PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática

MARCELO ALBUQUERQUE LEMGRUBER KROPF

APLICAÇÕES DOS LOGARITMOS NA ÁREA DE SAÚDE

Rio de janeiro

2014

Marcelo Albuquerque Lemgruber Kropf

Aplicações dos Logaritmos na área de saúde

Dissertação de Mestrado (Opção profissional)

Dissertação apresentada como requisito parcial para à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, junto ao Programa PROFMAT – Sociedade Brasileira de Matemática / Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada.

Orientador: Prof. Dr. Elon Lajes Lima

Rio de Janeiro, fevereiro de 2014

Marcelo Albuquerque Lemgruber Kropf

Aplicações dos Logaritmos na área de saúde

Dissertação apresentada como requisito parcial para à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, junto ao Programa PROFMAT – Sociedade Brasileira de Matemática / Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Dr. Elon Lajes Lima
Orientador
IMPA

Prof. Dr. Paulo Cezar Pinto de Carvalho
IMPA/FGV

Prof. Dr. Moacyr Alvim Horta Barbosa da Silva
IMPA/FGV

Rio de Janeiro, 19 de fevereiro de 2014

FICHA CATALOGRÁFICA

A todos os meus alunos ao longo desses anos de trabalho, que com suas demonstrações sinceras de afeto e gratidão, me convenceram de que eu era professor de Matemática

Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Dr. Elon Lages Lima pela gentileza e conhecimento sempre compartilhados.

Ao Prof. Dr. Paulo Cézar pela disponibilidade e orientação incansáveis.

Aos professores do Impa por acreditarem no Profmat.

A divisão de Ensino do Impa por todo apoio e suporte

Aos meus colegas de mestrado, pelo convívio maravilhoso e pelo compartilhamento de conhecimentos.

A minha esposa Vanessa pela inegável paciência e amor.

As minhas filhas por tudo.

A minha irmã Elaine pela cuidadosa revisão do texto

A minha família

À CAPES pelo apoio financeiro

Resumo

Albuquerque Lemgruber Kropf, Marcelo. **Aplicações dos Logaritmos na área de saúde.** Rio de Janeiro, 2014. 73p. Dissertação de Mestrado (Opção profissional) – Profmat - Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA).

A necessidade de levar a Matemática à realidade dos alunos, especialmente a partir de temas que promovam a responsabilidade social e a formação do cidadão, motivaram a realização do trabalho que trata de possíveis aplicações dos logaritmos à área de saúde. A ausência de exemplos práticos nos livros didáticos na abordagem de logaritmos torna ainda maior o desafio de despertar o interesse dos estudantes pelo processo ensino-aprendizagem da Matemática. Considerando que os logaritmos constituem um campo riquíssimo de aplicações que se estendem pelas mais diversas áreas do conhecimento e diante de dados alarmantes sobre a falta de informação quanto à saúde preventiva e quanto à intoxicação por consumo inadequado de medicamentos, são propostas atividades a serem realizadas em sala de aula, permitindo a reflexão sobre o tema e a contextualização das aplicações, com suporte teórico e prático ao professor.

Palavras-chave

Logaritmo; Surdez; Saúde; Matemática, Formação do cidadão; Antibiótico

Abstract

Albuquerque Lemgruber Kropf, Marcelo. **Applications of logarithms in healthcare.** Rio de Janeiro, 2014. 73p. Master's Dissertation - Profmat – IMPA.

The need to bring Mathematics to the reality of students, especially from themes that promote social responsibility and education of citizens, motivated this document that deals with possible applications of logarithms in the health area. The lack of practical examples in textbooks in the logarithms approach makes even bigger the challenge of stimulate the attention of students in teaching-learning process of Mathematics. Considering the logarithms constitute a rich field of applications in several areas of knowledge and also considering alarming data about the lack of information regarding preventive health and about intoxication by inadequate consumption of medicines, activities are proposed to be done on classroom, allowing reflection on the theme and context of applications, with theoretical and practical support to the teacher.

Keywords:

Mathematics; education of citizens; logarithms; applications; health; antibiotics

Lista de figuras

Lista de tabelas

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ABIFARMA:	Associação Brasileira da indústria farmacêutica
BJM:	Britsh Journal of Medicine
FDA:	Federal Drugs Administration
FIOCRUZ:	Fundação Oswaldo Cruz
IBGE:	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IMPA:	Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada
INES:	Instituto Nacional de Educação de Surdos
MS:	Ministério da Saúde
MTE:	Ministério do Trabalho e Emprego
NR:	Norma Regulamentadora
OMS:	Organização Mundial de Saúde
PCNEM:	Parâmetros curriculares nacionais para o Ensino Médio
PISA:	Programme for International Student Assessment
PROFMAT:	Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional
SAEB:	Sistema de Avaliação da Educação Básica

Sumário

1 Introdução

O presente trabalho trata de possíveis aplicações dos logaritmos relacionadas à área de saúde, para serem trabalhadas em sala de aula com alunos do Ensino Médio. As motivações, justificativas e estruturação do trabalho serão abordadas a seguir.

1.1. Justificativa

Em primeiro lugar, entendemos que o processo de ensino-aprendizagem de Matemática se mostra como um desafio muito árduo no cotidiano da sala de aula, existindo um forte desinteresse por grande parte dos alunos. Este quadro caótico vem trazendo resultados visíveis, como aponta o relatório Programme for International Student Assessment – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA, 2012), que coloca o Brasil em uma das últimas posições entre os países avaliados quanto ao aprendizado de Matemática.

1. Xangai (China) 613	18. Áustria 506	35. Eslováquia 482	52. Malásia 421
2. Cingapura 573	19. Austrália 504 pontos	36. Estados Unidos 481	53. México 413
3. Hong Kong (China) 561	20. Irlanda 501	37. Lituânia 479	54. Montenegro 410
4. República da China 560	21. Eslovênia 501 pontos	38. Suécia 478	55. Uruguai 409
5. Coreia 554	22. Nova Zelândia 500	39. Hungria 477	56. Costa Rica 407
6. Macau (China) 538	23. Dinamarca 500	40. Croácia 471	57. Albânia 394
7. Japão 536	24. República Checa 499	41. Israel 466	58. **Brasil 391**
8. Liechtenstein 535	25. França 495	42. Grécia 453	59. Argentina 388
9. Suíça 531	26. Reino Unido 494	43. Sérvia 449	60. Tunísia 388
10. Holanda 523	27. Islândia 493	44. Turquia 448	61. Jordânia 386
11. Estônia 521	28. Letônia 491	45. Romênia 445	62. Colômbia 376
12. Finlândia 519	29. Luxemburgo 490	46. Chipre 440	63. Catar 376
13. Polônia 518	30. Noruega 489	47. Bulgária 439	64. Indonésia 375
14. Canadá 518	31. Portugal 487	48. Emirados Árabes 434	65. Peru 368
15. Bélgica 515	32. Itália 485	49. Cazaquistão 432	
16. Alemanha 514	33. Espanha 484	50. Tailândia 427	
17. Vietnã 511	34. Rússia 482	51. Chile 423	

Ranking PISA 2012 quanto a aprendizagem de Matemática

Além do Pisa, temos os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica- (SAEB, 2012), em que se constata que apenas 10,3% dos jovens brasileiros terminam o terceiro ano do Ensino Médio com um conhecimento satisfatório em Matemática.

Acreditamos que essa dificuldade se apoia em dois fatores fundamentais: a baixa procura pelos cursos de licenciatura como um todo, em especial pelo curso de Matemática, e a forma, muitas vezes empobrecida, com que a Matemática é apresentada nos livros didáticos.

A baixa procura pelos cursos de licenciatura causa uma situação alarmante na educação brasileira, uma vez que além de gerar uma escassez quantitativa de mão de obra na área de educação, acaba acarretando numa falta de reciclagem dos professores, fazendo assim com que o abismo entre o que é ensinado e a vida cotidiana se acentue. Dados do Censo da Educação superior 2012, realizado pelo Ministério da Educação, apontam que enquanto o número total de matrículas aumentou 4,4% em relação ao ano anterior a procura pelos cursos de licenciatura sofreu um acréscimo de apenas 0,8% como verificamos abaixo.

Ano	Grau acadêmico	Total
2011	**Total**	**6.739.689**
	Bacharelado	4.495.831
	Licenciatura	1.356.329
	Tecnológico	870.534
	Não aplicável	16.995
2012	**Total**	**7.037.688**
	Bacharelado	4.703.693
	Licenciatura	1.366.559
	Tecnológico	944.904
	Não aplicável	22.532

Matrículas em Cursos de Graduação por Modalidade de Ensino segundo o Grau Acadêmico – Brasil 2011/2012. Fonte: MEC/INEP

1.2. Motivação

Os livros didáticos no que se referem ao ensino de Matemática, apresentam muitos problemas, como percebemos tomando como referência a análise de textos executada pelos professores Elon Lages Lima, Augusto C Morgado, Edson D Júdice, Eduardo Wagner, João Bosco P de Carvalho, José Paulo Q

Carneiro, Maria Laura M Gomes e Paulo Cezar P Carvalho (Lima, 2001) sobre 12 coleções. Um ponto importante que este estudo destaca é a enorme falta de aplicações a serem apresentadas e trabalhadas com os alunos no tocante ao conteúdo ensinado. Quando o assunto abordado trata de logaritmos, a ausência de aplicações se torna ainda mais grave. Os logaritmos constituem um campo riquíssimo de aplicações que se estendem pelas mais diversas áreas do conhecimento. Fazendo uma pesquisa para a realização desse trabalho, encontramos os seguintes exemplos:

- Problemas relacionados à meia-vida;
- Matemática financeira;
- Escala do PIB(Utilizada na composição do IDH);
--Escala de Palermo ou de Torino (Risco de colisão de objetos com a Terra);
- Escala de Magnitude de Momento(Terremotos);
-Escala Richter(Terremotos);
- Decibéis (Medição de níveis sonoros);
- Lei de Webner-Fechner (Magnitude de um estímulo físico e sua percepção);
-Escala de magnitude estelar para a luminosidade de estrelas;
-Escala de Krumbein para o tamanho dos grãos em Geologia;
-Escala de Kardashev para o avanço tecnológico na Física (Mede o grau de desenvolvimento de uma população);

Para a realização do presente trabalho de conclusão de curso foi necessário restringir a área de estudo e quais aplicações seriam trabalhadas, não obstante permanece o desejo de que outros autores explorem e desenvolvam aplicações para o que não foi abordado nesse trabalho.

A escolha que se mostrou mais oportuna foi a de relacionar os logaritmos em atividades que envolvessem a área da saúde. Isso se deve basicamente por três fatores.

Em primeiro lugar por acreditar-mos que a Matemática possui uma enorme importância no que diz respeito a diferentes aspectos relacionados à cidadania e ao cotidiano. Como ressaltam os Parâmetros Curriculares

Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) que indicam como uma das finalidades do ensino de Matemática:

“aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas ,utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas”

Ainda segundo o PCNEM no que se refere às competências e às habilidades a serem desenvolvidas em Matemática no âmbito da contextualização socio-cultural:

“ – Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.

- Aplicar o conhecimento e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento”

Em segundo lugar, devido à experiência do autor, que, como professor do Instituto Nacional de Educação de Surdos, lida diariamente com a área da saúde, no que diz respeito à deficiência auditiva e às consequências da falta de informação sobre a saúde preventiva, o que se mostra presente nas atividades relacionadas à surdez e à automedicação.

Em terceiro lugar, pela quase inexistência de aplicações exploradas nos livros didáticos em seus capítulos sobre logaritmos na área de saúde.

1.3. Objetivo e estrutura

Todo o presente trabalho é pensado do ponto de vista de um Mestrado Profissional na área da educação, isto é, levando em conta o objetivo claro de possibilitar, de maneira concreta, instrumentos para o favorecimento da prática em sala de aula. Como vemos no regimento do PROFMAT

“Artigo 1*- O Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) tem como objetivo proporcionar formação matemática aprofundada, relevante e articulada com o exercício da docência no Ensino Básico, visando fornecer ao egresso qualificação certificada para o exercício da profissão de professor de Matemática.”*

Por conta disso todas as aplicações que serão propostas bem como as atividades a serem realizadas em sala de aula estarão acompanhadas de um embasamento teórico com o objetivo de contextualizar as aplicações, dando assim maior segurança ao professor em abordar o tema com seus alunos. Foi pensando também em dar maior segurança para o professor, que apresentamos a resolução de todas as atividades propostas (Anexo 1).

2
Logaritmos

Embora não seja o objetivo principal desse trabalho conceituar e definir logaritmos, mas sim suas aplicações, entendemos ser fundamental que a forma como o abordaremos para a resolução das atividades esteja bastante clara. Desta forma, utilizaremos a definição que entende os logaritmos como sendo função inversa da função exponencial. Apesar de não ser a única - ver mais em (Lima, 2010) - entendemos ser a de mais fácil aplicação no contexto desse trabalho. Explicitaremos essa forma a seguir nesse capítulo.

2.1.
Função Exponencial

Caracterização das funções do tipo exponencial:

Seja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ uma função monótona injetiva (crescente ou decrescente). As seguintes afirmações são equivalentes:

1) $f\left(nx\right)=f\left(x\right)^n$ para todo $n\in\mathbb{Z}$ e todo $x\in\mathbb{R}$;

2) $f\left(x\right)=a^x$ para todo $x\in\mathbb{R}$, onde $a=f(1)$;

3) $f\left(x+y\right)=f\left(x\right)\cdot f\left(y\right)$ para quaisquer $x,y\in\mathbb{R}$

Para a demonstração detalhada desse teorema, consultar (Lima, et al., 1998)

Caracterizar a função exponencial dessa forma apresenta grande vantagem do ponto de vista operacional, uma vez que fornece uma ideia clara das principais propriedades que serão utilizadas na resolução da maioria dos problemas envolvendo funções exponenciais. No entanto, uma pequena diferença de enunciado traz grande vantagem ao possibilitar mais facilmente perceber se, diante de uma função, devemos trabalhar com o modelo de função afim, quadrática ou exponencial. A saber::

Seja $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ uma função monótona injetiva (crescente ou decrescente) tal que, para $x,h\in\mathbb{R}$ quaisquer, o acréscimo relativo

$\left[g(x+h)-g(x)\right]/g(x)$ depende apenas de h, mas não de x. Então se $b=g(0)$ e $a=g(1)/g(0)$, tem-se que $g(x)=ba^x$ para todo $x\in\mathbb{R}$

Novamente para a demonstração detalhada, consultar (Lima, et al., 1998). Essa forma de caracterizar a função exponencial — em particular quando o h representa algum intervalo de tempo, relativamente pequeno de preferência — é bastante útil no processo decisório para a escolha do modelo a ser utilizado na modelagem de problemas como veremos adiante.

2.2. Função Inversa

Diz-se que a função $f^{-1}:Y\to X$ é a inversa da função $f:X\to Y$ quando temos que $f^{-1}(f(x))=x$ e $f(f^{-1}(y))=y$ $\forall x\in X$ e $y\in Y$. Dessa definição decorre imediatamente que a função f é a inversa da função f^{-1} e portanto ambas devem representar uma correspondência biunívoca entre X e Y.

2.3. Função logarítmica

Definiremos a função logarítmica $\begin{matrix} g:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R} \\ x\to\log_a x\end{matrix}$ com $a\neq 1$ e $a\in\mathbb{R}^+-\{0\}$ como sendo a inversa da função $\begin{matrix} f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+ \\ x\to a^x\end{matrix}$ com $a\neq 1$ e $a\in\mathbb{R}^+-\{0\}$. Dessa forma dado um número $y\in\mathbb{R}^+-\{0\}$, o único número real x tal que $a^x=y$ é chamado de logaritmo de y na base a e será representado por $\log_a y$.

Decorrem diretamente dessa definição de função logarítmica as seguintes propriedades, que serão de grande utilidade na resolução de problemas:

1) $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y, \forall x,y\in\mathbb{R}^+-\{0\}$
2) $\log_a(x^r)=r\log_a x, \forall r\in\mathbb{R}$ e $x\in\mathbb{R}^+-\{0\}$
3) $\log_a(a^x)=x, \forall x\in\mathbb{R}$ e $a^{\log_a x}=x, \forall x\in\mathbb{R}^+-\{0\}$

3
Aplicações relacionadas a utilização de medicamentos

A utilização inadequada de medicamentos oriunda da automedicação bem como a administração equivocada, isto é, dosagens inadequadas sem respeitar os intervalos de tempo corretos, representam um grave problema de saúde pública não só no Brasil como em todo o mundo. A Organização Mundial da Saúde (OMS) estima que 10% de todas as internações ocorridas a nível mundial sejam decorrentes do uso inadequado de medicamentos, que, no Brasil, é responsável por cerca de 29% dos óbitos. Além disso, de 15% a 20% dos orçamentos dos hospitais brasileiros são destinados para o tratamento de complicações causadas por mau uso de medicamentos (PEREIRA, et al.).

Os dados fornecidos pelo Sistema Nacional de Informação Tóxico-Farmacológicas (Sinitox) — órgão do Ministério da Saúde ligado à Fundação Oswaldo Cruz, que tem como principal atribuição coordenar a coleta, a compilação, a análise, e a divulgação dos casos de intoxicação e envenenamento no Brasil — são bastante conclusivos quanto ao perigo da utilização errada de medicamentos. No ano de 2010 essa modalidade de intoxicação correspondeu a mais de 26% dos casos registrados como vemos na tabela adiante.

Nesse contexto alarmante entendemos que a Matemática pode cumprir com o seu importante papel de favorecer a cidadania uma vez que o tema do mau uso dos medicamentos pode ser abordado em linhas gerais nas salas de aula. E de forma mais específica, pode combater uma das principais causas de intoxicação por medicamentos, que é o consumo em intervalos de tempo e quantidades equivocadas, através de atividades envolvendo meia-vida..

Agente \ Vítima	Humana nº	Animal nº	Informação nº	Total nº	Total %
Medicamentos	27710	168	1166	29044	26,68
Agrotóxicos/Uso Agrícola	5463	147	258	5868	5,39
Agrotóxicos/Uso Doméstico	2213	164	195	2572	2,36
Produtos Veterinários	885	147	66	1098	1,01
Raticidas	2673	243	97	3013	2,77
Domissanitários	11523	252	241	12016	11,04
Cosméticos	1327	7	50	1384	1,27
Produtos Químicos Industriais	5584	94	200	5878	5,40
Metais	331	2	37	370	0,34
Drogas de Abuso	7015	6	133	7154	6,57
Plantas	1377	126	116	1619	1,49
Alimentos	2264	6	15	2285	2,10
Animais Peç./Serpentes	4578	32	146	4756	4,37
Animais Peç./Aranhas	3796	17	236	4049	3,72
Animais Peç./Escorpiões	11867	8	245	12120	11,13
Outros Animais Peç./Venenosos	5632	27	298	5957	5,47
Animais não Peçonhentos	4437	9	259	4705	4,32
Desconhecido	2230	86	45	2361	2,17
Outro	2279	26	319	2624	2,41
Total	103184	1567	4122	108873	100
%	94,77	1,44	3,79	100	

Casos registrados de intoxicação Humana, de intoxicação Animal e de solicitação de informação por agente tóxico. Brasil,2010. Fonte: MS/FIOCRUZ/SINITOX

Para as seguintes atividades entenderemos como meia-vida de uma substância: “Tempo necessário para que uma grandeza (física,biológica) atinja metade do seu valor inicial” . No caso específico de um medicamento, representa quanto tempo leva para que, após a ingestão, a quantidade de droga presente no organismo se reduza a metade.

3.1.
Compreensão inicial do comportamento dos remédios

O objetivo dessa atividade é ilustrar de maneira bastante lúdica o comportamento do acúmulo de uma determinada substância no organismo de um indivíduo ao longo do tempo e da contínua administração do medicamento. Para isso partimos de uma situação bastante simples como exemplo, que deverá ser construída junto com a turma nas etapas seguintes:

3.1.1. Primeira parte da atividade

Imaginar com a turma que um remédio deverá ser administrado em doses de 400mg possuindo meia-vida de 8 horas, isto é, após 8 horas estará presentes no organismo metade da substância ingerida. E, justamente após cada 8 horas uma nova dosagem de 400mg será administrada. Em seguida, realizar com a turma os seguintes questionamentos:

1) A quantidade da substância , ao longo do tempo, irá aumentar ou diminuir ?
2) A quantidade da substância no organismo poderá atingir qualquer nível, uma vez que sempre é fornecida uma nova dosagem ?
3) Este comportamento da quantidade presente no organismo em função do tempo corresponde ao modelo de uma função afim ?

Para ajudara a esclarecer estes questionamentos iniciais o professor deve construir com a turma a tabela utilizando programa de computador.

Doses	Número de horas transcorridas desde a primeira dosagem									
	0 horas	8 horas	16 horas	24 horas	32 horas	40 horas	48 horas	56 horas	64 horas	72 horas
1ª	400	200	100	50	25	12,5	6,25	3,125	1,5625	0,78125
2ª		400	200	100	50	25	12,5	6,25	3,125	1,5625
3ª			400	200	100	50	25	12,5	6,25	3,125
4ª				400	200	100	50	25	12,5	6,25
5ª					400	200	100	50	25	12,5
6ª						400	200	100	50	25
7ª							400	200	100	50
8ª								400	200	100
9 ª									400	200
10 ª										400
Quantidade no organismo (mg)	400	600	700	750	775	787,5	793,75	796,875	798,4375	799,21875

Atividade 1 Primeira Parte

Na primeira linha da tabela, vemos como a quantidade de Medicamento no organismo se comportou ao longo do tempo com relação a primeira dose. Na segunda linha, como se comportou com relação à segunda dose e assim sucessivamente. A última linha corresponde à quantidade total da droga presente no organismo em função do número de horas após a primeira dosagem. Após a tabela estar pronta discutir com os alunos as seguintes questões:

4) Em algum momento a quantidade presente atingiu 780 mg?

5) Se continuássemos a tabela, em algum momento encontraríamos a quantidade presente de 900mg? Justifique?
6) Levando-se em conta apenas a sequência de valores da última linha: (400,600,700,750,775,...) é possível determinar o 20º termo dessa sequência ? Calcule-o.
7) Por que o modelo exponencial é o mais adequado para descrever essa situação, considerando o comportamento para cada dosagem, isto é, sem levar em consideração a quantidade total presente no organismo?

3.1.2. Segunda parte: Envolvendo logaritmos

Nesse segundo momento da atividade desejamos que os alunos comecem a compreender as vantagens de modelarmos situações do dia a dia pelo tipo de função matemática mais adequada. Na atividade em questão, o modelo exponencial cumpre esse papel e contamos ainda com o auxílio de logaritmos para resolver cálculos mais precisos. O professor deverá discutir com seus alunos que a quantidade proveniente de cada dosagem no organismo deverá seguir uma função do tipo exponencial. Por exemplo: a quantidade referente à primeira dosagem é dada pela função $c(t) = 400\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8}}$, onde $c(t)$ indica a quantidade em mg do medicamento decorridas t horas da primeira dose. Tendo construído essa lei com seus alunos o professor deverá fazer os seguintes questionamentos:

Supondo que a pessoa tomou apenas uma dose do medicamento responda as seguintes perguntas:

1) Em quanto tempo a quantidade decaiu a oitava parte da quantidade inicial?
2) Considerando $\log 2 = 0,301$, determine quanto tempo levou para que a quantidade fosse de 128 mg ?
3) Em quanto tempo a quantidade atingiu 40 mg ?
4) Qual a quantidade após 50 horas ? Deve ser utilizada uma calculadora científica.

Observação: para esse momento inicial é extremamente importante que o professor construa o gráfico da função quantidade junto com seus alunos.

Após a manipulação dos logaritmos em situações mais simples, o professor deverá considerar com a turma questões que envolvam cálculos sobre a quantidade total, considerando que as doses foram tomadas nos intervalos de tempo corretos e com apoio de uma calculadora científica discutir as seguintes questões:

5) Em quanto tempo após a 7ª dose a quantidade da substância presente no organismo foi de 780 mg ?
6) Após 50 horas da ingestão da primeira dose, qual é a quantidade da droga ainda presente ?
7) A bula do medicamento informa que os intervalos de tempo e as dosagens devem ser respeitados, pois o efeito terapêutico é obtido com a quantidade em torno de 800mg. Comente essa afirmação.

3.1.3. Terceira parte

Tendo o professor trabalhado junto com a turma as duas primeiras partes dessa atividade, é chegado o momento dos alunos, diante de uma situação proposta bastante parecida tentarem por conta própria responder a atividade proposta a seguir:

Uma pessoa decidiu tomar um medicamento vendido em comprimidos de 500mg, cuja bula informava possuir meia-vida de 6 horas e que as dosagens deveriam respeitar esse período. Com base nessas afirmações e fazendo uso, quando necessário, de uma calculadora científica, responda as seguintes perguntas:

1) Tendo a pessoa tomado apenas uma única dose em quanto tempo a quantidade caiu a oitava parte da quantidade inicial ? E a quarta parte ?
2) É possível construir uma lei de uma função que seja representativa da situação da dosagem única ? Qual ?
3) Em quanto tempo, após a ingestão de uma única dose, a quantidade foi de 300mg ? E 100 mg ?
4) Tendo a pessoa tomado todas as doses de maneira correta, em quanto tempo a quantidade atingiu 900mg ?

5) Tendo a pessoa tomado todas a doses de maneira correta, qual era a quantidade presente no organismo após 33 horas?
6) Seguindo as indicações da bula é possível a quantidade presente no organismo atingir 1500 mg ? Justifique.
7) Se em vez de tomar 1 comprimido a pessoa tomasse 2 comprimidos de uma única vez e não tomasse nenhuma outra dose, então seria correto afirmar que a quantidade presente cairia para 300mg no dobro do tempo do proposto no item 2 ?
8) O gráfico abaixo pode representar a evolução da quantidade total em função do tempo? Justifique.

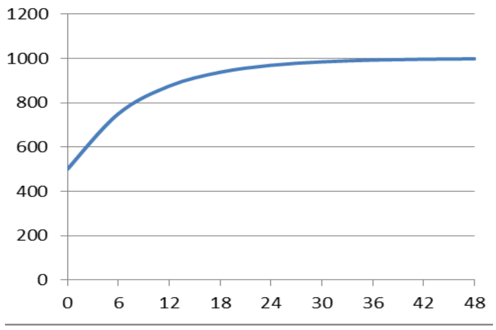


Gráfico referente a atividade em 3.1.3

3.2. Riscos do uso do paracetamol

O paracetamol principalmente a marca Tylenol, é um dos medicamentos mais populares do mundo. Estudo realizado pelo Instituto IMS Health revela que no Brasil a venda do medicamento teve um crescimento de 80%, aumentando de cerca de 20,6 milhões de unidades para 37,2 milhões, correspondendo a um faturamento de R$507.000.000,00 em 2012. Muito desse sucesso de vendas é baseado no fato de que no Brasil não existe nenhuma exigência de receita e nem um limite na quantidade que pode ser comprada. Agrega-se a isso o fato de se ter pouca informação nas embalagens quanto ao risco do uso equivocado, o que faz parecer se tratar de um medicamento totalmente seguro.

A realidade, porém, é outra, o paracetamol pode causar graves danos ao fígado se tomado em dosagem acima da recomendada ou em concomitância com bebidas alcóolicas e outras substâncias que tenham ação no fígado como vemos na bula do medicamento (Laboratório Medley).

Recente pesquisa divulgada pela ONG “Pro Pública” revela que o paracetamol foi responsável por 1500 mortes nos Estados Unidos nos últimos 10 anos (ver mais em (Pro Publica). Por isso vem sendo exigido da FDA, órgão regulador dos EUA, um maior controle e cuidado na comercialização do paracetamol, que, já em 2014, será vendido em comprimidos de 350mg - atualmente os mais comuns são de 500mg - e com avisos na embalagem sobre a possibilidade de fortes reações de pele.

No Reino Unido onde uma pessoa só pode comprar uma caixa por mês estima-se que mais de 600 vidas foram poupadas nos últimos 10 anos, correspondendo a uma diminuição de 43% (Professor Keith Hawton, 2013) frente ao cenário anterior a essa restrição. Isso porque o paracetamol corresponde a principal causa de intoxicação por medicamentos e de casos em que o transplante de fígado se faz necessário.

Além disso, muitos dos casos de super dosagem são acidentais e ocorrem porque o medicamento demora cerca de 30 minutos para começar a fazer efeito, fazendo com que nesse período a pessoa toma mais doses, por achar que a anterior não foi suficiente

A atividade seguinte, bem como a discussão anterior são de grande importância, uma vez que existe no Brasil uma prática comum do uso do Tylenol para evitar ou curar a dor de cabeça existente na ressaca, após o uso de bebidas alcoólicas. Prática que é bastante perigosa para o Fígado.

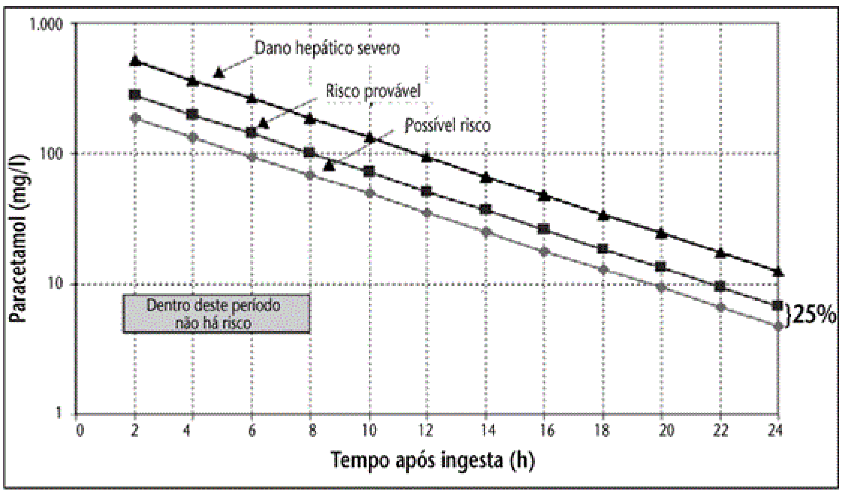
3.2.1. Atividade

Para responder as seguintes atividades, é importante que o aluno saiba que em situações normais, sem casos de intoxicação, a meia-vida do paracetamol em uma pessoa saudável é de cerca de duas horas e a OMS recomenda que a dosagem máxima diária seja de 4g. Essa quantidade é questionada, pois já são relatados casos de dano hepático com essa dosagem, tanto que em alguns lugares como a Finlândia e o Reino Unido já houve alteração na recomendação para dosagem máxima diária de 3g. Com base nessas informações faça o que se pede:

1) Construa uma tabela que indique a evolução da quantidade do paracetamol no organismo, para uma pessoa que tomou 2

comprimidos de 500mg a cada 6 horas durante 24 horas. Dosagem máxima recomendada pela OMS

2) Construa uma tabela que indique a evolução da quantidade do paracetamol no organismo, para uma pessoa que tomou 1 comprimido de 750mg a cada 6 horas durante 24 horas. Dosagem máxima de 3g diárias.
3) Compare as tabela produzidas nos itens 1 e 2 e explique o motivo que faz com que uma diferença diária de 1g não implique em uma diferença de quantidade final de 1g
4) Construa as leis das funções que indicam a quantidade do paracetamol ao longo do tempo no organismo, relacionadas a uma pessoa que ingeriu uma dose única de 1g e uma outra pessoa que ingeriu uma dose única de 750mg.
5) Trabalhando com as leis das funções obtidas no item 4, determine se em algum momento a quantidade de Paracetamol nessas duas pessoas se equiparou.
6) Quando existe uma super-dosagem é utilizado o Monograma de Rumack-Mathew para avaliar a necessidade de administração ou não de um antídoto para tratar a intoxicação. Os dados a serem comparados são obtidos por meio de exames laboratoriais, isso porque os pacientes possuem organismos diferentes e, portanto a assimilação de medicamento se dará de maneiras distintas. Interprete o gráfico abaixo



Monograma de Rumack-Mathew. Fonte: Jornal Brasileiro de Patologia Laboratorial nº46 abril de 2010

7) A diagonal do monograma, que determina o limite entre haver dano hepático ou não, é representada no monograma acima como sendo a linha do meio, que, aparentemente trata-se de uma linha reta. Com base nos valores do monograma presentes na tabela abaixo, determine se essa diagonal, que relaciona a concentração de paracetamol em função do tempo da ingestão pode ser descrita por uma função afim.

Monograma de Rumack(valores da diagonal)	
Tempo transcorrido desde a ingestão	Concentração Plasmática de Paracetamol (mg/l)
4 horas	150
6 horas	100
8 horas	80
10 horas	50
12 horas	30
14 horas	20
16 horas	10
18 horas	7
20 horas	6
22 horas	5
24 horas	4

Monograma de Rumack(valores da diagonal)

3.3.
Utilização de antibióticos.

A utilização consciente de antibióticos constitui um dos principais desafios da medicina moderna. Segundo a OMS mais de 50% dos antibióticos são prescritos de maneira errada. Isso constitui um fato muito grave, pois a má utilização dos antibióticos faz com que esses venham perdendo eficácia no tratamento de doenças, gerando organismos cada vez mais resistentes a sua ação. Tão grave é a situação, principalmente no países em desenvolvimento, como o Brasil, que, em 2012, na Dinamarca, a secretária geral da OMS, Margaret Chan alertou para o enorme desafio (ver mais em http://www.bbc.co.uk/portuguese/noticias/2012/03/120316_antibioticos_omc_ac.shtml):

"Muitos países estão incapacitados pela falta de infra-estrutura, incluindo laboratórios, diagnósticos, confirmação de qualidade, capacidade de regulação, monitoramento e controle sobre a obtenção e a utilização de antibióticos".

O governo brasileiro já havia expressado preocupação com o uso indiscriminado de antibióticos na Resolução - RDC 20, em 5 de maio de 2011, por meio da qual as regras para a comercialização de antibióticos são alteradas, tornando obrigatória a apresentação de receita médica para a sua aquisição((Anvisa-Agência Nacional de Vigilância Sanitária, 2011). Apesar das críticas sofridas a esse projeto, em especial em áreas remotas que não contam com a presença constante de médicos, a intenção principal é diminuir a proliferação das chamadas super bactérias resistentes a tratamentos convencionais.

A ação restritiva, apesar de sua grande importância, deve vir acompanhada de ações educativas, uma vez que grande parte das pessoas não tomam os antibióticos durante o tempo prescrito pelo médico e sim quando os sintomas físicos da doença a que está acometida desaparecem. Essa prática equivocada amplamente difundida também contribui para o processo de resistência aos antibióticos.

É no sentido da aprendizagem de um uso racional dos medicamentos que a atividade seguinte deve ser proposta, acompanhada de toda essa discussão aqui apresentada. A escolha pela utilização de um antibiótico bastante popular como tema da atividade, visa a facilitar a contextualização e a interação por parte dos alunos. Acreditamos também que seja de grande utilidade incentivar alunos e professores a conhecerem as campanhas propostas pelo Comitê Nacional para a Promoção do Uso Racional de Medicamentos.

3.3.1.
Usando a amoxicilina

A amoxicilina é um antibiótico amplamente utilizado no tratamento de doenças infecciosas não muito complicadas, para pessoas sem complicações hepáticas. Possui meia-vida de uma hora e é vendido no Brasil na forma de comprimidos e suspensão oral. Também é utilizado na prevenção de doenças cardíacas em pacientes que já possuam alguma predisposição. Todos os dados apresentados nessa atividade foram retirados das páginas eletrônicas da Anvisa que abordam as infecções. Com base nessas informações, faça o que se pede:

1) Um paciente recebeu de seu dentista a informação de que deveria tomar 2g de Amoxicilina uma hora antes de arrancar um dente. Qual a quantidade no organismo que é esperada nesse momento ?
2) Na situação descrita no item anterior qual a quantidade de Amoxicilina presente no organismo do paciente, caso a consulta atrase em meia hora, isto é, o paciente será atendido 90 minutos após a dose ?
3) Para o tratamento de um quadro de sinusite é recomendado que o paciente tome 1 comprimido de 500mg a cada 8 horas por 14 dias. Construa uma tabela que mostre a quantidade de Amoxicilina presente no paciente no momento de cada dose durante os dois primeiros dias.
4) Ingerindo 500mg a cada 8 horas por 14 dias qual deve ser a quantidade máxima obtida ? Justifique.

4
Aplicações no entendimento e na prevenção da surdez

A área da surdez vem se mostrando cada vez mais relevante e sendo objeto de diversos estudos e pesquisas. Em grande parte esse maior interesse é relacionado não só por uma maior atenção às necessidades dos portadores de deficiência bem como a uma incidência significativa no número de casos, como mostra o Censo do IBGE 2010.

Situação por sexo e grupos de idade com relação a deficiência auditiva	Não consegue de modo algum	Grande dificuldade	Alguma dificuldade
Total	**344 206**	**1 798 967**	**7 574 145**
0 a 14 anos	52 466	88 886	474 850
15 a 64 anos	232 626	855 806	4 407 508
65 anos ou mais	59 115	854 275	2 691 788
Homens	**172 405**	**946 289**	**3 789 918**
0 a 14 anos	27 986	50 518	255 628
15 a 64 anos	117 441	471 995	2 261 603
65 anos ou mais	26 977	423 775	1 272 687
Mulheres	**171 801**	**852 678**	**3 784 228**
0 a 14 anos	24 479	38 368	219 222
15 a 64 anos	115 184	383 811	2 145 905
65 anos ou mais	32 137	430 499	1 419 101

População residente, por tipo de deficiência, segundo sexo e os grupos de idade. Fonte: (IBGE, 2010)

Este aumento no número de casos é baseado em fatores positivos e negativos. Positivamente, temos o aumento da expectativa de vida da população que faz com que perdas auditivas em decorrência da idade ocorram. Além disso o mais fácil acesso ao teste da “orelhinha”, possibilita um diagnóstico precoce e um registro mais preciso. Negativamente temos a falta de prevenção adequada tanto nos meios de trabalho quanto nos espaços de lazer.

No sentido da prevenção e de maior conscientização sobre a saúde auditiva, as atividade seguintes são propostas. No entanto, para uma maior compreensão, é necessário, que os alunos aprendam primeiramente a trabalhar e a entender os decibéis. Nesse ponto, a utilização e a manipulação dos logaritmos se faz fundamental.

4.1.
Entendendo os decibéis

O **decibel** (dB) é uma unidade logarítmica que indica a proporção de uma quantidade física (geralmente energia ou intensidade) em relação a um nível de referência especificado ou implícito. Uma relação em decibéis é igual a dez vezes o logaritmo de base 10 da razão entre duas quantidades de energia (The Institute of Electrical and Electronics Engineering, 2000). Um decibel é um décimo de um bel, uma unidade raramente usada, uma vez que apresenta valores muito elevados, pouco práticos de serem utilizados com relação à audição humana. Apesar de poder ser definido a partir de diferentes grandezas físicas, como por exemplo a pressão sonora, utilizaremos para efeito desse trabalho a definição que trabalha com intensidade sonora.

Definimos intensidade sonora (I) como sendo a razão entre a potência sonora e a área da superfície considerada, isto é, $I = \frac{P}{A}$. Esta razão serve principalmente para avaliar se um som é forte ou fraco tendo como unidade (watt/m^2). No entanto, a utilização da intensidade sonora apresenta grandes dificuldades, por trabalhar com valores decimais muito pequenos. Portanto, ao trabalharmos com decibel, temos uma vantagem operacional muito grande.

A partir da definição de decibel e da escolha por utilizar intensidade sonora podemos escrever a fórmula:

$$I_{db} = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right), \text{ onde } I_0 = 10^{-12} \ watt/m^2 .$$

Apesar de ser uma enorme vantagem a introdução dos logaritmos, esse é o principal alvo de críticas, em geral, por tornar mais complicada a compreensão. O objetivo da atividade seguinte é sanar esse problema através da prática.

4.1.1.
Primeira atividade: Limiar da audição humana

Utilizando a já mencionada fórmula: $I_{db} = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$, $I_0 = 10^{-12} \ watt/m^2$, faça o que se pede.

1) Sabendo-se que I_0 corresponde ao limiar de audibilidade humana ,isto é, o mínimo de intensidade sonora que ativa a nossa percepção, determine o valor em decibéis para um som de intensidade $I = 10^{-12}$ watt/m$^{2.}$

2) O limiar de dor para sons ocorre com intensidades sonoras de 1 watt/m^2. Determine o seu valor em decibéis.
3) Os dois itens anteriores nos mostram que quando trabalhamos com watt/m^2 a variação entre os dois extremos é muito grande indo de 10^{-12} watt/m$^{2.}$até 1 watt/m$^{2.}$, ou seja, uma razão de 1 trilhão para 1. Determine a razão quando é utilizado decibel. Você encontra algum motivo para na fórmula aparecer o número 10 multiplicando o logaritmo? Justifique.
4) Quando dobramos a intensidade sonora a medida em decibéis dobra ?
5) Sabendo-se que um piano chega em média a 92 decibéis, determine a intensidade sonora correspondente.
6) Sabendo-se que um trombone chega a 113 decibéis, determine a intensidade sonora correspondente. A variação de 21 decibéis do piano para o trombone corresponde a uma variação de quantos watt/m$^{2.}$ Com qual das duas variações é mais fácil trabalhar ?

4.2. Saúde auditiva

No Brasil, infelizmente, ainda existe muito pouco conhecimento por parte da população de um trabalho preventivo a fim de promover a saúde auditiva. Esta situação é tão grave que o país figura entre os campeões mundiais na frequência de perda auditiva ocupacional induzida por ruído (Sociedade Brasileira de Otologia). Entre os jovens a situação é alarmante. Os novos tocadores de MP3 são tão potentes que chegam a 120 db, o que pode gerar perdas irreversíveis para a audição. Bastando muitas vezes um único episódio para que a perda exista. A exposição também ocorre em shows e discotecas. Por conta deste triste cenário, faz-se bastante útil propor atividades utilizando Logaritmos, para que os alunos se conscientizem do quão importante e possível é prevenir a perda auditiva.

4.2.1.
Primeira parte: Prevenção na adolescência

Distribuir para os alunos a tabela abaixo, fornecida pela Sociedade Brasileira de Otologia na campanha de saúde auditiva. Em seguida o professor deve esclarecer a tabela, que é dividida em duas partes: a primeira com valores em decibéis de situações do cotidiano e a segunda com o tempo de exposição saudável para cada volume.

FONTE SONORA	INTENSIDADE SONORA EM DECIBÉIS (nível de pressão sonora)
Pico de Show de Rock	150
Turbina do avião a jato	140
Arma de fogo	130-140
Concerto de "rock"	110
Serra elétrica	110
Cortador de grama	107
Shows de Rock, com distância de 1 a 2 metros da caixa de som	105-120
Furadeira pneumática	100-105
Piano tocando forte	92-95
Walkman no volume 5	95
Pátio do Aeroporto Internacional do Rio de Janeiro (medição fornecida pela Infraero)	80-85 (dosimetria - 8h)
Avenida movimentada	85
Tráfego pesado	80
Automóvel (passando a 20 metros)	70
Conversão a 1 metro	60
Sala silenciosa	50
Área residencial à noite	40
Falar sussurrando	20

Tempo de exposição máxima por dia, em horas	Nivel sonoro em decibéis
8	85
6	92
4	95
3	97
2	100
1 1/2	102
1	105
1/2	110
< 1/4	115

Nível de Decibéis e tempo de exposição. Fonte: Campanha de saúde auditiva

Baseando-se na tabela anterior, responda as seguintes perguntas:

1) Quanto tempo deveria durar um show de rock? Na prática isso ocorre?
2) Alguns bailes funk em comunidades do Rio de Janeiro registraram volume de 140 decibéis. Você considera que estes bailes, nesse volume, deveriam ser proibidos?
3) Um estudante possui um tocador de MP3 com potência máxima de 120 db. Qual percentual da potência máxima deve ser utilizado, se ao longo do dia, o estudante pretende poder escutá-lo por 4 horas ?
4) O principal folder da campanha nacional de saúde auditiva é o seguinte:

Folder da campanha nacional de saúde auditiva

Com os dados fornecidos pela tabela anterior você concorda com esse folder? Justifique.

4.2.2.
Segunda parte: Segurança Ocupacional

É de responsabilidade do empregador fornecer o material de segurança adequado para a realização de tarefas insalubres, como a distribuição de protetores auriculares para trabalhos com a presença de ruídos acima dos 85 db, além do estabelecimento de um tempo de exposição compatível com o previsto em lei. O Ministério do Trabalho, na Norma Regulamentadora 15 (Ministério do Trabalho e do Emprego), que trata de atividades insalubres fornece a seguinte tabela para exposição ao ruído constante no meio de trabalho:

LIMITES DE TOLERÂNCIA PARA RUÍDO CONTÍNUO OU INTERMITANTE

NÍVEL DE RUIDO DB (A)	MÁXIMA EXPOSIÇÃO DIÁRIA PERMISSÍVEL
85	8 horas
86	7 horas
87	6 horas
88	5 horas
89	4 horas e 30 minutos
90	4 horas
91	3 horas e 30 minutos
92	3 horas
93	2 horas e 40 minutos
94	2 horas e 15 minutos
95	2 horas
96	1 hora e 45 minutos
98	1 hora e 15 minutos
100	1 hora
102	45 minutos
104	35 minutos
105	30 minutos
106	25 minutos
108	20 minutos
110	15 minutos
112	10 minutos
114	8 minutos
115	7 minutos

Tabela de Exposição ao ruído (NR-15) Fonte: MTE

1) Uma britadeira trabalha com um nível de ruído de 100db. Por quanto tempo um trabalhador pode ficar exposto? Seria recomendado nesse caso o uso de protetores de ouvido para esse trabalhador caso fosse necessária uma jornada de 8 horas?
2) Para um funcionário de pista de aeroporto que chega a ser exposto a ruídos de 130 db, qual deveria ser a redução percentual proporcionada por um protetor de ouvido para pode cumprir uma jornada de trabalho de 4 horas?
3) Em uma usina hidrelétrica como a de Itaipu, facilmente o nível sonoro de 115db é alcançado. Qual o tempo de exposição para um funcionário sem equipamento adequado? E com um protetor auditivo que permite uma redução de 30 %?

4.3. Legislação e Surdez

A legislação brasileira veio evoluindo ao longo dos anos com relação a definição de surdez. Sem dúvida alguma isso vem do fato de que os direitos do portador de deficiência passaram a ser mais respeitados, não só pela sociedade, mas também pelas leis brasileiras. No caso dos portadores de deficiência auditiva a situação ainda é mais recente. Para se ter uma ideia, a Língua Brasileira de Sinais(Libras), só foi oficializada em 2002 pela Lei 10.436 e regulamentada pelo decreto nº 5.626, de 22 de dezembro de 2005. Nesse importante decreto também é fornecida a definição de surdez

> ¨*Art. 2o Para os fins deste Decreto, considera-se pessoa surda aquela que, por ter perda auditiva, compreende e interage com o mundo por meio de experiências visuais, manifestando sua cultura principalmente pelo uso da Língua Brasileira de Sinais - Libras.*
>
> *Parágrafo único. Considera-se deficiência auditiva a perda bilateral, parcial ou total, de quarenta e umdecibéis (dB) ou mais, aferida por audiograma nas frequências de 500Hz, 1.000Hz, 2.000Hz e 3.000Hz"*

O avanço ocorrido na lei acima vem do fato de que além de quantificar de maneira clara o limiar auditivo de 41db, para que o indivíduo seja considerado deficiente também o faz considerando diferentes frequências, que cumprem o papel de avaliar a capacidade auditiva nas diferentes situações do cotidiano. Foi realizado no Brasil um estudo (Russo 1993) a respeito da distribuição dos fonemas nas suas respectivas frequências, onde ficou comprovado que as frequências entre 500 e 3000Hz são as mais importantes para a audição, por concentrarem a maior parte dos fonemas.

Com base nas informações acima, é possível propor diferentes atividades para os alunos a fim de promover o aprendizado de logaritmos bem como uma maior compreensão sobre a deficiência auditiva e as limitações impostas aos deficientes. Essas limitações são objetos de diversos estudos como (Sheldon and Sokol 1984), que relacionam a intensidade da perda auditiva com capacidades sociais. Neste estudo os autores afirmam que uma perda até 40 db, proporciona ainda um desempenho social pouco prejudicado, existindo sim um abafamento de sons e perda da profundidade e riqueza sonora. Enquanto que uma perda de 40db a 70db permite uma comunicação limitada com transtornos sociais. Perdas de 70db a 95db tornam a comunicação muito difícil, e além desses valores torna-se impossível a comunicação por meio de sons.

1) Considerando a seguinte classificação para o nível de surdez:

Níveis de surdez	**Perda auditiva**
Leve	25db a 40db
Moderada	41db a 55db
Acentuada	56db a 70db
Severa	71db a 90 db
Profunda	Acima de 91db

Níveis de Surdez.Fonte: DAVIS, H. & SILVERMAN, S.R, 1966

Descreva dentro de cada classificação as situações sociais que são prejudicadas.

2) Sabendo-se que um choro de bebe varia de 0,00000001 watt/m^2 até 0,00001 watt/m^{2}a 70, discuta os riscos de uma mãe surda severa ou profunda cuidar sozinha de seus filhos.

3) Distribuir para os alunos a tabela abaixo, que mostra diferentes situações do dia a dia, para que sejam calculados os respectivos valores em decibéis.

Atividade Cotidiana	**Watts acústicos**	**Decibéis**
Aviao a jato (30m)	10	
Turbina de avião 7m	1	
Trovão	0,1	
Motor de Caminhão	0,01	
Picos fortes de Música	0,001	
Tráfego pesado a 10m	0,0001	
Média de uma fábrica	0,00001	
Conversa normal	0,0000001 até 0,00001	
Média de um escritório	0,0000001	
Média de uma residência	0,00000001	
Sala de aula silenciosa	0,000000001 até 0,00000001	
Brisa entre árvores e sons da natureza em geral	0,0000000001	

4) Observando os valores obtidos na tabela acima e considerando a legislação brasileira, em que é deficiente aquele que possui uma perda de 41db, verifique quais situações cotidianas se encontram abaixo de 41 db, a fim de justificar esse valor de referência imposto pela lei.

5
Resolução das atividades

Entendemos ser de extrema importância para o professor que pretende utilizar esse material como fonte de referência para sua prática, possuir a resolução das atividades de maneira clara, bem como ter acesso às discussões propostas ao longo das atividades.

5.1.
Primeira atividade do capítulo 3

Essa atividade servirá de base para todas as outras propostas no capítulo 3, portanto, deverá ser minuciosamente trabalhada com os alunos. Por esse motivo, apresentaremos dois tipos de resolução: uma mais simples, para turmas que estão iniciando nesse conteúdo, e outra mais avançada, para turmas que já apresentam maior familiaridade com o tema.

5.1.1.
Resolução de forma simples das atividades propostas em 3.1.1

As três primeiras perguntas têm o objetivo de estimular a intuição e o desenvolvimento de um raciocínio lógico baseado no bom senso, portanto antes de termos dados mais concretos esperamos que as respostas sejam as mais intuitivas possíveis. Por exemplo:

1) A quantidade da substância, ao longo do tempo, irá aumentar ou diminuir? É de se esperar que a quantidade da substância presente no organismo vá aumentando, uma vez que novas dosagens vão acontecendo.
2) A quantidade da substância no organismo poderá atingir qualquer nível, uma vez que sempre é fornecida uma nova dosagem? Se qualquer nível de quantidade pudesse ser alcançado para uma pessoa que toma o medicamento de maneira correta, estaríamos considerando implicitamente que nada da droga é absorvida pelo organismo. Portanto, um medicamento que hoje é

tomado, estaria presente no organismo inalterado pelo resto da vida, o que consiste em uma situação absurda.

3) Este comportamento da quantidade presente no organismo em função do tempo corresponde ao modelo de uma função afim? Para que essa situação pudesse ser modelada por uma função afim, teríamos que, ao longo do tempo, considerar que teríamos aumentos de quantidades constantes para mesmos intervalos de tempo. Isso só seria possível se não existisse nenhum tipo de absorção da droga por conta do indivíduo, o que impede de ser o modelo de uma função afim. Uma boa analogia nesse caso vem da ingestão de bebidas alcóolicas: alguém que bebeu o suficiente para se sentir bêbado e parou de beber continuaria bêbado para sempre.

O objetivo da construção da tabela abaixo é fazer com que o aluno perceba como a quantidade da droga ao longo do tempo vai sendo absorvida pelo organismo e também incrementada com novas dosagens, por isso a escolha de se mostrar separadamente a quantidade proveniente de cada nova dose. A tabela deve ser analisada como um todo e não só a última linha do somatório, para não dar a errada impressão de que só existem acréscimos desconsiderando a absorção.

Doses	Número de horas transcorridas desde a primeira dosagem									
	0 horas	8 horas	16 horas	24 horas	32 horas	40 horas	48 horas	56 horas	64 horas	72 horas
1ª	400	200	100	50	25	12,5	6,25	3,125	1,5625	0,78125
2ª		400	200	100	50	25	12,5	6,25	3,125	1,5625
3ª			400	200	100	50	25	12,5	6,25	3,125
4ª				400	200	100	50	25	12,5	6,25
5ª					400	200	100	50	25	12,5
6ª						400	200	100	50	25
7ª							400	200	100	50
8ª								400	200	100
9 ª									400	200
10 ª										400
Quantidade (mg)	400	600	700	750	775	787,5	793,75	796,875	798,4375	799,21875

Atividade 1 Primeira Parte

4) Em algum momento, a quantidade presente no organismo atingiu 780 mg? Analisando a tabela com cuidado, percebemos que em

vários momentos a quantidade atingiu 780mg. Não só no momento da 6ª dose, mas também quando começa a decair entre a 6ª e a 7ª dose, a 7ª e a 8ª e assim sucessivamente.

5) Se continuássemos a tabela, em algum momento encontraríamos a quantidade presente de 900mg? Justifique. Acreditamos ser extremamente válido, nesse momento, que o aluno continue a tabela montada para perceber que os acréscimos na quantidade total presente no organismo vão se tornando cada vez menores, tendo a noção que não passarão de 800mg. Portanto, a quantidade de 900mg será impossível de ser alcançada. É uma maneira bastante interessante de se começar a introduzir o conceito de limite numa situação como essa, que remete diretamente ao paradoxo de Zanon.

6) Levando-se em conta apenas a sequência de valores da última linha: (400, 600, 700, 750, 775,...) é possível determinar o 20º termo dessa sequência? Calcule-o. Nesse primeiro momento, seria bastante interessante que os alunos percebessem que cada termo da sequência é o resultado da soma de termos de uma Progressão Geométrica cujo primeiro termo é 400, olhando as colunas de baixo para cima, portanto:

$$S_{20} = 400 + 200 + 100 + 50 + \ldots + 400\left(\frac{1}{2}\right)^{19}$$

$$\frac{1}{2}S_{20} = 200 + 100 + 50 + 25 + \ldots + 400\left(\frac{1}{2}\right)^{20}$$,subtraindo obtemos:

$$S_{20} - \frac{1}{2}S_{20} = 400 - 400\left(\frac{1}{2}\right)^{20} \Rightarrow$$

$$\frac{S_{20}}{2} = 400\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}\right) \Rightarrow$$

$$S_{20} = 800\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}\right)$$

Na forma como é apresentada a demonstração acima, percebemos claramente que os termos da sequência irão cada vez mais se aproximar de 800, uma vez que $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ para n grande estará cada vez mais próximo de zero. Vemos aqui uma oportunidade de estar, sempre que possível, relacionando os conteúdos dentro da própria disciplina Matemática. Vale salientar a íntima relação entre Progressões Aritméticas e Geométricas com as funções afins e do tipo Exponencial, respectivamente.

7) Por que o modelo exponencial é o mais adequado para descrever essa situação, considerando o comportamento para cada dosagem, isto é, sem levar em consideração a quantidade total no organismo? Considerando a segunda maneira como caracterizamos as funções do tipo exponencial no segundo capítulo, percebemos claramente que a informação sobre a meia-vida já fornece a constante, no caso (0,5), pela qual os valores serão multiplicados a cada 8 horas, encaixando-se, assim, no modelo das funções do tipo exponencial.

5.1.2. Resolução de forma mais avançada das atividades propostas em 3.1.1

Primeiramente, vamos tentar modelar o que ocorre no intervalo de tempo entre uma dose e a dose seguinte, para depois considerar o comportamento como um todo. Para tal, sem perda de generalidade, consideremos que cada dose corresponde a uma quantidade q, portanto, logo após a primeira dose e até a segunda dose, a quantidade inicial presente no organismo é q e decairá segundo a função: $Q(t) = q\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8}}$, $0 \le t < 8$ onde $Q(t)$: é a quantidade em função do tempo t, em horas, presente no organismo. Entre a segunda e a terceira dose estaremos lidando com a função $Q(t)=\left(q+\frac{q}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-8}{8}}$, $8\le t<16$. Generalizando, temos que no intervalo entre a dose n e a dose n+1 estaremos lidando com uma função: o Considerando q_n : a quantidade exatamente após a dose n.

$$q_n=q\left(\frac{1}{2}\right)^0+q\left(\frac{1}{2}\right)^1+q\left(\frac{1}{2}\right)^2+\ldots+q\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\Rightarrow$$

$$\frac{q_n}{2}=q\left(\frac{1}{2}\right)^1+q\left(\frac{1}{2}\right)^2+q\left(\frac{1}{2}\right)^3+\ldots+q\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Efetuando a subtração:

$q_n-\frac{q_n}{2}$ obtemos:

$$\frac{q_n}{2}=q-q\left(\frac{1}{2}\right)^n\Rightarrow$$

$$q_n=2q\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$

Logo, a função em cada intervalo entre a dose n e n+1, que representa a quantidade presente em função do tempo e do número da dose será dada por:

$$Q(n,t)=2q\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-8(n-1)}{8}},\ \text{onde } 8(n-1)\le t<8n$$

que constitui uma função exponencial decrescente em cada intervalo, onde a quantidade considerada após cada nova dose será superior à anterior e possuindo claramente limite quando n e t tenderem para $+\infty$ igual a 2q.

1) A quantidade total da substância no organismo, ao longo do tempo, irá aumentar ou diminuir?

Considerando:

$$Q(n,t) = 2q\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-8(n-1)}{8}}, \text{ onde } 8(n-1) \le t < 8n$$

percebemos que, por se tratar de uma função exponencial entre cada dose, haverá um decaimento da quantidade total presente no organismo nesse intervalo. Além disso, após cada nova dose, a quantidade será superior à quantidade existente imediatamente após a dose anterior. Chegando ao limite máximo de 2q, que corresponde claramente ao limite quando n e t tenderem para $+\infty$.

2) A quantidade da substância no organismo poderá atingir qualquer nível, uma vez que sempre é fornecida uma nova dose? Não. Como vimos anteriormente, a quantidade máxima chegará a 2q, dobro da quantidade inicial, no caso considerado 800mg.

3) Este comportamento da quantidade presente em função do tempo corresponde ao modelo de uma função afim? Claramente, uma função como a considerada nessa atividade não segue o modelo de uma função afim em momento algum.

4) Em algum momento, a quantidade presente atingiu 780mg? Analisando a tabela com cuidado, percebemos que, em vários momentos, a quantidade presente atingiu 780mg. Não só no momento da 6ª dose, mas também quando começa a decair entre a 6ª e a 7ª dose, a 7ª e a 8ª e assim sucessivamente. Calculando mais precisamente um desses momentos, consideraremos entre a 6ª e a 7ª dose. Para tal, utilizaremos a função: $Q(t) = q_6\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-40}{8}}, 40 \le t < 48$, onde $q_6 = 800\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{6}\right)$=787,5. Resolvendo a equação:

$$787{,}5\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-40}{8}} = 780 \;\Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-40}{8}} = \frac{780}{787{,}5} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-40}{8}} = 0{,}9905 \Rightarrow$$

$$\log\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-40}{8}} = \log 0{,}9905 \Rightarrow$$

$$\frac{t-40}{8}\log\left(\frac{1}{2}\right) = \log 0{,}9905 \Rightarrow$$

$$\frac{t-40}{8} = \frac{\log 0{,}9905}{\log\left(\frac{1}{2}\right)} \Rightarrow$$

$$\frac{t-40}{8} = 0{,}0138 \Rightarrow$$

$$t - 40 = 0{,}1104 \Rightarrow$$

$$t = 40{,}1104 \text{ horas}$$

5) Se continuássemos a tabela, em algum momento encontraríamos a quantidade presente de 900mg? Justifique. Como vimos anteriormente, o limite máximo da quantidade de droga no organismo é de 800mg, não tendo como atingir o limite de 900mg.

6) Levando-se em conta apenas a sequência de valores da última linha: (400,600,700,750,775,..) é possível determinar o 20º termo dessa sequência? Calcule-o. Nesse momento, vamos resolver sem considerar a modelagem por função realizada anteriormente que nos forneceria imediatamente a resposta da questão. Apesar dessa sequência não corresponder a uma Progressão Aritmética e nem a uma Progressão Geométrica, percebemos que a diferença entre os

termos seguem uma Progressão geométrica de razão (1/2), portanto, seria possível calcular o vigésimo termo a partir da soma dos termos da PG da diferença. Como segue:

$$(200, 100, 50, \ldots)$$

utilizando a fórmula da soma dos termos de uma PG:

$S_n = \mathrm{a}_1\left(\dfrac{q^n - 1}{q - 1}\right)$ temos:

$S_{19} = 200\left(\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{19} - 1}{\frac{1}{2} - 1}\right) = 400\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{19}\right)$ logo o vigésimo termo da sequência considerada será:

$$a_{20} = 400 + S_{19} \Rightarrow$$

$$a_{20} = 400 + 400\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{19}\right) \Rightarrow$$

$$a_{20} = 800 - 400\left(\frac{1}{2}\right)^{19} \Rightarrow$$

$$a_{20} = 800 - \frac{800}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{19} \Rightarrow$$

$a_{20} = 800\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}\right)$ como achado anteriormente

7) Por que o modelo exponencial é o mais adequado para descrever essa situação, considerando o comportamento para cada dose, isto é, sem levar em consideração a quantidade presente total?
Considerando a segunda maneira como caracterizamos as funções do tipo exponencial no segundo capítulo e aplicando a situação do problema, percebemos claramente que a informação sobre a meia-vida já fornece a constante pela qual, no caso (0,5), os valores serão multiplicados a cada intervalo de 8 horas. Desse modo se encaixará

nos modelo das funções do tipo exponencial, pois percebemos que a quantidade de medicamento, em intervalos de tempos iguais, é proporcional à quantidade existente no início do intervalo.

5.2.
Resolução da atividade em 3.1.2

1) Em quanto tempo a quantidade presente decaiu a oitava parte da quantidade inicial ?

$$400\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8}} = \frac{400}{8} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8}} = \left(\frac{1}{8}\right) \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8}} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\right] \Rightarrow$$

Como a função exponencial é injetiva temos que:

$$\frac{t}{8} = 3 \Rightarrow$$

$$t = 24 horas$$

2) Considerando $\log 2 = 0,301$, determine quanto tempo levou para que a quantidade fosse de 128 mg ? Resolvendo a equação:

$$400\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8}}=128\Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8}}=\frac{128}{400}\Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8}}=\frac{32}{100}\Rightarrow$$

$$\log 2^{\frac{-t}{8}}=\log\left(\frac{32}{100}\right)\Rightarrow$$

$$\frac{-t}{8}\log 2=\log 2^5-\log 10^2\Rightarrow$$

$$\frac{-t}{8}0,301=5\log(2)-2\Rightarrow$$

$$\frac{-t}{8}0,301=5(0,301)-2\Rightarrow$$

$$t=13,16\ horas$$

3) Em quanto tempo a quantidade atingiu 40 mg? Resolvendo a equação:

$$400\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8}}=40\Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{8}}=\frac{1}{10}\Rightarrow$$

$$\log 2^{\frac{-t}{8}}=\log 10^{-1}\Rightarrow$$

$$\frac{-t}{8}\log 2=-1\Rightarrow$$

$$\frac{-t}{8}(0,301)=-1\Rightarrow$$

$$t=26,58\text{ horas}$$

4) Qual a quantidade após 50 horas?

$$Q(50) = 400\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{50}{8}}$$

$$= 400\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{25}{4}}$$

$$= 400\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{24}{4}}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{400}{64}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$= 5,26 \text{ mg}$$

Após a manipulação dos logaritmos em situações mais simples, o professor deverá considerar com a turma questões que envolvam cálculos sobre a quantidade total, considerando que as doses foram tomadas nos intervalos de tempo corretos e com apoio de uma calculadora científica, discutir as seguintes questões:

5) Em quanto tempo, após a 7ª dose, a quantidade da substância presente no organismo foi de 780mg?

Inicialmente, consideraremos a função:

$$Q(t) = q_7\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-48}{8}}, 48 \leq t < 56, \text{ onde } q_7 = 800\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^7\right) = 793,75$$

Resolvendo assim a equação:

$$793,75\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-48}{8}} = 780 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-48}{8}} = \frac{780}{793,75} \Rightarrow$$

$$\frac{t-48}{8}\log\left(\frac{1}{2}\right) = \log 0,983 \Rightarrow$$

$$\frac{t-48}{8} = \frac{\log 0,938}{\log\left(\frac{1}{2}\right)} \Rightarrow$$

$$\frac{t-48}{8} = 0,092 \Rightarrow$$

$t = 48,736$ horas

Resposta: 0,736 horas

6) Após 50 horas da ingestão da primeira dose, qual é a quantidade de droga presente no organismo?

Utilizando a função $Q(t) = q_7\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-48}{8}}$, $48 \leq t < 56$, para t = 50 horas temos:

$$Q(50) = 793,75\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{50-48}{8}} =$$

$$= 793,75\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$= 667,46$ mg

7) A bula do medicamento informa que os intervalos de tempo e as dosagens devem ser respeitados, pois o efeito terapêutico é obtido com a manutenção da quantidade em torno de 800mg. Comente essa afirmação.

Essa afirmação, que diz respeito ao Limite da função exponencial, já foi amplamente discutida no item anterior.

5.3.
Resolução da atividade em 3.1.3

Uma pessoa decidiu tomar um medicamento vendido em comprimidos de 500mg, cuja bula informava possuir meia-vida de 6 horas e que as dosagens deveriam respeitar esse período. Com base nessas afirmações e fazendo uso, quando necessário, de uma calculadora científica responda as seguintes perguntas:

1) Tendo a pessoa tomado apenas uma dose, em quanto tempo a quantidade caiu à oitava parte da quantidade inicial ? E a quarta parte?

Doses	Número de horas transcorridas desde a primeira dosagem									
	0 horas	6 horas	12 horas	18 horas	24 horas	30 horas	36 horas	42 horas	48 horas	54 horas
1ª	500	250	125	62,5	31,25	15,625	7,8125	3,90625	1,953125	0,9765625
2ª		500	250	125	62,5	31,25	15,625	7,8125	3,90625	1,953125
3ª			500	250	125	62,5	31,25	15,625	7,8125	3,90625
4ª				500	250	125	62,5	31,25	15,625	7,8125
5ª					500	250	125	62,5	31,25	15,625
6ª						500	250	125	62,5	31,25
7ª							500	250	125	62,5
8ª								500	250	125
9 ª									500	250
10 ª										500
Quantidade (mg)	500	750	875	937,5	968,75	984,375	992,1875	996,09375	998,0469	999,02344

Resolução da atividade em 3.1.3

- Primeiro modo: Observando a tabela acima, percebemos que a quantidade cairá para a quarta parte em 12 horas e para a oitava parte em 18 horas, contadas desde a dose única.

- Segundo Modo: Considerando a função referente à primeira dose:

$Q(t) = 500\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}}$, t em horas . Podemos resolver as duas situações:

$Q(t) = 500\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}}$, t em horas

$500\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = \frac{500}{4} \Rightarrow$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = \frac{1}{4} \Rightarrow$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2} \Rightarrow$

$\frac{t}{6} = 2 \Rightarrow$

$t = 12$ horas e

$500\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = \frac{500}{8} \Rightarrow$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = \frac{1}{8} \Rightarrow$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3} \Rightarrow$

$\frac{t}{6} = 3 \Rightarrow$

$t = 18$ horas

2) É possível construir uma lei de uma função que seja representativa da situação da dosagem única? Qual?

Sim, é possível. Por se tratar de uma função do tipo exponencial, com Q(0)=500 e a=0,5 obtemos:

$Q(t) = 500\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}}$, t em horas

3) Em quanto tempo, após a ingestão de uma dose, a quantidade presente no organismo foi de 300mg? E 100 mg?

- Resolvendo a equação:

$$500\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = 300 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = \frac{300}{500} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = 0,6 \Rightarrow$$

$$\log\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = \log 0,6 \Rightarrow$$

$$\frac{t}{6}\log\left(\frac{1}{2}\right) = -0,222 \Rightarrow$$

$$\frac{t}{6} = \frac{-0,222}{-0,301} \Rightarrow$$

$$t = 4,425 \text{ horas}$$

- Resolvendo a equação:

$$500\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = 100 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = \frac{100}{500} \Rightarrow$$

$$\log\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = \log\left(\frac{1}{5}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{t}{6}\log\left(\frac{1}{2}\right) = -0,699 \Rightarrow$$

$$\frac{t}{6} = \frac{-0,699}{-0,301} \Rightarrow$$

$$t = 13,933 \text{ horas}$$

4) Tendo a pessoa tomado todas as doses de maneira correta, em quanto tempo, após a quarta dose, a quantidade atingiu 900mg?

Logo após a quarta dose, a quantidade de droga no organismo foi de 937,5 mg. Esse valor sofrerá um decaimento até a quinta dose pela função: $Q(t)=937,5\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-18}{6}}$, $18 \leq t < 24$ resolvendo a equação

$$937{,}5\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-18}{6}} = 900 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-18}{6}} = \frac{900}{937{,}5} \Rightarrow$$

$$\frac{t-18}{6}\log\left(\frac{1}{2}\right) = \log 0{,}96$$

$$\frac{t-18}{6} = \frac{\log 0{,}96}{\log\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$\frac{t-18}{6} = 0{,}059$$

$$t-18 = 0{,}354$$

$$t = 18{,}354 \text{ horas}$$

Resposta: 0,354 horas após a quarta dose

5) Tendo a pessoa tomado todas a doses de maneira correta, qual era a quantidade presente no organismo após 33 horas?

- Primeiro modo: consideraremos, para o intervalo entre 30 e 36 horas após a primeira dose, a função:

  $$Q(t)=984{,}375\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-30}{6}} ,30 \le t < 36$$

  tomando t=33 horas temos:

  $$Q(33)=984{,}375\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{33-30}{6}}$$

  $$Q(t)=984{,}375\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

  $$= 696{,}058mg$$

- Segundo modo: Percebendo que 33 horas corresponde a exatamente a metade do intervalo de tempo entre 30 e 36 horas e dando um tratamento discreto aos valores desse intervalo sem considerar a próxima dose, podemos resolver, utilizando a média geométrica:

$$Q_{33} = \sqrt{984,375 \bullet 492,1875} = 696,058mg$$

6) Seguindo as indicações da bula, é possível a quantidade no organismo atingir 1500 mg? Justifique.

Como já vimos anteriormente, a quantidade imediatamente após a dose de número n é dada por:

$$q_n = 2q\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right),$$

alcançando assim o valor máximo de 2q, que, no caso considerado, equivale a 1000mg. Logo, é impossível alcançar a quantidade no organismo de 1500mg.

7) Se, em vez de tomar 1 comprimido, a pessoa tomasse 2 comprimidos de uma única vez e não tomasse nenhuma outra dose, então, seria correto afirmar que a quantidade cairia para 300mg no dobro do tempo do proposto no item 2? Essa afirmação não é correta.

- Primeiro modo:

$$1000\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = 300 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = \frac{300}{1000} \Rightarrow$$

$$\log\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = \log\left(\frac{3}{10}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{t}{6}\log\left(\frac{1}{2}\right) = -0,523 \Rightarrow$$

$$\frac{t}{6} = \frac{-0,523}{-0,301} \Rightarrow$$

$$t = 10,425\text{horas}$$

- Segundo modo: Por estarmos lidando com logaritmos, temos claramente que o logaritmo do dobro não é o dobro do logaritmo. A saber:

  $\log 2c = \log 2 + \log c;$

  $2\log c = \log c^2$

8) O gráfico abaixo pode representar a evolução da quantidade presente no organismo em função do tempo? Justifique.

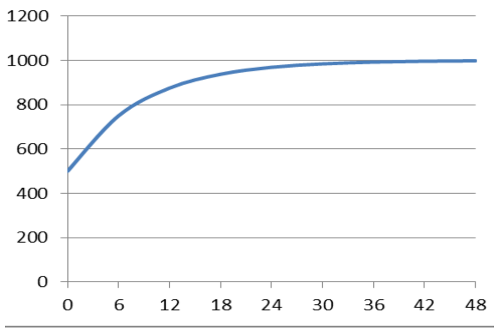
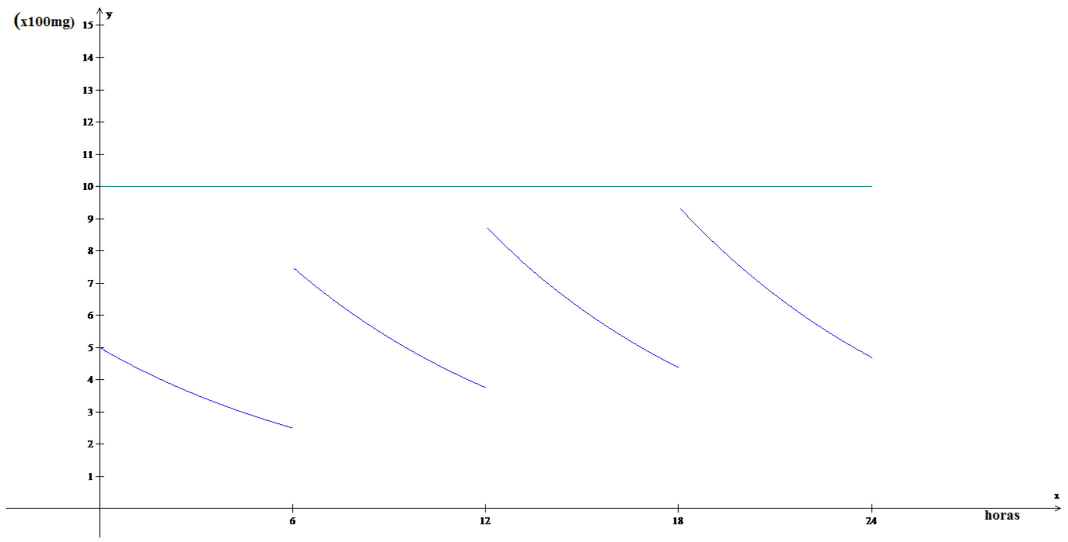


Gráfico referente à atividade em 3.1.3

Com base em tudo que foi estudado, um esboço para o gráfico será dado por:



Esboço correto do gráfico referente à atividade em 3.1.3

O esboço acima foi construído através do programa winplot, com a utilização do comando joinx, que permite a construção de funções definidas em várias sentenças. A linha digitável foi: **joinx (5(0.5)^(x/6)|6,7.5(0.5)^((x-6)/6)|12,8.75(0.5)^((x-12)/6)|18,9.375(0.5)^((x-18)/6)|24,0)**

5.4.
Resolução da atividade em 3.2.1

1) Construa uma tabela que indique a evolução da quantidade do paracetamol no organismo, logo após a ingestão de uma dose, para uma pessoa que tomou 2 comprimidos de 500mg a cada 6 horas, durante 24 horas. Dosagem máxima recomendada pela OMS.

Doses	Número de horas transcorridas desde a primeira dosagem									
	0	**6**	**12**	**18**	**24**	**30**	**36**	**42**	**48**	**54**
1ª	1000	125	15,6	1,95	0,2441	0,03052	0,003815	0,0004768	5,9605E-05	7,451E-06
2ª		1000	125	15,6	1,9531	0,24414	0,030518	0,0038147	0,00047684	5,96E-05
3ª			1000	125	15,625	1,95313	0,244141	0,0305176	0,0038147	0,0004768
4ª				1000	125	15,625	1,953125	0,2441406	0,03051758	0,0038147
5ª					1000	125	15,625	1,953125	0,24414063	0,0305176
6ª						1000	125	15,625	1,953125	0,2441406
7ª							1000	125	15,625	1,953125
8ª								1000	125	15,625
9 ª									1000	125
10 ª										1000
Quantidade (mg)	1000	1125	1141	1143	1142,8	1142,85	1142,857	1142,8571	1142,85713	1142,8571

Resolução da atividade 1 em 3.2.1

2) Construa uma tabela que indique a evolução da quantidade de paracetamol no organismo, para uma pessoa que tomou 1 comprimido de 750mg a cada 6 horas durante 24 horas. Dosagem máxima de 3g diárias.

Doses	Número de horas transcorridas desde a primeira dosagem									
	0	**6**	**12**	**18**	**24**	**30**	**36**	**42**	**48**	**54**
1ª	750	93,8	11,719	1,46484	0,183105	0,0228882	0,00286102	0,000357628	4,47E-05	5,58794E-06
2ª		750	93,75	11,7188	1,464844	0,1831055	0,02288818	0,002861023	0,0003576	4,47035E-05
3ª			750	93,75	11,71875	1,4648438	0,18310547	0,022888184	0,002861	0,000357628
4ª				750	93,75	11,71875	1,46484375	0,183105469	0,0228882	0,002861023
5ª					750	93,75	11,71875	1,46484375	0,1831055	0,022888184
6ª						750	93,75	11,71875	1,4648438	0,183105469
7ª							750	93,75	11,71875	1,46484375
8ª								750	93,75	11,71875
9 ª									750	93,75
10 ª										750
Quantidade (mg)	750	844	855,47	856,934	857,1167	857,140	857,142	857,143	857,143	857,143

Resolução da atividade 2 em 3.2.1

3) Compare as tabelas produzidas nos itens 1 e 2 e explique o motivo que faz com que uma diferença diária de 1g não implique em uma diferença de 1g em momento algum.

Iremos generalizar a quantidade presente imediatamente após uma dose para cada uma das situações:

Considerando q_n : a quantidade exatamente após a dose n.

$$q_n = q\left(\frac{1}{8}\right)^0 + q\left(\frac{1}{8}\right)^1 + q\left(\frac{1}{8}\right)^2 + \ldots + q\left(\frac{1}{8}\right)^{n-1} \Rightarrow$$

$$\frac{q_n}{8} = q\left(\frac{1}{8}\right)^1 + q\left(\frac{1}{8}\right)^2 + q\left(\frac{1}{8}\right)^3 + \ldots + q\left(\frac{1}{8}\right)^n$$

Efetuando a subtração:

$q_n - \dfrac{q_n}{8}$ obtemos:

$$\frac{7q_n}{8} = q - q\left(\frac{1}{8}\right)^n \Rightarrow$$

$q_n = \dfrac{8q}{7}\left(1 - \left(\dfrac{1}{8}\right)^n\right)$ onde claramente:

$$\lim_{n\to+\infty} q_n = \frac{8q}{7}$$

Portanto, a quantidade no item 1 irá tender para:

$\dfrac{8(1000)}{7} = 1142{,}857mg$ e no item 2

$\dfrac{8(750)}{7} = 857{,}143mg$, onde a diferença de quantidade máxima será:

$\Delta q = 285.714mg$

4) Construa as leis das funções que indicam a quantidade do paracetamol ao longo do tempo no organismo, relacionadas a

uma pessoa que ingeriu uma dose única de 1000g e a uma outra pessoa que ingeriu uma dose única de 750mg.

- $Q_1(t) = 1000\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2}}$, t em horas
- $Q_2(t) = 750\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2}}$, t em horas

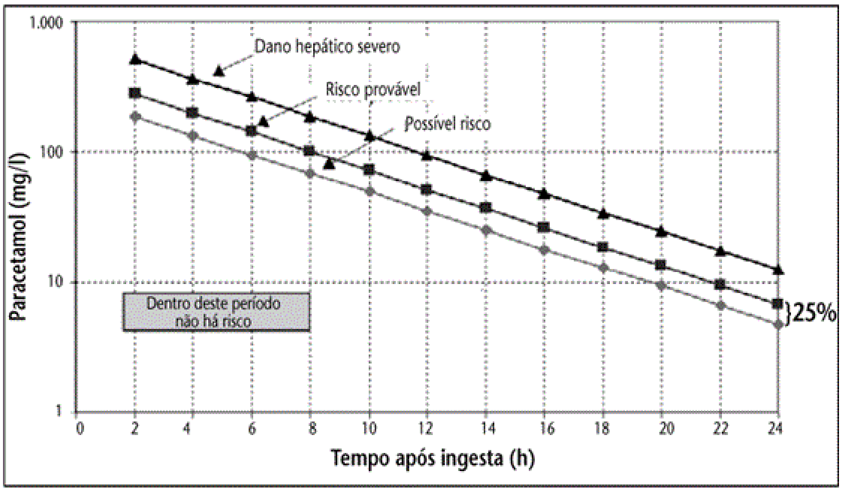
5) Trabalhando com as leis das funções obtidas no item 4,e considerando que tomaram a primeira dose no mesmo instante, determine se em algum momento a quantidade de paracetamol nessas duas pessoas se equiparou. Nunca irá se equiparar.

Igualando as duas funções obtemos:

$$1000\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2}} = 750\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2}} \Rightarrow$$

$$\frac{750}{1000} = 1 \text{ (absurdo)}$$

6) Quando existe uma superdosagem, é utilizado o Monograma de Rumack-Mathew para avaliar a necessidade de administração ou não de um antídoto para tratar a intoxicação. Os dados a serem comparados são obtidos por meio de exames laboratoriais, isso porque os pacientes possuem organismos diferentes e, portanto, a assimilação de medicamento se dá de maneiras distintas. Interprete o gráfico abaixo:



Monograma de Rumack-Mathew. Fonte: Jornal Brasileiro de Patologia Laboratorial nº46 abril de 2010

A diagonal do monograma correspondente à linha do meio representa o limite entre o dano hepático severo e a ausência de dano. A linha logo abaixo da diagonal, que representa uma redução de 25%, é utilizada como referência para pacientes que já apresentam algum histórico de comprometimento hepático.

7) A diagonal do monograma, que determina o limite entre haver dano hepático ou não, é representada no monograma acima como sendo a linha do meio, que, aparentemente, se trata de uma linha reta. Com base nos valores do monograma presentes na tabela abaixo, determine se essa diagonal, que relaciona a concentração de paracetamol em função do tempo da ingestão, pode ser descrita por uma função afim.

Monograma de Rumack(valores da diagonal)	
Tempo transcorrido desde a ingestão	Concentração Plasmática de Paracetamol (mg/l)
4 horas	150
6 horas	100
8 horas	80
10 horas	50
12 horas	30
14 horas	20
16 horas	10
18 horas	7
20 horas	6
22 horas	5
24 horas	4

Monograma de Rumack(valores da diagonal)

Claramente não se trata de uma função afim e, portanto, seu gráfico não é representado por uma linha reta. Justifica-se facilmente percebendo que entre 4 e 6 horas o decaimento é de 50mg/l e entre 6 e 8 horas o decaimento é de 20mg/l. Logo, em intervalos iguais tivemos decaimentos em termos absolutos diferentes, o que não configura uma função afim.

5.5.
Resolução das atividades em 3.3.1

1) Um paciente recebeu de seu dentista a informação de que deveria tomar 2g de amoxicilina uma hora antes de arrancar um dente. Qual a quantidade de droga presente no organismo que é esperada nesse momento?

   Como o período de 1 hora coincide com o de uma meia-vida, é esperado que 1g da droga ainda esteja presente no paciente.

2) Na situação descrita no item anterior, qual a quantidade de amoxicilina presente no organismo do paciente, caso a consulta atrase em meia hora, isto é, o paciente será atendido 90 minutos após a dose?

   - Primeiro modo: Considerando a função exponencial

     $Q(t) = 2000\left(\frac{1}{2}\right)^t$, t em horas para t=1,5:

     $$Q(1,5) = 2000\left(\frac{1}{2}\right)^{1,5} =$$

     $$= 2000(0,353)$$

     $$= 707mg$$

   - Segundo modo: Percebendo que 90 minutos corresponde a exatamente a metade do intervalo entre a primeira meia-vida e a segunda e dando um tratamento discreto. Podemos considerar como sendo o termo central de uma PG, obtido da seguinte forma:

     $$q_{90} = \sqrt{1000 \bullet 500} = 707mg$$

3) Para o tratamento de um quadro de sinusite, é recomendado que o paciente tome 1 comprimido de 500mg a cada 8 horas por 14 dias. Construa uma tabela que mostre a quantidade de amoxicilina presente no paciente, no momento de cada dose, durante os dois primeiros dias.

Importante perceber que cada intervalo de 8 horas corresponde a 8 meias-vidas:

Doses	Número de horas transcorridas desde a primeira dosagem									
	0	**8**	**16**	**24**	**32**	**40**	**48**	**56**	**64**	**72**
1ª	500	1,953125	0,007629	2,98E-05	1,16E-07	4,55E-10	1,78E-12	6,939E-15	2,71E-17	1,059E-19
2ª		500	1,953125	0,007629	2,98E-05	1,16E-07	4,55E-10	1,776E-12	6,94E-15	2,711E-17
3ª			500	1,953125	0,007629	2,98E-05	1,16E-07	4,547E-10	1,78E-12	6,939E-15
4ª				500	1,953125	0,007629	2,98E-05	1,164E-07	4,55E-10	1,776E-12
5ª					500	1,953125	0,007629	2,98E-05	1,16E-07	4,547E-10
6ª						500	1,953125	0,0076294	2,98E-05	1,164E-07
7ª							500	1,953125	0,007629	2,98E-05
8ª								500	1,953125	0,0076294
9 ª									500	1,953125
10 ª										500
Quantidade (mg)	500	501,9531	501,9608	501,9608	501,9608	501,9608	501,9608	501,96078	501,9608	501,96078

Resolução da atividade 3 em 3.3.1

4) Ingerindo 500mg a cada 8 horas por 14 dias, qual deve ser a quantidade máxima obtida? Justifique.

Considerando q_n : a quantidade exatamente após a dose n.

$$q_n = q\left(\frac{1}{256}\right)^0 + q\left(\frac{1}{256}\right)^1 + q\left(\frac{1}{256}\right)^2 + \ldots + q\left(\frac{1}{256}\right)^{n-1} \Rightarrow$$

$$\frac{q_n}{256} = q\left(\frac{1}{256}\right)^1 + q\left(\frac{1}{256}\right)^2 + q\left(\frac{1}{256}\right)^3 + \ldots + q\left(\frac{1}{256}\right)^n$$

Efetuando a subtração:

$q_n - \dfrac{q_n}{256}$ obtemos:

$$\frac{255q_n}{256} = q - q\left(\frac{1}{256}\right)^n \Rightarrow$$

$q_n = \dfrac{256q}{255}\left(1 - \left(\dfrac{1}{256}\right)^n\right)$ onde claramente:

$$\lim_{n\to+\infty} q_n = \frac{256q}{255}$$

Para o caso em questão, a quantidade máxima será de: $\frac{256 \cdot 500}{255} = 501{,}96mg$

5.6.
Resolução das atividades em 4.1.1.

Utilizando a já mencionada fórmula: $I_{db} = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$, $I_0 = 10^{-12}\ watt/m^2$, faça o que se pede.

1) Sabendo-se que I_0 corresponde ao limiar de audibilidade humana, isto é, o mínimo de intensidade sonora que ativa a nossa percepção, determine o valor em decibéis para um som de intensidade $I = 10^{-12}$ watt/m^2.

Substituindo na fórmula temos:

$$I_{db} = 10\log\left(\frac{I_0}{I_0}\right) =$$

$$= 10\log 1$$

$$= 0db$$

Importante perceber que a fórmula é ajustada para que o limiar de audibilidade humana corresponda a 0 db, o que explica o valor de referência ser $I = 10^{-12}$ watt/m^2

2) O limiar de dor para sons ocorre com intensidade sonora de 1 watt/m^2. Determine o seu valor em decibéis.

Substituindo na fórmula temos:

$$I_{db} = 10\log\left(\frac{1}{10^{-12}}\right) =$$

$$= 10\log 10^{12}$$

$$= 120db$$

3) Os dois itens anteriores nos mostram que, quando trabalhamos com watt/m^{2,} a variação entre os dois extremos é muito grande, indo de 10^{-12} watt/m^{2} até 1 watt/m^{2}, ou seja, uma razão de 1 trilhão para 1. Determine a razão quando é utilizado decibel. Você encontra algum motivo para, na fórmula, aparecer o número 10 multiplicando o logaritmo? Justifique.

Ao utilizarmos logaritmos, o intervalo que antes era de 10^{-12} até 0 passa agora a ser considerado de 12 até 0. Ao multiplicarmos por 10, passamos a considerar o intervalo de 120 até 0, o que evita um excesso de resultados com casas decimais.

4) Quando dobramos a intensidade sonora, a medida em decibéis dobra?

Por estar trabalhando com logaritmos, que transformam produtos em soma, a medida em decibel não irá dobrar. Calculando:

$$d_1 = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10(\log I - \log I_0)$$

$$d_2 = 10\log\left(\frac{2I}{I_0}\right) = 10(\log I - \log I_0) + 10\log 2 \Rightarrow$$

$$d_2 = d_1 + 10\log 2$$

5) Sabendo-se que um piano chega, em média, a 92 decibéis, determine a intensidade sonora correspondente.

$$92 = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow$$

$$9,2 = \log I - \log 10^{-12} \Rightarrow$$

$$9,2 - 12 = \log I \Rightarrow$$

$$I = 10^{-2,8} \text{ watt/m}^2$$

6) Sabendo-se que um trombone chega a 113 decibéis, determine a intensidade sonora correspondente. A variação de 21 decibéis do piano para o trombone corresponde a uma variação de quantos watt/m^2? Com qual das duas variações é mais fácil trabalhar?

$$113 = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow$$

$$11,3 = \log I - \log 10^{-12} \Rightarrow$$

$$11,3 - 12 = \log I \Rightarrow$$

$$I = 10^{-0,7}\ \text{watt/m}^2$$

$$\Delta = (10^{-0,7} - 10^{-2,8})\ \text{watt/m}^2$$

Claramente é mais fácil expressar a variação como sendo de 21 db.

5.7. Resolução das atividades em 4.2.1

1) Quanto tempo deveria durar um show de rock? Na prática, isso ocorre?

   Tomando como referência um nível de 110db, um show de rock deveria durar algo em torno de 25 minutos, o que é bem distante da realidade, principalmente, se considerarmos festivais que chegam a durar 8 horas.

2) Alguns bailes funk em comunidades do Rio de Janeiro registraram volume de 140 decibéis. Você considera que estes bailes, nesse volume, deveriam ser proibidos?

   Para a exposição de 140 db, o tempo seguro seria em torno de alguns poucos minutos. Em vez de proibir, deveria se educar e informar sobre os enormes riscos.

3) Um estudante possui um tocador de MP3 com potência máxima de 120 db. Qual percentual da potência máxima deve ser utilizado se ao longo do dia o estudante pretende poder escutá-lo por 4 horas?

   Para poder utilizar o aparelho por 4 horas, o nível sonoro adequado é de 95 db, o que corresponde a 79% da máxima potência.

4) O principal folder da campanha nacional de saúde auditiva é o seguinte:

Folder da campanha nacional de saúde auditiva

Com os dados fornecidos pela tabela anterior, você concorda com esse folder? Justifique.

Na maioria dos locais no Brasil, a jornada de trabalho diária é de 8 horas, o que faz com que o limite de 85 db seja extremamente adequado.

5.8.
Resolução das atividades em 4.2.2

1) Uma britadeira trabalha com um nível de ruído de 100db. Por quanto tempo um trabalhador pode ficar exposto? Seria recomendado nesse caso o uso de protetores de ouvido para esse trabalhador caso fosse necessária uma jornada de 8 horas? Para um nível de ruído de 100 db, o tempo máximo de exposição deveria ser de apenas uma hora. Para se chegar a um tempo de exposição de 8h, a redução sonora deveria ser de 15 db, chegando, assim, a 85 db.
2) Para um funcionário de pista de aeroporto que chega a ser exposto a ruídos de 130 db, qual deveria ser a redução percentual proporcionada por um protetor de ouvido para pode cumprir uma jornada de trabalho de 4 horas ? O nível de ruído deveria ser de 90 db, o que corresponde a uma redução de 30,7%.
3) Em uma usina hidrelétrica como a de Itaipu facilmente o nível sonoro de 115db é alcançado. Qual o tempo de exposição para um

funcionário sem equipamento adequado? E com um protetor auditivo que permite uma redução de 30%?

Consultando a tabela, vemos que é de 7 minutos. Aplicando uma redução de 30% sobre o valor de 115, obtemos 80,5, que corresponde a um tempo máximo de exposição de 8 horas aproximadamente.

5.9. Resolução das atividades em 4.3

1) Considerando a seguinte classificação para o nível de surdez:

Níveis de surdez	**Perda auditiva**
Leve	25db a 40db
Moderada	41db a 55db
Acentuada	56db a 70db
Severa	71db a 90 db
Profunda	Acima de 91db

Níveis de Surdez.Fonte: DAVIS, H. & SILVERMAN, S.R, 1966

Descreva, dentro de cada classificação, as situações sociais que são prejudicadas.

Nesse caso, é válido que os alunos sejam estimulados a não só consultar o texto como também outras fontes.

2) Sabendo-se que um choro de bebê varia de 0,00000001 watt/m^2 até 0,00001 watt/m^2, discuta os riscos de uma mãe surda severa ou profunda cuidar sozinha de seus filhos.

Transformando para decibéis, percebemos que este choro varia entre 40db e 70 db, o que, para um pessoa surda severa com limiar de 70db, é impossível escutar esse choro. Portanto, é bastante importante que toda ajuda disponível seja fornecida.

3) Distribuir para os alunos a tabela abaixo, que mostra diferentes situações do dia a dia, para que sejam calculados os respectivos valores em decibéis.

Atividade Cotidiana	Watts acústicos	Decibéis
Aviao a jato (30m)	10	130
Turbina de avião 7m	1	120
Trovão	0,1	110
Motor de Caminhão	0,01	100
Picos fortes de Música	0,001	90
Tráfego pesado a 10m	0,0001	80
Média de uma fábrica	0,00001	70
Conversa normal	0,0000001 até 0,00001	60
Média de um escritório	0,0000001	50
Média de uma residência	0,00000001	40
Sala de aula silenciosa	0,000000001 até 0,00000001	30 até 40
Brisa entre árvores e sons da natureza em geral	0,0000000001	20

4) Observando os valores obtidos na tabela acima e considerando a legislação brasileira, em que é deficiente aquele que possui uma perda de 41db, verifique quais situações cotidianas se encontram abaixo de 41 db, a fim de justificar esse valor de referência imposto pela lei.

Pela tabela, vemos que a lei se baseia essencialmente na possibilidade da comunicação e do convívio social, como percebemos pela média de uma residência e em uma conversa normal. A sala de aula e os sons da natureza ficam prejudicados nessa situação.

6
Conclusão

Acreditamos que o presente trabalho sirva como um pontapé inicial numa área ainda tão carente como, as aplicações da Matemática inseridas em um contexto da realidade dos alunos, e, principalmente, envolvendo temas que apresentem grande importância e responsabilidade social. Como pudemos ver, a matemática é um instrumento fundamental para a promoção da cidadania e para que o indivíduo possa, a partir da aquisição de uma consciência crítica baseada em informações e fatos concretos, melhor compreender a realidade sócio-econômica em que está inserido.

A Matemática, por ser uma linguagem, e, dessa forma, uma ferramenta para entendimento do mundo, não possui limites. Pode se conectar e discutir temas, como os aqui propostos, que teriam grande dificuldades de serem trabalhados dentro do currículo formal das escolas. Por possuir esse caráter essencialmente interdisciplinar; não considerando apenas as outras disciplinas da área de exatas, como Física e Química, onde essas correlações parecem mais naturais, mas em toda e qualquer área do conhecimento humano – torna-se fundamental a formação do cidadão e no preparo para a entrada na faculdade ou no mercado de trabalho, que são os principais objetivos do Ensino Médio.

Esperamos que trabalhos futuros possam abordar temas aqui mencionados na introdução, promovendo assim um amplo debate em torno da Matemática e do seu ensino ainda muito empobrecido dessas correlações. Entendemos, desse modo, que estaríamos cumprindo um dos objetivos principais do ensino de Matemática, que é a aquisição e o uso do pensamento e do raciocínio matemático. Na experiência do autor, todas as vezes que essas aplicações foram abordadas em sala de aula, amplos debate e interesse se fizeram presentes e, em muitos casos, multiplicando-se até para a as famílias dos alunos.

7
Bibliografia

The Institute of Electrical and Electronics Engineering IEEE Standard 100 Dicionário de Termos Standards IEEE [Livro]. - New York : [s.n.], 2000. - Vol. Sétima Edição.

ANVISA- Agência Nacional de Vigilância Sanitária ANVISA-FÁRMACOS UTILIZADOS EM INFECÇÃO [Online] // anvisa.gov.br. - 26 de janeiro de 2014. - http://www.anvisa.gov.br/divulga/public/livro_eletronico/infeccao.html#_Toc24793932.

ANVISA-Agência Nacional de Vigilância Sanitária Resolução- RDC nº20 // Dispõe sobre o controle de medicamentos à base de substâncias classificadas como . - Brasília : [s.n.], 2011.

IBGE Censo Demográfico [Relatório]. - Brasil : [s.n.], 2010.

Iezzi Gelson, Dolce Ovaldo e Murakami Carlos Fundamentos de Matemática Elementar [Livro]. - São Paulo : Atual, 1993. - Vol. 2.

Instituto de Toxicologia da Ufrj Intoxicação por Medicamentos // Modulo V Intoxicação por medicamentos/Paracetamol.

Laboratório Medley Portal Medley [Online]. - 26 de janeiro de 2014. - http://www.medley.com.br/portal/src/genericos_medley.asp.

Lima Elon Lages [et al.] A Matemática do Ensino Médio [Livro]. - Rio de Janeiro : SBM, 1998. - Vol. 1.

Lima Elon Lages [et al.] Temas e Problemas [Livro]. - Rio de Janeiro : SBM, 2010.

Lima Elon Lages Exame de Textos: Análise de Livros de Matemática para o Ensino Médio [Livro]. - Rio de Janeiro : SBM, 2001. - Vol. 1ª edição.

Lima Elon Lages Logaritmos [Livro]. - Rio de Janeiro : SBM, 2010.

Lima Elon Lages Meu Professor de Matemática [Livro]. - Rio de Janeiro : SBM, 1991.

MEC Censo da Educação Superior [Relatório]. - Brasil : [s.n.], 2012.

Ministério do Trabalho e do Emprego Portal MTE- Norma Regulamentadora 15 [Online]. - 26 de Janeiro de 2014. - http://portal.mte.gov.br/legislacao/norma-regulamentadora-n-15-1.htm.

Neto Aref Antar [et al.] Progressões e Logaritmos- Noções de Matemática [Livro]. - São Paulo : Moderna, 1979. - Vol. 2.

PEREIRA Januaria Ramos e SOARES Lucianos Riscos da Automedicação: Tratando o Problema com Conhecimento.

PISA PROGRAMME FOR INTERNATIONAL STUDENT ASSESSMENT [Relatório]. - 2012.

Pro Publica Pro Publica [Online]. - 26 de Janeiro de 2014. - http://www.propublica.org/article/tylenol-mcneil-fda-use-only-as-directed.

Professor Keith Hawton University of Oxford Centre for Suicide Research, Oxford, UK 43% reduction in deaths from paracetamol due to smaller pack sizes. - [s.l.] : Britsh Medical Journal/http://www.bmj.com/press-releases/2013/02/06/43-reduction-deaths-paracetamol-due-smaller-pack-sizes, 2013.

Regimento do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional [Online] // Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. - SBM. - 21 de janeiro de 2014. - http://www.profmat-sbm.org.br/index.php/funcionamento/regimento.

Russo I.C.P, Behlau, M. Percepção da Fala: Análise Acústica do Português Brasileiro [Livro]. - São Paulo : Lovise, 1993.

SAEB Sistema de Avaliação do Ensino Básico [Relatório]. - 2012.

Sebben Viviane Cristina [et al.] Validação de metodologia analítica e estudo de estabilidade para quantificação sérica de paracetamol [Artigo] // Jornal Brasileiro de Patologia e Medicina Laboratorial. - Rio de Janeiro : [s.n.], 2010. - 2 : Vol. 46.

Sheldon N. and Sokol A Dental noise and hearing conservation [Book]. - New York : Dental Journal, 50:6-10, 1984.

SINITOX; Sistema Nacional de Informações Toxico Farmacológicas Fio Cruz [Online] // SINITOX. - 23 de janeiro de 2014. - http://www.fiocruz.br/sinitox_novo/media/b4.pdf.