

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

**A modelagem matemática no ensino fundamental: uma proposta para o 8º
ano**

Fabíola Perrim de Melo Martins
Magister Scientiae

**FLORESTAL - MINAS GERAIS
2024**

FABÍOLA PERRIM DE MELO MARTINS

A modelagem matemática no ensino fundamental: uma proposta para o 8º ano

Dissertação Mestrado Profissional apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (Profissionalizante), para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Mehran Sabeti

**FLORESTAL - MINAS GERAIS
2024**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca da Universidade Federal de Viçosa - Campus Florestal

T

M386m
2024
Martins, Fabíola Perrim de Melo, 1988-
A modelagem matemática no ensino fundamental: uma proposta para o 8º ano / Fabíola Perrim de Melo Martins. – Florestal, MG, 2024.
1 dissertação eletrônica (56 f.): il. (algumas color.).

Inclui anexos.

Orientador: Mehran Sabeti.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa, Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas, 2024.

Referências bibliográficas: f. 53-56.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvcaf.2024.023>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Matemática (Ensino fundamental). I. Sabeti, Mehran, 1974-. II. Universidade Federal de Viçosa. Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

CDD 23.ed. 510

FABÍOLA PERRIM DE MELO MARTINS

A modelagem matemática no ensino fundamental: uma proposta para o 8º ano

Dissertação Mestrado Profissional apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (Profissionalizante), para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 14 de setembro de 2024.

Assentimento:

Fabíola Perrim de Melo Martins
Autora

Mehran Sabeti
Orientador

Essa dissertação mestrado profissional foi assinada digitalmente pela autora em 18/12/2024 às 09:15:34 e pelo orientador em 18/12/2024 às 10:48:51. As assinaturas têm validade legal, conforme o disposto na Medida Provisória 2.200-2/2001 e na Resolução nº 37/2012 do CONARQ. Para conferir a autenticidade, acesse <https://siadoc.ufv.br/validar-documento>. No campo 'Código de registro', informe o código **YMC2.F7IX.UGPW** e clique no botão 'Validar documento'.

Dedico este trabalho à minha família, que sempre me ofereceu apoio e incentivo.
Aos professores do curso PROFMAT da UFV - Florestal, que me guiaram e inspiraram ao longo dessa jornada. Aos meus colegas de profissão, que compartilham comigo a paixão pela Matemática e pelo ensino em sala de aula. E, especialmente, aos meus alunos, os verdadeiros protagonistas deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho representa o esforço de muitos que, direta ou indiretamente, contribuíram para que essa jornada fosse possível. Por isso, gostaria de expressar minha profunda gratidão a todos que me apoiaram ao longo deste percurso.

Agradeço, primeiramente, a Deus, por ter me dado força, saúde e sabedoria para superar cada desafio ao longo desta jornada.

Aos meus pais, Sonia e Aerson, que com amor, dedicação e exemplo, me ensinaram os valores que carrego até hoje e a importância do estudo em nossas vidas. Obrigada por sempre acreditarem em mim e me apoiarem em cada passo do caminho.

Às minhas irmãs, Fernanda e Flávia, que estiveram ao meu lado nos momentos de alegria e também nos momentos difíceis, sempre oferecendo palavras de encorajamento e suporte incondicional.

À Lalá e Lulu, por iluminarem meus dias com suas alegrias e por serem fonte de inspiração e amor.

Ao meu marido, Fúlvio, por seu companheirismo e apoio constante ao longo desta trajetória, Agradeço por me dar forças quando eu mais precisei e trazer equilíbrio e serenidade à minha vida.

Aos meus professores, que com seu conhecimento e dedicação me guiaram e inspiraram, em especial ao meu orientador Mehran Sabeti. Agradeço também ao meu colega de trabalho e professor Emerson Bastos Lomasso, que, em alguns momentos, assumiu o papel de orientador e ofereceu valiosos conselhos e apoio.

Aos meus alunos, que foram uma fonte constante de inspiração. Vocês me ensinaram tanto quanto eu ensinei a vocês, e seu entusiasmo e dedicação foram fundamentais para que eu continuasse a me esforçar e a me aperfeiçoar.

Aos meus amigos, agradeço pelo apoio, pelas palavras de encorajamento e pelas boas risadas durante essa jornada. Vocês fizeram essa caminhada muito mais leve e especial.

Aos meus colegas professores, que compartilharam seus conhecimentos e experiências, enriquecendo minha prática docente, e que, assim como eu, se encantam com a educação e acreditam que ela é a única forma de transformar o mundo.

Por fim, agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste mestrado. Cada um de vocês teve um papel importante na concretização deste trabalho, e sou profundamente grata por isso.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de

Finanziamento 001.

"Ensinar é criar possibilidades para a construção do conhecimento."
– Paulo Freire

RESUMO

MARTINS, Fabíola Perrim de Melo, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, setembro de 2024. **A modelagem matemática no ensino fundamental: uma proposta para o 8º ano.** Orientador: Mehran Sabeti.

Este estudo concentrou-se na ampliação do conhecimento sobre Modelagem Matemática, uma abordagem que busca conectar a Matemática formal com problemas reais enfrentados pelos alunos, com o objetivo de melhorar o ensino e a aprendizagem da disciplina. A questão principal investigada foi: Quais são as perspectivas, contribuições e limitações da Modelagem Matemática no 8º ano do Ensino Fundamental? Para responder a essa questão, foi realizada uma pesquisa bibliográfica para examinar as concepções, processos, desafios e potencialidades dessa metodologia. Foram identificadas diversas abordagens sobre Modelagem Matemática. A perspectiva teórica adotada neste trabalho segue a proposta de Barbosa e Burak, que a apresentam como uma metodologia ou estratégia de ensino voltada principalmente para o processo de ensino-aprendizagem, mais do que para o modelo matemático em si. Em seguida, foi desenvolvida uma proposta de Modelagem Matemática com alunos de uma escola municipal em Belo Horizonte - MG, abordando o tema do desperdício de alimentos dentro da escola. O relato das atividades realizadas durante as etapas de Modelagem teve como objetivo explorar tanto a Matemática envolvida quanto as relações, desafios e resultados significativos encontrados. Observou-se que o papel mediador do professor pode ser determinante para o sucesso da Modelagem. De modo geral, concluiu-se que a Modelagem é uma ferramenta altamente valiosa no ensino da Matemática, pois incentivou investigações e despertou o interesse dos alunos em novas atividades.

Palavras-chave: matemática. ; ensino e aprendizagem. ; educação matemática. ; modelagem matemática. ; investigação.

ABSTRACT

MARTINS, Fabíola Perrim de Melo, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, September, 2024. **Mathematical modeling in elementary school: a proposal for 8th grad.** Adviser: Mehran Sabeti.

This study focused on expanding knowledge about Mathematical Modeling, an approach that seeks to connect formal Mathematics with real-world problems faced by students, aiming to improve the teaching and learning of the subject. The main question investigated was: What are the perspectives, contributions, and limitations of Mathematical Modeling in the 8th grade of Elementary School? To address this question, a bibliographic research was conducted to examine the concepts, processes, challenges, and potentialities of this methodology. Various approaches to Mathematical Modeling were identified. The theoretical perspective adopted in this work follows the proposal of Barbosa and Burak, who present it as a teaching methodology or strategy primarily focused on the teaching-learning process rather than the mathematical model itself. Subsequently, a Mathematical Modeling proposal was developed with students from a public school in Belo Horizonte, MG, addressing the issue of food waste within the school. The report on the activities carried out during the Modeling stages aimed to explore both the Mathematics involved and the relationships, challenges, and significant results encountered. It was observed that the teacher's mediating role can be crucial to the success of Modeling. In general, it was concluded that Modeling is a highly valuable tool in teaching Mathematics, as it encouraged investigations and sparked students' interest in new activities.

Keywords: mathematics.; teaching and learning.; mathematics education.; mathematical modeling.; investigation.

Lista de Figuras

7.1	Pesquisa (Alunos)	47
7.2	Questionário Cantineiras	48
7.3	Questionário (Alunos)	48
7.4	Opinião (Alunos)	49
7.5	Gráfico 1	49
7.6	Gráfico 2	49
7.7	Gráfico 3	50
7.8	Gráfico 4	50
7.9	Gráfico 5	50
7.10	Gráfico 6	51
7.11	Gráfico 7	51
7.12	Gráfico 8	51
7.13	Gráfico 9	52
7.14	Gráfico 10	52

Sumário

1	Introdução	10
2	O Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática	11
2.1	O ensino da Matemática	11
2.2	Estratégias de ensino	12
2.3	O currículo	14
2.4	Definindo aprendizagem e significado	17
3	Minhas Vivências como Professora: Uma Perspectiva Pessoal	20
3.1	O início	20
3.2	A Escola	21
4	Modelagem Matemática	23
4.1	História da Modelagem Matemática	23
4.2	O conceito de modelo	27
4.3	Etapas Metodológicas da Modelagem Matemática	30
5	Uso da Modelagem Matemática na sala de aula	35
5.1	Pesquisa	35
5.2	Planejamento	36
5.3	Desenvolvimento	37
5.4	Avaliação	38
6	Conclusões	40
7	Anexos	42
7.1	Exemplos de Modelagem Matemática	42
7.1.1	Tilápias do Nilo	42
7.1.2	Orçamento Familiar	45
7.1.3	Financiamento Imobiliário	46
7.2	Formulários, Questionários e Gráficos	47
8	Referências Bibliográficas	53

Introdução

A Modelagem Matemática consiste em, a partir de um fenômeno dado, descrevê-lo em linguagem matemática, para isso pode-se utilizar álgebra, cálculo, geometria, aritmética. Tal modelo nos ajudará a entender determinada situação, formando um padrão na resolução da mesma. Pode ser utilizada como um método científico de pesquisa ou como uma estratégia de ensino, auxiliando na multidisciplinaridade das ciências e na aprendizagem do aluno. Alguns exemplos de onde utilizamos a modelagem matemática são os cursos de formação para professores, dinâmica populacional da tilápia, orçamento familiar, financiamentos, propagação de plantas sazonais, entre outros. É possível utilizar a modelagem matemática para desenvolver um novo modelo de ensino, levando em consideração o indivíduo e sua realidade.

Este projeto destina-se ao estudo da modelagem matemática como estratégia de ensino, ressaltando o indivíduo e sua realidade no aprendizado da Matemática. Desse modo, serão realizados estudos e experiências com alunos do ensino fundamental, anos finais. Esse estudo é de grande relevância, de modo a propiciar diferentes abordagens aos alunos durante o processo de aprendizagem, tornando todo esse movimento prazeroso e realista para esse estudante.

Tem-se como objetivo mostrar que, ao desenvolver algumas estratégias para um novo modelo de educação, mais engajado com as realidades dos indivíduos e sociedade os alunos se vêem como protagonistas do processo de aprendizagem, tornando-o mais leve e real.

O Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática

Neste capítulo, exploraremos o ensino da Matemática, um tema que exige cuidadosa reflexão. Serão destacadas várias estratégias e conceitos pedagógicos que ressaltam a importância de adotar e promover práticas em sala de aula capazes de gerar atitudes positivas entre alunos e professores. Essas atitudes desempenham um papel crucial no processo de construção do conhecimento matemático.

2.1 O ensino da Matemática

O ensino de Matemática, conforme discutido por Brasil (1998), implica entender que a disciplina deve ser explorada em diversos contextos, incluindo aspectos culturais e sociais, entre outros relacionados à vida humana. Tanto a Matemática quanto outras disciplinas são permeadas pelas interações humanas com o ambiente e com seus semelhantes, buscando soluções para necessidades e gerando conhecimento vital.

A evolução do ensino da Matemática é um processo contínuo, como observado por Fiorentini (1995), que destaca a formalização crescente da linguagem matemática ao longo do tempo, elevando-a a um nível mais abstrato e rigoroso. No entanto, o acesso a esse conhecimento altamente formalizado muitas vezes se torna restrito, o que levanta questões sobre a democratização desse saber.

Embora a Matemática tenha aplicações práticas extensas na vida cotidiana, na indústria, no comércio, na tecnologia e em outras ciências, seu ensino, por vezes baseado excessivamente em fórmulas e conceitos, pode resultar em descontentamento e falta de interesse. Conforme observado por Burak e Klüber (2008), o ensino descontextualizado pode levar à alienação e ao desinteresse dos alunos, que não conseguem relacionar a matéria com suas realidades.

Caldeira (2015) ressalta a necessidade de mudar a percepção de que ensinar Matemática se resume a transmitir regras e convenções estabelecidas, destacando a importância de abordagens mais dinâmicas e contextualizadas.

Diante desse cenário, a Educação Matemática surge como uma resposta à necessidade de considerar não apenas os conteúdos matemáticos, mas também os diversos

aspectos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, incluindo as capacidades cognitivas dos alunos, sua cultura, fatores sociais e econômicos, língua materna, entre outros (Tiago Klüber, 2012).

Segundo Skovsmose,

A Educação Matemática crítica enfatiza que a Matemática como tal não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido [...]. A Matemática em si é um tópico sobre o qual é preciso refletir. Ela é parte de nossa cultura tecnológica e exerce muitas funções. (SKOVSMOSE, 2000, p.2)

Destaca-se a importância do ensino da Matemática, conforme observado por Fiorentini, que ressalta:

Garantir ao futuro cidadão essa forma de pensamento e de leitura do mundo proporcionada pela Matemática é, segundo nosso ponto de vista, a principal finalidade da Educação Matemática comprometida com a formação da cidadania, pois a Matemática está visceralmente presente na sociedade tecnológica em que vivemos, podendo ser encontrada sob várias formas em nosso dia-a-dia. Ou seja, a razão primeira pela qual ensinamos e aprendemos Matemática tem a ver com o modo de vida do homem moderno. (FIORENTINI, 1995, p.32).

Ainda segundo Fiorentini (1995), sob uma perspectiva histórico-crítica, a verdadeira aprendizagem da Matemática não se limita apenas ao desenvolvimento de habilidades, à memorização de princípios ou à realização de listas de exercícios, como proposto pela pedagogia tradicional ou tecnicista. O aluno realmente absorve a Matemática quando é capaz de atribuir fundamentos e significados às ideias matemáticas, passando a refletir, estabelecer relações, defender, investigar, argumentar e produzir.

Pimenta (1994) enfatiza que não é suficiente apenas produzir conhecimento; é necessário criar as condições para a produção desse conhecimento. Contudo, no ensino da Matemática, tem prevalecido uma concepção formalista, onde os conteúdos são apresentados como verdades inquestionáveis, a serem absorvidas, indo contra os princípios da Escola Nova, que defende que o professor deve atuar como estimulador e orientador da aprendizagem.

Dessa forma, observa-se que o ambiente de ensino e aprendizagem pode ser orientado para promover e aplicar práticas em sala de aula que favoreçam atitudes positivas entre alunos e professores, propondo uma nova maneira de ensinar e aprender os conteúdos matemáticos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) introduz novas competências para o ensino, destacando a necessidade de desenvolver a curiosidade intelectual do aluno, incentivando-o a recorrer a todas as ciências, integrando análises investigativas, reflexivas e críticas, além de exercitar sua capacidade de criar, inventar e imaginar.

2.2 Estratégias de ensino

No texto de Ponte (2005), que aborda estratégias de ensino e aprendizagem em Matemática, são identificadas duas abordagens principais: o ensino direto e o ensino-aprendizagem exploratório. No ensino direto, o professor assume o papel central

de transmissor do conhecimento, apresentando o conteúdo e utilizando conceitos e técnicas. Os alunos, guiados pelo professor, ocupam principalmente o papel de ouvintes, participando esporadicamente ao responder às perguntas propostas. A principal atividade envolve a resolução de exercícios, que estão diretamente ligados à assimilação dos conceitos ensinados.

Em contraste, o ensino-aprendizagem exploratório propõe uma abordagem diferente, focada em tarefas de exploração e investigação. Nesse modelo, o professor atua como mediador do processo, sem revelar todas as alternativas de maneira explícita, permitindo que os alunos descubram e construam o conhecimento de forma autônoma. Aqui, a prática é privilegiada, com ênfase em atividades de exploração e no diálogo entre professor e aluno. Posteriormente, ocorre a formalização dos conceitos e o estabelecimento de conexões matemáticas, incluindo também exercícios e problemas.

Ponte ressalta a importância da escolha do professor entre essas estratégias, ou até mesmo a articulação das duas modalidades. Destaca ainda que a diversificação é crucial, pois cada abordagem atribui tarefas com objetivos curriculares distintos:

- As tarefas de natureza mais fechada (exercícios, problemas) são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados. - As tarefas de natureza mais acessível (explorações, exercícios), pelo seu lado, possibilitam a todos os alunos um elevado grau de sucesso, contribuindo para o desenvolvimento da sua auto-confiança. - As tarefas de natureza mais desafiante (investigações, problemas), pela sua parte, são indispensáveis para que os alunos tenham uma efetiva experiência matemática. - As tarefas de cunho mais aberto são essenciais para o desenvolvimento de certas capacidades nos alunos, como a autonomia, a capacidade de lidar com situações complexas, etc. (PONTE, 2005, p.17).

Conforme Ponte (2005, p.24) salienta, é inegável que uma preparação cuidadosa é fundamental para garantir a qualidade do trabalho do professor, envolvendo crucialmente a definição da estratégia e a seleção das tarefas. O planejamento, a análise da turma para embasar decisões futuras e a aplicação de métodos apropriados são práticas essenciais e altamente relevantes.

No entanto, embora sejam importantes, esses elementos por si só não asseguram o sucesso pleno no processo de ensino e aprendizagem, já que diversos fatores internos e externos podem impactar o desenvolvimento das atividades e os resultados alcançados.

Entretanto, ao adotar uma estratégia adequada, oferecendo uma gama de tarefas diversificadas e oportunidades para investigação, observação e argumentação, o professor adentra em um estágio significativo, proporcionando condições favoráveis para a aprendizagem dos alunos.

Evidencia-se, assim, que o papel do professor de Matemática nos dias atuais vai além da simples transmissão de fórmulas e conteúdos; ele assume a responsabilidade de estimular e orientar os alunos a relacionar o conhecimento construído em sala de aula com suas vivências cotidianas, valorizando e justificando a importância da

disciplina. Dessa forma, as práticas pedagógicas devem ser concebidas de modo a promover a construção efetiva de conhecimentos matemáticos.

O modo de ensinar sofre influência também dos valores e das finalidades que o professor atribui ao ensino da Matemática, da forma como concebe a relação professor-aluno e, além disso, da visão que tem de mundo, de sociedade e de homem. (FIORENTINI, 1995, p.4).

A perspectiva e a abordagem que o professor adota em relação à Matemática influenciam profundamente sua prática pedagógica. Fiorentini (1995) observa que um professor que vê a Matemática como uma disciplina exata, estática e completa terá uma atuação diferente de outro que a entende como uma ciência dinâmica, em constante construção, moldada pelas necessidades e conveniências humanas.

É importante ressaltar que as práticas pedagógicas do professor são influenciadas por uma variedade de agentes, incluindo diretores, colegas, supervisores e, é claro, os próprios alunos. Embora desempenhem papéis distintos, tanto o professor quanto o aluno contribuem de maneira fundamental para a construção do processo educacional.

Como parte essencial desse processo, a elaboração do currículo desempenha um papel crucial, que será delineado a seguir.

2.3 O currículo

De acordo com Caldeira, em uma definição simplificada, o currículo é comumente entendido no senso comum como "a lista de conteúdos que os professores devem abordar em suas instituições, em cada fase da escolaridade" (CALDEIRA, 2015, p.54). No entanto, sua importância e complexidade vão muito além desse conceito superficial.

Num sentido mais específico, Currículo da Educação Escolar é o resultado das relações de forças que se estabeleceram num determinado tempo histórico e numa determinada sociedade, e que, consensualmente (ou não), propiciaram o quê e como deveria ser ensinado às crianças e aos adolescentes pelas instituições escolares. Tais relações foram sendo conduzidas pelas forças empregadas nos confrontos de ideias entre os que viveram nestes tempos e em tempos anteriores. (CALDEIRA, 2015, p.55).

Silva (2010) realiza uma análise abrangente do currículo com o intuito de explorar as diferentes teorias curriculares e investigar as questões que elas abordam, em vez de fornecer uma definição absoluta. O foco está particularmente no aspecto de "como" o currículo foi concebido em diferentes períodos. Silva destaca que a questão fundamental que sustenta qualquer teoria do currículo é a seleção dos conhecimentos a serem incluídos, buscando justificar a escolha de certos conteúdos em relação a outros considerados menos relevantes. Ele explica que:

De uma forma mais sintética a questão central é: o quê? Para responder a essa questão, as diferentes teorias podem recorrer a discussões

sobre a natureza humana, sobre a natureza da aprendizagem ou sobre a natureza do conhecimento, da cultura e da sociedade.[...] Ao final, entretanto, elas têm que voltar à questão básica: o que eles ou elas devem saber? Qual conhecimento ou saber é considerado importante ou válido ou essencial para merecer ser considerado parte do currículo? (SILVA, 2010, p.14).

O autor esquematiza as várias teorias curriculares em um quadro que sintetiza as amplas categorias teóricas com base nos conceitos destacados por cada uma delas. Essas categorias são delineadas na Tabela 1.

Tabela 1

Teorias Tradicionais	Teorias Críticas	Teorias Pós-Críticas
ensino, aprendizagem, avaliação, metodologia, didática, organização, planejamento, eficiência, objetivos	ideologia, reprodução cultural e social, poder, classe social, capitalismo, relações sociais de produção, conscientização, emancipação e libertação, currículo oculto, resistência	identidade, alteridade, diferença, subjetividade, significação e discurso, saber-poder, representação, cultura, gênero, raça, etnia, sexualidade, multiculturalismo

Fonte: (Silva, 2010, p.17)

As teorias tradicionais do currículo são caracterizadas pela aceitação dos conhecimentos dominantes e priorizam a valorização do conteúdo, o aspecto intelectual, a eficiência, a produtividade e a organização. Baseadas em conceitos estritamente pedagógicos de ensino e aprendizagem, essas teorias adotam uma abordagem autoritária que limita a participação ativa dos alunos.

Em contraste, as teorias críticas do currículo fundamentam-se na análise da ideologia e do poder, promovendo a liberdade de escolha entre múltiplas identidades e subjetividades. Nesse modelo, a escola é vista como um espaço para a socialização de conhecimentos e saberes universais, com uma interação dinâmica entre professores e alunos. Ambos são considerados participantes ativos na construção do conhecimento, tendo a oportunidade de questionar os conceitos que são tomados como naturais no cotidiano.

As teorias pós-críticas do currículo introduzem uma mudança significativa na concepção curricular, ao abordarem o conceito de discurso e enfatizarem a indeterminação do conhecimento, questionando como algo se torna verdade. Além disso, incorporam a questão da identidade e preocupam-se com o perfil do indivíduo desejado pela sociedade. Essas teorias oferecem uma gama de perspectivas que vão além das categorias técnicas e psicológicas tradicionais, destacando a formação do cidadão

para conviver com a diversidade, reconhecer e entender as diferenças, e preservar o multiculturalismo. Além disso, elas também preparam o indivíduo para o mercado de trabalho e para o consumo.

A teoria pós-crítica deve se combinar com a teoria crítica para nos ajudar a compreender os processos pelos quais, através de relações de poder e controle, nos tornamos aquilo que somos. Ambas nos ensinaram, de diferentes formas, que o currículo é uma questão de saber, identidade e poder. (SILVA, 2010, p.147).

Diante da ampla abordagem do currículo, compreende-se que o programa das disciplinas constitui um de seus elementos, incluindo-se nele a Matemática escolar. Ao considerarmos a Matemática como uma disciplina dinâmica, em constante evolução, que pode ser descoberta e construída a partir das interações entre o sujeito e o ambiente, surgindo de necessidades e utilidades, observa-se, segundo Caldeira, que no ensino dela há uma Matemática prescrita nos currículos, "apenas como determinadas regras e convenções tidas como universais - aquilo que comumente denominamos de lista de conteúdos"(CALDEIRA, 2009, p.43).

Skovsmose (2000) descreve que a Educação Matemática tradicional adota o paradigma do exercício, onde apenas uma resposta é considerada correta. Normalmente, os livros didáticos refletem as práticas habituais em sala de aula. Na prática, o ensino muitas vezes se baseia em tarefas mais restritas, com o aluno assumindo o papel de receptor de conteúdo, principalmente por meio do estudo dos capítulos e da resolução dos exercícios e problemas presentes no livro didático adotado pela instituição. Nesse contexto, Burak observa que:

O lado "seguidor" que se desenvolve no estudante, subtrai-lhe a possibilidade de desenvolver sua autonomia, a iniciativa, liberdade de conjecturar e, com isso inibe o desenvolvimento de muitas competências necessárias à formação de um cidadão, tudo em nome de uma visão de currículo completamente superada, no entanto em termos teóricos apenas. (BURAK, 2010, p.19).

No ambiente escolar, é comum encontrar uma pressão considerável por parte dos pais, supervisores ou até mesmo dos próprios professores para que os programas pré-estabelecidos sejam rigorosamente cumpridos. Isso ocorre sob a justificativa de que os alunos precisam adquirir certos pré-requisitos para avançar em seus estudos e que determinados conteúdos serão cobrados no ano seguinte (BURAK, 2010, p.19). Como resultado, o trabalho do professor pode correr o risco de não levar em consideração o contexto específico em que atua, os objetivos de cada conteúdo, as particularidades da turma, os aspectos sociais e toda a dinâmica escolar.

Nesse cenário, Caldeira esclarece que:

Numa visão sistêmica, cumprir o programa não é ter que seguir rigorosamente os conteúdos listados nele, mas fazer o aluno perceber que

determinados conteúdos existem e podem ser aprendidos quando tivermos a oportunidade de percebê-los como instrumentos de compreensão de uma dada realidade, que esteja em interdependência com outros conteúdos que não somente os da Matemática por ela mesma. (CALDEIRA, 2015, p.59).

Jacobini (2004) também compartilha a ideia de que o ensino de Matemática não deve se restringir apenas ao conteúdo curricular ou aos objetivos da disciplina. Em vez disso, deve atuar como uma ferramenta crítica que ajude a enfrentar problemas de relevância social e política. Assim, o ensino de Matemática pode contribuir para a formação de estudantes comprometidos com a construção de uma sociedade mais justa e democrática.

Adotar uma abordagem instrutiva, na qual o professor ajusta o programa de estudo conforme as características e necessidades específicas de cada ambiente, pode ser mais vantajoso. Isso permite que as práticas pedagógicas se alinhem com as dificuldades reais encontradas em sala de aula, exigindo que o trabalho do professor seja criativo. Em um mesmo ambiente, os alunos frequentemente apresentam diferentes níveis de entendimento dos conteúdos matemáticos, além de variações em motivação, interesse, disciplina, suporte familiar e participação.

Portanto, é fundamental que o professor observe as situações que surgem, através do comportamento e das intervenções dos alunos, para revisar seus objetivos e ajustar suas estratégias, adaptando o currículo às necessidades e interesses de todos na sala de aula. O objetivo é beneficiar os alunos e demonstrar que "às vezes, é possível existir uma Matemática além daquela do currículo oficial"(CALDEIRA, 2009, p.44). Trata-se de uma Matemática aplicada às situações do cotidiano, em vez de se limitar apenas a regras e fórmulas.

Nesse contexto, surge a tendência da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Nessa abordagem, o professor orienta o processo de ensino e aprendizagem a partir do momento em que os alunos participam ativamente na coleta de informações, pesquisa, formulação de hipóteses, percepção e resolução de problemas do dia a dia. Isso permite que os estudantes atuem como coautores de seu próprio conhecimento.

2.4 Definindo aprendizagem e significado

Skovsmose (2000) destaca que muitos esforços têm sido feitos para esclarecer o conceito de significado em relação às possíveis interpretações dos conceitos matemáticos. Ele argumenta que o significado deve ser visto não apenas como uma característica dos conceitos, mas também das ações. Como exemplo, Skovsmose menciona o ensino de frações: "a ideia de fração pode ser introduzida por meio da divisão de pizzas, e posteriormente o significado de 'fração' pode ser ampliado com a introdução de outros contextos"(SKOVSMOSE, 2000, p.7).

Rabello e Passos (2013) explicam que Vygotsky acredita que o processo de construção do conhecimento envolve a participação ativa do indivíduo no ambiente

sociocultural em que vive. O conhecimento é assimilado para que o indivíduo possa se desenvolver através dele.

De acordo com Ivic e Coelho (2010), Lev Semionovich Vygotsky foi um dos principais psicólogos do século XX. Antes de se dedicar à Psicologia, Vygotsky estudou diversas áreas, como poesia, teatro, linguística, signos e significação, teorias literárias, cinema, história e filosofia. Seu interesse por esses campos contribuiu para o desenvolvimento de uma teoria notável sobre o desenvolvimento mental.

Vygotsky fez importantes contribuições para a metodologia científica, psicologia geral, psicologia da arte, educação de crianças com deficiência, pedagogia e educação. Ele é conhecido por ter criado uma das teorias mais influentes da Psicologia: a teoria histórico-cultural dos fenômenos psicológicos. Vygotsky argumenta que, para que uma pessoa possa realizar uma tarefa, é crucial que ela participe de ambientes e práticas que possibilitem essa aprendizagem. Eles acrescentam que:

Não podemos pensar que a criança vai se desenvolver com o tempo, pois esta não tem, por si só, instrumentos para percorrer sozinha o caminho do desenvolvimento, que dependerá das suas aprendizagens mediante as experiências a que foi exposta. (RABELLO; PASSOS, 2013, p.5).

Nesse cenário, a escola desempenha um papel fundamental, pois é um dos ambientes onde o processo de construção do conhecimento é vivenciado. Vygotsky desenvolveu uma teoria com implicações diretas para o ensino escolar, amplamente discutida e aplicada atualmente: o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP).

Para entender melhor esse conceito, é necessário distinguir entre dois níveis: o nível de desenvolvimento real (NDR) e o nível de desenvolvimento potencial (NDP). O NDR é definido pela capacidade do indivíduo de resolver um problema de forma independente, representando as aprendizagens já consolidadas. Em contraste, o NDP é determinado pela capacidade de resolver um problema com o auxílio de um adulto ou em colaboração com outros, refletindo habilidades em desenvolvimento.

Essas são aprendizagens emergentes, conhecimentos que o indivíduo pode adquirir com o apoio de alguém mais experiente. Para Vygotsky, “a ZDP é a distância entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial” (ALVES, 2005, p.12).

Oliveira (1995, p.60) explica que a ZDP “refere-se ao caminho que o indivíduo percorre para desenvolver funções que estão em processo de amadurecimento e que se tornarão funções consolidadas no seu nível de desenvolvimento real”.

O conceito de ZDP pode ser compreendido como a área de desenvolvimento próximo, que é impulsionada pelo aprendizado já consolidado. Trata-se do campo intermediário no processo de aprendizagem, onde ocorre o verdadeiro desenvolvimento. O papel do professor é atuar dentro dessa ZDP, pois é justamente nesse espaço que a aprendizagem efetiva acontece.

Portanto, a função do professor é criar condições favoráveis para a aprendizagem, mediando a interação entre o aluno e o conhecimento através de atividades coletivas. A intervenção do professor na ZDP do aluno é crucial para promover o desenvolvimento, transformando conhecimentos potenciais em conhecimentos reais.

Fiorentini (1995, p.33) define que “aprender significa significar: estabelecer relações possíveis entre fatos/ideias e suas representações (signos).” Almeida e Silva (2014), ao examinarem trabalhos sobre o conceito de “significado” no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, relatam que:

em atividades de modelagem pode-se identificar a atribuição/produção de significado para conteúdos matemáticos, para a aprendizagem, para o modelo matemático, para o problema em estudo e mesmo para a própria Modelagem Matemática. (ALMEIDA; SILVA, 2014, p.142).

De acordo com Almeida e Silva (2014), o processo de significar, que diversos autores chamam de construção de significado, compreensão ou conhecimento, pode ocorrer em várias circunstâncias e de diferentes formas. Esse processo pode ser interpretado pelo pesquisador conforme as especificidades do quadro teórico que embasa sua pesquisa. Eles acrescentam que:

Em atividades de Modelagem Matemática o significado vai para além do estabelecimento da associação nominativa entre palavra (ou signo) e objeto, mas é constituído por meio de relações, usos e produtos que vão se constituindo no decorrer do desenvolvimento da atividade de Modelagem. É nesta constituição que se centraliza o potencial da Modelagem Matemática para a aprendizagem, para a formação do estudante. (ALMEIDA; SILVA, 2014, p.142).

Neste trabalho, busca-se enfatizar as potencialidades da Modelagem, que permite múltiplos caminhos e interpretações, características essenciais para um ensino de qualidade. Embora o conceito de Modelagem seja relativo, é fundamental valorizar o desenvolvimento de competências por meio de atividades que estimulem o raciocínio, a comunicação e a representação. Essas ações são cruciais para promover a aprendizagem. Portanto, ao discutir o termo “aprendizagem” neste trabalho, entende-se como o processo de construção do conhecimento, do qual podem emergir diversas habilidades, tanto de forma imediata quanto ao longo do tempo.

Minhas Vivências como Professora: Uma Perspectiva Pessoal

No decorrer deste capítulo, compartilho minha trajetória como professora, situando a escola como o ambiente central onde se desenrolou todo o processo abordado neste trabalho.

3.1 O início

Comecei minha carreira como professora de Matemática em 2010, antes mesmo da colação de grau, com autorização da faculdade, já estava em sala de aula. Desde então, trabalhei em escolas públicas (federais, estaduais e municipais) e privadas de Belo Horizonte, atuando com alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Ao longo dos anos, minha experiência em sala de aula tem me proporcionado uma maior confiança em relação aos conteúdos matemáticos abordados nos programas. O ensino em diferentes ambientes e em situações diversas permitiu que eu vivenciasse e observasse uma variedade de atitudes e ações por parte dos estudantes.

Embora eu tenha acumulado uma vasta gama de conhecimentos durante essas experiências, sempre houve uma inquietação em minha atuação como professora: a falta de empatia ou até mesmo a rejeição de alguns alunos em relação aos conteúdos matemáticos, uma questão que se manifestava com frequência.

A presença de dúvidas, comentários e, por vezes, a falta de interesse dos alunos pela disciplina geravam desconforto em mim. Entre as situações que me perturbavam, destaco um trecho de Barbosa (2001) que reflete minha realidade:

Quando os alunos perguntavam-me o porquê de estudar Matemática, ficava tremendamente perturbado, pois os argumentos de que a Matemática é usada no dia a dia ou que eles iriam precisar dela no ano seguinte não eram muito convincentes. (BARBOSA, 2013, p.1).

Percebia que os estudantes necessitavam de uma abordagem que os convencesse e lhes permitisse enxergar algum significado por trás de toda aquela abstração. De

fato, sempre acreditei que a Matemática está presente em tudo, mas muitas vezes essa conexão não é óbvia, ocorrendo de forma implícita.

Mesmo me esforçando para oferecer respostas convincentes às perguntas e dúvidas dos estudantes sobre os conteúdos abordados, encontrava dificuldades em conectar certos temas matemáticos à realidade dos alunos fora da escola.

Apesar desse incômodo, minha determinação em tornar a Matemática mais envolvente e significativa para os estudantes persistiu ao longo dos anos. Por meio de estudos e experiências práticas, minha jornada me conduziu por caminhos que têm contribuído para essa missão gratificante e desafiadora de ser professora de Matemática.

3.2 A Escola

A Escola Municipal Professora Acidália Lott (EMPAL) localiza-se na região nordeste da cidade de Belo Horizonte, capital do estado de Minas Gerais. Atende alunos do Ensino Fundamental (anos iniciais e finais) e EJA, nos períodos matutino, vespertino e noturno. Atualmente possui em média 1044 alunos, somados os três turnos nos quais funciona.

De acordo com o Projeto Político Pedagógico (PPP) da Instituição, sua missão é:

Tornar o seu ambiente propício ao desenvolvimento do ensino-aprendizagem dos alunos, dando-lhes a oportunidade de participar ativamente do processo de construção do conhecimento suprindo suas deficiências preparando-os para atuar na comunidade na qual estão inseridos e buscando transformá-la. (PPP, 2019, p.6)

Deseja que a escola tenha uma visão definida do que quer e conheça a exata dimensão entre a escola real e a escola ideal, para que se produzam propostas e estratégias palpáveis e possíveis.

Entre as metas da escola, conforme mencionadas no PPP, estão:

- Dar continuidade aos projetos já desenvolvidos que vêm correspondendo às expectativas, dando bons resultados, investindo na ampliação e melhoria de atendimento aos alunos e professores.
- Diversificar as metodologias, utilizando atividades criativas e recursos tecnológicos disponíveis, com o objetivo de incentivar os alunos a adquirirem as habilidades e competências necessárias para a continuidade de seu percurso escolar.
- Implementar projetos que promovam socialização, reflexão, conhecimento, lazer, resgate da autoestima e convívio harmonioso, contribuindo para uma cultura de paz no ambiente escolar.
- Criar condições para o desenvolvimento de atividades e eventos que permitam aos alunos participar e compreender o processo de aprendizagem, aprimorar

o domínio da língua, apropriar-se dos conceitos, desenvolver habilidades e operações de pensamento, e vivenciar os valores assimilados.(PPP, 2019, p.16)

A Escola Municipal Professora Acidália Lott se dedica a oferecer um ensino enriquecedor por meio de projetos que estimulam o conhecimento, a reflexão e a socialização, além de promover a autoestima dos alunos. A valorização da cultura na escola é incentivada através de Mostras Culturais, que integram diferentes disciplinas e incluem gincanas, oficinas, excursões, e eventos culturais, artísticos, musicais e esportivos.

Modelagem Matemática

Este capítulo examina as características, definições, conceitos e desafios da Modelagem Matemática como uma abordagem pedagógica na educação. Analisa os aspectos fundamentais da metodologia, destacando o conceito de modelo, que é crucial para entender as diversas perspectivas envolvidas nesse contexto.

4.1 História da Modelagem Matemática

A modelagem tem estado presente na história da humanidade desde o início, pois sempre buscou alternativas para compreender o ambiente em que vivemos, buscando soluções para melhorar nossa vida e a de nossa comunidade. A busca constante do ser humano por conhecer e compreender seu ambiente o leva a explorá-lo, valendo-se, em parte, de sua racionalidade. A capacidade do homem de raciocinar, refletir e pensar permitiu que ele questionasse a natureza e seus fenômenos, como chuva, frio, furacões, vento, terremotos e outros (Burak, 2004, p.61).

De acordo com Beltrão (2012), a Matemática, como ciência, há muito tempo está interligada com a Física, Engenharia, Astronomia e só foi reconhecida como uma ciência natural com várias aplicações e atividades de modelagem no início do século XIX. No entanto, a noção de modelagem que temos hoje era difícil de expressar, devido à dificuldade em separar os diversos campos nos quais a Matemática estava envolvida.

A Modelagem Matemática teve seu surgimento no Brasil na década de 1970, com três figuras-chave destacadas por Biembengut (2006) como pioneiras na implantação e consolidação dessa abordagem no ensino brasileiro. Movidos pelas questões dos estudantes sobre a relevância da Matemática, esses professores foram impulsionados a explorar a Modelagem como uma ferramenta educacional.

Aristides Camargos Barreto, entusiasta em modelar matematicamente músicas, utilizou-se da modelagem em suas aulas na graduação da PUC-Rio de Janeiro- RJ desde a década de 1970; Ubiratan D' Ambrosio, representante brasileiro na comunidade internacional de Educação Matemática, nas décadas de 1970 e 1980 promoveu cursos e coordenou projetos

na Universidade de Campinas (SP) - UNICAMP que impulsionaram a formação de grupos em matemática aplicada, biomatemática e em modelagem e Rodney Carlos Bassanezi, que além de atuar nesses cursos e projetos da UNICAMP, tornou-se o principal disseminador da modelagem matemática pois, ao adotá-la em suas práticas de sala aula (graduação, pós-graduação lato e stricto sensu e cursos de formação continuada) conquistou número significativo de adeptos por todo o Brasil. (CREMM, 2006).

Esse movimento permitiu o surgimento da pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil, buscando novas maneiras de ensinar Matemática em diversos níveis educacionais. A partir dos anos 80, a Modelagem Matemática ganhou maior destaque, sendo reconhecida como uma abordagem que torna a Matemática mais relevante ao contexto social, cultural, econômico e político. Essa mudança de paradigma contribuiu significativamente para uma abordagem mais significativa e contextualizada da Matemática em sala de aula.

Inicialmente, a Modelagem era vista como uma ferramenta para resolver problemas matemáticos, mas ao ser adotada na Educação Matemática, passou por adaptações e ganhou novos propósitos. Passou a ser considerada não apenas como uma metodologia, mas também como um ambiente de aprendizagem, integrando-se à concepção de educar matematicamente.

Diversas definições foram propostas para a Modelagem Matemática, abrangendo desde sua caracterização como uma metodologia até sua função como um instrumento de ação política e social. Seja como for, a essência da Modelagem reside em transformar situações do mundo real em problemas matemáticos e encontrar soluções que façam sentido nesse contexto.

Neste contexto, a Modelagem Matemática emerge como uma abordagem cada vez mais relevante no ensino de Matemática, devido ao seu potencial para criar cenários de investigação que favoreçam a construção e aplicação dos conceitos matemáticos.

Ao longo do tempo, a Modelagem Matemática tem sido aplicada de diversas maneiras em sala de aula, refletindo as experiências dos seus praticantes, os quais contribuem com diferentes abordagens e conceitos para a sua implementação. As definições sobre Modelagem são numerosas e variadas. Alguns autores a caracterizam como uma "metodologia", enquanto outros a veem como um "ambiente de aprendizagem". Há também a perspectiva de que a Modelagem se encaixa em uma concepção de "educação matemática". Jacobini (2004, p.213) considera a Modelagem como um "instrumento de ação política e social na aula de Matemática".

De acordo com Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática consiste na habilidade de transformar situações reais em problemas matemáticos e resolvê-los utilizando a linguagem do mundo real. Para Biembengut (2016, p.98), a Modelagem Matemática é um método para resolver problemas ou compreender fenômenos usando teorias matemáticas. Barbosa (2013, p.3) define um ambiente de Modelagem como aquele que tem conexão com o cotidiano, o mundo do trabalho ou as ciências, e que apresenta um problema desafiador para os alunos resolverem.

É importante destacar que o ambiente de aprendizagem onde os alunos enfrentam problemas a serem resolvidos não é exclusivo da Modelagem Matemática. Essa abordagem também é encontrada em outras metodologias transformadoras, como a Resolução de Problemas. No entanto, o uso de situações do cotidiano, do mundo do trabalho e das ciências diferencia a Modelagem Matemática, conforme observado por Barbosa (2013, p.3).

Burak (2004) argumenta que, enquanto no ensino tradicional o processo é geralmente liderado pelo professor, na Modelagem Matemática o processo é compartilhado com os alunos, já que o interesse pelo tema gera motivação intrínseca. Segundo ele,

o fato de o grupo compartilhar o processo de ensino, isto é, escolher aquilo que gostaria de estudar, ter a oportunidade de se manifestar, de discutir e propor, desenvolve o interesse de cada grupo e dos grupos, proporcionando maior interação no processo de ensino e de aprendizagem, pois o grupo ou os grupos de alunos trabalham com aquilo que gostam, aquilo que para eles apresenta significado. (BURAK, 2004, p.2).

Diante desse enfoque investigativo, a Modelagem oferece diversas competências que capacitam os alunos a construir um aprendizado com significado. Entre os argumentos favoráveis à sua adoção no ensino, Barbosa (2001) sustenta que, em sua abordagem, os alunos são incentivados a explorar situações de diversas áreas através da Matemática. Nesse cenário, é relevante ressaltar que o programa e o currículo estabelecidos não são suficientes para uma reformulação eficaz do ensino de Matemática por meio da Modelagem. É crucial que as atividades nesta perspectiva transcendam os limites da sala de aula, alcançando outros ambientes educacionais.

Trata-se de fazer com que o tempo de aula não esteja confinado aos 45 minutos de cada aula e que saúde, meio ambiente, esportes, ética, cidadania, sexualidade, transportes, internet, ciência, tecnologia e sociedade sejam assuntos de discussão também nas aulas de Matemática. (CALDEIRA, 2015, p.59).

Nesse cenário, o conhecimento matemático transcende a concepção de uma ideia estática, distante da realidade, para se tornar uma ferramenta funcional, relevante e dinâmica. Trata-se de uma abordagem educacional que envolve a investigação e discussão de problemas contextualizados com a realidade dos alunos. Fiorentini (1995, p.26) ressalta que "o aluno terá uma aprendizagem mais significativa e efetiva da Matemática se esta estiver relacionada ao seu cotidiano e à sua cultura".

É comum observar pessoas expressando indignação e descontentamento diante da abstração da Matemática. Por não perceberem sua aplicação na realidade, muitas vezes enfrentam dificuldades ou desenvolvem aversão à disciplina. Uma possível solução para despertar o interesse e engajamento, tanto de pessoas em geral quanto de alunos em particular, seria estabelecer conexões entre a Matemática e situações do dia a dia, o que se relaciona intrinsecamente com a Modelagem Matemática. Skovsmose (2000, p.19) concorda que "referências à vida real parecem ser necessárias

para estabelecer uma reflexão detalhada sobre a maneira como a Matemática pode estar operando enquanto parte de nossa sociedade”.

Ao investigar como a Modelagem Matemática pode contribuir para o processo de aprendizagem, torna-se evidente que as práticas docentes nessa abordagem podem facilitar a absorção de conteúdos através da exploração e resolução de problemas cotidianos. Barbosa (2013) sugere que a Modelagem oferece uma oportunidade para revisitar e expandir a compreensão de temas previamente estudados pelos alunos, além de permitir ao professor introduzir ou formalizar novos conceitos.

O sucesso na construção e troca de conhecimento depende, em grande medida, da disposição, dedicação e preparo por parte do educador. No contexto da Modelagem, os alunos assumem um papel ativo na formulação e análise de questionamentos, destacando-se a importância de estabelecer as intenções dos alunos como elementos orientadores do processo de aprendizagem. Como observa Skovsmose (2000, p.19), “[...] a importância de estabelecer as intenções dos alunos como os elementos que dirigem o processo de aprendizagem. Um sujeito crítico tem que ser um sujeito que age”.

É importante ressaltar que a Modelagem Matemática proporciona um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são desafiados por problemas do mundo real, uma característica que a distingue de outras abordagens inovadoras. Essa ênfase na aplicação prática e na contextualização torna a Modelagem uma ferramenta poderosa para promover uma compreensão mais profunda e significativa da Matemática.

Igliori e Beltrão (2010) também apontam que, no ensino da Matemática, houve desafios significativos no século XIX devido ao uso excessivo da Matemática pura. No final desse século, surgiram novas tendências, que enfatizavam a aplicação da Matemática em todas as ciências naturais e tecnológicas, com relevância na vida real.

O IV Congresso Internacional de Matemática, realizado em abril de 1908 em Roma, estabeleceu a Comissão Internacional de Ensino da Matemática (CIEM), que atualmente é conhecida como International Commission on Mathematical Instruction (ICMI), com Klein como presidente (Beltrão, 2012, p.3). O objetivo dessa comissão era identificar as tendências no ensino da Matemática em diferentes países e propor modificações para superar as dificuldades. Klein viu essa oportunidade como uma maneira de promover suas propostas.

Os princípios destacados nessa proposta incluíam a eliminação da organização excessivamente sistemática e lógica dos conteúdos, enfatizando a importância da intuição na sistematização dos conteúdos, introduzindo conteúdos de funções e cálculo diferencial e integral no ensino secundário e valorizando a aplicação da Matemática na formação de estudantes do ensino médio. Além disso, a proposta destacava a importância de habilidades na resolução de problemas e atitudes que atribuem significado ao pensamento matemático no conhecimento da natureza e da cultura. Em relação aos professores, a proposta deixava claro que eles deveriam ter um conhecimento profundo além do que pretendiam ensinar.

Conforme Biembengut (2009), o debate sobre modelagem e aplicações da Matemática no cenário internacional começou na década de 1960, por meio de um movimento

chamado "utilitarista", que definiu a aplicação prática da Matemática na ciência e na sociedade. Esse movimento impulsionou a formação de grupos de pesquisa em países como Suíça, Holanda e Dinamarca.

Beltrão (2012) menciona defensores da aplicação de modelagem, como Hans Freudenthal e Henry Pollak, cujas ideias coincidiam em parte com as de Felix Klein, do final do século XIX. Freudenthal é reconhecido como o fundador da Matemática realista, enfatizando a resolução de problemas reais com significado a partir de situações do cotidiano dos alunos. Pollak também foi um pioneiro na aplicação de modelagem matemática na educação.

No Brasil, os primeiros trabalhos de modelagem no ensino foram realizados pelo professor Aristides Camargo Barreto, da PUC/RJ, na década de 1970, e por Rodney Carlos Bassanezi, da UNICAMP, e seus orientados. Além deles, outros pesquisadores, como Ubiratan D'Ambrósio, João Frederico C. A. Meyer, Marcelo de Carvalho Borba, Jonei Cerqueira Barbosa, Maria Salett Biembengut e Ademir Donizete Caldeira, contribuíram significativamente para a disseminação da modelagem no Brasil. Eles foram fundamentais na promoção de cursos de formação continuada e programas de pós-graduação em modelagem em todo o país.

Para compreender como se desdobram os resultados das práticas nesse ambiente, é crucial elucidar o conceito de modelo, um elemento fundamental na abordagem da Modelagem Matemática.

4.2 O conceito de modelo

Alguns autores utilizam a Modelagem Matemática como uma metodologia que tem como objetivo a construção de Modelos Matemáticos como o resultado final do processo. Biembengut (2016, p. 23) ressalta que "modelagem é o processo envolvido na criação de um modelo" e acrescenta que

as ideias geradas pela literatura sobre cognição e modelo levam-nos a considerar modelo como uma representação; que pode ser por meio de desenho ou imagem, projeto, esquema, gráfico, mapa, lei matemática, entre outras formas. Isto é, modelo é um conjunto de símbolos arbitrários, os quais interagem e/ou cooperam e atuam entre si representando alguma coisa. (BIEMBENGUT, 2016, p.84).

Um modelo matemático utiliza fórmulas ou equações para descrever relações, situações ou processos. De acordo com Sodré (2007, p. 4), "um modelo consiste em um conjunto de equações que quantificam as hipóteses empregadas na sua construção, baseadas no sistema real". Biembengut (2016, p. 88) define um modelo como "uma ferramenta para representar algo, tomar decisões ou servir como um recurso heurístico para entender melhor uma situação-problema". Ela acrescenta que "o modelo é considerado válido se for capaz de representar a situação-problema, fenômeno ou objeto modelado, permitindo-nos entender, prever, influenciar, conhecer e agir sobre esse objeto" (Biembengut, 2016, p. 109).

No contexto da Modelagem abordada neste trabalho, Burak (2010) destaca que, na Educação Básica, o foco não está em desenvolver novos modelos matemáticos,

uma vez que a maioria dos conteúdos ensinados utiliza modelos estabelecidos, como funções, equações de primeiro e segundo grau, e fórmulas para áreas e volumes de figuras geométricas, entre outros.

Burak (2010) também observa que o conceito de modelo pode ser interpretado de maneira mais ampla, incluindo representações que, embora não prevejam o futuro, geralmente permitem a tomada de decisões. Neste trabalho, a habilidade de tomar decisões é considerada essencial, pois o estudante deve se posicionar diante da situação investigada após explorar e aprofundar seu conhecimento sobre o tema. Assim, independentemente da capacidade de realizar reflexões matemáticas profundas, o mais importante é que os alunos adquiram competências e utilizem o conhecimento obtido para entender e melhorar sua atuação reflexiva na sociedade.

Há várias perspectivas sobre a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica na Educação Matemática. Caldeira (2015, p. 54) destaca a "falta de consenso saudável sobre a definição da Modelagem Matemática". No entanto, embora haja uma concordância geral sobre a importância do cotidiano e do mundo real nesse contexto, diferentes autores têm visões distintas sobre o tema.

Klüber, ao examinar os trabalhos apresentados na V Conferência Nacional sobre Modelagem em Educação Matemática (CNMEM), identifica pelo menos três estilos diferentes de pensamento sobre Modelagem, evidenciando que não há uma abordagem única e predominante.

1) a Modelagem Matemática entendida como um ambiente de aprendizagem; 2) a Modelagem Matemática como metodologia que visa a construção de Modelos Matemáticos; e 3) a Modelagem Matemática como Metodologia ou estratégia de ensino, focada mais no processo de ensino e de aprendizagem do que no Modelo Matemático. (KLÜBER, 2009, p.231).

Caldeira (2009, p. 45) comenta que, como método de ensino e aprendizagem, a Modelagem Matemática "sustentada pela epistemologia sujeito-objeto, oferece uma compreensão quantitativa dos problemas da realidade do estudante, buscando significados nas experiências cotidianas". No entanto, implementar a Modelagem não é um processo simples; exige uma base matemática robusta para estruturar as hipóteses que possibilitarão uma compreensão quantitativa do fenômeno em estudo, facilitando a construção de modelos apropriados. Sodré (2007) destaca que a Modelagem não é uma solução para todos os problemas, e seu uso inadequado pode resultar em frustração e uma percepção negativa da prática.

Muitos pesquisadores usam a modelagem como uma novidade, pensando que se trata de uma nova ferramenta matemática, o que não é o caso, pois modelagem nada mais é do que um teste de hipóteses quantitativo que tem sido usado com sucesso há muitas centenas de anos na Matemática e nas ciências. O que tem de novo é que está ocorrendo um uso intenso deste método em sistemas reais, ao contrário da abordagem tradicional. (SODRÉ, 2007, p.5)

Em contrapartida, Barbosa (2001) analisa as concepções de Modelagem e observa que, na prática de sala de aula, a dinâmica e a natureza das discussões matemáticas muitas vezes divergem das expectativas teóricas dos modeladores profissionais. Ele cita exemplos de trabalhos produtivos que foram realizados sem a criação de um modelo formal, onde se utilizam modelos já conhecidos, como fórmulas específicas de conteúdos matemáticos.

Neste trabalho, adota-se a visão de Barbosa, que considera a Modelagem como uma chance para os alunos explorarem situações matemáticas de maneira aberta e flexível, sem seguir procedimentos fixos e com diversas possibilidades de abordagem. Segundo Barbosa, os conceitos e ideias matemáticas que os alunos exploram são moldados pelo desenvolvimento das atividades, com ênfase no processo e nas interações sociais e matemáticas durante o trabalho.

A Modelagem permite não apenas revisar e expandir conteúdos matemáticos já abordados, mas também formalizar ou introduzir novos temas. Contudo, devido à natureza dinâmica e investigativa do processo, Barbosa (2013, p. 8) observa que "é difícil prever quais novos conteúdos serão introduzidos, pois isso depende das soluções geradas pelos alunos". Assim,

as atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a Matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem Matemática nem Modelagem são "fins", mas sim "meios" para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a Matemática no mundo social, mas que Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica. (BARBOSA, 2001, p.4).

Essa perspectiva da Modelagem Matemática na Educação tem atraído o interesse de professores, uma vez que "muitos dos trabalhos realizados em âmbito acadêmico não conseguem, na maioria das vezes, alcançar o dia-a-dia das salas de aula"(KLÜBER; BURAK, 2008, p. 2). Burak (2010, p. 19) complementa, esclarecendo que "experiências verdadeiramente significativas no contexto de sala de aula são muitas vezes deixadas de lado", o que impacta negativamente o ensino da Matemática e a educação de cidadãos no século XXI.

Ao adotar essa abordagem qualitativa, a Modelagem Matemática promove a investigação e exploração, permitindo ao estudante desenvolver sua independência e habilidades para lidar com situações novas e desafiadoras. À medida que coleta, organiza e estrutura os dados de sua pesquisa, o aluno desenvolve competências que beneficiam não apenas sua vida acadêmica, mas também sua vida fora da escola.

Barbosa (2013) destaca que, no cenário da Modelagem, tanto professor quanto aluno podem explorar diferentes ambientes e tipos de discussão:

1) Matemáticas: referem-se a ideias, conceitos e algoritmos matemáticos; 2) Técnicas: referem-se à representação da situação-problema em termos matemáticos; 3) Reflexivas: referem-se à relação entre os critérios utilizados na construção de um modelo matemático e seus resultados. (BARBOSA, 2013, p.9).

Entretanto, Caldeira (2009) lembra que o estudante, ao necessitar de ferramentas matemáticas para interpretar a realidade, não constrói sozinho seu conhecimento; ele utiliza as regras e conteúdos previamente estudados, geralmente com a orientação do professor. Skovsmose adverte que não se deve abandonar por completo os exercícios tradicionais da Educação Matemática.

a ideia de abandonar por completo os exercícios da Educação Matemática. [...] É importante que os alunos e professores, juntos, achem seus percursos entre os diferentes ambientes de aprendizagem. A rota “ótima” não pode ser determinada apressadamente, mas tem que ser decidida pelos alunos e pelo professor. (SKOVSMOSE, 2000, p.14).

Neste trabalho, não se propõe abandonar o ensino baseado em regras, fórmulas e exercícios tradicionais, pois eles são importantes. No entanto, defende-se que a Modelagem e a Resolução de Problemas possam ganhar maior destaque, permitindo que o conhecimento matemático seja construído de maneira significativa e relevante para o estudante.

4.3 Etapas Metodológicas da Modelagem Matemática

Barbosa (2001) defende a divisão da Modelagem em sala de aula em três casos distintos, que variam de acordo com níveis de complexidade cognitiva e o envolvimento dos participantes. Esses casos estão resumidos na tabela 4.1.

Caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. Caso 2. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução. Caso 3. A partir de temas não matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema. (BARBOSA, 2001, p.8).

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da Situação Problema	Professor	Professor	Professor/Aluno
Simplificação	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Coleta das Informações	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Resolução	Professor/Aluno	Professor/Aluno	Professor/Aluno

Tabela 4.1: Barbosa, 2004

É importante ressaltar que, em todos os três casos mencionados, o papel do professor como mediador é crucial, embora suas funções possam variar. A abordagem de ensino e aprendizagem é exploratória, o que significa que o professor deve evitar apresentar todas as informações de uma vez.

Dependendo do caso escolhido e da maneira como o professor conduz a proposta, pode haver o risco de os alunos se sentirem inseguros e com uma compreensão pouco

clara do que aprenderam. O professor precisa estar atento aos momentos que exigem discussão, reflexão, verificação e avaliação crítica das atividades.

Ponte (2005) defende que a aprendizagem não resulta apenas das atividades práticas, mas também da reflexão do aluno sobre o que foi feito. A escolha do caso pelo professor deve levar em conta o conhecimento prévio que ele tem sobre a turma, considerando as possibilidades e limitações do contexto.

Se o perfil da turma não permitir a implementação, por exemplo, do caso 3, que exige maior dedicação e autonomia dos alunos, o professor pode optar por aplicar o caso 1, acompanhar o progresso das etapas e avançar de forma gradual.

Para orientar o trabalho em sala de aula, Burak (2004, 2010) descreve cinco etapas no desenvolvimento da Modelagem Matemática:

1. Escolha do tema;
2. Pesquisa exploratória;
3. Levantamento do(s) problema(s);
4. Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema;
5. Análise crítica da(s) solução (es).

É fundamental ressaltar que essas etapas não são rigidamente fixas. De acordo com Burak (2010), elas representam a síntese de diversos trabalhos realizados e podem ser ajustadas, podendo até apresentar abordagens diferentes das etapas tradicionais da Modelagem, que se concentram na construção e validação do modelo.

A seguir, abordaremos essas etapas com base nas ideias de Burak (2004), com o objetivo de mostrar como se alinham com a perspectiva de Modelagem em Educação Matemática adotada neste trabalho.

“Escolha do tema” - A escolha do tema é o ponto de partida para a Modelagem e deve ser feita com base no interesse dos grupos envolvidos e em colaboração com o professor. “Os temas surgem a partir da curiosidade, de uma situação-problema ou ainda de uma questão mais específica” (BURAK; KLUBER, 2016, p. 6) e podem ter origem em diversos contextos: uma situação vivida na escola, em casa, no bairro, ou até mesmo em notícias obtidas através de diferentes meios de comunicação. Nesse contexto, Jacobini esclarece que:

o importante no tema de trabalho é que ele seja do interesse de todos os que nele estão trabalhando, o que implica a possibilidade do grupo levantar vários temas para investigação. Cabe ao grupo decidir os procedimentos para a escolha do tema preferencial, e a eleição da preferência, após amplo debate, é uma alternativa envolvente e democrática. (JACOBINI, 2004, p.55).

Inicialmente, os temas “podem não ter uma conexão direta com a matemática e, frequentemente, os alunos não têm uma visão clara sobre o que desejam alcançar com o tema” (BURAK, 2010, p. 19). Isso pode causar certa insegurança no professor, que normalmente precisa seguir um currículo estabelecido para a série.

Como mediador, o professor deve guiar a discussão e encorajar os alunos a expressarem suas opiniões, já que eles podem não estar habituados a explorar e problematizar situações. Assim, diversas abordagens e debates podem surgir até que se alcance um consenso sobre o tema a ser investigado.

“Pesquisa exploratória” - Esta etapa ocorre de forma natural e é essencial para compreender e aprofundar o tema escolhido. Os alunos devem ser orientados a buscar ambientes e materiais que forneçam informações relevantes para a pesquisa. A pesquisa pode ser feita individualmente ou em grupo e pode incluir trabalho de campo ou revisão bibliográfica, desde que ofereça o maior número possível de dados.

Organizar as ideias é um passo crucial para a coleta de dados. Os alunos precisam definir a melhor maneira de formular perguntas para obter respostas que atendam aos objetivos da pesquisa. Burak observa que a capacidade de organizar e tratar dados é um valor formativo importante, promovendo “um estudante mais atento e sensível às questões do seu objeto de estudo” (BURAK, 2010, p. 21).

Conforme Jacobini (2004, p. 56), nesta fase, o professor deve acompanhar o progresso dos alunos, “intervindo quando necessário e quando solicitado, incentivando questionamentos, sugerindo caminhos e oferecendo fontes de informação”. Além disso, o professor deve manter uma postura moderadamente distante para não inibir os alunos, pois a pesquisa em grupo pode gerar questionamentos e discussões espontâneas que promovem uma participação mais ativa dos estudantes.

“Levantamento do(s) problema(s)” - Nesta fase da Modelagem, o conteúdo matemático a ser explorado é definido pelos problemas identificados na pesquisa anterior. Aqui, é quando se estabelece a ação matemática.

De acordo com Burak, os problemas na Modelagem Matemática são diferentes daqueles encontrados na maioria dos livros didáticos, pois são derivados dos dados qualitativos ou quantitativos coletados na pesquisa exploratória. “Esses problemas são formulados a partir dos dados obtidos na pesquisa de campo; geralmente têm um caráter genérico; estimulam a busca e a organização dos dados; e favorecem a compreensão de uma situação específica” (BURAK, 2004, p. 5).

Os dados coletados são apresentados e discutidos em sala de aula pelos grupos. Com o auxílio do professor, os alunos são incentivados a formular um ou mais problemas que ajudem a compreender o tema escolhido. Nesse contexto, Burak (2010, p. 22) destaca que “desenvolver a capacidade de articular os dados e formular problemas a partir da situação pesquisada é um valor formativo e atitudinal de grande impacto educativo.” Ele afirma que esta etapa é fundamental para o processo de aprendizagem.

constitui-se nos primeiros passos para desenvolver no estudante a capacidade cidadã de traduzir e transformar situações do cotidiano em situações matemáticas, para quantificar uma situação e nas ciências soci-

ais e humanas buscar as soluções que muitas vezes não são matemáticas, mas de atitudes e comportamento. (BURAK, 2010, p.22).

Barbosa (2013) destaca que o professor deve evitar direcionar os alunos sobre como resolver problemas e, em vez disso, deve auxiliá-los a encontrar seus próprios caminhos sem esquemas pré-estabelecidos. “Em outras palavras, a situação-problema deve ser um desafio para os alunos” (BARBOSA, 2013, p. 2). A autonomia dos alunos é promovida quando eles têm a liberdade de conjecturar, investigar, levantar hipóteses, fazer questionamentos, tomar decisões e, se necessário, errar. O erro é visto como um resultado válido de um processo de pensamento genuíno e, portanto, deve ser valorizado.

“Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema” - Esta etapa é considerada a mais produtiva do processo, pois busca responder aos problemas levantados utilizando todas as ferramentas matemáticas disponíveis. “Na resolução de um problema ou situação-problema, os conteúdos matemáticos ganham importância e significado” (BURAK, 2010, p. 22). É o momento em que a Matemática propriamente dita começa a ser aplicada.

Como resultado desse método, pode surgir a necessidade de conceitos matemáticos que ainda não foram abordados pela turma, sendo responsabilidade do professor realizar as intervenções necessárias em seu planejamento. O professor deve criar um ambiente favorável à resolução dos problemas, seja formulando conceitos ou sugerindo pesquisas no livro didático.

É importante que os alunos tenham liberdade para encontrar resultados iniciais de maneira simplificada e acessível. Posteriormente, o professor pode sistematizar o conhecimento por meio da formalização matemática das soluções.

Com essa abordagem de resolução de problemas, que difere da prática comum nos livros didáticos, os alunos adquirem uma nova perspectiva sobre a atividade. Nesse contexto, Burak observa que:

a resolução de problemas ganha contornos e significados diferentes, a forma ou maneira usual de se resolver problemas: 1) os problemas são elaborados a partir dos dados coletados em campo; 2) prioriza a ação do estudante na elaboração; 3) parte sempre de uma situação contextualizada; 4) favorece a criatividade; 5) confere maior significado ao conteúdo matemático usado na resolução; 6) favorece a tomada de decisão. (BURAK, 2010, p.22).

Dessa forma, a Matemática ganha significado à medida que é aplicada às situações-problema investigadas. Isso resulta em um processo inverso ao habitual, em que o conteúdo é ensinado para responder às questões levantadas durante a pesquisa e o levantamento dos problemas.

“Análise crítica da(s) solução (ões)” - Esta etapa envolve a apreciação e avaliação de todas as questões e entendimentos que surgiram durante o desenvolvimento das atividades. A avaliação vai além da criação de um modelo. De acordo com Burak e Klüber (2008), essa abordagem considera que

não é necessariamente a análise de um modelo, mas dos conteúdos, dos seus significados e no que eles podem contribuir para a melhoria das ações e decisões enquanto pessoas integrantes da sociedade e da comunidade em que participam. (KLÜBER; BURAK, 2008, p.26).

Esse estágio proporciona a oportunidade de explorar tanto os conhecimentos matemáticos, examinando a adequação e a consistência lógica das soluções propostas, quanto os conhecimentos não matemáticos associados ao tema, que afetam opiniões e comportamentos. Além disso, serve como um momento para o diálogo, a troca de ideias e a reflexão entre os grupos.

Nessa perspectiva, Burak considera que as ações derivadas das etapas descritas são de grande importância no cenário educativo. Ele ressalta que:

as consequências das decisões tomadas, as relações, as repercussões em vários níveis dentre eles: individual, familiar, comunitário, as relações possíveis sob diversos enfoques, constitui o ponto forte dessa prática educativa, mediada pela Modelagem. (BURAK, 2010, p.24).

Essa abordagem da Modelagem Matemática é considerada uma alternativa eficaz para superar as práticas tradicionais que se concentram na memorização e na abstração. Quando aplicada seguindo as etapas sugeridas, a Modelagem Matemática se transforma em uma ferramenta poderosa para renovar a perspectiva de ensino e aprendizagem, despertando maior interesse dos alunos pela Matemática.

A adoção da Modelagem Matemática é motivada pelo seu potencial de oferecer uma metodologia que valoriza a investigação e a reflexão. Essa abordagem atende às novas exigências educacionais, que demandam inovações capazes de promover conhecimentos e atitudes positivas entre os alunos.

No entanto, organizar um ambiente de aprendizagem baseado na Modelagem pode ser desafiador e exige mais do que seguir as etapas descritas. A maneira como os problemas são tratados na abordagem convencional difere significativamente da proposta pela Modelagem. Barbosa (2013, p. 9) observa “possíveis limitações no contexto escolar para o desenvolvimento de ambientes como a Modelagem.”

Apesar das várias vantagens da Modelagem no ensino, há desafios a serem enfrentados para sua efetividade em cursos regulares. Esses desafios incluem a adaptação dos professores a novas propostas de ensino, a necessidade de mudanças na postura dos alunos e a conciliação entre o tempo disponível, a produtividade e o currículo estabelecido.

Uso da Modelagem Matemática na sala de aula

Neste capítulo, será descrita uma atividade de Modelagem Matemática aplicada em três turmas diferentes. Segundo Biembengut e Hein (2003), um modelo pode ser usado na íntegra ou adaptado conforme a necessidade. O professor tem a flexibilidade para adicionar ou remover tópicos matemáticos, ajustando o conteúdo de acordo com a série e os objetivos do projeto. Para a execução dessa atividade, foram definidas quatro etapas: compreensão e familiarização com o tema, matematização da situação-problema, interpretação dos resultados com discussões sobre o desperdício de alimentos e seu impacto na sociedade, e a busca por soluções.

5.1 Pesquisa

O processo iniciou-se com a formulação de questões sobre problemas cotidianos dos alunos e a exploração de como esses problemas poderiam ser estudados e resolvidos com conceitos matemáticos. As atividades foram fundamentadas nos princípios da Modelagem Matemática, que envolve a representação de situações-problema por meio da Matemática.

Após uma análise cuidadosa das questões do dia a dia dos alunos, optou-se por investigar o desperdício de merenda escolar. Através de debates, pesquisas, e elaboração de gráficos e tabelas, abordaram-se conteúdos como o tratamento de informações, fundamental para o letramento matemático. Além de tratar de questões sociais, como o desperdício de alimentos, essa abordagem contribuiu para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos sobre essas questões.

Ao final das atividades, os resultados foram claros: os alunos demonstraram uma maior conscientização sobre os impactos do desperdício de alimentos e um aprimoramento no domínio dos conteúdos trabalhados.

Nos próximos itens, será detalhado o processo de cada etapa do projeto, ressaltando os aspectos mais importantes. Este artigo visa relatar o desenvolvimento das atividades, apresentando os fundamentos teóricos utilizados no planejamento e destacando a prática.

5.2 Planejamento

A Modelagem Matemática, conforme explicado por Bassanezi (2013), é o processo de transformar situações cotidianas em problemas matemáticos, incentivando os alunos a investigar e resolver questões matemáticas vinculadas a outras áreas do conhecimento. Este método oferece uma abordagem prática para o desenvolvimento de habilidades, alinhando-se à visão de Arroyo, Caldart e Molina (2011, p. 13), que destacam a importância de entender “os processos educativos na diversidade de dimensões que os constitui como processos sociais.”

Essa abordagem também está de acordo com a Base Comum Curricular, que vê a modelagem como uma ferramenta para promover competências matemáticas essenciais, como raciocínio, representação, comunicação e argumentação (Brasil, 2017).

Partindo desse entendimento, comecei a explorar situações do cotidiano dos alunos que poderiam ser analisadas através de um modelo matemático. Após uma análise cuidadosa das questões presentes na escola, identifiquei o desperdício de merenda como um problema significativo. A partir disso, considerei que esse tema poderia envolver a escola na discussão sobre desperdício e em atividades matemáticas relacionadas ao currículo. Esse enfoque pode ajudar no desenvolvimento de habilidades descritas pela BNCC, como ler, interpretar e comparar dados em tabelas e gráficos, permitindo que os alunos utilizem esses conhecimentos para compreender melhor a realidade sociocultural. Além disso, a escola:

pode ser um lugar privilegiado de formação de conhecimento e cultura, valores e identidades das crianças, adolescentes, jovens e adultos. Não para fechar-lhes horizontes, mas para abri-los ao mundo desde o campo, ou desde, valores e culturas, abrir-se ao que há de mais humano e avançado no mundo. (ARROYO, CALDART E MOLINA 2011, p.14)

Decidiu-se que os alunos seriam apresentados às seguintes perguntas: Você já refletiu sobre a origem da merenda escolar? Como ela chega à sua escola? Qual é a sua importância? Qual é a quantidade que chega aqui? Existe desperdício de merenda? Qual a quantidade? Como o desperdício impacta o meio ambiente e a nós? O que pode ser feito para reduzir esse desperdício?

Com o tema estabelecido, o objetivo geral foi aplicar conteúdos matemáticos para investigar e resolver o problema apresentado. As metas específicas de aprendizagem incluíam: explorar o conhecimento prévio dos alunos sobre a merenda escolar e conscientizá-los sobre a importância de evitar o desperdício; avaliar sua compreensão de tabelas e gráficos para coleta e interpretação de dados; e promover discussões sobre a reciclagem de lixo orgânico e a busca de soluções para reduzir o desperdício.

O planejamento do projeto incluiu etapas como a familiarização com o tema, a matematização da situação problema e a interpretação dos resultados para encontrar soluções. Foram selecionados recursos como um texto sobre a origem e importância da merenda escolar, esboços de tabelas e gráficos para registrar os resultados, um vídeo sobre o desperdício de comida e suas consequências, e outro sobre formas de

reciclagem de lixo orgânico. Solicitei a colaboração dos outros professores para a coleta de dados e contei com o apoio da diretora da escola para sugestões e registro das atividades.

5.3 Desenvolvimento

Para a execução do trabalho, foram delineadas quatro etapas: familiarização e compreensão do tema, matematização da situação problema, interpretação dos resultados e busca de soluções.

O nível de dificuldade foi adaptado conforme o progresso e o aprofundamento do tema pelos alunos. À medida que os alunos completavam uma etapa, novos objetivos eram definidos para a próxima fase, respeitando o desenvolvimento progressivo da modelagem, que se estendeu ao longo de cinco dias.

No início, os alunos foram provocados com perguntas sobre o problema proposto, incentivando a interação e a exposição de diferentes opiniões. Esse momento foi crucial para sondar o conhecimento prévio dos alunos sobre o tema e orientar as etapas subsequentes.

Essa fase foi conduzida em um ambiente descontraído e dialogado, onde perguntei aos alunos se já haviam refletido sobre a origem da merenda escolar e seu processo de chegada à escola. Eles compartilharam suas opiniões, mencionando que a merenda vinha de mercados locais e era transportada por veículos específicos. Aproveitei para esclarecer de onde vêm os recursos para a compra da merenda.

Em seguida, perguntei se eles consumiam toda a merenda ou se havia algum item que não gostavam. Os alunos expressaram suas preferências e discutimos as merendas mais frequentemente desperdiçadas e o destino das sobras. Alguns mencionaram que, em casa, as sobras são dadas aos animais, mas não sabiam o que acontecia na escola. Um aluno sugeriu que as sobras poderiam ser oferecidas a pessoas necessitadas, o que gerou uma discussão sobre o desperdício global de alimentos e a fome no mundo.

Também abordamos a importância de uma boa nutrição para o desempenho escolar. A conversa foi muito produtiva, permitindo aos alunos expressar suas opiniões e esclarecer dúvidas sobre a alimentação escolar. Para concluir essa etapa, apresentei um texto descritivo sobre a origem e a importância da merenda escolar, seguido de uma discussão em sala e uma atividade de interpretação escrita.

No segundo dia, a proposta foi sondar o conhecimento prévio dos alunos sobre tabelas e gráficos. Fizemos uma pesquisa na sala para identificar o prato preferido de cada aluno. Os resultados foram anotados no quadro, e, em seguida, cada aluno recebeu um esboço de tabela e gráfico para registrar as informações coletadas.

Durante essa atividade, ficou evidente que alguns alunos já possuíam conhecimentos prévios sobre gráficos, pois muitos obtiveram bons resultados na interpretação. Isso indicou que eles estavam preparados para realizar a pesquisa e, posteriormente, construir gráficos e tabelas para registrar os dados.

Inicialmente, o planejamento incluía levantar informações sobre todo o cardápio e usar todas as opções na pesquisa. No entanto, ao questionar a viabilidade disso na sala, percebemos que o cardápio diversificado da escola poderia complicar a pesquisa para o nível dos alunos. Assim, ajustamos o planejamento e convidamos a cantineira

responsável pela elaboração da merenda para uma entrevista na sala. O objetivo era que os alunos investigassem quais merendas eram mais e menos desperdiçadas. Com base nos relatos, desenvolvemos um questionário e esboçamos um gráfico que incluía as quatro merendas mais e menos preferidas (duas doces e duas salgadas).

A próxima etapa foi iniciada. A pesquisa interna foi feita inicialmente para garantir a participação de todos e obter resultados mais precisos. Em seguida, a turma foi dividida em duas equipes para aplicar o questionário em diferentes salas. Nesta fase, a empolgação dos alunos foi evidente, embora alguns estivessem mais tímidos e outros mostrassem maior desenvoltura. Essa etapa foi uma oportunidade para incentivar a oralidade dos alunos.

Observou-se que um aluno que, em outras situações, estava desmotivado, se destacou nesta etapa, participando ativamente da aplicação do questionário. Após a coleta de dados, os alunos retornaram à sala e compartilharam os resultados para a construção dos gráficos. Primeiro, foram feitos esboços em folhas de papel A4, e depois os alunos foram divididos em dois grupos para criar, em papel cartão, um gráfico para as merendas doces e outro para as salgadas.

Foi notável o entusiasmo dos alunos ao confeccionar os gráficos, demonstrando cuidado para não cometer erros, já que seriam exibidos. Embora o plano inicial fosse expor os gráficos apenas no pátio da escola, alguns alunos pediram para apresentá-los em outras salas, evidenciando o orgulho pelo trabalho realizado. Solicitamos aos professores um tempo para que as equipes visitassem suas respectivas salas, onde apresentaram os gráficos, destacando as merendas mais e menos preferidas.

Foi perceptível que os alunos mais tímidos, que antes estavam reservados durante a aplicação do questionário, estavam mais à vontade ao apresentar os resultados. Também discutimos com as turmas sobre o que poderia ser feito com as merendas mais desperdiçadas. Um aluno sugeriu que as sobras poderiam ser usadas para fazer adubo, uma ideia que ele havia pesquisado, mas não havia compartilhado anteriormente, pois o objetivo era explorar possíveis soluções para o problema.

Após a análise dos resultados, foi realizado um debate para explorar como o desperdício de merenda afeta a comunidade escolar e discutir maneiras de evitar ou reutilizar a merenda desperdiçada. Os alunos levantaram diversas questões, como o impacto da má nutrição na aprendizagem, os danos ambientais e a gestão inadequada dos recursos da escola. Entre as sugestões para reduzir o desperdício, destacaram a sinalização de preferências alimentares, a doação de alimentos e outras propostas.

5.4 Avaliação

A primeira meta, que envolvia investigar problemas de outras áreas do conhecimento por meio de conceitos matemáticos, orientou todos os objetivos subsequentes do trabalho. A matemática ainda é frequentemente ensinada de forma abstrata, conforme os métodos tradicionais e técnicos, o que pode tornar a aprendizagem mais difícil, especialmente para crianças em estágios iniciais de alfabetização. Essas crianças necessitam de materiais concretos, como manipulativos, jogos e atividades práticas, além de conexões com sua realidade para entender o que estão aprendendo. Esse enfoque mostrou-se altamente eficaz, pois a avaliação da atividade foi formativa.

Segundo Perrenoud (1999), a avaliação formativa fornece informações contínuas, identifica erros, sugere interpretações das estratégias e atitudes dos alunos e, portanto, contribui diretamente para a prática pedagógica (p. 68). Em outras palavras, a avaliação dos alunos ocorreu ao longo de todo o processo.

Primeiramente, foram avaliados os conhecimentos prévios dos alunos sobre a merenda escolar e sua familiaridade com gráficos e tabelas. Para isso, foi realizada uma atividade sobre as preferências de frutas dos alunos, como mencionado anteriormente. Os erros identificados foram usados para ajustar e direcionar a pesquisa. A análise dos depoimentos, relatos e participações variadas foi crucial para determinar as melhores estratégias para conduzir a atividade.

Ao conectar a Matemática com outras áreas do conhecimento, os alunos se envolveram mais, questionaram, compartilharam seus conhecimentos e construíram significados para o que estavam aprendendo. Isso foi evidente na facilidade com que muitos alunos construíram e interpretaram gráficos.

Além de proporcionar formas de aprendizagem que atendem às necessidades dos alunos, a abordagem adotada permitiu que todas as turmas alcançassem os objetivos propostos de maneira abrangente.

Ao final da atividade, surgiram questionamentos sobre a frequência de aulas nesse formato. Se essas aulas são tão benéficas para o processo de ensino-aprendizagem, por que não são realizadas com mais regularidade? Seria por causa da acomodação com métodos tradicionais, que geralmente são menos trabalhosos? A falta de recursos? Ou a sobrecarga dos professores, devido à desvalorização profissional e às longas jornadas de trabalho, que dificulta o planejamento de atividades?

Também é importante considerar a situação dos alunos de classes sociais mais baixas, muitos dos quais enfrentam dificuldades financeiras. Isso gerou a inquietação de estender essas iniciativas para toda a comunidade escolar e, posteriormente, para as famílias dos alunos, com o objetivo de promover uma alimentação mais consciente e saudável, reduzir o desperdício de alimentos e minimizar o impacto ambiental.

Novos desafios são inevitáveis e dificuldades sempre surgem. A falta de recursos e a dificuldade de encontrar tempo para essas atividades são obstáculos significativos, uma vez que essas atividades demandam mais tempo e são prejudicadas pela carga curricular extensa. Além disso, é essencial conscientizar os alunos sobre a má distribuição de recursos, o desperdício de alimentos e a importância de cuidar dos recursos naturais, promovendo uma cidadania mais crítica e responsável.

Conclusões

O presente estudo concentrou-se na ampliação do conhecimento sobre a Modelagem Matemática, considerando-a uma tendência promissora para a melhoria do ensino de Matemática. Nesse contexto, buscou-se responder à seguinte questão: Quais são as perspectivas, contribuições e limitações da utilização da Modelagem Matemática no 8º ano do Ensino Fundamental?

Para explorar essa questão, foi realizada uma pesquisa bibliográfica seguida de uma experiência prática envolvendo um Projeto de Modelagem, desenvolvido em uma escola municipal na cidade de Belo Horizonte - MG.

A revisão da literatura permitiu identificar diversas concepções e significados atribuídos à Modelagem Matemática, destacando-se seu papel como uma estratégia de ensino e aprendizagem exploratória. Devido ao seu caráter investigativo, a Modelagem possibilita aos estudantes uma aprendizagem significativa, conectando o conteúdo curricular de Matemática ao seu cotidiano. Além disso, foi possível explorar suas características, potencialidades e desafios, evidenciando sua conexão com o ambiente de projetos, o que reforça sua caracterização como Projetos de Modelagem.

A pesquisa foi fundamentada nas concepções de Modelagem Matemática apresentadas por Burak (2004) e Barbosa (2001), que a definem como um ambiente de aprendizagem e uma metodologia ou estratégia de ensino de caráter investigativo, com ênfase nas relações e compreensões desenvolvidas ao longo de cada etapa do processo.

Com o objetivo de entender como a Modelagem se manifesta no contexto escolar, uma proposta foi implementada com estudantes de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal, seguindo as etapas metodológicas descritas por Burak (2004, 2010).

O Projeto de Modelagem, focado no tema do desperdício de alimentos na escola, permitiu explorar conteúdos matemáticos de uma maneira diferente do tradicional. Os estudantes mostraram interesse nesse novo ambiente de aprendizagem, mas também enfrentaram desafios, principalmente devido ao fato de não estarem acostumados a atuar como protagonistas no processo de construção de novos conhecimentos.

Para facilitar o desenvolvimento das atividades, foi necessária a constante observação e mediação da professora em cada etapa, garantindo que os direcionamentos

corretos fossem tomados e que o trabalho progredisse. Essa necessidade de intervenção está em consonância com Ponte, que afirma que é “indiscutível que uma preparação cuidada é uma condição necessária para a qualidade do trabalho do professor e inclui, de modo decisivo, a definição da estratégia e a seleção das tarefas.” (PONTE, 2005, p.24).

Embora os desafios sejam comuns nesse tipo de ambiente de aprendizagem, a emoção da investigação, os possíveis caminhos e descobertas são importantes fontes de motivação tanto para os estudantes quanto para o professor.

Destaca-se que a atuação do professor é essencial para o sucesso da Modelagem Matemática. Após uma primeira experiência bem-sucedida, tanto o professor quanto os estudantes tendem a se sobressair nesse ambiente de aprendizagem.

De maneira geral, concluiu-se que a Modelagem Matemática se revelou uma ferramenta valiosa para o ensino de Matemática. Ela despertou a curiosidade dos alunos, incentivou a análise dos resultados obtidos e promoveu discussões, novas descobertas e percepções. Além disso, estimulou o interesse em resolver problemas reais do cotidiano, o que ajudou a criar uma conexão mais forte entre os estudantes e as questões sociais.

Anexos

Neste capítulo, apresentaremos alguns exemplos de modelagem matemática já discutidos anteriormente e descritos na literatura, que foram apresentados aos alunos, além dos formulários, questionários e gráficos elaborados pelos alunos durante o trabalho.

7.1 Exemplos de Modelagem Matemática

7.1.1 Tilápias do Nilo

A Tabela 2.1 apresenta, em ordem crescente, o peso médio e o comprimento da Tilápia do Nilo (*Sarotherodon niloticus*) — um peixe de origem africana que se adaptou bem às nossas águas — em relação à sua idade.

t : idade	x : comp. médio	y : peso médio
0	11.0	26
1	15.0	59.5
2	17.4	105.4
3	20.6	200.2
4	22.7	239.5
5	25.3	361.2
6	27.4	419.8
7	28.2	475.4
8	29.3	488.2

Tabela 2.1: Dados sobre a tilápia do Nilo.

Considerando as variáveis: peso médio y e o comprimento x , podemos relacioná-las

num gráfico como na figura 2.5 .

A curva de regressão mostrada na Figura 2.6 ilustra a tendência geral entre o peso médio e o comprimento da espécie estudada. Observa-se que a maioria dos pontos não se alinha exatamente com a curva, indicando uma dispersão que pode ser considerada *aleatória*.

Relações estatísticas são frequentemente utilizadas na ausência de uma precisão característica de uma relação funcional.

Uma regressão ou curva de tendência pode servir como um ponto de partida em um processo de modelagem. A relação funcional obtida por meio do ajuste dos dados fornece as bases para formular hipóteses que levam à construção de modelos. Esses modelos representam relações funcionais que incorporam as características específicas do fenômeno em estudo.

Por exemplo,

$$p(l) = bl^\lambda$$

é uma relação funcional entre o comprimento e o peso do peixe que leva em consideração a taxa de metabolismo b e a forma do peixe (traduzida pelo parâmetro λ). Com os dados específicos

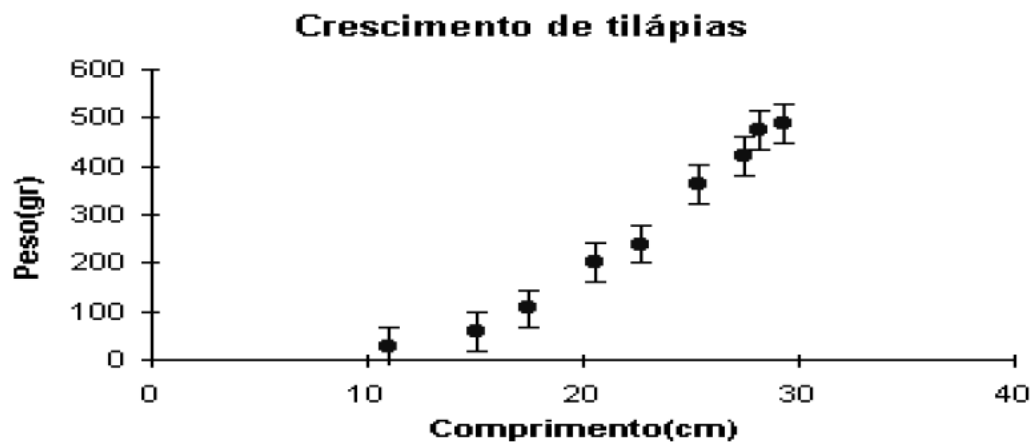


Figura 2.5: Gráfico de dispersão.

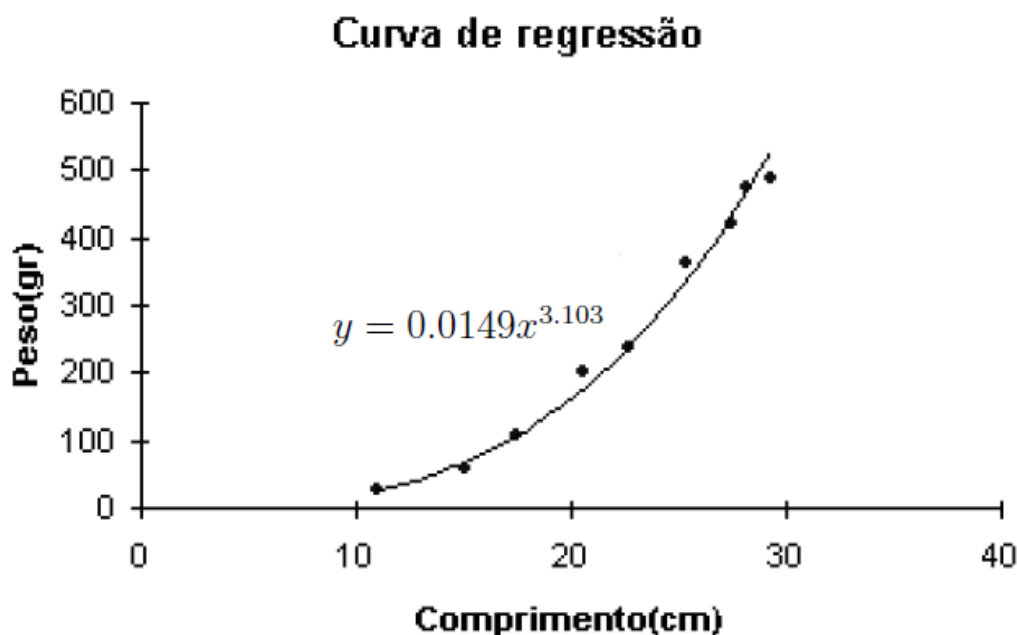


Figura 2.6: Curva de regressão.

da tabela 2.1, temos

$$p(l) = 0,0149l^{3,103}$$

Esta relação funcional pode ainda ser considerada como um *modelo estático* da relação entre as variáveis peso e comprimento da tilápia.

Agora, se considerarmos as relações funcionais:

$$p(t) = p_{max}(1 - e^{-\frac{\beta}{3}t})^3 \text{ ou } l(t) = l_{max}(1 - e^{-\beta\lambda t})$$

Existem modelos dinâmicos que relacionam as variáveis de estado, como peso e comprimento do peixe, com o tempo, permitindo prever essas variáveis. A constante de catabolismo, β , representa a taxa de energia que o peixe gasta para se mover.

Muitos modelos fascinantes são formulados com base em conhecimentos e dados provenientes de estudos em Etnociência, particularmente na Etnomatemática. Essa área, em geral, adota o princípio fundamental da Natureza: *minimizar o esforço e maximizar o rendimento*. Esse princípio é amplamente abordado na literatura por meio de exemplos de modelagem.

A Etnociência facilita a redescoberta de sistemas de conhecimento utilizados por diversas culturas. Quando esses conhecimentos incluem processos matemáticos, mesmo que de forma implícita, a modelagem matemática pode auxiliar na compreensão de sua origem de maneira mais eficaz. Nesse contexto, muitos temas derivados da Etnomatemática têm mostrado resultados positivos no ensino e na aprendizagem quando explorados por meio da modelagem matemática.

7.1.2 Orçamento Familiar

Vamos considerar uma família cuja renda mensal, r_n , é composta por um salário fixo, r_0 , acrescido do rendimento da caderneta de poupança, p_n , referente ao mês anterior.

Assumiremos também que o consumo mensal, c_n , dessa família é proporcional à sua renda mensal.

O modelo que relaciona as variáveis renda, poupança e consumo, que variam com o tempo em meses, é descrito por:

1. poupança: $p_{n+1} = (\text{poupança do mês anterior } n) + (\text{sobra do mês } n + 1)$, logo

$$p_{n+1} = p_n + (r_{n+1} - c_{n+1})$$

2. renda: $r_{n+1} = (\text{salário}) + (\text{rendimento da poupança do mês anterior})$, logo

$$r_{n+1} = r_0 + \alpha r_n$$

onde α é o juro da poupança.

3. consumo:

$$c_{n+1} = \beta r_{n+1}, \text{ com } (0 < \beta < 1)$$

Utilizando as três equações, podemos escrever:

$$p_{n+1} = (1 - \beta)r_0 + [(1 - \beta)\alpha + 1]p_n$$

Assumindo que p_0 é conhecido, podemos usar a solução

$$\begin{cases} y_n = y_0 + b_n, & \text{se } a = 1 \\ y_n = y_0 a^n + b \frac{1 - a^n}{1 - a}, & \text{se } a \neq 1 \end{cases}$$

para expressar as soluções da seguinte forma:

$$p_n = p_0 a^n + b \frac{1 - a^n}{1 - a} = [(1 - \beta)\alpha + 1]^n p_0 + (1 - \beta)r_0 \frac{1 - [(1 - \beta)\alpha + 1]^n}{1 - [(1 - \beta)\alpha + 1]}$$

Donde,

$$\begin{aligned} r_n &= r_0 + \alpha a^{n-1} + \frac{1 - a^{n-1}}{1 - a} \\ c_n &= \beta r_0 + \alpha \beta p_0 a^{n-1} + \alpha \beta \frac{1 - a^{n-1}}{1 - a} \end{aligned}$$

7.1.3 Financiamento Imobiliário

Ao financiar a compra de uma casa, um valor inicial c_0 , é financiado para ser pago em 15 anos, com parcelas mensais fixas e iguais a k . O objetivo é determinar a taxa de juro mensal aplicada a esse financiamento.

Vamos definir c_0 como o valor da dívida inicial. A dívida c_n no mês n é calculada pela dívida corrigida do mês anterior menos a parcela paga no mês. Em termos matemáticos isso é expresso como:

$$c_n + 1 = c_n + \alpha c_n - k = (1 + \alpha)c_n - k$$

Por meio de recorrência, podemos encontrar a solução da equação acima descrita

$$\begin{aligned} c_1 &= (1 + \alpha)c_0 - k \\ c_2 &= (1 + \alpha)c_1 - k = (1 + \alpha)^2 c_0 - (1 + \alpha)k - k \\ c_3 &= (1 + \alpha)c_2 - k = (1 + \alpha)^3 c_0 - (1 + \alpha)^2 k - (1 + \alpha)k - k \\ &\vdots \\ c_n &= (1 + \alpha)^n c_0 - k[1 + (1 + \alpha) + \dots + (1 + \alpha)^{n-1}] \end{aligned}$$

O termo entre colchetes corresponde à soma de uma progressão geométrica, portanto,

$$c_n = (1 + \alpha)^n c_0 - k \frac{1 - (1 + \alpha)^n}{-\alpha}$$

É relevante notar que, em problemas como este, a taxa de juros aplicada não é imediatamente evidente. Se assumirmos que a dívida será quitada em t meses, então devemos ter $c_t = 0$. Assim,

$$(1 + \alpha)^t c_0 = k \frac{1 - (1 + \alpha)^t}{-\alpha}$$

ou

$$\frac{\alpha c_0}{k} = \frac{(1 + \alpha)^t - 1}{(1 + \alpha)^t} = 1 - \frac{1}{(1 + \alpha)^t}.$$

Dado o valor da dívida inicial c_0 , o pagamento parcelado k e o tempo necessário t para quitar a dívida, a taxa de juros r pode ser calculada usando um método numérico. Por exemplo, para $c_0 = 30.000$, $k = 500$ e $t = 15$ anos (180 meses), temos:

$$60\alpha = 1 - \frac{1}{(1 + \alpha)^{180}}.$$

Para determinar o valor de α vamos dividir a igualdade, chamaremos um lado de y e o outro de z , então sejam $y = 60\alpha$ e $z = 1 - \frac{1}{(1 + \alpha)^{180}}$, devemos encontrar α para que $y = z$.

$$\begin{aligned} \alpha = 0,01 &\Rightarrow y = 0,6 & e & z = 0,833 & z > y \\ \alpha = 0,02 &\Rightarrow y = 1,2 & e & z = 0,97 & z < y \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{0,01 + 0,02}{2} = 0,015 = 0,9 \quad e \quad z = 0,93 \Rightarrow z > y$$

Então α deve estar entre 0,015 e 0,02. Continuando o processo, obtemos $\alpha \simeq 0,0156$ ou 1,56% ao mês!

7.2 Formulários, Questionários e Gráficos

Aluno 1

	Sim	Não
Você come a merenda da escola?		

	1	2	3	4	5
Se sim quantas vezes por semana?					

	Sim	Não
Você costuma repetir a merenda?		

Qual a sua merenda preferida? _____

Aluno 2

	Sim	Não
Você come a merenda da escola?		

	1	2	3	4	5
Se sim quantas vezes por semana?					

	Sim	Não
Você costuma repetir a merenda?		

Qual a sua merenda preferida? _____

Aluno 3

	Sim	Não
Você come a merenda da escola?		

	1	2	3	4	5
Se sim quantas vezes por semana?					

	Sim	Não
Você costuma repetir a merenda?		

Qual a sua merenda preferida? _____

Figura 7.1: Pesquisa (Alunos)

Questionário (Cantineira)

1. Quais as merendas que são mais desperdiçadas? (Cite pelo menos 4)

2. Qual a merenda preferida dos alunos? (Duas opções doces e duas opções salgadas)

3. O que é feito com as sobras das merendas?

Figura 7.2: Questionário Cantineiras

Questionário (Alunos)

1. Você já pensou de onde vem a merenda escolar?

2. Como ela chega à sua escola?

3. Qual é a sua importância?

4. Qual a quantidade que chega aqui?

5. Há desperdício de merenda? Qual a quantidade?

6. Como o desperdício afeta o meio ambiente e nos impacta?

7. O que pode ser feito para reduzir esse desperdício?

Figura 7.3: Questionário (Alunos)

Dê sua opinião sobre: Uma boa ou má alimentação faz diferença no rendimento escolar?

Blank lined area for handwritten responses.

Dê sua opinião sobre: Uma boa ou má alimentação faz diferença no rendimento escolar?

Blank lined area for handwritten responses.

Figura 7.4: Opinião (Alunos)

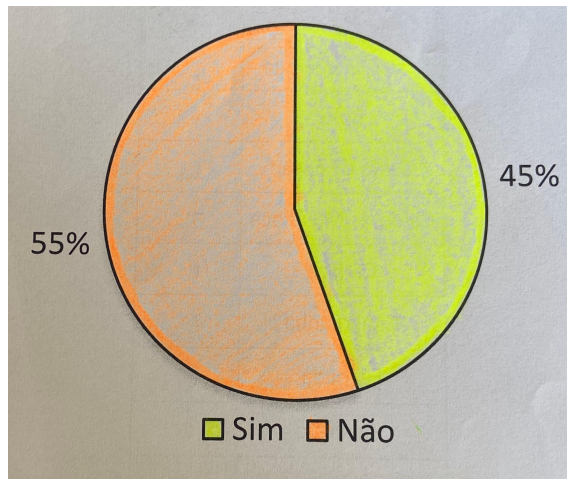


Figura 7.5: Gráfico 1

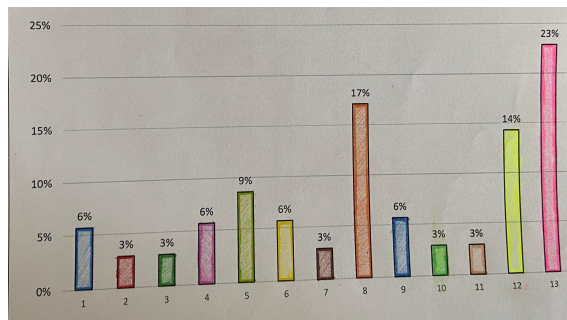


Figura 7.6: Gráfico 2

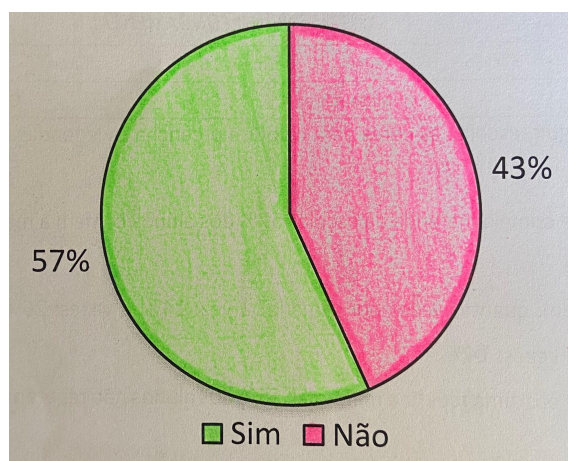


Figura 7.7: Gráfico 3

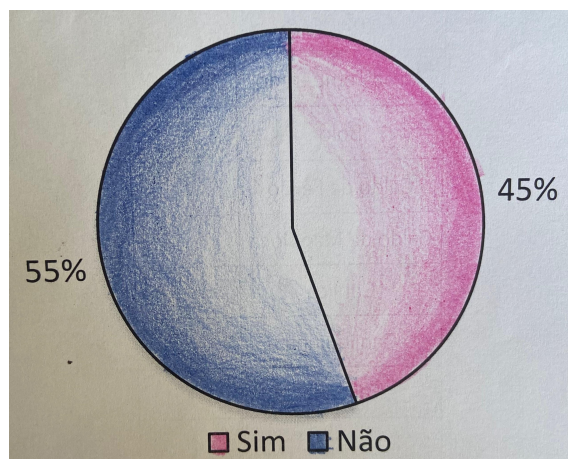


Figura 7.8: Gráfico 4

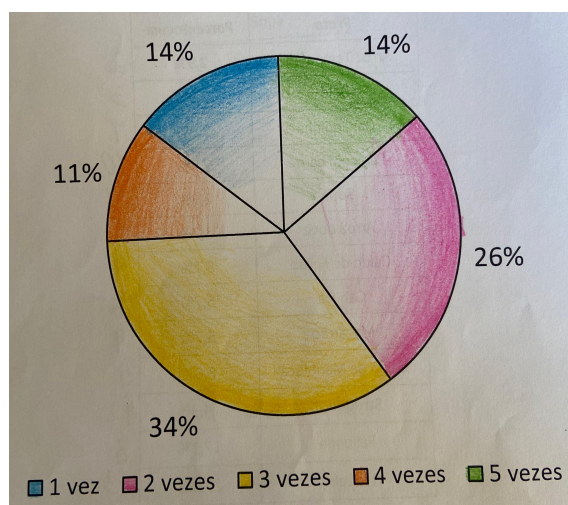


Figura 7.9: Gráfico 5

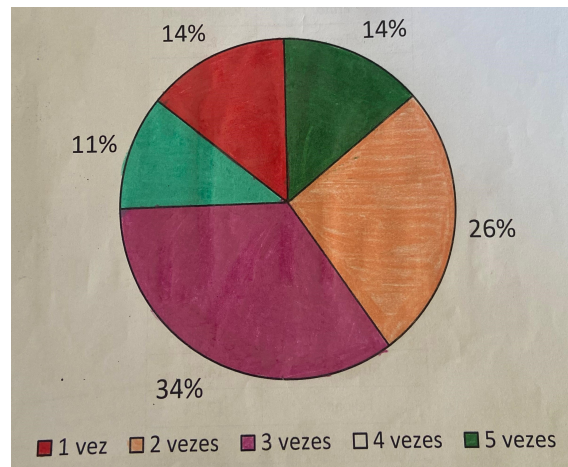


Figura 7.10: Gráfico 6

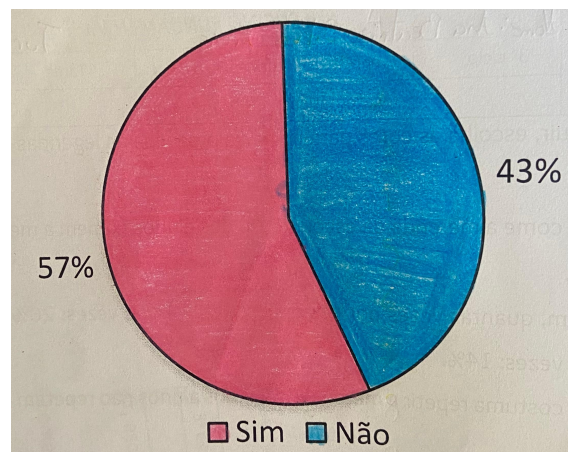


Figura 7.11: Gráfico 7

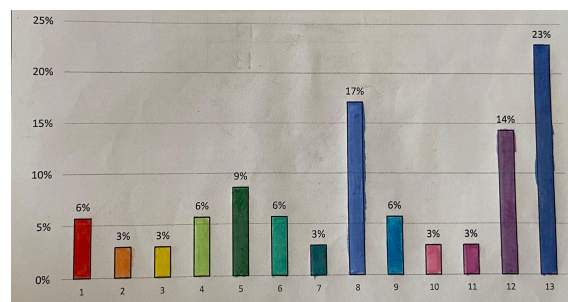


Figura 7.12: Gráfico 8

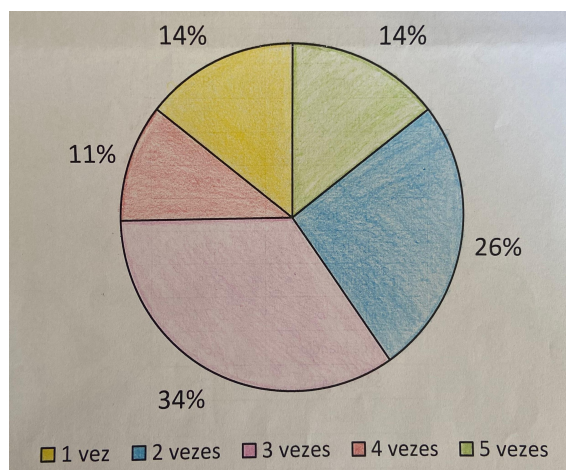


Figura 7.13: Gráfico 9

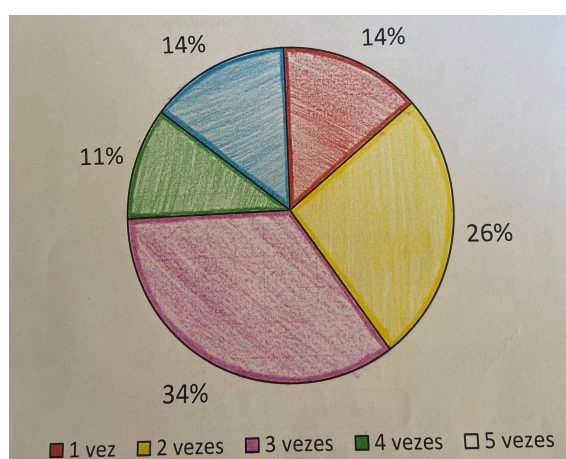


Figura 7.14: Gráfico 10

Referências Bibliográficas

1. ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da. O significado em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre pesquisas brasileiras. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 9, p. 124–145, 2014.
2. ALMEIDA, L. M. W. de; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” modelagem matemática na sala de aula. *Práticas de modelagem matemática na educação matemática*, SciELO-EDUEL, p. 19, 2011.
3. ALVES, J. M. As formulações de vygotsky sobre a zona de desenvolvimento proximal. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, v. 1, p. 11–16, 2005.
4. BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. *Reunião anual da ANPED*, v. 24, n. 7, p. 1–15, 2001.
5. BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: O que é? por que? como? *Veritati*, p. 73– 80, 2004.
6. BARBOSA, J. C. Integrando modelagem matemática nas práticas pedagógicas. *Educação Matemática em Revista*, n. 26, p. 17–25, 2013.
7. BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. [S.l.]: Editora Contexto, 2002.
8. BIEMBENGUT, M. S. *Fundamentos da Matemática elementar: conjuntos, funções*. São Paulo: Livraria da Física, 2016.
9. BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem na Educação Matemática e na Ciência*. [S.l.: s.n.], 2016.
10. BIEMBENGUT, M. S.; ZERMIANI, V. J. *Perspectivas da modelagem matemática e projetos nas feiras de matemática*. ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de.; ARAÚJO, Jussara Loiola;

11. BISOGNIN, Eleni. Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina: Eduel, 2011.
12. BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1998.
13. BURAK, D. Modelagem matemática e a sala de aula. Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, v. 1, p. 1–10, 2004.
14. BURAK, D. Modelagem matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. Modelagem na Educação Matemática, v. 1, n. 1, p. 10–27, 2010.
15. BURAK, D.; KLUBER, T. E. Encaminhamentos didático-pedagógicos no contexto de uma atividade de modelagem matemática para a educação básica. ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni. Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática. Londrina: Eduel, p. 45–64, 2011.
16. BURAK, D.; KLUBER, T. E. Considerações sobre a modelagem matemática em uma perspectiva de educação matemática. Revista Margens Interdisciplinar, v. 7, n. 8, p. 33–50, 2016.
17. CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática: um outro olhar. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 33–54, 2009.
18. CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática, currículo e formação de professores: obstáculos e apontamentos. Educação Matemática em Revista, p. 53–62, 2015.
19. CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M. C. M. Modelagem matemática: alunos em ação. Almeida, LMW de. Araújo, JL e Bosognin, E. Práticas de modelagem matemática na educação matemática. Londrina: Eduel, p. 65–81, 2011.
20. CORTELLA, M. S. Educação, escola e docência: novos tempos, novas atitudes. [S.l.]: Cortez Editora, 2016.
21. FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil p. 1-38. Zetetiké, v. 3, n. 1, 1995.
22. HERMINIO, M. H. G. B.; BORBA, M. de C. A noção de interesse em projetos de modelagem matemática. Educação Matemática Pesquisa, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC-SP, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 12, n. 1, 2010.
23. JACOBINI, O. R. A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2004.

24. KLÜBER, T. E. Um olhar sobre a modelagem matemática no Brasil sob algumas categorias fleckianas. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 219–240, 2009.
25. KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Depoimentos de estudantes sobre a matemática e a modelagem matemática: aspectos epistemológicos evidenciados em âmbito escolar. Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 3, n. 1, p. 16–29, 2008.
26. MEYER, J.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. d. S. Modelagem em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. 99
27. MINAS GERAIS, S. d. E. d. E. Proposta Curricular - CBC Matemática Ensinos Fundamental e Médio. Belo Horizonte: SEE/MG, 2005.
28. OLIVEIRA, M. d. Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1999. Pensar a educação contribuições de Vygotsky. CASTORINA, José Antonio et al. Piaget-Vygotsky: Novas Contribuições para o Debate, v. 6, 1995.
29. PIMENTA, S. G. O Papel do Estágio na Formação do Professor. São Paulo: Editora Cortez, 1994.
30. PONTE, J. P. d. Gestão curricular em matemática. O professor e o desenvolvimento curricular, Associação dos Professores de Matemática, p. 11–34, 2005.
31. PONTE, J. P. d. Práticas profissionais dos professores de Matemática. [S.l.]: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014.
32. PONTE, J. P. da. Matemática: uma disciplina condenada ao insucesso? 1994. PPP, E. S. S. d. C. Projeto Político Pedagógico, PPP. Peçanha, MG: [s.n.], 2018.
33. RABELLO, E. T.; PASSOS, J. S. Vygotsky e o desenvolvimento humano. v. 5, 2013.
34. RIPARDO, R. B.; OLIVEIRA, M. de S.; SILVA, F. H. da. Modelagem matemática e pedagogia de projetos: aspectos comuns. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 87–116, 2009.
35. ROCHA, A. P. F. P. da; ARAÚJO, J. de L. Resistência dos alunos em projetos de modelagem matemática. 2012. SABESP. Acesso em 02 de abril 2024., 2010. Disponível em: <<http://site.sabesp.com.br/site/interna/Default.aspx?secaoId=595>>.
36. SODRÉ, U. Modelos matemáticos. Londrina: UEL, 2007.
37. THIOLENT, M. Metodologia da pesquisa-ação. [S.l.]: São Paulo: Ed. Cortez, Autores Associados, 1986.

38. TIAGO, D. B.; KLÜBER, E. Educação matemática: contribuições para a compreensão da sua natureza/mathematics education: Contributions for the understanding of its nature. *Acta Scientiae*, v. 10, n. 2, p. 93–106, 2012.