UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – PROFMAT

ANÁLISE COMPUTACIONAL DOS NÚMEROS PRIMOS E DA CONJECTURA DE GOLDBACH

JOAB CAVALCANTE DA SILVA

DOURADOS, 2014

JOAB CAVALCANTE DA SILVA

ANÁLISE COMPUTACIONAL DOS NÚMEROS PRIMOS E DA CONJECTURA DE GOLDBACH

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre. Sob orientação do Professor Doutor Vando Narciso.

DOURADOS, 2014

JOAB CAVALCANTE DA SILVA

ANÁLISE COMPUTACIONAL DE NÚMEROS PRIMOS E DA CONJECTURA DE GOLDBACH

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre. Sob orientação do Professor Doutor Vando Narciso.

Professor Vando Narciso, Dr.
Presidente da Banca - Orientador

Professor Cosme Eustaquio Rovio Mercedes, Dr
Membro

Professor Claudemir Aniz, Dr.
Membro

DOURADOS, 2014

Dedico este trabalho aos profissionais da educação que participaram e contribuíram com minha formação, aos excelentes professores que tive o privilégio de aprender com eles. Pessoas as quais muitas não têm nenhum reconhecimento da sociedade nem das classes políticas governantes, mas que desempenham um nobre papel frente às salas de aula em nosso país. Desde minha professora chamada Judite, que me ensinou o alfabeto e as primeiras contas, até os mais gabaritados Doutores que me ensinaram coisas que jamais eu imaginaria compreender.

AGRADECIMENTOS

"Ó Deus de meus pais, eu te dou graças e te louvo, porque me deste sabedoria e força..."
(Bíblia Sagrada, Livro de Daniel, Capítulo 2 e Verso 23)
Agradeço pelo Deus presente, meu Criador ao qual devo todas as conquistas.

Agradeço a todos meus familiares que sempre me apoiaram e em alguns momentos se sacrificaram para contribuir com minha formação.

Agradeço a Jéssica que sempre me incentivou e acreditou em mim principalmente nos momentos mais difíceis.

Agradeço a toda a equipe envolvida no PROFMAT local da UEMS: ao coordenador, que quando necessário foi sensível às necessidades particulares; aos professores que não mediram esforços para contribuir com o conhecimento dos discentes; à secretária, que se desdobrou para conseguir atender as demandas recebidas; e a cada aluno, colega de estudos que enfrentaram juntos os obstáculos de um programa desafiador, incluindo aqueles colegas que por diferentes razões não conseguiram terminar a jornada,
mas que foram importantes no processo.

RESUMO

Neste trabalho, que tem por objetivo contribuir com estudos que visem uma ampliação do conhecimento sobre a Conjectura de Goldbach, foi realizada pesquisa com o fim de investigar e conhecer detalhes sobre o conjunto dos números primos e também as decomposições de números pares como soma de dois primos. A pesquisa foi realizada com auxílio de recursos computacionais, o que tornou possível conhecer e registrar diversos dados e curiosidades sobre o assunto. O trabalho propõe duas ferramentas denominadas ‘triângulo da soma’ e ‘triângulo da diferença’ para serem melhores estudadas. Tais ferramentas podem ser úteis para estudos relacionados a números primos.

Palavras-chave: Conjectura de Goldbach; números primos; potência de 10.

ABSTRACT

In this work, which aims to contribute to studies aiming at broadening our knowledge of the Goldbach Conjecture, research was conducted in order to investigate and learn details about the set of prime numbers and also the decomposition of even numbers as the sum of two primes. The survey was conducted with the aid of computational resources, making it possible to know and register various data and trivia about the subject. The paper proposes two tools called 'triangle sum' and 'triangle of difference' to be better studied. Such tools may be useful in studies related to prime numbers.

Keywords: Goldbach conjecture; primes; exponents of 10.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Números primos menores que 200 16
Tabela 2 – Números pares e suas respectivas decomposições em números primos..........18
Tabela 3 – Quantidade de números primos por potência de 10 19
Tabela 4 – Diferença média entre números primos por potência de 10 20
Tabela 5 – Diferença máxima entre primos por potência de 10..........20
Tabela 6 – Distintas diferenças entre números primos até 108 21
Tabela 7 – Quantidade de números primos por terminação 22
Tabela 8 – Número máximo de decomposições por potência de 10 22
Tabela 9 – Decomposições possíveis do número 2700 23
Tabela 10 – Números menores que 100.000 com maiores quantidades de decomposições em dois números primos 24
Tabela 11 – Média de decomposições por potência de 10 24
Tabela 12 – Quantidade mínima de decomposições por intervalos estratégicos 25
Tabela 13 – Média de decomposições por intervalos estratégicos..........26
Tabela 14 – Forma genérica do triângulo da soma 28
Tabela 15 – Triângulo da soma de tamanho 20..........28
Tabela 16 – Triângulo da soma detalhado..........30
Tabela 17 – Forma genérica do triângulo da diferença 31
Tabela 18 – Triângulo da diferença de tamanho 20 31

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO **9**
1.1. CONTEXTO HISTÓRICO 10
2 ESTUDOS PRELIMINARES **12**
2.1. Definição e Distribuição dos Números Primos 12
3. TRABALHOS COMPUTACIONAIS **15**
3.1. PROGRAMA IDENTIFICADOR DE NÚMEROS PRIMOS 15
3.1.1. Instruções e funcionamento do programa 15
3.2. PROGRAMA DECOMPOSITOR DE NÚMEROS PARES 17
3.2.1. Instruções e funcionamento do programa 17
3.3. PESQUISAS REALIZADAS A PARTIR DOS DADOS GRAVADOS 19
3.3.1. Quantidade de números primos por potência de 10 19
3.3.2. Diferença média entre um número primo e outro por potência de 10 20
3.3.3. Diferença máxima entre um número primo e outro por potência de 10 20
3.3.4. Distintas diferenças entre números primos 21
3.3.5. Quantidade de números primos por terminação 21
3.3.6. Número máximo de decomposições possíveis por potência de 10 22
3.3.7. Exemplo de decomposições possíveis: o número 2700 23
3.3.8. Os 20 números com maior quantidade de decomposições possíveis 23
3.3.9. Média de decomposições por potência de 10 24
3.3.10. Decomposições mínimas por intervalos estratégicos 25
3.3.11. Média de decomposições por intervalos estratégicos 26
3.4. TECNOLOGIAS COMPUTACIONAIS UTILIZADAS 26
4. O DUPLO TRIÂNGULO DE NÚMEROS PRIMOS **27**
4.1. O DUPLO TRIÂNGULO DE NÚMEROS PRIMOS – DEFINIÇÃO 27
4.1.1. O triângulo da soma 27
4.1.1.1. Propriedades do triângulo da soma 29
4.1.2. O triângulo da diferença 30
4.1.2.1. Propriedades do triângulo da diferença 32
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS **34**

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS **35**

1. INTRODUÇÃO

> "A conjectura de Goldbach, *Todo número par maior que dois é soma de dois números primos*, é um dos mais famosos problemas em aberto da Teoria dos Números. Em 1742, uma versão desta conjectura foi enunciada pelo matemático alemão Christian Goldbach (1690-1764) numa correspondência a Euler". (FILHO, D. C. de M. Um Convite à Matemática, 357-358).

A busca pela demonstração da conjectura de Goldbach já despertou tentativas de grandes nomes da matemática e ainda permanece desafiando os matemáticos da nossa geração.

Existente há quase três séculos, fato que, se considerado junto ao grande avanço da ciência (inclusive no ramo da matemática) vivido neste período, a permanência desta afirmação ainda não demonstrada pode sugerir uma pergunta: seria esta conjectura algo impossível de se demonstrar?

O matemático austríaco Kurt Friedrich Gödel (1906-1978), autor do teorema da incompletude, afirma que nenhum sistema aritmético é completo e que por tal razão sempre haverá alguma proposição verdadeira que não poderá ser demonstrada nem negada. Teria sido este mesmo matemático quem referiu a Conjectura de Goldbach como o exemplo de teorema indemonstrável[1].

Um fato é que se trata de um problema indiscutivelmente difícil:

> "A partir daquele ano (1742) os matemáticos começaram a tentar prová-la ou encontrar algum contraexemplo para ela. Até o presente momento, mesmo com os mais avançados recursos computacionais modernos, não se conseguiu provar ou encontrar um contraexemplo para essa conjectura". (FILHO, D. C. de M. Um Convite à Matemática, 358).

---

[1] http://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_da_incompletude_de_G%C3%B6del (consultada em Dezembro de 2013).

Embora haja quem assim acredite (algo impossível de se demonstrar), atualmente existem grupos de pesquisas em universidades e também pessoas independentes empenhadas em transformar esta conjectura em um teorema.

O assunto ainda é pouco explorado pelos autores de livros e quase não existe literatura a respeito deste tema. Não foram encontrados também durante a realização deste trabalho, registros sobre como se deram as tentativas de demonstração por parte dos matemáticos.

1.1. Contexto Histórico

Em 1742, o matemático Christian Goldbach observou que os números pares poderiam ser decompostos como soma de dois números primos. A partir dessas observações Goldbach enviou uma carta ao consagrado matemático Leonard Eüler comentando suas observações.

Após verificações, Eüler teria respondido a carta concordando com a possível veracidade da afirmação, porém, informando que não seria capaz de demonstrar. Eüler também reformulara a conjectura a qual conhecemos hoje como conjectura de Goldbach, deixando-a da seguinte forma: “Todo inteiro par maior que dois pode ser escrito como a soma de 2 números primos”.[2]

Desde o ano de 1742, quando a conjectura se tornou conhecida, alguns trabalhos foram feitos na tentativa de demonstrar ou confirmar a validade da mesma para determinados intervalos.

No que segue mencionamos alguns desses registros[3] em conexão com a conjectura de Goldbach.

Cantor, em 1894, efetuou todas as decomposições possíveis, como soma de dois números primos, de todos os números pares inferiores a 1000. R. Haussner, em 1897, estendeu essa tabela até 5000. Em 1937, o matemático soviético I. M. Vinogradov demonstrou, usando somas trigonométricas adequadas, que qualquer número ímpar suficientemente grande é soma de três números primos. Em 1966, o matemático chinês Jeng-Run Chen chegou perto demonstrando que: Todo número par suficientemente grande pode ser

---

[2] STEWART, I. Almanaque das Curiosidades Matemáticas, 163-164.

[3] http://prezi.com/il_b60ml8xha/conjectura-de-goldbach/ (consultada em setembro de 2013).

escrito como a soma de dois primos e um semiprimo (o produto de dois primos). Em 07 de setembro de 2012, com a ajuda do computador, Tomás Oliveira e Silva afirma ter constatado a veracidade da hipótese para números da ordem de 3.10^{17}. Recentemente, já em 2013, o matemático peruano Harald Andrés Helfgott conseguiu demonstrar a conjectura fraca de Goldbach. A conjectura afirma que “todo número ímpar maior que 5 pode ser expresso como soma de três números primos”[4]. Como parte da realização deste trabalho, em 2013 foi constatado a veracidade e efetuadas todas as decomposições possíveis como soma de dois números primos, de todos os números pares até 100.000.

Este breve relato já é suficiente para perceber que a conjectura de Goldbach é um problema muito complexo de ser demonstrado. Nesse sentido, e considerando que para tal demonstração seriam necessários conceitos matemáticos muitos avançados, o enfoque do trabalho não é tentar demonstrar a conjectura, mas, através de recursos computacionais entendê-la melhor e observar algumas curiosidades que surgem quando observamos cálculos numéricos que em milhares de anos não seríamos capazes de concluir manualmente.

Assim, foram construídos programas e rotina de computador para a realização de algumas tarefas como: armazenar números primos e seus respectivos intervalos que os distanciavam dos anteriores, explorar as decomposições de números pares em números primos possíveis e armazenar em banco de dados, e exibir relatórios estatísticos detalhados e específicos sobre as informações armazenadas.

No capítulo 2, enunciamos alguns conceitos básicos e teoremas sobre números primos, sendo este o alicerce científico do trabalho. No capítulo 3, apresentamos como foram construídos os programas: identificador de números primos menores que 100 milhões e o que verifica, conta e especifica as maneiras que são possíveis decompor determinado número par em forma de dois números primos. A partir dos dados armazenados pelo computador, foi possível explorar distintos detalhes e curiosidades a cerca do assunto, os quais estão disponíveis em forma de textos ou tabelas. No capítulo 4, está o resultado principal deste trabalho, a proposição de novos instrumentos e o desafio para melhor explorar o assunto. Definimos o triangulo da soma e diferença e algumas de suas propriedades.

---

[4] http://profemarli.comunidades.net/index.php?pagina=1542745242 (consultada em setembro de 2013).

2. ESTUDOS PRELIMINARES

Os números primos são protagonistas em muitos problemas e assuntos relacionados à teoria dos números. E para continuar este trabalho é importante conhecer um pouco sobre eles.

2.1. Definição e Distribuição dos Números Primos

"Um inteiro *p* diz-se *primo* se tem exatamente dois divisores positivos, 1 e |p|". (MILIES, C. P. e COELHO, S. P. Números – Uma Introdução à Matemática, 78).

A citação acima é uma das diferentes maneiras encontradas nos livros para definir os números primos. Perceba que a definição exclui o número 0 (que tem infinitos divisores) e os números 1 e -1, que tem um único divisor positivo.

Excluir o número 1 do conjunto dos números primos é um fato relevante já que este número já foi considerado primo no passado[5]. Inclusive, quando a conjectura de Goldbach foi elaborada, ela dizia respeito a todo número par (incluindo o número dois, resultante de 1+1).

Os números que não são primos são chamados de números compostos, e qualquer número composto pode ser escrito como multiplicação de números primos conforme teorema a seguir.

"Seja $a > 1$ um inteiro. Então existem primos positivos $p_1 \leq p_2 \leq \cdots \leq p_t$ tais que $a = p_1 \cdot p_2 \cdots p_t$ e essa decomposição é única". (MILIES, C. P. e COELHO, S. P. Números – Uma Introdução à Matemática, 80).

Uma vez definidos números primos e números compostos, através de teoremas vamos encontrar respostas para três perguntas sobre a distribuição dos números primos.

Qual o tamanho do conjunto dos números primos?

"*(Euclides) O conjunto dos números primos é infinito*". (MILIES, C. P. e COELHO, S. P. Números – Uma Introdução à Matemática, 89).

---

[5] STEWART, I. Almanaque das Curiosidades Matemáticas, 163.

Demonstração[6]: Suponha que exista apenas um número finito de números primos p_1, p_2, p_3,...,p_r. Considere o número natural $n = p_1p_2p_3...p_r + 1$.

O número *n* precisaria possuir um fator primo p que, portanto, deve ser um dos p_1, p_2, p_3,...,p_r e, consequentemente, divide o produto $p_1p_2p_3...p_r$. Mas isso implica que *p* divide 1, o que é um absurdo.

A próxima questão que precisa ser compreendida diz respeito a intervalos entre números primos.

Há intervalos grandes entre um número primo e outro?

A resposta é sim, há intervalos de tamanho grande o quanto quizermos entre um número primo e outro.

Em outras palavras, existem 'saltos' arbitrariamente grandes na sequência dos números primos". (SANTOS, J. P. de O. Introdução à Teoria dos Números, 11).

Demonstração:

Seja k um número inteiro qualquer, o número $(k+1)!$ será divisível por todos os k números entre 2 e $k+1$, dessa forma, a sequência

$$(k+1)!+2, (k+1)!+3, \cdots, (k+1)!+k, (k+1)!+k+1$$

é formada por *k* números consecutivos compostos.

Através deste teorema é possível perceber que, embora haja intervalos com tamanho *k* qualquer sem a existência de números primos, conforme o tamanho de *k* trabalhar-se-á com números consideravelmente grandes uma vez que se usa fatorial.

Por fim, é importante saber se é possível determinar ou estimar a quantidade de números primos em dado intervalo de números naturais.

É possível saber a quantidade de números primos existentes entre 1 e um número qualquer?

---

[6] HEFEZ, A. Elementos de Aritimética, 88.

Com o auxílio de recursos computacionais é possível conhecer em números exatos a quantidade de números primos existente em intervalos de tamanho considerável. No entanto, para números muito grandes, mesmo os mais potentes computadores são limitados a trabalhar.

Para solucionar este problema existe o ‘Teorema do Número Primo’ mostrado abaixo[7].

Seja $\Pi(n)$ a função de contagem de números primos, que retorna o número de números primos entre 1 e *n*. Então vale o limite:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\Pi(n)}{n/\ln(n)} = 1$$

Dessa forma, a função $\Pi(n)$ é aproximadamente igual a: $\frac{n}{\ln(n)}$.

Mesmo não retornando números exatos, para números naturais a partir de 10^{16} esta fórmula calcula um valor com diferença inferior a 3% do número real, e quanto maior o número menor a diferença percentual. Com esse teorema é possível se estimar quantidade aproximada de números primos para intervalos consideravelmente grandes e ainda prever a diferença média entre um número primo e outro em tais espaços.

Sobre este teorema, Legendre e Gauss já haviam chegado a conclusões prévias semelhantes. E apenas por volta de 1900 J. Hadamard e Ch. de la Valleè-Poussinm, em circunstâncias independentes, provaram o profundo resultado chamado de *Teorema dos Números Primos*.[8]

Considera-se importante salientar que, ao aplicar este teorema em intervalos ‘pequenos’ essa função retorna números aproximados da quantidade exata de números primos.

---

[7] http://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_do_n%C3%BAmero_primo (consultada em dezembro de 2013).

[8] HEFEZ, A. Elementos de Aritimética, 90.

3. TRABALHOS COMPUTACIONAIS

3.1. Programa Identificador de Números Primos

Para iniciar os estudos envolvendo análise de números primos seria necessário obter uma lista desses números, dessa forma foi desenvolvido um programa de computador que a partir de lema conhecido pela matemática, identifica se um número é primo ou não. O lema utilizado foi:

"Se um número natural $n > 1$ não é divisível por nenhum número primo p tal que $p^2 \leq n$, então ele é primo". (HEFEZ, A. Elementos de Aritmética, 89).

Demonstração: Suponhamos, por absurdo, que n não seja divisível por nenhum número primo p tal que $p^2 \leq n$ e que não seja primo. Seja q o menor número primo que divide n; então, $n = qn_1$, com $q \leq n_1$. Segue daí que $q^2 \leq qn_1 = n$. Logo, n é divisível por um número primo q tal que $q^2 \leq n$, absurdo.

3.1.1. Instruções e funcionamento do programa

O programa recebeu instrução inicial de que os números 2 e 3 seriam os primeiros primos, a partir do número 3, o programa foi instruído a acrescentar 2 para a próxima verificação, com o fim de analisar apenas números ímpares.

Para utilizar o lema matemático o programa calcula a raiz quadrada do número que está sendo verificado e seleciona a parte inteira, em seguida seleciona todos os primos anteriores a esta parte inteira e confere se o número é divisível por algum desses primos anteriores. Quando o número verificado não é divisível por nenhum dos primos anteriores à sua raiz quadrada, o programa o identifica como número primo, ou quando o número é divisível por qualquer um dos primos, o programa já passa a verificar o próximo número ímpar.

A partir de então, se o número a ser verificado for primo, o programa armazena o número no banco de dados, juntamente com a diferença deste número para os dois primos anteriores. Essas informações acerca da diferença dos anteriores foi gravada para futura análise e fins estatísticos.

O programa levou cerca de seis horas para processar e gravar todos os números primos menores que 100 milhões, quantidade escolhida para a realização dos experimentos propostos neste trabalho.

Dessa forma o programa armazenou os números primos e as informações solicitadas em ordem crescente ao modelo da tabela 1 a seguir.

Número Primo	Diferença Primo Anterior	Diferença 2º Primo Anterior
2	0	0
3	1	0
5	2	3
7	2	4
11	4	6
13	2	6
17	4	6
19	2	6
23	4	6
29	6	10
31	2	8
37	6	8
41	4	10
43	2	6
47	4	6
53	6	10
59	6	12
61	2	8
67	6	8
71	4	10
73	2	6
79	6	8
83	4	10
89	6	10
97	8	14
101	4	12
103	2	6
107	4	6
109	2	6
113	4	6
127	14	18
131	4	18
137	6	10
139	2	8
149	10	12
151	2	12
157	6	8
163	6	12
167	4	10

173	6	10
179	6	12
181	2	8
191	10	12
193	2	12
197	4	6
199	2	6

Tabela 1 – Números primos menores que 200.

Ao todo, o sistema identificou os 5.761.455 números primos menores que 10^8. Os números produzidos pelo programa foram comparados com outras tabelas existentes com o fim de testar a confiabilidade dos métodos computacionais utilizados, e o resultado das comparações foram de total precisão.

3.2. Programa decompositor de Números Pares

Tendo em vista os relatos que afirmavam a veracidade da Conjectura de Goldbach para uma quantidade expressiva de números pares, não faria sentido apenas repetir o processo de verificação. Dessa forma, foi construído um programa para não apenas verificar, mas também, contar quantas maneiras são possíveis decompor determinado número par em forma de dois números primos, e ainda identificar quais são essas maneiras.

3.2.1. Instruções e funcionamento do programa

O programa recebeu instruções para: a partir do número 4, verificar todas as combinações possíveis de soma de dois primos menores que somados equivalessem ao número em verificação. Quando a soma dos primos em análise equivalia ao número, o programa registrava a possibilidade e passava a verificar a próxima combinação, até encerrar todas as combinações possíveis com números primos menores que o número par em verificação.

Ao final da verificação, o programa grava: o número par; a quantidade de decomposições de primos possíveis; e a descrição dessas possibilidades.

Com pouco mais de 50 horas de processamento, o computador conseguiu detalhar e gravar todas as decomposições possíveis de todos os números pares até o número 100.000.

Para o computador, esse programa é muito mais complexo e custoso em termos de processamento, por essa razão a quantidade de números alcançados foi inferior à alcançada no programa anterior(sessão 3.1), apesar de ter utilizado maior quantidade de tempo.

Esses programas foram criados e executados em um computador simples. Supercomputadores com capacidades de processamento consideravelmente aumentadas poderiam ter atingido números expressivamente maiores. No entanto, os números que foram alcançados com os recursos disponíveis são suficientes para o que propõe este trabalho.

A tabela 2 abaixo exemplifica como foram gravadas as informações dos números pares no banco de dados.

Número	Primos	Qtde.	Possibilidades
4	2	1	2+2
6	3	1	3+3
8	4	1	3+5
10	4	2	3+7; 5+5
12	5	1	5+7
14	6	2	3+11; 7+7
16	6	2	3+13; 5+11
18	7	2	5+13; 7+11
20	8	2	3+17; 7+13
22	8	3	3+19; 5+17; 11+11
24	9	3	5+19; 7+17; 11+13
26	9	3	3+23; 7+19; 13+13
28	9	2	5+23; 11+17
30	10	3	7+23; 11+19; 13+17
32	11	2	3+29; 13+19
34	11	4	3+31; 5+29; 11+23; 17+17
36	11	4	5+31; 7+29; 13+23; 17+19
38	12	2	7+31; 19+19
40	12	3	3+37; 11+29; 17+23
42	13	4	5+37; 11+31; 13+29; 19+23
44	14	3	3+41; 7+37; 13+31
46	14	4	3+43; 5+41; 17+29; 23+23
48	15	5	5+43; 7+41; 11+37; 17+31; 19+29
50	15	4	3+47; 7+43; 13+37; 19+31
52	15	3	5+47; 11+41; 23+29
54	16	5	7+47; 11+43; 13+41; 17+37; 23+31
56	16	3	3+53; 13+43; 19+37
58	16	4	5+53; 11+47; 17+41; 29+29
60	17	6	7+53; 13+47; 17+43; 19+41; 23+37; 29+31
62	18	3	3+59; 19+43; 31+31
64	18	5	3+61; 5+59; 11+53; 17+47; 23+41
66	18	6	5+61; 7+59; 13+53; 19+47; 23+43; 29+37
68	19	2	7+61; 31+37

70	19	5	3+67; 11+59; 17+53; 23+47; 29+41
72	20	6	5+67; 11+61; 13+59; 19+53; 29+43; 31+41
74	21	5	3+71; 7+67; 13+61; 31+43; 37+37
76	21	5	3+73; 5+71; 17+59; 23+53; 29+47
78	21	7	5+73; 7+71; 11+67; 17+61; 19+59; 31+47; 37+41
80	22	4	7+73; 13+67; 19+61; 37+43
82	22	5	3+79; 11+71; 23+59; 29+53; 41+41
84	23	8	5+79; 11+73; 13+71; 17+67; 23+61; 31+53; 37+47; 41+43
86	23	5	3+83; 7+79; 13+73; 19+67; 43+43
88	23	4	5+83; 17+71; 29+59; 41+47
90	24	9	7+83; 11+79; 17+73; 19+71; 23+67; 29+61; 31+59; 37+53; 43+47
92	24	4	3+89; 13+79; 19+73; 31+61
94	24	5	5+89; 11+83; 23+71; 41+53; 47+47
96	24	7	7+89; 13+83; 17+79; 23+73; 29+67; 37+59; 43+53
98	25	3	19+79; 31+67; 37+61
100	25	6	3+97; 11+89; 17+83; 29+71; 41+59; 47+53

Tabela 2 – Números pares e suas respectivas decomposições em números primos.

3.3. Pesquisas Realizadas a Partir dos Dados Gravados

A partir dos dados gravados pelos programas descritos nos itens 2.1 e 2.2, é possível pesquisar diversas informações, ao longo deste item serão mostrados os dados e curiosidades que foram considerados relevantes para este trabalho.

3.3.1. Quantidade de números primos por potência de 10

Conhecer a quantidade de números primos pode contribuir para uma melhor compreensão de estudos a eles relacionados. Dessa forma a tabela abaixo exibe a quantidade de números primos existente em cada base 10 até onde o programa registrou (10^8).

Intervalo Até	Números Primos	Porcentagem
10	4	40,00%
100	25	25,00%
1.000	168	16,80%
10.000	1.229	12,29%
100.000	9.592	9,59%
1.000.000	78.498	7,85%
10.000.000	664.579	6,65%
100.000.000	5.761.455	5,76%

Tabela 3 – Quantidade de números primos por potência de 10

Existem atualmente tabelas semelhantes a esta, inclusive com intervalos maiores, que foram desenvolvidas em outros trabalhos, a exemplo, a tabela estendida até 10^{23} disponível na Wikipédia[9].

3.3.2. Diferença média entre um número primo e outro por potência de 10

A diferença entre os números primos 2 e 3 equivale ao número 1, já a diferença entre os primos 89 e 97 é 8. Abaixo segue a tabela que mostra qual a diferença média entre todos os primos inferiores a uma base 10.

Intervalo Até	Diferença média entre primos
10	1,6666
100	3,8000
1.000	5,9226
10.000	8,1131
100.000	10,4242
1.000.000	12,7389
10.000.000	15,0471
100.000.000	17,3567

Tabela 4 – Diferença média entre números primos por potência de 10

O aumento gradativo entre as diferenças de um número primo para seu anterior implica na redução da ocorrência de números primos em intervalos maiores. Informação percebida na tabela anterior.

Caso se queira valores aproximados, esta tabela pode ser facilmente estendida utilizando-se o 'Teorema do Número Primo'.

3.3.3. Diferença máxima entre um número primo e outro por potência de 10

Intervalo Até	Diferença Máxima	Ocorrência(s)
10	2	5 e 7
100	8	97
1.000	20	907
10.000	36	9587
100.000	72	31469
1.000.000	114	492227
10.000.000	154	4652507
100.000.000	220	47326913

Tabela 5 – Diferença máxima entre primos por potência de 10

[9] http://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_do_n%C3%BAmero_primo (consultada em dezembro de 2013).

Como é possível perceber na tabela 5, nem sempre os números primos com intervalos maiores em relação ao primo anterior, estão próximos dos extremos. Por exemplo, o número 31.469 dista 72 de seu primo anterior, e até o número 100.000 (número maior que o seu triplo) existem muitos números primos e nenhum com intervalo igual ou maior que 72.

Embora a diferença máxima entre um primo e outro aumente no decorrer dos números naturais(ver tabela 3), em termos de percentual essas diferenças diminuem regularmente conforme aumentamos o número(ver tabela 4).

3.3.4. Distintas diferenças entre números primos

Ignorando a diferença entre os números primos 2 e 3, por ser a única diferença impar, listamos na tabela abaixo todas as distintas diferenças entre números primos dentro do intervalo de nosso estudo, desde a menor (o número 2, diferença entre 3 e 5) até maior (220).

2	26	50	74	98	122	146	170
4	28	52	76	100	124	148	172
6	30	54	78	102	126	150	174
8	32	56	80	104	128	152	176
10	34	58	82	106	130	154	178
12	36	60	84	108	132	156	180
14	38	62	86	110	134	158	182
16	40	64	88	112	136	160	184
18	42	66	90	114	138	162	196
20	44	68	92	116	140	164	198
22	46	70	94	118	142	166	210
24	48	72	96	120	144	168	220

Tabela 6 – Distintas diferenças entre números primos até 10^8

Percebe-se que todos os números pares aparecem ininterruptamente até o número 184, o que sugere que se continuarmos a o trabalho com números maiores que 10^8 os demais serão preenchidos e a tabela crescerá.

Esses dados serão importantes para considerações do capítulo 5 adiante.

3.3.5. Quantidade de números primos por terminação

Como o número dois é o único primo par, e o número cinco é o único com essa terminação que é primo, os demais números primos terão obrigatoriamente final 1, 3, 7 ou 9.

Assim, dentre os 5.761.455 de primos menores que 10^8, foi computado o total destes com cada terminação possível.

Dígito Final	Quantidade
2	1
5	1
1	1.440.298
3	1.440.474
7	1.440.495
9	1.440.186
Total	5.761.455

Tabela 7 – Quantidade de números primos por terminação

Ignorando os números primos terminados em 2 e 5, por serem únicos, os dados dessa tabela 7 mostram que a quantidade de números primos por terminação existentes em dado intervalo é bem próxima uma da outra.

Resultados semelhantes foram obtidos selecionando intervalos menores que 10^8. Dispensando assim a necessidade de outras tabelas com informações semelhantes.

3.3.6 – Número máximo de decomposições possíveis por potência de 10

Intervalo Até	Número	Decomposições Possíveis	Quantidade de Primos Menores
10	10	2	4
100	90	9	24
1.000	990	52	166
10.000	9240	329	1145
100.000	99330	2168	9533

Tabela 8 – Número máximo de decomposições por potência de 10

Se considerarmos o conjunto dos números naturais(infinito), a quantidade de 10^5, objeto de nosso estudo, é um número consideravelmente pequeno, e neste pequeno intervalo existe número que pode ser decomposto em mais de 2000 maneiras diferentes como soma de dois números primos, conforme mostra a tabela.

3.3.7. Exemplo de decomposições possíveis: o número 2700

Possíveis decomposições do número 2700 em soma de 2 números primos				
7+2693	223+2477	461+2239	701+1999	1031+1669
11+2689	227+2473	463+2237	727+1973	1033+1667
13+2687	233+2467	479+2221	751+1949	1063+1637
17+2683	241+2459	487+2213	769+1931	1087+1613
23+2677	263+2437	521+2179	787+1913	1091+1609
29+2671	277+2423	547+2153	811+1889	1093+1607
37+2663	283+2417	557+2143	821+1879	1103+1597
41+2659	307+2393	563+2137	823+1877	1117+1583
43+2657	311+2389	569+2131	827+1873	1129+1571
53+2647	317+2383	571+2129	829+1871	1151+1549
67+2633	349+2351	587+2113	839+1861	1201+1499
79+2621	353+2347	601+2099	853+1847	1213+1487
83+2617	359+2341	613+2087	877+1823	1217+1483
107+2593	367+2333	617+2083	911+1789	1229+1471
109+2591	389+2311	619+2081	941+1759	1249+1451
149+2551	419+2281	631+2069	947+1753	1277+1423
151+2549	431+2269	647+2053	953+1747	1291+1409
157+2543	433+2267	661+2039	967+1733	1301+1399
179+2521	449+2251	673+2027	977+1723	1319+1381
197+2503	457+2243	683+2017	991+1709	1327+1373

Tabela 9 – Decomposições possíveis do número 2700

O número 2.700 é o primeiro número par o qual é possível decompor de 100 maneiras diferentes como soma de dois números primos, motivo pelo qual foi escolhido para este exemplo. Até 2.700 existem 393 números primos, que combinados entre si, totalizam 77.421 combinações possíveis (com repetição), das quais 100 destas resultam na soma deste número.

Na primeira soma possível mostrada na tabela usa números primos dos extremos, o menor e o maior primo possível, em seguida, o número primo inicial vai aumentando e decrescendo o final. Por fim, a última soma possível é composta por dois números primos bem próximos, ou até mesmo iguais em algum casos.

3.3.8. Os 20 números com maior quantidade de decomposições possíveis

A tabela 10 a seguir, exibe os 20 números menores que 10^5 que possuem maior quantidade possível de decomposições, observe que os números com maiores quantidades são todos terminados em zero. Para aparecer número com terminação diferente foi necessário estender a lista para os primeiros 200. Esse fato ocorre pelo fato de os números com final zero podem ser formados por somas de dois números com finais 1 e 9 ou 3 e 7. Ou seja, todo o universo de terminações dos números primos (descartando o 2 e o 5), ao passo que, para formar números pares com outras terminações (diferindo de 0) não é possível utilizar todas as terminações.

Número	Quantidade de primos menores	Decomposições
99330	9533	2168
90090	8726	2135
92820	8967	2114
94710	9132	2093
97020	9339	2090
98280	9437	2075
99960	9588	2063
87780	8524	2042
99750	9570	2035
92400	8926	2004
98670	9473	2003
91770	8866	1999
95550	9211	1989
96390	9283	1977
95760	9229	1974
98490	9458	1964
96600	9302	1963
98910	9495	1956
97650	9390	1955
99540	9550	1955

Tabela 10 – Números menores que 100.000 com maiores quantidades de decomposições em dois números primos

3.3.9. Média de decomposições por potência de 10

Conforme os números pares vão aumentando, aumenta também suas possibilidades de decomposições em dois números primos, segue abaixo a quantidade média dessas decomposições nos intervalos indicados.

Números pares até	Média de decomposições
10	1,25000
100	3,83670
1.000	16,47700
10.000	85,16720
100.000	507,34980

Tabela 11 – Média de decomposições por potência de 10.

Esta relação indica a média de quantas vezes um número pode ser decomposto como soma de dois números primos diferentes, dentre de cada intervalo selecionado. A exemplo, cada número par até 10^4 podem ser decomposto em média, por cerca de 85 maneiras diferentes.

3.3.10. Decomposições mínimas por intervalos estratégicos

Verificou-se na tabela 11, uma evidente tendência crescente na média de possibilidades de decomposições dos números pares como soma de 2 números primos, porém é preciso saber se existe uma tendência de crescimento também no mínimo de vezes que os números podem ser igualmente decomposto.

A tabela a seguir mostra em intervalos estratégicos, a quantidade mínima de decomposições possíveis.

Intervalo	Menor Quantidade
90 a 100	3
900 a 1000	13
9000 a 10000	77
90000 a 100000	526

Tabela 12 – Quantidade mínima de decomposições por intervalos estratégicos

Perceba na tabela 12 que, entre o número 90.000 e 100.000, cada número par pode ser decomposto em, no mínimo, 526 maneiras diferentes de soma de dois números primos. Evidência fortíssima de que a Conjectura de Goldbach é verdadeira. No entanto, evidências não são provas.

Na tabela 13 a seguir, mostraremos em média quantas decomposições são possíveis nesses mesmos intervalos.

3.3.11. Média de decomposições por intervalos estratégicos

Intervalo	Média de decomposições possíveis
90 a 100	5,6667
900 a 1000	26,4118
9000 a 10000	143,9501
90000 a 100000	876,8396

Tabela 13 – Média de decomposições por intervalos estratégicos

3.4. Tecnologias Computacionais Utilizadas

Os programas descritos nos itens 3.1 e 3.2 foram construídos em ambiente de programação utilizando a linguagem computacional PHP, e para armazenamento dos dados foi utilizado o sistema gerenciador de banco de dados MySQL.

Para gerar os relatórios descritos no item 3.3 e seus respectivos subitens foi utilizada a linguagem computacional de manipulação de dados chamada SQL. Os programas que não foram construídos utilizando recursos avançados de otimização de processamento foram executados em um computador comum.

4. O DUPLO TRIÂNGULO DE NÚMEROS PRIMOS

Durante a realização das pesquisas e execução dos trabalhos, surgiram algumas ideias envolvendo métodos ainda não explorados, ao menos pelas literaturas conhecidas. Algumas dessas ideias serão descritas neste.

4.1. O Duplo Triângulo de Números Primos – Definição

Como a conjectura de Goldbach trabalha com a hipótese de soma de dois números primos, inicialmente foi pensado em gerar algo que mostrasse todas as combinações possíveis de soma de dois números primos, daí nasceu a proposta que aqui chamaremos de *"Triângulo da soma"* (TS). Em seguida, a partir de algumas curiosidades observadas durante os trabalhos foi pensado em algo que mostrasse também os resultados da diferença entre dois números primos, surgindo o que aqui denominamos *"Triângulo da diferença"* (TD).

Como a conjectura considera a soma de dois números primos que resulta em números pares, por conveniência, nos modelos e exemplos deste trabalho não utilizaremos o número 2 (dois), isso por ser ele um número par e se somado a qualquer outro número primo resultará em número ímpar.

Neste capítulo (para ambos os triângulos) serão abordadas e, quando necessário, demonstradas algumas de suas respectivas propriedades.

4.1.1. O triângulo da soma

Definição (triângulo da soma) *Sejam* $P_1, P_2, \cdots, P_n$ *os* n *primeiros números primos ímpares, dispomos em uma tabela com* $n+1$ *linhas e* $n+1$ *colunas. Na primeira linha (horizontal) e na primeira coluna (vertical) preenchemos as células com cada um dos* n *números primos. Em seguida, preenchemos as demais células com a soma dos números primos que estão em sua posição vertical e horizontal.*

Denotemos por P_i *o i-ésimo número primo e* $S_{i,j} = P_i + P_j$, $1 \leq i, j \leq n$, *onde n a quantidade de números primos. O triângulo da soma (TS) é definido da seguinte forma:*

TS(n)	P_1	P_2	P_3	...	P_n
P_1	$S_{1,1}=P_1+P_1$				
P_2	$S_{2,1}=P_2+P_1$	$S_{2,2}=P_2+P_2$			
P_3	$S_{3,1}=P_3+P_1$	$S_{3,2}=P_3+P_2$	$S_{3,3}=P_3+P_3$		
...					
P_n	$S_{n,1}=P_n+P_1$	$S_{n,2}=P_n+P_2$	$S_{n,3}=P_n+P_3$	...	$S_{n,n}=P_n+P_n$

Tabela 14 *– Forma genérica do triângulo da soma*

Abaixo segue como exemplo o triângulo da soma dos primeiros 20 números primos maiores do que 2.

TS(20)		3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73
1	3	6																			
2	5	8	10																		
3	7	10	12	14																	
4	11	14	16	18	22																
5	13	16	18	20	24	26															
6	17	20	22	24	28	30	34														
7	19	22	24	26	30	32	36	38													
8	23	26	28	30	34	36	40	42	46												
9	29	32	34	36	40	42	46	48	52	58											
10	31	34	36	38	42	44	48	50	54	60	62										
11	37	40	42	44	48	50	54	56	60	66	68	74									
12	41	44	46	48	52	54	58	60	64	70	72	78	82								
13	43	46	48	50	54	56	60	62	66	72	74	80	84	86							
14	47	50	52	54	58	60	64	66	70	76	78	84	88	90	94						
15	53	56	58	60	64	66	70	72	76	82	84	90	94	96	100	106					
16	59	62	64	66	70	72	76	78	82	88	90	96	100	102	106	112	118				
17	61	64	66	68	72	74	78	80	84	90	92	98	102	104	108	114	120	122			
18	67	70	72	74	78	80	84	86	90	96	98	104	108	110	114	120	126	128	134		
19	71	74	76	78	82	84	88	90	94	100	102	108	112	114	118	124	130	132	138	142	
20	73	76	78	80	84	86	90	92	96	102	104	110	114	116	120	126	132	134	140	144	146

Tabela 15 – Triângulo da soma de tamanho 20

4.1.1.1. Propriedades do triângulo da soma

(PS1). O*s elementos de cada linha estão em ordem crescente. Selecionada uma linha k qualquer, e duas somas consecutivas quaisquer, as somas* $S_{k,i}$, $S_{k,i+1}$, *para todo 1≤ i <k estão dispostas de maneira crescente.*

Demonstração: Para todo *k* fixo, $1 \le k \le n$, temos que,

$$S_{k,i} = P_k + P_i \text{ e } S_{k,i+1} = P_k + P_{i+1}.$$

Logo,

$$S_{k,i+1} - S_{k,i} = P_{i+1} - P_i > 0 \Rightarrow S_{k,i} < S_{k,i+1} \square$$

(PS2). O*s elementos de cada coluna estão em ordem crescente. Selecionada uma coluna k qualquer, e duas somas consecutivas quaisquer, as somas* $S_{i,k}$, $S_{i+1,k}$, *para todo* $1 \le i < k$ *estão dispostas de maneira crescente.*

Demonstração: análoga à propriedade 1.

(PS3). O*s elementos de uma diagonal selecionados de cima para baixo e da esquerda para a direita estão em ordem crescente.*

Demonstração: Consequência imediata de P1 e P2.

(PS4). A *quantidade de elementos de um triângulo com N números primos equivale a:* $\dfrac{(N+1).N}{2}$

Demonstração: o número de possibilidades de combinações possíveis equivale à formula de combinações com repetição, já que, havendo selecionado um número primo qualquer, o próximo número primo a completar a dupla pode ser ele mesmo novamente. Assim

$$CR_{n.2} = C_{n+1,2} = \frac{(N+1)!}{2!(N-1)!} = \frac{(N+1)N}{2} \qquad \square$$

(PS5). *A relação de passagem do elemento* $S_{i,j}$ *para o elemento* $S_{i+1,j+1}$ *é dada por*

$$S_{i+1,j+1} = S_{i+1,j} + S_{i,j+1} - S_{i,j}$$

Demonstração:

$$S_{i+1,j+1} = P_{i+1} + P_{j+1} = (P_{i+1} + P_j) + (P_i + P_{j+1}) - (P_i + P_j) = S_{i+1,j} + S_{i,j+1} - S_{i,j} \ \square$$

Exemplo: $S_{3,2} = S_{2,2} + S_{3,1} - S_{2,1}$

TS(n)	P_1	P_2	P_3	...	P_n
P_1	$S_{1,1}$				
P_2	$S_{2,1}$	$S_{2,2}$			
P_3	$S_{3,1}$	$S_{3,2}$	$S_{3,3}$		
...					
P_n	$S_{n,1}$	$S_{n,2}$	$S_{n,3}$	...	$S_{n,n}$

Tabela 16 – Triângulo da soma detalhado

(PS6). *Em um triângulo formado por N números primos, o maior número par possível é* $2P_N$.

Demonstração: como os elementos das linhas e das colunas estão dispostos em ordem crescente o maior elemento é $S_{N,N} = P_N + P_N = 2P_N$ $\square$

(PS7). *Em uma mesma linha ou coluna nunca haverá elemento repetido.*

Demonstração: Decorre do fato que dados dois números primos distintos P_A e P_B, não há como, somados a um terceiro número primo P_C, resultar em um mesmo valor.

4.1.2. O triângulo da diferença

Com muitas semelhanças ao triângulo da soma, segue abaixo definição de triângulo da diferença.

Definição (triângulo da diferença). *Sejam* $P_1, P_2, \cdots, P_n$ *os n primeiros números primos ímpares, dispomos em uma tabela com n+1 linhas e n+1 colunas. Na primeira linha e na primeira coluna preenchemos as células com cada um dos n números primos. Em seguida,* *preenchemos as demais células com a diferença dos números primos que estão em sua posição vertical e horizontal.*

Seja P_i *i-ésimo número primo e seja* $D_{i,j} = P_i - P_j$, $1 \le i, j \le n$, *onde n é a quantidade de números primos, o triângulo da diferença (TD) é definido da seguinte forma:*

TD(n)	P_1	P_2	P_3	...	P_n
P_1	$D_{1,1}=P_1-P_1$				
P_2	$D_{2,1}=P_2-P_1$	$D_{2,2}=P_2-P_2$			
P_3	$D_{3,1}=P_3-P_1$	$D_{3,2}=P_3-P_2$	$D_{3,3}=P_3-P_3$		
...					
P_n	$D_{n,1}=P_n-P_1$	$D_{n,2}=P_n-P_2$	$D_{n,3}=P_n-P_3$	...	$D_{n,n}=P_n-P_n$

Tabela 17 *– Forma genérica do triângulo da diferença*

Abaixo segue como exemplo o triângulo da diferença dos primeiros 20 números primos.

TD(20)		3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73
1	3	0																			
2	5	2	0																		
3	7	4	2	0																	
4	11	8	6	4	0																
5	13	10	8	6	2	0															
6	17	14	12	10	6	4	0														
7	19	16	14	12	8	6	2	0													
8	23	20	18	16	12	10	6	4	0												
9	29	26	24	22	18	16	12	10	6	0											
10	31	28	26	24	20	18	14	12	8	2	0										
11	37	34	32	30	26	24	20	18	14	8	6	0									
12	41	38	36	34	30	28	24	22	18	12	10	4	0								
13	43	40	38	36	32	30	26	24	20	14	12	6	2	0							
14	47	44	42	40	36	34	30	28	24	18	16	10	6	4	0						
15	53	50	48	46	42	40	36	34	30	24	22	16	12	10	6	0					
16	59	56	54	52	48	46	42	40	36	30	28	22	18	16	12	6	0				
17	61	58	56	54	50	48	44	42	38	32	30	24	20	18	14	8	2	0			
18	67	64	62	60	56	54	50	48	44	38	36	30	26	24	20	14	8	6	0		
19	71	68	66	64	60	58	54	52	48	42	40	34	30	28	24	18	12	10	4	0	
20	73	70	68	66	62	60	56	54	50	44	42	36	32	30	26	20	14	12	6	2	0

Tabela 18 – Triângulo da diferença de tamanho 20

4.1.2.1. Propriedades do triângulo da diferença

(PD1). *Os elementos de cada linha estão em ordem decrescente. Selecionada uma linha k qualquer, e duas diferenças consecutivas quaisquer* $D_{k,i}$; $D_{k,i+1}$, *para todo* $1 \leq i < k$ *estão dispostas de maneira decrescente.*

Demonstração: Para todo *k* fixo, $1 \leq k \leq n$, temos que, $D_{k,j} = P_k - P_j$ e $D_{k,j+1} = P_k - P_{j+1}$.

Logo

$$D_{k,j} - D_{k,i+1} = P_{j+1} - P_j > 0 \Rightarrow D_{k,j} > D_{k,j+1} \qquad \square$$

(PD2). *Os elementos de cada coluna estão em ordem crescente. Selecionada uma coluna k qualquer, e duas somas consecutivas quaisquer, as diferenças* $D_{i,k}$, $D_{i+1,k}$ *para todo* $1 \leq i < k$ *estão dispostas de maneira crescente.*

Demonstração: Análoga à propriedade 1.

(PD3). *A quantidade de elementos de um triângulo da diferença com N números primos equivale a:* $\dfrac{(N+1).N}{2}$. *Mesma demonstração já realizada no triângulo da soma.*

(PD4). *A relação de passagem do elemento* $D_{i,j}$ *para o elemento* $D_{i+1,j+1}$ *é dada por:*

$$D_{i+1,j+1} = D_{i+1,j} + D_{i,j+1} - D_{i,j}$$

Demonstração: idêntica à propriedade 5 do triângulo da soma.

(PD5). *Em um triângulo formado por N números primos, o maior número par possível é* $P_N - 3$.

Demonstração: Como o último elemento de cada coluna é o maior (propriedade 2) e o primeiro elemento de cada linha é o maior (propriedade 1), o maior elemento será o primeiro elemento da última linha, que é $P_{N,1} = P_N - P_1 = P_N - 3$. $\square$

Nota. A partir de uma visão cuidadosa sobre o triângulo da diferença, foi possível observar que todos os números pares, a partir de 0, vão aparecendo bem próximos do outro. A partir desta observação foi realizado um teste computacional que comprovou esta tendência para números pares até 10^5. Um detalhe adicional ainda foi observado quanto ao sinal, pois, dado dois números primos quaisquer P_a e P_b, a subtração $P_a - P_b$ nos resultará um determinado número N; e se invertermos a ordem e o sinal resultará no mesmo número com o sinal invertido, resultando em: $P_b - P_a = -N$. A partir desses fatos sugere-se ser verdadeira a seguinte afirmação: Todo número par inteiro pode ser escrito como subtração de dois números primos.

Essa afirmação é uma consequência direta de outra conjectura existente: a conjectura de Polignac[10].

[10] http://fr.wikipedia.org/wiki/Conjecture_de_De_Polignac (acessada em dezembro de 2013)

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve por desafio construir um conjunto de informações referentes a um assunto pouco explorado e com uma quantidade insignificante de publicações a respeito, a conjectura de Goldbach.

Apresentou-se certo volume de informações calculadas computacionalmente abordando diferentes aspectos sobre os números primos e sobre a formação de números pares a partir de dois números primos. Ideias novas surgiram a partir da análise dessas informações e foram apresentadas como proposta de novos conhecimentos para a matemática, com o fim de provocar o público matemático e despertar o interesse pelo assunto.

Os dados extraídos a partir de rotinas computacionais foram de grande importância para conhecer resultados e despertar curiosidades sobre assuntos abordados aqui, uma vez que de outra forma não teríamos como conhecer certos valores. Levaríamos séculos para investigar manualmente o que o computador pôde fazer em bem pouco tempo.

As pesquisas realizadas a partir dos dados gravados (item 3.3) levantam curiosidades que, se estudadas em intervalos maiores podem levar a novas descobertas. Por exemplo, a diferença máxima entre um número primo e outro por potência em base 10; ou mesmo a quantidade de números primos por terminação.

Os triângulos da soma e da diferença, ferramentas aqui propostas, precisam ser estudadas para que se alcance uma maior maturidade sobre suas possíveis aplicações, tanto em relação à conjectura de Goldbach como em outros problemas envolvendo números primos.

Por fim, concluímos que, quando falamos de números primos e seus assuntos relacionados, há muito a ser investigado, há muito ainda a ser descoberto. E este trabalho deixa alguns alicerces cujas construções precisam ser continuadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] FILHO, Daniel Cordeiro de Moraes. Um Convite à Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

[2] Teoremas da incompletude de Gödel. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_da_incompletude_de_G%C3%B6del>. Acesso em: 18 dez. 2013.

[3] STEWART, Ian. ALMANAQUE DAS CURIOSIDADES MATEMÁTICAS. Rio de Janeiro: ZAHAR, 2009.

[4] VAZ, Erika. A Conjectura de Goldbach. Disponível em: <http://prezi.com/il_b60ml8xha/conjectura-de-goldbach/>. Acesso em: 24 set. 2013.

[5] Problema matemático indecifrável. Disponível em: <http://profemarli.comunidades.net/index.php?pagina=1542745242>. Acesso em 24 set. 2013

[6] MILIES, César Polcino e COELHO, Sônia Pitta. Números Uma Introdução à Matemática. São Paulo: Edusp, 2003.

[7] SANTOS, José Plínio de Oliveira. Introdução à Teoria dos Números. Rio de Janeiro: IMPA, 2003.

[8] HEFEZ, Abramo. Elementos de Aritmética. Rio de Janeiro: SBM, 2011.

[9] RIBENBOIM, Paulo. Números Primos - Velhos Mistérios e Novos Recordes. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

[10] Conjecture de De Polignac. Disponível em: <http://fr.wikipedia.org/wiki/Conjecture_de_De_Polignac>. Acesso em: 19 dez. 2013.

[11] LOPES, Paulo Afonso. Probabilidades & Estatística. Rio de Janeiro: R&A, 1999.

[12] BENTO, Evaldo Junior. Desenvolvimento web com PHP e MySQL. Brumado: Casa do Livro, 2007.

[13] MILANI, André. Construindo Aplicações Web com PHP e MySQL. São Paulo: Novatec, 2010.

[14] MILANI, André. MySQL - Guia do Programador. São Paulo: Novatec, 2007.

[15] OLIVEIRA, Celso Henrique Poderoso de. SQL – Curso Prático. São Paulo: Novatec, 2002.

[16] ZERVAAS, Quentin. Aplicações Práticas de Web 2.0 Com Php. Rio de Janeiro: Alta Books, 2012.

[17] SOARES, Walace. Php 5 - Conceitos, Programação e Integração com Banco de Dados. São Paulo: Erica, 2004.