D. Em seguida ir em propriedades desse segmento, na opção estilo mudar espessura da linha para 4, na opção cor mudar para azul e tirar a opção exibir rótulo.

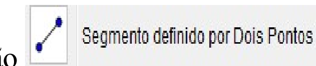
7º Passo: Em ferramentas selecionar na 3ª opção 

e criar o segmento que vai do ponto E ao ponto C. Em seguida ir em propriedades desse segmento, na opção estilo mudar espessura da linha para 4, na opção cor mudar para vermelho e tirar a opção exibir rótulo.

8º Passo: Na janela de álgebra clicar na reta "a" e fazer ela aparecer na janela de visualização. Ir em ferramentas na opção retas paralelas selecionar o ponto B e o eixo y.

9º Passo: Em ferramentas selecionar na 2ª opção 

, selecionar a reta "a" e "h", formando o ponto E. Logo em seguida ocultar a reta h na janela de álgebra.

10º Passo: Em ferramentas selecionar na 3ª opção 

e criar o segmento de reta entre os pontos B e E. Logo em seguida ocultar a reta "a" na janela de álgebra.

11º Passo: Clicar com o botão direito do mouse no segmento i que é o que vai do ponto B ao E, ir em propriedades, tirar a opção exibir rótulo. Na opção estilo mudar a espessura para 4 e na opção cor mudar para cinza.

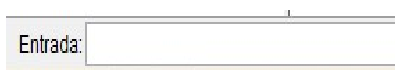
12º Passo: Em ferramentas selecionar na 8ª opção 

em seguida selecionar os pontos B, A e C respectivamente.

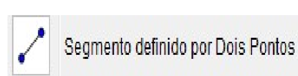
13º Passo: Em ferramentas selecionar na 11ª opção 

, clicar na janela de visualização, em seguida selecionar a opção ângulo e aplicar.

14º Passo: Selecionar com o botão direito do mouse propriedades do ponto C e na opção básico na definição apagar o que estiver escrito e no lugar digitar "girar $[B, \beta, A]$".

15º Passo: Digitar na 

$y(E)$. Em seguida clicar com o botão direito do mouse no número criado e em propriedades mudar o nome para TG. Digitar na caixa de entrada $y(C)$. Em seguida clicar com o botão direito do mouse no número criado e em propriedades mudar o nome para SEN. Digitar na caixa de entrada $x(D)$. Em seguida clicar com o botão direito do mouse no número criado e em propriedades mudar o nome para COS.

16º Passo: Em ferramentas selecionar na 3ª opção 

e criar o segmento que vai do ponto A até o ponto E.

17º Passo: Em ferramentas selecionar na 10ª opção 

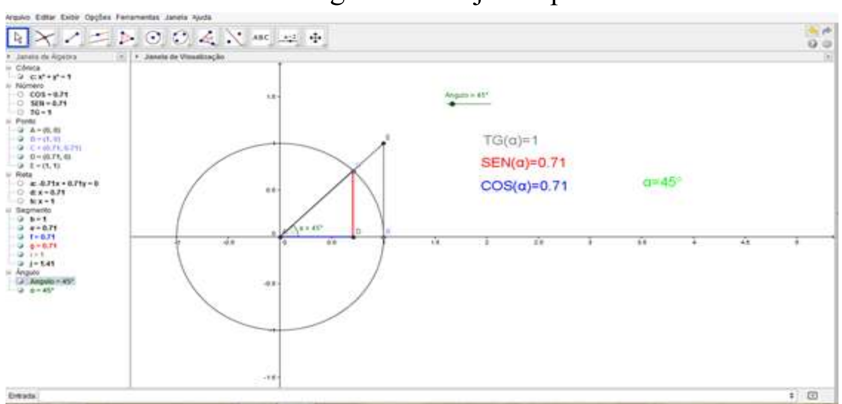
e no lugar de editar colocar $TG(\alpha) = TG$. Novamente em inserir texto digitar $SEN(\alpha) = SEN$ e novamente repetindo o processo digitar $COS(\alpha) = COS$. Novamente o mesmo procedimento e em editar digitar $\alpha = \alpha$, lembrando que TG, SEN, COS e α vão estar na opção objetos.

18º Passo: Clicando com o botão direito do mouse em cada texto criado, em propriedades na opção texto mudar cada um no formato grande, no texto $TG(\alpha) = TG$ mudar a cor para cinza, no texto $SEN(\alpha) = SEN$ mudar a cor para vermelho, no texto $COS(\alpha) = COS$ mudar a cor para azul e no texto $\alpha = \alpha$ mudar a cor para verde.

19º Passo: Com o botão direito do mouse em controle deslizante em propriedades mudar o nome na opção básico para Ângulo e em seguida selecionar a opção animar clicando novamente com o botão direito do mouse no controle deslizante.

20º Passo: Parar a animação.

Figura 12- Objeto 4 pronto



Fonte: Autor

3 As Atividades

Neste capítulo iremos conhecer cada uma das quatro atividades, seus objetivo, seus exercício e sugestões de como aplicá-las.

3.1 Atividade 1: Ciclo Trigonométrico

Essa primeira atividade não iremos focar nos conceitos matemáticos em si, pois os conceitos de ângulo, arco e transformação de graus para radiano e vice e versa, será feita no 3° bimestre. Então essa primeira atividade tem como principal objetivo explicar e fazer o aluno entender como funcionará o processo de manipulação do objeto de aprendizagem para a resolução dos exercício propostos e cada atividade. Então é importante que o professor deixe isso bem claro para os alunos nesse primeiro momento, que ele comece a resolver as questões com os alunos para que eles possam entender o processo e deixem os finalizar as exercícios para que eles comecem a pegar o ritmo. A seguir, veja atividade 1, exercício por exercício.

Atividade 1: Conhecendo o Ciclo trigonométrico

Exercício1: Analisando o objeto de aprendizagem, complete a tabela

Ângulo	Comprimento do segmento f	Comprimento do arco d
30°		
46°		
60º		
90		

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

____

____

____

Para entendermos o radiano vamos fazer a seguinte atividade envolvendo animação gráfica:

Crie o controle deslizante v em seguida entre com o valor da constante $\pi = 3.1418$, comando de entrada, e depois disto crie a variável radiano, fazendo “$radiano = \pi / v$”. Compare desta variável com o comprimento do seguimento f, representado pela letra “d”, e a partir desta comparação preencha a tabela a seguir.

Exercício 2: Analisando o objeto de aprendizagem, complete a tabela

Ângulo	Comprimento do arco d	V	Pi/v	Radianos
30°	0.52	6	0,52	Pi/6
36º		5		
45°	0.79	4	0,79	Pi/4
60º		3		

Analise as informações das tabelas e tire as suas conclusões

____

____

____

Formalização do conteúdo

Exercício 3: Analisando o objeto de aprendizagem e a tabela do exercício 2, complete a tabela abaixo.

Ângulo	Radianos
30°	π/6
45°	π /4
135°	
150°	
180°	Π

3.1.2 – Considerações importante

Caro leitor, é imprescindível que se compreenda o processo antes de aplicar cada atividade. Almejamos que o aluno seja o protagonista da sua própria aprendizagem, devendo ser instigado ao máximo, mas cuidado, não deixe chegar ao ponto de ele desistir da atividade por achar difícil e perder o interesse na mesma. Lembre-se, nosso objetivo aqui é fazê-lo participar mais ativamente da aula. Caso o aluno se sinta pressionado e incapaz, ele pode desistir, impedindo-nos de alcançar nosso objetivo.

No final do exercício 1, tem espaço para ele colocar o que o entendeu e aprendeu, no primeiro momento ele vai completar a tabela manualmente sem analisar de fato. Então ensine-o analisar o primeiro exercício e estigue bastante ele no segundo, sem esquecer que essa atividade é para ele aprender o processo e não os conceitos. Ele precisa entender e saber dizer o que aprender e você estará em sala para auxilia ló.

Outra atividade importe que precisamos dar é uma atividade diagnostica ou uma aula sobre área e comprimento de circunferência para que eles tenham base para fazer tal atividade já que esse conteúdo só será visto no 3° bimestre. É importante também uma revisão sobre resolução de equação do 1° grau, apesar dos alunos estarem no 2° ano do ensino médio, muitos passaram por dificuldade no ensino fundamental e não aprenderam de fato como resolver uma equação.

3.2 Atividade 2: Conhecendo a razão Seno

A atividade 2 foi desenvolvida com o objetivo principal de proporcionar condições para os alunos compreenderem como se realiza o cálculo da razão seno, entender seno é a razão ou a relação entre cateto oposto e hipotenusa, através da manipulação do objeto de aprendizagem 2, um círculo trigonométrico com a barra deslizante para definir o ângulo desejado. Veja a seguir a Atividade 2:

Atividade 2: Aprendendo a Razão seno

Sugestão ao professor: No desenvolver do exercício, espere o aluno determinar a razão, se porém, ele não conseguir descobrir como calcular o valor do seno, sugira ele testar algumas razões entre valores.

Exercício 1: Movimente o objeto de aprendizagem 2, complete a tabela. No final faça o que se pede:

Ângulo	Comprimento do segmento EC	Comprimento do segmento AC	Valor do sen(α)
30°			
45°			
60º			
90º			

Analise as informações da tabela e tire as suas conclusões de como encontrar o valor do seno.

____

____

Formalização do conteúdo.

Exercício 2: Analisando a animação, no intervalo de $[0, 2\pi]$, complete a tabela em relação ao comportamento de $sen\ \alpha$, se cresce ou descrece e qual seu valor nos determinados ângulos.

α	0	$\rightarrow$	$\pi/2$	$\rightarrow$	π	$\rightarrow$	$3\ \pi/2$	$\rightarrow$	$2\ \pi$
$Sen\ \alpha$									

Analise as informações da tabela e tire as suas conclusões de como se comporta o valor do seno em determinados pontos do arco trigonométrico

____

____

____

Sugestão ao professor: Ao término desse exercício, sugerir ao aluno que faça uma animação do ciclo trigonométrico e analisar os quadrantes em que o seno é positivo e negativo.

Exercício 3: Verifique o sinal do seno nos quadrantes:

Quadrante	Sinal do seno
1º	
2º	
3º	
4º	

Exercício 4: Usando a razão cosseno para encontrar o valor desconhecido

Orientação: Manipulando o objeto de aprendizagem 2, complete com o valor do SEN(α) e encontre o valor de x, usando os conhecimentos adquiridos no exercício 1:

Ângulo(α)	SEN(α)	Medida do segmento AC (hipotenusa) do triângulo	Medida do segmento EC (cateto oposto) do triângulo	Valor de X
30º		X	2	
45º		$\sqrt{2}$	X	
60º		X	3	
35º		4	X	

Rascunho:

Atividade 5: Usando os conceitos e conhecimento adquiridos no exercício 1 e 4, resolver problemas contextualizados a seguir:

1) Um avião levanta voo sob um ângulo constante de 20º. Após percorrer 2 000 metros em linha reta, qual será a altura atingida pelo avião, aproximadamente?

2) Um avião decola, percorrendo uma trajetória retilínea, formando com o solo, um ângulo de 30º (suponha que a região sobrevoada pelo avião seja plana). Depois de percorrer 1 000 metros, qual a altura atingida pelo avião?

3.2.1 – Considerações importante

Nesta atividade é de extrema importância que os alunos tenham domínio do conceito de razão para conseguir resolver o exercício 1 e 4, e de como se resolve uma equação para resolver os exercício 4 e 5. Caso eles não tenham ou essa base matemática deles forem fracas, é preciso fazer uma revisão de tais conteúdo para que eles possam desenvolver a atividade 2 com sucesso e sem contratempo.

Sobre atividade lembre-se, o aluno é agente ativo do seu conhecimento, provoque-o ao máximo para que ele consiga chegar no conceito matemático que você deseja, mas tome cuidado para não espantar ele e fazer ele perde o interesse na atividade.

3.3 Atividade 3: Conhecendo a razão Cosseno

A atividade 3 foi desenvolvida com o objetivo de desenvolver o conceito da razão Cosseno. Por isso, a atividade 3 é bem similar com atividade 2, só irá mudar basicamente o conceito da razão seno para cosseno. Veja a seguir a Atividade 3:

Atividade 3: Aprendendo a Razão Cosseno

Sugestão ao professor: No desenvolver do exercício, espere o aluno determinar a razão, se, porém, ele não conseguir, faça-o lembrar de como encontrou a razão seno na atividade anterior.

Exercício 1: Movimente o objeto de aprendizagem 3, complete a tabela. No final faça o que se pede:

Ângulo	Comprimento do segmento AE	Comprimento do segmento AC	Valor do Cos(α)
30°			
45°			
60º			
90º			

Analise as informações da tabela e tire as suas conclusões de como encontrar o valor do cosseno

____

____

____

Formalização do conteúdo

Exercício 2: Analise a animação, no intervalo de $[0, 2\pi]$, complete a tabela em relação ao comportamento de Cos α, se cresce ou decresce e qual seu valor nos determinados ângulos.

A	0	→	$\pi/2$	→	π	→	$3\,\pi/2$	→	$2\,\pi$
$Cos\ \alpha$									

Analise as informações da tabela e tire as suas conclusões de como se comporta o valor do seno em determinados pontos do arco trigonométrico

____

____

____

Sugestão ao professor: Ao término desse exercício, sugerir ao aluno que faça uma animação do ciclo trigonométrico e analisar os quadrantes em que o seno é positivo e negativo.

Exercício 3: Estudo do sinal do seno.

Orientação: Verifique o sinal do seno nos quadrantes:

Quadrante	Sinal do seno
1º	
2º	
3º	
4º	

Exercício 4: Usando a razão cosseno para encontrar o valor desconhecido

Orientação: Manipulando o objeto de aprendizagem 2, complete com o valor do COS (α) e encontre o valor de x, usando os conhecimentos adquiridos no exercício 1:

Ângulo(α)	COS (α)	Medida do segmento AC (hipotenusa) do triângulo	Medida do segmento AE (cateto adjacente) do triângulo	Valor de X
30º		X	2	
45º		$\sqrt{2}$	X	
60º		X	3	
35º		4	X	

Rascunho:

Atividade 5: Usando os conceitos e conhecimento adquiridos no exercício 1 e 4, resolver problemas contextualizados a seguir:

1) Um terreno possui o formato de um retângulo cuja base mede 8 cm, sabendo que o ângulo formado entre a base e a diagonal é de 30º, qual o valor que mais se aproxima da diagonal? (Use $\sqrt{3} = 1{,}7$)

3.3.1 – Considerações importante

Nesta atividade, sempre relembre os alunos de como fizeram a atividade na aula anterior, que o padrão e o mesmo, vai so mudar o conceito da razão seno para cosseno.

Tome cuidado professor com intervalo de dias de uma atividade para outra. Para você, talvez, seja fácil lembrar a atividade anterior, mas se atividade 3 acontecer muitos dias depois da atividade 2, bem provável que os alunos esqueçam de como se faz cada exercício e você terá que lembrá-los de como fazer, claro, sem esquece que você tem que estigar o aluno a chegar na resposta e não dar a resposta para eles.

3.4 Atividade 4: Conhecendo a razão Tangente

A atividade 4 foi desenvolvida com o mesmo objetivo das duas atividades anterior, entretanto, falando sobre a Razão Tangente. Por isso, a atividade 4 é bem similar com atividade 3, com uma pequena diferença no exercício 1, mas com mesmo intuito de encontrar como calcular o valor da razão, que nesta atividade é a razão tangente. Veja a seguir a Atividade 4:

Atividade 4: Aprendendo a Razão Tangente

Sugestão ao professor: No desenvolver do exercício, espere o aluno determinar a razão, se ele não conseguir, faça-o lembrar de como encontrou a razão seno e cosseno nas atividades anteriores.

Exercício 1: Movimente o objeto de aprendizagem 4, complete a tabela. No final faça o que se pede:

Ângulo(α)	Comprimento do segmento AD	Comprimento do segmento DC	Comprimento do segmento AB	Comprimento do segmento BE [tg(α)]
30°				
45°				
60º				
90º				

Usando uma calculadora, analise as informações da tabela e tire as suas conclusões de como encontrar o valor da Tangente

____

____

____

Formalização do conteúdo

Exercício 2: Crescimento e decrescimento do $Tg\ \alpha$.

Orientação: Analisando a animação, no intervalo de $[0, 2\pi]$, complete a tabela em relação ao comportamento de $Tg\ \alpha$, se cresce ou decresce e qual seu valor nos determinados ângulos.

A	0	→	$\pi/2$	→	Π	→	$3\ \pi/2$	→	$2\ \pi$
$Tang\ \alpha$									

Analise as informações da tabela e tire as suas conclusões de como se comporta o valor do seno em determinados pontos do arco trigonométrico

____
____
____

Sugestão ao professor: Ao término desse exercício, sugerir ao aluno que faça uma animação do ciclo trigonométrico e analisar os quadrantes em que a tangente é positiva, negativa ou não existe.

Exercício 3: Estudo do sinal do Tangente.

Orientação: Verifique o sinal do Tangente nos quadrantes:

Quadrante	Sinal do seno
1º	
2º	
3º	
4º	

Exercício 4: Usando a razão Tangente para encontrar o valor desconhecido

Orientação: Manipulando o objeto de aprendizagem 4, complete com o valor do $TG\ (\alpha)$ e encontre o valor de x, usando os conhecimentos adquiridos no exercício 1:

Ângulo(α)	$TG(\alpha)$	Medida do segmento $\overline{AE}$ $(sen\ \alpha)$	Medida do segmento $\overline{EC}$ (cos α)	Valor de X
30º		X	2	
45º		$\sqrt{2}$	X	
60º		X	3	
35º		4	X	

Atividade 5: Usando os conceitos e conhecimento adquiridos no exercício 1 e 4, resolver problemas contextualizados a seguir:

De um ponto A, um agrimensor enxerga o topo T de um morro, conforme um ângulo de 45°. Ao se aproximar 50 metros do morro, ele passa a ver o topo T conforme um ângulo de 60º. Determine a altura do morro.

3.4.1 – Considerações importante

Caro professor, nesta atividade você precisa ter os mesmos cuidados das atividades anteriores. Muitos alunos irão chegar nessa atividade sabendo mais ou menos o que tem que fazer, mas a maioria vai não vai lembrar, por diversos motivos, que pode ser a falta de interesse, a memória fraca do aluno e até mesma a diferença alta de dias de uma atividade para outra. Lembre-se o objetivo geral dessas atividades e fazer o aluno se interessar pela aula e fazê-lo ser mais ativo em sala de aula, então tenha cuidado na hora de cobrar demais e fazer ele perde o interesse e o foco da aula.

Finalizado essa última atividade, fica a critério do professor regente o como avaliar desenvolvimento do seu aluno nas atividades. No nosso caso, fizemos uma atividade avaliativa quantitativa com questões sobre as razões e fizemos também uma avaliação qualitativa no qual avaliamos o comportamento, a dedicação e a participação deles durante as aulas.

Conversa final com o leitor

Este material foi pensado e elaborado de maneira que possa ajudar o professor regente de matemática a introduzir as razões trigonométricas em sala, diversificar sua metodologia de aula e principalmente fazer com que o aluno tenha mais interesse nas aulas de matemática, fazendo com que ele seja mais participativo.

Esperamos que com este material, o professor possa ver a tecnologia em sala de aula e o ensino por atividade com outros olhos e entender que TICs vieram para ficar e cada vez mais precisamos usá-las como recursos para fazer o aluno a voltar a se interessar a estudar.

Nós professores somos apaixonados pelo que fazemos, podemos juntos lutar e trabalhar por um ensino e aprendizagem da matemática mais significativa e instigante para os alunos e para os professores, mudando aquele velho olhar que a matemática é algo muito difícil de se aprender e compreender.

Sobre os autores

Erick Cristian Tourão Oliveira
Licenciado em Matemática pela Universidade Estado do Pará (UEPA) em 2014. Especialização em Ensino da Matemáticas Básica pela Faculdade Brasil Amazonia-FIBRA em 2015. Atualmente professor de Matemática Efetivo da Secretaria de Educação do Mato Grosso (SEDUC-MT).

Miguel Tadayuki Koga

Licenciado em Matemática pela Faculdade de Filosofia-Ciências e letras de Arapongas - FAFCLA, em Arapongas/PR, no ano de 1988. Especialização em Matemática Superior pelo Pontíficia Universidade Católico de Minas gerais PUC-MG, em 1995. Mestrado em Educação matemática pela Universidade Estadual Paulista. UNESP/Rio Claro. Aperfeiçoamento em Matemáticas pela universidade de Campinas - UNICAMP em 2006. Doutor em Engenharia Elétrica pela UNICAMP em 2015. Professor Eletivo da Universidade do Estado de Moto Grosso, UNEMAT, desde 1990.

Referências

ARAUJO, L. C. L. de; NÓBRIGA, J. C. C. Aprendendo matemática com o GeoGebra. Editora Exato, São Paulo, 2010.

BAGGIOTTO, C. C.; BERNARDI, L. dos S.; GREGOLIN, V. M. GeoGebra em dispositivos móveis: o ensino de geometria na perspectiva da educação matemática crítica. Ensino da Matemática em Debate, v. 7, n. 3, p. 349–375, 2020.

JORDÃO, T. C. Formação de educadores: a formação do professor para a educação em um mundo digital. In. TECNOLOGIAS DIGITAIS NA EDUCAÇÃO, 19, 2009. Brasília: MEC, 2009. Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000012178.pdf. Acesso em: 21 abr. 2023

NASCIMENTO, Maurício A. **Ensino-aprendizagem de trigonometria: explorando e resolvendo problemas**. In: In: Encontro nacional de educação matemática, 11, 2013. Curitiba. Anais... Curitiba: SBEM, 2013.

OLIVEIRA, Francisco Canindé. "**Dificuldade no processo de ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades**" 2006. Disponível em <https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/16022/1/FranciscoCanindeO.pdf > acessado dia 10 de abril de 2024.

PERSICANO, Hélio Evangelista. **A importância do uso das novas tecnologias no processo de ensino e aprendizagem:** Aplicação do Software GeoGebra no Estudo das Funções Trigonométricas. 2013. Acessado em: 30 de abril 2024.