UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

Ênio Virgílio de Oliveira Matias

Futuro da Escrita Matemática: Materiais e Formas

MOSSORÓ/RN
2013

Ênio Virgílio de Oliveira Matias

Futuro da Escrita Matemática: Materiais e Formas

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Àrido – UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Profº. Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia

MOSSORÓ/RN
2013

Ênio Virgílio de Oliveira Matias

Futuro da Escrita Matemática: Materiais e Formas

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semi-Àrido – UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em Matemática.

APROVADO EM : 27 de Dezembro de 2013

BANCA EXAMINADORA

____

Profº. Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia-UFERSA
Presidente

____

Profº. Dr. Walter Martins Rodrigues-UFERSA
Primeiro Membro

____

Profº. Dr. Aleksandre Saraiva Dantas-IFRN
Segundo Membro

MOSSORÓ/RN, 27 de Dezembro de 2013.

DEDICATÓRIA

A Ana Paula Sampaio Feitosa, minha esposa.

AGRADECIMENTOS

A Deus por sua infinita bondade. A todas as pessoas que compõem o programa de pós-graduação em matemática da Universidade Federal Rural do Semi-Árido. A todos os meus colegas do mestrado que a toda hora estavam dispostos a me ajudar em especial a Fagno, Derilson, Otoniel e a João Paulo. A meus pais Tarcísio André Matias e Aurivan Isidoro de Oliveira Matias e as minhas irmãs Regina Lúcio de Oliveira Matias e Simone de Oliveira Matias e a Minha querida esposa Ana Paula Sampaio Feitosa que foram o esteio em que me segurei para poder seguir.

RESUMO

Neste trabalho apresentaremos uma linha do tempo dos principais suportes para escrita voltados ao registro da matemática, que começo no mais remoto artefato já descoberto pelo homem até oque há de mais moderno hoje. Com isto queremos indicar qual é o futuro dos suportes para escrita em especial para a matemática. Apesar de mostrarmos exemplos de outras áreas temos uma atenção especial a matemática mostrando exemplos de escrituras de matemáticas, exemplos de CDF (Formato de Documento Computável), que iremos indicar como suporte para escrita do futuro e concluímos o nosso trabalho com algumas considerações importantes a respeito da forma que se devem ser distribuídos materiais e sugestões de inúmeros trabalhos futuros o que talvez seja a maior contribuição de todas.

Palavras–chave: História da Matemática, Documento com Formato Computável (CDF), Formato Portátil de Documento(PDF), Suporte para Escrita.

ABSTRACT

In this work we present a timeline of the main supports for writing directed to the registration of mathematics, which start at more remote artifact ever discovered by man until a more modern today. With this we say what the future of the media for writing in particular for mathematics. Although we show examples of other areas have a special attention to math showing examples of deeds of mathematical examples of CDF (Computable Document Format), we will indicate how future support for writing and conclude our work with some important considerations about the way that materials and suggestions for numerous future work which is perhaps the greatest contribution of all should be distributed.

Keywords: History of Mathematics, Computable Document Format (CDF), Portable Document Format (PDF), Support for Writing.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

Introdução

A intenção do texto apresentado a seguir é fornecer uma descrição dos problemas mais importantes tratados neste trabalho, situar a proposta dentro do contexto atual, justificar a sua importância, enfatizando as contribuições para o desenvolvimento educacional, descrever a metodologia do trabalho, enumerar os resultados esperados e apresentar o modo de organização deste trabalho.

Segundo Platão desde que o homem existe ele produz ciência, mas, desde quando ele começou a registrar essa esta ciência? Quais foram as dificuldades enfrentadas para este registro? Quais materiais foram utilizados? Quais eram a intenções ao fazer registros? O que nós temos no presente? E o que o futuro nos espera? A partir de tais questionamentos surgiu a ideia de fazer um trabalho que identifique a trajetória de quando começaram a ser escritos documentos matemáticos, identificar quais materiais foram utilizados para escrever estes documentos, avaliar o que nós temos no presente e vislumbrar o que virá no futuro. Este trabalho pretende mostrar uma linha do tempo da escrita, dos materiais do desenvolvimento humano e do ensino, voltada à matemática e suas principais escrituras e manuscritos, passando pelos seus principias livros e materiais didáticos até o CDF, em ordem cronológica, desde os primeiros registros de que temos notícia até o que temos hoje de mais moderno. A primeira parte do nosso trabalho é relativamente simples, pois será uma pesquisa bibliográfica do desenvolvimento da matemática, desde os primórdios da humanidade até os dias atuais, que encontram-se em livros, artigos, páginas da Internet e em diversos trabalhos como este, porém na nossa pesquisa tem um ponto de discursão que não temos muita coisa escrita sobre ele, que é o CDF, que está sendo distribuído gratuitamente pela *Wolfram*, e que está se apresentando como uma nova opção de forma de desenvolver, escrever, praticar e distribuir conhecimentos científicos em diversas áreas do conhecimento e, em especial, na matemática.

Em vista do exposto acima, a nossa proposta é definir uma linha do tempo da matemática, desde o mais antigo artefato, que nós leve a uma interpretação de uma linguagem matemática, até o que temos de mais moderno. A nossa intenção, além de organizar uma linha do tempo associada, à escrita e desenvolvimento da matemática, e sugerir o que virá no futuro, fomentando esta discussão nas academias, já que não temos encontrado material que se discuta o uso do CDF como uma perspectiva de uma nova tendência de se escrever matemática.

No nosso trabalho, por ser em parte histórico, nos preocupamos em introduzir o máximo possível de ilustrações, mas, infelizmente, este trabalho vai ter que ser entregue em PDF, o que irá sobrecarregar mais ainda de ilustrações de exemplos de CDF para podermos explicar os procedimentos para uso desta ferramenta. O trabalho proposto acima foi desenvolvido através dos seguintes tópicos relacionados a seguir. O Capítulo 1 consiste da introdução deste trabalho. O Capítulo 2 Contém a linha do tempo da história da matemática relacionada a escrita desde tempos remotos até os dias atuais. O Capítulo 3 Introduçao ao estudo do CDF, onde será ilustrado vários exemplos para uso desta ferramenta. O Capítulo 4 As considerações finais. As conclusões e propostas para futuros trabalhos são estabelecidos no Capítulo 5. Após as Referências Bibliográficas.

CAPÍTULO 1

Linha do Tempo

Esta parte de nosso, trabalho que nos vai dar uma noção da evolução dos suportes usados pelo homem para registrar seus conhecimentos matemáticos é essencialmente baseado em [7] e [8]

1.1 Período Pré Histórico

É usualmente considerada a matemática mais antiga aquela que resulta do esforço do homem para sistematizar conceitos de grandezas, forma e número, é dai que começaremos a descrever nosso trabalho.

Na Idade da Pedra, que, data de 5.000.000 a.C. até 3.000 a.C. homem era nómade, e vivia basicamente da colheita de frutas sazonais e da caça e precisava se deslocar levando consigo apenas o essencial, suas roupas e instrumentos para caça e colheita, portanto, nesta época não dava para, por exemplo ter uma biblioteca, já que seria necessário leva-la consigo. A partir do momento que o homem resolveu fixar moradia em um certo local, a cultura começou a avançar e com isso os primeiros rudimentos da ciência e consequentemente, da matemática.

O mais antigo objeto que já foi descoberto pelo homem no qual se tem inscrições com intuitos matemáticos é o osso de *Lebombo*, com aproximadamente 35000 anos, foi descoberto em 1970, na Caverna Border, nas montanhas Libombos, na África, é um pedaço da fíbula de um babuíno de 7,7 cm e possui 29 entalhes bem definidos. Como podemos ver na Figura 1.1.1

Figura 1.1.1: Osso de *Lebombo* [3]

O segundo objeto mais antigo é osso de *Ishango*, que foi encontrado em 1960, no

Congo na área africana de Ishango, perto da zona onde nasce o rio Nilo. Foi encontrado entre os restos de uma pequena comunidade que pescava e coletava nesta área da África, que data do Paleolítico Superior, aproximadamente dentre 18000 e 20000 a.C. no qual há uma série de traços talhados, veja 1.1.2

Figura 1.1.2: Osso de *Ishango* [1]

1.2 Período Egípcio.

Os antigos egípcios inventaram um primitivo material de escrita parecido com o papel, o papiro, esse material era feito de uma planta aquática chamado papu, que era cortada em tiras para depois serem feitas camadas para uso.

A maior parte do que sabemos hoje sobre a Matemática egípcia baseia-se em alguns documentos, que são os papiros de Rhind, que é também conhecido por papiro de Ahmes em homenagem ao escriba que o copiou, o papiro de Moscovo, o papiro de Berlim, o papiro de Kahun e o papiro do Cairo. Estes papiros são compostos por exposições de problemas triviais e suas resoluções.

O papiro de Rhind ou papiro de Ahmes foi encontrado nos meados do século XVIII na antiga cidade de Tebas, no Egito. Em 1858 foi comprado, no local, pelo antiquário escocês A.H. Rhind.

Não se tem certeza sobre a intenção do papiro de Rhind ou papiro de Ahmes, porém há indicações de que poderia ser um documento com intenções pedagógicas ou mesmo um simples caderno de notas de um aluno. Para outros historiadores representa um guia de matemática do antigo Egito. Escrito por volta dos anos 1700 a.C. tem aproximadamente 5,5 m de comprimento e 32 cm de largura. Basicamente o papiro dá-nos informações sobre aritmética, frações, cálculo de áreas de triângulos, trapézios e retângulos, volumes de cilindros e prismas, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares e trigonometria básica, consta de 87 problemas e suas respectivas resoluções. Muitos dos problemas são de problemas do quotidiano, como a medida de cerveja e a divisão de pão. A primeira parte do papiro representa um manual do cálculo matemático com um sumário de regras e questões organizadas para servirem de guia aos sacerdotes egípcios, inclui uma tabela da divisão de 2 por números ímpares. Em seguida alguns exemplos relativos às operações fundamentais da Aritmética, em que, na multiplicação parece proceder-se por adições sucessivas dos resultados obtidos pela operação multiplicar por dois. Na divisão encontram-se os resultados, sem que se indique o processo seguido. Apresenta as soluções de alguns problemas que se expressam por equações do primeiro grau a uma incógnita. Na parte geométrica encontram-se alguns exemplos numéricos relativos ao cálculo de volumes, à determinação das áreas de algumas figuras planas e a resolução de problemas sobre pirâmides.

Certamente, o papiro de Rhind ou papiro de Ahmes seja o mais antigo material com intuitos matemáticos que se tem notícia. Como o nosso trabalho é voltado ao material com que foi usado para fazer a escrita, tendo descrito o papiro de Rhind ou papiro de Ahmes com uma riqueza de detalhes satisfatória não iremos descrever os detalhes dos outros papiros citados acima.

Figura 1.2.1: Papiro de Rhind ou Ahmes[6]

1.3 Escrita Cuneiforme

Escrita cuneiforme ou escrita em forma de cunha é o nome aplicado à maior parte das inscrições na antiga Mesopotâmia. A escrita cuneiforme foi feita quase que exclusivamente em tabuletas de argila Figura 1.3.1, e estas variaram em tamanho de pouco mais que de um centímetro a vários centímetros de comprimento, porém também tenha sido esculpida em pedra Figura 1.3.2.

A Matemática babilônica era , em muitos aspectos , bastante avançada. Eles poderiam extrair raízes quadradas e cúbicas , trabalhar com teorema de Pitágoras 1.200 anos antes de Pitágoras, tinha um conhecimento de π e, possivelmente, poderia resolver alguns problemas envolvendo quadráticas e até polinômios de grau 8 , resolviam equações lineares e também poderia lidar com medição circular .

Figura 1.3.1: Tábua de argila com inscrições cuneiformes[12]

Figura 1.3.2: Escrita cuneiforme em pedra.[13]

1.4 Pergaminho

Quase tão antiga quanto a fabricação do papiro é a do pergaminho (do grego pergaméne e do latim pergamina ou pergamena) o suporte para escrita desenvolvido na antiguidade, obtido a partir da pele de um animal, em especial cabra, carneiro, cordeiro ou ovelha.

O nome pergaminho é uma referência à cidade de Pérgamo, na Ásia menor, onde se acredita possa ter se originado ou distribuído.

Para guardar os pergaminhos cada folha retangular era dobrada uma, duas ou três vezes, cortando-se as bordas e formando assim um fólio com quatro ou oito folhas. Essas folhas eram então encadernadas em capas de madeira fina e lisa o que deu origem aos livros, tais como são conhecidos atualmente. O pergaminho apresentava algumas vantagens em relação ao papiro, que era muito frágil e onde só era possível escrever em um lado. O pergaminho além de ser bastante mais resistente, permite a escrita dos dois lados e a sua reutilização, sendo possível apagar um texto, raspando a pele com um instrumento apropriado.

Este suporte de escrita foi bastante utilizado até a descoberta do papel que tinha um custo mais baixo.

1.5 Papel

De todos os materiais de escrita que a humanidade tem empregados ao longo dos séculos, o papel tornou-se o mais utilizado em todo o mundo. O papel como conhecemos foi inventado na China. Antes do século 3 dC , o primeiro papel era feito de pano desintegrando e casca de árvores . O papel foi usado na China a partir de 868 dC , para gravura pinturas religiosas. A tecnologia de fabricação de papel passou da China para o Japão e depois para a Coréia, onde era comumente feito de casca de amoreira. Mais tarde, foi feita de bambu e palha de arroz. Mas a fabricação de papel foi um segredo muito bem guardado até os chineses perderam uma batalha, e foi registrado que, entre os prisioneiros chineses eram papeleiros qualificados. Os artesãos começaram a fazer papel. A fabricação de papel , em seguida, se espalhou para Damasco, Egito e Marrocos. Levou 500 anos para encontrar o seu caminho para a Europa. No Museu Britânico há o exemplo mais velho em um manuscrito, que contém alguns tratados astronômicos escritos em um excelente papel da primeira metade do século 13 . Tanto a Espanha e Itália afirmam ser a primeira a fabricar papel na Europa. O primeiro molde de arame para a fabricação de papel é identificado na Espanha, datando de 1150. Moldes de bambu eram comuns na China , mas não estava disponível na Europa. No início a procura por papel era pequena na Europa pois era mais frágil do que o pergaminho e foi associado com judeus e árabes que não eram confiáveis. Foi somente com o advento da imprensa quando Johann Gutenberg aperfeiçoou os tipos móveis, no século 15, que a demanda tornou-se maior . A partir deste momento tivemos uma certa tranquilidade na produção de suporte para escrita e produção de livros, e assim estamos até hoje pois os livros são produzidos com um recurso renovável, com excelente qualidade e de baixo custo, porém a genialidade humana não tem fim e com a nova demanda por recursos digitais temos uma novas perspectivas no ramo de produção e distribuição de conhecimentos, consequentemente chegando até matemática.

1.6 Portable Document Format PDF

O Portable Document Format (PDF) é um formato de arquivo usado para representar documentos de maneira independente do aplicativo de software, hardware e sistema operacional . Cada arquivo PDF encapsula uma descrição completa de um documento plano de layout fixo , incluindo o texto , fontes , gráficos e outras informações necessárias para exibi-la. Enquanto Adobe Systems fez a especificação PDF disponível gratuitamente em 1993 , PDF permaneceu um formato proprietário , controlado pela Adobe, até que foi lançado oficialmente como um padrão aberto em 1 ^{o} de julho de 2008.

O PDF tornou-se uma das ferramentas bastante utilizadas no mundo acadêmico, até trabalhos como este tem como norma entregar cópias em PDF, temos livros gerados em PDf, e-book inúmeros em PDF.

O que torna esta tecnologia uma das principais fontes de escrita de materiais didáticos de todas as áreas, consequentemente, da matemática. Porém, temos que este formato de material é semelhante aos livros didáticos de papel. Que não podemos interagir com eles , simplesmente passar páginas eletrônicas parar ler, o que é semelhante a folhear páginas de livros.

1.7 Alguns acontecimentos na história da matemática

Nesta subseção colocaremos uma tabela simples com fatos envolvendo a história da matemática, com as datas e os acontecimentos para que possamos localizar o que foi desenvolvido em cada época e associar suporte para escrita mais utilizada para registrar o mesmo.

Período	**Acontecimento**
276 a.c	A medida do raio da Terra
262 a.c	As Cônicas
250 a.c	Sistema de numeração Indo-Arábico
3500 a.c	Antigo Sistema de Numeração
3100 a.c	História da matemática no Egito
2600 a.c	Resolução de Equações de 2^o grau
2100 a.c	História da matemática na Babilônia
1850 a.c	Papiro Moscou
1650 a.c	Papiro Rhind
625 a.c	Tales de Mileto
580 a.c	Pitágoras de Samos; Secção Áurea; Números perfeitos
440 a.c	Duplicação do cubo
440 a.c	Quadratura do círculo
430 a.c	O início da trigonometria
428 a.c	Trissecção do ângulo

Período	**Acontecimento**
425 a.c	Trissectriz ou quadratriz de Hipias
300 a.c	Euclides e os "Elementos"
287 a.c	Arquimedes
240 a.c	Conchóide de Nicomedes
196 a.c	Pedra de Roseta
1545 d.c	Cardano publica o método para a resolução de equações do 3^o grau
1550 d.c	Ferrari torna público o método de resolver equações do 4^o grau
1591 d.c	François Viète aplica, pela primeira vez, a álgebra à geometria
1614 d.c	Os logaritmos são inventados por Napier
1619 d.c	Descartes cria a geometria analítica
1642 d.c	Blaise Pascal constrói a primeira maquina de calcular
1684 d.c	É criado, ao mesmo tempo, por Newton e Leibniz o cálculo
1761 d.c	Johann Lambert prova que o número π é irracional
1777 d.c	Leonard Euler, matemático suíço, simboliza $\sqrt{-1}$ com a letra i
1801 d.c	A Abstração em Álgebra; Grupos de Permutações
1806 d.c	Augustus De Morgan
1812 d.c	Laplace publicou em Paris a Teoria Analítica das Probabilidades
1815 d.c	George Boole
1817 d.c	Bernhard Bolzano cria o teorema que leva seu nome
1821 d.c	Arthur Cayley
1831 d.c	Dedekind: a fundamentação dos números reais
1835 d.c	Willian Rowan Hamilton
1858 d.c	Axiomas de Peano
1872 d.c	O matemático russo Georg Cantor cria a teoria dos conjuntos
1975 d.c	Feigenbaum descobre matemáticamente a transição da ordem ao caos
1977 d.c	Appel e Haken resolvem teorema das quatro cores com um computador.

Tabela 1.7.1: Principais Fatos Históricos e o Período em que Ocorreu

CAPÍTULO 2

CDF: exemplos e aplicações

2.1 Formato de Documento Computável (CDF)

Os documentos online atuais que em sua maioria estão em PDF são como o papel de ontem que não podemos interagir com eles, simplesmente exposições de textos e exemplos que precisamos imaginar como seriam exemplos diferentes dos que estão expostos para análise. Já o Formato de Documento Computável (CDF), disponibiliza interatividade fácil de criar com simples manuseio de computadores, dando poder aos leitores para criar conteúdo e gerar resultados ao vivo. Lançado pelo Grupo Wolfram, o padrão CDF é um recipiente de conhecimento computável assim como os documentos do dia-a-dia, mas com a interatividade de um aplicativo. Ao usar o CDF é possível aumentar de maneira significativa fluxo de comunicação de ideias, acelerando pesquisas, educação, desenvolvimento técnico e progresso.

Principais Vantagens do CDF:

Linha de comunicação mais ampla: cria conteúdo como documentos do dia-a-dia, porém tão interativos quanto um aplicativo.

Computação incorporada: deixa que os leitores façam suas próprias descobertas instantaneamente.

Interatividade de fácil criação: usa funções automatizadas e entradas em inglês ao invés de linguagem avançada de programação em uma grande variedade de áreas.

Flexibilidade de implementação: cria implementações várias, como apresentações de slide, relatórios, livros, aplicativos e objetos da web.

Conhecimento integrado: acessa algoritmos especializados, dados e visualizações de centenas de tópicos.

Usando CDFs: podemos desenvolver material interativo como livros, material de cursos, relatórios e aplicativos, tudo isso sem a necessidade de aprender uma linguagem de programação especializada.

2.2 Exemplos e Aplicações

Os próximos quatro exemplo que daremos a foram retirados do e-book da Pearson Calculus: Early Transcendentals que recebeu o prêmio "2011 Textbook Excellence Award"(em tradução livre: prêmio de excelência em livros-texto 2011), que foi aprimorado com uso de CDFs. Apesar dos exemplos serem retirados de um livro de Cálculo, eles são de uma matéria que está presente na maioria dos livros de matemática do terceiro ano do ensino médio, são exemplos da teoria das derivadas, que em todo livro mostra um gráfico cartesiano estático e os alunos são chamados a imaginar h tendendo zero, para coincidir com a tangente naquele ponto, porém com uso de CDF podemos mudar o valor de h quantas vezes quisermos com um simples movimento do mouse, criando assim quantos exemplos quisermos de modo rápido e seguro, e confirmando o que só ficaria na teoria e em um único desenho em um livro.

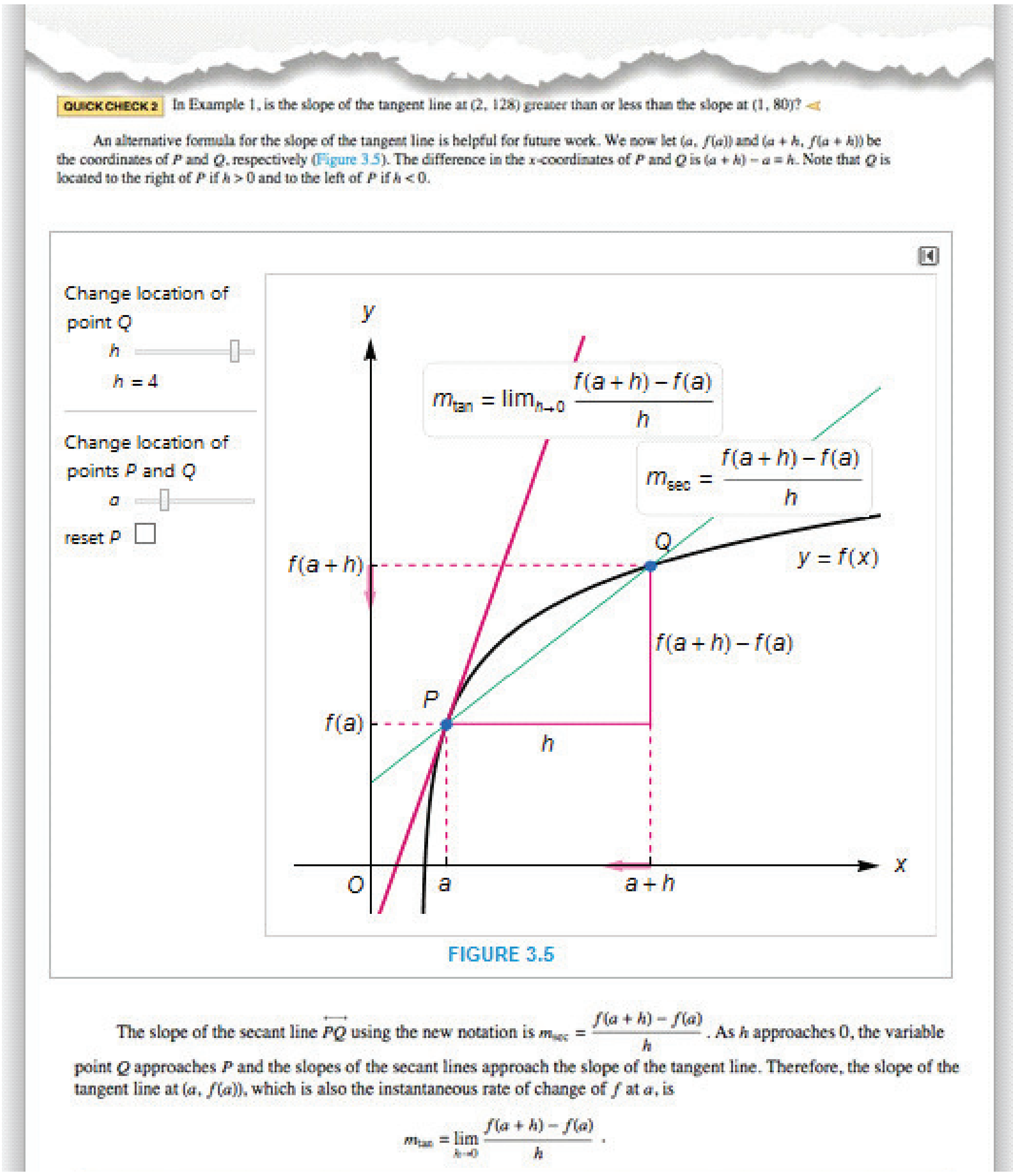
Exemplo 2.2.1 *A Figura 2.2.1 mostra a página do e-book em sua posição inicial, vejamos que no texto está descrito o habitual que se encontra em qualquer livro do terceiro ano do ensino médio sobre a definição de derivada, e como é habitual temos uma figura ilustrando a definição. Noque $h = 4$, neste exemplo.*

Exemplo 2.2.2 *Na Figura 2.2.2 note que $h = 2$ isto é movimentando simplesmente uma barra com o mouse temos uma mudança no gráfico e consequentemente uma implementação da definição de derivada.*

Exemplo 2.2.3 *Na Figura 2.2.3 temos mais uma vez a movimentação do h, vejamos que ele esta na posição $h = 0,54$, e que nós podemos mostrar e não somente argumentar que, quando h está tendendo a zero a reta de azul que passa pelos pontos $(a, f(a))$ e $(a, f(a+h))$ está quase coincidindo com a reta de vermelho que é tangente ao gráfico no ponto $(a, f(a))$*

Exemplo 2.2.4 *Na Figura 2.2.4 movimentando ainda mais uma vez o h, vejamos que passa para a posição h=0,01, e fica claro que quando h está tendendo a zero a reta de azul que passa pelos pontos $(a, f(a))$ está tão próxima da reta de vermelho, que é a tangente no ponto $(a, f(a + h))$ que não podemos distinguir uma da outra, e portanto podemos afirmar e mostrar claramente que quando h está tendendo a zero temos que a derivada nos dá coeficiente angular de uma reta que coincide com o coeficiente angular da reta tangente naquele ponto.*

Os próximos exemplos que daremos são de geometria euclidiana plana, que estão presentes nos livros de matemática desde a sexto ano do ensino fundamenta até o terceiro anos do ensino médio, mas não foi tirado de nenhum livro, já que os únicos matérias que já estão disponíveis em CDF são artigos científicos de poucas revistas que são disponibilizadas exclusivamente em formato eletrônico e do livro usado nos exemplos anteriores, este exemplo retirado diretamente da página da Wolfram que detém os direitos autorais do CDF, que está disponível gratuitamente na internet na página http://demonstrations.wolfram.com/CircumscribingPolygons/



QUICK CHECK 2 In Example 1, is the slope of the tangent line at $(2, 128)$ greater than or less than the slope at $(1, 80)$?

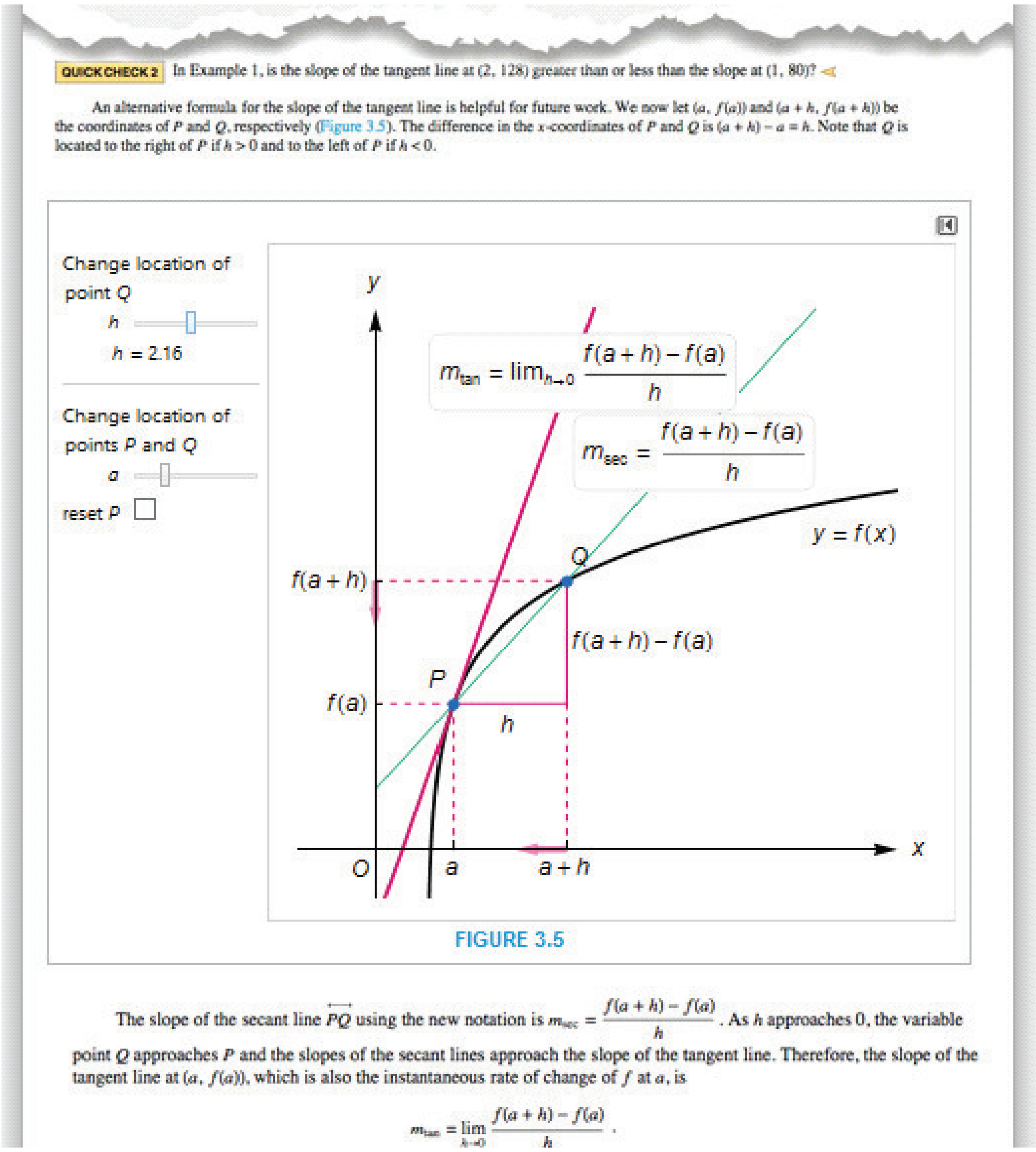
An alternative formula for the slope of the tangent line is helpful for future work. We now let $(a, f(a))$ and $(a+h, f(a+h))$ be the coordinates of P and Q, respectively (Figure 3.5). The difference in the x-coordinates of P and Q is $(a+h) - a = h$. Note that Q is located to the right of P if $h > 0$ and to the left of P if $h < 0$.

FIGURE 3.5

The slope of the secant line $\overleftrightarrow{PQ}$ using the new notation is $m_{sec} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$. As h approaches 0, the variable point Q approaches P and the slopes of the secant lines approach the slope of the tangent line. Therefore, the slope of the tangent line at $(a, f(a))$, which is also the instantaneous rate of change of f at a, is

$$m_{tan} = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

Figura 2.2.1: CDF 1 [4]



QUICK CHECK 2 In Example 1, is the slope of the tangent line at (2, 128) greater than or less than the slope at (1, 80)?

An alternative formula for the slope of the tangent line is helpful for future work. We now let $(a, f(a))$ and $(a+h, f(a+h))$ be the coordinates of P and Q, respectively (Figure 3.5). The difference in the x-coordinates of P and Q is $(a+h) - a = h$. Note that Q is located to the right of P if $h > 0$ and to the left of P if $h < 0$.

FIGURE 3.5

The slope of the secant line $\overleftrightarrow{PQ}$ using the new notation is $m_{\sec} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$. As h approaches 0, the variable point Q approaches P and the slopes of the secant lines approach the slope of the tangent line. Therefore, the slope of the tangent line at $(a, f(a))$, which is also the instantaneous rate of change of f at a, is

$$m_{\tan} = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

Figura 2.2.2: CDF 2 [4]

QUICK CHECK 2 In Example 1, is the slope of the tangent line at (2, 128) greater than or less than the slope at (1, 80)?

An alternative formula for the slope of the tangent line is helpful for future work. We now let $(a, f(a))$ and $(a + h, f(a + h))$ be the coordinates of P and Q, respectively (Figure 3.5). The difference in the x-coordinates of P and Q is $(a + h) - a = h$. Note that Q is located to the right of P if $h > 0$ and to the left of P if $h < 0$.

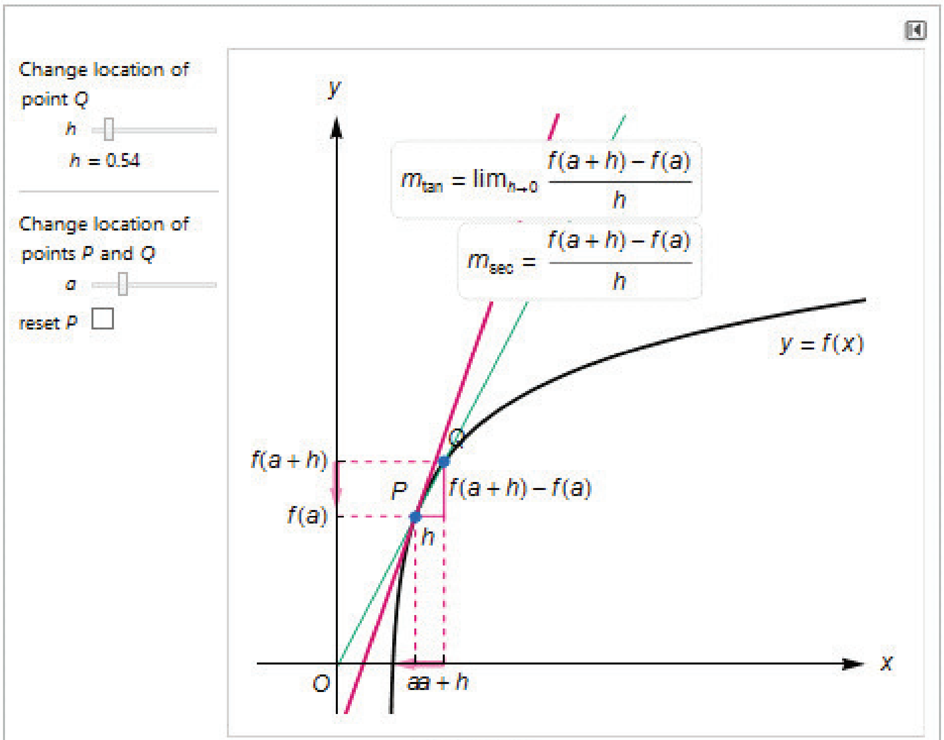
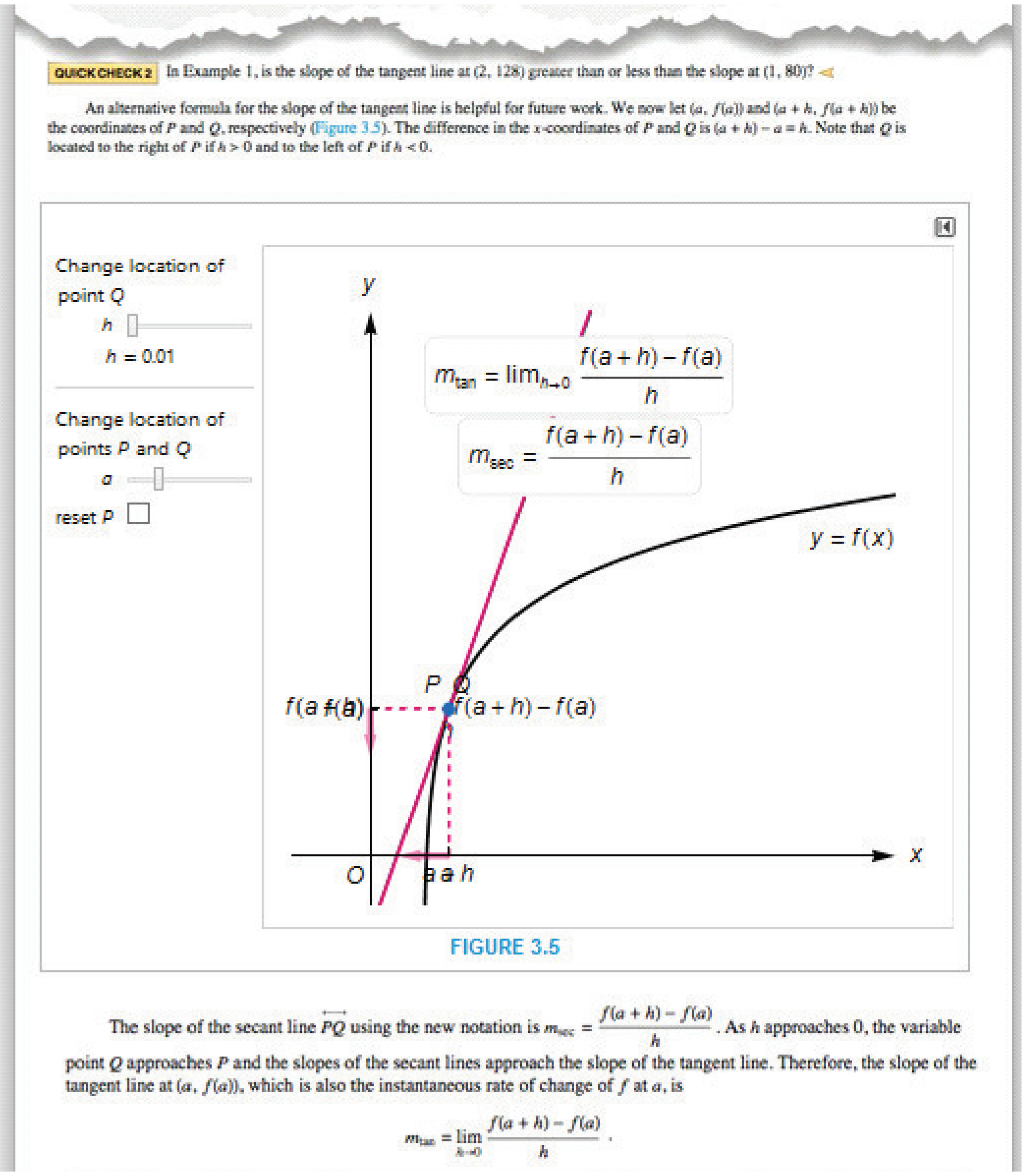


FIGURE 3.5

The slope of the secant line $\overleftrightarrow{PQ}$ using the new notation is $m_{\sec} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$. As h approaches 0, the variable point Q approaches P and the slopes of the secant lines approach the slope of the tangent line. Therefore, the slope of the tangent line at $(a, f(a))$, which is also the instantaneous rate of change of f at a, is

$$m_{\tan} = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

Figura 2.2.3: CDF 3 [4]



QUICK CHECK 2 In Example 1, is the slope of the tangent line at (2, 128) greater than or less than the slope at (1, 80)?

An alternative formula for the slope of the tangent line is helpful for future work. We now let $(a, f(a))$ and $(a+h, f(a+h))$ be the coordinates of P and Q, respectively (Figure 3.5). The difference in the x-coordinates of P and Q is $(a+h)-a=h$. Note that Q is located to the right of P if $h>0$ and to the left of P if $h<0$.

FIGURE 3.5

The slope of the secant line $\overleftrightarrow{PQ}$ using the new notation is $m_{\sec} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$. As h approaches 0, the variable point Q approaches P and the slopes of the secant lines approach the slope of the tangent line. Therefore, the slope of the tangent line at $(a, f(a))$, which is also the instantaneous rate of change of f at a, is

$$m_{\tan} = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

Figura 2.2.4: CDF 4 [4]

Exemplo 2.2.5 *Na Figura 2.2.5 temos uma figura de uma circunferência inscrita em um triangulo e temos incumbência de explicar que a cada polígono temos uma circunferência inscrita, e razoavelmente fácil fazer tal desenho com reta e compasso.*

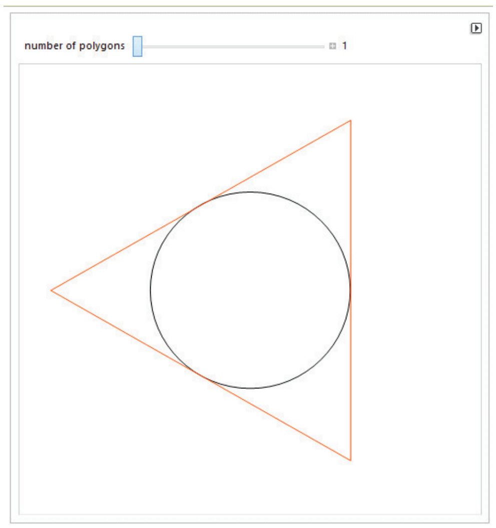


Figura 2.2.5: CDF 5 [2]

Exemplo 2.2.6 *Na Figura 2.2.6 temos uma figura de uma circunferência inscrita em um quadrado e reforçar que a cada polígono temos uma circunferência inscrita, também é razoavelmente fácil fazer tal desenho com reta e compasso. Mas pensando na carga horária da matéria de matemática e o tempo para fazer tal desenvolvimento já temos uma relação complicada para fazer tal construção, mas note que com o CDF podemos mostrar este mesmo desenho com um único movimento em mouse, mas como foi ressaltado é possível desenhar.*

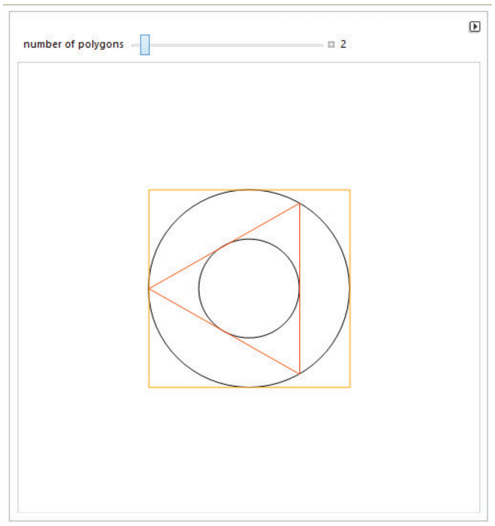


Figura 2.2.6: CDF 6 [2]

Exemplo 2.2.7 *Neste exmplo temos uma figura de uma circunferência inscrita em um pentágono e talvez já esteja claro para os alunos que a cada polígono temos uma circunferência inscrita, porém não é tão fácil fazer tal desenho com reta e compasso. E pensando na carga horária da matéria de matemática e o tempo para fazer tal desenvolvimento já é quase impossível fazer tal construção, mas com o CDF podemos mostrar este mesmo desenho com um único movimento em mouse como vemos na Na Figura*

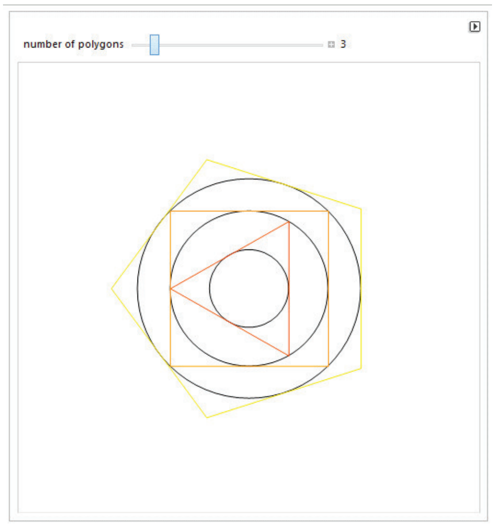


Figura 2.2.7: CDF 7 [2]

Exemplo 2.2.8 *Agora se um aluno por mais que tenha entendido que a cada polígono temos circunferência temos uma inscrita tenha uma simples curiosidade de ver uma circunferência inscrita em um hexágono, sem pensar no tempo necessário para fazer esta* *construção dá para fazer este desenho com régua e compasso, mas e se aluno quisesse ver as circunferências inscritas em heptágono , eneágono pentadecágono ou icoságono, não temos a menor condição de fazer tais construções com régua e compasso de vido a vários fatores como: tempo, conhecimento ou até mesmo técnica para construção. Nas Figuras 2.2.8 2.2.9 2.2.10 e 2.2.11 vamos colocar tais desenhos mas como o nosso trabalho também é construído para ser entregue em PDF temos que inserir tais figuras ocupando espaço tempo e para impressão papel. Recursos indisponíveis em mundo em que se pensa no melhor para o homem e para a natureza.*

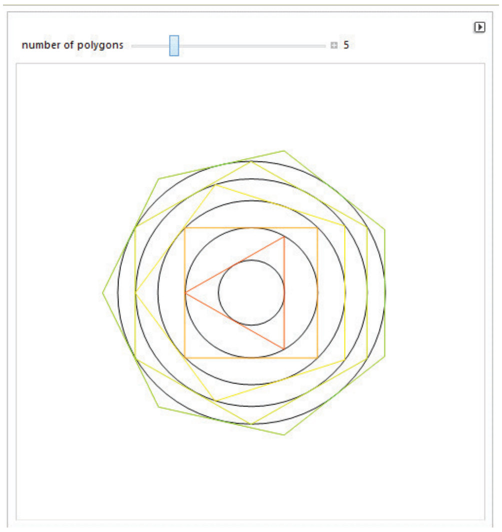


Figura 2.2.8: CDF 8 [2]

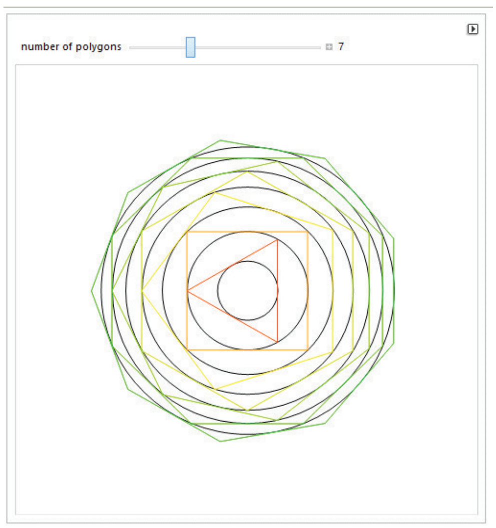


Figura 2.2.9: CDF 9 [10]

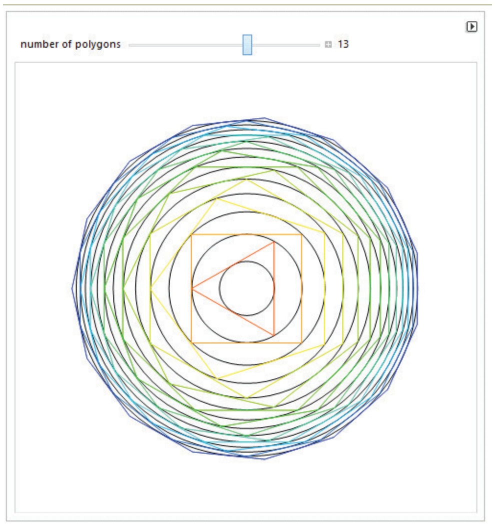


Figura 2.2.10: CDF 10 [2]

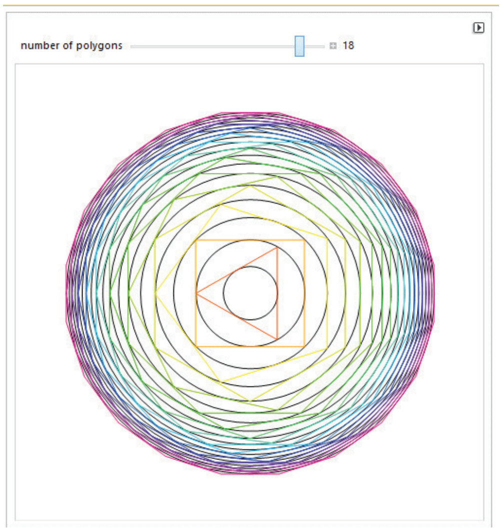


Figura 2.2.11: CDF 11 [2]

Tendo ganho o tempo de desenhar muitas figuras podemos inclusive inserir definições que os alunos só verão em um futuro distante, ou mesmo nunca terão contato com tais conceitos que é neste caso o conceito de limite, já que no ultimo desenho temos que no icoságono a circunferência quase que coincide com o polígono, e assim falar que o limite da circunferência é o polígono quando a quantidade de lados tendo para infinito ou que uma circunferência é um polígono com a quantidade de lados tendendo parar infinito.

Exemplo 2.2.9 *Este exemplo não é exatamente de CDF, é de uma ferramenta usada pela Wolfran para o desenvolvimento de CDF, é o Demonstrations, que esta presente em* *nosso trabalho para ilustrar a possibilidade de desenvolvimento de CDF, este exemplo são dos poliedros de Platão matéria presente em cada livro do ensino médio, temos duas figuras para cada poliedro para mostra a possibilidade de girar as figuras, assim melhorar o entendimento destes sólidos que de modo geral só temos nos livros os desenhos com bom entendimento do tetraedro, hexaedro e do octaedro, já os desenhos do dodecaedro e do icosaedro são de difícil compreensão e girando os sólidos temos uma visão geral de todas as faces desses sólidos nas figuras 2.2.20 e 2.2.21 são do icosaedro, as Figuras 2.2.18 e 2.2.19 são do octaedro, as Figuras 2.2.16 e 2.2.17 são do tetraedro, as Figuras 2.2.14 e 2.2.15 são do hexaedro e nas Figuras 2.2.12 e 2.2.13 são do dodecaedro.*

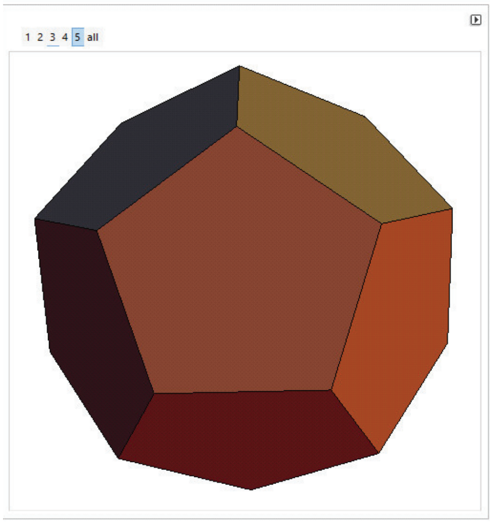


Figura 2.2.12: Dodecaedro [10]

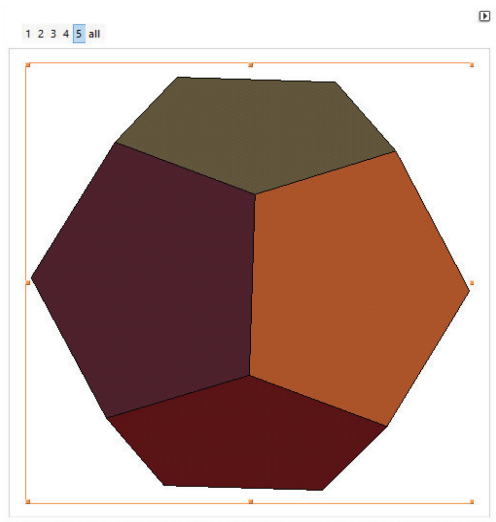


Figura 2.2.13: Dodecaedro girado [10]

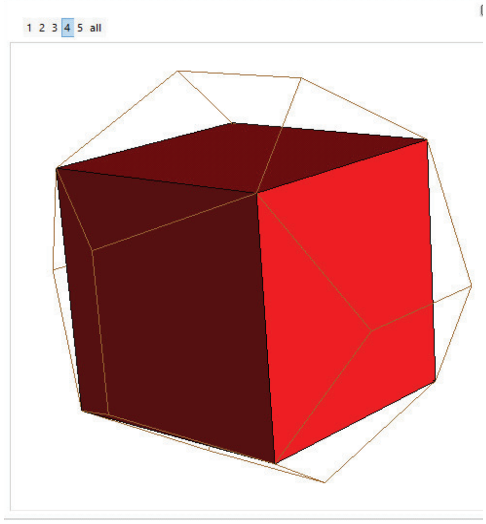


Figura 2.2.14: Hexaedro [10]

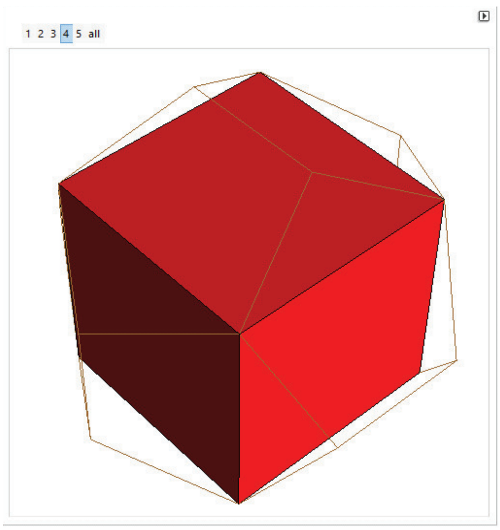


Figura 2.2.15: Hexaedro girado [10]

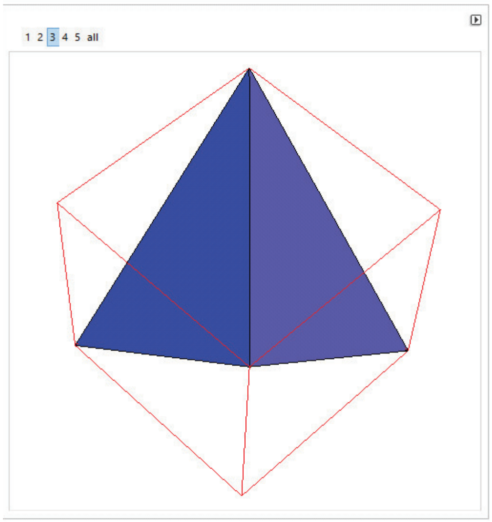


Figura 2.2.16: Tetraedro [10]

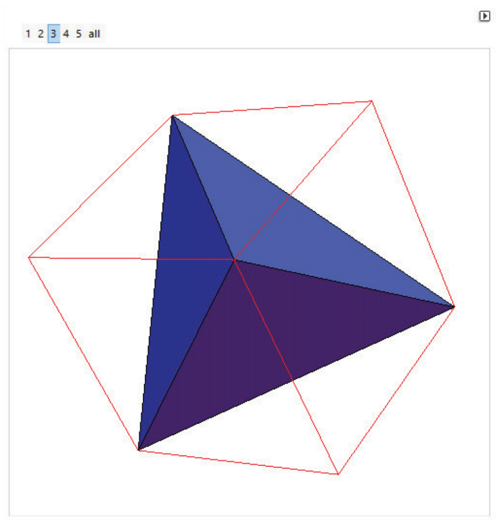


Figura 2.2.17: Tetraedro girado [10]

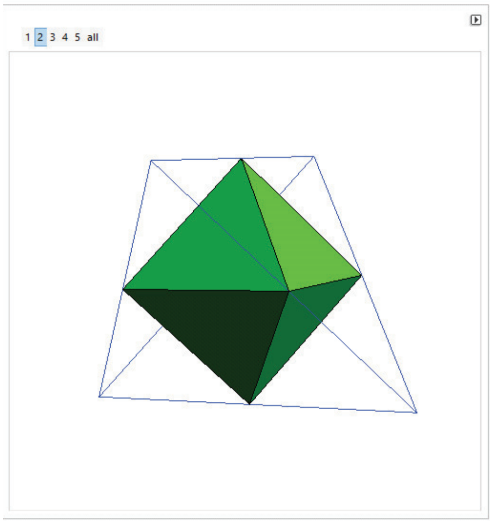


Figura 2.2.18: Octaedro [10]

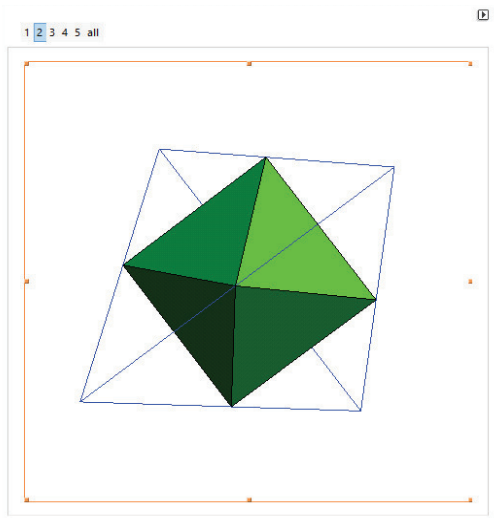


Figura 2.2.19: Octaedro girado [10]

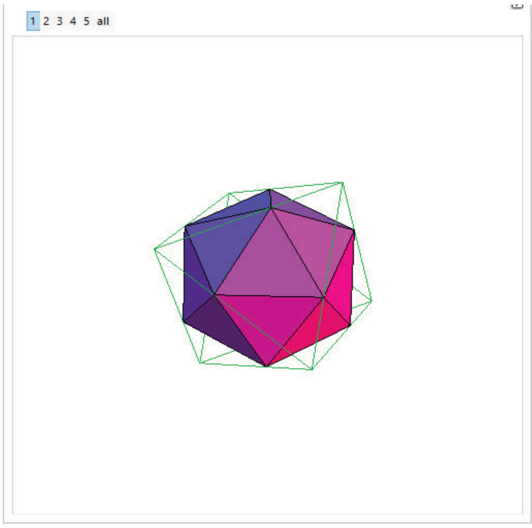


Figura 2.2.20: Icasaedro [10]

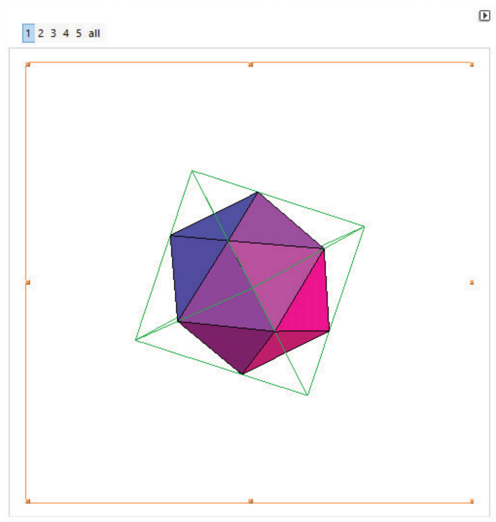


Figura 2.2.21: Icosaedro girado [10]

Exemplo 2.2.10 *Neste exemplo vamos explorar mais uma possibilidade do uso do Demonstrations, que é nas resoluções de equações do primeiro grau, com a possibilidade do aluno criar inúmeros exemplos de equações do primeiro grau, o programa como é o desenvolvimento da equação para que aluno possa verificar se esta correto na sua interpretação do resolução da equação, usando simplesmente mouse do computador para modificar as equações como veremos nas Figuras 2.2.22, 2.2.23 e 2.2.24*

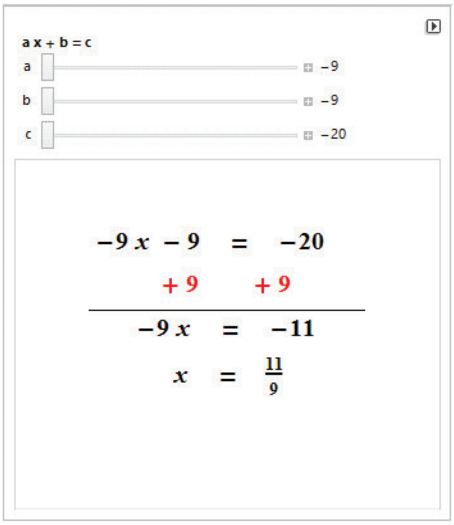


Figura 2.2.22: Equação 1 [15]

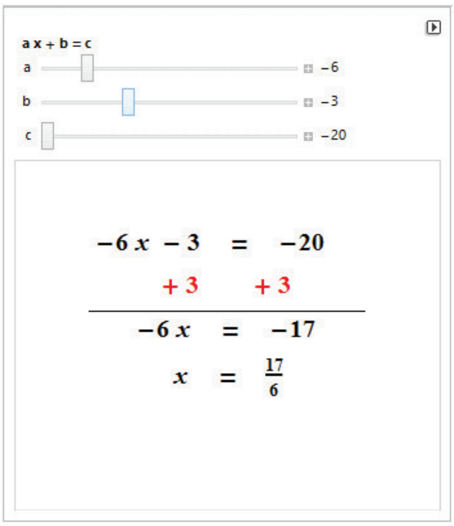


Figura 2.2.23: Equação 2 [15]

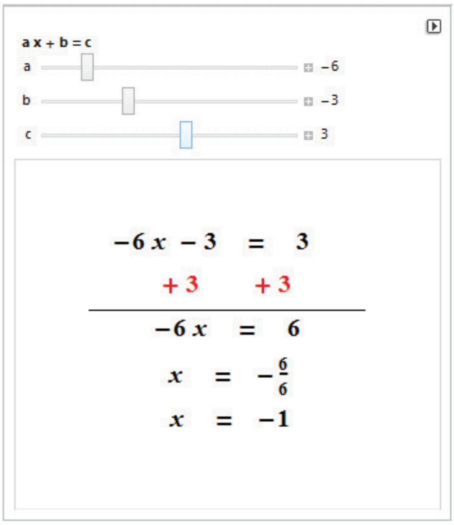


Figura 2.2.24: Equação 3 [15]

Exemplo 2.2.11 *Neste exemplo do demonstration temos possibilidades inúmeras de criar equações , desde equações do primeiro grau até o quarto grau, na Figura 2.2.25 temos a equação do primeiro grau, na Figura 2.2.26 temos uma solução de uma equação do segundo grau, na Figura 2.2.27 tem uma solução de uma equação do terceiro grau e na Figura 2.2.28 temos uma solução de uma equação do quarto grau.*

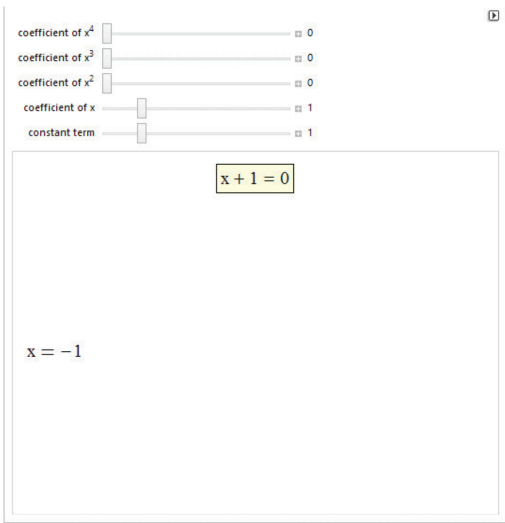


Figura 2.2.25: Equação do primeiro grau [15]

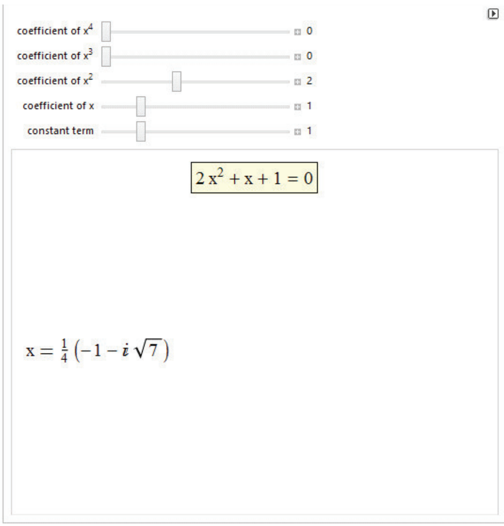


Figura 2.2.26: Equação do segundo grau [15]

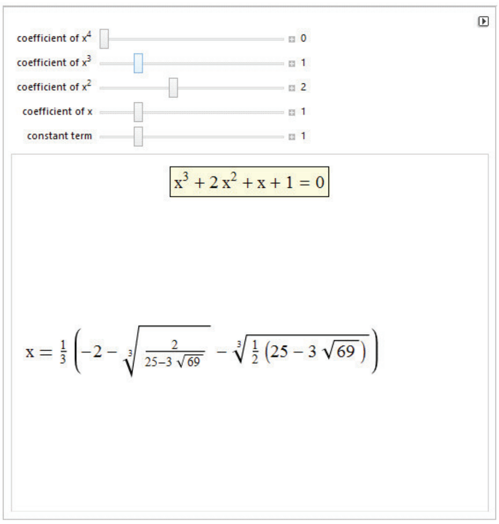


Figura 2.2.27: Equação do terceiro grau [15]

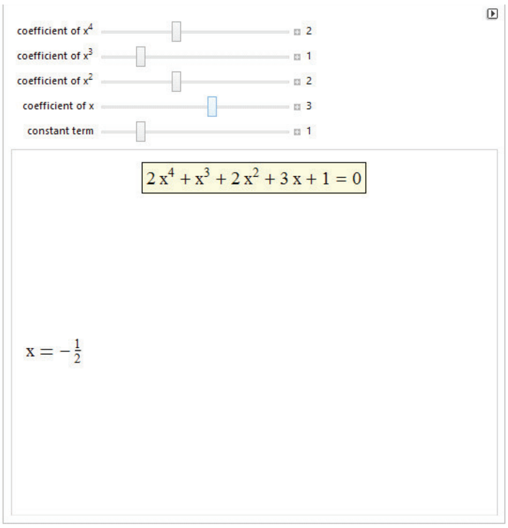


Figura 2.2.28: Equação do quarto grau [15]

2.3 Aplicações de CDF em outras áreas.

Para motivar mais ainda as discussões em nosso trabalho vamos introduzir nesta subseção exemplos de CDF em várias áreas do conhecimento, para que possamos ter uma visão mais ampla da capacidade de se trabalhar com CDF e para que não fique a impressão que o mesmo só seria usado em matemática.

Exemplo 2.3.1 Aplicação na geografia*: Neste exemplo podemos ver os horários locais ao redor do mundo, de acordo com as Coordenadas do Tempo Universal. Compreender a posição do Sol e os comprimentos do dia e da noite em todo o ano em toda parte do mundo. O fuso horário local é determinado automaticamente pelo fuso horário do relógio do sistema. Veja na Figura 2.3.1 que o nosso exemplo está na horário oficial de verão do Brasil e estas seriam as condições do dia naquele momento. E movendo o botão associado ao dia do ano dar para ver que neste mesmo horário aproximadamente, mais ou menos depois do meio do vemos claramente como estaria o país com relação ao dia e anoite ou melhor onde tinha sol ou não o que dar para justificar claramente o horário brasileiro de verão veja a Figura 2.3.2.*

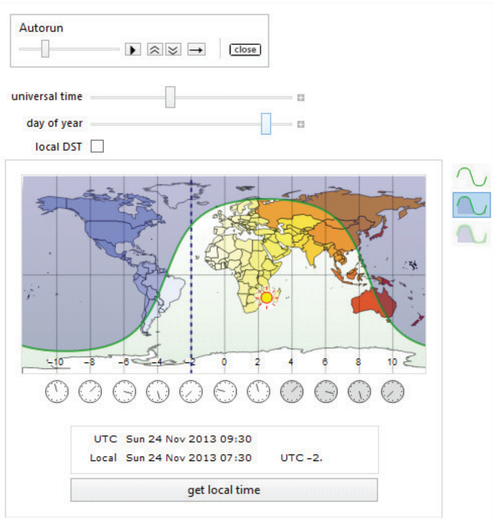


Figura 2.3.1: Configurações do dia no instante em que o CDF foi acessado. [14]

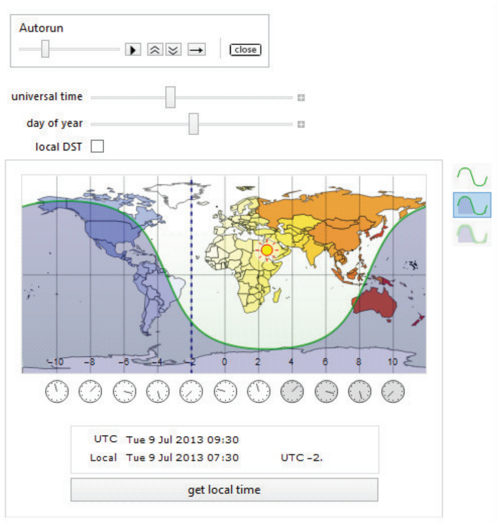


Figura 2.3.2: Mudança do dia do ano. [14]

Exemplo 2.3.2 Aplicação na Física:*Aspersão limalha de ferro sobre uma folha de papel e trazendo um ímã para cima perto da parte de baixo do papel, podemos ver que os registros se alinham ao longo das linhas de força do campo magnético, mostrando assim os seus contornos. Ver nas Figuras 2.3.3 e 2.3.4*

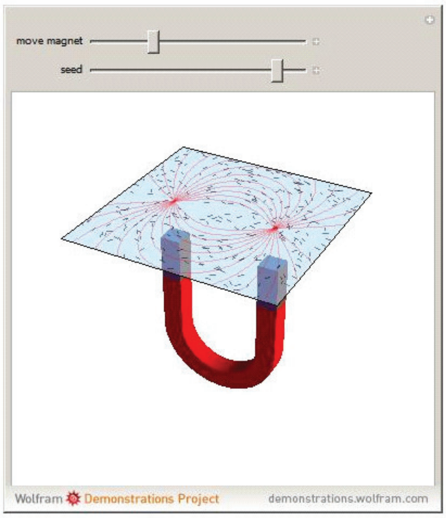


Figura 2.3.3: Contorno do Campo Eletromagnético 1.

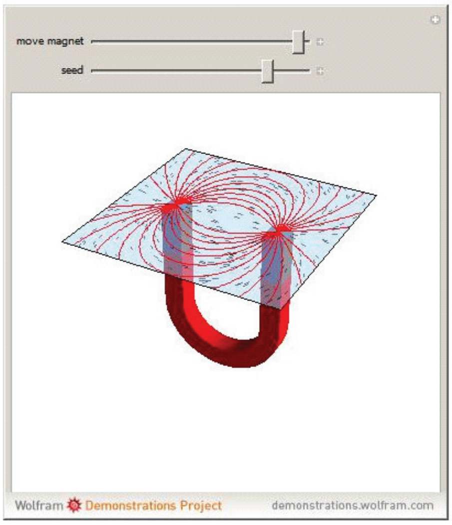


Figura 2.3.4: Contorno do Campo Eletromagnético 2.

Exemplo 2.3.3 Aplicação na Biologia:*Neste exemplo temos a demonstração de uma interface d os ossos do tronco, que podem ser selecionados pelo nome e são destacados no gráficos 3D interativos. Que podemos usar como um auxílio na aprendizagem dos nomes dos ossos. Figura 2.3.5.*

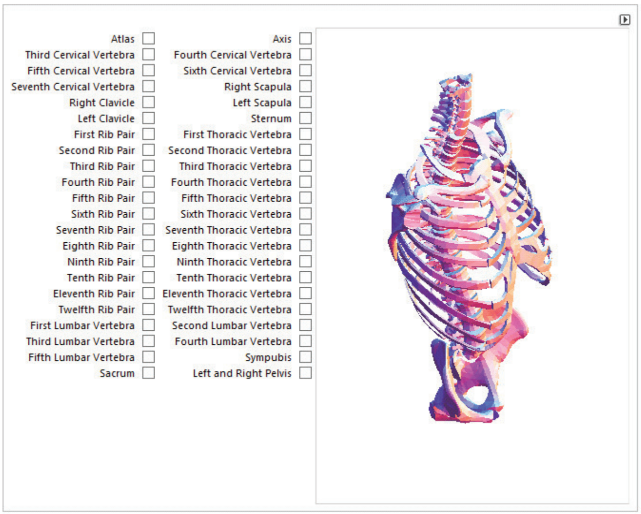


Figura 2.3.5: Esqueleto do Tronco.

CAPÍTULO 3

Considerações Finais

Infelizmente não podemos desenvolver o nosso próprio CDF, já que o suporte para desenvolvimento de CDFs é o software Mathematica que é um softwre pago, comercializado na internet pela Wolfram, portanto não temos acesso a este programa, apesar de que podemos usar gratuitamente inúmeros CDFs, que já estão desenvolvidos e disponibilizados gratuitamente ne página da Wolfram . Algumas Instituições de Ensino Superior como a UFPE já disponibilizaram para todos os seus alunos o Mathematica devido a sua grande utilidade no campo da matemática e áreas afins. Aqui fica uma sugestão para que a UFERSA possa adquirir este programa para que os alunos desta Universidade possam utilizar tal como os alunos UFPE.

Por outro lado, quero lembrar que, tal como o PDF que quando foi lançado pela Adobe Reader era uma marca registrada, temos que hoje em dia é livre para uso educacional, por exemplo este trabalho é um exemplo de trabalho entregue no formato PDF, com isto quero lembrar que CDF apesar de ser uma marca registrada do Grupo Wolfram, CDF é um formato e que nós podemos ultrapassar as barreiras das dificuldades impostas pela falta de um softawere pago como o Mathematica temos por exemplo programas como o Winplot, que dá a possibilidade de se desenvolver aulas de ensino fundamental e médio onde seus gráficos são dinâmicos com o uso do Wimplot, sendo assim ultrapassando a barreira tecnológica do software pago ver a Figura 3.0.1, na verdade temos milhares de páginas na Internet com gráficos dinâmicos na qual podemos dizer que estão em CDF ver Figura 3.0.2 e 3.0.3, porém uma das vantagens do CDF citada na página da Wolfram é que para o desenvolvimento de CDfs não é preciso saber uma linguagem de programação complicada, o próprio Mathematica nos guia na construção de CDfs sem necessitar de saber linguagem de programação, o que não modifica a ideia de livros implementados com CDF pois com o Mathematica ou com uma linguagem complexa os livros que são implementados são por empresas especializadas, e isto não impede que nossos livros sejam desenvolvidos com CDF.

E mais temos que mudar um paradigma escolar, o ato de dar livros aos alunos, teria que ser dado aos alunos tablets nos quais os livros de todas as áreas seriam desenvolvidos com CDFs , o que teria grandes vantagens pois em tablets cabem muitos livros, e isto viabilizaria mais ainda a leitura de livros e o uso na escola, pois temos uma discussão do peso dos livros, e em alguns casos temos que os alunos não levam todos os livros ou não são distribuídos para todas as matérias para não ficar pesado para os alunos carregarem. Assim temos mais uma vantagem de se pensar em livros digitais, e portanto a ideia que estes livros não estejam em um formato estático como os livros atuais, que são de papel, e sim que estejam em formato que permita a interação do aluno com o livro e isto seria um documento em formato computável ou CDF.

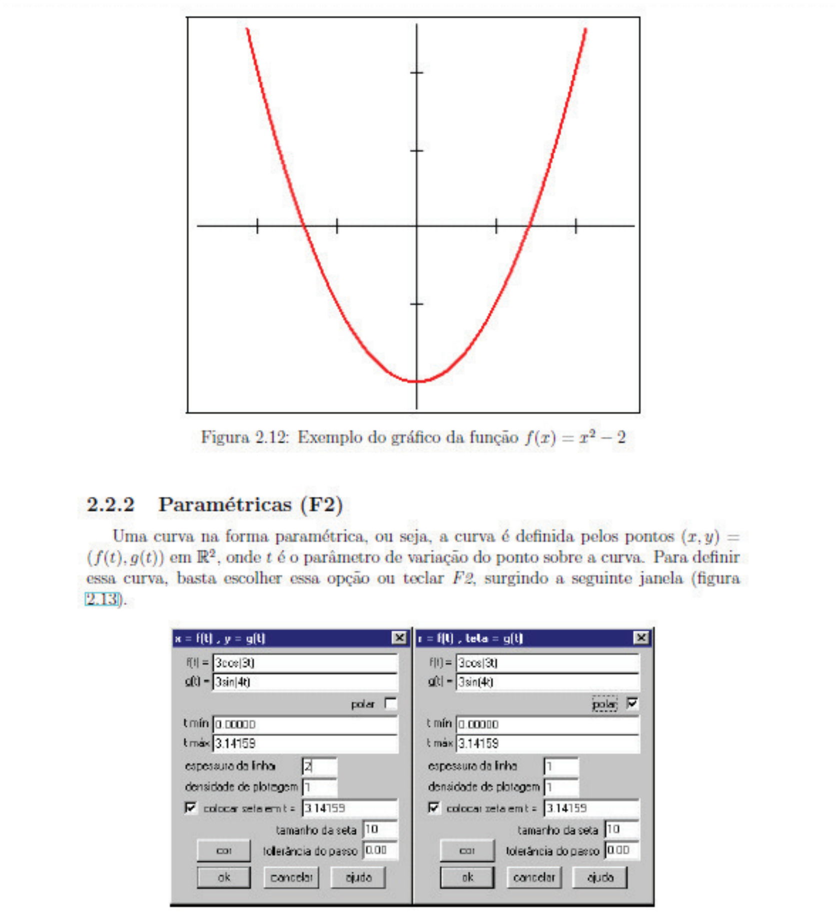


Figura 2.12: Exemplo do gráfico da função $f(x) = x^2 - 2$

2.2.2 Paramétricas (F2)

Uma curva na forma paramétrica, ou seja, a curva é definida pelos pontos $(x, y) = (f(t), g(t))$ em $\mathbb{R}^2$, onde t é o parâmetro de variação do ponto sobre a curva. Para definir essa curva, basta escolher essa opção ou teclar *F2*, surgindo a seguinte janela (figura 2.13).

Figura 3.0.1: Gráfico gerado pelo Winplot [5]

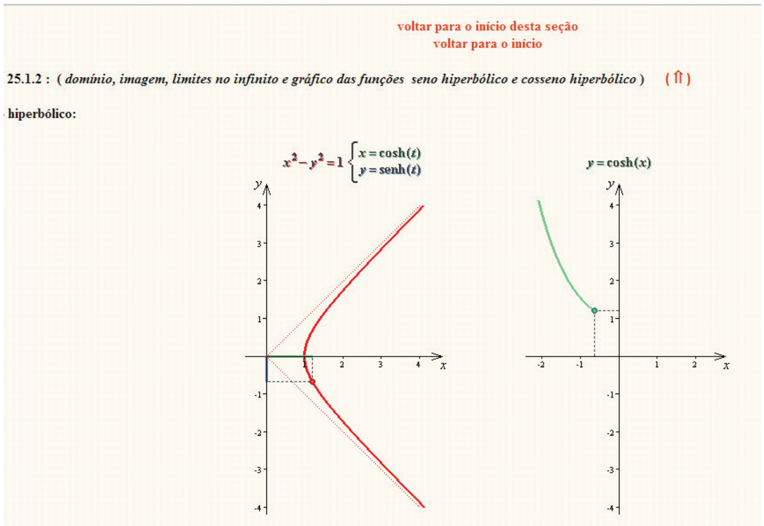


Figura 3.0.2: Livro on line com gráficos [16]

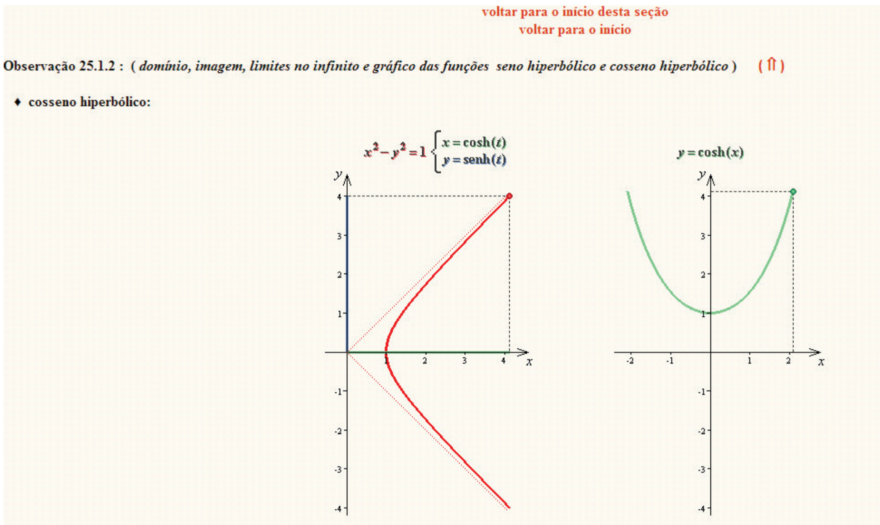


Figura 3.0.3: Livro on line com gráficos [16]

CAPÍTULO 4

Conclusões

Com o propósito de apresentar as conclusões deste trabalho de monografia recordemos que o objetivo inicial deste trabalho que é: organizar uma linha do tempo associado a escrita e desenvolvimento da matemática, é sugerir o que virá no futuro, fomentando esta discussão nas academias, já que não temos encontrado material que se discuta o uso do CDF como uma perspectiva de uma nova tendência de se escrever matemática.

E concluímos que, realmente o CDF é, de fato, uma boa perspectiva de material para um futuro não tão distante, o nosso trabalho que se estende em grande parte, para mostrar aplicações de CDF, seria mais simples e mais ricos se as cópias a serem entregues a coordenação deste programa não tivesse que ser em PDF e sim em CDF. Se olharmos de um modo mais amplo a maioria dos trabalhos de conclusão de curso da turma de 2011.1 do PROMAT de alguma forma procurou mostrar a importância de uso de tecnologias no ensino de matemática teriam uma melhor se estes já tivessem sido escrito em CDF já que nos mesmo vemos uma grande esforço para mostrar fatos simples da aplicações de tais softwares matemáticos e que seriam bastante ampliados se seus trabalhos de conclusão de curso fosse em CDF e não em PDF.

A partir disto sugerimos que para as próximas turmas seja revista a ementa da disciplina de recurso computacionais para as próximas turmas do PROFMAT para que só alunos de tais turmas tenham contato com o CDF, não apenas para que sejam desenvolvidos trabalhos de conclusão de curso de alta qualidade, mas para que o mesmo seja implementado nas aulas de matemática nas escolas nos quais estes professores lecionam.

De maneira mais audaciosa queremos que os professores de matemática sejam os porta vozes de tal tecnologia nas escolas em que lecionam para incentivar o uso do CDF já que temos exemplos de CDF para várias áreas do conhecimento.

E assim temos uma perspectiva vasta para trabalhos futuros, pois ainda temos que aumentar as discussões sobre CDF, e mais, temos o desafio de passarmos produzir artigos para revistas especializadas em CDF e aumentarmos a qualidade dos trabalhos matemáticos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] WIKIPÉDIA.**Osso de Ishango.** Wikimedia Foundation.2013. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Osso_de_Ishango&oldid=36915969>. Acesso em: 8 out 2013.

[2] WOLFRAM.**CDF.** Disponível em:<http://www.wolfram.com/solutions/precollege/mate rials.html>. Acesso em: 8 out 2013.

[3] UNIVERSIDADE DE COIMBRA. **Osso de Lebonbo**.Disponível em:<http://www.mat.uc.pt/ ~mat0703/PEZ/Civiliza%C3%A7%C3%A3oafricana2.htm>. Acesso em: 8 out 2013

[4] WOLFRAM.**Usos e Exemplos do Formato de Documento Computável (CDF).** Disponível em::<http://www.wolfram.com/cdf/uses-examples/textbooks.html>. Acesso em: 05 set 2013

[5] SOUZA, S. A.**Winplot**. Disponível em:<http://www.mat.ufpb.br/~sergio/winplot/usandoowinplot.pdf>. Acesso em: 8 out 2013

[6] WORDPRESS.**Papiro de Rhind ou papiro de Ahmes** . Disponível em:<http://opiniaocentral.files.wordpress.com/2013/05/papiro-matemc3a1tico-de-rhind.jpg>. Acesso em: 11 nov 2013

[7] BOYER, C. B. . **História da Matemática**. . São Paulo: Editora Edgard Blücher,1974.

[8] EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora Unicamp, 2008.

[9] BRACELPA.**História do Papel.** Disponível em: < http://www.bracelpa.org.br/bra2/?q=node/170>. Acesso em: 11 nov 2013

[10] DEMONSTRATIONS WOLFRAM. **A Sequence of Inscribed Platonic Solids.** Disponível em: <http://demonstrations. wolfram.com/ A Sequence Of Inscribed Platonic Solids/ Wolfram Demonstrations Project Published: September 24, 2013>. Acesso em: 24 set 2013

[11] WOLFRAM DEMONSTRATIONS."**Algebraic Solutions to Polynomial Equations"** .Wolfram Demonstrations Projec Disponível em: <http://demonstrations.wolfram.com/AlgebraicSolutionsToPolynomialEquations/>. Acesso em: 15 nov 2013

[12] COLORADO MESA UNIVERSITY.**Tábua de argila cuneiforme.** Disponível em: <http://home.coloradomesa.edu/~jddobbs/BabylonianAlgorithm.htm>. Acesso em: 24 nov 2013

[13] THE SCHOYEN COLLECTION.**Tábua de pedra cuneiforme.** Disponível em: <http://www.schoyencollection.com/math_files/ms2351.jpg>. Acesso em: 24 nov 2013>

[14] WOLFRAM DEMONSTRATIONS. **Day and Night World Clock**. Wolfram Demonstrations Project Disponível em:<http://demonstrations.wolfram.com/DayAndNightWorldClock/ Acesso em: 24 nov 2013>

[15] WOLFRAM DEMONSTRATIONS. **Equações.** Projeto Demonstration Disponível em:<http://demonstrations.wolfram.com/topic.html?topic=Equations&limit=20>Acesso em: 11 nov 2013

[16] LIMA.R.L.**Livro On Line.** Disponível em:< http://www.uff.br/webmat/Calc1_-LivroOnLine/Cap25_Calc1.html>Acesso em: 11 nov 2013