

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
—PROFMAT—

COMO VOU COMPRAR MEU
PRIMEIRO CARRO?

Nilson Ozawa



Resumo

Este trabalho tem o objetivo de introduzir a Educação Financeira para os alunos do Ensino Médio, de forma simples e objetiva, a partir de uma pesquisa, na qual os alunos escolhem a forma de pagamento de um automóvel. Vamos desvendar os inúmeros compromissos existentes, como juros de financiamento, poupança, despesas cobradas pelo banco e cálculos bancários com o auxílio da Internet, planilhas dentro da Modelagem Matemática, seguindo as sugestões dos Parâmetros Curriculares Nacionais, como a introdução das novas tecnologias, a formação do cidadão e a contextualização.

Palavras-chave: Modelagem, PCNs, Novas tecnologias, cotidiano.

Abstract

This work is mainly dedicated to introduce Financial Education to high school students a simple and direct way. It is discussed ways for buying a car and then key concepts of Financial Education are discussed. It is used some tools from Internet, according to the Parâmetros Curriculares Nacionais such as the introduction of new Technologies, citizen education and explication.

Key-words: Modeling, PCNs, New Technologies, quotidian.

Agradecimentos

Agradeço à Sociedade Brasileira de Matemática e ao programa PROFMAT que possibilitou a realização de um curso que foi essencial para a minha formação como professor.

A CAPES pelo auxílio financeiro que contribuiu para que meus estudos pudessem ser concluídos.

À UFABC pela estadia nestes dois anos e meio. Aos meus professores e coordenadores pelos ensinamentos e aprofundamentos necessários para a conclusão do curso.

Aos meus colegas de curso que fizeram parte da minha vida nesse período de estudos.

E, por fim, agradeço à minha família, que partilhou dos meus ideais.

Dedico este trabalho as pessoas que acreditaram na minha capacidade. A minha irmã Elizabeth Ayako Ozawa e a minha mãe Shizuko Ozawa, e aos meus amigos João Paulo Atie e Viviane Fernandes pela colaboração e amizade.

Sumário

1	Introdução	1
2	Elementos básicos para nossa pesquisa	4
2.1	Novas tecnologias	4
2.2	Os Parâmetros Curriculares Nacionais	5
2.3	A contextualização e a modelagem Matemática	6
3	Educação Financeira	11
3.1	Matemática Financeira	12
3.2	Conceitos de Matemática Financeira	12
3.3	Inflação e hiperinflação	14
3.4	Tempo	14
3.4.1	Financiamento bancário	16
3.4.2	Regras diferenciadas de financiamento de carro	16
3.4.3	O juro incide sempre sobre o saldo devedor	18
3.5	Internet	19
4	Como você gasta seu dinheiro?	21
4.1	Orientações sobre seu dinheiro e os meios de comunicação	23
5	Modelagem Matemática	25
5.1	Fluxo de caixa	25
5.2	Modelagem Matemática	26
6	Atividades em sala de aula	27
6.1	Atividades com alunos, Modelagem e Modelos Matemáticos	27

6.2	Questões	31
6.3	Os resultados obtidos foram os seguintes	31
6.4	Estudo dos resultados	34
6.5	A Matemática Financeira e a Educação Financeira	40
7	Conclusão	43

Capítulo 1

Introdução

Neste trabalho de conclusão de curso do Profmat, apresentamos uma sugestão de atividade, que utiliza conceitos da Matemática interdisciplinar e contextualizada, de acordo com as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) [5], caracterizando uma atividade em que o conhecimento matemático pode ser utilizado de forma a ajudar a resolver problemas do cotidiano.

A partir dessa vivência, pude perceber a necessidade de algum tipo de educação financeira estar presente no processo de ensino, despertando, assim, meu interesse por essa área, direcionando meu trabalho docente, através do qual pudesse oferecer ao aluno uma autonomia maior no controle de suas futuras finanças.

Entretanto, esse objetivo se perderia, se essa educação fosse apresentada de maneira tradicional e descontextualizada. Dessa forma, acredito ser mais efetiva a aprendizagem em que a educação financeira fosse apresentada de forma mais atual e essencialmente prática, através da experiência vivencial do aluno, como a compra de um automóvel.

No curso de Mestrado Profissional do Profmat, conheci no 3º semestre o curso de modelagem, apresentado pelo Professor Doutor Rafael Grisi. Esse curso deu-me uma perspectiva importante, para direcionar meu trabalho, a fim de orientar os alunos a terem uma educação financeira de forma mais estruturada.

Bassanezzi [27] nos diz que:

A modelagem Matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais. No processo de reflexão sobre a porção da realidade selecionamos os argumentos considerados essenciais e procuramos uma formalização artificial (modelo matemático) que contemple as relações que envolvem tais argumentos.

Transportando o aluno para uma situação fictícia, dentro da sala de aula, a partir dela criamos estratégias e meios para resolução de uma situação que necessita do conhecimento Matemático e de novas tecnologias, contextualizando com o objetivo de orientar a compra de um automóvel.

Os trabalhos conhecidos de educação financeira são poucos, pois o tema é recente. A “Educação Financeira para o ensino médio da rede pública: uma proposta inovadora”, de Negri (2010) [8] tem o objetivo de mostrar a importância da educação financeira, utilizando como base os PCNs [5] e a Lei de Diretrizes e Base da Educação, a LDB [3], comprovando estar aquele ensino totalmente de acordo com os objetivos desses documentos, legitimando o ensino da educação financeira para os alunos do Ensino Médio.

A dissertação de Campos [13], “Educação Financeira Matemática do ensino fundamental: uma análise da produção de significados”, introduz a Educação Financeira a alunos da sexta série do ensino fundamental, abordando o controle de gastos, a partir das mesadas recebidas, ou seja, dessa fonte de renda.

Nesta dissertação, existem exercícios envolvendo porcentagem e juros simples, semelhantes aos exercícios que compõem os livros didáticos e o caderno do aluno, distribuído na rede estadual de ensino, tendo a Matemática Financeira mostrando, como parâmetro, uma ferramenta essencial para a Educação Financeira. Com a modelagem, procuro um modelo Matemático que torne a Educação Financeira uma coleção de habilidades e estratégias para auxiliar o futuro cidadão.

A intenção é realizar um trabalho no qual o aluno possa perceber que a compra de um bem de alto valor, na maioria das vezes precisa de uma tomada

de decisão de forma mais equilibrada, longe dos impulsos de compra, a que todos estamos sujeitos. Com isto, procuramos uma situação na qual o aluno possa desenvolver uma autonomia mais efetiva, a partir de projeções mais verdadeiras, uma situação na qual será necessária uma tomada de decisão pelas consequências da qual será responsável, sejam elas positivas ou negativas, por exemplo, tornar-se inadimplente.

Consideramos que as decisões, quando tomadas de forma adequada e racional, podem tornar o cidadão disciplinado e responsável financeiramente.

Capítulo 2

Elementos básicos para nossa pesquisa

2.1 Novas tecnologias

A escolha da Modelagem Matemática foi tomada como referencial teórico, assim como as opções pela utilização de recursos tecnológicos como a rede mundial de computadores para as pesquisas e a aquisição de planilhas construídas no BrOffice [30].

O BrOffice [30] é uma suíte para escritório gratuita e de código aberto LibreOffice. O BrOffice incluía seis aplicativos: um processador de textos (o Writer), uma planilha eletrônica de cálculos (o Calc), um editor de apresentações (o Impress), um editor de desenhos vetoriais (o Draw), um gerenciador de banco de dados (o Base) e um editor de fórmulas científicas e matemáticas (o Math).

O BrOffice [30] foi escolhido por ser gratuito. As planilhas eletrônicas de cálculos não colocam a teoria Matemática em segundo plano em nosso trabalho, pois, indiretamente, o aluno terá que possuir ou desenvolver o conhecimento Matemático para utilizar de maneira adequada os elementos matemáticos. Por exemplo, como reconhecer que uma planilha é uma matriz onde as células nada mais são que elementos pertencentes a ela, assim como

saber que as funções exponenciais e lineares estão presentes nos cálculos de Montante, de Receita, entre outras.

Consideramos importante afirmar nossa crença de que o ensino da Matemática seja feito de forma tal que o aluno entenda ser necessária a compreensão de conceitos e procedimentos e que a Matemática apareça como ferramenta desse aprendizado da educação financeira.

Para controlar suas finanças, o futuro cidadão deve utilizar cálculos básicos de soma, subtração, multiplicação, divisão, exponencial, podendo atuar, a partir do domínio em relação a esses conceitos e da criação, confirmação e refinamento de estratégias inclusive com o possível auxílio das novas tecnologias.

2.2 Os Parâmetros Curriculares Nacionais

A partir da implementação das Leis de Diretrizes e Bases da Educação [3] em 1996, foram introduzidos, em 1998, os Parâmetros Curriculares Nacionais, conhecidos como PCNs [5], com o propósito de orientar a introdução de um currículo mínimo comum a todas as escolas. No caso particular da Matemática, houve uma forte defesa de um ensino em que a Matemática fosse, sempre que possível, contextualizada.

Um bom exemplo é a Matemática Financeira, que, inclusive, traz consigo um forte componente de auxílio das novas tecnologias, em que as calculadoras e os computadores podem ser utilizados para tornar mais efetivo o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Consideramos reconhecer que a Matemática é uma disciplina onde os símbolos e códigos universais são fundamentais para sua compreensão e para o aprendizado dos procedimentos necessários. As ferramentas didáticas, como os computadores ou as calculadoras devem passar a ser vistos como parceiros e não vilões do ensino, ajudando na preparação do aluno para problemas do cotidiano.

2.3 A contextualização e a modelagem Matemática

Segundo Nascimento [15, p.44], os PCNEM (Parâmetros Curriculares do Ensino Médio) têm competências e habilidades, que serão escolhidas para o desenvolvimento do trabalho, a partir das seguintes propostas:

- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões e outras).
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.
- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, entre outras dificuldades).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.
- Contextualização sociocultural.
- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.
- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.
- Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

Isso nos direciona à Modelagem Matemática, levando-nos a uma forma mais objetiva nosso trabalho, utilizando novas tecnologias e temas do cotidiano e, podemos dizer, de uma forma semelhante, mas mais forte, com o conceito de interdisciplinaridade. Barbosa [12], por exemplo, “Acredita que se deve buscar uma serie de conexões com os conceitos da Matemática, dentro e fora da própria Matemática, dando uma forma diversificada do pensamento Matemático”. Assim, ele define a contextualização na Matemática, bem como os tipos de contextualização como da seguinte forma [12, p.3]:

Skovsmose (2000) afirma que as atividades escolares podem fazer ter três contextos diferentes:

Matemática pura: quando a situação pertence integralmente à matemática acadêmica;

Semi-realidade: quando a situação envolve elementos do dia a dia ou outras ciências, mas trata-se de situações fictícias.

Realidade: quando descreve situações que ocorrem na vida diária e científica.

Existem determinadas situações, no cotidiano do aluno, em que é possível utilizar o conhecimento da Matemática, e esses cálculos matemáticos, quando assim utilizados, na maioria dos casos servem para validar de forma numérica certas situações relatadas nos trabalhos de contextualização e interdisciplinaridade. Entretanto, não se deve esquecer de que quando se utilizam cálculos matemáticos, sempre existem implícita ou explicitamente, conceitos matemáticos envolvidos.

É nesse contexto que acreditamos que a Educação Financeira pode apropriar-se dos elementos da contextualização, assim como da modelagem Matemática. Além disso, ainda podemos considerar como relevante, em relação à própria cidadania, a necessidade de preparar o aluno para ser um cidadão consciente de seus gastos, dando os seus primeiros passos para vida adulta.

Segundo Barbosa [12, p.3],

Na Educação Matemática, muitos autores (Bassanezzi, 1994; Blum & Huntley, 1995; Skovsmose, 1994) argumentam pela necessidade da matemática escolar incluir situações com referências na realidade.

Dessa forma, ao estudarmos um problema como a compra de um automóvel, temos na Educação Financeira, a oportunidade para criar um modelo e, então, teremos um ambiente de aprendizagem no qual será criada uma série de situações que podem favorecer a aprendizagem. Ainda segundo Barbosa [12, p.3], “A Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”.

Portanto, criamos o ambiente, no qual o nosso trabalho está situado, contextualização e Modelagem Matemática.

Observação: A contextualização passa a dar vida aos números. Quando pedimos ao aluno efetuar uma expressão Matemática do tipo:

$$100 + [2 \times (80 - 8)] = 100 + [2 \times 72] = 244$$

Podemos resolver a mesma expressão de outra forma. Por exemplo:

Ganhei 100 reais e vendi duas camisas de futebol de 80 reais com um desconto de 8 reais cada uma. Com quanto dinheiro eu fiquei após a venda das camisas?

Como as funções lineares com domínio nos números naturais — que são chamadas de progressão aritmética — que têm como propriedade fundamental a soma de uma constante r chamada razão, têm, em sua contextualização na Matemática financeira, o cálculo de juros simples.

Vejamos o exemplo seguinte:

Paulo compra uma geladeira de R\$1.000,00 em 3 vezes, a juros simples de 15% ao mês. Calcule o valor total a ser pago?

Temos:

- 15% de 1.000 reais são 150 reais.
- A juros simples:

$$a_0 = 1.000$$

$$a_1 = 1.000 + 1 \times 150 = 1.150 \text{ reais no primeiro mês.}$$

$$a_2 = 1.000 + 2 \times 150 = 1.300 \text{ reais no segundo mês.}$$

$$a_3 = 1.000 + 3 \times 150 = 1.450 \text{ reais no terceiro mês.}$$

Na contextualização, na Matemática financeira, teremos juros simples de 150 reais em cada parcela e um juro total de R\$ 450,00 e um montante de R\$ 1.450,00.

O juro é calculado através da formula

$$j = C \times i \times t. \quad (2.1)$$

E o montante é

$$M = C + j. \quad (2.2)$$

Por exemplo, se

$$\left| \begin{array}{l} C = 1.000 \text{ reais} \\ i = 15\% = 0,15 \\ t = 3 \text{ meses} \end{array} \right.$$

Então o juros é

$$j = 1.000 \times 0,15 \times 3 = 450 \text{ reais,}$$

e o montante é

$$M = 1.000 + 450 = 1.450 \text{ reais.}$$

As funções exponenciais, assim como as equações exponenciais, têm como

característica uma função de domínio os reais não negativos.

As progressões geométricas, cuja característica principal é o produto dos elementos por uma constante q , é um exemplo de função exponencial.

Na contextualização, a Matemática Financeira tem o cálculo de juro composto.

Paulo compra uma geladeira a juro composto de 15% ao mês, em 3 vezes. Calcule o valor total a ser pago a juro composto.

$$a_0 = 1.000$$

$$a_1 = 1,15^1 \times 1.000 = 1.150 \text{ reais}$$

$$a_2 = 1,15^2 \times 1.000 = 1.322,5 \text{ reais}$$

$$a_3 = 1,15^3 \times 1.000 = 1.520,87 \text{ reais.}$$

Isso daria um montante final de R\$ 1.520,87, maior que o de juro simples.

Capítulo 3

Educação Financeira

No Decreto-lei 7397/2010 [3] executivo, de 22 de dezembro de 2010, sancionado pelo então Presidente da República Luís Inácio Lula da Silva, a Educação Financeira passa a ser parte do currículo escolar, para orientar o aluno a controlar melhor suas finanças no futuro, melhorando seu padrão de qualidade de vida.

Segundo a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) [11],

A educação financeira é o processo pelo qual consumidores e investidores melhoram sua compreensão sobre conceitos e produtos financeiros e, por meio de informação, instrução e orientação objetiva, desenvolvem habilidades e adquirem confiança para se tornarem mais conscientes das oportunidades e dos riscos financeiros, para fazerem escolhas bem informadas e saberem onde procurar ajuda ao adotarem outras ações efetivas que melhorem o seu bem-estar e a sua proteção.

A orientação do aluno, a importância da consciência em relação a gastos e habilidades adquiridas em relação ao dinheiro são objetivos importantes para a formação do cidadão, assim como para formar cidadãos conscientes de seus gastos, caso em que o Estado tem como benefício a diminuição de cidadãos inadimplentes.

3.1 Matemática Financeira

Segundo Aderbal Nicolas Muler e Luís Roberto Antonik em seu livro *Matemática Financeira, instrumento para tomada de decisão* [18, p.1], “A Matemática financeira é uma aplicação prática das finanças. É um dos ramos da Matemática Aplicada de mais fácil manuseio e manipulação, pois as operações são de extrema facilidade.”

A Matemática Financeira, no caso, está contida na Educação Financeira, pois dela necessitamos para os cálculos e conceitos.

3.2 Conceitos de Matemática Financeira

Como a Matemática tem seus símbolos e códigos que a universalizam, a Educação Financeira possui alguns desses mesmos códigos, que são seus conceitos universais, traduzidos de acordo com seus países de origem. Nos meios de comunicação em geral, tais assuntos são constantes, por exemplo, como percebemos se ou como a taxa Selic vai aumentar ou se os juros da poupança não seguiram as regras, entre outros.

Programas de rádio e televisão nos colocam diante de economistas que discutem diariamente a situação econômica do país. Portanto, para a elaboração de nosso trabalho, será necessário que o aluno obtenha conhecimento de conceitos como empréstimos, *spread* bancário, juros, taxa de aprovação de crédito, taxa de juros Selic, amortização, desconto, bens. Vamos utilizar como referência bibliográfica o livro *TituloLivroDecifrando o Economês de Maura Montella* [25].

Assim podemos definir:

Juros Ao fazer uma dívida bancaria é necessário saber que juro “*é o preço pago pela mercadoria dinheiro.*” Ao requisitarmos um empréstimo no banco, esse dinheiro está sujeito a juros e nos comprometemos a pagar um montante da dívida que nada mais é do que os juros cobrados mais o capital valor pedido do empréstimo, ou seja, o valor que emprestamos junto ao banco.

Spread Na formação do valor dos juros bancário existe o *spread* é a taxa de risco cobrada pelo banco.

Taxa Selic É a abreviatura de “Serviço de Custódia e liquidação de títulos públicos”, ela remunera títulos públicos, taxas de empréstimos, poupança e afins.

TAC Os juros cobrados para a aquisição de um empréstimo são baseados nos juros compostos. Caso a pessoa venha a adquirir um automóvel em uma agência de carro, ele está sujeito à cobrança do TAC, que nada mais é que a taxa de aprovação de crédito bancário.

Bens *São todas as coisas que são uteis e satisfazem o homem*, portanto, casas e automóveis são bens. Dessa forma, um dos objetivos comuns deve ser adquirir um bem. De que forma isto pode ser feito? Através de uma poupança ou um financiamento, mas, ao contrair uma dívida, é necessário que formemos, antes, nossa renda para poder saldá-la depois.

Renda Segundo Antonio Arnot Crespo, em seu livro *Matemática financeira fácil* [12, p.148], “*Renda é a sucessão de depósitos ou prestações em épocas diferentes, destinadas a formar um capital ou pagar uma dívida.*”

Ao nos comprometermos a comprar um automóvel ou uma casa com valores e números de prestações já determinadas, chamamos a isso de renda certa.

Capital Segundo Miller e Antonik em seu livro *Matemática Financeira instrumentos e tomadas de decisão em Administração, Economia e Contabilidade* [18, p.2], o capital representa a quantidade de dinheiro que vai ser aplicado, ou seja, transacionado (emprestado ou investido) em algo.

Montante É a soma do capital mais os juros [18, p.3].

Tempo Todas as taxas de juros estão associadas a um período de tempo (n). Assim, temos a duração da operação financeira [18, p.2].

Ao estar conscientes do significado desses conceitos da Matemática Financeira, podemos iniciar a modelagem para a compra de um automóvel.

3.3 Inflação e hiperinflação

Estamos dando ênfase a esses dois conceitos devido à importância de tais índices para a elaboração de qualquer planilha financeira. A inflação tem como característica principal o aumento contínuo e generalizado dos preços, causando uma desvalorização também contínua da moeda.

Por exemplo: Vamos supor que, com 100 reais, você possa comprar 10 chocolates de uma determinada marca. Se a inflação for de 10% ao mês, no mês seguinte você só poderá comprar 9 chocolates, porque o chocolate de 10 reais passará a custar 11 reais; no mês seguinte, com a inflação de 10% o chocolate custará $11 \times 1,10$, ou seja, 12,10 reais, e então, com os mesmos 100 reais você só poderá comprar 8 chocolates .

Uma das formas de você estabelecer uma perda “menor” é estocar esse produto. Como a inflação é de 10% ao mês, você compra um número grande de chocolates no início do mês, suficiente para o seu consumo até o mês seguinte, valorizando a estocagem de mercadorias.

A hiperinflação acontece quando a inflação atinge níveis muito altos, a ponto de as pessoas correrem aos supermercados, com a precaução de fazerem estoques de produtos variados para seu consumo direto.

Quando a inflação é baixa, não há necessidade de você recorrer a este recurso, pois já tem ideia de quanto pagará pela mercadoria daqui a três meses, e a diferença não vai ser significativa.

3.4 Tempo

O tempo é uma variável importante para nossa vida. Quando planejamos comprar um carro, e utilizamos do artifício da poupança, os depósitos contínuos

uos assim como o juro, fazem com que esse investimento aumente em relação ao tempo. Assim, ao planejarmos a compra de um carro à vista, temos que esperar que o valor acumulado ao longo do tempo seja suficiente para realizar essa compra.

Vamos supor que um casal possui um carro, um modelo popular, e com o tempo eles planejam ter um filho; assim, concluem que logo o carro será pequeno e desejam trocá-lo por um modelo maior. Como não possuem o dinheiro necessário para efetuar a troca, decidem recorrer à poupança. Na entanto, essa não é a escolha adequada, pois, com a poupança demorarão mais cinco anos para essa compra, ou seja, não resolverão o problema de modo imediato.

Outro caso seria o fato de um casal que mora em um apartamento de um quarto, uma sala, cozinha e banheiro, resolvesse trocar de residência. Com a chegada do primeiro filho, o apartamento passará a ser pequeno para três pessoas, mas, logo em seguida, descobrem que vão ter gêmeos, e, assim, o apartamento fica menor ainda. Então, recolhem suas finanças e verificam que só daqui a 30 anos terão dinheiro suficiente caso recorram à poupança para comprar um apartamento de dois dormitórios. Por essa ocasião, as crianças já serão adultas, e o apartamento não será tão necessário.

Se imaginarmos comprar um apartamento de 280 mil reais de valor atual, podemos demorar 40 anos depositando continuamente em nossa poupança para conseguir adquirir tal imóvel, assim como para um automóvel de 45 mil reais, podemos demorar 10 anos para comprá-lo. Será que após todo este tempo, valeu o sacrifício da espera?

Isso posto, o casal deverá recorrer a recursos, como vender o apartamento e, com o dinheiro, alugar um apartamento maior e comprar um carro maior, ou recorrer a um financiamento bancário.

A Educação Financeira tem como finalidade auxiliar o casal a organizar-se financeiramente, para a tomada da decisão que seja mais adequada, desde um financiamento bancário para comprar uma casa, alugar o imóvel ou reformar e adequar o apartamento pequeno para os filhos, tudo isso dentro de um orçamento racional. Tais decisões, necessariamente, devem ser tomadas de forma objetiva, para que o casal não se torne inadimplente, e tenha problemas

futuros.

São decisões necessárias, pois, naquele momento, vão suprir as necessidades do casal.

O tempo é um fator importante para planejar os seus objetivos, mas, além de atingi-los, é necessário conseguir usufruir deles.

Uma vez, um amigo que queria ser milionário, com um milhão de reais em sua conta bancaria, vivia em um país cuja inflação era zero; então, viu que bastava depositar mil reais em mil meses para alcançar seu objetivo. Desistiu, no entanto, porque teria de depositar essa quantia por 83 anos e 4 meses, e não viveria o suficiente, para aproveitar dela.

3.4.1 Financiamento bancário

Financiamento bancário é, antes de tudo, um meio através do qual poderemos usufruir um bem, como casa ou automóvel, a fim de que este usufruto seja de benefício.

A Educação Financeira é necessária para que as pessoas se organizem financeiramente para conseguirem um empréstimo bancário e, junto dela, uma disciplina financeira de forma a pagar suas contas, o que subentende o pagamento das parcelas do financiamento.

Deve ficar claro que o maior prazo para pagar um financiamento bancário requer um juro maior, embora as parcelas sejam menores.

Por exemplo, em uma concessionária o financiamento de um carro de R\$ 34.990,00 com 30% de entrada, no caso, a quantia de R\$ 10.500,00 (valor arredondado pelo vendedor). Se o financiamento for em 36 meses, as parcelas serão de R\$ 854,00, com um juro total de R\$ 6.254,00.

Se financiado em 48 meses, as parcelas serão de R\$ 699,00, com um total de juro de R\$ 9.062,00, uma diferença de R\$ 2.808,00 de juros sobre o financiamento de 36 meses.

3.4.2 Regras diferenciadas de financiamento de carro

Existe uma diferença quando financiamos um veículo na concessionária ou no banco.

Na concessionária, é necessário que o veículo, quando financiado, tenha a taxa de aprovação de crédito, a famosa TAC, que é cobrada dos clientes, no valor que varia, hoje, de 800 a 1.200 reais, valor que é incluído no valor financiado, assim como o *spread* bancário que são as despesas cobradas pelo banco. Então, por exemplo:

Em maio de 2013, as concessionárias de carro estão realizando vendas de carros com juros zero.

Entre em uma concessionária e verifiquei que as condições de oferta do vendedor para um automóvel de 34.700 reais eram:

- 60% de entrada, ou R\$ 20.820,00.
- 24 × 764 reais, um total de R\$ 18.336,00.

Num total de 39.156 reais, com uma diferença de 4.456 reais.

Perguntei ao vendedor se a taxa de juros não era zero.

Ele me respondeu que a diferença era a taxa de aprovação de crédito o TAC, que era de 800 reais, que era incluído no financiamento e o restante era o *spread* bancário, que são impostos e outras despesas geradas pelo banco, gerando um total de R\$ 4.456,00 de diferença.

Em outra concessionária, o valor do mesmo automóvel era menor, e as exigências em relação à entrada eram menores, o que era curioso por se tratar de outra agência, porém do mesmo banco.

O automóvel valia 33.000 reais.

A entrada era de 50%, ou seja, R\$ 16.500,00, somados a mais 30 prestações de 685 reais, atingindo um valor total de R\$ 37.050,00 e uma diferença de R\$ 4.050,00 do preço inicial de compra.

Em outra concessionária um carro de R\$ 33.890,00, com 50% de entrada, no valor de R\$ 16.945,00 com juros de 0,49% mais 24 prestações de R\$ 817,00 (valores pesquisados junto às concessionárias), o que elevava o preço do veículo a R\$ 36.553,00 e uma diferença de R\$ 2.663,00. Além disso, deveriam ser cobrados juros de 0,49%, mas no financiamento do automóvel é somada a TAC.

Nesse caso, portanto, caso o valor financiado foi de 50% de R\$ 33.890,00 mais R\$ 1.300,00 reais da TAC, o que dá um total de R\$ 35.190,00, e com

a entrada de R\$ 16.945,00 temos R\$ 16.945,00 mais R\$ 1.300,00 a serem financiados num total de R\$ 18.245,00.

Assim graças à TAC, as concessionárias podem informar um valor de juros menor que os bancos, mas, por vezes, ter uma prestação maior.

Esse mesmo financiamento no banco A com um juro de 1% daria a uma prestação de R\$ 797,66 (valor pesquisado junto a instituições financeiras).

Portanto não basta conhecer os juros, temos que conhecer as regras que estão envolvidas na compra de um bem.

Observação: Os exemplos acima foram retirados de uma concessionária de carros.

3.4.3 O juro incide sempre sobre o saldo devedor

As pesquisas são um fator importante para uma educação financeira, assim com o conhecimento da Matemática.

Vamos imaginar que, numa loja de departamentos, a maioria de seus consumidores só tenha conhecimento de juros simples, e faça uma proposta na compra de um eletrodoméstico, da seguinte forma:

Um eletrodoméstico que custasse 100 reais, ela cobrava juros de 5% ao mês e dividia em quatro prestações de 30 reais sendo uma entrada de 30 reais no ato da compra e mais três prestações no período de 30, 60, 90 dias, após a compra, com prestações de 30 reais. O consumidor não via nada de estranho, afinal a compra fora dividida em quatro parcelas, e 100 reais mais 20 reais de juros simples, o que significa, quatro vezes 5% ao mês. Isso daria 20% após o período, ou seja, 20% de 100 reais mais 100 reais, o que nos dá um total de 120 reais, divididos em quatro parcelas.

Mas a cobrança de juros é sempre sobre o saldo devedor, portanto, se o consumidor pagar 30 reais de entrada o juro vão para os 70 reais restantes e pagas em três vezes, portanto:

Juros cobrados sobre o saldo devedor = $70 \times 1,15 = 80,5$ reais, o que resultaria em $3 \times 26,84$ (valor arredondado em decimais devido a moeda) e com o valor de cada prestação de 26,84 reais, um total de R\$ 110,52, e não dos R\$ 120,00 que ele pagaria — uma diferença de aproximadamente 8,58%.

Como vimos anteriormente, as concessionárias de automóvel seguem de forma correta a cobrança de juros, o que reforça a necessidade de aliarmos nossos conhecimentos a respeito de nossas compras, e sempre termos em mãos uma calculadora para nos auxiliar.

3.5 Internet

As novas tecnologias podem auxiliar a Matemática, e a Internet hoje tem como uma de suas utilidades a pesquisa. É conhecida como uma grande enciclopédia e, assim, podemos encontrar nela um instrumento para o qual o aluno não precisa ter conhecimentos específicos de Matemática financeira para calcular, por exemplo, o valor da prestação de um financiamento de um carro em vinte quatro vezes, pois a Internet possui sites como o www.simuladorfinanciamento.com¹ [31], que têm simuladores para esses cálculos. Esses sites também contêm simuladores para compra da casa própria.

Na Figura 3.1 temos exemplo de simulador de financiamento de automóvel.

Valor Financiado R\$	<input type="text"/>
Taxa de Juros ao Mes. ex: 1,5%a.m.	<input type="text"/> % a.m.
Prazo	<input type="text"/>
	<input type="checkbox"/> Check para incluir IOF no cálculo
	<input type="checkbox"/> Check para mostrar Saldo Devedor
	<input type="button" value="Calcular Financiamento"/>

Figura 3.1: Formulário para cálculo de prestação do automóvel, retirado do site www.simuladorfinanciamento.com.

O cálculo da poupança pode ser feito de duas formas. Uma delas é quando colocamos um único valor e estipulamos um tempo de aplicação; nesse caso, o cálculo financeiro é simples, por tratar-se de uma progressão geométrica. Por

¹<http://www.simuladorfinanciamento.com/outros/calculador-prestacao>.

exemplo, realizamos um depósito único de 10.000 reais e ao final de 5 anos verificamos o saldo final.

O maior problema é quando os depósitos são contínuos, cujos cálculos são diferentes, relacionados à renda. Essa disciplina é desenvolvida nos cursos de administração, economia, e áreas afins. Nesse caso, utilizaremos a Internet para o cálculo desse valor.

Um site onde encontramos estes simuladores, por exemplo, foi o da Revista Exame da Editora Abril [29].²

Na Figura 3.2, mostramos o formulário do simulador de poupança da Revista Exame, retirado do site.

Saldo inicial (R\$)	Prazo (meses)	Rentabilidade mensal (%)
0	360	1.3
Inflação mensal (%)	Imposto de renda (%)	Aplicação mensal (R\$)
0.4	15	200

CALCULAR

Figura 3.2: Simulador de poupança da Revista Exame.

²<http://exame.abril.com.br/seu-dinheiro/ferramentas/simulador-poupanca.shtml>.

Capítulo 4

Como você gasta seu dinheiro?

No livro *Casais inteligentes enriquecem juntos*, de Gustavo Cerbasi [21, p.26], o autor define que há cinco perfis de pessoas para lidar com o dinheiro:

1. Poupadores Buscam na poupança a formação de um capital significativo para sua independência financeira. Geralmente se conformam com uma vida simples e não se arriscam em novas experiências.

2. Gastadores Gastam sem pensar no futuro, gostam de roupas caras e seu objetivo, é viver feliz, poupam sempre na busca de novas formas de consumo como roupas, viagens, Têm como características de fácil identificação, indisciplina nas finanças, pagamento de juros desnecessários e desorientação financeira.

3. Descontrolados Não têm controle sobre seus gastos, sempre utilizam os juros de seu cheque especial ou cartão de crédito, não têm interesse em se organizar para controlar seus gastos e, como consequência, pagam juros desnecessários, e não se orientam financeiramente.

4. Desligados Sempre gastam menos do que ganham, não pensam na aposentadoria, só viajam e trocam de carros quando atingem valores superiores ao que precisam gastar; não se organizam financeiramente e sempre acham uma forma de reduzir seus gastos, quando necessário. Possuem resistência a

planos que exijam disciplinas financeiras e assim são incapazes de ir à busca de objetivos.

5. Financistas Têm o controle de seus gastos e são determinados em relação a esse controle, por isso se utilizam de pesquisas, planilhas financeiras, calculadoras em busca da melhor oferta e como consequência, na maioria das vezes, pagam menos nas compras do supermercado, shopping, e outros locais de venda. Calculam juros, descontos, fazem perspectivas e projeções, utilizando estatísticas, em busca de empregar melhor o dinheiro, o que, geralmente, não é bem visto pelos familiares, devido ao fato de estabelecer normas e disciplinas para os componentes da família.

A idéia inicial é a de que os poupadores são exemplos perfeitos de pessoas que possuem uma boa Educação Financeira, poupam durante um período de tempo, a fim de mais tarde usufruir daquilo que deixaram de gastar, ou do financista por ter controle sobre seus gastos, e perspectivas com o conhecimento da estatística de estabelecer uma disciplina para a compra de um automóvel ou uma casa.

Segundo Mara Luquet, comentarista da Rádio Central Brasileiro de Notícias CBN, comentário feito no dia 14 de maio de 2013, às 13 horas e 53min. “Educação Financeira não é só guardar dinheiro, é saber gastar.”

Portanto é necessário vivermos hoje, mas também nos preocuparmos com o amanhã, viver bem nossa velhice, e programarmos de forma disciplinada o nossos dias. A comédia “Até que a sorte nos separe” narra a vida de um casal que ganha 100 milhões de reais na loteria e que acaba perdendo tudo em dez anos, pois o consumo exagerado, festas, viagens e sem noção de seus gastos, resultaram na falência financeira da família, a partir do que são obrigados a ter uma disciplina financeira para sobreviver. A história baseia-se no livro *Casais inteligentes enriquecem juntos* [21].

A natureza do cidadão não pode ser a de uma pessoa inadimplente; este fato não pode ser comum, pois a educação financeira, antes de tudo influi na formação ética do cidadão que se preocupa em cumprir seus compromissos.

Por outro lado, vemos de forma positiva características do financista, em que a necessidade do conhecimento de estatística e planilhas torna um

indivíduo mais disciplinado em relação a seus gastos, reforçando mais uma vez as recomendações dos PCNs, que priorizam uma escola voltada à formação do cidadão.

O mundo capitalista traz a necessidade de o cidadão ter uma educação financeira devido ao fato de o aluno ter inúmeras opções no mercado de trabalho, e de desenvolver competências, seja ele funcionário, autônomo ou mesmo um empresário.

Segundo Roberto T. Kiyosaki [28], em seu livro *O poder da Educação Financeira. Lições sobre dinheiro que não se aprende na escola*, diz que “O problema com a Educação tradicional é que é um processo para transformar a pessoa em um empregado” (p.8).

A Educação Financeira passa a dar oportunidade ao aluno, a ter condição de estar se identificando com outras possibilidades de emprego, desde um microempresário a um grande investidor, devido às múltiplas escolhas de investimentos, desde a Bolsa de Valores à Poupança, o que torna a educação tradicional um elemento incompleto para a educação voltada para o cotidiano, desde que se viva em um país de regime capitalista.

4.1 Orientações sobre seu dinheiro e os meios de comunicação

Na rádio e na televisão, temos diversos analistas econômicos, que tornam os noticiários alarmantes ao falar sobre a alta da inflação, que trazem consequência direta para nossa economia. No entanto, a população, devido à falta de conhecimento e de uma Educação financeira, não se apropria de conceitos e passa a ignorar o fato, apenas esperando pelas suas consequências.

Quando o Brasil, nos anos 80, sofreu com a alta da inflação, o cidadão utilizava-se da poupança para manter seus rendimentos, além de outras aplicações, mas não sabia que as correções sofridas da poupança eram de 0,5% de juro e a correção monetária, ele imaginava oferecer juro altíssimo, o que não era verdade; o dinheiro só era corrigido, e perdendo constantemente o seu lastro ouro, ou seja, seu valor.

A Educação Financeira auxilia na compreensão desses conceitos; analistas econômicos passam a nos dar informações das quais poderemos tirar proveito para investir nosso dinheiro, devido a uma extensa lista de aplicações que o banco oferece, para o nosso investimento.

Então, para organizar-se financeiramente, há necessidade de uma Educação Financeira aberta a sugestões e a informações tiradas de veículos de comunicação.

Capítulo 5

Modelagem Matemática

O nosso trabalho necessitava de uma coleta de dados do nosso aluno, no caso do segundo ano do ensino médio.

Por exemplo:

1. Você gostaria de um carro?
2. Quais são os benefícios do carro?
3. Quanto aumentará suas despesas?
4. Você possui dinheiro na caderneta de poupança?
5. Uma de suas metas é ter um carro algum dia?
6. Como você imagina comprar um carro?

Ao analisarmos as respostas, devemos organizá-las e interpretá-las para depois tomarmos uma decisão. Assim, estaremos nos utilizando de uma ferramenta da Matemática aplicada que é a Estatística.

5.1 Fluxo de caixa

Em busca de um modelo Matemático, vamos verificar que a Matemática Financeira gira em torno de contas básicas como soma e subtração, se imaginarmos os números positivos como valores que vão nos dar créditos ou possibilidades

de compra; para valores negativos como despesas, teremos um conjunto de operações de soma e subtração que nos dará um fluxo de entrada e saída de papel moeda, também conhecido como fluxo de caixa, que está de acordo com o modelo Matemático desejado.

Segundo Bassanezzi [27],

A modelagem Matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais. No processo de reflexão ao sobre a porção da realidade selecionamos os argumentos considerados essenciais e procuramos uma formalização artificial (modelo matemático) que contemple as relações que envolvem tais argumentos.

Portanto, o modelo Matemático será formado por um fluxo de caixa de entrada e saída de capitais, com os quais teremos as despesas e os ganhos representados por números positivos e negativos. Evitaremos falar de passivos e ativos, por este trabalho estar direcionado aos conteúdos do ensino médio.

5.2 Modelagem Matemática

Apropriamo-nos de um tema “Como comprar meu primeiro carro”, a fim de construir uma modelagem Matemática, com a qual iniciaremos nossa pesquisa e coleta de dados, junto com o modelo Matemático voltado com planilhas, de ganhos e despesas, ou seja, um fluxo de caixa, que nos dará a validação dos dados, cujas decisões serão tomadas a partir dos conteúdos nela existentes.

Seguindo o processo de Mc Lone [27],

Figura 5.1: Esquema de modelagem.

Capítulo 6

Atividades em sala de aula

6.1 Atividades com alunos, Modelagem e Modelos Matemáticos

Segundo Bassanezzi [27], em seu livro *Modelagem Matemática*, utilizaremos o procedimento “Aprender a Matemática para podermos nos utilizar dela”.

Acreditamos que o aluno de segundo ano do Ensino Médio possui o conhecimento de funções, progressões e Matemática Financeira, disciplinas oferecidas no primeiro ano do Ensino Médio e no Ensino Fundamental de acordo com os PCNs; assim podemos imaginar que dominem o conceito de capital, juros, montante.

Escolha de um tema

Ao introduzir a disciplina Educação Financeira, foram sugeridos aos alunos os temas compra de uma casa ou compra de um automóvel, e os alunos em questão escolheram “compra de um automóvel”.

Coleta de dados

Será sugerido ao aluno um questionário onde será proposta a compra de um automóvel e as diversas condições de pagamento.

Modelos

De acordo com Bassanezzi [27] modelo é:

Modelo matemático é um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas, elaborado para corresponder a algum fenômeno, este pode ser físico, biológico, social, psicológico, conceitual ou até mesmo um outro modelo matemáticos.

No caso, nosso modelo será elaborado para descrever um procedimento para a compra de um carro utilizando de equações simples e conceitos básicos de Matemática Financeira.

O modelo Matemático desenvolvido seguindo as orientações da Proposta Curricular do Estado de São Paulo, volume 1 [1], trata de sequências numéricas, progressão aritmética que são propostas aos alunos do primeiro ano do ensino médio.

Isso se deve ao fato de que, ao efetuarmos o pagamento ou prestações de um determinado bem de consumo, estamos efetuando uma sequência de pagamentos, que seguem uma determinada equação Matemática, como, por exemplo, uma progressão aritmética de acordo com o livro Matemática Ensino Médio, volume 2 [20];

Progressão aritmética é uma sequência, na qual a diferença entre cada termo e o termo anterior é uma constante. Essa diferença constante é chamada de razão da progressão e representada pela letra r .

Portanto, dada uma sequência de números, uma progressão aritmética caracteriza-se por:

$$A_2 - A_1 = A_3 - A_2 = \dots = A_n - A_{n-1} = r.$$

Como consequência o termo geral:

$$A_n = A_1 + (n - 1)r.$$

Assim, ao efetuarmos uma compra de um automóvel, por exemplo, e assumirmos uma dívida de R\$ 30.000,00, na qual nos comprometemos a dar uma entrada de R\$ 10.000,00 e 36 prestações de R\$ 761,21, estamos diante de uma progressão aritmética, na qual o valor pago será acrescido de uma constante, neste caso R\$ 721,20:

$$A_1 = 10.000 \text{ reais}$$

$$A_2 = 10.000 + 761,21 = 10.761,21 \text{ reais}$$

$$A_3 = 10.761,21 + 761,21 = 11.522,42 \text{ reais}$$

⋮

Verificamos que $A_2 - A_1 = A_3 - A_2 = 761,21$ caracterizam uma progressão aritmética.

Seguindo o modelo Matemático da progressão aritmética, vamos elaborar a primeira parte da nossa pesquisa com a seguinte questão.

1. Na compra de um automóvel de R\$ 30.000,00, o banco recebe R\$ 10.000,00 de entrada e 36 prestações de R\$ 761,21. Qual o montante total acumulado neste período?

Como vimos na Seção 2.3 (p.6), o modelo Matemático os valores de A_1 igual ao capital no caso 10.000 reais, e o valor de 761,21 igual ao produto do capital pela taxa de juros, sendo cada termo resultado de um período — no caso, um mês —, e o resultado, o valor acumulado pelo pagamento das parcelas, mais a entrada de 10.000 reais.

Portanto, no primeiro mês deu a entrada de 10.000 reais, no segundo mês ele efetuou o pagamento da primeira parcela de 761,21 reais e pagou um montante de 10.761,21 reais, de acordo com o primeiro mês, no mês seguinte ele efetuou o pagamento da segunda parcela e pagou um montante de 11.522,42 reais e assim até quitar sua dívida.

O segundo modelo Matemático é o das sequências definidas recursivamente, de acordo com o livro Matemática Ensino Médio volume 2 [20].

Muitas sequências são definidas recursivamente (isto é por recorrência), ou seja, por intermédio de uma regra que permita calcular qualquer termo

em função do(s) antecessor(es) imediato(s).

Um exemplo deste tipo de sequência definidas recursivamente:

Dado

$$X_0 = P \quad Y = K \quad i = 0,005$$

Temos:

$$\begin{cases} X_1 = X_0(1 + i), & \text{se } n = 1, \\ X_{n+1} = (X_n + Y)(1 + i), & \text{se } n > 1. \end{cases}$$

Se tomarmos $X_0 = 10.000$ e $Y = 761,21$, temos, para $n = 1$,

$$X_1 = 10.000(1 + 0,005) = 10.050.$$

E para $n = 2, 3, \dots$,

$$X_2 = (X_1 + Y)(1 + i)^2 = (10.050 + 761,21)(1 + 0,005) \approx 10.865,26$$

$$X_3 = (X_2 + Y)(1 + i)^3 = (10.865,26 + 761,21)(1 + 0,005) \approx 11.684,60$$

⋮

Seguindo este modelo vamos elaborar a seguinte questão para a nossa pesquisa.

2. Fazendo depósitos contínuos na caderneta de poupança de R\$761,21, com uma taxa de juros de 0,5% ao mês, com um depósito inicial de R\$10.000,00 quanto tempo vou ter que esperar para o valor do montante seja de R\$30.000,00?

Neste caso, os valores depositados serão referentes a depósitos contínuos de 761.21 reais, no qual utilizamos as sequências que são definidas recursivamente, onde $Y = 10.000$ reais, isto é, a taxa de juros em decimais; n é o período de aplicação, X_n é o montante acumulado em cada período.

No primeiro mês serão 10.050 reais, no segundo mês 10.865,26 reais e assim por diante.

6.2 Questões

Idade.

Sexo.

Escolaridade.

1. Se você dispusesse de R\$ 10.000,00, resultado de uma economia na caderneta de poupança de cinco anos e surgisse uma oportunidade de comprar um carro no valor de R\$ 30.000,00, qual opção de compra você escolheria?
 - (a) R\$ 10.000,00 de entrada e juros de 1,04% ao mês, em 36 meses com valor da prestação de R\$ 761,21.
 - (b) R\$ 10.000,00 de entrada e juros de 1,10% ao mês, em 48 meses com valor de prestação de R\$ 691,32.
 - (c) R\$ 10.000,00 de entrada e juros de 1,15% ao mês, em 60 meses com valor de prestação de R\$ 532,79.
 - (d) Juros de 1,3% ao mês em 60 meses, sem entrada com valor de prestação de R\$ 795,50.
 - (e) Esperar e comprar à vista.
2. Justifique a resposta.

6.3 Os resultados obtidos foram os seguintes

Foram pesquisados 62 alunos, com o predomínio do sexo feminino num total de 43 alunos, e 19 do sexo masculino. As Tabelas ?? e ?? nos dão a distribuição da frequência absoluta e a percentual, por sexo e por idade.

Houve um predomínio de alunos com 16 anos de idade, de acordo com a Tabela ??.

Também observamos que estes alunos não tiveram como disciplina curricular de Matemática o tópico Matemática Financeira, sugerido no primeiro ano do ensino médio, mas possuíam conhecimentos sequência, progressão

Sexo	Nº de alunos	%
Masculino	19	30,65%
Feminino	43	69,35%
Total	62	100,00%

Tabela 6.1: Distribuição dos alunos e percentual dos alunos, por sexo.

Sexo	Nº de alunos	%
15	22	15,48%
16	32	51,61%
17	8	12,91%
Total	62	100,00%

Tabela 6.2: Distribuição dos alunos e percentual dos alunos, por idade.

aritmética e progressão geométrica, tendo também conhecimentos de juros, taxa de juros, capital, empréstimos. O conhecimento desses conceitos foi adquirido nos meios de comunicação como televisão, rádio e jornais, ou de uma maneira informal em conversas dentro de casa com os pais, ou com os amigos.

Sendo assim, desconheciam a relação de juros simples e juros compostos com progressão aritmética e progressão geométrica.

Estas observações foram feitas através de perguntas com os alunos antes do desenvolvimento da pesquisa.

Durante a pesquisa, a maioria dos alunos utilizava calculadora, subtraindo o valor do montante pelo capital, mostrando domínio no conhecimento de juros.

Na pesquisas, notamos que houve uma predominância da resposta do item (e), “esperar e pagar à vista”, entre os alunos do sexo masculino. Um aluno preferiu não dar opinião alguma a respeito, conforme a Tabela ??.

As justificativas dos alunos perante a pesquisa foram:

- Os alunos alegaram escolher o item (a) devido ao juro menor e, em contrapartida aceitariam pagar parcelas mais altas.
- O único aluno que escolheu o item (b), o fez devido à parcela ser menor, não levando em conta o juro maior, achando relevante o fato de a

Sexo	Nº de alunos	%
(a)	3	15,79%
(b)	2	10,53%
(c)	0	0,00%
(d)	1	5,26%
(e)	12	63,16%
nenhuma	1	5,26%
total	19	100,00%

Tabela 6.3: Distribuição das respostas escolhidos pelos alunos do sexo masculino e percentual de alunos do sexo masculino.

Sexo	Nº de alunos	%
(a)	6	13,95%
(b)	2	4,65%
(c)	1	2,33%
(d)	4	9,30%
(e)	30	69,77%
total	43	100,00%

Tabela 6.4: Distribuição das respostas escolhidos pelos alunos do sexo feminino e percentual de alunos do sexo feminino.

prestação ser menor que a do item (a), mas não levou em conta os meses a mais que teria que pagar.

- O aluno que escolheu o item (d) justificou apenas como uma escolha aleatória.
- A maioria dos alunos escolheu o item (e) justificando que com o dinheiro à vista teriam maior possibilidade de desconto, desconhecendo o fato de ter demorado cinco anos para economizar R\$ 10.000,00; outros escolheram pagar à vista, mostrando uma característica de não querer se endividar.

A escolha da compra à vista pela maior parte dos alunos pode ser explicada devido a poucos compromissos financeiros dos alunos devido à idade média desses jovens ser de dezesseis anos.

As respostas obtidas pelas alunas entrevistadas são similares às dos alunos,

mas devido ao fato do maior número de alunas, numericamente a distribuição parece distinta, como podemos observar nas Tabelas ?? e ??.

Portanto, a pesquisa mostra que dentro desse grupo de alunos, não importa o sexo, existe uma predominância da preferência para o pagamento à vista e por um juro numericamente menor.

Isto indica que, por algum motivo, os alunos não têm a intenção de adquirir uma dívida, neste estágio da vida.

6.4 Estudo dos resultados

1. A pesquisa mostra que dentro deste grupo de alunos não importa o sexo, existe uma predominância da preferência para o pagamento à vista e por um juro numericamente menor.
2. Após a pesquisa foi proposto aos alunos buscar quanto de Matemática existia dentro das opções de maior frequência.

No entanto, antes foi necessária uma intervenção — no caso, relacionar as progressões aritméticas e geométricas aos juros simples e compostos —, devido ao fato de necessitarmos destes conceitos, para melhor explicar a situação.

Ao analisar a segunda escolha de maior frequência, comprar a prazo com menores juros temos: 1 entrada de R\$ 10.000,00 e uma prestação de R\$ 761,21 em 36 meses, resultado de uma cobrança de juros compostos com taxa efetiva.

Na Tabela 6.5 notamos que a coluna valor é resultado da entrada + as prestações no decorrer dos meses.

Encontramos um modelo Matemático, uma progressão aritmética de razão R\$ 761,21 e o primeiro termo é R\$ 10.000,00.

Mês	Parcelas	Valor acumulado
0		R\$ 10.000,00
1	R\$ 761,21	R\$ 10.761,21
2	R\$ 761,21	R\$ 11.522,42
3	R\$ 761,21	R\$ 12.283,63
4	R\$ 761,21	R\$ 13.044,84

Tabela 6.5: (continuação)

5	R\$ 761,21	R\$ 13.806,05
6	R\$ 761,21	R\$ 14.567,26
7	R\$ 761,21	R\$ 15.328,47
8	R\$ 761,21	R\$ 16.089,68
9	R\$ 761,21	R\$ 16.850,89
10	R\$ 761,21	R\$ 17.612,10
11	R\$ 761,21	R\$ 18.373,31
12	R\$ 761,21	R\$ 19.134,52
13	R\$ 761,21	R\$ 19.895,73
14	R\$ 761,21	R\$ 20.656,94
15	R\$ 761,21	R\$ 21.418,15
16	R\$ 761,21	R\$ 22.179,36
17	R\$ 761,21	R\$ 22.940,57
18	R\$ 761,21	R\$ 23.701,78
19	R\$ 761,21	R\$ 24.462,99
20	R\$ 761,21	R\$ 25.224,20
21	R\$ 761,21	R\$ 25.985,41
22	R\$ 761,21	R\$ 26.746,62
23	R\$ 761,21	R\$ 27.507,83
24	R\$ 761,21	R\$ 28.269,04
25	R\$ 761,21	R\$ 29.030,25
26	R\$ 761,21	R\$ 29.791,46
27	R\$ 761,21	R\$ 30.552,67
28	R\$ 761,21	R\$ 31.313,88
29	R\$ 761,21	R\$ 32.075,09
30	R\$ 761,21	R\$ 32.836,30
31	R\$ 761,21	R\$ 33.597,51
32	R\$ 761,21	R\$ 34.358,72
33	R\$ 761,21	R\$ 35.119,93
34	R\$ 761,21	R\$ 35.881,14
35	R\$ 761,21	R\$ 36.642,35

Tabela 6.5: (continuação)

36	R\$ 761,21	R\$ 37.403,56
----	------------	---------------

Tabela 6.5: Valor da entrada de R\$ 10.000,00 e os pagamentos sucessivos de R\$ 761,21.

Assim, temos uma progressão aritmética onde:

$$A_1 = 10.000 \text{ reais}$$

(entrada)

$$A_2 = 10.000 + 761,21 = 10.761,21 \text{ reais}$$

(valor acumulado após o pagamento da primeira prestação)

$$A_3 = 10.721,20 + 761,21 = 11.522,42 \text{ reais}$$

(valor acumulado após o pagamento da segunda prestação)

⋮

$$A_{37} = 36.642,35 + 761,21 = 37.403,56 \text{ reais}$$

(valor acumulado no última prestação)

Em que o elemento da primeira linha é a entrada do financiamento no caso A_1 , ou seja, o capital no caso 10.000 reais e 761,21 as prestações do financiamento, e a linha seguinte é o resultado da soma do valor anterior mais 761,21.

Analisamos o valor acumulado ao fim de 36 meses, assim como as vantagens e desvantagem da compra a prazo:

- A retirada do carro após a compra (capítulo tempo). Como consequência a ausência do tempo de espera, ou seja, ele usufrui o bem de forma imediata.
- Aquisição de uma dívida inclui as prestações e aumento das despesas mensais, necessitando um novo equilíbrio financeiro.
- A depreciação do carro.

- As despesas envolvidas na compra de um carro financiado (spread bancário).
- As novas despesas adquiridas na compra do automóvel como, gasolina e despesas de manutenção.

No segundo item de maior frequência, a compra à vista do automóvel, temos os seguintes obstáculos.

O valor que temos é menor que o valor do automóvel, no caso uma poupança de R\$ 10.000,00, conforme o texto da pesquisa.

Portanto, temos que utilizamos poupança como meio de adquirir o valor para a compra à vista.

De acordo com as normas do Banco Central a poupança rende juros de 0,5% ao mês caso a taxa SELIC ultrapasse 6% ao ano.

Para facilitar nossa pesquisa utilizaremos o juro de 0,5% ao mês.

Para poder fazer a compra à vista teremos que investir na poupança por um período, então iremos utilizar o valor das prestações do item de maior frequência e vamos simular uma poupança programada no valor de depósito mensal de R\$ 761,21, tomando como base uma taxa de juros de 0,5% ao mês.

Temos um depósito inicial de R\$ 10.000,00 com juros de 0,5% ao mês e um valor acumulado no mês de R\$ 10.000,00, na coluna valor final temos o valor da parcela inicial mais o juro de 5% sobre o valor acumulado o que gera R\$ 10.050,00 da coluna valor final, o que passa a ser o novo valor acumulado que, somado ao depósito contínuo de R\$ 761,21 teremos o novo montante como consequência o novo valor acumulado.

De acordo com a sequência desenvolvida no capítulo de modelos Matemáticos temos:

$$\begin{cases} X_1 = X_0(1 + i), & \text{se } n = 1 \\ X_{n+1} = (X_n + Y)(1 + i), & \text{se } n > 1. \end{cases}$$

Se tomarmos $X_0 = 10.000$ e $Y = 761,21$, temos, para $n = 1$, o seguinte valor acumulado ao fim do primeiro mês:

$$X_1 = 10.000 \times (1 + 0,005) = 10.050.$$

Resultado obtido na linha da Tabela 6.6 para o mês 1.

Para valores $n = 2$ (linha do mês 2) temos:

$$X_2 = (X_1 + Y)(1 + i) = (10.050 + 761,21) \times (1 + 0,005) \approx 10.865,27,$$

que é o valor acumulado após dois meses.

Para $n = 3$ temos:

$$X_3 = (10.865,26 + 761,21) \times (1 + 0,005) \approx 11.684,61,$$

valor acumulado após três meses.

E assim sucessivamente, até o vigésimo quarto mês, representado na Tabela 6.6 pela linha do mês 25. A coluna “Valor Final” representa, portanto:

$$\text{Valor final} = (\text{valor acumulado} + \text{depósitos}) \times 1,005.$$

Meses	Valor acumulado	Depósitos	Taxa de juro	Valor final
mês 1	10.000,00		0,005	10.050,00
mês 2	10.050,00	761,21	0,005	10.865,27
mês 3	10.865,27	761,21	0,005	11.684,61
mês 4	11.684,61	761,21	0,005	12.508,05
mês 5	12.508,05	761,21	0,005	13.335,60
mês 6	13.335,60	761,21	0,005	14.167,30
mês 7	14.167,30	761,21	0,005	15.003,15
mês 8	15.003,15	761,21	0,005	15.843,18
mês 9	15.843,18	761,21	0,005	16.687,41
mês 10	16.687,41	761,21	0,005	17.535,87
mês 11	17.535,87	761,21	0,005	18.388,56
mês 12	18.388,56	761,21	0,005	19.245,52
mês 13	19.245,52	761,21	0,005	20.106,77
mês 14	20.106,77	761,21	0,005	20.972,32
mês 15	20.972,32	761,21	0,005	21.842,19
mês 16	21.842,19	761,21	0,005	22.716,42

Tabela 6.6: (continuação)

mês 17	22.716,42	761,21	0,005	23.595,02
mês 18	23.595,02	761,21	0,005	24.478,01
mês 19	24.478,01	761,21	0,005	25.365,42
mês 20	25.365,42	761,21	0,005	26.257,26
mês 21	26.257,26	761,21	0,005	27.153,56
mês 22	27.153,56	761,21	0,005	28.054,34
mês 23	28.054,34	761,21	0,005	28.959,63
mês 24	28.959,63	761,21	0,005	29.869,45
mês 25	29.869,45	761,21	0,005	30.783,81

Tabela 6.6: (valores em reais)

E verificamos que o período para adquirir o bem é de 24 meses, período menor do que quando financiamos o veículo.

As vantagens de comprar à vista, neste caso, seria a possibilidade de obter um desconto na compra do automóvel, assim como não se comprometer financeiramente com uma prestação mensal, caso financiasse o automóvel.

Haveria, também, a possibilidade imediata da venda do automóvel, caso surja um imprevisto financeiro como ser demitido do emprego, problema de saúde, e seja necessário adquirir um alto valor financeiro.

Um dos problemas que podem surgir, quando vimos o capítulo inflação, se o país estiver com uma inflação zero, o preço do automóvel não sofrerá alteração; no entanto, caso a inflação existir o automóvel sofrerá um aumento e o valor investido na poupança não será suficiente para a compra do automóvel. Outra desvantagem é que o comprador do automóvel terá paciência de esperar dois anos para adquirir o automóvel.

6.5 A Matemática Financeira e a Educação Financeira

A Matemática Financeira do Ensino Médio tem em seu conteúdo juros compostos e juros simples, o juro composto é uma função exponencial crescente quando a razão $q > 1$, e juros simples uma função polinomial do primeiro grau, com razão igual a uma constante, e é crescente desde que a razão $r > 0$ e constante se $r = 0$. No caso da Matemática Financeira só utilizamos valores crescentes ou constantes para o cálculo de juros simples e compostos.

Quando realizamos o cálculo do montante nas aulas de Matemática Financeira nos apropriamos de fórmulas para o cálculo de juros simples e compostos; no caso de depósitos periódicos, temos uma maneira diferente de cálculo de montante, cujos resultados descaracterizam uma progressão aritmética no caso da coluna diferença da Tabela 6.7.

Meses	Valor acumulado	Depósitos	Tx. de juros	Montante	Diferença
mês 1	10.000,00		0,005	10.050,00	
mês 2	10.050,00	761,21	0,005	10.865,27	815,27
mês 3	10.865,27	761,21	0,005	11.684,61	819,34
mês 4	11.684,61	761,21	0,005	12.508,05	823,44
mês 5	12.508,05	761,21	0,005	13.335,60	827,56
mês 6	13.335,60	761,21	0,005	14.167,30	831,69
mês 7	14.167,30	761,21	0,005	15.003,15	835,85
mês 8	15.003,15	761,21	0,005	15.843,18	840,03
mês 9	15.843,18	761,21	0,005	16.687,41	844,23
mês 10	16.687,41	761,21	0,005	17.535,87	848,45
mês 11	17.535,87	761,21	0,005	18.388,56	852,70
mês 12	18.388,56	761,21	0,005	19.245,52	856,96
mês 13	19.245,52	761,21	0,005	20.106,77	861,24
mês 14	20.106,77	761,21	0,005	20.972,32	865,55
mês 15	20.972,32	761,21	0,005	21.842,19	869,88

Tabela 6.7: (continuação)

mês 16	21.842,19	761,21	0,005	22.716,42	874,23
mês 17	22.716,42	761,21	0,005	23.595,02	878,60
mês 18	23.595,02	761,21	0,005	24.478,01	882,99
mês 19	24.478,01	761,21	0,005	25.365,42	887,41
mês 20	25.365,42	761,21	0,005	26.257,26	891,84
mês 21	26.257,26	761,21	0,005	27.153,56	896,30
mês 22	27.153,56	761,21	0,005	28.054,34	900,78
mês 23	28.054,34	761,21	0,005	28.959,63	905,29
mês 24	28.959,63	761,21	0,005	29.869,45	909,81
mês 25	29.869,45	761,21	0,005	30.783,81	914,36
mês 26	30.783,81	761,21	0,005	31.702,74	918,94
mês 27	31.702,74	761,21	0,005	32.626,27	923,53
mês 28	32.626,27	761,21	0,005	33.554,42	928,15
mês 29	33.554,42	761,21	0,005	34.487,21	932,79
mês 30	34.487,21	761,21	0,005	35.424,66	937,45
mês 31	35.424,66	761,21	0,005	36.366,80	942,14
mês 32	36.366,80	761,21	0,005	37.313,65	946,85
mês 33	37.313,65	761,21	0,005	38.265,24	951,58
mês 34	38.265,24	761,21	0,005	39.221,58	956,34
mês 35	39.221,58	761,21	0,005	40.182,70	961,12
mês 36	40.182,70	761,21	0,005	41.148,63	965,93

Tabela 6.7: (valores em reais)

A coluna diferença, na Tabela 6.7, mostra um aumento não linear, isto devido à poupança com depósitos periódicos representar uma função exponencial de razão 1,005, e ser resultado de uma sequência obtida recursivamente, que tem como consequência o valor do montante não estar relacionado a cálculo de juros simples, $j = c \times i \times t$, e nem a juros compostos $M = M_0(1 + i)^n$, mesmo apresentando valores exponenciais.

E, devido ao crescimento exponencial, os valores do juro obtido são maiores

que o depósito contínuo, isto porque o juro é aplicado sobre o montante que representa valores superiores a R\$ 10.000,00, como mostra a coluna montante; então, podemos concluir que, mesmo a taxa de juros sendo pequena (0,5%), acumula um valor significativo de ganho com o tempo, e isto pode ser notado no 25º mês, onde a tabela diferença mostra um ganho de R\$ 914,36 a uma parcela paga de R\$ 761,21. O fato reforça a importância do estudo de função exponencial para a compreensão de elementos da Matemática Financeira, que é essencial para que se tenha uma boa Educação Financeira.

Capítulo 7

Conclusão

Ao iniciar este trabalho com os alunos do segundo ano do Ensino Médio percebi a importância do cumprimento do currículo de Matemática em sua totalidade, pela falta de tópicos como Matemática Financeira. Verificamos que os alunos conheciam juros, mas não relacionavam a funções exponenciais, ao identificarem os valores com a calculadora, não percebiam que o valor do juro aplicado se desenvolvia de forma exponencial. Uma curiosidade era o comportamento simples de adquirir a dívida e pagá-la, não importando com outras despesas que pudessem surgir como a manutenção do carro.

A pesquisa continha uma questão muito simples que era o fato de comprar um carro, à vista ou a prazo, por ser um objeto de consumo desejado pelos adolescentes.

Com o resultado da pesquisa, esclarecemos e discutimos assuntos referentes à compra do carro iniciando o processo de Educação Financeira, inflação, tempo, taxas bancárias.

As simulações feitas são autoexplicativas, não nos preocupando em aplicações de fórmulas voltadas ao ensino superior como taxa efetiva, renda, mas de forma que o aluno visualizasse e compreendesse o objetivo de nossos estudos.

Os PCNs, ao introduzir a contextualização e a interdisciplinaridade, nos apresentaram a Matemática Financeira e nos contemplaram com a possibilidade de uma nova disciplina voltada ao cotidiano, a Educação Financeira, com

o propósito de orientar o futuro cidadão a controlar seus gastos, e a esclarecer que seus compromissos financeiros são importantes desde que se consiga cumpri-los.

Referências Bibliográficas

- [1] C.E.S.C. Granja et al. *Proposta Curricular do Estado de São Paulo Matemática*. Volume 1: Ensino Médio. Coordenadora: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2008.
- [2] “Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.” Resolução CNE/CEB, no.03/98.
- [3] Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996. Diretrizes e Bases da Educação Nacional, promulgada em 20 de dezembro de 1996.
- [4] Ministério da Educação e do Desporto. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, SEF,1997.
- [5] Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília, MEC/SEMTEC, 1999.
- [6] Secretaria da Educação. *Proposta curricular do Estado de São Paulo para o ensino de matemática para o ensino fundamental Ciclo II e ensino médio*. São Paulo: SE, 2008.
- [7] A.C. Almeida. “Trabalhando Matemática Financeira em uma Sala de Aula do Ensino Médio da Escola Pública”. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UNICAMP, 2004.
- [8] A.L.L. Negri. “Educação Financeira para o ensino médio da rede publica. Uma proposta inovadora.”Dissertação UNISAL, 2010.

- [9] A.T. Saito. “Uma contribuição ao desenvolvimento da educação em finanças pessoais no Brasil”. Dissertação de Mestrado. USP, 2007.
- [10] D. Schiffil. “Um estudo de calculadora no ensino da Matemática”. Dissertação de mestrado. UNIFRA 2006.
- [11] F.A.L. Araujo e M.A.P. Souza. OCDE 2005 “Educação Financeira para um Brasil Sustentável Evidencias da necessidade do Banco Central do Brasil em Educação Financeira para o cumprimento de sua missão” trabalho do Banco Central 280-2005.
- [12] J.C. Barbosa. “A ‘contextualização’ e a Modelagem na educação matemática do ensino médio.” In: *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 8, 2004, Recife. Anais... Recife: SBEM, 2004.
- [13] M.B. Campos. “Educação Financeira na Matemática do Ensino Fundamental: Uma análise na produção de significados”. Dissertação Mestrado, Juiz de Fora (MG), Universidade Federal de Juiz de Fora Minas Gerais, novembro de 2012.
- [14] N.D. Leme. “Ensino-aprendizagem de Matemática financeira utilizando ferramentas computacionais. Uma abordagem construcionista. mestrado. PUC-SP 2007.
- [15] P.L. Nascimento. “A formação do aluno e a visão do professor do ensino médio em relação a Matemática financeira. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática).” PUC-SP, 2004.
- [16] P.H. Herminio. “Matemática financeira — Um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem.” Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UNESP Rio Claro, 2008.
- [17] A.A. Crespo. *Matemática Comercial e Financeira fácil*. São Paulo: Saraiva, 2002.
- [18] A.N. Muller e L.R. Antonik. *Matemática Financeira: Instrumentos financeiros para a tomada de decisão em Administração, Economia e Contabilidade*. São Paulo:Saraiva 2012.

- [19] D. Fiorentini e S. Lorenzato. *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, no prelo.
- [20] E.L. Lima et al. *A Matemática do Ensino Médio*. Volume 2. Sociedade Brasileira de Matemática, 1998.
- [21] G.P. Cerbasi. “Casais inteligentes enriquecem juntos.” *Gente*, 2004.
- [22] L.R. Dante. *Matemática: Volume único*. São Paulo: Ática São Paulo, 2005.
- [23] M. Leitão. *Saga brasileira: a longa luta de um povo por sua moeda*. Record, 2011.
- [24] E.L. Lima et al. *A Matemática do Ensino Médio*. Volume 2, Sociedade Brasileira de Matemática, 1998.
- [25] M. Montella. *Decifrando o Economês: 300 perguntas e respostas*. Qualimark, 2003.
- [26] P.J. Davis e R. Hersh. *A Experiência Matemática*. Editora Francisco Alves, 1985.
- [27] R. Bassanezi. “Modelagem Matemática.” *Dynamis*, Blumenau, vol.1, abril/junho, 1994.
- [28] R.T. Kiyosaki. *O poder da Educação Financeira*. Elsevier, 2011.
- [29] Site: <http://exame.abril.com.br/seu-dinheiro/ferramentas/simulador-poupanca.shtml>.
- [30] Site: <http://pt.wikipedia.org/wiki/BrOffice>.
- [31] Site: <http://www.simuladorfinanciamento.com/outros/calcular-prestacao>.