PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL DE MATEMÁTICA - PROFMAT
UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ - UNIFAP

Marília Chaves Quintas

Aprendizagem Significativa de Logaritmo: um relato de experiência

Macapá-AP,

2013

Marília Chaves Quintas

Aprendizagem Significativa de Logaritmo: um relato de experiência

Trabalho apresentado como requisito parcial para obtenção de Título de Mestre pelo Programa de Mestrado Profissional de Matemática, orientado pelo Prof. Dr. Guzman Isla

Macapá-AP,

2013

Banca Examinadora

Dr. Guzmán Eulalio Isla Chamilco

Presidente

Dr. Wilfredo Sosa Sandoval

UCB

Dr. José Walter Cárdenas Sotil

Univerdidade Federal do Amapá - UNIFAP

Dr. Gilberlandio Jesus Dias

Univerdidade Federal do Amapá - UNIFAP

Resumo

Este trabalho apresenta a descrição de atividade diferenciada realizada numa escola pública do Estado do Amapá com o objetivo de tornar mais eficaz o ensino de função logarítmica. Um exercício experimental aplicado num contexto de ensino pautado na teoria da aprendizagem significativa, provando que o ensino organizado hierarquicamente e centrado no desenvolvimento do aluno é uma alternativa concreta para o êxito escolar do mesmo, além de, com o experimento, incentivar a motivação do estudante na busca do conhecimento.

Palavra-chaves: logaritmo, aprendizagem significativa, avaliação, atividade experimental.

Agradecimentos

Ao Pai Celestial que proporciona toda felicidade de realizarmos nossos sonhos e coloca na nossa vida pessoas iluminadas para nos acompanhar em nossa senda.

Aos professores do programa de mestrado: Dr. Walter Cárdenas, Dr. Erasmo Senger, Dr. Gilberlandio, Ms. Márcio, e especialmente, meu orientador, Dr. Guzman Isla, que com sua dedicação nos presentearam com sua sabedoria e experiência.

Ao meu querido esposo, Davino, e filhos, Gabriel e Heitor, pela compreensão nestes dois anos quando precisei atentar mais para o estudo das matérias do curso.

Aos meus pais que sempre acreditaram no meu potencial antes mesmo de eu começar a ler.

À minha tia querida, Nádia, que dispôs do seu tempo e amor pelos meus filhos todos os sábados, enquanto estava nas aulas presenciais do curso. E aos inúmeros tios, tias, primos, irmãos, amigos de classe, e tantas outras pessoas especiais que, em muitos momentos, e mesmo sem saber, contribuíram para a continuação de minha caminhada.

Lista de Figuras

3.1 Mapa conceitual para o ensino de logaritmo, elaborado pela professora-pesquisadora 22

3.2 Registro das avalanches de milho de um grupo de alunos 26

3.3 Gráfico da curva próxima aos pontos coletados das avalanches de arroz . . 28

3.4 Gráfico da curva próxima aos pontos coletados das avalanches de milho . . 28

3.5 Gráfico da reta próxima aos logaritmos dos pontos coletados das avalanches de arroz 30

3.6 Gráfico da reta próxima aos logaritmos dos pontos coletados das avalanches de milho 30

4.1 Folha do Aluno (Fonte: m3.ime.unicamp.br) 43

Sumário

1 Introdução **2**

1.1 Problematização e Justificativas 3

1.2 Objetivo 5

2 Elementos Teóricos **6**

2.1 A teoria da aprendizagem significativa 6

2.1.1 Aprendizagem significativa no contexto de sala de aula 12

2.2 Função Logarítmica 15

2.2.1 Orientações legais para o ensino de logaritmos 15

2.3 Avaliação 18

3 Metodologia e Descrição das Atividades **21**

3.1 A organização do ensino significativo de logaritmos 21

3.1.1 O ensino de logaritmo em sala de aula 24

3.2 Atividade experimental: avalanche 26

4 Conclusões **31**

4.0.1 Análise dos resultados 31

4.0.2 Considerações finais 33

Referências Biliográficas **35**

Apêndices **38**

4.0.3 Roll de notas do instrumento avaliativo por turma 41

Anexo: Folha do Aluno **42**

Capítulo 1

Introdução

Na busca de uma abordagem de função logarítmica adequada a uma turma de 1ª série do ensino médio de uma escola pública de Macapá-AP, o uso de uma atividade diferenciada pautada em objetivos definidos com o critério da aprendizagem significativa trouxe à professora a resposta procurada.

Uma atividade experimental que levasse o aluno a vivenciar a prática de cientistas em laboratório, simulando o fenômeno da avalanche com materiais de fácil acesso tendo nos conceitos de logaritmos uma ferramenta para ajustar a formalização do modelo matemático que descreveria o evento. Aliada a estruturação da unidade curricular de ensino com base na teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel (página 6), onde, segundo Moreira [4], tudo que o aprendiz sabe, de fato, é organizado hierarquicamente como uma verdadeira rede de conhecimento, ao qual o professor deve "acessar" para, então, poder fazer interferências, ou seja, desenvolver essa rede.

A atividade provocou nos estudantes a motivação pelo estudo do conteúdo e serviu de objeto representacional da aprendizagem significativa, ou seja, atuou, internamente, como um exemplo específico de um conceito já estabelecido.

Prova disto foi constatada nos instrumentos de avaliação que apontaram um êxito 38% maior em relação às outras turmas da mesma escola, não envolvidas na pesquisa.

1.1 Problematização e Justificativas

O ensino de função logaritmica para turmas de 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Macapá-AP se mostrou como um grande desafio: uma clientela extremamente diversa, contando com casos em que alguns deles sequer tinham competência para analisar simples questões algébricas como resolver uma equação do 1º grau.

Na busca de uma abordagem adequada a este público em textos sobre teorias de aprendizagem, destacou-se a Teoria de Aprendizagem Significativa, que é o conceito proposto por David Ausubel, diferenciado e enriquecido por Joseph Novak e D. Bob Gowin e apresentado, neste estudo por Moreira [4].

A teoria da aprendizagem significativa é definida como a aprendizagem que ocorre quando as ideias novas estão ligadas às informações ou conceitos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo, o que é denominado na teoria de conceitos subsunçores. Ou seja, a aprendizagem significativa só ocorrerá quando uma nova informação relaciona-se, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a um aspecto da base de formação conceitual do educando, integrando-se ao ponto de provocar mudanças nos conceitos do indivíduo tanto nos pré-existentes, quanto nos novos, formando, assim, uma rede de ideias cada vez mais elaborada, não importando, portanto, se o aprendizado ocorreu por descoberta (quando o aprendiz constroi seus saberes por meio de experiências que o levam à conclusão de determinado assunto) ou por recepção (o que deve ser aprendido é apresentado ao aprendiz em sua forma final).

A respeito das condições para ocorrência da aprendizagem significativa, Moreira [4] lista duas principais:

- O significado: o material a ser aprendido deve ter significado lógico, isto é, deve fazer sentido para o aluno; e o aprendiz deve ter os conceitos subsunçores específicos, com os quais o novo material é relacionável;

- O comprometimento: O aprendiz deve manifestar uma disposição para relacionar, de maneira substantiva e não arbitrária, o novo material à sua estrutura cognitiva, ou seja, é fundamental que ele se comprometa plenamente nas experiências educativas que vivencia.

O fato é que os conteúdos das disciplinas ensinadas nas escolas são quase que por definição, logicamente significativos, o que leva a concluir que para haver uma aprendizagem significativa depende, de regra, da última condição, ou seja, independentemente de quão potencialmente significativo possa ser o material a ser aprendido, se o aluno não estiver intencionado a torna-lo significativo, tanto o processo quanto o produto serão mecânicos (caindo no esquecimento logo após as avaliações).

Daí a preocupação com relação aos alunos da 1ª série do ensino médio: eles terão a maior parte da grade curricular desta unidade escolar dedicada ao estudo de funções, conteúdo repleto de conceitos abstratos e que requerem atenção e empenho por parte dos estudantes.

Neste ponto surge o grande questionamento que motivou este estudo:

Como abordar as funções de maneira significativa com essa turma? Mais especificamente, como trabalhar a função logarítmica de maneira atrativa para esses alunos, posto que o estudo de logaritmo impõe um grau de abstração ao qual os alunos em questão não estavam acostumados?

Como resposta, observou-se a necessidade de implementar uma atividade diferenciada, que abordasse os logaritmos em sua utilização em situações reais; algo que fizesse os alunos tornarem-se parte do processo de aprendizagem, uma estratégia que os motivasse à aprendizagem significativa de logaritmo.

A busca de ferramentas que apoiassem o ensino significativo de logaritmos levou à um portal de recursos educacionais desenvolvido pela Unicamp: **Recursos Educacionais Multimídia para a Matemática do Ensino Médio [17]**, no qual havia, entre outros recursos, o experimento da avalanche. Um método de atividade prática que propõe modelar matematicamente avalanches provocadas por materiais simples, como milho de pipoca e feijão em um recipiente qualquer, aplicando logaritmo aos dados coletados para analisar a função que modela o fenômeno e até fazer algumas previsões.

Trata-se, portanto de uma oportunidade para os alunos vivenciarem a experiência de como os cientistas desenvolvem seus modelos e, ao mesmo tempo, uma atividade diferenciada em sala manuseando com informações aprendidas durante as aulas de logaritmos.

O experimento avalanche será utilizado como ponto culminante do ensino de logaritmo, uma estratégia para despertar a curiosidade do aluno e ao mesmo tempo servir como aprendizagem representacional para o assunto, isto é na medida em que a aprendizagem for significativa, o experimento funcionará como objeto para relação substantiva ao conteúdo logarítimo.

Um experimento potencialmente interessante para os alunos, pois possibilita aos mesmos encontrarem uma situação natural onde o logaritmo tem utilidade, além do fato de que as avalanches provocam sentimentos de fascínio e medo devido sua relação com verdadeiras tragédias, como os desmoronamentos de morros e encostas que são presenciados com tanta frequência no Brasil, principalmente nos períodos de chuva intensa.

Mas para que o experimento se traduza em aprendizagem significativa, é necessário certo conhecimento prévio: os conceitos de logaritmos e suas propriedades. Para isso, a estratégia seria a realização de atividades do livro didático de matemática [15] adotado pela Escola que apresenta o ensino de função logarítmica por meio de uma sequência didática com o uso de calculadoras; e, ainda, o uso do software de geometria dinâmica geogebra.

A opção do livro "Matemática: ciência, linguagem e tecnologia"[15] se justifica pelo fato de fazer parte do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM), por estar consoante com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio [11], e por preocupar-se com a matriz de referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM); além do mais, contém atividades de fácil acesso para os alunos e possibilita o uso de recursos tecnológicos como a calculadora e o computador, o que sempre causa maior envolvimento dos alunos.

1.2 Objetivo

Testar a eficácia da atividade experimental "avalanche"como recurso para a aprendizagem significativa dos conceitos de função logarítmica.

Capítulo 2

Elementos Teóricos

2.1 A teoria da aprendizagem significativa

Defensor das teorias cognitivistas [1] o pesquisador norte-americano David Paul Ausubel (1918 a 2008) apresenta em 1963 sua Teoria de Aprendizagem Significativa, implementada pelas visões humanista de Novak [2], interacionista social de Gowin [3], e apesar dos seus 50 anos, é uma ideia atual e extremamente coerente com a prática e sala de aula. Na avaliação de Lakomy [1], a teoria prioriza a organização cognitiva dos conteúdos aprendidos de forma ordenada, possibilitando ao aluno uma gama de opções de associações de conceitos de modo a levar à consolidação do aprendizado ou a um novo aprendizado.

É de senso comum o que Tavares [6] afirma que: "as pessoas constroem os seus conhecimentos, a partir de uma intenção deliberada de fazer articulações entre o que

[1] Para os teóricos cognitivistas, a maturação biológica, o conhecimento prévio, o desenvolvimento da linguagem, a interação social e a descoberta da afetividade são fatores de grande relevância no processo de desenvolvimento da inteligência e, consequentemente da aprendizagem [1]

[2] Joseph Donald Novak é um empresário, educador e pesquisador americano, colaborador com o refinamento e testagens da teoria da aprendizagem significativa, conhecido mundialmente pelo desenvolvimento da teoria do mapa conceitual na década de 70, são diagramas hierárquicos que indicam a organização conceitual de uma disciplina ou parte dela.[5]

[3] Bob Gowin tem sua contribuição para a teoria da aprendizagem significativa nos fundamentos da filosofia da educação e da estrutura do conhecimento, e bastante conhecido pelo Vê epistemológico ou 'vê de Gowin', um instrumento heurístico para analisar a estrutura do processo de produção do conhecimento ou para desvelar conhecimentos documentados.[5]

conhece e a nova informação que pretende absorver. Esse tipo de estruturação cognitiva se dá ao longo de toda a vida, através de uma sequência de eventos, única para cada pessoa, configurando-se, desse modo, como um processo idiossincrático".

Explorando este aspecto, Ausubel in [4] entende que o ensino necessita fazer algum sentido para o aluno, num processo em que, uma informação nova deverá interagir e ancorar-se nos conceitos relevantes já existentes na estrutura do aluno (que Ausubel designa de conceito **subsunçor**), e nessa interação entre o conhecimento novo e o antigo, ambos serão modificados de uma maneira específica por cada aprendiz.

Nesse sentido é que Fernandes [3] afirma: "Aprender significativamente é ampliar e reconfigurar ideias já existentes na estrutura mental e com isso ser capaz de relacionar e acessar novos conhecimentos. Quanto maior o número de links feitos, mais consolidado estará o conhecimento".

Para entender melhor o conceito de Ausubel, Moreira [4] destaca as diferenças (não no sentido de dicotomia) entre aprendizagem significativa e a aprendizagem mecânica. Enquanto a aprendizagem significativa caracteriza-se por uma interação (não uma simples associação), entre aspectos específicos relevantes da estrutura cognitiva e as novas informações contribuindo para a diferenciação, elaboração e estabilidade de conhecimentos cada vez mais refinados; a aprendizagem mecânica (ou automática) se dá com a absorção literal e não substantiva do novo material, acontece quando as novas informações são aprendidas sem relação com aspectos significativos da estrutura mental do aluno, ou seja, são armazenados de forma aleatória, mas isso não quer dizer que ela seja totalmente desprovida de importância no processo de ensino.

Ainda segundo Moreira [4], a aprendizagem mecânica desenvolve papel fundamental na sala de aula: quando o aprendiz necessita de um corpo de conceitos em uma área que lhe é completamente nova. Na matemática, por exemplo, a simples memorização de formulas e proposições pode ser entendida como aprendizagem mecânica, mas à medida o aluno avança nos estudos e começa a dar significado a essas formulas e proposições, que até então eram vagos subsunçores, vão se transformando em conceitos cada vez mais elaborados e mais capazes de servir de ancoradouros a novas informações.

Para Miras [2] ensinarmos de uma forma consequente com o estado inicial dos nossos alunos, temos de procurar descobrir que disposição, que recursos e capacidades gerais e que conhecimentos prévios eles têm.

Não obstante, para suprir a possível falta de conhecimento básico para o novo assunto, a teoria de Ausubel também indica a utilização de **organizadores prévios**, que são materiais introdutórios apresentados antes do próprio material a ser aprendido, e facilitarão a aprendizagem subsequente.

Barros et al [9] afirma que o GeoGebra pode ser utilizado nas aulas de matemática como um organizador prévio dos conteúdos a serem trabalhados, pois permite aos alunos uma melhor visualização dos conceitos, ajudando-os a revisar conteúdos já estudados, a esclarecer possíveis duvidas e a utilizar e aprimorar conceitos já existentes em sua estrutura cognitiva e desta forma favorecer a aprendizagem significativa de novos conceitos.

Como já mencionamos na seção 1.1 deste trabalho, existem dois requisitos essenciais para a aprendizagem significativa: o **significado**, que inclui a oferta de um novo conhecimento estruturado de maneira lógica e a existência de conhecimentos prévios na estrutura cognitiva do aluno que possibilitem a sua conexão com o novo conhecimento; a atitude explícita de apreender e conectar o seu conhecimento com aquele que pretende absorver, ou seja a **intenção de aprender**.

Quando se dá a aprendizagem significativa, o aprendiz transforma o significado lógico do material pedagógico em significado psicológico, à medida que esse conteúdo se insere de modo peculiar na sua estrutura cognitiva, e cada pessoa tem um modo específico de fazer essa inserção, o que torna essa atitude um processo idiossincrático. Quando duas pessoas aprendem significativamente o mesmo conteúdo, elas partilham significados comuns sobre a essência deste conteúdo. No entanto, têm opiniões pessoais sobre outros aspectos deste material, tendo em vista a construção peculiar deste conhecimento.

Deste modo, a aprendizagem significativa requer um esforço do aluno em conectar o novo conhecimento com a sua estrutura cognitiva, para isso é necessária uma bf atitude proativa, pois ele terá que buscar na memória uma determinada informação de teor correspondente àquele novo assunto na sua estrutura cognitiva de modo que poderá haver uma interação desses conceitos gerando novas ideias.

Para que essa interação de conceitos gere conhecimentos aprimorados, não importa a forma como o novo conceito chegou até o aluno, se por descoberta - quando o professor leva o aluno a encontrar por si respostas de problemas - ou por recepção - quando o professor mostra o conceito na sua forma acabada.

E em uma conexão não literal a aprendizagem da informação não depende das palavras específicas que foram usadas na recepção da informação. Desse modo, podemos ter uma aprendizagem receptiva significativa em uma sala de aula convencional, onde se usam recursos tradicionais tais como giz e quadro-negro, o essencial é que existam condições de o aprendiz transformar significados lógicos de determinado conteúdo potencialmente significativo, em significados psicológicos, em conhecimento construído e estruturado idiossincraticamente. Basta, para isso, que o professor saiba conduzir o processo de ensino a partir dos conhecimentos desvendados dos seus alunos.

Portanto a aprendizagem por descoberta (com questionamentos, pesquisas, experiências) não é, necessariamente, significativa nem a aprendizagem por recepção é, obrigatoriamente, mecânica. Tanto uma como a outra pode ser significativa ou mecânica, dependendo da maneira como a nova informação é organizada na estrutura cognitiva do aluno.

Para tornar mais claro e preciso o processo de aquisição e organização de significados na estrutura cognitiva do aluno, Moreira [4] apresenta o "princípio de assimilação"de Ausubel, onde uma nova ideia "**a**"ao interagir com uma ideia já estabelecida "**A**"adquire significado ao mesmo tempo em que provoca mudanças inclusive na antiga ideia, tornando a cadeia existente mais elaborada a ponto de o aluno não ser mais capaz de reproduzir mais a ideia "**a**"tal como ela o foi apresentada, pois já foi modificada em "**a'**"e "**A**"foi transformada em "**A'**", além de já se ter criado o produtos dessa interação "**a'A'**". Neste ponto surge a importância de se ter uma avaliação diferenciada da aprendizagem de forma a vericar se houve verdadeiramente a assimilação dos conceitos ensinados. O desafio aqui está no fato de que se aconteceu a aprendizagem de maneira significativa, o conceito ensinado, na forma como foi apresentado pela primeira vez, já foi modificado internamente pelo aluno, daí o professor deve manipular, de diferentes maneiras, com as informações desse aluno para sondar sua aprendizagem, na seção 4.0.3 será discutido o tema avaliação da aprendizagem significativa com mais detalhes.

A Aprendizagem Significativa pode possuir uma das seguintes naturezas:

Subordinada onde a informação nova é assimilada pelo subsunçor passando a alterá-lo, ou seja, a nova ideia pode ser um exemplo ou um detalhe a mais que se somará a uma ideia já formada.

Superordenada Quando a informação nova é ampla demais para ser assimilada por qualquer subsunçor existente, sendo mais abrangente que estes e então passa a assimilá-los. Por exemplo: Se o indivíduo tem subsunçores para Catolicismo, Protestantismo e Kardecismo, e depois aprende o conceito geral de Cristianismo. Esse último conceito é que na realidade assimilará os 3 originais

Combinatória Quando a informação nova não é suficientemente ampla para absorver os subsunçores mas em contrapartida é muito abrangente para ser absorvida por estes. Assim irá se associar de forma mais independente aos conceitos originais. Como exemplo podemos citar o conceito de "Arca de Noé". Ele se relaciona com o conceito de embarcação mas poderia não assimilá-los nem ser assimilado por estes, pois possuí peculiaridades muito específicas que desafiam as características de uma embarcação comum, dependendo do ponto de vista e linhagem de raciocínio do aprendiz, mas é indiscutivelmente associável a este conceito. Ao mesmo tempo associa-se também ao conceito Cristianismo por fazer parte de sua crença mas não de forma exclusiva a ponto de ser definitivamente assimilado. Assim passa a se relacionar com ambos e quaisquer outros conceitos associáveis mas ainda mantém certa independência.

A categorização de aprendizagem significativa em subordinada, superordenada e combinatória se ajusta a categorização em **Representacional**, **Conceitual** e **Proprosicional**.

A **representacional** é o tipo mais básico de aprendizagem do qual os demais dependem, envolve a identificação, em significado de palavras com seus referentes objetos, eventos, conceitos, acontece nas fases iniciais de aprendizagem, quando o concreto é de fundamental importância para as relações necessárias ao aprendizado.

A aprendizagem representacional ocorre, por exemplo, quando o som da palavra "bola"passa a representar, ou torna-se equivalente, a uma determinada bola que a criança está percebendo naquele momento, não se trata de simples associação entre objeto e nome, temos aqui uma importante fase de ensino do aluno, quando ele precisa do concreto para efetivar sua aprendizagem.

A **aprendizagem de conceitos** é um tipo pouco mais elaborado de aprendizagem representacional, pois aqui são apresentados regularidades, abstrações dos atributos criteriais em eventos ou objetos.

No exemplo dado anteriormente, a aprendizagem conceitual da bola acontece a partir do momento que a criança passa a ter o conceito cultural da bola, ou seja ela determina atributos à bola, os formatos circular (no plano) e de circunferência (no espaço), os diferentes tipo de material, os esportes que as utilizam, enfim, temos aqui o início da mobilização dos conhecimentos relativos ao objeto.

Na **aprendizagem proposicional** importam, não objetos ou eventos nem situações isoladas, mas o significado de ideias em forma de proposição. Acontece numa fase mais madura de aprendizagem, quando o aluno conhece os significados tanto denotativos quanto conotativos aos conceitos envolvidos, neste momento da sua vida, o ele já não depende mais do concreto, pois já é capaz de abstrair perfeitamente as ideias.

Embora a aprendizagem significativa de proposições seja mais complexa que as aprendizagens representacional e de conceitos, é similar a elas no sentido de que os significados emergem à medida que a nova proposição está relacionada e interage com a proposição ou conceitos já sabidos pelo aluno.

Assim, a aprendizagem representacional, numa forma simplista, fornece as noções denotativas, a aprendizagem de conceitos dá as noções conotativas dos conceitos já formados, dando suporte à aprendizagem proposicional que possibilitará aprendiz interpretar situações do cotidiano, solucionar problemas, fazer conjecturas e encontrar evidências para prová-las.

Uma aprendizagem representacional apresenta uma assimilação geralmente subordinada. Uma conceitual pode ser subordinada, mas tende mais a ser superordenada e menos frequentemente combinatória. Já uma proposicional tende mais a superordenada ou combinatória. Da mesma forma na aprendizagem representacional de característica predominantemente subordinada, ocorre a diferenciação progressiva, onde um conceito original vai sendo progressivamente detalhado e especializado, evoluindo através das assimilações subordinadas resultando num processo de análise. Já numa aprendizagem de característica superordenada ou combinatória tende a ocorrer a reconciliação integrativa, onde os conceitos originais buscam associações entre si, interligando-se de forma expansiva e sintética.

Explicando a organização do conhecimento no intelecto do aluno, podemos concluir que Ausubel então propõe a valorização da Estrutura Cognitiva do aprendiz, subordinando o método de ensino a capacidade do aluno de assimilar a informação. Portanto, neste trabalho, o tema aprendizagem significativa é base de elaboração de estratégias para a construção de uma prática pedagógica voltada ao estudante.

2.1.1 Aprendizagem significativa no contexto de sala de aula

Para aqueles que já trabalham com docência e conhecem os problemas do dia-a-dia da sala de aula, a teoria da aprendizagem significativa é um alento, pois ela está voltada a aprendizagem como normalmente ocorre na prática, ou seja, a aprendizagem verbal significativa receptiva. Não que a realidade seja de exclusão total da aprendizagem por descoberta, é verdade que esta acontece na prática e é muito útil, mas a grande quantidade de informações de qualquer área de conhecimento são levadas a organizá-las predominantemente em termos de aprendizagem por recepção.

Moreira [4] diz que Ausubel mostra em sua teoria que a linguagem e o uso de símbolos tornam possíveis formas mais complexas de funcionamento cognitivo devido a propriedade representativa das palavras, e que a aprendizagem significativa receptiva é um mecanismo humano por excelência para adquirir e armazenar conceitos, não estabelecendo entretanto que ela seja passiva, pois é fundamentalmente um processo dinâmico. Moreira [4] propõe que o ensino à luz da teoria da aprendizagem significativa deve ter como principal meta atividades que conduzam o aluno a adquirir um corpo de conhecimento claro, estável e organizado. Neste sentido, o papel da estrutura cognitiva preexistente do aluno é fundamental.

Se a estrutura cognitiva é clara, estável e adequadamente organizada, significados precisos e não ambíguos emergem e tendem a ser retidos (isto é, dissociáveis das ideias-âncoras ou subsunçores). A estrutura cognitiva do aprendiz pode ser influenciada **substantivamente** (pela apresentação ao aprendiz de conceitos e princípios unificadores inclusivos, com maior poder de explanatório e propriedades integradoras) e **programaticamente** (pelo emprego de métodos adequados de apresentação do conteúdo e utilização de princípios programáticos apropriados na organização sequencial da matéria de ensino).

Infere Moreira [4] que o papel do professor nesse processo envolve quatro tarefas:

1. Identificar os conceitos e as proposições mais relevantes da matéria de ensino, distinguir os mais abrangentes dos que estão em nível intermediário de generalidade e inclusividade, e estes dos menos inclusivos e específicos. Deve fazer um "mapeamento"da estrutura conceitual do conteúdo e organizá-lo sequencialmente de acordo com essa estrutura.

2. Identificar quais os subsunçores (conceitos, proposições e ideias claras, precisas, estáveis) relevantes à aprendizagem do conteúdo a ser ensinado, que o aluno deveria ter um sua estrutura cognitiva para poder aprender significativamente esse conteúdo. Não está se falando aqui do tradicional pré-requisito, mas de conhecimentos especificamente relevantes para a aprendizagem do conteúdo que vai ser ensinado.

3. Diagnosticar o que o aluno já sabe; distinguir dentre os subsunçores necessários à nova matéria quais os que estão disponíveis na estrutura cognitiva do aluno.

4. Ensinar utilizado recursos e princípios que facilitem a passagem da estrutura conceitual da matéria de ensino para a estrutura cognitiva do aluno de maneira significativa. A tarefa do professor aqui é auxiliar o aluno na assimilação da estrutura da matéria de ensino e organização da sua própria estrutura cognitiva nessa área de conhecimentos pela aquisição de significados claros, estáveis e transferíveis.

A primeira tarefa de organizar a matéria a ser aprendida numa estrutura hierárquica é duríssima para o professor ante programas curriculares demasiadamente extensos, porém é uma tarefa indispensável para o alcance da meta do ensino inicialmente citada por se preocupar com a "qualidade"e não com a "quantidade"do conteúdo.

Vencida a primeira etapa, a segunda funciona como consequência dela, isto é, ao mapear a estrutura conceitual do conteúdo o professor tem a clareza do que o aluno precisará para o seu entendimento.

Na fase de diagnóstico dos conhecimentos prévios do aluno surge a necessidade de pré-testes, entrevistas ou outros instrumentos que sirvam de ferramentas para identificar, o melhor possível, a estrutura cognitiva do aluno; constituindo uma verdadeira batalha na busca desse entendimento, e que configura para muitos professores "perda de tempo", pois poderiam estar "cumprindo o programa", mas que na verdade é o ponto chave para o sucesso do ensino desse programa.

Finalmente, o ensino pode ser interpretado na quarta tarefa como uma troca de significados sobre determinado conhecimento, entre professor e aluno até que compartilhem significados comuns. São esses significados compartilhados que permitem a incorporação da estrutura conceitual da matéria à estrutura cognitiva do aluno sem o caráter de imposição. Neste ponto implica a atribuição, por parte do aluno, de significado psicológico (idiossincrático) à citada estrutura (ele julgará se está de acordo com seus objetivos e metas pessoais), o que corresponde a condição fundamental à aprendizagem, o aluno deve estar intencionado à aprendizagem, ficando aqui talvez a mais difícil de todas as tarefas do professor, desenvolver as atividades de forma que os alunos queiram obter aquela informação.

Dentre os diversos modelos de aprendizagem matemática que poderiam dar suporte nesta faze da tarefa do professor, é importante lembrar da modelagem matemática.

Barbieri e Burak [10] mostram que os princípios da teoria de "Aprendizagem Significativa"estão presentes no processo da modelagem matemática. Como o fato da experiência considerar os conhecimentos prévios dos alunos e os conteúdos sempre partirem dos conceitos mais gerais para os mais específicos, pontos fortes na teoria "ausubeliana"; os aspectos observados relacionam-se à prática docente, o ambiente que se forma, o interesse dos alunos e às interações do sujeito com o tema de conhecimento durante o processo.

2.2 Função Logarítmica

2.2.1 Orientações legais para o ensino de logaritmos

Nos PCNEM [11] o ensino médio deve assumir a responsabilidade de completar a educação básica, isso significa preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para o aprendizado permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente no mundo do trabalho.

Estar formado para a vida significa mais do que reproduzir dados, denominar classificações ou identificar símbolos. Neste sentido, Cabe à matemática, desempenhar o papel de articulador da capacidade de compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas e aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os em atividades tecnológicas e nas situações cotidianas, além de desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, bem como o espírito crítico e criativo.

No que diz respeito à seleção de conteúdos, nos PCNs [11] o critério deve ser a contextualização, o ensino de funções, portanto, deve levar o estudante a compreender a relação de dependência entre grandezas em situações diversas para descrever e estudar por meio da leitura de gráficos o comportamento de certos fenômenos e fazer conexões com outras áreas do conhecimento.

"A explicitação de linguagens, usadas em comum por diferentes disciplinas científicas, permite ao aluno perceber sua universalidade e também distinguir especificidades desses usos. Um exemplo disso é o uso do logaritmo, operação que dá origem a funções matemáticas, mas que também é linguagem de representação em todas as ciências. Ao se ensinar este conceito, operação ou função, o professor de Matemática, inicialmente, mostra que dez milhões - 10.000.000 - é dez vezes dez, sete vezes seguidas, ou seja, dez à potência 7, ou seja, 10^7*. Uma operação inversa é o logaritmo na base 10, ou seja, log*10 *(10.000.000)=7, que, conhecido o número dez milhões, determina qual a potência de 10 que resulta nele."* [12]

Mas fica claro que esse aprendizado, perderia contexto se não se explicitasse a importância dos logaritmos, em questões tecnológicas e em outras ciências, como as escalas logarítmicas de decibéis (trabalhada em física no tópico de acústica) que medem os níveis sonoros, por exemplo, também é logarítmica a escala Richter (comentada em aulas de geografia) dos abalos sísmicos, um aluno que compreender o caráter logarítmico dessa escala saberá que um terremoto caracterizado pelo nível 7 não tem uma intensidade só acrescida em 3, relativamente a um abalo de nível 4, mas sim mil vezes esta intensidade, ou seja, multiplicada por 10^3. Usa-se ainda uma escala logarítmica para definir o pH de substâncias (estudadas em química), coeficiente que caracteriza a condição mais ácida ou mais básica de soluções. Também populações de microorganismos podem variar exponencialmente, tornando a escala logarítmica igualmente conveniente em Biologia.

Nos PCN + Ensino Médio [12], além de tratar o ensino da matemática de maneira contextualizada, relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias à formação do aluno, são elas:

representação e comunicação , que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;

investigação e compreensão , competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;

contextualização das ciências no âmbito sócio-cultural , na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.

Mais especificamente, as habilidades propostas para as unidades temáticas a serem desenvolvidas no tema de função seriam:

- Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica nas ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e fazendo conexões dentro e fora da Matemática;
- Compreender o conceito de função, associando-o a exemplos da vida cotidiana;
- Associar diferentes funções a seus gráficos correspondentes;

- Ler e interpretar diferentes linguagens e representações envolvendo variações de grandezas;
- Identificar regularidades em expressões matemáticas e estabelecer relações entre variáveis.

A estratégia de resolução de problemas é a peça central, segundo esses documentos, para o desenvolvimento das habilidades citadas acima. Os PCN + Ensino Médio [12] apontam que para o desenvolvimento das competências, não bastam propor apenas exercícios de aplicação e técnicas matemáticas, pois isso limitaria o aluno a buscar em sua memória exemplos semelhantes ao que foi utilizado pelo professor, o que não garante que ele seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

Nos PCN + Ensino Médio [12] os temas de matemática foram organizados em três eixos norteadores para possibilitar a articulação dos conteúdos e o desenvolvimento das competências com relevância científica e cultura, desenvolvidos nas três series do ensino médio:

- Álgebra: números e funções;
- Geometria e medidas;
- Análise de dados.

O ensino de função logarítmica está situado no primeiro eixo estruturador, em que a unidade temática proposta é a variação de grandezas. Assim o conteúdo de funções possibilita ao aluno adquirir uma linguagem algébrica como linguagem das ciências, necessária para estabelecer a relação de grandezas entre duas variáveis. Desta forma os PCN + Ensino Médio [12] propõem ênfase do estudo dos diferentes tipos de funções focalizando seus conceitos, propriedades, interpretações de seus gráficos e nas aplicações dessas funções.

O ensino de funções pode ser permeado de situações do cotidiano, formas gráficas que outras áreas do conhecimento utilizam como modelos para descrever fenômenos de dependências entre grandezas. As funções exponencial e logarítmica, por exemplo, são usadas para descrever a variação de duas grandezas em que o crescimento da variável independente é muito rápido, sendo aplicada em áreas do conhecimento como matemática financeira, crescimento de populações, intensidade sonora, pH de substâncias e outras. A resolução de equações logarítmicas e exponenciais e o estudo das propriedades de características e mantissas podem ter sua ênfase diminuída e, até mesmo, podem ser suprimidas.

De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM [13]) é pertinente discutir o alcance do modelo linear na descrição de fenômenos de crescimento, para então introduzir o modelo de crescimento/decrescimento exponencial ($f(x) = a^x$). É interessante discutirem as características desses dois modelos, pois enquanto o primeiro garante um crescimento à taxa constante, o segundo apresenta uma taxa de variação que depende do valor da função em cada instante. Situações reais de crescimento populacional podem bem ilustrar o modelo exponencial. Dentre as aplicações da Matemática, tem-se o interessante tópico de Matemática Financeira como um assunto a ser tratado quando do estudo da função exponencial - juros e correção monetária fazem uso desse modelo. Nos problemas de aplicação em geral, é preciso resolver uma equação exponencial, e isso pede o uso da função inversa - a função logaritmo, sem, no entanto, recorrer a essas técnicas de maneira exaustivas.

A Matriz de Referência para o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) [14] segue todas as recomendações acima citadas e dá ênfase à importância do aluno saber mobilizar os conhecimentos matemáticos nos diversos tipos de situações-problema na própria matemática e em outras áreas de conhecimento.

2.3 Avaliação

Segundo Wachiliski [20], o processo avaliativo inclui a medida, mas nela não se esgota. A "nota"diz o quanto o aluno possui de determinada habilidade, descreve os fenômenos com dados quantitativos; a avaliação descreve os fenômenos e os interpreta, utilizando-se também, de dados qualitativos.

Para Moretto [18] a avaliação é parte do processo de ensino aprendizagem, portanto deve ser coerente com a forma de ensinar, completa ainda que "a avaliação da aprendizagem é um momento privilegiado de estudo e não um acerto de contas", cabe aqui, perfeitamente, o papel da avaliação na teoria de aprendizagem significativa que é o de negociar significados.

Ao procurar evidências de compreensão significativa, Moreira [4] afirma que a melhor maneira é evitar a "simulação da aprendizagem significativa", é formular questões e problemas de maneira nova e não familiar que requeiram transformação do conhecimento adquirido. Na visão dele, trata-se de verificar se o aluno sabe mobilizar os conceitos internos ao ponto de fazer inferências em problemas, por exemplo, ou reconhecer certa teoria apresentada em um padrão diferente daquele que aprendeu.

Assim, faremos uso das teorias desenvolvidas por Benjamim Bloom [18] no assunto que ficou conhecido como Taxionomia de Bloom ou Taxionomia de Objetivos Educacionais, destacando apenas o que for pertinente ao enfoque da avaliação da aprendizagem, sem o detalhamento dos aspectos teóricos detalhados.

De acordo com Soares [8], em 1948, na Associação Psicológica Americana, uma série de discussões levaram a Benjamim S. Bloom e um grupo de educadores a empreender a tarefa de classificar os objetivos educacionais. Seu intuito era desenvolver um método de classificação para o comportamento que fosse importante para o aprendizado. O trabalho, fruto desse estudo, que ficou conhecido como "A Taxionomia dos Objetivos Educacionais"identificou três domínios educativos: o emocional, o psicomotor e o cognitivo (que é considerado neste trabalho). Geralmente, em pesquisas relacionadas à aprendizagem escolar, quando é citada a Taxionomia de Bloom está se referindo a Taxionomia utilizada no domínio cognitivo.

Enfatiza Soares [8] que o critério definido por Bloom foi a complexidade das operações mentais necessárias para alcançar determinados objetivos.

Para Moretto [18], o ponto de partida para a elaboração da avaliação é estabelecer um objetivo para cada questão, isto é a indicação clara do que se espera do aluno após o ensino de determinada unidade. Esses objetivos são hierarquicamente organizados do menor ao maior nível de complexidade de operação mental em: (re)conhecimento, compreensão, aplicação, análise, síntese, julgamento (avaliação).

Moretto [18] sintetiza o conceito dessas operações mentais a seguir:

(Re) Conhecimento: Neste nível, a habilidade mental básica exigida é a identificação das propriedades fundamentais dos objetos de conhecimento. Essa operação é de pouca complexidade.

Compreensão: Nesse nível da operação mental, além da identificação proposta o reconhecimento, há indicação de elementos que dão significado ao objeto de conhecimento: sua composição, finalidade, características, etc. As operações mentais em nível de compreensão pressupõem o reconhecimento e vão além dele, por isso são mais complexas.

Aplicação: Esse nível de construção do conhecimento se caracteriza pela transposição da compreensão de um objeto de conhecimento, em caso específico, fato determinado, situação-problema peculiar, etc., assim, compreendida uma fórmula, um conceito, uma estrutura, eles são aplicados em situações e problemas bem definidos.

Análise: Analisar é uma operação mental que parte de um todo para a compreensão de suas partes. O esquema representativo seria o seguinte: enuncia-se "o todo"a ser analisado; indicam-se os parâmetros para análise; explicita-se o objetivo da análise.

Síntese: A síntese é a operação mental inversa da análise, isto é, ao fazer uma síntese, relacionam-se diversas partes para estabelecer as características de um "todo".

Julgamento (avaliação): É o nível de maior complexidade dentro da taxionomia em foco. Nele há, normalmente, a emissão de juízo de valor após a análise e/ou síntese efetuadas.

A partir dos pressupostos apresentados pela Teoria de Bloom, a construção de um instrumento avaliativo consoante com a teoria de aprendizagem praticada nas aulas e preocupada com os objetivos educacionais a serem alcançados, o tornam mais eficiente na medida em que explora os diferentes níveis de aprendizagem do aluno, e o professor tem a clareza dos resultados e pode, então dar um "norte"para os ensinos subsequentes.

Capítulo 3

Metodologia e Descrição das Atividades

3.1 A organização do ensino significativo de logaritmos

A experiência aqui relatada aconteceu durante um período letivo normal de seis meses (posto que a escola de que trata este relatório adota a semestralidade na organização de sua grade curricular) na Escola Estadual Tiradentes, uma escola de Ensino Médio da cidade de Macapá, Estado do Amapá, localizada no bairro Santa Rita (uma região central da cidade), que é popularmente conhecida como escola "modelo"e por isso é bastante procurada por jovens oriundos de escolas de Ensino Fundamental de bairros variados, formando assim, turmas de alunos bastante heterogêneas. Participaram da pesquisa alunos da turma 125 da professora-pesquisadora: uma classe de segundo turno cursando a 1ª série do Ensino Médio, contendo 32 estudantes com idades entre 14 a 16 anos, entre os quais havia os que tinham bons conhecimentos matemáticos e os que quase não tinham bases suficientes para as atividades, um grupo extremamente heterogêneo, mas era a menor das turmas da escola, e isso facilitaria o acompanhamento de cada etapa da pesquisa de forma mais próxima possível dos alunos, daí a razão pela escolha.

O objetivo principal de testar o experimento avalanche como atividade diferenciada que entusiasmasse a turma carecia de que o aluno tivesse embasamento teórico a respeito de logaritmos e suas propriedades, organizou-se, então, sua execução ao final de uma sequência didática realizada durante o mês de janeiro de 2013 voltada para o preparo dos alunos para o experimento, sempre dando ênfase à relação dos logaritmos com as potências, desde os conceitos até as propriedades operatórias, fazendo uso de recursos como calculadoras científicas contidas nos celulares dos próprios alunos, o laboratório de informática da escola e o livro didático adotado pela mesma.

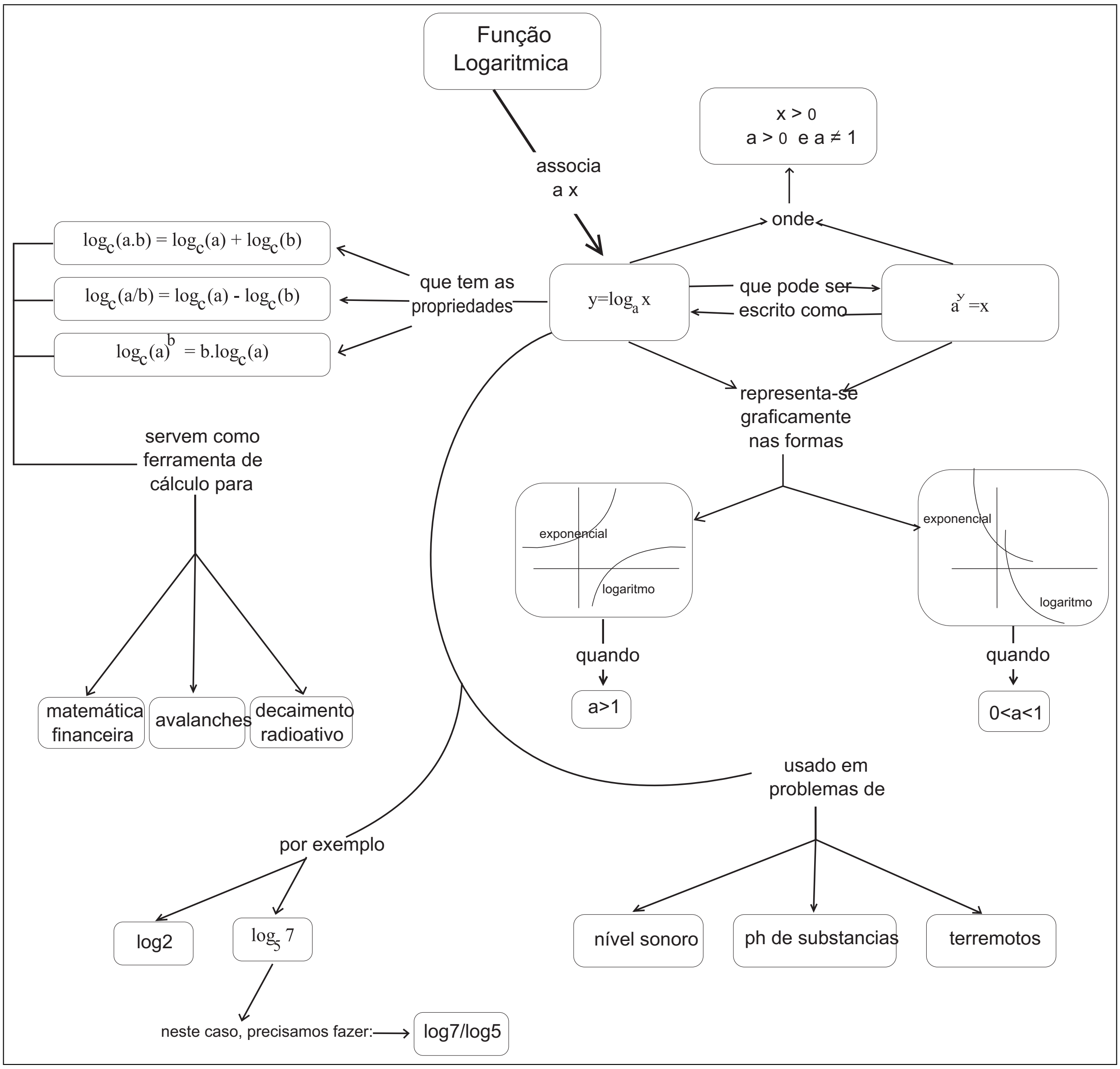


Figura 3.1: Mapa conceitual para o ensino de logaritmo, elaborado pela professora-pesquisadora

A concepção inical do ensino de logaritmo foi organizada esquematicamente num mapa conceitual [1] que mostra a matéria com íntima relação com as equações exponencias, desde o conceito, condições de existência, propriedades até sua representação gráfica, conforme 3.1.

Com vista ao mapa dos conceitos a serem ensinados, elencou-se os conhecimentos prévios que os alunos deveriam ter para o perfeito entendimento do assunto que versavam, principalmente, sobre potências:

- função exponecial;
- Interpretação de gráficos;
- Resolução de equações exponenciais;

.

O procedimento seguinte de diagnóstico dos conhecimentos dos alunos já era prática usual da professora pesquisadora, vinha sendo feito desde o início do período letivo e perdurou como atividade constante no dia-a-dia com a turma concomitantemente com o preparo para temas que posteriormente serviriam de subsunçores para o estudo de logaritmos.

Após o estudo do tópico "Conjuntos", a turma teve acesso pela primeira vez ao tema "função"como um tipo característico de relação entre conjuntos. Partindo então para exemplos especiais de funções como: afim, quadrática e exponencial; dando ênfase, nesta última, nas situações cujo modelo matemático se assemelhavam ao crescimento (ou decrescimento) exponencial. Nesse sentido, os assuntos estudados antes de logaritmos serviram como organizadores prévios [2] para o desenvolvimento de conceitos subsunçores dos estudos subsequentes.

[1] Mapas conceituais são diagramas que indicam a relação hierarquica entre conceitos, e podem ser utilizados como instrumento de organização de ideias que o professor pode utilizar como organizador do conteúdo a ser ensinado, além disso, Moreira indica a utilização dos mapas para negociar significados, avaliar a aprendizagem, entre outras

[2] Esta denominação é utilizada para aquelas informações apresentadas antes do proprio material a ser aprendido [4]

3.1.1 O ensino de logaritmo em sala de aula

Finalmente, no ensino de logaritmos, os alunos tiveram contato com os conceitos e propriedades a partir de um paralelo com equações exponenciais, usando uma parte da sequência didática para o ensino de logaritmo proposto por Santos [16] com apoio das calculadoras científicas dos seus celulares, nos casos em que era impossível resolver as equações exponenciais com as técnicas que eles dominavam de "igualar as bases". Toda a atividade foi executada em 12 sessões, sendo cada sessão equivalente a uma hora aula de 50 minutos, durante o período normal de aula contando com carga horária e conteúdos ordinários no currículo dos alunos. Todas as atividades utilizadas durante as aulas foram retiradas do livro didático adotado pela escola [15], como consta nas referências destre trabalho.

O livro didático de matemática [15] adotado pela escola Tiradentes possuía os requisitos necessários para o desenvolvimento dos conhecimentos de logaritmo dos alunos, baseados nos objetivos da professora-pesquisadora, pois além de estar consoante com as exigências dos PCN's, no que diz respeito ao ensino de logaritmos como relação inversa das potências, também com relação ao uso de tecnologias, quando busca mostrar expoentes reais com o uso de calculadora. E ainda, traz suas atividades organizadas de modo a proporcionar ao aluno o contato gradativo com os conceitos, possibilitando, assim uma melhor organização dos novos conceitos na estrutura cognitiva dos estudantes, condizendo, portanto, com o que é defendido pela teoria da aprendizagem significativa.

A definição de logaritmo apresentada por Ribeiro [15] é introduzida por uma situação-problema de matemática financeira onde há um questionamento sobre o tempo que deve ser aplicado um capital, sob condições estabelecidas, para obter-se determinado montante. Nesse sentido o estudo de logaritmos é introduzido como mecanismo de resolução para equações exponenciais quando não é possível reduzir os dois membros em uma mesma base.

Neste tópico são introduzidas situações-problemas como o teste de alcoolemia, que procura calcular o tempo que a quantidade de álcool presente no sangue de um indivíduo atingira o nível permitido pelo Código de Trânsito, utilizando a função $Q(t) = 1,8.2^{-0,5t}$, sendo o tempo t medido em horas. E ainda, questões envolvendo o decrescimento radioativo, a cronologia do carbono, o crescimento populacional, entre outros; todos utilizando as propriedades dos logaritmos como ferramenta de resolução.

A formalização da definição de **função logarítmica** é feita através da descrição do fenômeno terremoto, apresentando a intensidade calculada em função da sua energia liberada.

A representação gráfica é construída por duas tabelas de valores x e y em dois casos: quando a função é crescente e quando é decrescente, fazendo correlação com a os gráficos da função exponencial.

E, então, são retomados os exercícios de situações-problemas modelados por logaritmos, tal qual foram sugeridos pelos documentos orientadores do ensino de matemática.

Na exploração do aspecto gráfico de logaritmo, usou-se o software geogebra incluso no pacote Linux educacional (disponível em todos os computadores do laboratório de informática da escola).

Para a familiarização com o software geogebra [3], Santos [16] sugere que se mostre algumas funções já estudadas pela turma como a função afim, e a quadrática e, então, deixar a turma cerca de 15 minutos livre para os alunos explorar o programa. Em seguida eles construíram os gráficos das funções $f(x) = log(x)$ e $g(x) = 10^x$, e então discutiram as diferenças e semelhanças dos dois gráficos para concluir a relação de inversão que existem entre as duas funções.

Neste processo o papel da professora-pesquisa foi o de facilitadora da aprendizagem interferindo o mínimo na construção do pensamento, mas auxiliando no fechamento de cada ideia.

Mesmo deixando bem claro a não intenção de atribuir nota às atividades, após cada exercício os alunos demonstravam preocupação com os resultados, o que motivava muitas discussões. Por isso após cada exercício sempre havia uma complementação ou reforço da teoria e ficavam, como sugestão, exercícios extras do livro didático, esses exercícios acumulados durante o processo educativo virou fonte de pesquisa para estudos posteriores dos avanços da aprendizagem da classe.

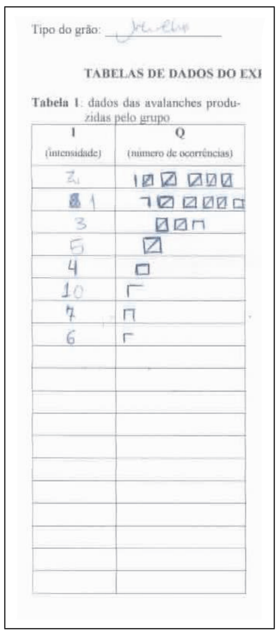
[3]Programa de geometria dinâmica de distribuição gratuita na internet: http://www.geogebra.org

3.2 Atividade experimental: avalanche

Para o encaminhamento da atividade experimental, procurou-se, dentro do possível, seguir os passos sugeridos pelo autor, conforme figura 4.1 em anexo.

Na ausência de alguns alunos, a turma pôde ser dividida em 10 grupos de 3 componentes, sendo que 5 destes fizeram a experiência com grãos de arroz e 5 grupos usaram grãos de milho. Essa diferença de material foi proposital à discussões na análise dos gráficos finais.

Cada grupo preencheu um copo plástico de grãos até a iminência de um transbordamento. A partir dessa situação os grãos seguintes foram colocados cuidadosamente, um de cada vez, em qualquer ponto do morrinho criado pelos grãos até que começassem a cair. A queda desses grãos em excesso denominou-se **avalanche**. O número de grãos que caiam em uma avalanche foi chamado de **intensidade**. As equipes produziram avalanches durante dez minutos e as intensidades de todas elas foram registradas numa tabela, observe a 3.2 que mostra uma tabela preenchida por um grupo de alunos que utilizou grãos de milho.


Tipo do grão:

TABELAS DE DADOS DO EX

Tabela 1: dados das avalanches produzidas pelo grupo

I (intensidade)	Q (número de ocorrências)
2	
~~8~~ 1	
3	
5	
4	
10	
7	
6	

Figura 3.2: Registro das avalanches de milho de um grupo de alunos

Terminado o tempo estipulado para provocar as avalanches, cada grupo forneceu seus dados à professora-pesquisadora para que unisse os valores anotados de todos os grupos em duas tabelas, uma para cada tipo de grão, conforme tabela 3.1 da página 27.

Avalanche de Arroz		Avalanche de Milho	
Intensidade(I)	Frequência(Q)	Intensidade(I)	Frequência(Q)
1	59	1	67
2	35	2	29
3	14	3	26
4	7	4	13
5	3	5	8
6	1	6	6
7	1	7	4
9	1	9	2
		10	3
		15	2

Tabela 3.1: Valores totais das avalanches de grãos de arros e milho

O passo seguinte seria a contrução do gráfico de dispersão $I \times Q$ utilizando os valores reunidos de todos os grupos que utilizaram o mesmo grão, sem se preocupar se a curva passaria por todos os pontos. Mas este momento foi interrompido pelo fim da aula, o que levou a primeira constatação na prática: para aquela realidade, o tempo estimado de 2 aulas foi insuficiente.

Na aula seguinte a professora levou os dois gráficos prontos para que a turmas percebesse a curva gerada nas figuras 3.3 e 3.4.

Na folha do aluno, figura 4.1 (ver página 43), há uma pergunta que aborda o formato desse gráfico e questiona se os alunos conhecem alguma função que se aproxime da figura encontrada. Neste momento a professora-pesquisadora interferiu mostrando que o formato do gráfico adequado ao fenômeno da avalanche é representa a função:

$Q = a.\frac{1}{I^b}$, onde a e b são constantes.

Mas como descobrir os coeficientes "a"e "b"da equação através do gráfico obtido? Para facilitar a análise dessa situação, transformou-se a igualdade dada na equação de uma reta. A melhor ferramenta nesse caso é o logaritmo, no qual uma divisão é transformada numa subtração, e uma potenciação numa multiplicação; portanto, neste momento, os alunos tiveram que aplicar as propriedades de logartimos estudadas anteriormente para

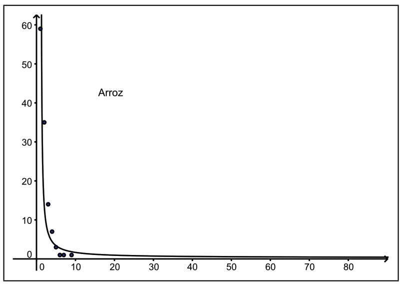


Figura 3.3: Gráfico da curva próxima aos pontos coletados das avalanches de arroz

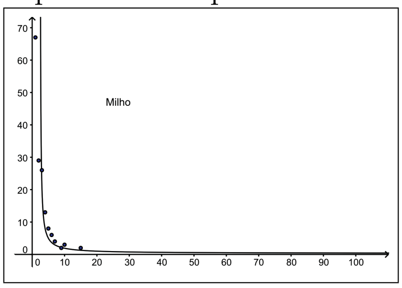


Figura 3.4: Gráfico da curva próxima aos pontos coletados das avalanches de milho

definir os valores dos coeficientes a e b. De $Q = a.\frac{1}{I^b}$, aplicou-se o logaritmo decimal obtendo-se as seguintes implicações:

$$log(Q) = log(a.\frac{1}{I^b})$$

$$log(Q) = log(a) + log(\frac{1}{I^b})$$

$$log(Q) = log(a) - b.log(I)$$

Ao designar-se log(Q) de Y, log(I) de X e log(a) = c, escreveu-se a seguinte função: $Y = c - bX$ Portanto, a equação original foi transformada na equação de uma reta que relaciona não mais os dados coletados diretamente, mas seus logaritmos. Assim, para simplificar a análise dos dados encontrados pelos alunos, eles converteram os valores de I e Q, para $logI$ e $logQ$ com o uso de suas calculadoras científicas, a maioria da turma não teve dificuldade em encontrar os valores da tabela 3.2 da página 29.

O passo seguinte do experimento era construir um gráfico dispersão com os logaritmos decimais dos dados tabelados pelos alunos e encontrar a melhor reta que se ajustasse aos pontos do gráfico. O método formal para encontrá-la é chamado de Mínimos

Avalanche de Arroz		Avalanche de Milho	
log(I)	log(Q)	log(I)	log(Q)
0	1,77	0	1,83
0,3	1,54	0,3	1,46
0,48	1,15	0,48	1,41
0,6	0,85	0,6	1,11
0,7	0,48	0,7	0,9
0,78	0	0,78	0,78
0,85	0	0,85	0,6
0,95	0	0,95	0,3
		1	0,48
		1,18	0,3

Tabela 3.2: Valores totais das avalanches de grãos de arros e milho

Quadrados. Ele ajusta uma reta tal que a somatória dos quadrados da variação de y entre a reta e cada ponto seja mínima. Porém, este é um procedimento que não está contemplado na grade curricular e requer conceitos não inclusos na estrutura cognitiva dos alunos, por isso a professora construiu o gráfico de dispersão e incluiu a reta da função $Y = c - bX$ encontrando os coeficientes procurados com a ajuda de um programa computacional para a conclusão do modelo matemático, como mostram as figuras 3.5 e 3.6, página 30, que apresentam repectivamente as retas $Y = -2X + 2,14$ e $Y = -1,38X + 1,86$ próximas aos pontos anotados das avalanches de arroz e milho.

Finalizadas as etapas anteriores, os alunos discutiram os resultados mostrados nos gráfico com relação ao fenômeno da avalanche como a conclusão de que avalanches mais intensas são menos frequentes; foi feita, também, uma comparação entre os coeficientes obtidos pelos grupos com grãos diferentes, especialmente o coeficiente angular.

De volta ao "rítmo normal de aula", realizou-se uma avaliação formal dos conteúdos estudados usando na sua elaboração os critérios apontados na taxionomia de Bloom, que dá ênfase aos objetivos específicos de cada questão e o nível de estrutura mental utilizada na resolução dos mesmos para medir o grau de eficiência do ensino nos moldes da aprendizagem significativa, como consta no apêndice da página 42.

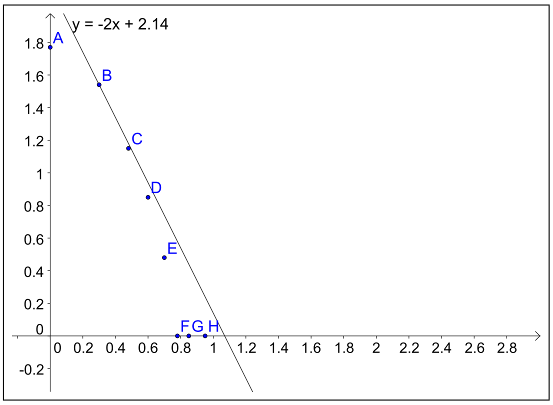


Figura 3.5: Gráfico da reta próxima aos logaritmos dos pontos coletados das avalanches de arroz

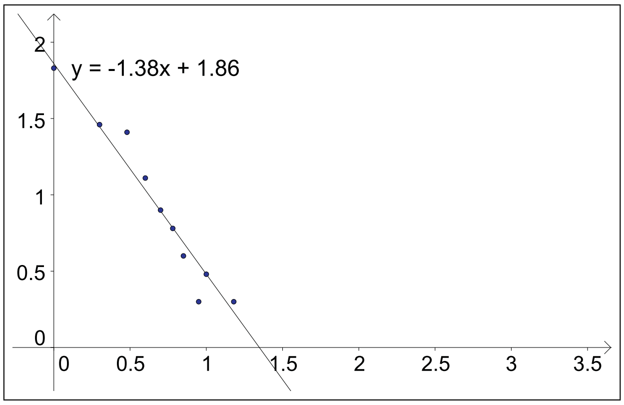


Figura 3.6: Gráfico da reta próxima aos logaritmos dos pontos coletados das avalanches de milho

Capítulo 4

Conclusões

4.0.1 Análise dos resultados

Nas primeiras atividades para o entendimento do conceito de logaritmos, os alunos não compreenderam ou tentaram organizar esquemas mecânicos para a resolução de problemas repetindo perguntas a respeito dos procedimentos para a "passagem da escrita de logaritmos para a escrita em forma de equação exponencial". Quando tratou-se das propriedades operatórias dos logaritmos utilizando-se exemplos de logaritmos decimais, fazendo comparações dos resultados obtidos utilizando as propriedades com os resultados obtidos na calculadora. Nestes exercícios, a aceitação foi bem maior, mas ao tratar das mesmas operações com logaritmos de bases não decimais observou-se a necessidade de questões extras para que eles pudessem generalizar os conceitos e propriedades em qualquer base.

No laboratório de informática, a maior dificuldade e o que demandou mais tempo foi o primeiro contato dos alunos com o software geogebra, estavam previsto apenas 5 minutos, mas houve uma demanda geral por mais tempo se estendendo por mais 15 minutos.

Na apresentação da interface do programa os alunos relembraram as correspondências de elementos algébricos com suas representações geométricas no sistema cartesiano, então eles manusearam, com "encanto", pares ordenados, funções afim e quadrática, para enfim inserirem funções logarítmicas e exponenciais, destacando a ideia de funções inversas.

O ponto crucial da série de atividades foi a resolução de situações-problemas de logaritmos, mas já era esperado pois foi percebido na fase de diagnóstico da turma uma imensa dificuldade em interpretar situações, fazer análises e inferir conclusões em linguagem matemática.

O experimento avalanche provocou entusiasmo na turma, contando com o empenho de todos na tentativa de provocar o maior número possível de avalanches dentro do tempo estipulado. Não demorou muito para que os alunos começassem a fazer constatações como a interferência dos resultados pelo tipo de grão ou pela variação da altura com que os grãos eram abandonados em cima dos morrinhos de grãos.

Ao verificarem as tabelas dos dados seus grupos prontas, a maioria dos alunos percebeu a relação da intensidade das avalanches com sua frequência: quanto mais intensas as avalanches, menos eram frequentes. E, ao obervarem o trabalho dos grupos próximos, já foram fazendo comparações com relação ao tipo de grão, diziam eles: “é mais fácil provocar avalanches de arroz”. Mas era preciso verificar na soma de todos os valores coletados na turma se era confirmada esse comportamento do fenômeno.

A construção do gráfico de cada grupo que serviu para confirmar a primeira observação dos alunos de que avalanches mais intersas eram também as mais raras. Mas, como foi previsto, a formalização que modelava a curva desenhada às proximidades dos pontos de dispersão do experimento, trouxe à tona novamente a dificuldade da passagem da linguagem natural para a linguagem matemática, diminuindo, de certa forma, o ânimo pela tarefa

Além disso, o tempo presvisto para a execução de toda a atividade foi insuficiente, ficando os passos seguintes como a somatória dos dados e a construção do gráfico de $Y = c - bX$, com $Y = \log(Q)$, $X = \log(I)$ e $c = \log(a)$ de responsabilidade da professora para apreciação dos alunos na aula seguinte.

Com o fechamento do aspecto gráfico, feito pela professora, dos logaritmos decimais da tabela totalizadora valores totais (ver figuras 3.5 e 3.6 da página 30), possibilitou à turma tirar conclusões sobre a ocorrência de grandes avalanches e, ainda, confirmar a interferência do tipo de material na intensidade do desmoronamento.

Além de proporcionar um clima diferente à aula, o experimento foi objeto do que Moreira [4] intitula como aprendizagem subordinada derivativa, isto é serviu como um exemplo específico de um conceito já estabelecido, prova disto foi o fato de que na avaliação final da turma as questões respondidas com maior êxito foram aquelas referentes às propriedades de logaritmos, utilizadas durante o experimento.

Analisando os resultados da avaliação (ver página 42) aplicada à todos os alunos das turmas da professora-pesquisadora foi observado desempenho similar nas questões 1 e 2, que exigiam operações mentais simples de reconhecimento e compreensão, das 88 provas resolvidas, 52 apresentaram as questões 1 e 2 corretas; praticamente o oposto do achado nas questões 4 e 5 que objetivava verificar um grau de operação mental mais complexo que é o de aplicação, nestas questões, apenas 30 provas mostraram acertos.

Mas ao analisar as respostas da questão 3, que tratava especificamente das propriedades operatórias de logaritmo, tema tratado no experimento avalanche, das 63 provas das turmas que não fizeram o experimento, 28 resolveram corretamente a referida questão, enquanto que das 25 da turma que realizou a atividade avalanche, 15 alunos obtiveram êxito na resolução, o que representa, na turma, um sucesso de 60% enquanto que o sucesso das demais turmas representa $44,4\%$. Isso significa que a turma alvo da atividade diferenciada obteve um êxito 35% maior em relação às demais.

4.0.2 Considerações finais

A teoria desenvolvida por Ausubel é plena de sentido, pois ao utilizá-la como sistema de referência para organização do ensino, o professor deve conhecer, com clareza, de onde está partindo (o conhecimento prévio do seu aluno) e aonde quer chegar (seus objetivos, o que o aluno deve aprender). Além disso, supõe-se que o crescimento cognitivo do aluno, resultante da aprendizagem significativa, possa motivá-lo à novas aprendizagens, provocá-lo ao seu envolvimento total no aprendizado.

Na prática, ensinar nos preceitos da aprendizagem significativa (aliado à atividades diferenciadas) é um desafio que poucos ousariam, verdadeiramente, enfrentar, porque exige do professor uma dedicação maior a sua turma, disposição de tempo e apoio da escola; e considerando a realidade de salas de aulas lotadas e professores trabalhando com carga horária máxima, torna-se muito complicado adotar uma postura inovadora. Mas é um esforço compensador para o professor, que colhe os resultados no bom empenho dos alunos, e, principalmente, para o aluno que consegue enxergar na escola um ambiente motivador e passa a se engajar no processo educativo de maneira ativa.

Além disso, o professor que acompanha uma classe por um período maior de tempo, como foi o caso, tem a vantagem de conhecer melhor seu aluno (sua estrutura cognitiva) e traçar estratégias seguras para trabalhar a influência de seu aprendizado, prova disto foi a confirmação nos resultados finais do que foi previsto nas análises prévias deste estudo.

Neste relatório de experiência, a atividade diferenciada intitulada avalanche cumpriu seu papel de recurso motivador; mas se mostrou capaz de ir além e funcionar como objeto representativo das propriedades de logaritmos, isto é, com ela o aluno pôde consolidar os conceitos estudados mostrando, nas avaliações, evidências da ocorrência de aprendizagem significativa.

Ao resolver questões que requeriam do aluno mobilizar seus conhecimentos para aplicar as propriedades operatórias de logaritmos, os estudantes citados nesta pesquisa tiveram um êxito 35% maior em relação à média dos resultados apresentados por outras turmas da mesma professora, como é possível constatar na tabela 4.0.3 da página 41. Sob as mesmas condições de ensino, exceto o experimento da avalanche, o resultado da avaliação formal confirmou a eficácia da atividade como recurso para a aprendizagem significativa.

Referências Bibliográficas

[1] LAKOMY, Ana Maria. **Teorias cognitivas da aprendizagem**. 2 ed. rev. e atual. Curitiba: Ibpex, 2008.

[2] MIRAS, Mariana. **Um ponto de partida para a aprendizagem de novos conteúdos: os conhecimentos prévios**. In: Coll, César (Org.). O Construtivismo na sala de aula. São Paulo: Ática, 1999.

[3] FERNANDES, Elizângela. **Teorias da Aprendizagem Sigificativa**. Em: http//revistaescola.abril.com.br/formacao/formacao-continuada/teorias-aprendizagem-608069.shtml. Acesso em 03 de setembro de 2012.

[4] MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília, Ed. UNB, 2006.

[5] ____________. **APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: da visão clássica à visão crítica**. Em (www.if.ufrgs.br/ moreira). Acesso em dezembro de 2012.

[6] TAVARES, R; et al. **OBJETOS DE APRENDIZAGEM: UMA PROPOSTA DE AVALIACAO DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA. In: Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico** /Organização: Carmem Lúcia Prata, Anna Christina Aun de Azevedo Nascimento. - Brasília : MEC, SEED, 2007.

[7] ____________. Aprendizagem significativa. Conceitos (João Pessoa), João Pessoa-PB, v. 10, p. 55-60, 2004

[8] SOARES, Luís Havelange. **Aprendizagem Significativa na Educação Matemática: uma proposta para a aprendizagem de Geometria Básica**. 2009.

Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa-PB.

[9] BARROS, Michele C.; MOGNON, Angela; KATO, Lilian A. K. Aprendizagem significativa de conceitos matemáticos: um estudo sobre o uso do GeoGebra como um organizador prévio. Anais da 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra. Em¡ http://www4.pucsp.br/geogebrala/submissao/artigos.html¿.

[10] BARBIERI, Daniela Donisete; BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática e suas implicações para a "aprendizagem significativa". Anais da IV Conferencia Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 2005.

[11] BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília, MEC: 1999.

[12] ________________. Secretaria de Educação Básica. **PCN + Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília, MEC: 1999.

[13] ________________. **Orientações curriculares para o ensino médio: volume 2**. Brasília, MEC: 2006.

[14] ________________. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de Referência para o ENEM 2012**. Brasília, MEC: 2012.

[15] RIBEIRO, Jackson. **Matemática: ciência, linguagem e tecnologia**. São Paulo, Scipione, 2010.

[16] SANTOS, Adriana T. Castro dos. **O Ensino da Função Logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do Software Geogebra**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Pontífica Universidade Católica de São Paulo. São Paulo-SP.

[17] Em: **¡http://m3.ime.unicamp.br¿**. Acesso em 02 de outubro de 2012.

[18] MORETTO, Vasco Pedro. **Prova - um momento privilegiado de estudo, não um acerto de contas**. 9 edição. Rio de Janeiro, Lamparina, 2010.

[19] HOFFMANN, Jussara. **O jogo do contrário em avaliação. 3 ed.: Mediação**. Porto alegre, Mediação, 2007.

[20] WACHILISKI, Marcelo. **Didática e Avaliação: Algumas Perspectivas da Educação Matemática**. Curitiba, Ed. Ibpex, 2007.

Apêndices

Autorização

Eu,____________________________________ RG __________ autorizo a professora Marília Chaves Quintas a utilizar total ou parcialmente respostas a exercícios e questionários ou gravações de meu(minha) filho(a)____________________________________ para fins de pesquisa científica, podendo divulgá-las em publicações, congressos e eventos da área com a condição de que o nome de meu(minha) filho(a) não será citado em hipótese alguma.

Macapá-AP, _____ de janeiro de 2013.

____

Assinatura do responsável legal

Instrumento Avaliativo

Escola Estadual Tiradentes

Diretora: Mary Cruz

Professora: Marília Chaves Quintas

Turma: __________

Aluno: ___________________________________ nº __________

Data: _____/_____/2013.

Avaliação de Matemática

Questão 1. A igualdade $3^x = 81$ escrita na forma de logaritmo está corretamente representada no item:

(a) $log_x 3 = 81$

(b) $log_x 81 = 3$

(c) $log_3 81 = x$

(d) $log_3 x = 81$

Questão 2. Calcule o logaritmo $log_5(0,04)$

Questão 3. Sabendo-se que $log_3 p = 3$, $log_3 q = 2$ e $log_3 r = 1$, calcule $log_3((p.q)/r^2)$.

Questão 4. Determine o valor de x em $x = 3.log1$

Questão 5. A intensidade M de um terremoto medido na escala Richter é um número que varia de $M = 0$ (nenhum tremor) até $M = 8,9$ (maior terremoto conhecido). O valor de M é dado pela fórmula empírica

$M = 2/3.log(E/(7.10^(- 3)))$,

onde E é a energia liberada no terremoto em KWh (quilowatt-hora). Qual é a intensidade M de um terremoto que liberou 7.10^-1 Kwh de energia?

4.0.3 Roll de notas do instrumento avaliativo por turma

Nº	Turma 121	Turma 123	Turma 125
1	1,0	1,5	1,5
2	1,5	2,5	1,2
3	0,6	1,8	2,0
4	0,6	1,5	1,2
5	1,5	1,5	2,4
6	1,2	1,5	1,0
7	1,8	2,3	2,4
8	1,2	2,5	1,5
9	1,8	0,7	1,8
10	1,2	1,5	0,6
11	0,7	0,6	2,4
12	0,3	1,8	1,2
13	0,9	2,0	1,2
14	1,8	0,9	3,0
15	0,6	1,2	1,5
16	2,8	1,7	3,0
17	1,2	0,9	1,0
18	1,0	1,5	2,4
19	0,5	1,8	1,2
20	0,9	0,7	1,5
21	0,9	1,2	1,2
22	1,5	0,8	1,8
23	2,8	2,0	2,0
24	2,8	1,0	0,6
25	2,4	1,8	1,5
26	0,6	2,0	-
27	1,5	0,9	-
28	0,6	0,3	-
29	0,8	0,6	-
30	0,7	1,0	-
31	1,8	1,5	-
32	-	1,0	-
Média	1,3	1,4	1,6

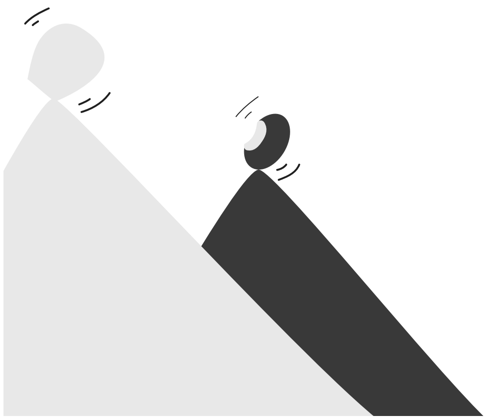
Anexo: Folha do Aluno

Folha do aluno

Números e Funções

Comentários iniciais

Nesse experimento vamos simular grandes avalanches, mas em pequena escala: usando grãos como milho e fei ão.



Procedimento

Etapa 1 **Coleta dos dados**
Preencha o recipiente com o grão que foi dado ao seu grupo. Coloque o máximo possível até que a estrutura f que estável.

> ***Atenção***
>
> Cuidado para não esbarrar na montagem!

Uma vez montado seu morrinho inicial, faça o seguinte:

1. Coloque vagarosamente um grão em qualquer ponto do morrinho;
2. Verif que se houve alguma avalanche: se não houver, coloque um novo grão, se houver, conte quantos grão caíram e anote essa quantidade em seu caderno;
3. Repita esse procedimento por 10 minutos, nunca se esquecendo de anotar a intensidade de cada avalanche ocorrida.

Agora que você realizou as suas avalanches, cons trua uma tabela, como a indicada abaixo, relacionando quantas vezes ocorreram avalanches com cada inten sidade, que corresponde a quantidade de grãos que caíram do morro.

Intensidade	Número de avalanches

tabel a 1 ***Para ser reproduzida no caderno.***

Etapa 2 **Representação gráf ca**
Construa em seu caderno uma tabela geral para o seu tipo de grão, com todos os resultados das equipes que utilizaram o mesmo grão.

> ***Pense e responda***
>
> Faça o gráf co de $I \times Q$ em seu caderno.
>
> O gráf co obtido se parece com alguma função que você conhece? Qual? Por quê?

Etapa 3 **Uma nova representação**
Na verdade, existem modelos matemáticos para analisar esse tipo de fenômeno. Em particular, o modelo usado para avalanches se torna mais fácil de compreender quando analisamos o gráf co de $\log_2(I) \times \log_2(Q)$.

Para obter esse gráf co:

1 Calcule, com a ajuda do anexo, o logaritmo de todos os valores das duas colunas da tabela que você montou, obtendo um nova tabela preenchida com $\log_2(I)$ e $\log_2(Q)$.

2. Construa o gráf co de $\log(I) \times \log(Q)$ no seu caderno.

> ***Pense e responda***
>
> Trace com uma régua uma reta que se encaixe bem nos pontos do gráf co e calcule a sua equação.

Avalanches

Folha do aluno

Figura 4.1: Folha do Aluno (Fonte: m3.ime.unicamp.br)