Universidade Federal de Goiás (UFG)
Instituto de Matemática e Estatística (IME)
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

PEDRO ITALLO VAZ

A História da Educação de Jovens e Adultos (EJA): uma proposta para o ensino de Condição de Existência de Triângulos utilizando material manipulável

Goiânia- Goiás

2024

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

[x] Dissertação [ ] Tese [ ] Outro*:________________

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

Pedro Itallo Vaz

3. Título do trabalho

A História da Educação de Jovens e Adultos (EJA): uma proposta para o ensino de Condição de Existência de Triângulos utilizando material manipulável

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [ ] NÃO[1]

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.

Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Almeida De Souza** , **Professor do Magistério Superior**, em 20/12/2024, às 20:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

Documento assinado eletronicamente por **Pedro Itallo Vaz**, **Usuário Externo**, em 20/12/2024, às 20:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5056624** e o código CRC **C7477FA2**.

Referência: Processo nº 23070.064686/2024-14 SEI nº 5056624

PEDRO ITALLO VAZ

A História da Educação de Jovens e Adultos (EJA): uma proposta para o ensino de Condição de Existência de Triângulos utilizando material manipulável

Dissertação apresentada ao Programa de Pós–Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade Federal de Goiás (UFG), como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Matemática do Ensino Básico.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Almeida de Souza

Goiânia - Goiás

2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Vaz, Pedro Itallo

A História da Educação de Jovens e Adultos (EJA): uma proposta para o ensino de Condição de Existência de Triângulos utilizando material manipulável [manuscrito] / Pedro Itallo Vaz. - 2024.

XCV, 95 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Almeida .

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), PROFMAT - Programa de Pós graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Goiânia, 2024.

Anexos.

Inclui lista de figuras, lista de tabelas.

1. Triângulos com macarrão. 2. Existência de Triângulos. 3. Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo. 4. Construtivismo e EJA. 5. Matemática. I. , Marcelo Almeida, orient. II. Título.

CDU 51

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS INSTITUTO

DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA **ATA DE**

DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº31 da sessão de Defesa de Dissertação de Pedro Itallo Vaz, que confere o título de Mestre em Matemática, na área de concentração em Matemática do Ensino Básico.

Aos dezenove dias do mês de dezembro de dois mil e vinte e quatro, às 19h, por meio de videoconferência (https://meet.google.com/cxs-jvwt-bft), realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada **“A História da Educação de Jovens e Adultos (EJA): uma proposta para o ensino de Condição de Existência de Triângulos utilizando material manipulável"**. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor Marcelo Almeida de Souza (IME/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor Marcelo Lopes Ferro (IME/UFG) e a professora Doutora Tatiana Pires Fleury Bezerra (IFG), membro titular externo. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato **aprovado, com louvor,** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor Marcelo Almeida de Souza, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos Aos dezenove dias do mês de dezembro de dois mil e vinte e quatro.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA

Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Almeida De Souza**, **Professor do Magistério Superior**, em 19/12/2024, às 20:17, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Lopes Ferro**, **Professor do Magistério Superior**, em 19/12/2024, às 20:17, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

Documento assinado eletronicamente por **Tatiana Pires Fleury Bezerra**, **Usuário Externo**, em 21/12/2024, às 11:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020 .

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **5052830** e o código CRC **F9F0D29B**.

Referência: Processo nº 23070.064686/2024-14 SEI nº 5052830

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer a Deus, em primeiro lugar, que com seu infinito amor criou a mim e a todos aqueles com quem convivo. Seu fôlego de vida me sustenta, me guia e me encoraja a prosseguir e questionar realidades e propor um novo mundo de possibilidades.

À minha esposa, Giselle Pereira de Sousa, pessoa com quem amo compartilhar a vida. Com você me sinto vivo de verdade. Obrigado pela paciência, pelo seu amor, carinho, proteção e pela sua capacidade de me dar paz em meio à correria de cada semestre.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Marcelo Almeida de Souza que desde o começo do curso acreditou no meu potencial, teve paciência e me ajudou a concluir este trabalho em que várias vezes pensei em desistir. Posso dizer que a minha formação, inclusive pessoal, não teria sido a mesma sem esse carismático professor.

Aos meus pais, Luiz Sérgio Albino Vaz e Andréa Luiz do Nascimento, que foram as pessoas usadas por Deus para a minha criação, tanto carnal quanto espiritual. Vocês me mostraram o que é a vida e o amor.

À minha falecida avó, Geralda Severina de Jesus. Essa guerreira me educou em todos os sentidos e mesmo eu querendo desistir da vida, me mostrou o verdadeiro caminho da salvação, Jesus. Senhora que, mesmo com idade avançada, subia e descia morro para me levar à escola. Fazia meu arroz com feijão e bife favorito que até hoje lembro o paladar e me aguça a saudade. Se sou o que sou hoje, se tenho o que tenho, devo a essa mulher de oração. Agradeço aos meus irmãos e a toda a minha família de um modo geral.

Por fim, mas não menos importante, quero externar meus agradecimentos a todos os meus amigos e companheiros de caminhada. Em especial, aos meus professores e amigos do curso PROFMAT, que fizeram parte da minha vida ao longo desses anos e que levarei por toda a minha vida.

VAZ, Pedro Itallo. **A História da Educação de Jovens e Adultos (EJA) e uma proposta para o ensino da condição de existência de triângulos para esse público.** Goiânia, 2024. Xp. MSc. Dissertação. Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás

RESUMO

Nesta dissertação será apresentado um breve relato sobre a história da Educação de Jovens e Adultos (EJA), o currículo da EJA e uma proposta para o ensino da condição de existência de triângulos para esse público. O intuito dessa proposta de ensino é visar a integração dos estudantes, produzir significado para o que o discente estuda e, consequentemente, promovendo ações que propiciem oportunidades de motivação para que os formandos se sintam mais entusiasmados para estudar matemática utilizando atividades lúdicas. Além disso, podemos alcançar, com essa didática, as quatro vertentes para a aprendizagem matemática com significado: experimentar, conjecturar, formalizar e generalizar.

Palavras–chave: Construtivismo, Matemática, Triângulos com macarrão, Existência de triângulos

VAZ, Pedro Itallo. **A História da Educação de Jovens e Adultos (EJA) e uma proposta para o ensino da condição de existência de triângulos para esse público.** Goiânia, 2024. Xp. MSc. Dissertação. Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás

ABSTRACT

In this dissertation, a brief account of the history of Adult and Youth Education (EJA), the EJA curriculum, and a proposal for teaching the conditions for the existence of triangles to this audience will be presented. The aim of this teaching proposal is to encourage student integration, create meaning for what the students are studying, and, consequently, promote actions that provide motivation opportunities so that students feel more enthusiastic about studying mathematics using playful activities. Moreover, with this teaching method, we can achieve the four strands of meaningful mathematical learning: experimenting, conjecturing, formalizing, and generalizing.

Keywords: Constructivism, Mathematics, Triangles with pasta, Existence of triangles

.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Em 2011 ingressei no curso de licenciatura em matemática no IFG, campus Goiânia. No segundo semestre daquele ano, fui contratado pelo governo de Goiás para ministrar aulas de matemática e física na Educação de Jovens e Adultos (EJA). Foi a minha primeira experiência como professor regente.

Deparei-me com uma sala de aula em que eu era o mais novo da turma, estudantes que tinham uma vida corrida durante o dia, que não tinham tempo de estudar ou praticar os assuntos da sala de aula e estavam ali somente para concluir o ensino médio, pegar um certificado e conseguir um aumento salarial. Aliado a essa perspectiva, me vi diante de um dilema: como motivar ou chamar a atenção dos meus educandos para a aplicação de conhecimentos matemáticos no cotidiano deles?

A Educação Matemática está em um processo contínuo de universalização e, com o cenário atual de avanços tecnológicos rápidos e a ausência de limites espaciais e temporais, o papel do professor passa a incorporar novas funções e responsabilidades. Ensinar não se resume apenas ao domínio da Matemática. É essencial que o educador possua conhecimentos metodológicos, pedagógicos, psicológicos e sociológicos que ajudem a captar o interesse do discente, independentemente de sua intimidade com a disciplina. Além disso, desenvolver a capacidade de observação é uma habilidade vital para que o professor tenha sensibilidade e resposta de maneira eficaz para as possíveis indagações do público.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs - 2006) reforçam a ideia do ensino-aprendizagem da matemática com significado, ao afirmar que o profissional necessita abordar conteúdos de modo a levar os estudantes a:

> [...] um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contraexemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. (PCN, 2006, p.70).

Com isso, o questionamento é natural: como alcançar tal objetivo frente a um cenário educacional em que estudantes estão cada vez mais acostumados com o imediatismo?

Por esse motivo, é necessário um planejamento educacional, um plano de ensino. O professor ao trabalhar com o discente, com atividades bem planejadas, possibilita que o saber emerja do processo tornando mais simplificado, no nosso caso, a abstração e generalização do saber matemático e realizando o nosso papel de mediador entre o educando e a aprendizagem e possibilitando abordar o que sugeriu Moretto:

> Há, no entanto uma nova epistemologia que toma corpo em nossos dias, em contraposição à que chamamos de tradicional. É a perspectiva construtivista sociointeracionista. Nessa visão, o conhecimento não é uma descrição do mundo, mas uma representação que o sujeito faz do mundo que o rodeia, em função de suas experiências na interação com ele. Dizemos, por isso, que todo conhecimento é uma construção individual cognoscente, em sua interação com o mundo físico e social que o rodeia, isto é, todo conhecimento é uma construção individual mediada pelo social (MORETTO, 2008, p. 34).

Em um ambiente propício, o professor e o educando tanto podem exercer sua capacidade criativa em termos de produção de materiais manipuláveis pedagógicos, quanto desenvolver também a capacidade de avaliação crítica de todos os problemas existentes. A Matemática pode ser ensinada, vista e absorvida pelos estudantes de maneira diferente, se unir os recursos manipuláveis a ela.

Para que a aprendizagem em matemática seja mais eficaz, é essencial que a construção de significado esteja no centro do processo. Esse significado se desenvolve quando o participante é desafiado com situações-problema que exigem tomadas de decisões, posicionamento crítico e capacidade de argumentar e justificar suas ideias. Para o educador, essas experiências adquiriram uma compreensão mais profunda do funcionamento cognitivo do educando, revelando suas estratégias de resolução de problemas e outros aspectos importantes. Nessa linhagem, Colinvaux afirma que:

> Aprender deverá ser entendido como um processo que envolve a produção/criação e uso de significações. [...] conhecer é compreender e, portanto, significar. Nesta perspectiva, a aprendizagem está associada a processos de compreensão do mundo material e simbólico, que pressupõem geração, apropriação, transformação e reorganização de significações. [...] aprender é um processo de significação, isto é, um processo que mobiliza significações, criando e recriando-as. [...] (apud NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2011, p. 82)

Quando o educando é que estabelece o seu próprio caminho para a resolução de uma atividade, estamos produzindo um significado e consequentemente produzindo sentido para ele no processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina magnífica, e assim como afirmam Alro e Skovsmose (2010, p. 49), “isso significa criar espaço para que os discentes se tornem condutores do próprio processo educacional”.

A abordagem experimental permite o uso de procedimentos, tentativas e processos educacionais que favorecem a formulação de conjecturas informais e a descoberta de conceitos matemáticos conhecidos e até mesmo desconhecidos. Por meio da experimentação de métodos alternativos, coleta de resultados e realização de novos testes, é possível chegar à formalização matemática, culminando em resultados autênticos e verificáveis.

Sob esse viés, que defenderei uma proposta para o ensino da condição de existência de triângulos que valerá não somente para a EJA, mas para todo e qualquer estudante de matemática. O meu argumento é reforçado pelo que diz o professor Vaz que aborda o ensino e aprendizagem de matemática através do experimento, conjectura, formalização e generalização.

> A primeira etapa seria a possibilidade de experimentar [...] trabalhar atividades matemáticas que permitem o aluno, movimentando os objetos matemáticos, comparar representações algébricas e geométricas, perceber propriedades, definições e construir conceitos através da interação. A segunda fase do processo seria levantar conjecturas relacionadas à primeira etapa. Conjecturar significa que depois de perceber as relações oriundas da experimentação é possível vislumbrar propriedades, relações, resultados gerais importantes para o bom desenvolvimento do ensino da matemática. Uma vez feita a conjectura, o aluno pode enunciá-la como um resultado a ser investigado. A terceira etapa é a formalização que seria a demonstração matemática do fato propriamente dita ou uma contra proposição da conjectura levantada, nos dois casos com um argumento pedagógico compatível à série que se está trabalhando.
> [...] Depois de experimentar, conjecturar e formalizar o saber matemático é importante tentar fazer a generalização do resultado, isto é, investigar outras situações pertinentes, situações particulares, enfim, explorar o alcance do resultado obtido. (VAZ, 2012, educativa, p. 41).

2. EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: CONCEITOS E CONCEPÇÕES SOCIOHISTÓRICAS E EDUCACIONAIS

A trajetória da Educação de Jovens e Adultos (EJA) no Brasil é marcada por um contexto diversificado, influenciado por fatores econômicos, sociais e políticos que vinculam profundamente a educação ao mundo do trabalho. Essa conexão se destaca especialmente em um público formado por jovens que buscam ingressar no mercado de trabalho e por trabalhadores contratados que desejam atualizar ou ampliar seu conhecimento.

Desde o início das discussões, a demanda por EJA foi impulsionada não apenas pelas aspirações individuais, mas também pelas exigências políticas e sociais de uma sociedade em constante mutação. Esta demanda ganhou destaque a partir da década de 30, período marcado por profundas transformações na sociedade brasileira. Arrusa Collavito (2014) afirmou que a educação de adultos começou a ocupar um espaço cada vez mais relevante no panorama educacional do país.

Nesse sentido, a história da EJA no Brasil é marcada por uma série de etapas e desafios, refletindo os esforços incessantes para conquistar reconhecimento e legitimidade no âmbito da educação básica brasileira. Desde seu surgimento, a EJA tem enfrentado uma jornada complexa, lutando para superar barreiras e estigmas associados à ideia de aprendizagem tardia ou não convencional.

Ao longo das décadas, a EJA tem se adaptado às transformações sociais, econômicas e políticas do país, buscando atender às demandas emergentes da sociedade. Segundo o autor, esse processo de adaptação é fundamental para garantir a relevância e eficácia da EJA como uma ferramenta de inclusão social e promoção da cidadania.

No entanto, é importante reconhecer que os desafios enfrentados pela EJA não são meramente estruturais ou logísticos, mas também refletem questões mais amplas relacionadas à desigualdade social, acesso à educação e valorização do conhecimento ao longo da vida. Assim, a história da EJA no Brasil é também a história da luta por uma educação mais inclusiva, equitativa e acessível a todos os cidadãos, independentemente de sua idade ou condição socioeconômica.

Diante desse contexto, é essencial que a EJA continue a ser objeto de análise e ação por parte dos formuladores de políticas, educadores e outros agentes do campo educacional. Somente por meio de um compromisso coletivo e contínuo com a valorização da EJA é possível garantir que todos os brasileiros tenham acesso a educação.

Além disso, percebe-se que a trajetória da educação no Brasil é uma narrativa rica e multifacetada, influenciada por uma série de questões e variáveis. Essa história é marcada por etapas e transformações que moldaram o sistema educacional do país. Nesse cenário, a EJA se destaca como um elemento essencial, cuja origem remonta aos tempos coloniais.

Santos (2014) ressalta que, nos tempos coloniais, a educação voltada para a população adulta estava fortemente ligada à catequese e à disseminação dos valores da fé cristã. Esse cenário direcionava as comunidades educacionais para uma educação homogênea e padronizada, que favorecia apenas uma parcela da população. Segundo o autor, o período foi marcado pelos esforços missionários de instruir e converter adultos indígenas e africanos às doutrinas religiosas, destacando a educação como um importante instrumento de evangelização e controle social. No entanto, foi somente a partir da década de 1930 que a educação básica de adultos começou a ganhar reconhecimento e consolidação no cenário educacional brasileiro.

As transformações socioeconômicas e políticas desse período contribuíram para a consolidação do sistema de ensino e para a expansão da oferta educacional para além das classes privilegiadas. Devido ao processo de industrialização, o mercado demandava uma mão de obra mais qualificada e preparada, impulsionando a oferta de educação gratuita e acessível a diversos segmentos da sociedade. Collavito (2014), mostra que essa democratização do acesso ao ensino despertou um interesse crescente pela educação entre a população, refletindo um desejo generalizado de ascensão social e desenvolvimento pessoal.

Assim, cada década subsequente trouxe novas mudanças e adaptações no campo da educação, moldadas por perspectivas distintas governamentais e práticas pedagógicas. Apesar das variações, um aspecto constante ao longo dessa trajetória tem sido o compromisso de educadores e autoridades em fomentar uma educação inclusiva e acessível a todos, independentemente da origem social ou econômica.

O legado da EJA no Brasil é, portanto, um testemunho da resiliência e da determinação de uma nação em oferecer oportunidades educacionais a todos os seus cidadãos, reconhecendo a importância da aprendizagem ao longo da vida como um pilar fundamental para o desenvolvimento humano e social. Maciel Santos (2020), declara que enquanto avançamos no século XXI, é imperativo que continuemos a investir na promoção da EJA e na construção de uma sociedade mais justa, equitativa e inclusiva para todos.

Após o fim da ditadura de Vargas em 1945, o Brasil enfrentou um período de intensa agitação política, marcado por profundas crises sociais e econômicas. Esse cenário tumultuado evidenciou as fragilidades do sistema educacional brasileiro e destacou a questão do analfabetismo entre adultos, acendendo um debate fervoroso sobre a necessidade de uma educação de qualidade para todos os cidadãos.

Durante esse período, as críticas direcionadas aos adultos analfabetos tiveram um impacto significativo, levando muitos a desanimarem e perderem a esperança de acessar uma educação digna e eficaz. No entanto, a perseverança e o compromisso de diversos setores da sociedade em prol da educação de adultos começaram a ganhar visibilidade, impulsionando uma nova fase de conscientização e mobilização em torno dessa causa.

> A partir daí, a educação de adultos assumida através da campanha nacional do povo começou a mostrar seu valor. A campanha de educação lançada em 1947 buscava uma ação que previa a alfabetização em três meses, para depois seguir uma etapa de ação voltada para a capacitação profissional e para o desenvolvimento comunitário (COLAVITTO, 2014, saberes, p.4)

Por meio da Campanha de Educação de Adultos, foi possível criar um espaço de discussão e reflexão sobre as causas e consequências do analfabetismo, além dos desafios enfrentados pelos adultos que buscavam adquirir conhecimentos e habilidades básicas de leitura e escrita. A campanha também contribuiu para desafiar os estigmas e preconceitos associados aos analfabetos, que eram frequentemente marginalizados e discriminados em diversos aspectos da vida social, econômica e política.

O analfabetismo não apenas limitava os direitos e oportunidades dos adultos, mas também perpetuava um ciclo de exclusão e desigualdade, privando-os de acesso a recursos econômicos, políticos e jurídicos essenciais. Ao reconhecer e enfrentar essas injustiças, a Campanha Nacional do Povo pela Educação de Adultos estabeleceu as bases para uma abordagem mais inclusiva e equitativa da educação no Brasil, promovendo a valorização da aprendizagem ao longo da vida como um direito humano fundamental.

Acerca da essencialidade de garantir que adultos possam ter igual acesso à educação, sem estigmatização ou preconceitos, Paulo Freire (1989, p. 72) explica:

> Alfabetização é mais que o simples domínio mecânico de técnicas para escrever e ler. Com efeito, ela é o domínio dessas técnicas em termos conscientes. É entender o que se lê e escreve o que se entende. (...) Implica uma autoformação da qual se pode resultar uma postura atuante do homem sobre seu contexto. Para isso a alfabetização não pode se fazer de cima para baixo, nem de fora para dentro, como uma doação ou uma exposição, mas

> de dentro para fora pelo próprio analfabeto, apenas ajustado pelo educador. Isto faz com que o papel do educador seja fundamentalmente diálogos com o analfabeto sobre situações concretas, oferecendo-lhes os meios com que os quais possa se alfabetizar.

Em 1961, um marco significativo na luta contra o analfabetismo no Brasil foi estabelecido com o início de uma campanha de alfabetização que revolucionou os métodos educacionais vigentes. Essa iniciativa foi liderada pelo renomado educador Paulo Freire, cuja abordagem pedagógica inovadora propunha alfabetizar adultos em um curto espaço de tempo, apenas 40 horas. O método de Freire não se limitava apenas à aquisição de habilidades básicas de leitura e escrita, mas também incentivava a reflexão crítica sobre o mundo e o papel ativo dos estudantes na transformação de sua realidade.

Em 1962, o Ministério da Educação e Cultura deu um passo adiante ao criar o Plano Nacional de Educação e o Programa Nacional de Alfabetização, ambos inspirados nos princípios e práticas de Paulo Freire. Essas iniciativas refletiam um reconhecimento crescente da importância da educação como ferramenta de emancipação e empoderamento dos cidadãos, promovendo uma visão de aprendizado que valorizava não apenas o conhecimento em si, mas também a capacidade de compreender e transformar a realidade.

No entanto, apesar dos esforços e avanços conquistados, a batalha contra o analfabetismo ainda enfrentava obstáculos significativos. Em um esforço para erradicar o analfabetismo de forma abrangente, foi criado o Movimento Brasileiro de Alfabetização (MOBRAL). No entanto, o MOBRAL acabou por não alcançar seus objetivos devido a denúncias de corrupção e má gestão, o que levou à sua extinção.

Em resposta a essas falhas, foi fundada a Fundação Educar, substituindo o MOBRAL e assumindo o compromisso de continuar a luta pela alfabetização e educação de qualidade para todos os brasileiros. Esta nova organização procurou corrigir as deficiências do MOBRAL, adotando medidas para garantir a transparência, eficácia e responsabilidade na implementação de suas políticas educacionais.

Assim, apesar dos contratempos e desafios enfrentados ao longo do caminho, a saga para erradicar o analfabetismo no Brasil continuou, impulsionada pelo compromisso inabalável de educadores, ativistas e autoridades em promover uma educação acessível, inclusiva e transformadora para todos os cidadãos brasileiros.

Em 1985, com o advento do primeiro governo civil após o período de ditadura militar no Brasil, o cenário político e educacional passou por significativas transformações. Em consonância com esse contexto de abertura democrática, o Movimento Brasileiro de Alfabetização (MOBRAL), que havia sido estabelecido durante o regime militar como um instrumento de controle e propaganda, foi extinto. Com isso, cessou-se o modelo de alfabetização e educação de jovens e adultos do período autoritário, dando lugar a novas abordagens e estratégias educacionais.

Nesse período, surgiu a Fundação Educar como uma entidade dedicada à promoção da educação de jovens e adultos no Brasil. Ferreira e Cunha (2014) destacaram os objetivos da fundação, enfatizando a importância de organizar um sistema de ensino estruturado, gratuito e de qualidade para esse público específico. Em 1986, foi constituída uma comissão para elaborar as Diretrizes Curriculares Político-Pedagógicas da Fundação Educar, com a finalidade de fornecer uma base sólida para o ensino de jovens e adultos, conferindo-lhe um caráter inovador e específico.

Assim, o final da década de 1980 representou um marco significativo para a educação de jovens e adultos no Brasil. A Constituição Federal de 1988, promulgada nesse período, reforçou o compromisso do Estado com a educação ao preconizar, no artigo 208, a educação como um direito fundamental e dever do Estado. Este dispositivo constitucional estabeleceu que o ensino fundamental é obrigatório e gratuito, inclusive para aqueles que não tiveram acesso na idade própria. Além disso, garantiu-se a oferta de ensino noturno regular, adequado às necessidades dos educandos.

Essas disposições constitucionais não apenas consagraram a importância da educação de jovens e adultos como uma prioridade nacional, mas também refletiram um compromisso inequívoco com a promoção da igualdade de oportunidades e o acesso universal à educação em todas as fases da vida. Ao consolidar esses princípios fundamentais, o Brasil deu um passo significativo em direção à construção de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva, onde o direito à educação é reconhecido como um pilar essencial para o desenvolvimento humano e social (Ventura; Oliveira, 2020).

Com a chegada da década de 1990, o panorama educacional no Brasil enfrentou novos desafios e transformações, refletindo as mudanças políticas e econômicas que marcaram esse período. Sob a presidência de Fernando Collor de

Mello, a Fundação Educar, responsável pela promoção da educação de jovens e adultos, foi extinta. Segundo Carvalho, 2014, a justificativa para essa medida foi a necessidade de cortar gastos públicos e promover uma gestão mais eficiente das finanças governamentais.

Como consequência direta dessa decisão, a responsabilidade pela educação de jovens e adultos foi transferida para os Estados e municípios, que passaram a ser obrigados a assumir essa nova atribuição. Essa mudança abrupta resultou em um aumento significativo na demanda por serviços educacionais, bem como em um aumento correspondente nos gastos públicos. Além disso, a desorganização administrativa se agravou, pois os entes federativos não estavam plenamente preparados para lidar com essa nova responsabilidade, afirma Carvalho.

Diante desse cenário desafiador, o governo federal tentou mitigar a crise criando o Programa Nacional de Alfabetização e Cidadania (PNAC). No entanto, a eficácia desse programa foi comprometida pela instabilidade política que marcou o governo Collor. O *impeachment* de Collor em meio a acusações de corrupção levou à posse de Itamar Franco como presidente, e o PNAC desapareceu da noite para o dia, sem explicações claras ou continuidade.

Essa série de eventos tumultuados contribuiu para acentuar as dificuldades enfrentadas pela educação de jovens e adultos no Brasil, exacerbando as disparidades regionais e aprofundando as desigualdades socioeconômicas. O desaparecimento repentino do PNAC deixou um vácuo na política educacional do país, lançando dúvidas sobre o compromisso do governo com a promoção da alfabetização e cidadania para todos os brasileiros.

Nesse contexto de incerteza e instabilidade, Silva, 2017, afirma que a educação de jovens e adultos enfrentou um período de estagnação e retrocesso, destacando a urgência de medidas eficazes e sustentáveis para enfrentar os desafios persistentes nessa área crucial para o desenvolvimento nacional.

No âmbito municipal, na cidade de São Paulo, o ano de 1990 foi designado como o Ano Internacional da Alfabetização, e uma iniciativa significativa foi lançada com a introdução do Programa MOVA-SP (Movimento de Alfabetização de Jovens e Adultos do Estado de São Paulo), originado dos movimentos populares e apoiado pela prefeitura paulistana. O MOVA-SP tinha como objetivo principal garantir a alfabetização e a pós-alfabetização de forma libertária, enfatizando o ensino noturno regular e o ensino supletivo.

No entanto, a instabilidade política e a rotatividade na administração pública municipal acabaram por comprometer a continuidade do MOVA-SP. Embora inicialmente os líderes do movimento buscassem assegurar a permanência do programa, independentemente das mudanças políticas na prefeitura, esse objetivo não foi alcançado. Em 1993, as atividades do MOVA-SP foram encerradas, frustrando as expectativas de seus idealizadores (Machado; Cervera, 2016).

Apesar disso, em um esforço para revitalizar os esforços de alfabetização de jovens e adultos, o MOVA-SP foi reinstaurado em 2000. Esta reinstituição refletiu o reconhecimento da importância contínua da alfabetização e da educação de jovens e adultos como componentes essenciais para o desenvolvimento social e econômico do Estado de São Paulo e do país como um todo.

Nesse sentido, ao revisitar o panorama da Educação de Jovens e Adultos (EJA) no Brasil, emerge uma narrativa complexa permeada por desafios e avanços notáveis. Desde os primórdios da colonização até os dias contemporâneos, a EJA tem se destacado como um pilar essencial na busca por inclusão social e equidade educacional.

Por meio das abordagens presentes na literatura, torna-se possível observar que, ao longo dos séculos, uma série de iniciativas foram empreendidas para atender às demandas educacionais da população adulta. Desde os esforços missionários durante a colonização até os programas mais recentes como o MOBRAL, a Fundação Educar e o MOVA-SP, cada uma dessas iniciativas reflete a tentativa contínua de superar as barreiras educacionais e proporcionar oportunidades de aprendizagem para todos os brasileiros.

Contudo, não se pode ignorar os desafios enfrentados no percurso dessa jornada. A escassez de recursos, a instabilidade política e as disparidades socioeconômicas têm sido obstáculos recorrentes na busca por uma educação de qualidade para os adultos no Brasil (Rêses; Silveira; Pereira, 2017; Reichardt; Silva, 2020).

Apesar das adversidades, faz-se esse essencial reconhecer os avanços alcançados, como a promulgação da Constituição de 1988, que reconheceu a educação como um direito fundamental e estabeleceu a obrigatoriedade do ensino fundamental para todos os cidadãos. Ademais, a implementação de programas como o MOVA-SP representa um compromisso renovado com a alfabetização e a educação de adultos em áreas urbanas como São Paulo (Rêses; Silveira; Pereira, 2017; Reichardt; Silva, 2020).

Em última análise, a história da EJA no Brasil é uma história de resiliência, perseverança e diversas reivindicações direcionadas à evolução da democracia, da educação e do combate às desigualdades. Tal conjuntura se apresenta por intermédio de uma história de indivíduos e comunidades que, diante das adversidades, permanecem comprometidos com a realização de um futuro melhor através da educação, fazendo com que grupos sociais historicamente segregados e estigmatizados possuam acesso aos seus direitos educacionais de forma justa e igualitária.

2.1 PRINCÍPIOS E FUNDAMENTOS SOB OS QUAIS SE BASEIAM A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

A compreensão dos fundamentos e princípios subjacentes à educação de jovens e adultos requer uma análise cuidadosa do conceito de Educação Popular, uma vez que, conforme explica Serra (2019), um dos objetivos de educar e alfabetizar jovens e adultos consiste em popularizar a educação, e torná-la acessível para todos. É crucial ressaltar que o termo "popular", neste contexto, não se limita apenas à educação direcionada a indivíduos que vivem em condições de pobreza ou extrema carência, uma vez que se trata de conceitos e concepções muito mais amplos e humanizadores.

De acordo com as considerações de Vale (2001 *apud* Serra, 2019), a noção de "popular" nesta educação transcende uma mera referência socioeconômica e assume um caráter mais abrangente. Ela se configura como uma concepção de vida e história construída pelas classes populares dentro do contexto das sociedades democráticas. Essa concepção está intrinsecamente ligada à questão da qualidade de vida das pessoas e, por conseguinte, à mudança da função social da escola.

Portanto, a Educação Popular é uma abordagem que reconhece as injustiças das desigualdades sociais e entende a educação, tanto formal quanto não formal, como um espaço-tempo comprometido com os trabalhadores das classes populares. Seu propósito fundamental é contribuir para a elevação da consciência crítica desses sujeitos, promovendo o reconhecimento de sua condição de classe e das potencialidades transformadoras inerentes a essa condição.

Nesse sentido, a Educação Popular busca não apenas fornecer conhecimentos técnicos ou habilidades práticas, mas também capacitar os indivíduos a analisarem criticamente sua realidade social, política e econômica. Ela busca fomentar um entendimento mais profundo das estruturas de poder e das relações de dominação que permeiam a sociedade, capacitando os discentes a se tornarem agentes ativos na transformação de suas próprias condições de vida.

Essa abordagem pedagógica reconhece a importância da participação ativa dos formandos no processo educativo, promovendo práticas de ensino que valorizam o diálogo, a troca de experiências e a reflexão coletiva. Ao invés de adotar uma postura paternalista ou assistencialista, a Educação Popular busca empoderar os sujeitos, fortalecendo sua autonomia e sua capacidade de agir de forma consciente e crítica em sua realidade.

Em suma, a Educação Popular representa um compromisso com a justiça social e a emancipação humana, reconhecendo o papel fundamental da educação como ferramenta de transformação social. Ao enfatizar a importância da qualidade de vida e da conscientização das classes populares, essa abordagem visa não apenas mitigar as desigualdades existentes, mas também criar condições para uma sociedade mais justa, igualitária e democrática.

De acordo com o que explicam Biudes e Agrasso Neto (2015), no Brasil, a EJA tem sido tradicionalmente associada à ideia de uma escolaridade compensatória, destinada a indivíduos que não tiveram oportunidade de frequentar a escola durante a infância. No entanto, essa concepção vem passando por transformações significativas ao longo do tempo. Um dos desafios emergentes nesse tipo de ensino é a necessidade de preparar os discentes não apenas para adquirir conhecimentos básicos, mas também para ingressar no mercado de trabalho, dada a importância crescente da qualificação profissional na sociedade contemporânea.

Nas instituições de ensino que oferecem EJA, é comum encontrar uma série de improvisações, tanto no que diz respeito ao espaço físico utilizado para as aulas quanto aos materiais didáticos disponíveis e até mesmo à formação dos educadores. Surpreendentemente, menos de 2% dos cursos de Pedagogia oferecem uma formação específica para o ensino na modalidade EJA, o que evidencia uma lacuna significativa no preparo desses profissionais para lidar com as demandas específicas desse público (Biudes; Agrasso Neto, 2015).

Diante desse cenário, torna-se fundamental a realização de estudos que abordem tanto o processo de formação dos educadores que atuam na EJA, quanto as concepções pedagógicas que norteiam essa modalidade de ensino. Compreender como esses profissionais são preparados para lidar com as particularidades dos estudantes adultos, muitos dos quais retornam à escola após longos períodos de afastamento, é essencial para garantir a eficácia e a qualidade do ensino oferecido.

Além disso, é preciso reconhecer que conceder o direito à educação aos jovens e adultos vai além de simplesmente ampliar a oferta de vagas nos sistemas públicos de ensino. Trata-se de um processo complexo que requer não apenas a inclusão desses indivíduos no ambiente escolar, mas também a adaptação dos currículos e metodologias de ensino para atender às suas necessidades específicas. A educação de qualidade deve ser capaz de oferecer oportunidades reais de aprendizado e desenvolvimento pessoal aos participantes que ingressam na escola ou retornam a ela fora do seu tempo regular, contribuindo assim para a construção de uma sociedade mais inclusiva e igualitária (Ponczek; Souza; Tavares, 2013).

Como fundamento legal, menciona-se que a Educação de Jovens e Adultos (EJA) possui fundamentação legal na Lei 9394, especificamente em seu Artigo 37. Conforme estipulado nesse dispositivo, a EJA é destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos nos ensinos fundamental e médio na idade própria, servindo como instrumento para a educação e aprendizagem ao longo da vida. Esta redação foi atualizada pela Lei nº 13.632, de 2018, estabelecendo diretrizes mais precisas para a implementação da EJA (Brasil, 1996).

Os sistemas de ensino são responsáveis por garantir, de forma gratuita, oportunidades educacionais adequadas aos jovens e adultos que não puderam realizar seus estudos na idade regular. Estas oportunidades devem ser moldadas considerando as características individuais do alunado, seus interesses, condições de vida e de trabalho. Tal prerrogativa está explicitada no § 1º do Artigo 37 da referida lei. (Brasil, 1996).

Além disso, o Poder Público tem o papel de viabilizar e incentivar o acesso e a permanência dos trabalhadores na escola, mediante ações integradas e complementares entre si, conforme descrito no § 2º do mesmo artigo. Esta abordagem visa assegurar que o público-alvo da EJA tenha condições adequadas para dedicar-se aos estudos, mesmo diante de suas responsabilidades profissionais e pessoais (Brasil, 1996).

A interação entre a Educação de Jovens e Adultos e a educação profissional também é destacada na legislação, conforme estabelecido no § 3º do Artigo 37, incluído pela Lei nº 11.741, de 2008. Essa articulação visa proporcionar aos discentes da EJA oportunidades de qualificação profissional que estejam alinhadas com suas necessidades e aspirações no mercado de trabalho (Brasil, 1996).

Adicionalmente, o Artigo 38 da Lei 9394 prevê a oferta de cursos e exames supletivos, que abrangem a base nacional comum do currículo e habilitam os educandos ao prosseguimento de estudos em caráter regular. Estes exames são realizados tanto para o nível de conclusão do ensino fundamental, para os maiores de quinze anos, quanto para o ensino médio, para os maiores de dezoito anos, conforme estipulado no § 1º do mesmo artigo (Brasil, 1996).

Por fim, é importante ressaltar que os conhecimentos e habilidades adquiridos de forma informal pelos educandos também são valorizados no contexto da EJA, sendo aferidos e reconhecidos mediante exames, conforme estabelecido no § 2º do Artigo 38. Esta abordagem reconhece a diversidade de trajetórias educacionais dos estudantes da EJA e busca promover uma educação inclusiva e acessível a todos.

2.2 CURRÍCULOS DO ENSINO DA EJA NO BRASIL

Segundo explicam De Oliveira, Paiva e Passos (2016), no contexto de um ensino adequado e inclusivo, o surgimento do campo relacionado às teorias tradicionais deixou como legado a concepção de currículo como um conjunto criteriosamente selecionado de conhecimentos, organizados de maneira coerente e tecnicamente adequada. Nesse sentido, esse conjunto de conhecimentos é derivado do vasto acervo acumulado pela humanidade ao longo do tempo.

Nessa perspectiva, o conhecimento é considerado como algo externo ao sujeito que aprende, pré-existente e transmissível. Sob essa ótica, o conhecimento é concebido como algo singular e uniforme na esfera da humanidade. Não se contempla, nessa visão, a existência de diferentes grupos sociais com conhecimentos diversos e, por vezes, contraditórios. Igualmente, não se consideram as relações de poder que conferem validade a determinados conhecimentos enquanto desqualificam outros.

A humanidade é encarada como uma entidade homogênea que teria produzido um corpus único de conhecimentos, os quais estão acumulados e podem ser transmitidos por meio da educação formal. Nesse contexto, a diversidade de perspectivas, saberes e experiências é ignorada, e o currículo é estruturado de forma a privilegiar um conjunto específico de conhecimentos tidos como "canônicos" ou "universais" (De Oliveira; Paiva; Passos, 2016, p. 116-117).

Essa abordagem do currículo, embasada nas teorias tradicionais, tende a refletir e perpetuar as hierarquias e desigualdades sociais, uma vez que os conhecimentos e saberes dos grupos dominantes são valorizados em detrimento dos saberes e experiências dos grupos subalternizados. Tal perspectiva pode resultar em processos de exclusão e marginalização de determinados grupos sociais, que veem suas formas de conhecimento e expressão cultural subestimadas ou ignoradas pelo sistema educacional.

Portanto, é imprescindível repensar o conceito de currículo, considerando as diversas dimensões do conhecimento e as múltiplas formas de expressão cultural presentes na sociedade. Um currículo verdadeiramente inclusivo e democrático deve reconhecer e valorizar a diversidade de perspectivas, saberes e experiências, promovendo assim uma educação mais equitativa e capaz de atender às demandas de uma sociedade plural e complexa.

O princípio fundamental que permeia a compreensão do currículo na EJA é o reconhecimento de que os currículos são construídos em processos de influência mútua, configurando uma rede complexa de interações entre diversas propostas, ideias, documentos, debates e a vida cotidiana. Essa abordagem reconhece a dinamicidade e a inter-relação de diferentes elementos que contribuem para a formação do currículo, os quais são constantemente recriados e reelaborados ao longo do tempo.

A criação curricular na EJA envolve uma circularidade inerente, que indica a interdependência entre as práticas sociais e culturais cotidianas, os conhecimentos formais e não formais, bem como os valores, crenças e ideais dos praticantes da vida cotidiana. Essa perspectiva considera que não é possível estabelecer fronteiras claras entre esses diversos elementos, uma vez que estão intrinsecamente entrelaçados em um processo contínuo de influência e transformação mútuas.

Ao longo do desenvolvimento da pesquisa e dos campos em que ela se insere, incluindo os estudos sobre currículos, aprendizagem ao longo da vida e práticas culturais, essa compreensão do currículo como uma rede de influências mútuas tem se mostrado útil e esclarecedora. Ela permite uma análise mais abrangente e holística do processo de construção curricular na EJA, considerando não apenas os aspectos formais e institucionais, mas também as dinâmicas informais e contextuais que influenciam e moldam a prática educativa.

Nesse sentido, o currículo na EJA emerge não apenas de diretrizes e documentos oficiais, mas também das experiências e vivências dos estudantes, das práticas pedagógicas dos educadores, das demandas e desafios da comunidade e do contexto social mais amplo. Essa abordagem reconhece a importância de valorizar e incorporar os saberes e as experiências prévias dos formandos, bem como de estabelecer conexões significativas entre o currículo escolar e a realidade cotidiana dos estudantes (Santos; Amorim, 2016).

Outrossim, o currículo na EJA é concebido como um processo dinâmico e participativo, que envolve a construção de conhecimentos e significados por parte de todos os envolvidos no processo educativo. Ele é permeado por uma diversidade de influências e perspectivas, refletindo a complexidade e a riqueza da experiência educativa na Educação de Jovens e Adultos. Essa compreensão crítica do currículo na EJA é fundamental para promover uma educação mais inclusiva, relevante e contextualizada, capaz de atender às necessidades e demandas de um público diversificado e heterogêneo.

Para a visualização de um panorama pragmático dos currículos da EJA, utilizasse a tese de Freitas (2013), a qual é parte integrante dos estudos conduzidos no Grupo de Pesquisa Desenvolvimento Curricular em Matemática e Formação de Professores, bem como no Projeto de Pesquisa intitulado "O currículo de Matemática na Educação de Jovens e Adultos: dos intervenientes à prática em sala de aula", realizado na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP. O principal objetivo deste trabalho é investigar as contribuições da área de Educação Matemática para a compreensão e os avanços no currículo da EJA. A pesquisa adotou o modelo de Estado da Arte, que consiste na análise das produções científicas presentes em periódicos listados no Qualis do Ministério da Educação (MEC), especificamente na área de Ensino de Ciências e Matemática, relacionadas à Educação Matemática na EJA, no período de 2000 a 2010. A partir dessa análise, foram identificados quatro temas principais, que permitiram responder a questões específicas: a) Formação e Atuação do Professor/Alfabetizador na EJA; b) Práticas Pedagógicas na EJA; c) Currículos na EJA; e d) Avaliação na EJA (Freitas, 2013).

Entre os principais resultados encontrados, destaca-se a convergência para a indicação de uma postura mais investigativa por parte dos professores, incentivando os estudantes a relatarem seus conhecimentos anteriores e compará-los criticamente com os conhecimentos desenvolvidos durante as aulas. Além disso, observou-se uma tendência à maior flexibilização na exigência de padronização na expressão dos procedimentos matemáticos, interpretando os erros como manifestações do processo de reestruturação e não mais como fracassos ou deficiências pessoais.

Outro ponto relevante apontado pela pesquisa é a ampla defesa da não adoção de um currículo pré-definido na EJA, uma vez que isso poderia desconsiderar as especificidades dos estudantes e seus diferentes processos e progressos de aprendizagem. Em vez disso, sugere-se uma abordagem mais flexível e adaptativa, que leve em conta o contexto e as necessidades dos discentes. Em suma, a Tese de Freitas (2013) contribui para o entendimento das práticas pedagógicas, formação de professores, currículos e avaliação na Educação Matemática na EJA, destacando a importância de uma abordagem mais investigativa, flexível e contextualizada para promover uma educação matemática eficaz e inclusiva nesse contexto específico (Freitas, 2013).

Além disso, no âmbito do projeto que analisou pesquisas e documentos curriculares na área de Educação Matemática, especificamente voltadas para a EJA, Januário, Freitas e Lima (2014) conduziram três estudos que fornecem perspectivas importantes sobre o currículo da EJA em Matemática. Um desses estudos, seguindo o modelo de Estado da Arte, analisou as publicações em periódicos constantes da listagem Qualis do período entre 2000 e 2010. Os outros dois estudos, por sua vez, voltaram-se para questões específicas, as quais questionam quais são as recomendações dos documentos oficiais da EJA para o ensino de Matemática, e os materiais didáticos estão alinhados com essas recomendações.

Os resultados desses estudos revelaram, entre outros destaques, uma convergência em torno da não adoção de uma prescrição prévia de currículo para a

EJA. Além disso, foi observado nos documentos oficiais uma série de recomendações favoráveis e potencialmente promotoras da enculturação matemática, bem como indicações para a utilização de conteúdos de forma a desenvolver uma rede de relações, permitindo uma pluralidade de significados dos conceitos e atividades. No geral, as ideias que emergiram das produções analisadas sobre o currículo de Matemática para a EJA destacaram a crença e a esperança em uma escola que se empenhe em desenvolver e implementar um currículo capaz de proporcionar aos formandos a compreensão da importância de ampliar seu repertório de conhecimentos. Os autores expressaram o desejo de que essa compreensão cresça em paralelo às discussões sobre a EJA, resultando em um processo democrático de acesso ao conhecimento e oportunidades de melhoria de vida para os discentes (Januário; Freitas; Lima, 2014).

Entretanto, as propostas apresentadas nos estudos ainda carecem de precisão e especificidade. Por exemplo, há sugestões para substituir alguns conteúdos formais clássicos por outros que possam contribuir melhor para os objetivos da EJA. Além disso, é mencionado que o distanciamento do "saber enciclopédico" não deve implicar na minimização ou simplificação dos conteúdos, mas sim em uma adaptação consistente de conteúdos vinculados ao contexto da vida dos formandos. Em síntese, os estudos de Januário, Freitas e Lima (2014) oferecem uma visão abrangente e crítica do currículo da EJA em Matemática, destacando a necessidade de uma abordagem que valorize a relevância e a contextualização dos conhecimentos matemáticos para os estudantes adultos, bem como a importância de promover um acesso democrático ao conhecimento e às oportunidades educacionais.

Ademais, na pesquisa conduzida por Januário, Freitas e Lima (2014) sobre o currículo da EJA na disciplina de Matemática, também foram identificados diversos pontos adicionais relevantes que merecem análise detalhada. Inicialmente, ao examinarem os livros didáticos utilizados na EJA, os pesquisadores observaram abordagens que incorporam elementos do currículo favorecedores à enculturação matemática. No entanto, ressaltaram que esse enfoque não foi uniformemente aplicado ao longo de todo o conteúdo ou das atividades e situações de aprendizagem propostas. Isso indica a necessidade de uma maior consistência e abrangência na integração dos elementos curriculares relacionados à cultura matemática nos materiais didáticos utilizados na EJA. Quanto aos cenários e contextos presentes nas coleções didáticas analisadas, notou-se uma diversidade que sugere uma abordagem multifacetada na condução do ensino da Matemática na EJA, que incorpora tanto elementos da matemática pura quanto da semirrealidade, visando proporcionar uma aprendizagem mais significativa e contextualizada.

Um aspecto crucial destacado na pesquisa é a importância de os currículos de Matemática para a EJA serem construídos levando em consideração o contexto social e cultural dos discentes, representando adequadamente a cultura matemática e sendo acessíveis aos estudantes. Além disso, enfatiza-se a necessidade de formalização dos conceitos matemáticos de maneira apropriada para a construção do conhecimento, utilizando atividades ricas e significativas como ponto de partida para a aprendizagem. Outro ponto relevante abordado na pesquisa é a relação entre os professores de Matemática e os documentos curriculares da EJA. Os pesquisadores ressaltam que as prescrições curriculares têm o objetivo de orientar os diversos atores do processo educacional na organização e desenvolvimento de currículos que atendam às necessidades de aprendizagem dos ouvintes. Os livros didáticos desempenham um papel fundamental nesse processo, pois traduzem as prescrições curriculares em atividades concretas para serem utilizadas em sala de aula.

Nesse sentido, a relação entre professores e materiais curriculares é vista como um problema de pesquisa relevante, que busca identificar como os profissionais se apropriam das orientações desses materiais, qual uso fazem deles e por que o fazem, além de entender o que consideram relevante ao selecionar determinado material para apoiar o desenvolvimento de suas aulas de Matemática. Nesse contexto, essa investigação proporciona conhecimentos importantes para o aprimoramento do ensino da Matemática na EJA e para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais eficazes e contextualizadas.

2.3 BNCC E A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi criada para servir como referência na elaboração dos currículos escolares, determinando as aprendizagens essenciais que todos os discentes devem desenvolver durante a educação básica, independentemente de estudarem em escolas municipais, estaduais, federais ou particulares.

Em resumo, a BNCC define os conhecimentos, competências e habilidades que os formandos da educação básica em todo o Brasil precisam adquirir ao longo de seus anos escolares. No entanto, o documento foca apenas em crianças e adolescentes, deixando de contemplar a EJA. Isso cria uma lacuna, pois as necessidades de uma criança de 8 anos são muito diferentes das de um adulto de 40 anos, por exemplo.

É evidente que as necessidades de desenvolvimento de crianças e adultos são distintas. Além disso, os caminhos percorridos pelos participantes da EJA são bem diferentes dos daqueles que estudam na idade adequada. Em geral, devido a diversos motivos, como questões socioeconômicas, esses adultos não conseguiram completar os estudos na infância e acabam retornando à educação básica quando adultos, muitas vezes por exigência do mercado de trabalho.

Muitos ouvintes da EJA trabalham durante o dia e estudam à noite, buscando melhorar seu currículo e conquistar uma renda melhor. Com essa rotina diferente, é necessário adotar práticas curriculares que motivem esses estudantes, melhorando o aproveitamento e combatendo a evasão escolar.

Para que os discentes da EJA se sintam motivados e se vejam como protagonistas em seu meio social, é essencial que os currículos da EJA sejam adequados à sua realidade, algo que a BNCC não contempla. Em suma, a BNCC "esqueceu" de incluir diretrizes voltadas para esses adultos e suas realidades.

Enquanto a BNCC não estabelece um programa específico para a EJA, entende-se que deve ser seguido o mesmo currículo destinado às crianças e adolescentes. Isso gerou debate desde a criação da primeira versão da BNCC, pois o que ela propõe é inadequado para o público da EJA.

> Está muito claro a objetividade do silenciamento da EJA na BNCC, cuja modalidade não foi contemplada com o mesmo respeito e seriedade, assim como a educação infantil, anos iniciais e finais do ensino fundamental e ensino médio, negligenciando para os sujeitos da EJA a oportunidade de um diálogo coerente com sua história pessoal, desejos e dificuldades no acesso à escola e sobretudo com o sentido e significado da diversidade para este segmento. No texto da BNCC, a EJA não apresenta nenhuma diretriz de trabalho para a modalidade, o que representa silenciamento e risco da negação de direito a educação para todos, corroborando assim, no desaparecimento desta modalidade de educação e consequentemente engrossando os dados do analfabetismo no Brasil (POLIGES, 2021, p. 215).

A diversidade de pessoas que se matriculam na EJA é imensa, e seria necessário considerar as experiências e conhecimentos que esses indivíduos já possuem, em vez de tratá-los da mesma forma que se ensina crianças. Além disso, é preciso determinar quais conteúdos são realmente relevantes para um adulto que voltou a estudar, visando ampliar suas perspectivas pessoais e profissionais. A BNCC não aborda isso, nem considera os diferentes perfis para definir o percurso curricular.

Também é importante considerar que os estudantes da EJA, muitas vezes, já passaram por situações de exclusão e a escola precisa ajudá-los a se fortalecer para alcançar novos projetos pessoais. Isso deveria ser mencionado na BNCC, caso a EJA fosse incluída. No entanto, não é.

Acredita-se que essa falta de direcionamento na BNCC prejudica os avanços da EJA e a criação de um currículo adequado à diversidade de indivíduos que buscam essa modalidade de ensino. Entre os estudantes da EJA estão populações ribeirinhas, trabalhadores rurais e urbanos, jovens que foram expulsos do sistema regular, infratores, mães que deixaram os estudos para cuidar dos filhos, idosos, entre outros. Para atender a esse público variado, seria necessário focar em mudanças na BNCC, abandonando conteúdos convencionais e focando no que realmente pode colaborar para o progresso dessas pessoas.

> Tendo em vista que a EJA há uma miscigenação cultural, o currículo terá que articular saberes dos diferentes sujeitos, zelando pela ideia de muitas realidades que precisam ser conhecidas em sala de aula com o cuidado de não reforçar as desigualdades presente na sociedade (MORAES; CUNHA; VOIGT, 2019, p.9).

3 ORIGENS DA GEOMETRIA

Não se tem certeza das origens da geometria. Porém, ao que tudo indica é estar ligada às necessidades cotidianas do ser humano. A geometria surgiu para atender demandas como a divisão de terras, a construção de edificações e a observação dos movimentos dos astros, entre outras atividades que sempre dependeram de seu desenvolvimento.

> Apesar do historiador grego Heródoto escrever que a geometria nasceu no antigo Egito, os registros mais antigos de atividades humanas no campo da geometria de que dispomos remontam à época dos babilônios há talvez cerca de cinco mil anos e foram aparentemente motivadas por problemas práticos de agrimensura. (GORODSKI, 2002).

Os registros mais antigos de geometria foram encontrados em civilizações como a hindu e a chinesa. Os trabalhos chineses mais antigos relacionados à geometria datam dos séculos III a I a.C., embora alguns estudiosos sugiram que eles sejam compilações de estudos ainda mais antigos. O desenvolvimento da geometria parece ter sido motivado por necessidades práticas, como delimitação de terrenos, construção de abrigos e traçados, navegação e orientação espacial, atividades em que a medição desempenhava um papel essencial (Lorenzato, 2008).

As primeiras unidades de medida tinham como referência o corpo humano, como o palmo, o pé, o cúbito e a braça. Entretanto, a construção de templos na Mesopotâmia e no Egito, por volta de 3500 a.C., impulsionou a criação de sistemas de medida mais uniformes e precisos. Medidas corporais padronizadas, geralmente baseadas no corpo do rei, foram usadas para criar réguas de madeira e metal, bem como cordas com nós, que representaram as primeiras ferramentas oficiais de medição. Documentos das antigas civilizações egípcia e babilônica mostram um bom conhecimento de geometria, geralmente ligado à astrologia. Na Grécia, no entanto, grandes matemáticos deram à geometria sua forma definitiva.

Por volta de 500 a.C., a fundação das primeiras academias na Grécia marcou um período de grande avanço geométrico. Matemáticos como Tales e Pitágoras integraram conhecimentos vindos do Egito, da Babilônia, da Índia e dos etruscos, ampliando e aplicando-os em diversas áreas, como a matemática, a navegação e a religião. Nesse período, uma curiosidade crescente sobre geometria fomentou a produção de livros e o aperfeiçoamento de instrumentos como o compasso, que substituíram métodos rudimentares, como o uso de cordas e estacas para traçar círculos. O rápido progresso no campo permitiu o desenvolvimento de novas construções geométricas, facilitando o cálculo de áreas e perímetros. A escola pitagórica, inclusive, foi pioneira ao propor que a Terra tinha forma esférica, desafiando a visão tradicional de que era plana.

Tales, junto com a escola pitagórica grega, fez contribuições importantes para estabelecer o método dedutivo-formal em matemática, que foi finalmente concretizado com a obra "Os Elementos" de Euclides, provavelmente um dos tratados mais importantes da história ocidental. Os treze volumes de "Os Elementos" não apenas incluíram toda a matemática da época, mas também forneceram um modelo para o desenvolvimento rigoroso das ideias matemáticas que é utilizado até hoje: definições e axiomas são apresentados, e então proposições são provadas a partir dessas premissas e de outras proposições através de dedução lógica (Gorodski, 2002).

3.1 O ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL

Em 1998, em conformidade com a Lei Nº 9.394/96, foram estabelecidos os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, que permanecem vigentes até hoje. Esses parâmetros recomendam que a geometria euclidiana seja ensinada através de uma abordagem que privilegie a exploração visual e tátil, utilizando atividades experimentais.

> [...] As habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (Brasil, 1998, p. 44)

Desde 1998, o governo federal brasileiro vem implementando diferentes avaliações de abrangência nacional. A primeira iniciativa foi o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), criado com o objetivo de avaliar o desempenho dos estudantes ao nível da educação básica, além de contribuir para a melhoria da qualidade desse nível de ensino. Mantendo sua relevância, o Enem passou, a partir de 2009, a ser utilizado também como classificações de seleção para ingresso no ensino superior, especialmente em Instituições Federais.

Em um contexto semelhante, em 2005 foi instituído o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Esse sistema é composto por três instrumentos principais: a Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB), a Avaliação Nacional de Rendimento Escolar (ANRESC) e a Avaliação Nacional Alfabetização (ANA).

A ANEB utiliza amostras das redes de ensino de todos os estados brasileiros para analisar a gestão dos sistemas educacionais, fornecendo uma visão abrangente do sistema educacional do país. Já a ANRESC, de caráter censitário, foca no Ensino Fundamental, avaliando a qualidade do ensino nas escolas públicas. Por sua vez, a ANA tem como objetivo principal medir os níveis de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa, bem como as competências em alfabetização Matemática, além de analisar as condições de oferta do Ciclo de Alfabetização nas redes públicas.

Apesar dessas iniciativas, os resultados obtidos em estimativas de geometria mostram que, mesmo com os esforços governamentais explícitos, como a inclusão de conteúdos geométricos nos currículos nacionais e estaduais, os objetivos pretendidos não foram cumpridos. Silva (2024) em sua dissertação de mestrado, aponta os dados do SAEB 2023 que evidenciam dificuldades persistentes no ensino da disciplina e no alcance de resultados positivos:

> O resultado do SAEB, segundo Brasil (2023), que classifica os estudantes conforme sua proficiência em matemática dentre os níveis de zero a nove, no qual zero indica que os estudantes ainda não demonstram habilidades muito elementares que deveriam apresentar nessa etapa escolar e nove a maior proficiência, o resultado para 2021 em matemática para o 9º ano do ensino fundamental II, foi uma maior concentração de estudantes com proficiência de nível 3 (18,2%) e nível 4 (17,5%), seguidos do nível 2 (16,6%) e zero (14,7%). [...] Isso evidencia que a maior parte dos estudantes não apresentam domínio das habilidades mais básicas consideradas para o final do ensino fundamental. (Silva, 2024, p. 20).

Gazire (2000) identifica vários fatores que dificultam a reintrodução da geometria no ensino. Ele argumenta que os professores

I. são vítimas de um ciclo vicioso, pois não aprenderam geometria e, portanto, não a ensinam;
II. têm dificuldades em abandonar os métodos tradicionais de aula expositiva;
III. geralmente associam a geometria apenas a tópicos que envolvem álgebra e cálculos;
IV. desconhecem outras abordagens de ensino da geometria além das algébricas e aritméticas;
V. possuem opiniões sobre a geometria baseadas em frases ouvidas sobre seus benefícios, mas nunca experimentaram esses benefícios na prática, tornando seu discurso vazio;
VI. seguem livros didáticos inadequados que abordam a geometria apenas nas seções finais, reservando pouco tempo para seu ensino;
VII. não têm acesso a uma bibliografia adequada sobre geometria, o que os faz depender exclusivamente do livro didático;
VIII. utilizam de forma inadequada materiais concretos, limitando-se a mostrá-los aos estudantes;
IX. temem que mudanças no ensino de geometria sejam mal-recebidas pelos pais, que associam a matemática apenas ao trabalho com números, uma ideia reforçada por concursos e vestibulares;
X. sentem falta de apoio de lideranças ou autoridades para explorar novas

abordagens no ensino da geometria e encorajá-los nesse processo.

A Lei nº 13.415/2017, conhecida como Lei do Novo Ensino Médio, apresenta alterações tecnológicas específicas à Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), promovendo mudanças na organização curricular do ensino médio. Entre as principais alterações está o aumento da carga horária mínima anual para 1.000 horas e a flexibilização do currículo, permitindo aos estudantes a escolha de Itinerários Formativos alinhados às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Essas mudanças visam garantir uma educação de qualidade para todos os jovens brasileiros.

A BNCC, que atualmente serve como referência central para a educação no Brasil, destaca, em suas unidades temáticas para os anos iniciais que o ensino de matemática deve integrar diversos campos — Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade —, garantindo que os estudantes consigam relacionar observações empíricas do mundo ao seu redor com representações como tabelas, figuras e esquemas. Além disso, é fundamental que associe essas representações a atividades matemáticas, conceitos e propriedades, desenvolvendo uma habilidade de formular induções e conjecturas. Espera-se que os estudantes sejam capazes de identificar situações em que a matemática possa ser aplicada na resolução de problemas, utilizando conceitos, procedimentos e resultados para chegar a soluções, interpretando-as de acordo com os contextos apresentados. A dedução de propriedades e a validação de conjecturas a partir de outras ideias também podem ser incentivadas, especialmente nos anos finais do Ensino Fundamental.

Além disso, a BNCC relata que a geometria abrange o estudo de uma ampla gama de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diversas áreas do conhecimento. Nesta unidade temática, o estudo da posição e dos deslocamentos no espaço, bem como das formas e das relações entre elementos de figuras planas e espaciais, pode desenvolver o pensamento geométrico dos discentes. Esse tipo de pensamento é essencial para investigar propriedades, formular conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes.

Também é importante considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria, como as transformações geométricas, especialmente as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática incluem, principalmente, construção, representação e interdependência.

Os quadros abaixo mostram os objetos de conhecimento e as habilidades, em geometria, que os estudantes dos anos finais do ensino fundamental devem obter:

Quadro 1. Habilidades da BNCC que envolvem geometria no 6º ano.

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.	(EF06MA15) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).	(EF06MA16) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	(EF06MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. (EF06MA18) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. (EF06MA19) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas.	(EF06MA20) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares.	(EF06MA21) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

Quadro 2. Habilidades da BNCC que envolvem geometria no 7º ano.

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem.	(EF07MA15) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. (EF07MA16) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
Simetrias de translação, rotação e reflexão.	(EF07MA17) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
A circunferência como lugar geométrico.	(EF07MA18) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal.	(EF07MA19) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.
Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.	(EF07MA20) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. (EF07MA21) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas
Ângulos internos e externos de polígonos regulares.	(EF07MA22) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos,

	preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos, à confecção de ferramentas e peças mecânicas, entre outras.

Quadro 3. Habilidades da BNCC que envolvem geometria no 8º ano.

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.	(EF08MA12) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.	(EF08MA13) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas.	(EF08MA14) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.	(EF08MA15) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.

Quadro 4. Habilidades da BNCC que envolvem geometria no 9º ano.

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal.	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo.	(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.

Semelhança de triângulos.	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
Relações métricas no triângulo retângulo; Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração; Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
Distância entre pontos no plano cartesiano.	(EF09MA15) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
Vistas ortogonais de figuras espaciais	(EF09MA16) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

No Ensino Médio, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) organiza o currículo em quatro áreas do conhecimento, conforme previsto na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB).

De acordo com o Parecer CNE/CP nº 11/2009, essa organização não elimina necessariamente as disciplinas com seus saberes específicos e historicamente construídos. Pelo contrário, busca fortalecer as relações entre elas e promover sua contextualização, de modo a possibilitar a compreensão e a intervenção na realidade. Para isso, torna-se essencial um trabalho colaborativo e integrado entre os professores, tanto no planejamento quanto na execução dos planos de ensino.

O quadro abaixo mostra as habilidades, em geometria, que os formandos do ensino médio devem possuir após sua conclusão.

Quadro 5. Habilidades da BNCC que envolvem geometria no ensino médio.

HABILIDADES
(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais, como o remanejamento e a distribuição de plantações, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT308) Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos nos quais se aplicam as relações métricas ou as noções de congruência e semelhança.
(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.
(EM13MAT407) Interpretar e construir vistas ortogonais de uma figura espacial para representar formas tridimensionais por meio de figuras planas.
(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.
(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamentos do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados, generalizando padrões observados.
(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia, como a cilíndrica e a cônica.
(EM13MAT512) Investigar propriedades de figuras geométricas, questionando suas conjecturas por meio da busca de contraexemplos, para refutá-las ou reconhecer a necessidade de sua demonstração para validação, como os teoremas relativos aos quadriláteros e triângulos.

4. GEOMETRIA EUCLIDIANA

Para abordar o tema da nossa dissertação envolvendo a “Condição de Existência de Triângulos”, apresentaremos os “Elementos” necessários para podermos falar sobre estes objetos da Geometria: Triângulos. Voltando no tempo, com mais precisão por volta de 300 aC, Euclides, um dos matemáticos mais influentes da história, compilou e especificou seu conhecimento em uma obra notável intitulada "Os Elementos", composta por 13 livros que abrangem uma vasta gama de tópicos, desde a geometria plana até a teoria dos números.

Os primeiros quatro livros de "Os Elementos" concentram-se na geometria plana, um campo amplamente explorado na época. Esses volumes, que hoje podem ser vistos como capítulos, apresentam teoremas e construções geométricas que foram usadas para resolver problemas práticos e teóricos. Já os livros posteriores ampliam o escopo da obra, tratando de descritos como a teoria dos números e a análise de relações degradadas mais abstratas, incluindo os números incomensuráveis, que desafiaram os matemáticos antigos devido à sua natureza irracional. Além disso, os últimos volumes abordam a geometria tridimensional, destacando questões ligadas ao espaço e às formas sólidas, o que foi um marco no desenvolvimento da matemática como ciência sistemática.

No primeiro livro, Euclides apresenta os fundamentos da geometria plana, atualmente chamada de Geometria Euclidiana Plana em sua homenagem. Ele inicia o trabalho apresentando 23 definições que estabelecem os conceitos básicos da disciplina. Entre essas definições, encontramos noções fundamentais como ponto, reta, círculo, triângulo e retas paralelas, que servem como alicerces para o desenvolvimento de seus teoremas. Essas definições não apenas organizaram o conhecimento da época, mas também estabeleceram um vocabulário padronizado que permitiu a comunicação clara e precisa entre estudiosos.

Após apresentar as definições, Euclides estabelece cinco noções comuns, que funcionam como axiomas — princípios evidentes por si mesmos e aceitos sem necessidade de demonstração.

1. Coisas iguais a uma mesma coisa também são iguais;
2. Se iguais são iguais a iguais, os totais obtidos são iguais;
3. Se iguais são subtraídos de iguais, os totais obtidos são iguais;
4. Coisas que coincidem uma com a outra são iguais;
5. O todo é maior do que qualquer uma de suas partes.

Essas noções comuns são fundamentais no método dedutivo que Euclides desenvolveu. Elas servem como ponto de partida para a construção lógica de proposições lineares. Em "Os Elementos", cada teorema é cuidadosamente demonstrado a partir dessas noções e das definições previamente estabelecidas.

Esse rigor lógico não só garantiu a consistência interna da obra, mas também inspirou gerações de matemáticos a adotarem métodos semelhantes em suas próprias pesquisas. A clareza e a precisão dessas noções ajudaram a estabelecer um padrão de rigor matemático que continua a influenciar a matemática até hoje.

A contribuição de Euclides vai muito além da simples organização de conhecimentos matemáticos existentes. Ele sistematizou ideias que até então eram tratadas de forma isolada, conectando-as por meio de um raciocínio lógico estruturado. Seu trabalho não apenas influenciou o desenvolvimento da matemática na Grécia Antiga, mas também moldou o ensino e a prática matemática no mundo ocidental por séculos. O impacto de "Os Elementos" pode ser apresentado até hoje, com sua metodologia dedutiva sendo amplamente utilizada na formulação e demonstração de teoremas em diferentes áreas da matemática.

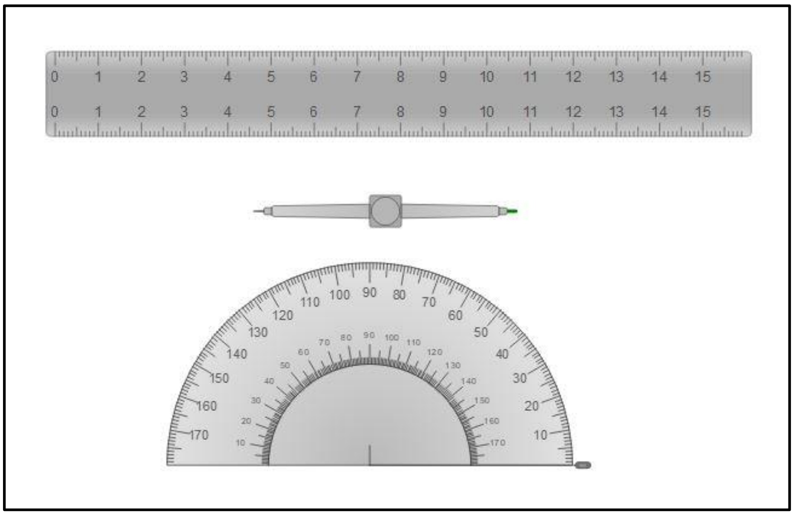
Sob um ângulo maior, talvez até pleno, Euclides e sua obra "Os Elementos" representam um marco na história do conhecimento humano. Seu legado vai além do conteúdo matemático que ele compilou, abrangendo também a forma como a matemática é ensinada, detalhada e aplicada. A estrutura lógica e o rigor dedutivo estabelecido por Euclides permaneceram como referência fundamental no estudo da matemática, consolidando sua posição como um dos maiores pensadores de todos os tempos.

O que Euclides faz é construir axiomaticamente a geometria plana, através do método axiomático, como define SANTOS (2011):

> Se eu desejo convencê-lo que uma afirmação A1 é verdadeira, eu posso mostrar como esta afirmação segue logicamente de alguma outra afirmação A2, a qual você acredita ser verdadeira. No entanto, se você não acredita em A2, eu terei que repetir o processo utilizando uma outra afirmação A3. Eu devo repetir este processo várias vezes até atingir alguma afirmação que você acredite ser verdadeira, um que eu não precise justificar. Esta afirmação tem o papel de um axioma (ou postulado). Caso essa afirmação não exista, o processo não terá fim, resultando numa sequência sucessiva de demonstrações (SANTOS, 2011, p.15).

O desenho geométrico desempenha um papel crucial no ensino da geometria, pois é através dele que os conceitos abstratos da geometria são visualizados de maneira concreta. Ele permite que o estudante, ou o profissional da área, compreenda de forma prática e intuitiva as propriedades e relações geométricas. Por esse motivo, a utilização de régua, compasso e transferidor (Figura 1) é fundamental para garantir que as construções geométricas sejam feitas com precisão, respeitando as propriedades dos objetos geométricos.

Figura 1. Régua, compasso e transferidor



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

4.1 CONCEITOS PRIMITIVOS

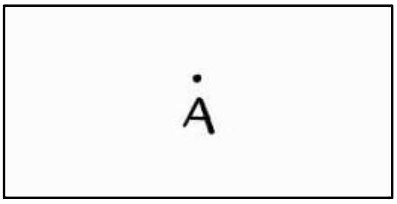
Os elementos primitivos da geometria são conceitos fundamentais que não possuem definição formal, mas são intuitivamente compreendidos e utilizados como base para todas as construções geométricas. Esses elementos são essenciais para a construção e compreensão de figuras geométricas mais complexas.

A seguir, tentarei deixar mais claro e com figuras, o que seria esses conceitos primitivos:

- **PONTO**

O ponto é o mais simples e básico dos elementos geométricos. Podemos caracterizá-lo como um elemento sem dimensões — sem comprimento, largura ou altura — e que representa apenas uma posição ou localização específica no espaço. Graficamente, o ponto é frequentemente representado por uma pequena marca ou um símbolo, como um ponto no papel, mas sua natureza abstrata vai além dessa representação visual, pois quanto menor a marcação que eu fizer, sempre existirá uma marcação menor ainda e possível. Na prática, ele é usado para identificar locais, delimitar figuras geométricas, desenhos técnicos, computação gráfica, astronomia, arte e design, entre outros. Utilizamos uma letra maiúscula, de forma e do nosso alfabeto para representar um ponto (Figura 2).

Figura 2. Ponto

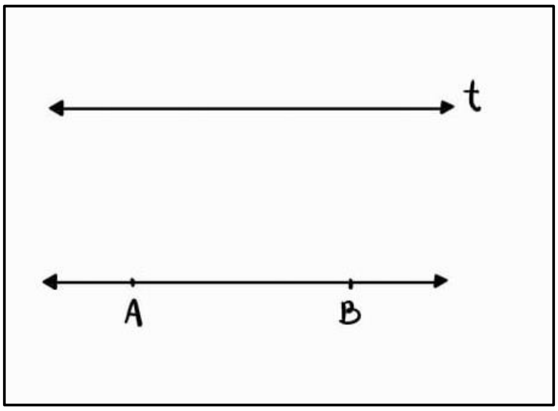


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

- **RETA**

A reta (Figura 3) podemos compreendê-la como uma sequência infinita de pontos lineares. Ela possui apenas uma dimensão, o comprimento, e não tem largura ou espessura. Diferentemente de segmentos ou linhas delimitadas, uma reta se estende infinitamente em ambas as direções, não possuindo início nem fim, ou seja, ilimitada em ambos os sentidos. Na geometria, duas retas podem ser paralelas, coincidentes ou concorrentes, dependendo de como interagem entre si. Em uma abordagem recente, trate-se o nome paralelas como paralelas distintas e a nomenclatura coincidente como paralelas coincidentes. Representa-se uma reta por uma letra minúscula do nosso alfabeto ou por dois de seus pontos.

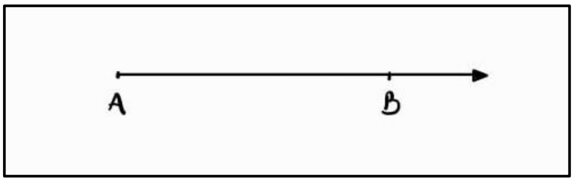
Figura 3. Reta



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

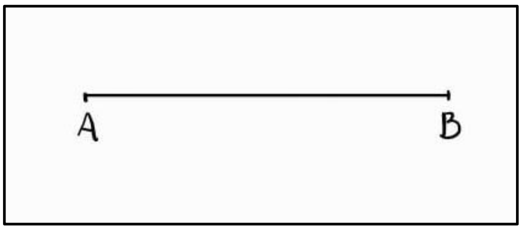
Podemos analisar os subconjuntos de uma reta: semirreta e segmento de reta. Semirreta é ilimitada apenas em um de seus sentidos (Figura 4), ou seja, possui origem (começo), mas não tem fim. Segmento de reta (Figura 5) é uma parte limitada da reta, ou seja, possui começo e fim.

Figura 4. Semirreta



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Figura 5. Segmento de reta

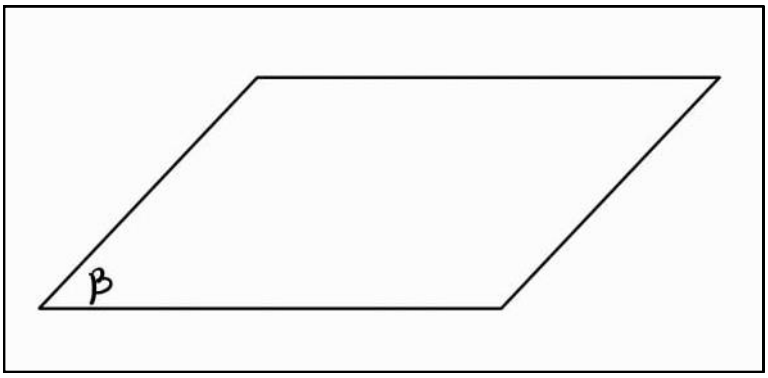


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

- **PLANO**

O plano pode ser entendido como uma superfície bidimensional infinita, sem espessura ou bordas. Ele pode ser descrito como um conjunto infinito de pontos e retas que se estendem em todas as direções dentro de um espaço bidimensional. No estudo geométrico, o plano é essencial para representar superfícies planas e para estabelecer relações entre figuras geométricas, como polígonos e sólidos. Utilizamos uma letra do alfabeto grego para representar um plano (Figura 6).

Figura 6. Plano



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Esses três elementos primitivos não são apenas conceitos isolados, mas se relacionam por meio de axiomas e postulados que formam a estrutura lógica da geometria. Por exemplo, dois pontos diferentes determinam uma única reta; uma reta pode estar contida em um plano; e três pontos não colineares definem um plano único. Essas relações são a base para a criação de conceitos mais complexos, como ângulos, triângulos e sólidos geométricos.

Além disso, os elementos primitivos têm sido essenciais na evolução das diversas ramificações da geometria. Na geometria analítica, por exemplo, os pontos, retas e planos são representados por coordenadas e equações matemáticas, ampliando suas aplicações para a física, engenharia e outras ciências. Já nas geometrias não euclidianas, os conceitos de reta e plano foram adaptados para descrever superfícies, curvas e espaços de dimensões superiores.

Portanto, o estudo dos elementos primitivos reflete a natureza abstrata e universal da geometria, demonstrando sua capacidade de descrever e explorar as formas, estruturas e relações que são relevantes para o mundo ao nosso redor. Seja em um nível fundamentado teórico ou aplicado, ponto, reta e plano começam a ser os pilares de todo o conhecimento geométrico.

4.2 AXIOMAS DE INCIDÊNCIA, ORDEM E MEDIÇÃO DE SEGMENTOS

Um axioma é uma proposição ou declaração que é aceita como verdadeira sem necessidade de prova. Os axiomas de incidência são um conjunto de princípios fundamentais da geometria que estabelecem relações entre os elementos primitivos. Esses axiomas definem a maneira como os elementos geométricos se relacionam uns com os outros em termos de "incidência", ou seja, quais pontos pertencem a quais retas e quais retas pertencem a quais planos. Assim, refere-se ao relacionamento entre os objetos geométricos em um espaço.

Os axiomas de ordem tratam da disposição dos pontos em uma linha e ajudam a definir conceitos como "entre" e "sequência". Por outro lado, os axiomas de medição de segmentos fornecem a base para medir distâncias e definir a congruência de segmentos. Esses axiomas são essenciais para a construção de um sistema lógico e formal da geometria, pois permitem deduzir e provar teoremas sobre as figuras geométricas e suas propriedades, e servem de base para a definição de outras propriedades mais complexas. Os axiomas de incidência (I), ordem (II) e medição de segmentos (III) são:

Axioma I_1. Qualquer que seja a reta, existem pontos que pertencem e pontos que não pertencem à reta.

Axioma I_2. Dados dois pontos distintos, existe uma única reta que os contém.

Axioma II_1. Dados três pontos distintos de uma reta, só um deles localiza-se entre outros dois.

Axioma II_2. Dados dois pontos distintos A e B, sempre existem: um ponto C entre A e B e um ponto D, tal que B está entre A e D.

Axioma II_3. Uma reta determina exatamente dois semiplanos distintos cuja intersecção é a própria reta.

Axioma III_1. A todo par de pontos do plano corresponde um número maior ou igual a zero. Este número é zero se, e só se, os pontos são coincidentes.

Axioma III_2. Os pontos de uma reta podem ser sempre colocados em correspondência biunívoca com os números reais, de modo que a diferença entre estes números meça a distância entre os pontos correspondentes.

Axioma III_3. Se o ponto C encontra-se entre A e B, então, $\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$.

5. LUGAR GEOMÉTRICO, CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS E RELAÇÕES COM O CONSTRUTIVISMO

O conceito de lugar geométrico é uma ferramenta essencial na geometria que permite a formalização e visualização de problemas geométricos. Ao associar uma condição específica a um conjunto de pontos, o lugar geométrico fornece uma maneira poderosa de explorar e compreender a estrutura do espaço e das figuras geométricas. O uso de lugares geométricos transcende a simples teoria matemática, com aplicações práticas em diversas áreas, como física, engenharia e computação, mostrando a universalidade e a importância desse conceito no mundo real. Além disso, para construir uma figura precisamos satisfazer definições e características estabelecidas por um lugar geométrico.

As figuras obtidas a partir dos lugares geométricos assumem um papel de extrema relevância e se tornam ferramentas indispensáveis na resolução de problemas relacionados a construções geométricas. Essas figuras permitem que conceitos abstratos e propriedades específicas sejam representados de maneira mais concreta, auxiliando tanto na visualização quanto na compreensão dos problemas. Por meio desse processo, é possível transformar um conjunto de informações descritas em linguagem verbal, seja ela escrita ou simbólica, em uma linguagem gráfica, que se manifesta na forma de desenhos geométricos. Essa transposição para o formato visual facilita significativamente a interpretação, pois a dimensão gráfica fornece maior clareza e acessibilidade ao conteúdo, permitindo que os conceitos sejam analisados e trabalhados de maneira mais intuitiva.

Além disso, o uso da régua e do compasso é fundamental para garantir que as construções geométricas sejam feitas com precisão, respeitando as propriedades dos objetos geométricos.

O desenho geométrico com régua e compasso está associado a um processo construtivo de figuras, que é baseado em alguns princípios fundamentais:

1. Construção de segmentos e retas: A régua é utilizada para traçar linhas retas, seja para conectar dois pontos ou para estender uma reta.
2. Construção de círculos e arcos: O compasso é usado para desenhar círculos com centros em pontos específicos e raios definidos, ou para traçar arcos de circunferência, que são elementos essenciais na construção de muitas figuras geométricas.
3. Propriedades geométricas: A construção com régua e compasso permite que se explorem as geometrias geométricas de figuras como triângulos, quadriláteros, polígonos regulares, círculos e outras formas, respeitando as condições de congruência, simetria e proporcionalidade.

Aliado às construções geométricas, posso citar dois grandes autores que contribuíram significativamente para a teoria construtivista: Piaget e Vygotsky.

Jean Piaget é amplamente reconhecido por sua teoria do desenvolvimento cognitivo, que postula que as crianças constroem conhecimento ativamente através de suas interações com o ambiente. Ele identificou quatro estágios de desenvolvimento cognitivo, sendo o estágio das operações concretas (7-11 anos) particularmente relevante para a construção de triângulos. Durante esse estágio, as crianças começam a pensar logicamente sobre objetos concretos e a compreender conceitos básicos de geometria, como a construção de triângulos.

- **Assimilação e Acomodação**: Piaget sugeriu que as crianças assimilam novas informações e as acomodam em seus esquemas existentes. Assim, ao construir triângulos, elas podem assimilar conceitos como lados e ângulos, integrando essas informações em seu entendimento prévio de formas geométricas.
- **Aprendizagem Ativa**: Piaget enfatizou a importância da aprendizagem ativa. Dessa forma, permitindo que as crianças manipulem materiais e construam triângulos fisicamente, elas podem explorar e descobrir propriedades geométricas por si mesmas.

Lev Vygotsky, por outro lado, destacou a importância da interação social e da mediação no desenvolvimento cognitivo. Sua teoria sociocultural sugere que o aprendizado ocorre através da interação com outras pessoas e com o ambiente cultural.

- **Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)**: Vygotsky introduziu o conceito de ZDP, que é a diferença entre o que uma criança pode fazer sozinha e o que pode fazer com ajuda. Na construção de triângulos, um professor ou colega mais experiente pode guiar a criança, ajudando-a a entender conceitos mais complexos, como a soma dos ângulos internos de um triângulo.
- **Mediação e Ferramentas Culturais**: Vygotsky acreditava que ferramentas culturais, como a linguagem e os símbolos matemáticos, são essenciais para o desenvolvimento cognitivo. Ao utilizar termos geométricos e diagramas, os discentes podem internalizar esses conceitos e aplicá-los na construção de triângulos.

A EJA apresenta características e demandas muito particulares, considerando que lida com um público diversificado, composto por indivíduos com diferentes histórias de vida, trajetórias educacionais interrompidas e contextos socioculturais diversos. Nesse cenário, as teorias construtivistas de Piaget e Vygotsky oferecem um suporte teórico essencial para o desenvolvimento de práticas pedagógicas capazes de atender às necessidades específicas desse grupo.

Jean Piaget, em seus estudos, enfatiza que a aprendizagem ocorre através de dois processos centrais: a assimilação e a acomodação. A assimilação refere-se à incorporação de novas informações aos esquemas mentais já existentes, enquanto a acomodação implica na reorganização desses esquemas diante de informações novas que não se encaixam nos padrões prévios de compreensão. No contexto da EJA, esse princípio pode ser aplicado ao considerar que os educandos chegam à sala de aula com uma rica bagagem de experiências práticas e conhecimentos prévios, adquiridos em seu cotidiano. A função do educador, nesse sentido, é proporcionar atividades que estimulem a reflexão e o confronto desses saberes com novos conceitos, possibilitando que o formando construa o conhecimento a partir de sua realidade e de suas experiências.

Por outro lado, a teoria de Vygotsky complementa essa visão ao destacar que o aprendizado não ocorre de forma isolada, mas é profundamente influenciado pelas interações sociais e pelo ambiente cultural em que o indivíduo está inserido. A sua concepção da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) reforça a importância da mediação no processo de aprendizagem. De acordo com essa perspectiva, há conhecimentos que o estudante consegue adquirir sozinho, mas existem outros que ele só alcançará com o suporte de um mediador, seja ele o professor, um colega mais experiente ou mesmo materiais didáticos bem estruturados. No caso da EJA, em que muitos educandos enfrentam dificuldades decorrentes de longos períodos de afastamento da escola, o papel do mediador torna-se ainda mais crucial, pois ele não apenas facilita o acesso ao conteúdo, mas também ajuda a superar inseguranças e dificuldades quanto ao ensino aprendizagem.

Diante desse panorama, ao aplicar essas teorias na prática, a EJA pode se tornar um espaço não apenas de aquisição de saberes escolares, mas também de fortalecimento da autoestima, do senso de pertencimento e da autonomia dos discentes. Afinal, o objetivo final não é apenas ensinar conteúdos, mas possibilitar que os indivíduos desenvolvam competências e habilidades que os ajudem a se reinserir plenamente na sociedade, ampliar suas perspectivas profissionais e, acima de tudo, exercer com plenitude sua cidadania. Dessa forma, a EJA transcende o papel de uma modalidade de ensino compensatório, consolidando-se como uma ferramenta essencial para promover a igualdade social e oferecer aos seus participantes oportunidades reais de transformação de suas trajetórias.

A seguir, apresentarei alguns lugares geométricos com suas respectivas definições e construções.

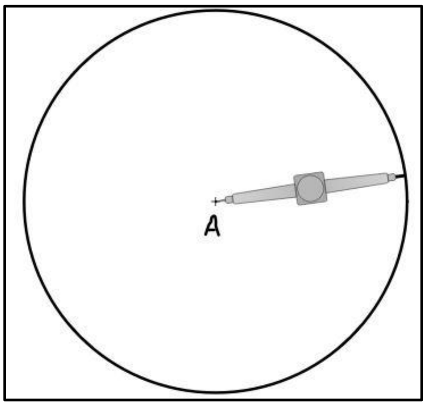
5.1 CIRCUNFERÊNCIA, CÍRCULO E ARCO

A circunferência é o conjunto de todos os pontos de um plano que estão a uma distância fixa, maior que zero, de um ponto, chamado de centro. Essa distância fixa é conhecida como raio.

Para definirmos uma circunferência, tome um ponto A do plano e r um número real positivo. Circunferência é o lugar geométrico dos pontos que estão r distantes de A. Esse ponto A será chamado de centro e a medida r de raio (vide figura 7).

Para construir essa figura, basta marcar um ponto A no plano, abrir o compasso com uma medida r qualquer, sendo $\mathrm{r} > 0$, fixar a ponto seca em A e com a ponta que possui o marcador, girar o compasso.

Figura 7. Circunferência

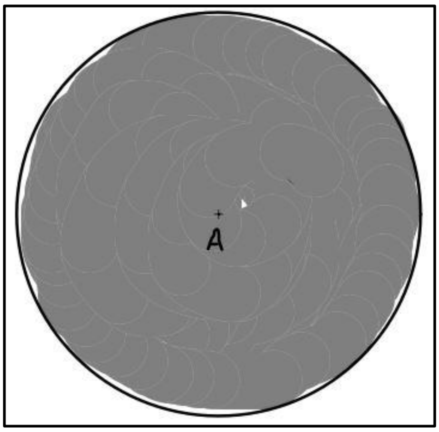


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

O círculo é a região do plano delimitada por uma circunferência. Ele inclui todos os pontos que estão dentro da circunferência, além dos pontos que formam a própria circunferência. Portanto, o círculo é composto pela circunferência e pela área interna a ela (vide figura 8).

Para definirmos um círculo, tome um ponto A do plano e r um número real positivo. O círculo de centro A e raio r é o conjunto constituído por todos os pontos B do plano, tais que $\overline{\mathrm{AB}} \leq \mathrm{r}$.

Figura 8. Círculo

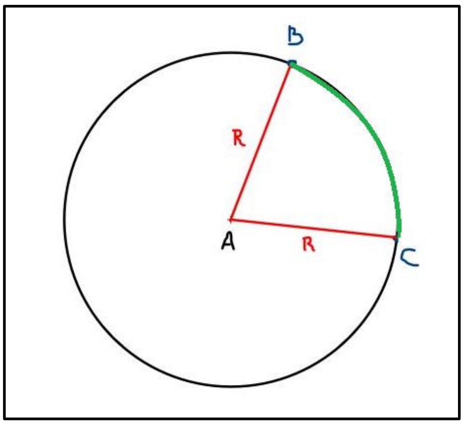


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Um arco é uma parte da circunferência compreendida entre dois pontos distintos. Esses pontos são chamados de extremidades do arco (vide figura 9).

Para definirmos um arco de circunferência, tome uma circunferência de centro A e raio r. Sejam B e C pontos da circunferência. Considerando a circunferência no sentido horário, a curva $\widehat{BC}$ é chamada de arco menor e a curva $\widehat{CB}$ de arco maior.

Figura 9. Arco



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

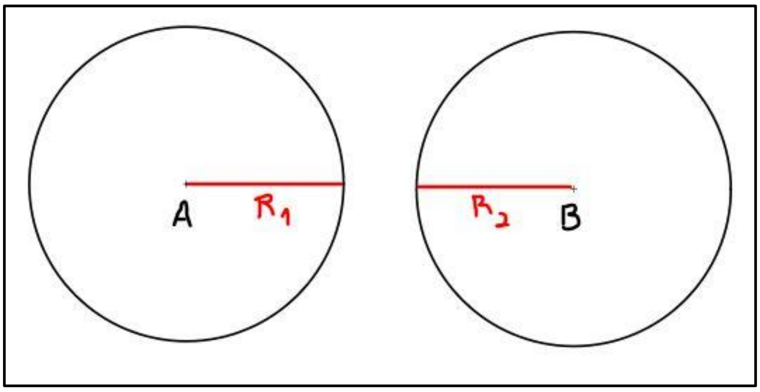
5.1.1 POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE CIRCUNFERÊNCIAS

As posições relativas entre duas circunferências podem ser classificadas de acordo com a distância entre seus centros e a soma ou diferença de seus raios. Entretando, quero trazer à tona uma comparação com a quantidade de pontos de intersecção entre duas circunferências.

I. **EXTERNAS**

Duas circunferências são externas quando não possuem pontos em comum (vide figura 10). A condição para isso é que a distância entre os centros das circunferências seja maior que a soma dos raios. Dessa forma, não haverá ponto de intersecção.

Figura 10. Circunferências Externas

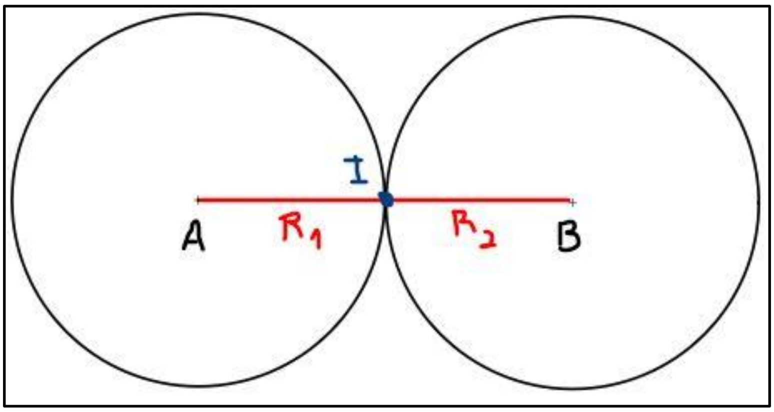


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

II. **TANGENTES EXTERNAS**

Duas circunferências são tangentes externas quando possuem exatamente um ponto em comum e estão fora uma da outra (vide figura 11). A condição é que a distância entre os centros seja igual à soma dos raios. Nesse caso, teremos apenas um ponto de intersecção entre as circunferências.

Figura 11. Circunferências Tangentes Externas

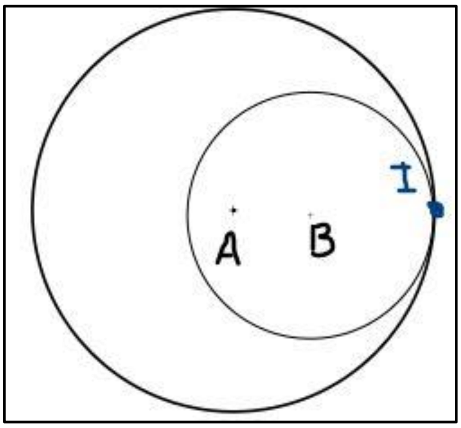


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

III. **TANGENTES INTERNAS**

Duas circunferências são tangentes internas quando possuem exatamente um ponto em comum e uma está dentro da outra (vide figura 12). A condição é que a distância entre os centros seja igual à diferença dos raios. Nesse caso, também teremos apenas um ponto de intersecção.

Figura 12. Circunferências Tangentes Internas

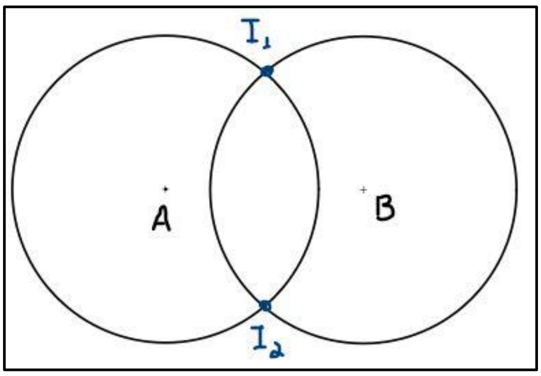


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

IV. **SECANTES**

Duas circunferências são secantes quando possuem dois pontos em comum (vide figura 13). A condição é que a distância entre os centros seja menor que a soma dos raios e maior que a diferença dos raios. Dessa forma, teremos dois pontos de intersecção entre as circunferências.

Figura 13. Circunferências Secantes

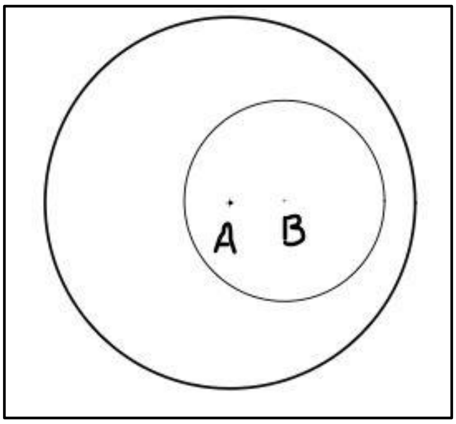


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

V. **INTERNAS**

Duas circunferências são internas quando uma está completamente dentro da outra e não possuem pontos em comum (vide figura 14). A condição é que a distância entre os centros seja menor que a diferença dos raios. Nesse caso, não teremos intersecção entre as circunferências.

Figura 14. Circunferências Internas

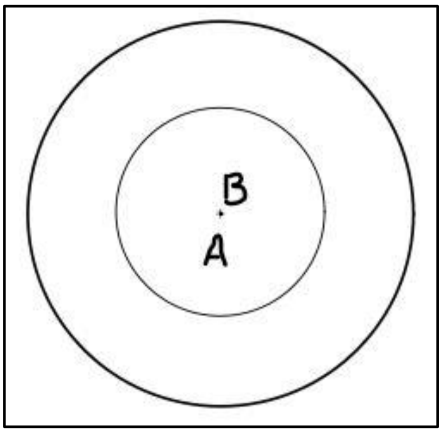


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

VI. **CONCÊNTRICAS**

Duas circunferências são concêntricas quando possuem o mesmo centro, mas raios diferentes (vide figura 15). Nesse caso, a distância entre os centros é zero e não teremos ponto de intersecção.

Figura 15. Circunferências Concêntricas

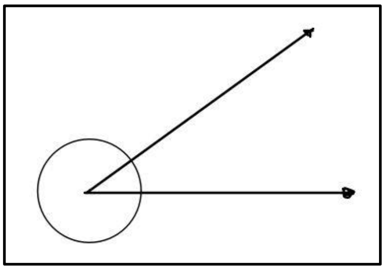


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

5.2 ÂNGULO

Ângulo é uma figura geométrica formada por duas semirretas que partem de um ponto comum chamado vértice. A abertura entre essas duas semirretas é o que define o ângulo (vide figura 16). Em termos matemáticos, um ângulo é a medida da rotação necessária para alinhar uma semirreta com a outra, partindo do vértice. Assim teremos um ângulo maior e um ângulo menor.

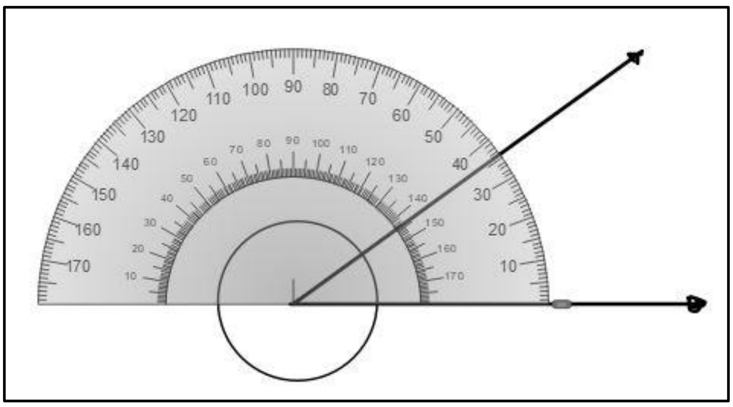
Figura 16. Ângulo



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Os ângulos podem ser medidos em graus (°) ou radianos (rad). A unidade mais comum é o grau, onde uma volta completa ao redor de um ponto central é dividida em 360º. Para medir um ângulo, utilizamos o transferidor. Devemos posicionar o centro do transferidor, que geralmente é indicado por um pequeno furo ou marca, exatamente sobre o vértice do ângulo. Em seguida, alinhar uma das semirretas do ângulo com a linha de base do transferidor, que é marcada como 0° (vide figura 17). Por fim, observe onde a outra semirreta do ângulo cruza a escala do transferidor. O número na escala indica a medida do ângulo em graus.

Figura 17. Medindo Ângulo



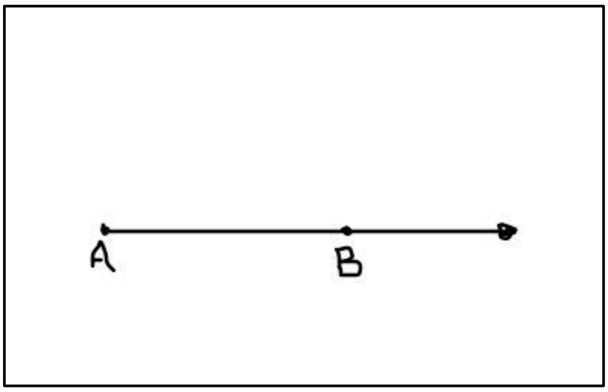
Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Note que na figura acima temos um ângulo menor de 36º e, consequentemente, um ângulo maior de 324º.

Dessa forma, como podemos construir um ângulo $0° \leq \theta \leq 360°$? Suponha que queremos construir um ângulo de 60º.

Passo 1) construa uma semirreta $\overrightarrow{AB}$.

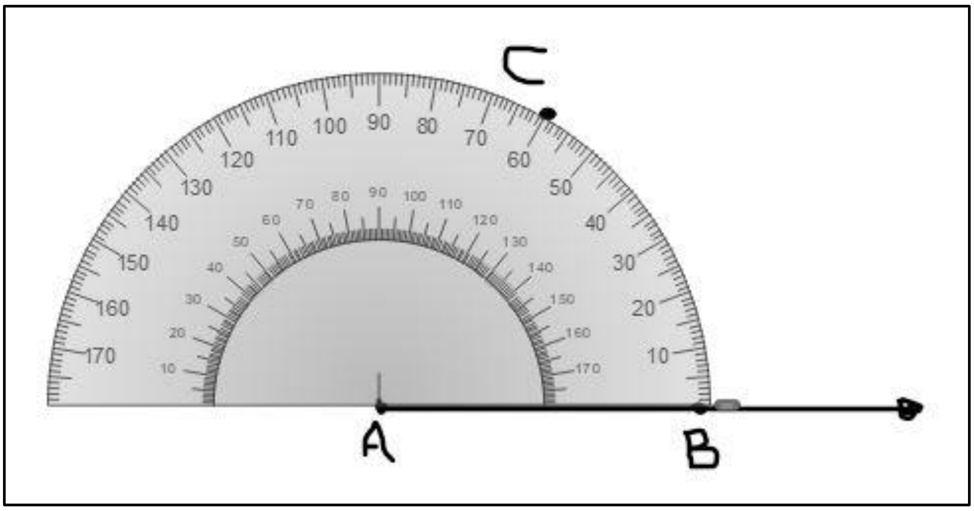
Figura 18. Semirreta $\overrightarrow{AB}$



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 2) posicione o centro do transferidor em A, procure a marcação 60º no transferidor e marque o ponto C junto a essa marcação no transferidor.

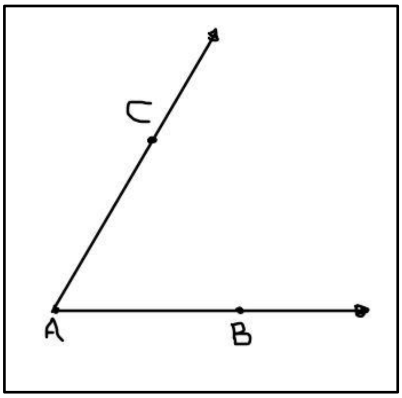
Figura 19. Semirreta $\overrightarrow{AB}$ com Transferidor



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo3) Construa a semirreta $\overrightarrow{AC}$.

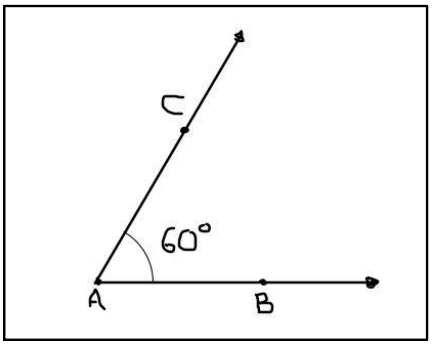
Figura 20. Semirretas de mesma origem



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Assim, o ângulo $C\hat{A}B = 60°$.

Figura 21. Ângulo de 60º



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Válido ressaltar que um ângulo pode ser classificado de acordo com a sua medida:

- **ÂNGULO NULO:** quando o ângulo mede zero grau ($\theta = 0°$).
- **ÂNGULO AGUDO:** quando o ângulo possui medida maior que zero grau e menor que noventa graus ($0° < \theta < 90°$).
- **ÂNGULO RETO:** quando o ângulo mede noventa graus ($\theta = 90°$).
- **ÂNGULO OBTUSO:** quando o ângulo possui medida maior que noventa graus e menor que cento e oitenta graus ($90° < \theta < 180°$).
- **ÂNGULO RASO OU MEIA VOLTA:** quando o ângulo mede cento e oitenta graus ($\theta = 180°$)
- **ÂNGULO CÔNCAVO OU REFLEXO:** quando o ângulo for maior que cento e oitenta graus e menor que trezentos e sessenta graus ($180° < \theta < 360°$).

- **ÂNGULO PLENO OU UMA VOLTA:** quando o ângulo possui medida igual a trezentos e sessenta graus ($\theta = 360°$).

5.3 POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETAS

As posições relativas entre duas retas referem-se às diferentes maneiras como essas retas podem se relacionar em um plano. Já que elas são ilimitadas em ambos os sentidos, elas terão nenhum ponto em comum, um ponto em comum ou infinitos pontos em comum. Dessa forma, podemos citar três posições principais: retas paralelas (paralelas distintas), retas concorrentes e retas coincidentes (paralelas coincidentes).

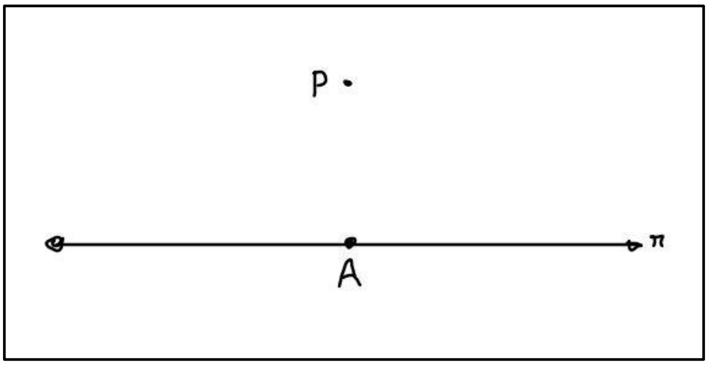
I. RETAS PARALELAS DISTINTAS

Duas retas são consideradas paralelas quando não possuem nenhum ponto em comum. Isso significa que, independentemente de quanto se estendam, elas nunca se cruzarão. Uma característica importante das retas paralelas é que a distância entre elas permanece constante ao longo de toda a sua extensão. Um exemplo cotidiano de retas paralelas são as linhas de uma faixa de pedestres.

Agora iremos mostrar o passo a passo de como construir duas retas paralelas entre si, utilizando régua e compasso.

Passo 1) construa uma reta r qualquer que passa por um ponto A e um ponto P que não pertença à reta, ou seja, esse ponto P estará em um dos semiplanos.

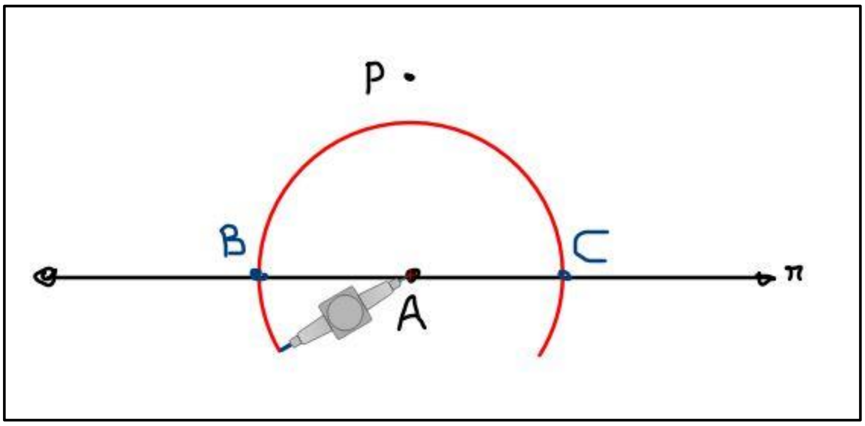
Figura 22. P1. Construção de Paralelas Distintas



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 2) abra o compasso com uma medida real positiva, coloque a ponta seca em A e construa uma circunferência, ou arco, que intersecte a reta r nos pontos B e C.

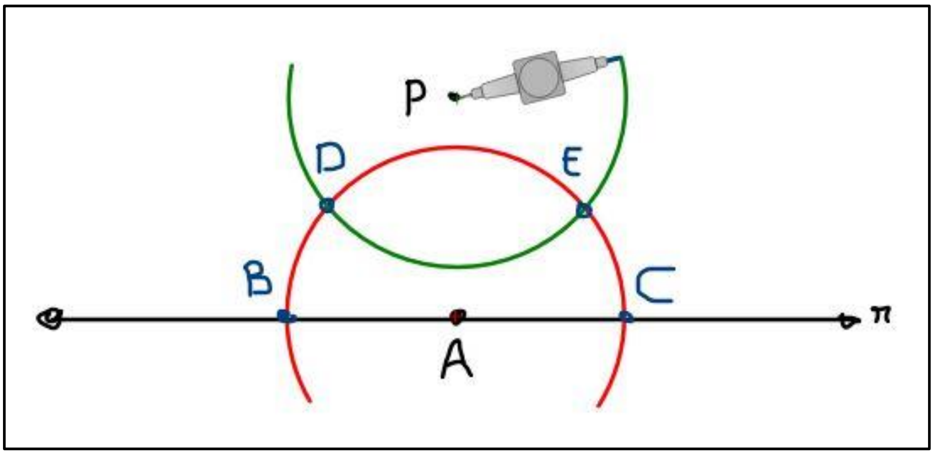
Figura 23. P2. Construção de Paralelas Distintas



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 3) com a mesma abertura anterior no compasso, construa uma circunferência centrada em P e que intersecte a circunferência, ou arco BC, centrada em A, nos pontos D e E.

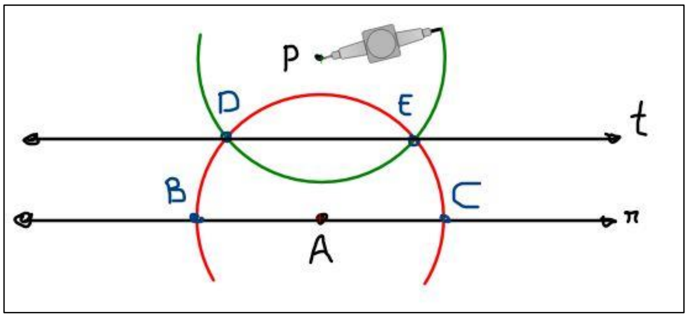
Figura 24. P3. Construção de Paralelas Distintas



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 4) construa a reta t que passa pelos pontos D e E. Essa reta será paralela a r.

Figura 25. P4. Construção de Paralelas Distintas



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Assim, concluímos a construção das retas r e t paralelas e distintas (vide figura26).

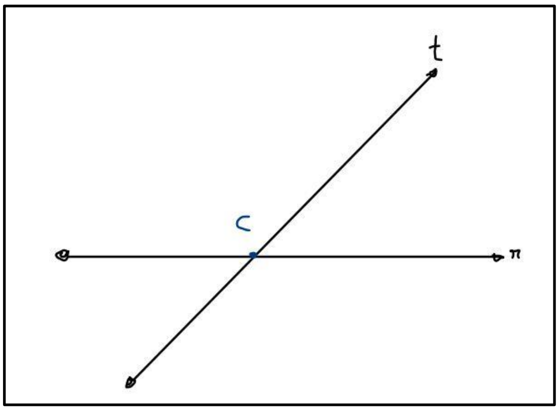
Figura 26. Retas Paralelas Distintas

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

II. RETAS CONCORRENTES

Retas concorrentes são aquelas que se cruzam em um único ponto. Para isso, basta construir duas retas com inclinações diferentes.

Figura 27. Retas Concorrentes

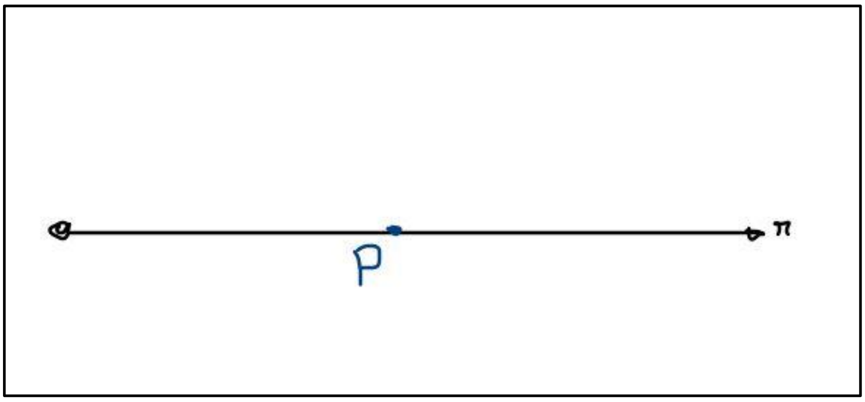


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Quando duas retas se encontram dessa forma, elas formam quatro ângulos no ponto de interseção. Se um desses ângulos for de 90 graus, as retas são chamadas de perpendiculares. Os passos para construir uma reta perpendicular a outra são:

Passo 1) construa uma reta r que passe pelo ponto P.

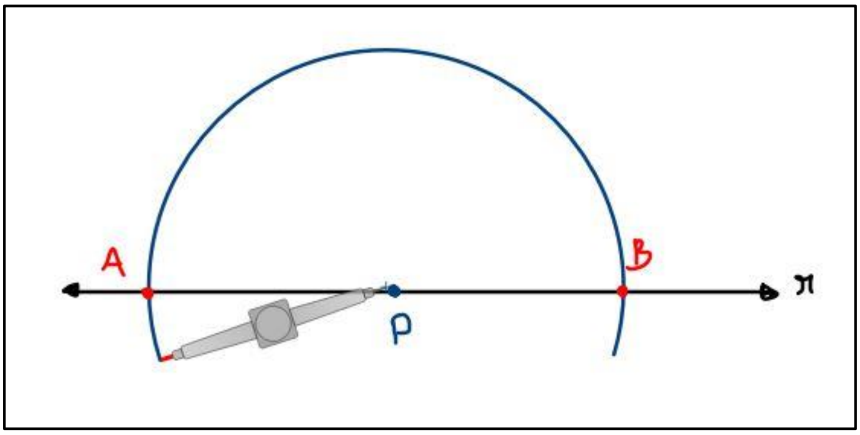
Figura 28. P1. Perpendiculares



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 2) construa um arco centrado em P e que intersecte a reta r em A e B.

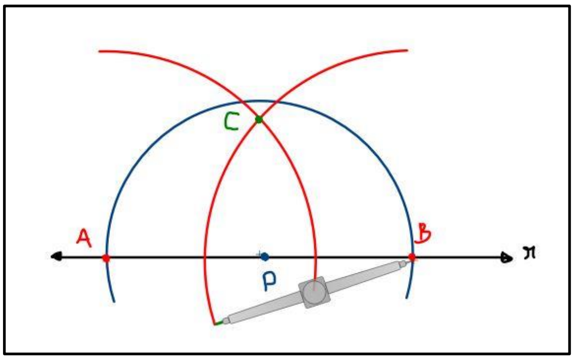
Figura 29. P2. Perpendiculares



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 3) com uma abertura maior que a anterior, centre a ponta seca em A e construa um arco que intersecte o outro arco que será construído centrado em B e com o mesmo raio da centrada em A. Chame esse ponto da intersecção de C.

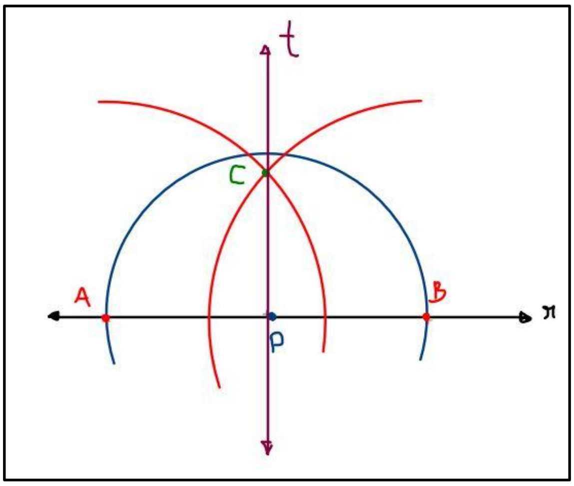
Figura 30. P3. Perpendiculares



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

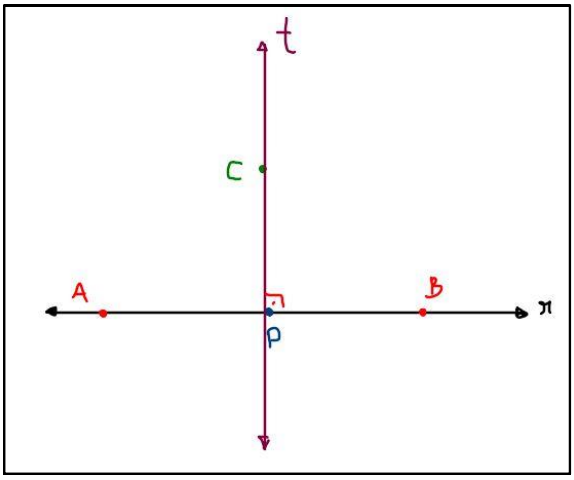
Passo 4) trace a reta t passando por C e P.

Figura 31. P3. Perpendiculares



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Figura 32. Retas Perpendiculares



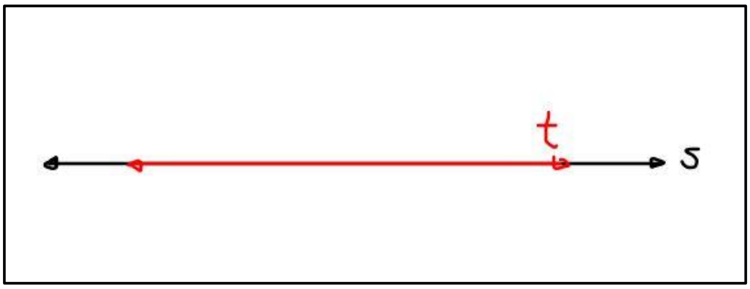
Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

A reta r e t são perpendiculares. Além disso, podemos observar que a intersecção de t e r, será o ponto médio de AB (vide figura 32). Por esse motivo, a reta t será mediatriz (reta perpendicular a um segmento passando pelo ponto médio) do segmento AB.

III. RETAS PARALELAS COINCIDENTES

Duas retas são coincidentes quando todos os pontos de uma reta também pertencem à outra. Para isso, basta que duas retas tenham dois pontos de intersecção. Em outras palavras, as retas coincidentes ocupam exatamente a mesma posição no plano, sendo, na verdade, uma única reta.

Figura 33. Retas Coincidentes



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Agora, vamos construir duas retas paralelas coincidentes.

Passo 1) construa uma reta s e um segmento AB que não pertença a s.

Figura 34. P1. Retas Coincidentes

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

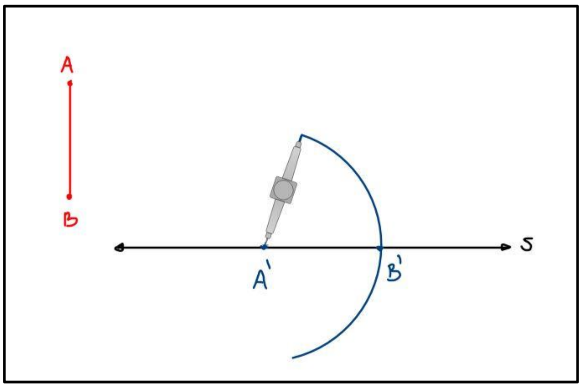
Passo 2) tome AB no compasso.

Figura 35. P2. Retas Coincidentes

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 3) marque A’ em s, centre o compasso em A’ e construa um arco que intersecte s em B’. Note que $A'B' = AB$.

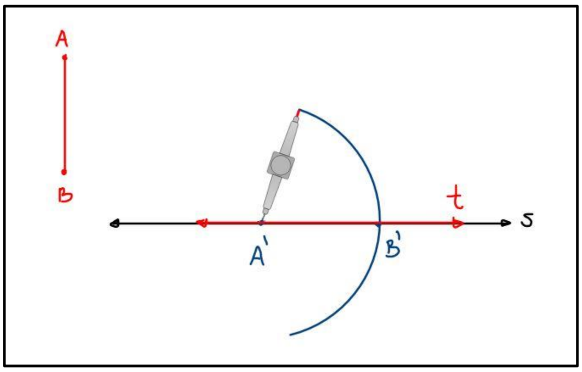
Figura 36. P3. Retas Coincidentes



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 4) construa a reta t que passe por A’B’. Logo, s e t são retas coincidentes.

Figura 37. P4. Retas Coincidentes



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

5.4 TRIÂNGULOS

Os triângulos ocupam um lugar central na geometria, sendo elementos fundamentais no desenvolvimento de habilidades matemáticas e na compreensão de conceitos espaciais. Na EJA, ensinar sobre triângulos vai além da simples transmissão de conteúdos, pois é uma oportunidade de conectar a matemática com a vivência prática dos estudantes, promovendo a aplicação dos conceitos em situações reais.

Ao analisar a BNCC, vemos a habilidade EF06MA18 - identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos- que envolve triângulos. Já a EF07MA20 é clara sobre construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. A EF09MA12 -Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes- também relata a importância dessa figura plana. Além disso, no ensino médio temos a EM13MAT308 - Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos nos quais se aplicam as relações métricas ou as noções de congruência e semelhança.

Dessa forma, uma das propriedades essenciais dos triângulos é saber em quais casos é possível “desenhar” essa figura ou quais condições são necessárias e suficientes para que exista determinados triângulos.

5.4.1 CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DE TRIÂNGULOS

Em termos matemáticos, podemos dizer que três pontos não colineares formam um triângulo, ou, um triângulo é formado por três segmentos de reta cujas medidas obedecem à regra fundamental (condição de existência): a soma das medidas de dois lados deve ser sempre maior que a medida do terceiro lado. Essa relação também pode ser conhecida como a desigualdade triangular.

Mas como posso fazer com que o estudante da EJA chegue a essa conclusão sem que eu já diga a ele (a) qual é essa condição de existência?

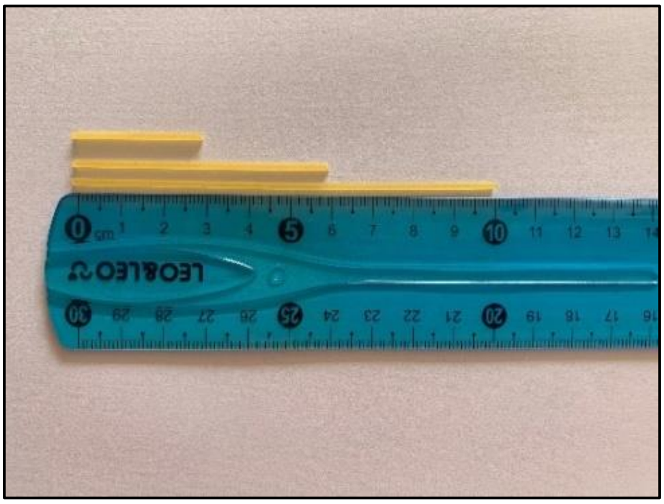
Para o público da EJA, a abordagem desse conceito deve priorizar a construção ativa do conhecimento. Isso significa que, ao apresentar a regra como um dado pronto, o educador deve estimular a experimentação, a observação e a descoberta.

Por esse motivo, proponho atividades práticas utilizando materiais manipuláveis, em especial macarrões do tipo espaguete, com o objetivo de que eles observem diretamente quando os segmentos dados formam ou não um triângulo. Essa metodologia está em consonância com os princípios de Piaget, que defende o aprendizado por meio da interação com o ambiente.

Sob esse viés, Vygotsky complementa a abordagem de Piaget ao enfatizar a importância da interação social no aprendizado. Por exemplo, após a realização de atividades práticas, os estudantes podem discutir suas observações em grupo, refletindo sobre como as diferentes modificações de medidas atendem ou não à condição de existência. Essa troca de ideias não só enriquece a compreensão individual, mas também promove um senso de comunidade e colaboração.

Como o papel do educador é ser uma ponte entre o estudante e o conhecimento, sugiro que inicie o processo instigando os estudantes através de perguntas e sugestões. Por exemplo, pegue três pedaços de macarrões com medidas 10 cm, 6 cm e 3 cm.

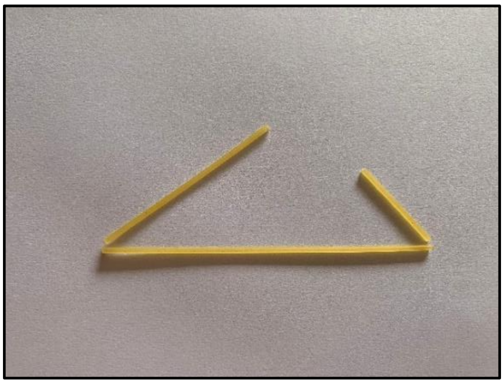
Figura 38. Macarrões com 10 cm, 6 cm e 3 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Seria Possível construir um triângulo com essas medidas?

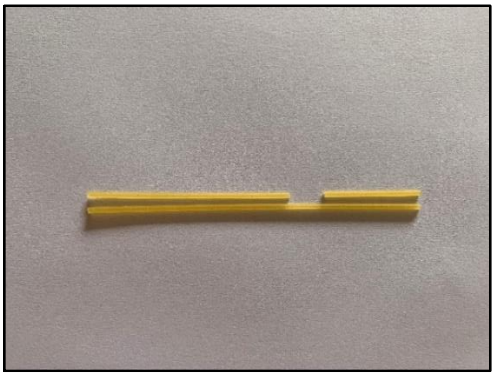
Figura 39. Triângulo com macarrões de 10 cm, 6 cm e 3 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Peça para que os esdutantes comparem os pedaços de macarrão.

Figura 40. Comparando os segmentos 10 cm, 6 cm e 3 cm

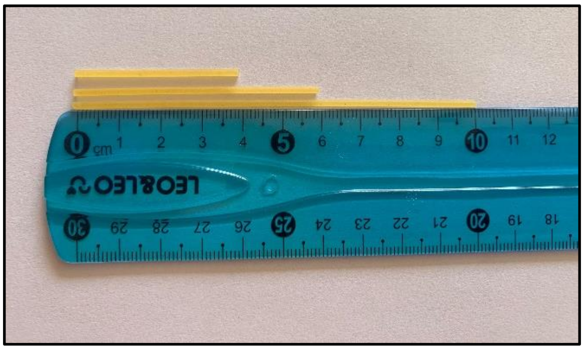


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Com certeza, algum educando irá falar que não é possível porque a figura não fecha, ou talvez, porque a soma de dois lados não dá a medida do lado maior.

E com pedaços de macarrão com medidas 10 cm, 6 cm e 4 cm.

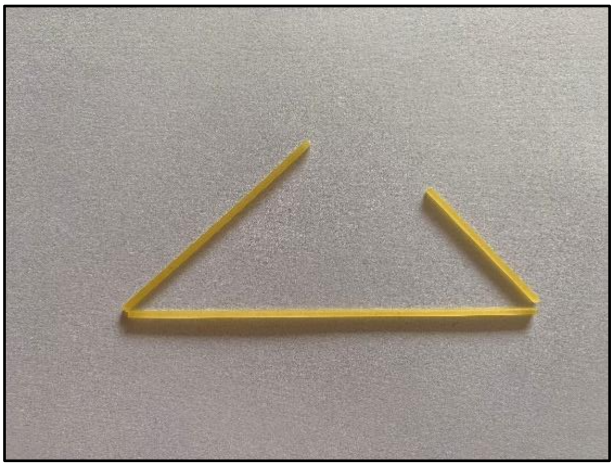
Figura 41. Macarrões com 10 cm, 6 cm e 4 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Seria Possível construir um triângulo com essas medidas?

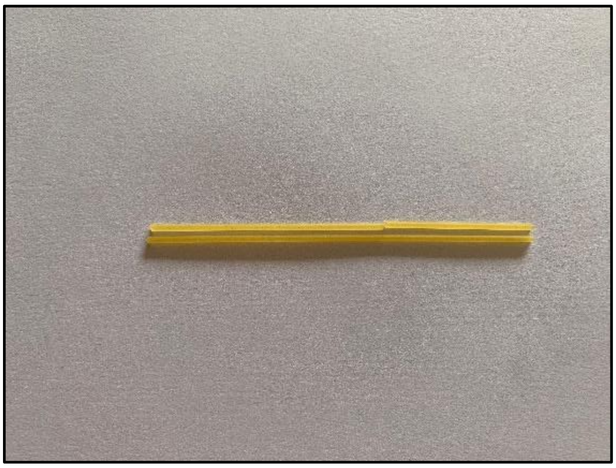
Figura 42. Triângulo com macarrões de 10 cm, 6 cm e 4 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Peça para que os esdutantes comparem os pedaços de macarrão.

Figura 43. Comparando os segmentos 10 cm, 6 cm e 4 cm

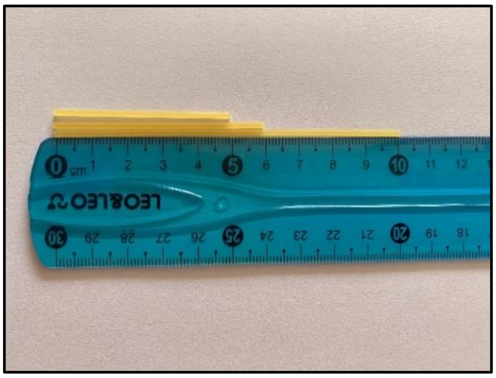


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Note que com essas perguntas estamos induzindo o estudante ao nosso objetivo que é reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados. Lembrando que nossa base é a experimentação, conjecutração, formalização e generalização.

E com pedaços de macarrão com medidas 10 cm, 6 cm e 5 cm.

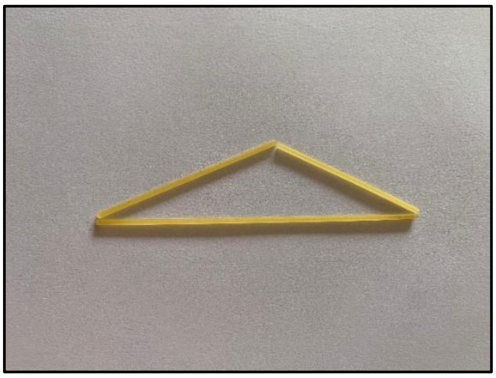
Figura 44. Macarrões com 10 cm, 6 cm e 5 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Seria Possível construir um triângulo com essas medidas?

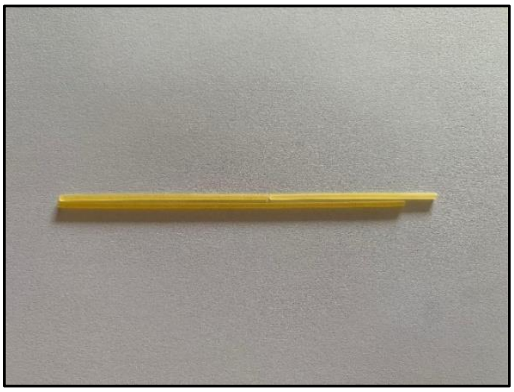
Figura 45. Triângulo com macarrões de 10 cm, 6 cm e 5 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Peça para que os esdutantes comparem os pedaços de macarrão. Podemos notar que o maior macarrão é menor que a soma dos outros dois pedaços.

Figura 46. Comparando os segmentos 10 cm, 6 cm e 5 cm



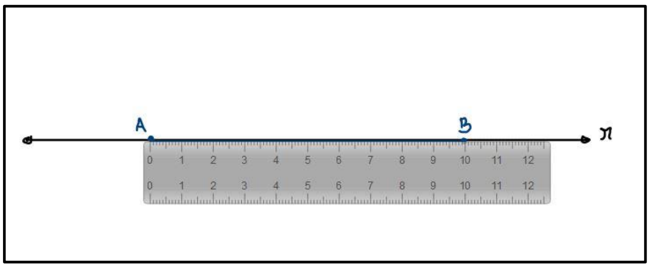
Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Ensinar triângulos na EJA não deve ser um fim em si mesmo, mas um meio para desenvolver competências mais amplas. Uma abordagem construtivista aplicada a esse tema pode ajudar os estudantes a compreenderem a matemática como uma ferramenta útil e aplicável em situações cotidianas, como no planejamento de construções, na construção de objetos ou na análise de estruturas geométricas. Desafios e perguntas como quais as condições para construir um triângulo, como posso generalizar isso para qualquer triângulo ou como posso formalizar, e até mesmo demonstrar, irão auxiliar nesse processo de ensino e aprendizagem.

Utilizando uma régua e compasso, podemos experimentar e formalizar esse processo da seguinte maneira:

Passo 1) construa um segmento AB, contido em uma reta r, de modo que tenha 10 cm.

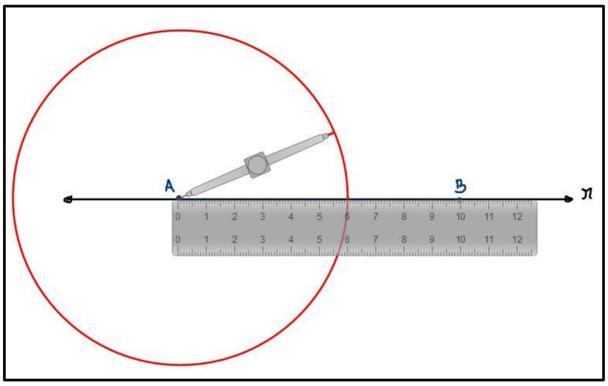
Figura 47. P.1 Triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 3 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 2) abrindo o compasso 6 cm, coloque a ponta seca em um dos pontos do segmento, ponto A por exemplo, e construa uma circunferência.

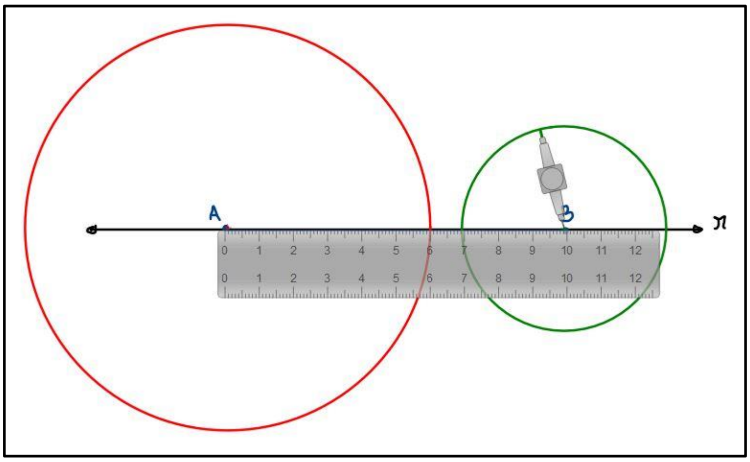
Figura 48. P.2 Triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 3 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 3) abrindo o compasso 3 cm, coloque a ponta seca no outro ponto do segmento, nesse caso o ponto B, e construa um arco.

Figura 49. P.3 Triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 3 cm

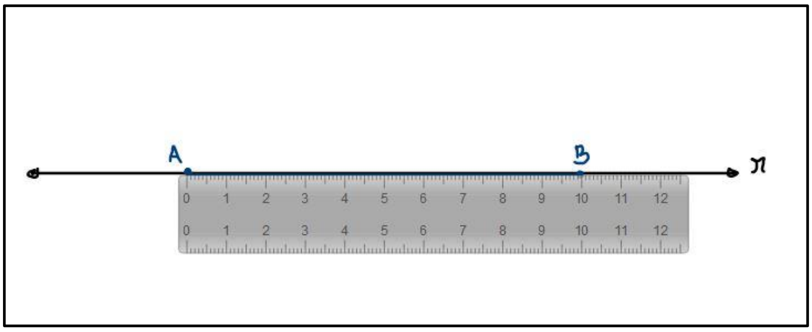


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Note que os arcos de centro A e centro B, não se intersectam, ou seja, são externas. Sendo assim, não seria possível construir um triângulo com essas medidas, pois $10 > 6 + 3$. A seguir, vamos verificar se conseguimos construir um triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 4 cm.

Passo 1) construa um segmento AB, contido em uma reta r, de modo que tenha 10 cm.

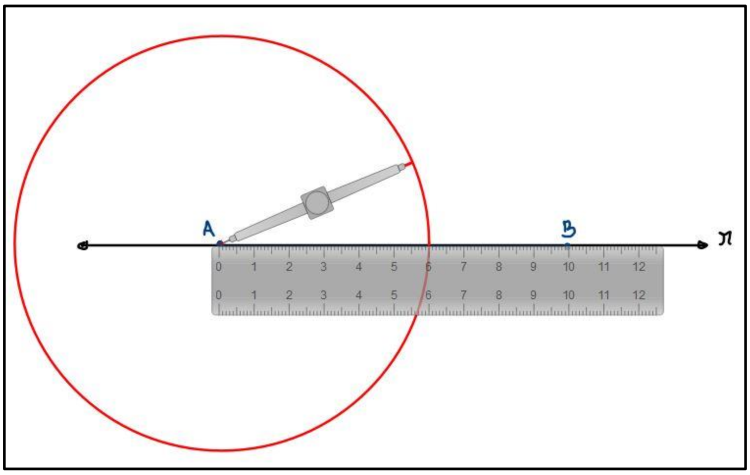
Figura 50. P.1 Triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 4 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 2) abrindo o compasso 6 cm, coloque a ponta seca em um dos pontos do segmento, ponto A por exemplo, e construa uma circunferência.

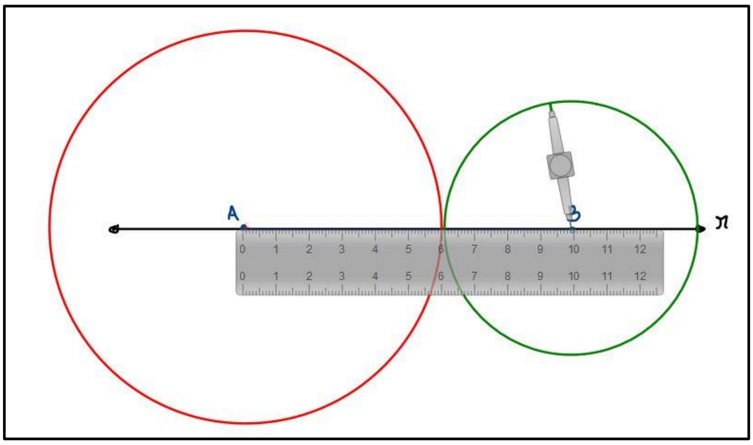
Figura 51. P.2 Triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 4 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 3) abrindo o compasso 4 cm, coloque a ponta seca no outro ponto do segmento, nesse caso o ponto B, e construa a circunferência.

Figura 52. P.3 Triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 4 cm



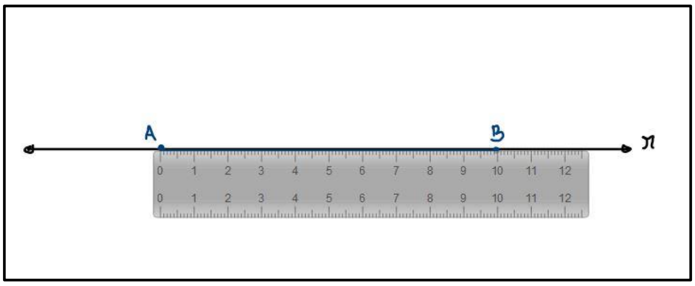
Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Note que as circunferências de centro A e centro B, se intersectam em um único ponto, ou seja, são tangentes externas. Sendo assim, não seria possível construir um triângulo com essas medidas, pois $10 = 6 + 4$.

Agora, vamos tentar construir um triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 5 cm.

Passo 1) construa um segmento AB, contido em uma reta r, de modo que tenha 10 cm.

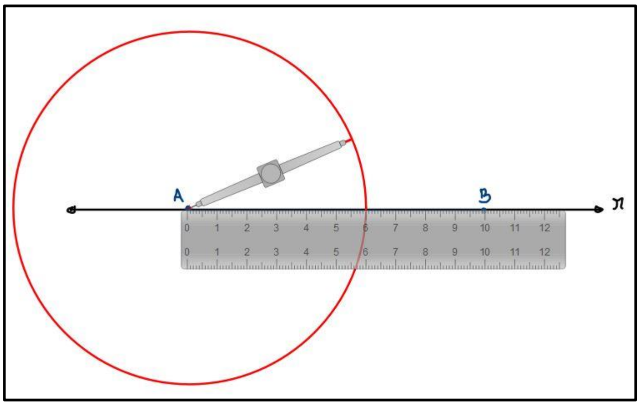
Figura 53. P.1 Triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 5 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 2) abrindo o compasso 6 cm, coloque a ponta seca em um dos pontos do segmento, ponto A por exemplo, e construa uma circunferência.

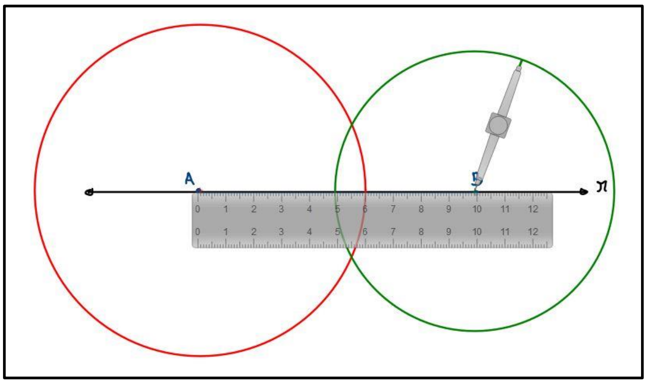
Figura 54. P.2 Triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 5 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Passo 3) abrindo o compasso 5 cm, coloque a ponta seca no outro ponto do segmento, nesse caso o ponto B, e construa a circunferência.

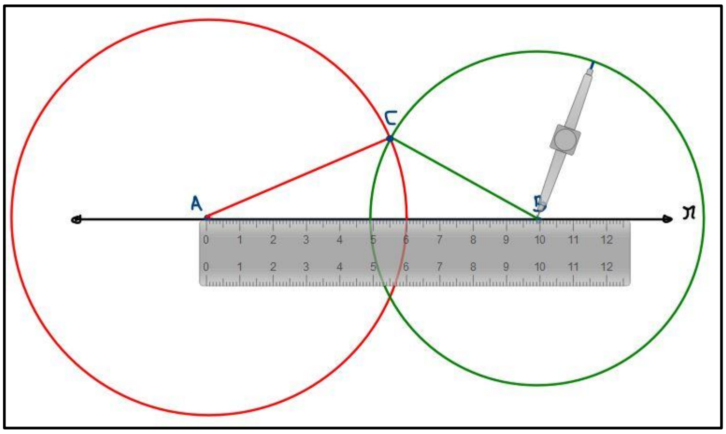
Figura 55. P.3 Triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 5 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Note que as circunferências de centro A e centro B, se intersectam em dois pontos, ou seja, são secantes. Sendo assim, existe um triângulo com essas medidas, pois $10 < 6 + 5$.

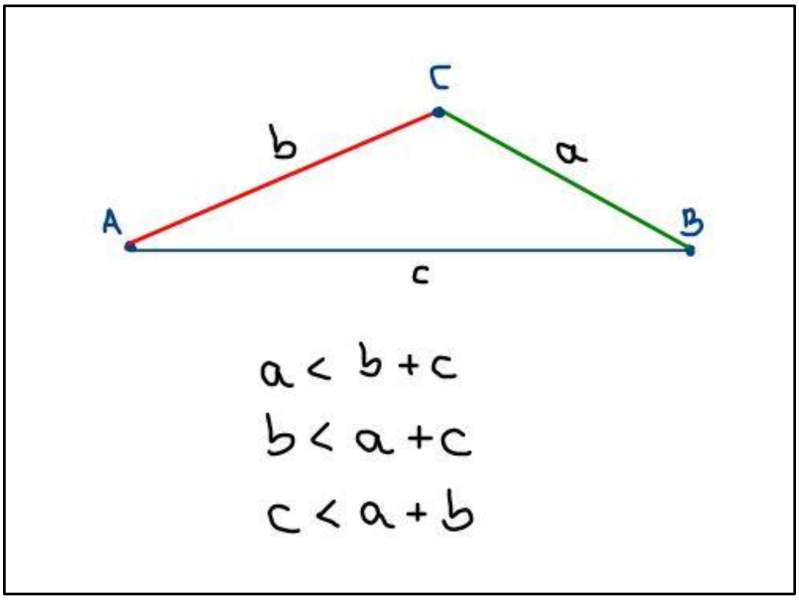
Figura 56. P.4 Triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 5 cm



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Assim, se considerarmos um triângulo com lados de medidas (a), (b) e (c), para que esses três segmentos formem um triângulo, devem ser satisfeitas as seguintes condições: a + b > c, a + c > b e b + c > a. Em outras palavras, o maior segmento deve ser menor que a soma dos outros dois segmentos.

Figura 57. Triângulo com lados a, b, c



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

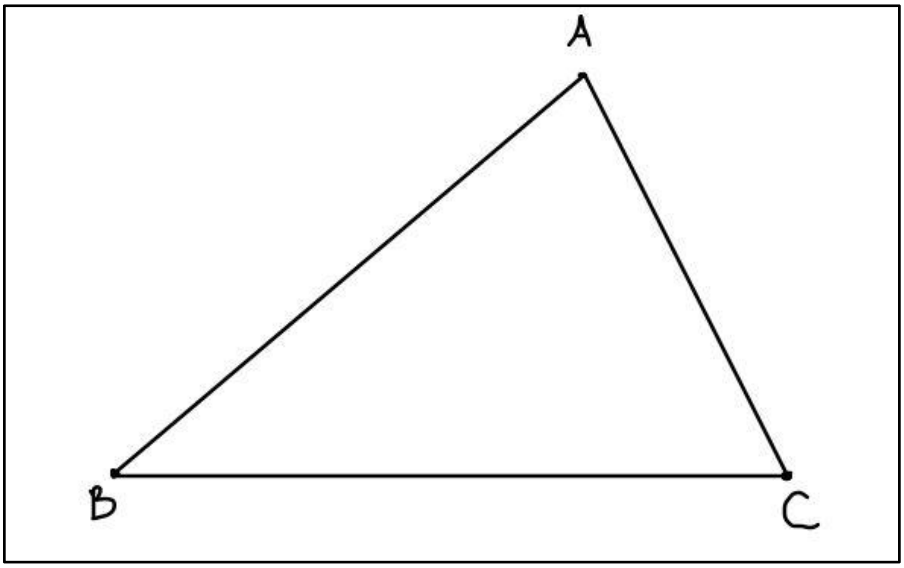
5.4.2 SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

Como abordado, os triângulos são elementos básicos da geometria e são essenciais para o desenvolvimento de habilidades matemáticas mais avançadas. Ensinar esses conceitos de forma eficaz pode ajudar a preencher lacunas educacionais significativas na EJA. Além da construção de triângulos, a EF07MA20 relata a importância de verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Podemos promover a construção ativa do conhecimento e a mediação social propondo uma atividade que os discentes construam um triângulo e meçam os ângulos internos utilizando compasso e em seguida somando o valor encontrado. Pode ocorrer de, por estarmos usando materiais manipuláveis, a soma não coincidir com 180º. Por esse motivo, o mediador do conhecimento deve estar alerta e ir fazendo as orientações necessárias.

Passo 1) construa um triângulo de vértices ABC.

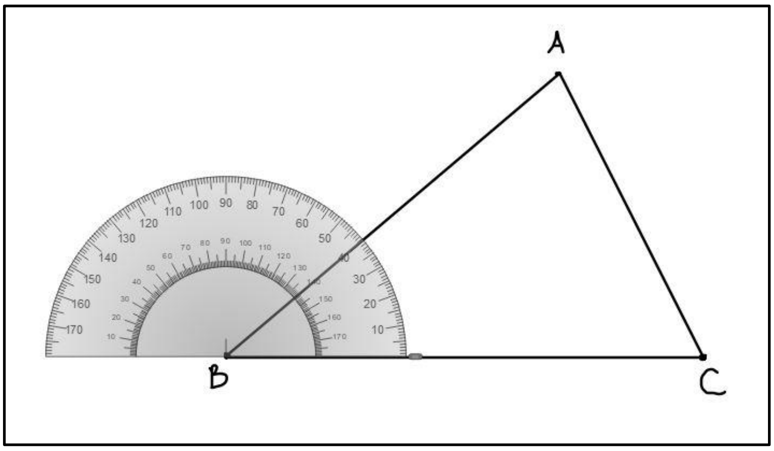
Figura 58. P.1 Soma dos Ângulos Internos



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

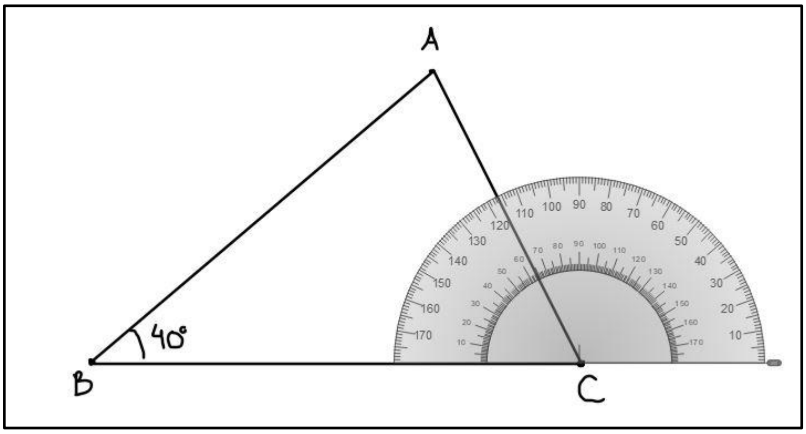
Passo 2) meça os ângulos internos do triângulo ABC.

Figura 59. P.2 Soma dos Ângulos Internos – medição do ângulo B



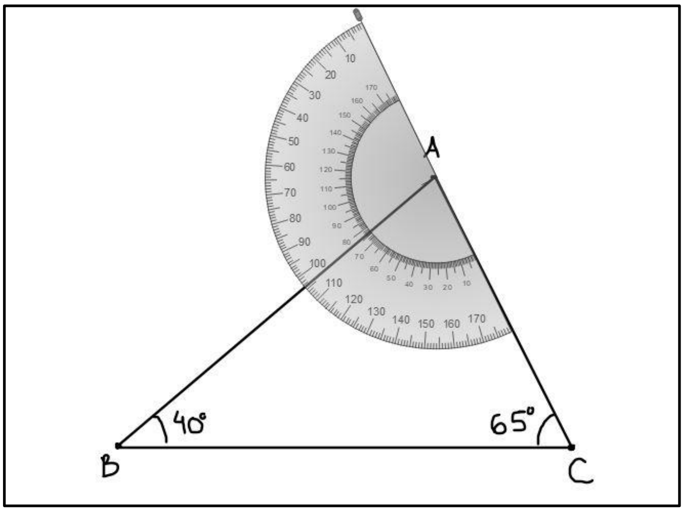
Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Figura 60. P.3 Soma dos Ângulos Internos – medição do ângulo C



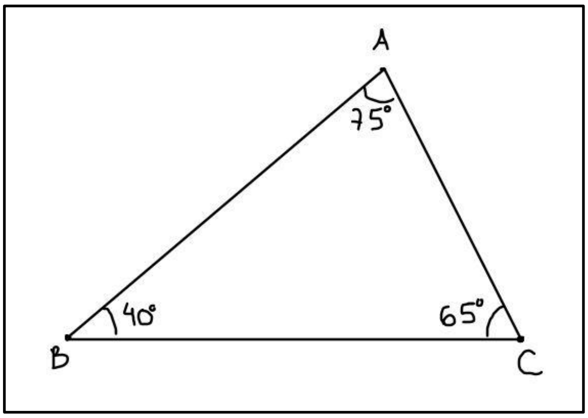
Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Figura 61. P.4 Soma dos Ângulos Internos – medição do ângulo A



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Figura 62. P.5 Soma dos Ângulos Internos

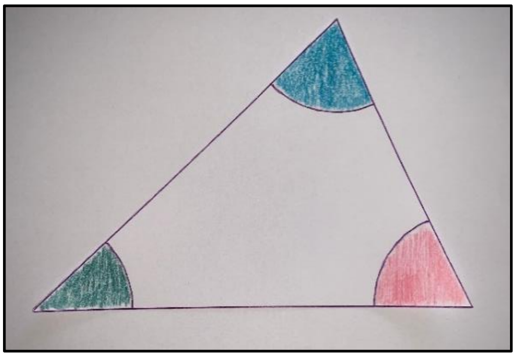


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Note que a soma dos ângulos internos desse triângulo é 180º.

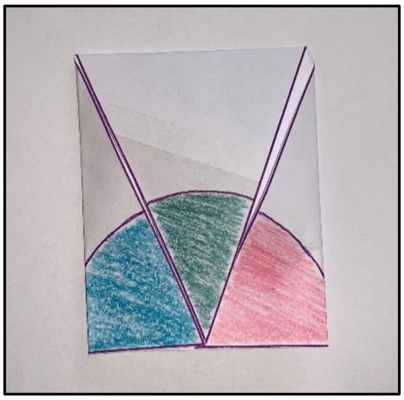
Outra abordagem é construir o triângulo e dobrar as pontas para que os vértices coincidam sobre um mesmo ponto em um dos lados.

Figura 63. P.6 Soma dos Ângulos Internos



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Figura 64. P.7 Soma dos Ângulos Internos



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Além disso, podemos solicitar que os estudantes recortem os ângulos e tente encaixá-los, um ao lado do outro, como um quebra cabeça, e verificar que a soma dos ângulos internos forma um ângulo raso.

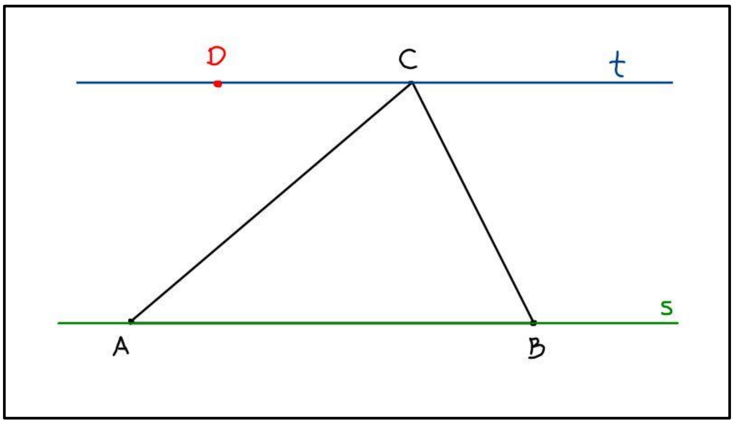
Figura 65. P.8 Soma dos Ângulos Internos

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Matematicamente, podemos formalizar e generalizar essa conjectura:

i. Seja a reta s que contém o lado AB, paralela à reta t que passa por C e D à esquerda de C.

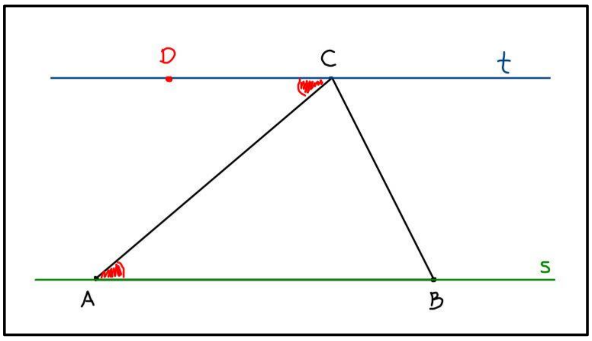
Figura 66. P.9 Soma dos Ângulos Internos



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

ii. A reta que contém o lado AC é transversal às retas s e t, que são paralelas. Logo o ângulo $B\hat{A}C \equiv D\hat{C}A$, pois eles são alternos internos.

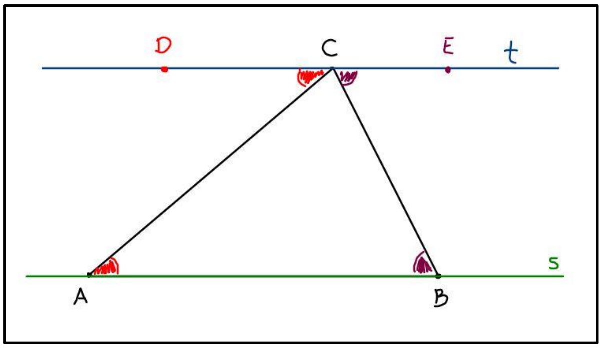
Figura 67. P.10 Soma dos Ângulos Internos



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

iii. A reta que contém o lado BC é transversal às retas s e t, que são paralelas. Marcando E, à direita de C pertencente à reta t, temos que $A\hat{B}C \equiv E\hat{C}B$, pois são ângulos alternos internos.

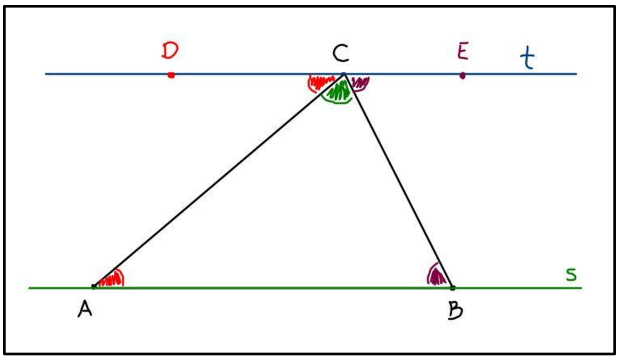
Figura 68. P.11 Soma dos Ângulos Internos



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

iv. Como $A\hat{C}D + A\hat{C}B + B\hat{C}E = 180°$, $B\hat{A}C \equiv D\hat{C}A$ e $A\hat{B}C \equiv E\hat{C}B$, então $B\hat{A}C + A\hat{C}B + A\hat{B}C = 180°$.

Figura 69. P.12 Soma dos Ângulos Internos



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

6. CONCLUSÃO

Nesta dissertação, começamos explorando a história e os fundamentos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), abordando sua relevância enquanto política pública essencial para a inclusão educacional e social de uma parcela significativa da população brasileira. Essa modalidade de ensino atende a indivíduos cujas trajetórias escolares foram interrompidas por diversos fatores e oferece uma segunda chance de acesso à educação formal. Paralelamente, examinamos os parâmetros curriculares e as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), especialmente no que tange ao ensino de geometria, apresentando-a como uma ferramenta pedagógica poderosa e versátil.

A partir dessa base teórica, enfatizamos a importância de ensinar triângulos no contexto da EJA por meio de uma abordagem construtivista, sustentada pelas teorias de Jean Piaget e Lev Vygotsky. Com Piaget, destacamos a construção ativa do conhecimento, que ocorre através da interação entre o indivíduo e o meio. Esse princípio foi fundamental para proporcionar atividades práticas que incentivassem a experimentação e a descoberta, permitindo aos estudantes observarem diretamente propriedades geométricas, como a condição de existência dos triângulos, e internalizá-las de maneira significativa e rigorosa. Já com Vygotsky, incorporamos a dimensão social do aprendizado, mostrando como a interação em grupo e a troca de ideias fortalecem não apenas a compreensão conceitual, mas também o senso de pertencimento e colaboração, tão necessários para os aprendizes da EJA.

No decorrer do trabalho, o estudo de conceitos geométricos, como o lugar geométrico e o uso de instrumentos clássicos, como régua e compasso, foi apresentado como uma oportunidade de conectar a matemática às práticas do cotidiano. Essa abordagem transcende a simples memorização de fórmulas ou regras, ressignificando o aprendizado e tornando-o acessível e relevante. Para muitos estudantes da EJA, essa conexão com a realidade não apenas reforça o entendimento teórico, mas também os motiva ao perceberem a aplicabilidade da matemática em suas vidas, superando desafios relacionados à autoestima e à confiança.

Os triângulos, em especial, foram apresentados como elementos centrais na geometria, com potencial para desenvolver habilidades matemáticas fundamentais e estabelecer conexões práticas entre os conteúdos escolares e as experiências dos discentes. Além disso, priorizamos o uso de materiais manipuláveis e a realização de atividades concretas para estimular a curiosidade e a autonomia dos estudantes. Essa abordagem, aliada a um ambiente de troca colaborativa, valoriza tanto a individualidade quanto a interação social, permitindo que os aprendizes desenvolvam não apenas competências matemáticas, mas também habilidades sociais emocionais e essenciais para sua formação integral.

O PROFMAT, por sua vez, desempenhou um papel central na minha formação, proporcionando-me uma base sólida e aprofundada em matemática e me capacitando a refletir sobre práticas pedagógicas mais dinâmicas e inovadoras. As discussões realizadas durante o programa, somadas aos estudos individuais e coletivos, não apenas ampliaram meu repertório teórico, mas também me permitiram adotar metodologias ativas e contextualizadas, como a resolução de problemas e as abordagens interdisciplinares. Essas estratégias enriqueceram significativamente minha prática em sala de aula, tornando as aulas mais cativantes, acessíveis e alinhadas às realidades dos estudantes, promovendo assim um aprendizado mais significativo e transformador.

Assim, esta dissertação reafirma o papel transformador da educação matemática, especialmente quando fundamentada em princípios construtivistas e em práticas socialmente mediadas. Espera-se que as reflexões e propostas apresentadas sirvam de inspiração para outros educadores, promovendo um ensino de geometria mais inclusivo, significativo e alinhado às necessidades dos estudantes da EJA e de outros contextos educacionais. Acreditamos que, ao contextualizar e humanizar o ensino, estamos contribuindo para uma educação que não apenas transmite conteúdos, mas também transforma vidas, oferecendo aos formandos a oportunidade de ampliar suas perspectivas e exercer plenitude em suas trajetórias pessoais e profissionais. Ao unir teoria e prática, este trabalho busca evidenciar que o ensino de geometria pode ser um caminho para a construção de uma sociedade mais justa, equitativa e comprometida com a formação de cidadãos críticos, autônomos e socialmente engajados.

7. REFERÊNCIAS

BIUDES, Celma Regina; AGRASSO NETO, Manoel. Fundamentos da EJA. Instituto

Federal De Santa Catarina – IFSC, 2015.

BRASIL. LEI Nº 9.394, DE 20 DE DEZEMBRO DE 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em 22 mar 2024.

Brasil (1998). Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC.

Brasil (1988). Senado Federal. Constituição: República Federativa do Brasil. Brasília: Centro Gráfico.

CARVALHO, Adenivan Mendes. Memória e identidade do aluno da EJA em relatos autobiográficos. Dissertação (Mestrado em Letras) - Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2014.

CLEMENTINO, Ivynna Thailane Alexandre; DE ALMEIDA CABRAL, Kaio César; RODRIGUES, Fernanda Sleiman. Mulheres, trabalhadoras e mães: desafios para a conclusão do ensino médio na EJA em uma escola estadual de Fortaleza. Revista Educação & Ensino-ISSN 2594-4444, v. 4, n. 1, 2020.

COLAVITTO, Nathalia Bedran; ARRUDA, A. L. M. M. Educação de jovens e adultos (EJA): a importância da alfabetização. Revista Eletrônica Saberes da Educação, v. 5, n. 1, p. 1-28, 2014.

COSTA, Cláudia Borges; MACHADO, Maria Margarida. Políticas públicas e educação de jovens e adultos no Brasil. Cortez Editora, 2018.

DE OLIVEIRA, Inês Barbosa; PAIVA, Jane; PASSOS, Mailsa Carla Pinto. Currículo em EJA: práticas culturais, direito de aprender por toda vida e ecologia de saberes. Revista Educação em Questão, v. 54, n. 42, p. 113-134, 2016.

FERREIRA, Fabiana Factori; CUNHA, Natália Baraldi. Desafios e evolução da EJA no Brasil. Revista Uningá, v. 40, n. 1, 2014.

FREIRE, Paulo. Pedagogia do oprimido. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1989.

FREITAS, Adriano Vargas. Educação matemática e Educação de Jovens e Adultos:

estado da arte de publicações em periódicos (2000 a 2010). 2013. 360 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

Gazire, E. S. (2000). O não resgate das geometrias. Campinas. Tese de Doutorado (Doutorado em Edu-cação). UNICAMP.

JACKIW, Elizandra; BENVENUTTI, Cristiane Dall’Agnol da Silva; HARACEMIV, Sonia Maria Chaves. Currículo e tecnologias digitais na escolarização de jovens e adultos no Brasil: uma análise sistemática e integrativa. Ensino em Re-Vista, v. 29, 2022.

MACHADO, Laudir Lemos; CERVERA, Maria Christina da Silva Firmino. Um estudo histórico da modalidade de ensino eja-educação de jovens e adultos como uma política de inclusão com responsabilidade social. Revista Internacional de Debates da Administração & Públicas-RIDAP, v. 1, n. 1, p. 126-135, 2016.

MACHADO, Maria Margarida; BARROS, Rosanna. Aspectos da construção histórica da identidade da educação de jovens e adultos no Brasil e em Portugal: enfoque na agenda política e suas práticas discursivas. Cadernos de História da Educação, v. 19, n. 1, p. 91-109, 2020.

MORAES, Marilei Schackow; CUNHA, Silmara dos Santos da; VOIGT, Jane Mery Richter. Onde está a Educação de Jovens e Adultos na BNCC? V COLBEDUCA – Colóquio Luso-Brasileiro de Educação 29 e 30 de outubro de 2019, Joinville/SC, Brasil. Disponível em: https://www.revistas.udesc.br/index.php/colbeduca/article/view/17236. Acesso em novembro de 2024.

MORETTO, V. P. *Prova um momento privilegiado de estudo, não um acerto de contas*. Rio de Janeiro. Ed. Lamparina. 2008.

O construtivismo e sua base teórica: Jean Piaget e Lev Vigotsky. 1Library. Disponível em: https://1library.org/article/construtivismo-sua-base-te%C3%B3rica-jean-piaget-lev-vigotsky.yj71845y. Acesso em: 27 nov. 2024.

Piaget e Vygotsky: Diferenças e Semelhanças entre teorias. Psicologia Online.

Disponível em: https://br.psicologia-online.com/piaget-e-vygotsky-diferencas-e-semelhancas-entre-suas-teorias-243.html. Acesso em: 27 nov. 2024.

POLIGES - Revista de Políticas Públicas e Gestão Educacional – UESB -Itapetinga. ISSN:2763-5716 – Ano2021, vol.2, n.1, set.–dez. de 2021.

PONCZEK, Vladimir Pinheiro; SOUZA, André Portela; TAVARES, Priscilla Albuquerque. Uma análise dos fatores associados à frequência ao ensino médio na educação de jovens e adultos (EJA) no Brasil. 2013.

REICHARDT, Mirian; SILVA, Caroline. A importância da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Caderno Intersaberes, v. 9, n. 23, 2020.

RÊSES, Erlando da Silva; SILVEIRA, Dimitri Assis; PEREIRA, Maria Luiza Pinho. Educação de jovens e adultos trabalhadores: análise crítica do Programa Brasil Alfabetização. 2017.

SANTOS, Andréia de Santana; AMORIM, Antonio. O currículo e a Educação de Jovens e Adultos: a perspectiva crítica em foco. Revista de Educação PUC-Campinas, v. 21, n. 1, p. 117-126, 2016.

SANTOS, Sônia Maria dos; MACIEL, Francisca Izabel Pereira. História e memória da EJA nas universidades brasileiras e portuguesas-séculos XX e XXI. Cadernos de História da Educação, v. 19, n. 1, p. 3-6, 2020.

SANTOS, Almir Rogério Silva. Geometria euclidiana plana / Almir Rogério Silva Santos, Humberto Henrique de Barros Viglioni -- São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe, CESAD, 2011.

SANTOS, Veronica da Cunha Andrade et al. Concepções de professores de EJA sobre trabalho e formação humana: estudo exploratório no município de Queimados-Baixada Fluminense. 2014. Tese de Doutorado. EPSJV.

SERRA, Enio. Sobre os fundamentos e princípios da educação geográfica de jovens e adultos na perspectiva da educação popular. Revista Signos Geográficos, v. 1, p. 17-17, 2019.

SILVA, Ana Carolina Melo. Políticas educacionais para Educação de Jovens e Adultos no Brasil: marcos legais e solicitações da realidade. Ensaios Pedagógicos, v. 1, n. 2, p. 34-39, 2017.

SILVA, Tiago Reis. Desenhos geométricos: métodos construtivos no ensino de geometria euclidiana [manuscrito] / Tiago Reis Silva. - 2024.

SOARES, Leôncio JG; RAFAELA, C.; SOARES, Silva. O Reconhecimento das especificidades da Educação de Jovens e Adultos: constituição e organização de propostas de EJA. Education Policy Analysis Archives/Archivos Analíticos de Políticas Educativas, v. 22, p. 1-22, 2014.

URPIA, Maria de Fátima Mota; DE FARIA LINS, Maria José; DE SOUZA, Rodrigo Matos. A EJA na UNEB: apontamentos da/para a história. Revista Brasileira de Educação de Jovens e Adultos, v. 3, n. 6, p. 32-58, 2015.

VAZ, Duelci Aparecido de Freitas. Experimentando, conjecturando, formalizando e generaliando: articulando investigação matemática com o geogebra. Educativa, 2011.

VENTURA, Jaqueline Pereira; OLIVEIRA, Francisco Gilson. A travessia “do EJA” ao Encceja: Será o mercado da educação não formal o novo rumo da EJA no Brasil?. Revista Internacional de Educação de Jovens e Adultos, v. 3, n. 5, p. 80-97, 2020.

VIEGAS, Ana Cristina Coutinho; DE MORAES, Maria Cecília Sousa. Um convite ao retorno: relevâncias no histórico da EJA no Brasil. Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação, v. 12, n. 1, p. 456-478, 2017.

VIEGAS, Ana Cristina Coutinho; DE MORAES, Maria Cecília Sousa. Um convite ao retorno: relevâncias no histórico da EJA no Brasil. Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação, v. 12, n. 1, p. 456-478, 2017.

XAVIER, Cristiane Fernanda. História e historiografia da Educação de Jovens e Adultos no Brasil-inteligibilidades, apagamentos, necessidades, possibilidades. Revista Brasileira de História da Educação, v. 19, p. e068, 2019.

MANUAL PARA PROFESSORES da
EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

TRIÂNGULO

Condição de Existência e Soma dos Ângulos Internos com material manipulável

PEDRO ITALLO VAZ
MARCELO ALMEIDA DE SOUZA

ANEXOS
SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

Sequência 01

TEMA: Condição de Existência de Triângulos
Público-alvo: EJA, 6º Ano, 7º Ano e 1ª Série
Etapas: 02
Duração: 02 aulas

Objetivos gerais:

- Compreender em quais casos é possível construir um triângulo dado as medidas dos lados.
- Desenvolver a capacidade de identificar e aplicar as condições de existência de triângulos (soma dos lados) em diferentes situações.
- Desenvolver habilidade práticas ao utilizar régua e compasso.

Objetivos específicos:

- Relacionar conceitos teóricos e práticos.
- Fomentar o raciocínio lógico e a resolução de problemas.
- Promover o trabalho colaborativo incentivando a compreensão e discussão.
- Estabelecer conexões com o cotidiano.
- Fortalecer a autonomia e a criatividade.

Habilidades da BNCC a serem desenvolvidas:

- (EF06MA21) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
- (EF07MA20) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
- (EM13MAT308) Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos nos quais se aplicam as relações métricas ou as noções

de congruência e semelhança.

Materiais necessários: folha, lápis, borracha, régua, compasso e macarrão tipo espaguete.

1ª Etapa:

Nesse primeiro momento iremos instigar os estudantes se existem triângulos com determinadas medidas estabelecidas.

Descrição da Etapa:

No início da aula deixe claro para o estudante quais são os objetivos gerais dessa aula. Nessa etapa teremos como objetivo específico fomentar o raciocínio lógico do discente para compreender quando é possível construir um triângulo dado as medidas dos lados. A ideia central é levar o formando a conjecturar quando há essa possibilidade de construção.

Sugestão de atividade:

1. Inicie a aula contanto uma história que coloque o questionamento de seria possível construir um triângulo com lados 10 u.c., 6 u.c. e 4 u.c.. Por exemplo: O senhor Pedro Itallo quer construir um reservatório, no formato de um prisma reto de base triangular, que capitará água da chuva para realizar serviços em sua fazenda e economizar água. Inicialmente ele planejou que os lados do triângulo da base deveriam medir 10 metros, 6 metros e 3 metros. Será possível construir o reservatório com essas medidas? Para responder essa pergunta, sugira aos estudantes pegarem o macarrão espaguete e quebrá-lo, utilizando a régua, em três pedaços de 10 cm, 6 cm e 3 cm para representar a problemática.
2. Certamente os educandos perceberão que não é possível resolver a problemática. Sugira então, que eles repensem a situação para um reservatório de lados da base medindo 10 m, 6 m e 4m.
3. Posteriormente, sugira a problemática para o reservatório com lados 10 m, 6 m e 5 m.
4. Em seguida, coloque as condições para que o reservatório tenha a base

com dois lados medindo 10 m e 15 m. Qual seria a menor medida inteira para o terceiro lado do reservatório?

5. Por fim, questione se existe alguma condição para se formar triângulo.

Lembre-se que o educador é uma ponte entre o educando e o objetivo a ser alcançado. Se houver necessidade, faça mais questionamentos dando as medidas dos lados, pois queremos que o próprio cursista conjecture que para formar o triângulo, o maior lado deve ser menor que a soma dos outros dois lados.

2ª Etapa:

Nessa etapa queremos que o discente construa os triângulos que foram possíveis, que realmente existem, na etapa anterior. Em seguida, formalize e generalize a condição de existência de triângulos.

Descrição da Etapa:

No início da aula deixe claro para o estudante que o objetivo é construir os triângulos da etapa anterior e generalizar quando é possível construir um triângulo dadas as medidas dos lados.

Sugestão de atividade:

1. Ensine o estudante a construir o triângulo de lados 10 cm, 6 cm e 5 cm utilizando régua e compasso. Passo 1) construa um segmento AB, contido em uma reta r, de modo que tenha 10 cm. Passo 2) abrindo o compasso 6 cm, coloque a ponta seca em um dos pontos do segmento, ponto A por exemplo, e construa uma circunferência. Passo 3) abrindo o compasso 5 cm, coloque a ponta seca no outro ponto do segmento, nesse caso o ponto B, e construa a circunferência. Passo 4) escolha uma das intersecções das circunferências de centro A e B, chame de C. Passo 5) Trace os segmentos AC e BC e teremos o triângulo ABC com $\mathrm{AB} = 10\mathrm{cm}, \mathrm{AC} = 6\mathrm{cm}$ e $\mathrm{BC} = 5\mathrm{cm}$.
2. Direcione o estudante construir um triângulo com lados 10 cm, 6 cm e 15 cm, que foi a conclusão na etapa anterior do menor lado inteiro.
3. Por fim, suponha um triângulo de lados a, b e c. Questione qual a relação entre os lados, em quais condições existirá um triângulo.

Sequência 02

TEMA: Soma dos ângulos internos de um triângulo

Público-alvo: EJA, 6º Ano, 7º Ano e 1ª Série

Etapas: 02

Duração: 02 aulas

Objetivos gerais:

- Retomar construções e medições de ângulos.
- Compreender que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre 180º.
- Desenvolver habilidade práticas ao utilizar régua, transferidor e compasso.

Objetivos específicos:

- Relacionar conceitos teóricos e práticos.
- Fomentar o raciocínio lógico e a resolução de problemas.
- Promover o trabalho colaborativo incentivando a compreensão e discussão.
- Estabelecer conexões com o cotidiano.
- Fortalecer a autonomia e a criatividade.

Habilidades da BNCC a serem desenvolvidas:

- (EF06MA21) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
- (EF07MA20) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
- (EM13MAT308) Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos nos quais se aplicam as relações métricas ou as noções de congruência e semelhança.

Materiais necessários: folha, lápis, borracha, régua, transferidor e compasso.

1ª Etapa:

Nesse primeiro momento deve-se verificar se os estudantes compreendem como medir ângulos.

Descrição da Etapa:

No início da aula deixe claro para o estudante quais são os objetivos gerais dessa aula. Nessa etapa teremos como objetivo específico retomar medições e construções de ângulos utilizando régua e transferidor.

Sugestão de atividade:

1. Questione o cursista como eles poderiam construir duas semirretas em que o ângulo entre elas medisse 60º. Passo 1) construa uma semirreta $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$. Passo 2) posicione o centro do transferidor em A, procure a marcação 60º no transferidor e marque o ponto C junto a essa marcação no transferidor. Passo3) Construa a semirreta $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$. Assim, o ângulo $\mathrm{C\hat{A}B} = 60°$.
2. Instrua o estudante a construir um ângulo de 100º.
3. Instigue o formando a construir um ângulo de 130º sem utilizar o transferidor. Em seguida, peça para ele pegar o transferidor e verificar se conseguiu construir um ângulo com essa medida exata. Em caso negativo, qual a medida do ângulo que ele construiu?
4. Instigue o participante a construir um ângulo de 45º sem utilizar o transferidor. Em seguida, peça para ele pegar o transferidor e verificar se conseguiu construir um ângulo com essa medida exata. Em caso negativo, qual a medida do ângulo que ele construiu?

Lembre-se que o educador é uma ponte entre o educando e o objetivo a ser alcançado. Se houver necessidade, coloque mais exemplos para ele medir e construir, pois queremos que o estudante relembre, ou compreenda, esse tópico.

2ª Etapa:

Nessa etapa queremos que o estudante construa triângulos quaisquer e, com o transferidor, meça os ângulos internos da figura geométrica.

Descrição da Etapa:

No início da aula deixe claro para o estudante que o objetivo é medir os ângulos internos de um triângulo. Posteriormente, generalizar a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer.

Sugestão de atividade:

1. Com o auxílio da régua, instrua os discentes a construir três triângulos diferentes.
2. Com o auxílio do transferidor, meça os ângulos internos de cada um dos triângulos (vale ressaltar que o educador sabe que a soma tem que resultar 180º, então ele deve auxiliar os educandos para que esse objetivo seja alcançado).
3. Instigue o estudante a concluir qual a soma dos ângulos internos de cada um daqueles triângulos.
4. Instrua os estudantes a recortarem esses ângulos e colocá-los um ao lado do outro, como quebra cabeça, para verificarem que a soma deles é um ângulo de meia volta (raso).
5. Generalize e formalize esse conhecimento demonstrando que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre 180º.