Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

JULIO SILVA DE PONTES

AVALIAÇÃO DE DIFERENTES METODOLOGIAS APLICADAS AO ENSINO DA GEOMETRIA

Orientador: Prof. Me. EDUARDO WAGNER

RIO DE JANEIRO

Março/2014

JULIO SILVA DE PONTES

AVALIAÇÃO DE DIFERENTES METODOLOGIAS APLICADA AO ENSINO DA GEOMETRIA

Trabalho de conclusão de curso apresentado por Julio Silva de Pontes ao Curso de Pós-graduação stricto sensu de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

Orientador: Prof. Me. EDUARDO WAGNER

Rio de Janeiro
2014

JULIO SILVA DE PONTES

AVALIAÇÃO DE DIFERENTES METODOLOGIAS APLICADA AO ENSINO DA GEOMETRIA

Trabalho de conclusão de curso apresentada por Julio Silva de Pontes ao Curso de Pós-graduação stricto sensu de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

Aprovado em: 19 de março de 2014

Banca Examinadora

____

Prof. Me. Eduardo Wagner - Orientador
Mestre – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

____

Prof. Dr. Paulo Cezar Carvalho - Membro
Doutor – Cornell University

____

Prof. Dr. Moacyr Alvim Horta Barbosa da Silva- Membro
Doutor – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

____

Prof. Antonio Carlos Saraiva Branco- Membro Suplente
Doutor – Université de Savoie

RIO DE JANEIRO
2014

AGRADECIMENTOS

Aos professores do curso de Pós-graduação stricto sensu de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, que contribuíram para o meu crescimento profissional. Agradeço também a todos os colegas e monitores, que sempre estiveram juntos nas várias discussões sobre os exercícios e trabalhos elaborados no decorrer desta fase da minha vida. Agradeço também ao meu colega Rafael Nogueira Luz, que caminhou nesta pesquisa comigo, fazendo outra avaliação de uma metodologia aplicada ao ensino da geometria, e, com os resultados obtidos, pudemos chegar a uma conclusão individual e coletiva. Em especial, agradeço ao meu orientador Eduardo Wagner por confiar em mim e caminhar ao meu lado na construção deste trabalho, muitas vezes encorajando os sonhos e, em muitas outras, me levando a conhecer caminhos alternativos.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

RESUMO[1]

Este trabalho é resultado de uma pesquisa qualitativa que retrata um estudo de caso, com base nos questionários aplicados aos participantes e nos registros diários das experiências vividas. Objetivou-se, na avaliação de diferentes metodologias aplicadas ao ensino da geometria, trabalhar o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pesamento geométrico pesquisado e ensinar geometria através da resolução de problemas pesquisados pelo meu colega Rafael Nogueira Luz. Este estudo foi realizado nas duas primeiras semanas de novembro de 2013, em duas turmas de 9º ano escolar de uma mesma escola no município de Angra dos Reis, a fim de desenvolver duas abordagens distintas, ou seja, metodologias diferentes para ensinar geometria. As coletas de informações mostraram aspectos positivos e negativos na utilização da metodologia deste modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico e sugestões para que outros professores possam vir a utilizar essa metodologia. Como suportes teóricos desta pesquisa, foram consideradas as determinações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) do ensino Fundamental na exploração de espaço e forma, alguns fundamentos das ideias do livro Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century e do trabalho proposto por Van Hiele sobre o desenvolvimento cognitivo em Geometria.

Palavras chaves: Ensino de Geometria. Modelo Van Hiele. Níveis e fases do desenvolvimento do pensamento geométrico. Material concreto.

[1] Parte deste trabalho foi feita pelo professor Rafael Nogueira Luz.

ABSTRACT

This work is a result of a qualitative research that came from applied questions in many voluntary people and in real experiences registred in diaries. All of it shows us different methodologies in order to avaliate the way that geometry is learned: Van Hiele's way of the geometric development thinking observed by me and the contribuitions gaved by Rafael Nogueira Luz, a friend of mine. This present study was done in the beginning of november, 2013, including two classes from public school in Angra dos Reis in the last year of the fundamental school developing two differents approachs and ways to teach geometry. As a consequence we have positive and negative aspects in the use of Van Hiele's approach of geometric thinking and suggestions to help teachers in their classes. We based this research on the PCN's (national curriculum parameters) and some ideas of the perspectives on the teaching of geometry book for the 21st century and the work of Van Hiele itself abbording cognitive development in geometry.

Keywords: Geometric teaching.Van Hiele's theory. Levels and stages from the geometric thinking. Concrect material.

SUMÁRIO

1.

1. INTRODUÇÃO

A execução do presente trabalho surgiu a partir da necessidade de desenvolver um tema que seja relevante para a vida acadêmica, e que esteja condizente com o exercício da docência no Ensino Básico. Foi motivada pela constatação de que o ensino da matemática na exploração de espaço e forma vem perdendo espaço para outros conteúdos matemáticos que os professores desta disciplina concluem ter maior importância. Além disso, está previsto no PCN (Parâmetros Curricular Nacional) de matemática do ensino fundamental que espaço e forma são blocos de ideias que o professor de matemática deve trabalhar com seus alunos.

> A preocupação com o desenvolvimento da habilidade para a visualização das formas em geral, particularmente das formas geométricas, e para a elaboração e interpretação de suas representações gráficas no plano deveria ocupar uma posição de destaque na formação daquele que, por ofício, será o principal agente transformador da mente da criança: o professor.
> (KALEFF, 2003, p.18)

Por outro lado, a matemática vem contribuindo para os elevados índices de reprovação, exclusão e insuficiência de compreensão dos conteúdos trabalhados por esses professores, desvalorizados e, em muitos casos, mal preparados. Segundo Costa (2008), "Muitos professores ainda não despertaram para a necessidade de criarem em sala de aula oportunidades para que os alunos possam trabalhar com os conteúdos matemáticos analisando gradativamente as possíveis formas de representá-los." Neste sentido, a pesquisa entrará como uma proposta educacional que permitirá trabalhar melhor o conceito abordado pelo professor priorizando a sua compreensão, seguindo duas metodologias sugeridas e analisadas, uma desenvolvida neste trabalho e a outra desenvolvida pelo professor Rafael Nogueira Luz em seu trabalho. As pesquisas tiveram substancial participação de ambos os pesquisadores.

Foi realizado um estudo de caso em duas turmas de nono ano de uma escola localizada no município de Angra dos Reis, com mesmo perfil de faixa etária (variando entre 14 e 17 anos), quantitativos de alunos (entre 30 e 35 alunos inscritos em cada turma) e históricos escolares parecidos (média baixa em matemática em todos os anos de escolaridade, rejeição pela disciplina, indisciplinados e sem alta autoestima). A escolha dessas turmas se deu pelo fato de haver a possibilidade de verificar o conhecimento geométrico adquirido pelos alunos no final do ensino fundamental, pois as mesmas eram regidas pelo professor e pesquisador Julio Silva de Pontes. A construção de algum conteúdo desse bloco de conhecimento é assimilada pelos educandos através do uso de uma metodologia diferente, em turmas de turno distinto, evitando influência direta ou indireta entre os alunos participantes. A pesquisa desenvolveu-se com observação da turma e dos alunos que se destacaram de alguma forma, aplicação de um teste inicial e um teste final e, além disso, foi aplicado um questionário aos docentes de matemática deste município durante coordenação de área.

Como objetivo principal, pretendem-se avaliar diferentes metodologias aplicadas à geometria: o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pesamento geométrico pesquisado pelo autor neste trabalho e o ensinar Geometria através da resolução de problemas pesquisados pelo professor Rafael Nogueira Luz em seu trabalho. Como objetivos específicos, averiguar o nível de conhecimento matemático e, principalmente, o nível de conhecimento geométrico que o aluno possuía, bem como promover a interação e a troca de experiências e conhecimentos entre os alunos, desenvolver a metodologia de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico, elaborar exercícios adequados e pertinentes a essa abordagem, executar a abordagem planejada na turma 9D do turno da tarde, aplicar testes de avaliação chamados, aqui, de teste inicial e final na turma, analisar os resultados, opinar e dar conselhos aos futuros professores sobre o tema.

A relevância do estudo se pauta na asserção de que, no PCN do ensino fundamental, o professor de matemática que atua no terceiro e no quarto ciclo deve organizar situações de ensino ou atividades em sala de aula que desenvolvam o pensamento indutivo/dedutivo no aluno. Por outro lado, também deve enfrentá-lo, mostrando as novas interações com seus colegas. Um dos blocos de ideias que o professor de matemática no terceiro e no quarto ciclo deve priorizar e que estão previstas no PCN, foco principal do projeto, são espaço e forma. O professor deve trabalhar com materiais que estabeleçam diversas relações com as propriedades geométricas.

A melhoria da aprendizagem em Geometria é reconhecida como fundamental importância para a formação das estruturas cognitivas do aluno. No entanto, professores relatam poucas experiências, em sua formação inicial, com este campo da Matemática. Assim, existe uma demanda para publicação de textos e atividades voltados para o ensino da Geometria que possam oferecer subsídios para a realização de um trabalho mais sistematizado e efetivo em sala de aula.

Com o movimento da Matemática Moderna a ênfase dada aos aspectos algébricos da matemática nas décadas de 1960 e 1970, provocou um abandono nos programas escolares. Hoje, alguns estudiosos e pesquisadores da Educação Matemática, criticam esta negligência com os conteúdos da Geometria e destacam sua importância no ensino básico

> A geometria é considerada importante por pesquisadores e curriculistas porque, por meio dela, a criança desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo que que vive, além de ser um campo fértil para se trabalhar com situações –problemas.
> (PIRES, CURI, CAMPOS, 2000, p.15)

A década compreendida entre os anos 1955 e 1965 ficou caracterizada pela centralização na aprendizagem de nomenclaturas relacionadas a linhas e figuras, e no cálculo de perímetros e volumes através da aplicação de fórmulas. Ou seja, basicamente um ensino voltado para respostas mecânicas.

O período entre 1966 e 1975 ficou influênciado pela Matemática Moderna, onde os elementos geométricos foram tratados na linguagem da Teoria dos Conjuntos. Os problemas de aplicação e atividades práticas eram poucos explorados.

Nos anos que se seguiram, de 1976 até hoje, com a divulgação crescente das abordagens construtivistas começaram a surgir projetos baseados nas experiências dos alunos, envolvendo a exploração de figuras planas e espaciais, e ações dinâmicas, a partir de composição, decomposição, redução, apliação e estudo de simetrias.

A partir de então, muitas experiências baseadas nos modelos de Van Hiele e com ênfase na manipulação de materiais concretos em sala de aula são divulgadas. E por esse motivo o interresse de avaliar essa metodologia neste trabalho. Além disso com a elaboração das novas legislações que culmiram nos PCN (BRASIL, 1998) uma nova tendência metodológica de ensinar Geometria surgiu, foi através da resolução de problemas. Motivo que cativou o professor Rafael Nogueira Luz em avaliar essa metodologia em seu trabalho. As análises do autor e do professor Rafael são apresentadas no capítulo 4 – A pesquisa – onde o confronto de ambos os trabalhos são constantemente analisadas.

Nos anos 60 e 70 surgiu um movimento mundial de Matemática Moderna que constituía um acesso para o pensamento científico e tecnológico, aproximando a Matemática escolar da Matemática vista pelos estudiosos e pesquisadores. O ensino proposto enfatiza a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, a topologia, etc. Isso provocou uma discussão porque o ensino estava fora do alcance dos alunos, distanciando das questões práticas.

Em 1980, o National Council of Teacher of Mathematics - NCTM -, dos Estados Unidos, apresentou um documento que destacava recomendações para o ensino da Matemática através de resolução de problemas, compreensão dos aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, cognitivos, as quais impulsionaram novas discussões curriculares. Essas ideias influenciaram todo mundo para novas reformas no período de 1980 e 1995, e a criação do PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) no Brasil na década de 90.

Segundo, Machado (1987, p.30), pesquisadores e educadores estão dedicados a reverem as metodologias do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, e a resolução de problemas é uma tendência da Educação Matemática que vem buscar melhorias no ensino e na aprendizagem da Matemática dentro das salas de aula.

A metodologia de Resolução de Problemas em Educação Matemática segundo Onuchic e Allevato (2005, p.06), tem a pretensão de tirar o aluno passivo em sala de aula, para uma postura ativa e interessada, deixando a noção de que a Matemática é algo pronto e acabado. Assim, a resolução de problemas passa a ter uma importância central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem no enfrentamento dos desafios. E a pesquisa feita pelo professor Rafael vem contribuir neste trabalho não somente no confronto das ideias, mas na resposta de uma nova maneira de ensinar geometria.

Além disso, as experiências baseadas no modelo Van Hiele mostram uma variedade de atividades geométricas que podem ser desenvolvidas com os alunos. A relevância do modelo foi constatado em várias pesquisas em todo o mundo e mostrou que é possível elaborar materiais seguindo uma metodologia para confrontar e promover os avanços cognitivos de acordo com os níveis propostos.

Segundo KALEFF (2008, p.43) nas últimas quatro décadas, o modelo de Van Hiele do pensamento geométrico tem sido considerado como um guia para a aprendizagem e avaliação das habilidades dos alunos em Geometria. E essa pesquisa vem para dar um suporte ao professor em utilizar materiais concretos ao ensinar geometria seguindo uma metodologia com relevância mundial.

Modelo de Van Hiele usado para orientar a formação e avaliar as habilidades do aluno, ajudando-os a atingirem um nível mais alto de pensamento geométrico, originou de um trabalho de doutorado de um casal de holandeses, Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele, que ganhou destaque na década de 1970 através de um norte-americano, Izack Wirzup, que começou a falar sobre o modelo. O método consiste em cinco níveis de compreensão : 1º da Visualização, onde os alunos percebem o espaço apenas como algo que existe em torno deles, 2º da Análise, onde os alunos começa a analisar e dar conceitos geométricos, 3º da Dedução Informal, onde o aluno compreende as propriedades das figuras através das deduções, 4º a Dedução Formal, onde os alunos compreende as deduções e pode construir postulados, teoremas e provas, e o 5º o Rigor, onde o aluno será capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos. Os cincos níveis são subdivididos em cinco fases : quationamento, orientação direta, explicitação, orientação livre, e fechamento.

Através do modelo de Van Hiele os alunos aprendem geometria progredindo através de níveis de compreensão de conceitos, caracterizado por relações entre objetos de estudo e linguagem. O construtivismo reforça a idéia da visualização, pois através da imagem dos objetos geométricos que o aluno passa a controlar um conjunto de operações mentais básicas para a geometria, e passa a ser sujeito ativo, aprende a elaborar seus próprios conceitos.

Foi aplicado uma pesquisa de campo em uma escola municipal de Angra dos Reis, com alunos de duas turmas do 9º ano de turnos distintos, a 9B no turno da manhã e a 9D no turno da tarde, que são as turmas que foram regidas por mim. A escolha dessas turmas ocorreu pelo fato de verificar que os alunos que chegam no 9º ano no município de Angra dos Reis estão com pouco ou nenhum conhecimento geométrico, constatado por mim e pelo professor Rafael, ambos professores deste município na época e pela conversa informal com outros professores em coordenações de área em matemática, além também de perceber a falta de visualização geométrica, possivelmente por não ter sido explorado o campo visual e espacial com eles antes. Essas duas turmas teve ao longo das duas primeiras semanas de novembro de 2013 o conteúdo do bloco de conhecimento espaço e forma, Teorema de Pitagoras.

> Um dos primeiros tópicos da Geometria em que os alunos apresentam dificuldade para o entendimento do desenvolvimento do raciocínio dedutivo é o Teorema de Pitágoras. Isto pode ser minimizado com uma forma alternativa de se trabalhar didaticamente esse assunto, partindo de uma abordagem mais intuitiva por meio do uso de jogos do tipo quebra-cabeças.
> (KALEFF, 2003, p.91)

A exploração deste conteúdo utilizou-se metodologias distintas. Neste trabalho a avaliação da metodologia do modelo de Van Hiele do desensonvimento do pensamento geométrico foi realizada por mim e aplicada na turma 9D, enquanto o trabalho do professor Rafael avaliou a metodologia em geometria através da resolução de problemas e apliacada na turma 9B. O teste inicial incluiu noções básicas do conteúdo explorado, e o teste final foi condizente com os livros aprovados pelo Mec para esse ano de escolaridade, que dará a noções de quanto de conhecimento adquirido os alunos têm a respeito do tópico abordado. Além disso, durante toda aula foi feito um diário de bordo, que verificou a reação da turma e de alunos isolados que se destacaram de certa forma nas atividades. O diário de bordo permitiu ter uma idéia qualitativa do processo ensino aprendizagem de cada turma durante a aplicação do projeto. O questionário aplicado aos docentes de matemática do município durante coordenação de área permitiu verificar como a matemática, e em especial o ensino da geometria, é regido por esses professores.

2. O ENSINO DE GEOMETRIA[2]

Existe atualmente uma discussão do abandono do ensino de geometria evidenciado por muitos pesquisadores do Brasil e do exterior. O despreparo do professor com relação ao desenvolvimento de conteúdos geométricos e a reforma do ensino com o Movimento da Matemática Moderna contribuíram para tal causa.

Antes do Movimento da Matemática Moderna a geometria era abordada de maneira tradicional, e o professor tinha dificuldade de relacionar a geometria prática da escola elementar, com a abordagem axiomática do secundário. Os livros lançados na época estavam preocupados com as estruturas algébricas e com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos.

E quando a geometria passou a ter um enfoque das transformações, a maioria dos professores optou em deixar de ensinar a geometria, por não dominar o assunto. A concentração da Matemática se deu no padrão dedutivo das estruturas bem estabelecidas.

O Movimento da Matemática Moderna tinha o propósito de unificar aritmética, geometria e álgebra, com a introdução de teoria dos Conjuntos, das estruturas algébricas e das relações. Em geometria as recomendações feitas eram de substituir o ensino da geometria euclidiana por outras como a geometria das transformações. Mas o que ocorreu foi a introdução dos conjuntos em geometria, de conceitos topológicos elementares, e de tópicos da geometria das transformações.

Esse enfoque não conseguiu impor-se na prática pedagógica o que provocou um abandono do ensino da geometria. Pesquisas realizadas nas últimas décadas mostram diferentes propostas de ensino que buscam reverter essa situação com o retorno da geometria, através de conceitos e propriedades fundamentais.

A Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º grau (5693/71) facilitou para o abandono do ensino de Geometria no Brasil, pois permitiu que cada professor montasse seu próprio programa. No entanto, os professores deram preferência de se trabalhar somente com a aritmética e as noções de conjunto. E muitas vezes a geometria era visto apenas no ensino médio.

[2] Parte comum aos trabalhos feito por Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz.

Esse abandono da geometria não ocorreu somente no Brasil e foi fruto de uma discussão na conferência intitulada “Perspectivas para o Ensino da Geometria no Século XXI”, realizada na Catânia (Sicilia – Itália), em outubro de 1995, promovida pela The International Commission on Mathematics Instruction. Dentre as recomendações, temos:

1. Deve-se evitar substituir o programa de geometria pelos tópicos sobre medidas.
2. Merece menos atenção atividades centradas na memorização de vocabulários, fatos e relações.
3. Os alunos devem ter contato com atividades geométricas durante todo o ano letivo e não somente em um determinado período de tempo no ano.
4. São recomendáveis atividades que façam conexões com áreas afins como artes, geografia e física.
5. O currículo de geometria, principalmente a partir da 7ª série, deve ter fortes conexões com aplicações e situações reais.
6. A geometria deve ser considerada um instrumento para a compreensão, descrição e interação com o espaço em que vive, por ser o campo mais intuitivo e concreto da matemática e o mais ligado à realidade.

A importância do ensino da geometria no Brasil é enfatizada nos parâmetros curriculares nacionais e que coincide com as diversas recomendações feitas pelas propostas efetuadas na conferência mencionada anteriormente.

Segundo LIMA a manipulação formal do ensino da matemática em geometria adotado em nossas escolas está sendo feita através do método peremptório, que consiste em declarar verdades certas afirmações, sem justificá-las. Esse método ignora as construções e reduz os problemas a manipulações numéricas.

> Um dos maiores méritos educativos da Matemática é o de ensinar aos jovens que toda conclusão se baseia em hipóteses, as quais precisam ser aceitas, admitidas para que a afirmação final seja válida. O processo de passar, mediante argumentos logicamente convincentes, das hipóteses para a conclusão chama-se demonstração e seu uso sistemático na apresentação de uma teoria constitui o método dedutivo. Este é o método matemático por excelência e a Geometria Elementar tem sido, desde a remota antiguidade, o lugar onde melhor se pode começar a praticá-lo. Lamentavelmente, a grande maioria dos estudantes brasileiros sai da escola, depois de onze anos de estudo, sem jamais ter visto uma demonstração.
> (LIMA, 2007. P. 143)

Os assuntos abordados pelos professores de matemáticas são aqueles em que se sentem seguros de explicar e os exercícios são quase sempre os mesmos. Os professores iniciantes vão preparar suas aulas usando o livro-texto. Esses livros são escritos por professores como ele, que não aprenderam bem as coisas que estão ensinando ou são escritos por professores universitários, que não sabem usar a linguagem acessível aos alunos. Segundo LIMA um dos defeitos sério dos livros de Matemática é a falta de alguns exemplos simples de proposições demonstradas em Geometria.

Atualmente no Brasil existem algumas tendências didático-pedagógicas emergentes para o ensino da geometria como a Geometria Experimental. Ela se refere a construções geométricas e formas de representação do mundo, mediadas pela experimentação, dentre algumas características está atividades de experimentações por meio de manipulações de objetos concretos e resolução de problemas, ambas as metodologias foram avaliadas, a primeira pelo autor neste trabalho e a segunda pelo professor Rafael em sua pesquisa.

Segundo o portal do MEC, a Secretaria de Educação Básica zela pela educação infantil, ensino fundamental e ensino médio. A educação básica é o caminho para assegurar a todos os brasileiros a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhes os meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores. Atualmente, os documentos que norteiam a educação básica são a Lei 9.394, que estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB, as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica e o Plano Nacional de Educação para os anos 2011-2020, que se encontra atualmente em discussão no Congresso Nacional. Outros documentos fundamentais são a Constituição da República Federativa do Brasil e o Estatuto da Criança e do Adolescente, que não foram analisadas neste trabalho por fugir muito do foco principal desta pesquisa.

2.1. AS DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL - LDB

Lei n.º 9.394 de 20 de dezembro de 1996 que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional e fornece importantes orientações para objetivar este trabalho.

Pelo título IV através da organização da educação nacional temos no artigo 13 que dentre as funções dos docentes temos que, incumbir-se-ão de participar da elaboração da proposta pedagógica do estabelecimento de ensino, de elaborar e cumprir o plano de trabalho, e de zelar pela aprendizagem dos alunos.

> Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos.
> (BRASIL, 1998. p. 36)

Por isso é interessante que o professor conheça outras metodologias no ensino da matemática para não só fundamentar seu trabalho em sala de aula, mas para cumprir um plano de trabalho que se preocupe com a aprendizagem do aluno.

Pelo título V através dos níveis e das modalidades de educação e ensino temos no capítulo II, da educação básica, dentre as disposições gerais da seção I está o seguinte artigo:

- Artigo 26, inciso 1: Os currículos do ensino fundamental e médio devem abranger , obrigatoriamente, o estudo da língua portuguesa e da matemática, o do conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política, especialmente no Brasil.

O estudo de matemática no currículo escolar se pauta nos parâmetros curriculares nacionais com a seguinte afirmação.

> Atualmente, há consenso a fim de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra, e da Geometria e de outros campos do conhecimento). Um olhar mais atento para nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar a esses conteúdos aqueles que permitam ao cidadão tratar as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória.
> (BRASIL, 1998. P. 49)

Temos que pelo ensino fundamental da seção III, artigo 32, inciso I indica dentre os objetivos da formação básica do cidadão pelo ensino fundamental está mediante ao desenvolvimento no aluno da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo.

Segundo DEMO, a LDB trata o professor como eixo central da qualidade de educação e menciona o que auxilia o processo de aprendizagem é a motivação moderna e lúdica. É preciso mostrar apreço pelos educadores que fazem parte e são a peça chave das escolas, procurar mudar o currículo das mesmas para auxiliar no aprendizado.

Acredito que isso pode ser obtido trabalhando com materiais concretos e manipulativos para tornar as aulas de geometria mais lúdicas, esse é o foco principal na utilização do modelo Van Hiele no desenvolvimento do pensamento geométrico. Este trabalho tem como objetivo divulgar essa metodologia, apresentar a avaliação final para que o professor possa, com as sugestões, saber utilizar os materiais concretos com respaldo teórico. Com a comparação da metodologia de ensinar geometria através da resolução de problemas, feita pelo professor Rafael, o professor poderá escolher uma metodologia que melhor enquadra com sua realidade escolar.

2.2. DIRETRIZES CURRICULARES NACIONAIS PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

São as diretrizes que estabelecem a base nacional comum, criado para orientar, organizar, articular, desenvolver e avaliar as propostas pedagógicas das redes de ensino no Brasil. E com as atualizações das políticas educacionais que unificam o direito de todo brasileiro à formação humana, cidadã e profissional, tem os seguintes objetivos:

I. Sistematizar os princípios e diretrizes da educação básica, orientando e assegurando a formação básica comum nacional. E está previsto nos parâmetros curriculares nacionais do ensino fundamental que um dos blocos de conhecimento que o professor de matemática deve explorar é o espaço e forma.

II. Estimular a reflexão crítica e propositiva. Acredito que com a utilização correta dos materiais concretos, pesquisada neste trabalho, e a resolução de problemas nas aulas de geometria, pesquisada pelo professor Rafael, estaremos contribuindo para esse objetivo.

III. Orientar os cursos de formação inicial e continuada de professores, técnicos e outros profissionais da educação. O resultado deste trabalho contribuirá para este objetivo no ensino da geometria.

As bases do projeto nacional de educação responsabilizam o poder público, a família, a sociedade e a escola em garantir aos estudantes alguns princípios em que o ensino deve ser ministrado, dentre eles está o pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas.

> Em função do desenvolvimento das tecnologias, uma característica contemporânea marcante no mundo do trabalho, exigem-se trabalhadores mais criativos e versáteis, capazes de entender o processo de trabalho como um todo, dotados de autonomia e iniciativa para resolver problemas em equipe e para utilizar diferentes tecnologias e linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita). Isso faz com que os profissionais tenham de estar num contínuo processo de formação e, portanto, aprender a aprender torna-se cada vez mais fundamental.
> (BRASIL, 1998. P. 27)

Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (2013, p.22) uma escola de qualidade social é centrada no diálogo, na colaboração, nos sujeitos e nas aprendizagens, seguindo alguns requisitos tais como: “[...] III – foco no projeto político pedagógico, no gosto da aprendizagem, e na avaliação das aprendizagens como instrumentos de contínua progressão aos estudantes; [...]”

A matriz curricular deve se organizar em eixos temáticos definidos pela escola ou pelo sistema educativo permitindo a concretização da proposta de trabalho centrada na visão interdisciplinar. Ela facilita e organiza os assuntos, a problematização e a ligação lógica dos conteúdos. Em matemática, temos os parâmetros curriculares nacionais de matemática como documento oficial para se basear na construção de uma matriz curricular, e seguindo o mesmo, temos a seguinte informação.

> A seleção de conteúdos a serem trabalhados pode se dar numa perspectiva mais ampla, ao procurar identificá-los como formas e saberes culturais cuja assimilação é essencial para que produza novos conhecimentos. Dessa forma, pode-se considerar que os conteúdos envolvem explicações, formas de raciocínio, linguagens, valores, sentimentos, interesses e condutas. Assim, nesses parâmetros os conteúdos estão dimensionados não só em conceitos, mas também em procedimentos e atitudes.
> (BRASIL, 1998. P. 49)

A base nacional comum e a parte diversificada do currículo devem ser organizadas seguindo ao projeto político pedagógico sendo possível à escola dentre outras coisas viverem situações práticas onde um fenômeno, problema, experiência possa ser descritos e analisados segundo diferentes perspectivas e corrente de pensamento. Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (2013, p.34) “A organização curricular assim concebida supõe outra forma de trabalho na escola, que consiste na seleção adequada de conteúdos e atividades de aprendizagem, de métodos, procedimentos, técnicas e recursos didático-pedagógicos”.

Além do mais, segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (2013, p.39) atribui a responsabilidade ao professor de “[...] criar situações que provoquem nos estudantes a necessidade e o desejo de pesquisar e experimentar situações de aprendizagem como conquista individual e coletiva, [...]”. O professor precisa ainda saber orientar, avaliar e elaborar propostas, conhecer e compreender as etapas do desenvolvimento dos estudantes.

> [...] Atualmente, mais que antes, ao escolher a metodologia que consiste em buscar a compreensão sobre a lógica mental, a partir da qual se identifica a lógica de determinada área do conhecimento, o docente haverá de definir aquela capaz de desinstalar os sujeitos aprendizes, provocar-lhes curiosidade, despertar-lhes motivos, desejos. Esse é um procedimento que contribui para o desenvolvimento da personalidade do escolar, mas pressupõe chegar aos elementos essenciais do objeto de conhecimento e suas relações gerais e singulares.
> (BRASIL, 2013. P. 59)

A avaliação das metodologias aplicada ao ensino de geometria averiguado pelo autor neste trabalho e pelo professor Rafael em sua pesquisa proporcionará ao docente criar essas situações que tanto falta em sala de aula.

2.3. PLANO NACIONAL DE EDUCAÇÃO PARA OS ANOS 2011 - 2020

O novo plano nacional de educação, instituído no PL 8530/10 pelo poder Executivo para vigorar de 2011 a 2020, apresentam dez diretrizes objetivas e vinte metas, acompanhada das respectivas estratégicas específicas de concretização. Tanto as metas quanto as estratégias premiam iniciativas para todos os níveis, modalidades e etapas educacionais.

O projeto confere em força de lei às aferições do índice de desenvolvimento da educação básica (Ideb) e o confronto dos resultados do Ideb com a média dos resultados em matemática, leitura e ciências obtidas nas provas do programa internacional de avaliação de alunos (PISA) que são aplicados a cada três anos nos alunos de 15 anos participantes da organização para a cooperação e desenvolvimento econômico (OCDE) e países convidados, como o Brasil.

E para atingir os objetivos propostos, dentre as diretrizes está à melhoria da qualidade do ensino. A meta 7 deste plano nacional de educação faz menção a melhora dos índices do Ideb até 2021, e como estratégias está o seguinte:

> Selecionar, certificar e divulgar tecnologias educacionais para o ensino fundamental e médio, assegurada a diversidade de métodos e propostas pedagógicas, bem como o acompanhamento dos resultados nos sistemas de ensino em que forem aplicadas.
> (BRASIL, 2011. p. 32)

Esse trabalho entra como um suporte ao elaborar uma proposta pedagógica nas aulas de matemática, mas precisamente em geometria. As avaliações externas em que as escolas são submetidas, dentre elas o PISA, sempre apresentam questões de matemática, muitas delas de geometria. A avaliação de diferentes metodologias aplicadas ao ensino de geometria possibilitará o professor planejar um plano de aula ao explorar espaço e forma com mais respaldo através dos resultados encontrado neste trabalho junto com o trabalho feito pelo professor Rafael.

> Nesse aspecto, a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a

comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios".

(BRASIL, 1998. p. 27)

3. O MODELO VAN HIELE DO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

O modelo teve origem em 1957, nas dissertações de doutorado de um casal de holandeses, Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele, pela universidade de Utrecht nos Países Baixos. Criado para orientar e avaliar as habilidades do aluno, ajudando-o a atingirem um nível mais alto da estrutura cognitiva do desenvolvimento do pensamento geométrico.

Na década de 60 a União Soviética adotou esse modelo após a reformulação do currículo de geometria nas suas escolas. Em 1973, Hans Freudenthal cita em seu livro *"Mathematical as an Educational Task"* e em 1976 este trabalho ganhou destaque através da divulgação em seu país, feita pelo professor norte americano Izack Wirzup. E após a tradução para o inglês feito por Gelddes, Fuys e Tisher em 1984, fez com que, nas últimas décadas, possa ser considerado um suporte teórico fundamental para compreender e favorecer a aprendizagem e a avaliação em geometria.

Os estudos realizados pelo casal Van Hiele mostram que, em sala de aula, quando o nível cognitivo dos alunos é inferior ao necessário para o desenvolvimento de um determinado conteúdo ele acaba não sendo assimilado, que a idade dos alunos e o desenvolvimento de seu pensamento geométrico não são diretamente proporcionais e também que são poucos os estudantes que conseguem atingir o nível mais alto, o do rigor geométrico. E esses fatores devem ser levados em conta ao se desenvolver qualquer atividade que tenha por fundamento esse tipo de modelo geométrico.

O método consiste em desenvolver cinco níveis hierárquicos de compreensão que subentendem uma metodologia de trabalho coerente com a compreensão da estrutura cognitiva mental de cada aluno.

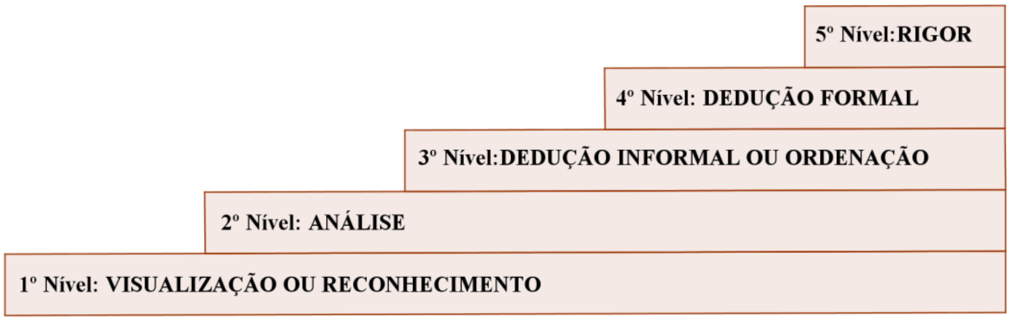


Figura 1: Níveis do desenvolvimento cognitivo geométrico do aluno

1º. Visualização ou Reconhecimento: os raciocínios são baseados em informações puramente visuais podendo haver identificação das figuras geométricas, mas sem que sejam explicitadas propriedades para esta identificação. Kaleff (2008, p.45) esclarece que neste nível um aluno pode aprender o vocabulário geométrico, pode identificar formas específicas, reproduzir uma figura dada etc.

2º. Análise: Os raciocínios são baseados em análise informais feitas por observação e experimentação. As características das figuras geométricas são observadas, mas ainda não é possível explicitar inter-relações entre as figuras e propriedades. Kaleff (2008, p.45) esclarece que os estudantes começam a discernir características das figuras geométricas, estabelecendo propriedades que são, então, usadas para conceituarem classes e formas.

3º. Dedução informal ou ordenação: Os raciocínios englobam definições abstratas, sendo possível o estabelecimento de inter-relações entre propriedades, observando-se ou constatando-se a inclusão ou interseção de classes, havendo distinção entre a necessidade e a suficiência de determinadas propriedades de um conceito geométrico. Kaleff (2008, p.45) esclarece que o aluno neste nível não compreende o significado de uma dedução como o todo, ou o papel dos axiomas. Provas formais podem ser acompanhadas, mas os alunos não percebem como construir uma prova a partir de premissas diferentes.

4º. Dedução formal: É possível observar deduções relacionando afirmações de forma articulada e em sequência lógico-dedutiva. Kaleff (2008, p.45) esclarece que o aluno pode construir provas (e não somente memorizá-las) e percebe a possibilidade de desenvolver uma prova de mais de uma maneira.

5º. Rigor: É possível analisar sistemas dedutivos com rigor e, consequentemente, estudar diferentes geometrias sem que haja necessidade de um modelo concreto. Kaleff (2008, p.46) esclarece que os alunos são capazes de se aprofundarem na análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independência e completude dos axiomas.

Algumas características do modelo sugerem um roteiro a ser seguido na implementação da proposta enquanto método de ensino. São elas:

a) Sequencial: Para sucesso em um determinado nível cognitivo, o aluno deve ter adquirido as estratégicas mentais dos níveis anteriores;

b) Avanço: O progresso de um nível depende dos conteúdos estudados e dos métodos de ensino empregados;

c) Intrínseco e extrínseco: Os objetos de um nível se transformam em objetos de estudo para os níveis posteriores;

d) Linguística: Cada nível tem seus próprios símbolos linguísticos. Uma relação pode ser aceita em um nível e ser modificada posteriormente;

e) Combinação adequada: A atividade didática deve ajudar o aluno a desenvolver o nível em que se encontra.

Seguindo a metodologia de ensino adequada ao desenvolvimento dos níveis propostos são consideradas as seguintes fases não necessariamente hierárquicas:

1) Fase 1 – questionamento ou informação: Deve ser intensificado o diálogo entre o professor e aluno apresentando observações e questões envolvendo os objetos de estudo.
2) Fase 2 – orientação direta: Estimula-se a exploração dos materiais selecionados pelo professor e realizam-se atividades que possibilitam respostas específicas e objetivas.

3) Fase 3 – explicitação: Busca-se o refinamento do vocabulário e a troca de opiniões sobre as observações sendo mínimo o papel do professor.
4) Fase 4 – orientação livre: São realizadas tarefas em aberto, ou seja, aquelas que possam ser completadas de várias maneiras.
5) Fase 5 – integração ou fechamento: Deve-se trabalhar a revisão e a síntese dos conteúdos. Deve acostumar o aluno a escrever o conteúdo visto, mesmo que reproduza a fala do professor ou a cópia do quadro, lembrando que o fechamento é de responsabilidade do professor. Kaleff (2008, p.48) esclarece que o papel do professor nesta fase é de auxiliar no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem, todavia introduzir ideias novas ou discordantes.

Segundo ALVES e SAMPAIO, vários autores consideram uma relação entre a epistemologia genética de Jean Piaget e o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele.

> Piaget identificou quatro fatores atuantes no processo de desenvolvimento cognitivo: maturação, experiência com o mundo físico, experiências sociais e equilibração. A equilibração e a maturação eram os fatores mais importantes para a passagem de um estágio de desenvolvimento a outro. Na teoria de Van Hiele, entretanto, a principal preocupação é com relação ao processo de ensino-aprendizagem em geometria; este sim, um meio através do qual o estudante atinge certo nível de desenvolvimento.
> (AlVES; SAMPAIO, 2010, P. 71)

As experiências baseadas no modelo de Van Hiele mostram uma variedade de atividades geométricas que podem ser desenvolvidas com os alunos. A relevância do modelo foi constatada em várias pesquisas em todo o mundo e mostrou que é possível elaborar materiais seguindo uma metodologia para confrontar e promover os avanços cognitivos de acordo com os níveis propostos.

Crowley sugere que no nível da visualização, dentre as coisas que o professor poderá proporcionar aos alunos está a manipulação e construção de figuras geométricas. Trabalhar com problemas que podem ser resolvidos manejando figuras. Neste sentido são desenvolvidas neste trabalho as oficinas que seguem estas sugestões. No nível da análise o professor poderá proporcionar aos alunos atividades em que faria uso das medidas, recortes e modelagens, a fim de identificar propriedades geométricas. No nível da dedução informal o aluno poderia acompanhar argumentos de deduções informais.

O aluno que tenha desenvolvido plenamente nos dois primeiros níveis estará preparado cognitivamente para compreender a natureza da dedução. Portanto, o material usado nesse nível deve cumprir a meta de preparar o aluno para a aprendizagem posterior. A linguagem utilizada pelo professor também é de fundamental importância em cada nível. Ao trabalhar no nível da visualização certos termos devem ser apresentados e estimulados como, por exemplo, “todo”, “algum”, “sempre”, “nunca”, “às vezes”, e outros. No nível da análise, incluem “segue-se que ...” e “se ... então ...” e no nível da dedução informal devem ser empregados os termos “axioma”, “postulado”, “teorema”, “recíproco”, “necessário” e “suficiente”

Os alunos devem ser desafiados a explicar suas afirmações e argumentos. Para tanto, o professor deve formular questões apropriadas intensificando o diálogo entre professor-aluno e aluno-aluno.

> [...] Agora são necessários professores e pesquisadores para se aprimorarem as fases da aprendizagem, desenvolver materiais baseados no modelo Van Hile e implementar o uso desses materiais e essa filosofia no contexto da sala de aula. O raciocínio geométrico pode ser acessível a todas as pessoas.
> (CROWLEY, 1994, p. 19)

3.1. MATERIAIS MANIPULATIVOS EM SALA DE AULA

A aplicação do modelo Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico está internamente ligado ao uso de materiais manipulativos em sala de aula, pois é ele que permitirá o desenvolvimento do conteúdo matemático no nível da abstração, ou seja, os níveis da visualização e da análise.

> Resumidamente, pode-se dizer que na sala de aula, não se deve utilizar os materiais didáticos pelos próprios materiais. Ou seja, o professor deve utilizá-lo com a preocupação voltada para os obstáculos cognitivos apresentados pelos alu-

> nos na construção do conceito, para relacioná-los com as habilidades matemáticas que devem ser desenvolvidas e com a formação do significado.
> (KALEFF, 2008, p.59)

Os materiais manipulativos em sala de aula além de despertar a curiosidade no aluno, estimulando perguntas, auxiliam na descoberta das semelhanças e diferenças, no levantamento de hipóteses e nas conclusões. O planejamento da aula é fundamental neste processo para promover o desenvolvimento cognitivo do aluno.

Antes de usar qualquer material concreto em sala de aula é interessante observar as seguintes etapas:

1. Planeje a aula, estabelecendo o conteúdo a ser abordado: as oficinas aplicadas foram previamente planejada seguindo o modelo de Van Hile do desenvolvimento do pensamento geométrico para explorar o Teorema de Pitágoras.
2. Utilize o material em diferentes funções e níveis, para que o aluno veja a versatilidade do material em relação ao conteúdo proposto: em toda oficina o aluno construía o seu material e o utilizava para realizar as atividades, mediadas pelo professor, a fim de desenvolver os três primeiros níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico segundo Van Hiele.
3. Estimule o aluno na exploração do material antes de começar a atividade: o aluno nas oficinas após construir o seu material concreto ficava livre para o explorar o material.
4. Apresente uma situação problema para que o aluno tenha estímulo para resolvê-la: em toda oficina o aluno era desafiado em montar um quebra cabeça e no final da atividade era desafiado a resolver um problema sobre o conteúdo explorado.
5. Procure descobrir como os alunos estão raciocinando sobre o que estão fazendo: o diário de bordo realizado em cada oficina permitiu fazer essa observação.
6. Peça para que os alunos registrem tudo o que observam para acompanhar e verificar se estão aprendendo: algumas das atividades das oficinas, principalmente na utilização da fase do fechamento, permitiu realizar esta etapa.

7. A turma ficará mais agitada e muito provavelmente os alunos conversarão mais durante a realização das atividades com os materiais concretos. Interprete como troca de conhecimentos: além do diálogo gerado entre os alunos com o uso do material concreto foi pedido nas oficinas que os alunos sentassem em grupos, pois a fase da explicitação estimula a troca de opiniões entre os colegas.

Convém resaltar ainda que a manipulação de material não significa necessariamente construção de significados. Qualquer recurso didático deve servir para que os estudantes aprofundem e ampliem seus conhecimentos. Deve-se fluir a imaginação, a sensibilidade dos alunos para assim oferecer a diversidade de pensamento e de linguagem. A manipulação de materiais além de dinamizar o ensino, possibilita a criação e exploração da construção de conhecimentos, abrindo espaço para uma educação significativa, dialógica e transforma a sala de aula de matemática num ambiente que encoraja os alunos a propor, explorar possibilidades, levantar hipóteses, justificar seus raciocínios e validar suas próprias conclusões.

A manipulação de modelos concretos auxilia o processo de construção dos modelos mentais dos diversos elementos geométricos, através da identificação e generalização de propriedades e do reconhecimento de padrões, em uma estrutura formal.

> Apesar da força de convencimento para os alunos que possam ter esses experimentos com material concreto ou com a medição de um desenho, eles não se constituem provas matemáticas. Ainda que essas experiências possam ser aceitas como “provas” no terceiro ciclo, é necessário, no quarto ciclo, que as observações do material concreto sejam elementos desencadeadores de conjecturas e processos que levem às justificativas mais formais.
>
> (BRASIL, 1998. p. 127)

Por isso que o PCN de matemática do ensino fundamental sugere para o caso da exploração do teorema de Pitágoras que essa justificativa possa ser feita através da congruência das figuras planas ou no princípio da aditividade para as áreas. E as oficinas criadas neste trabalho se utilizaram desse referencial.

4. A PESQUISA[3]

A pesquisa de campo foi realizada nas duas primeiras semanas do mês de novembro de 2013 e devidamente autorizada pela escola municipal Creusa Fortes de Pinho Jordão (Anexo 7.1) localizada no município de Angra dos Reis. Foi aplicado três oficinas em duas turmas de nono ano do ensino fundamental, mas precisamente nas turmas 9B do turno da manhã com o uso da metodologia resolução de problemas (trabalho realizado pelo professor Rafael) e na turma 9D do turno da tarde com o uso da metodologia do modelo Van Hiele (trabalho feito pelo autor).

Estas duas turmas foram muito comentadas pelos professores por razão da indisciplina, conversas paralelas durante o desenvolvimento das aulas, pela agitação dos alunos e o número excessivo deles numa mesma sala. O interesse em aplicar a pesquisa proposta nestas turmas foi primeiro, a aceitação do projeto pela escola e, especialmente, por eu ter tomado ciências dos comentários feitos em relação aos comportamentos dos alunos durante as aulas também com os outros professores. Outro fator que também orientou nesta escolha foi perceber que os conteúdos do bloco curricular espaço e forma não foram bem trabalhados pelos professores de matemática dos anos anteriores, que deram preferência aos cálculos algébricos, aritméticos, e em geometria a aplicação de fórmulas, e exploração de ângulos. Este fato me faz acreditar que os professores de matemática deste município dão importância maior aos conteúdos do bloco de números e operações, em contradição ao que orientam os parâmetros curriculares nacionais do ensino fundamental que apontam como conteúdos dos currículos de matemáticas que os professores devem contemplar: números e operações, em aritmética e álgebra, espaço e forma, em geometria, e grandezas e medidas, e sempre fazendo a interligação entre outros campos matemáticos. Daí surgiu à necessidade de aplicar um questionário aos docentes de matemática neste município (Anexo 7.2) para verificar como o ensino de matemática, em especial da geometria, está sendo trabalhado por esses profissionais.

A metodologia desta pesquisa se caracterizou como um estudo de caso, proposto em duas turmas específicas, para analisar as hipóteses e avaliar o uso de diferentes metodologias aplicado ao ensino da geometria, para confirmação ou

[3] Parte deste trabalho foi feito pelo professor Rafael Nogueira Luz.

reformulação do problema em estudo. O estudo de caso assumiu uma perspectiva mais etnográfica ou interpretativa, de abordagem qualitativa, pois buscou investigar e interpretar reações, atitudes e comportamentos como um todo orgânico, uma unidade de ação com dinâmica própria, frente ao trabalho com o conteúdo teorema de Pitágoras através do uso das metodologias avaliadas neste trabalho.

Para investigar estes casos foram realizadas três oficinas com duração de uma hora e quarenta minutos cada (dois tempos de aula) e foram utilizados os seguintes instrumentos para coleta de informações: diários de bordo e registros em folha, que foram produzidos pelos alunos observados na pesquisa durante as atividades mediadas pelo professor Julio Pontes. O diário de bordo permitiu o registro das observações, enquanto as atividades foram acontecendo, incluindo as descrições dos alunos e dos seus comportamentos, descrevendo episódios ou retratando diálogos.

As atividades das oficinas com o uso do modelo Van Hiele no desenvolvimento do pensamento geométrico aplicados para a 9D foram extraídas e adaptadas no portal da uff[4] sobre conteúdos digitais para o ensino e aprendizagem de matemática e estatística, tendo a professora responsável pela criação das atividades Ana Maria Kaleff.

Para a realização das oficinas os alunos trabalharam em grupos e todas as atividades registradas foram individuais.

4.1. QUESTIONÁRIO APLICADO AOS DOCENTES[5]

O questionário deveria ter sido aplicado no mês de novembro de 2014 na coordenação de matemática que haveria neste mês, porém com os feriados e outras prioridades a secretaria de educação de Angra dos Reis cancelou todas as coordenações de área no final daquele ano. Então somente no retorno do ano letivo, no dia 12 de fevereiro de 2014 este instrumento de coleta de informações pode ser aplicado na primeira coordenação de área de matemática, e serviu para verificar como o ensino de matemática, em especial da geometria, está sendo trabalhado

[4] Disponível em http://www.uff.br/cdme/tangrans_pitagoricos/index.html
[5] Parte comum aos trabalhos feito por Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz.

por esses profissionais. Estiveram presentes 27 professores de matemática de diferentes localidades do município, continente e ilha, contratados e efetivos, que não são a totalidades de professores desta disciplina, mas que representam boa parte deles. E esse número é suficiente para constatar algumas informações.

A primeira questão teve o objetivo de verificar com que frequência o professor aborda cada bloco de conhecimento matemático. Foi coletado o seguinte.

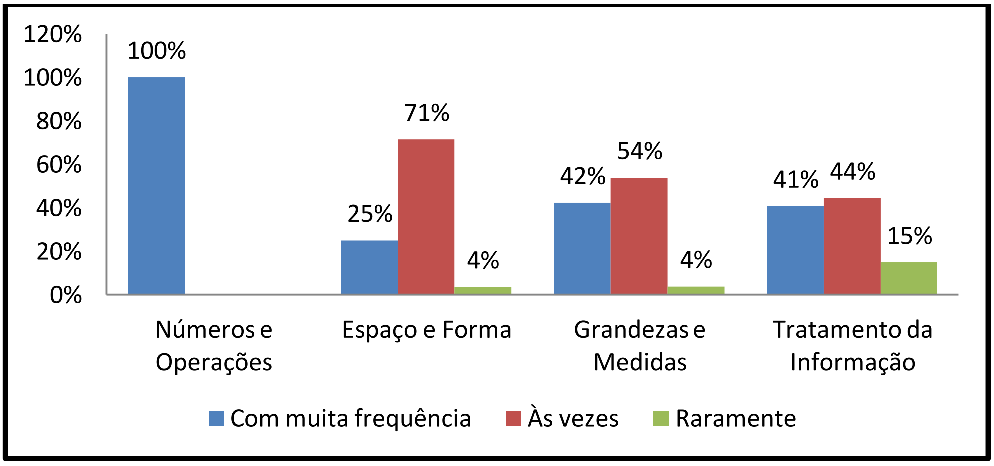


Gráfico 1: Verificar com que frequência cada bloco de conhecimento matemático é ensinado pelos professores do município de Angra dos Reis

Podemos observar com o gráfico 1 que dos quatros blocos do conhecimento matemático, o espaço e forma é o mesmos abordado. Além disso, Números e Operações é o bloco de conhecimento que os professores dão maior preferência.

A segunda questão teve o intuito de analisar quais ferramentas e com que frequência o professor de matemática as utiliza quando aborda espaço e forma em suas turmas. O resultado encontrado se encontra a seguir.

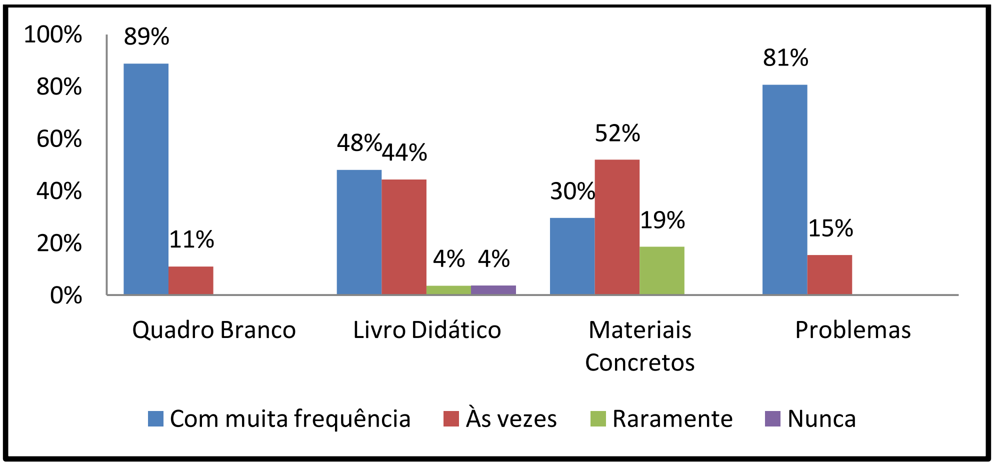


Gráfico 2: Quais ferramentas e com que frequência o professor de matemática as utiliza quando aborda espaço e forma

Ao analisar o gráfico 2 percebemos que a maioria dos professores de matemática do município de Angra dos Reis, dão preferência ao explorar espaço e forma em sua turmas, o quadro branco, a resolução de problemas, e o livro didático. A utilização do material concreto é bastante utilizado por apenas 30% desses professores. Essas informações só confirmam as observações e conversas informais feitas com os professores durante as coordenações de matemática. A única ferramenta que os professores têm certeza que podem estar utilizando ao entrar em sala de aula é o quadro branco. Os professores estão habituados a utilizar essa ferramenta, com exercícios e problemas prontos, e ou retirado dos livros didáticos, além de alegarem o desinteresse dos alunos com a matéria, e facilidade para o professor de fazer com que o aluno reproduza em seu caderno aquilo que se encontra no quadro. Isso mostra que os professores não estão utilizando metodologias adequadas ao ensinar geometria.

A terceira questão teve o intuito de descobrir se os professores já ouviram falar sobre o modelo Van Hiele e se estão acostumados a utilizá-lo em suas aulas. O gráfico a seguir relata o que foi observado.

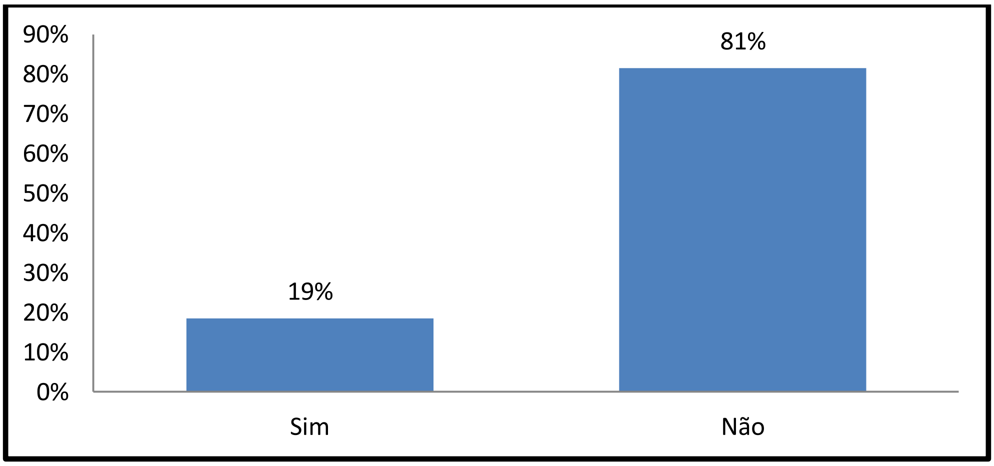


Gráfico 3: Professores de matemática do município de Angra dos Reis que conhecem o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico

Dos professores de matemática deste município podemos constatar que apenas 19% dos professores que utilizam o material concreto com seus alunos conhecem o modelo Van Hile, além disso, a pesquisa mostrou que destes, apenas 3 professor utilizam, de vez em quando, este modelo para ensinar geometria. Essas informações constata a importância da divulgação para esses professores de uma metodologia de ensinar geometria ao se utilizar do material concreto.

A quarta questão teve o intuito de descobrir quando os professores utilizam problemas ao ensinar geometria. O gráfico a seguir mostra o que foi constatado.

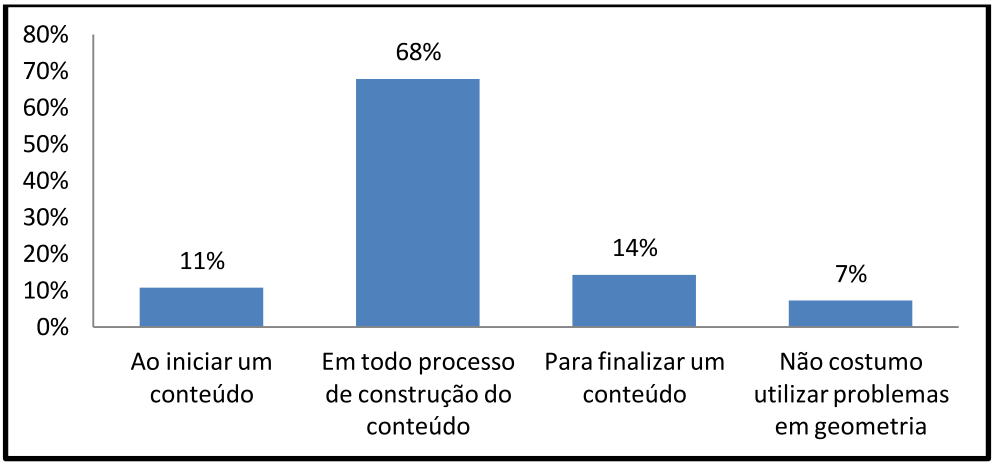


Gráfico 4: Quando os professores do município de Angra dos Reis utilizam problemas ao ensinar geometria

Dos professores que utilizam problemas em geometria, 68 % as utilizam durante todo o processo de construção do conteúdo, conforme afirma a metodologia de resolução de problemas. E a divulgação desta metodologia para esses professores só ajudará na aplicação correta de problemas ao ensinar geometria.

Na quinta e última questão foi perguntado se os professores gostariam de ter informações sobre diferentes metodologias aplicadas ao ensino da geometria. O gráfico a seguir mostra o que foi coletado.

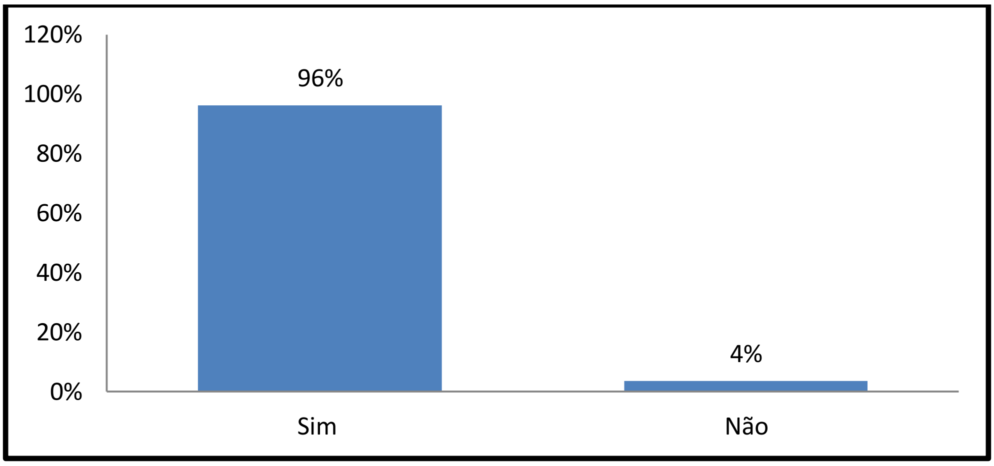


Gráfico 5: Interesse dos professores de matemática de Angra dos Reis em conhecer diferentes metodologias aplicadas ao ensino da geometria

As informações retiradas do gráfico 5 mostra que os professores, em quase sua totalidade, estão interessados em conhecer diferentes metodologias aplicado ao ensino da geometria. Dentre as respostas para esse interesse temos o enriquecimento do conhecimento e do trabalho, da melhoria do ensino e aprendizagem, e fazer o professor sentir mais capacitado ao ensinar geometria. A negativa se dá pela indisponibilidade de horário para uma capacitação.

4.2. TESTE INICIAL[6]

O teste inicial aplicado no dia 14 de outubro de 2013 (Anexo 7.2) serviu como instrumento para verificar o nível de desenvolvimento geométrico em que

[6] Parte comum aos trabalhos feito por Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz.

os alunos se encontravam em relação aos conteúdos explorados e constatar sua evolução no decorrer das oficinas. Estiveram presentes 31 alunos da 9B e 24 alunos da 9D e a análise deste teste segue a seguir com as devidas constatações.

A primeira questão teve o objetivo de verificar se os alunos ao desenharem um quadrado, um retângulo ou um triângulo retângulo reconheceriam e explicitariam o ângulo reto. A ideia de desenhar as três figuras foi para não influenciar nas respostas das atividades posteriores. Foi coletado o seguinte.

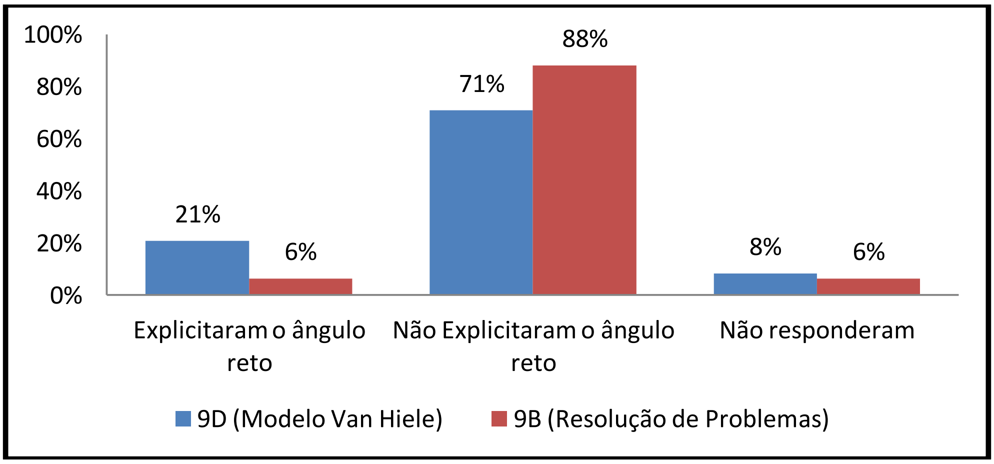


Gráfico 6: Verificar, nas turmas, se os alunos explicitam o ângulo reto nas principais formas geométricas

Ao analisar o gráfico percebemos que a maioria dos alunos não representou o ângulo reto nas figuras desenhadas, de maneira mais acentuada na turma 9B.

A segunda e terceira questões tinham o intuito de analisar, se os alunos já tinham ouvido falar sobre o matemático Pitágoras, e se os mesmos conheciam o teorema de Pitágoras. Ambas as questões eram de múltipla escolha, em caso de resposta afirmativa, era solicitada justificativa. Os resultados estão a seguir.

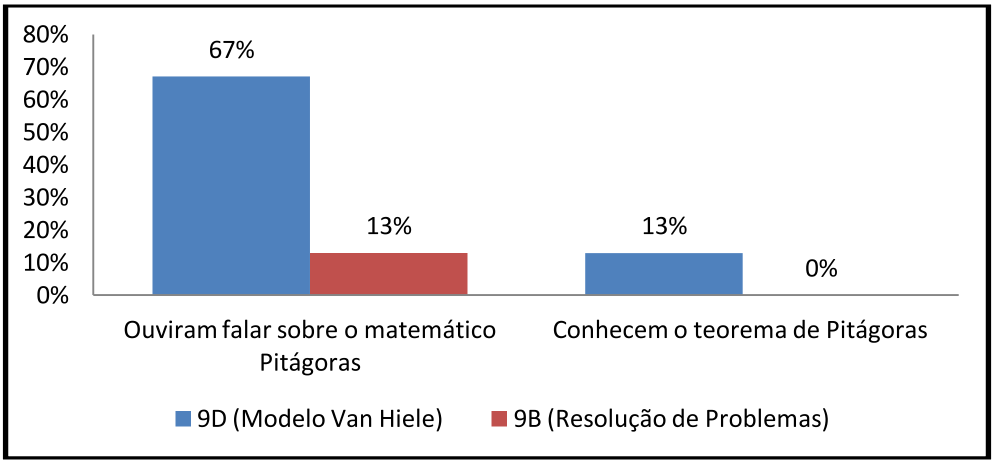


Gráfico 7: Verificar, nas turmas, se os alunos ouviram falar sobre o matemático Pitágoras e se conheciam o teorema de Pitágoras

Pela análise do gráfico, vemos que a turma 9D apresentou um conhecimento referente a Pitágoras bem maior, no entanto, com relação ao Teorema, mostraram que não conheciam ou não lembravam. Vale destacar que, na turma 9B, nenhum aluno mencionou conhecer o teorema de Pitágoras. Tais dados condizem com o fato do Professor da turma ter passado um trabalho no 1º bimestre para a 9D sobre os principais matemáticos, dentre eles o Pitágoras, e não ter passado este trabalho para a 9B pois só assumira a turma no segundo bimestre.

A quarta e quinta questões tinham o objetivo de analisar qual abordagem os alunos preferem nas aulas de matemática, as questões eram de múltipla escolha, e era dada a opção de justificativa em caso de resposta afirmativa. As questões relacionavam-se com as respectivas metodologias do ensino de geometria escolhidas para a pesquisa em questão. O resultado se encontra a seguir.

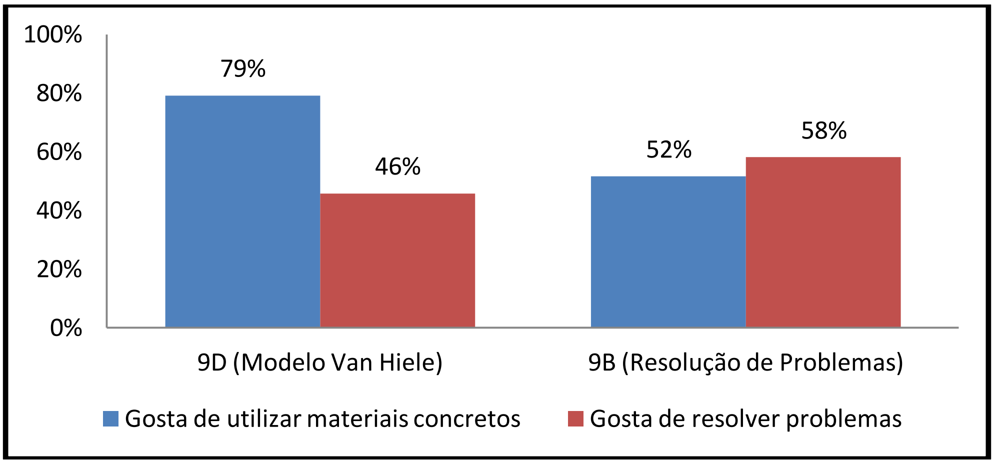


Gráfico 8: Verificar, nas turmas, qual a preferência na abordagem de conteúdos matemáticos

Pelos dados podemos constatar que a turma 9D apresentou um resultado favorável com relação a utilização de materiais concretos nas aulas de matemática, enquanto, na turma 9B, o gosto por resolução de problemas se destacou. Esse fato confirma a aplicação da oficina adequada para cada turma específica.

4.3. OFICINA DO MODELO VAN HIELE DO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Composta de duas partes, a descrição da estrutura cognitiva por níveis mentais e uma metodologia de ensino para desenvolver o conceito geométrico em cada nível. Mesmo sendo utilizado nas cinco últimas décadas e criticado por considerá-la inadequada para as escolas atuais. Kaleff (2008, p.49) esclarece que essas críticas, no entanto, como vivenciadas no LEG (Laboratório de Ensino de Geometria) na Universidade Federal Fluminense, não devem tirar o valor pedagógico do modelo, pois podem ser ultrapassadas com o emprego de procedimentos didáticos mais adequados aos dias atuais.

Este modelo aponta que quando um ensinamento ocorre acima do nível em que o aluno se encontra o conteúdo não é bem assimilado. Isso é muito comum nas escolas atuais, onde muitos professores estão mais preocupados em passar o conteúdo do que na aprendizagem do aluno. Além disso, se concepções errôneas forem aprendidas, ficará mais difícil de serem esquecidas. A idade não interfere no crescimento dos níveis de pensamento geométrico, e poucos estudantes atingem o nível mais alto.

As oficinas criadas seguindo este modelo levaram em consideração as afirmações anteriores.

4.2.1. PRIMEIRA OFICINA: DESCOBRINDO O TEOREMA DE PITÁGORAS COM O TANGRAM PITAGÓRICO COM QUADRADOS

Esta oficina teve início com a construção do tangram pitagórico com quadrados, tendo por meta apresentar aos alunos uma atividade matemática seguindo o modelo Van Hiele e verificar os níveis de desenvolvimento geométrico em que se encontravam. Os materiais utilizados foram três folhas de papel cartão ou emborrachado fino (com cerca de 3mm de espessura) de cores diferentes, cola em bastão. A proposta desta atividade foi apresentar o teorema de Pitágoras de maneira mais intuitiva, tendo como pré-requisito o conhecimento de figuras geométricas elementares e área de figuras geométricas. A ficha desta atividade (anexo 7.3) e as observações feitas no diário de bordo (anexo 7.4) se encontram no final do trabalho.

Quando os alunos souberam que durante duas semanas eles teriam na aula de matemática a confecção de quebra-cabeças, eles aceitaram bem. Na primeira oficina participaram 27 alunos. A principio, as divisões dos grupos foram feito pelos próprios alunos. No início das atividades durante a explicação do que seria feito alguns alunos estavam dispersos, mas logo quando a atividade começou com o recorte e a colagem dos quadrados, a turma se acalmou. A colagem dos quadrados em alguns casos não ficou legal, precisando da interferência do professor. E conforme os alunos iam terminando de construir o quebra-cabeça tentavam responder as próximas atividades.

Após a confecção do quebra cabeça onde os alunos raciocinaram basicamente por meio visual, a partir da segunda questão por meio da fase da orientação direta, os alunos começam a observar através da experimentação conceitos geométricos, sendo desenvolvido o nível da análise. Esta questão pede para os alunos com duas peças de mesma cor, um trapézio e outro triângulo, monte a representação de um quadrado. Os alunos não tiveram grandes problemas na montagem deste quadrado, com exceção de alguns alunos que formaram outros formatos, mas após a interferência de seus próprios colegas, todos realizaram esta atividade formando a figura a seguir.

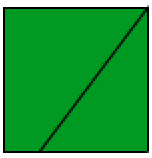


Figura 2: Quadrado formado sobre o menor cateto (oficina 1)

A terceira questão continuava a desenvolver o nível da análise através da fase da orientação direta. Nesta questão os alunos tiveram que montar outro quadrado com três peças de mesma cor, sendo dois triângulos e um quadrilátero. Mais uma vez os alunos não tiveram grandes problemas, levaram um pouco mais de tempo, mas com a ajuda de seus colegas todos realizaram a atividade e montaram a figura seguir.

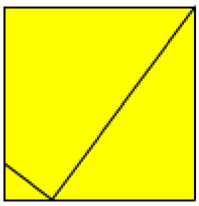


Figura 3: Quadrado formado sobre o maior cateto (oficina 1)

A quarta questão, ainda no nível da análise, a fases utilizada são a do questionamento, pois o professor levanta um diálogo sobre as observações anteriores, além de utilizar a fase da orientação direta, pois os alunos ainda estão explorando o conceito com o uso do material. Os alunos tiveram que montar outro quadrado com as peças restantes, com a exceção do triângulo de cor diferente das demais. Boa parte da turma só conseguiu montar o quadrado maior com a interferência do professor e a ajuda de alguns colegas de classe, mesmo assim alguns alunos não conseguiram montar a figura desejada, mostrando com isso que nem todos os alunos haviam desenvolvido o primeiro nível que é o da visualização, pois mesmo observando o quadrado montado do colega, o mesmo não conseguia montar o quadrado pedido.

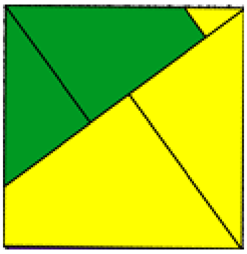


Figura 4: Quadrado formado sobre a hipotenusa (oficina 1)

A quinta questão continuava a explorar o nível da análise e a utilizar a fase do questionamento e orientação direta. Esta questão pedia para justapor os quadrados formados nos lados do triângulo cuja cor é diferente das demais. A única dificuldade enfrentada nesta questão é a maioria dos alunos havia desmontado os quadrados montado nas questões anteriores, e por isso tiveram que montá-lo novamente. A figura formada se encontra a seguir.

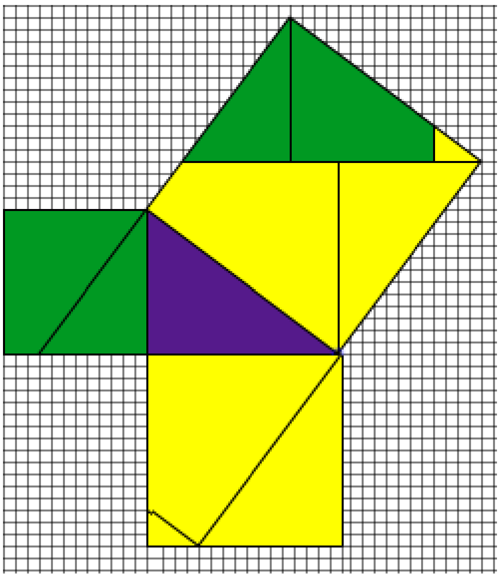


Figura 5: Tangram Pitagórico com quadrados montados (oficina 1)

A sexta questão ocorre o fechamento do nível da análise, onde os alunos registraram as conclusões sobre o conceito trabalhado. Os alunos deveriam encontrar alguma relação entre o tamanho do triângulo retângulo e os lados dos quadrados das figuras justapostas, discutindo com seus colegas. O que foi observado se encontra no gráfico a seguir.

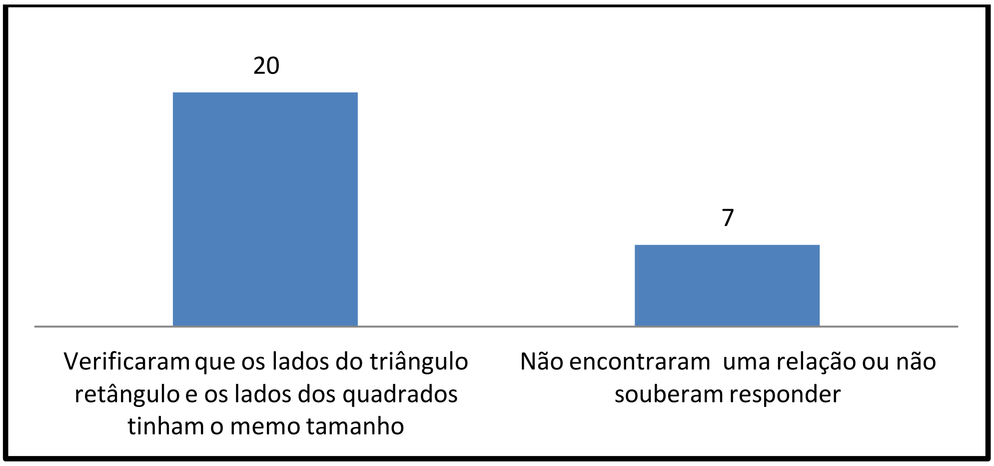
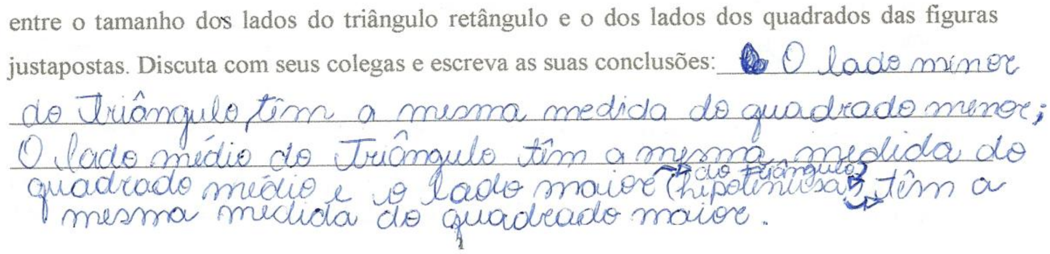


Gráfico 9: Observação dos alunos quanto à relação entre o tamanho dos lados do triângulo retângulo e o dos lados dos quadrados das figuras justapostas (oficina1)

Boa parte da turma conseguiu verificar a relação pedida por meio de uma análise informal no que foi observado na experimentação, registrando um crescimento do nível cognitivo geométrico e fechando bem o nível da análise, conforme vemos na resposta de alguns alunos:

Segundo o aluno J:


6. Observe bem essa figura formada com todas as peças. Tente encontrar alguma relação entre o tamanho dos lados do triângulo retângulo e o dos lados dos quadrados das figuras justapostas. Discuta com seus colegas e escreva as suas conclusões: O lado menor do Triângulo têm a mesma medida do quadrado menor; O lado médio do Triângulo têm a mesma medida do quadrado médio e o lado maior (hipotenusa) do triângulo têm a mesma medida do quadrado maior.

Segunda o aluno T:

6. Observe bem essa figura formada com todas as peças. Tente encontrar alguma relação entre o tamanho dos lados do triângulo retângulo e o dos lados dos quadrados das figuras justapostas. Discuta com seus colegas e escreva as suas conclusões: A relação entre o lado do triângulo e do quadrado e que todos eles tem o tamanho proporcional ao lado do triângulo

Segunda o aluno A:

6. Observe bem essa figura formada com todas as peças. Tente encontrar alguma relação entre o tamanho dos lados do triângulo retângulo e o dos lados dos quadrados das figuras justapostas. Discuta com seus colegas e escreva as suas conclusões: Os lados do triangulo e relativo a mesma medida dos quadrados.

A sétima questão tinha o objetivo de começar a desenvolver no aluno o nível da dedução informal formando definições abstratas, estabelecendo inter-relações das propriedades entre as figuras, através da orientação direta e explicitação, pois os alunos deveriam expressar suas opiniões. Os alunos deveriam verificar a relação entre a área de cada quadrado justaposto aos lados do triângulo retângulo. Obtive o seguinte resultado.

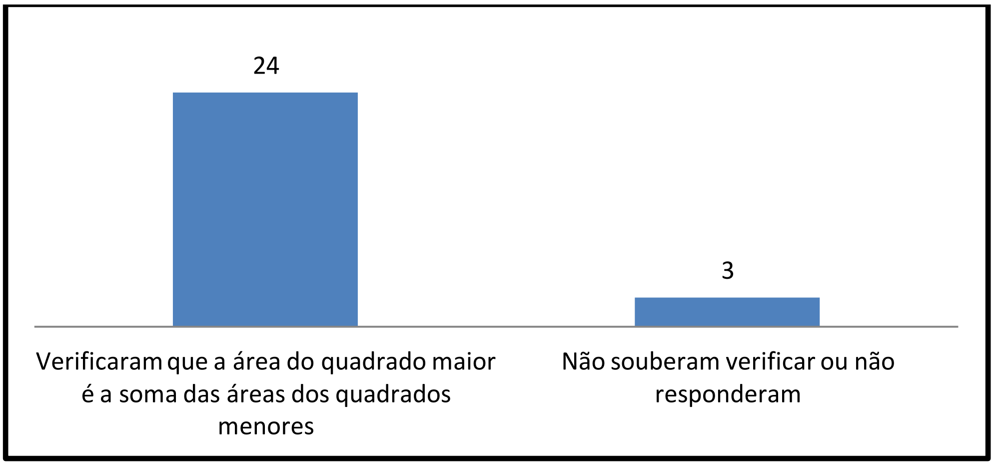


Gráfico 10: Observação dos alunos quanto à relação entre as áreas dos quadrados justapostos aos lados do triângulo retângulo (oficina 1)

Quase toda a turma conseguiu verificar a relação pedida nesta questão, porém sem a escrita formal, conforme vemos nas respostas de alguns alunos:

Segundo o aluno T:

> 7. Vire as peças e conte os quadradinhos que recobrem cada uma delas. Calcule a área de cada quadrado justaposto aos lados da peça triangular. O que você observa?
>
> Eu observei que contando os quadrados menores e somando os e, Eu tive a resposta do quadrado maior pois ele tem os quadrados menores dentro dele.

Segundo o aluno N:

> 7. Vire as peças e conte os quadradinhos que recobrem cada uma delas. Calcule a área de cada quadrado justaposto aos lados da peça triangular. O que você observa?
>
> Que os quadrados menores formam o quadrado grande a área dos dois quadrado menores forma a área do quadrado grande.

Segundo o aluno W:

> 7. Vire as peças e conte os quadradinhos que recobrem cada uma delas. Calcule a área de cada quadrado justaposto aos lados da peça triangular. O que você observa?
>
> Que a soma da área de dois quadrados menores forma a área do quadrado maior.

A oitava questão realizou o fechamento da dedução informal generalizando o tamanho dos lados do triângulo retângulo em a, b, c. Os alunos observaram o desenho feito pelo professor no quadro, e através do questionamento usou-se um vocabulário algébrico chegando à relação $a^2 = b^2 + c^2$.

A nona questão através da fase da explicitação, os alunos deveriam explicitar verbalmente o que se observa na questão, e deveriam ser capaz de descobrir sozinhos o tamanho da hipotenusa de catetos 3 e 4. Foi observado o seguinte.

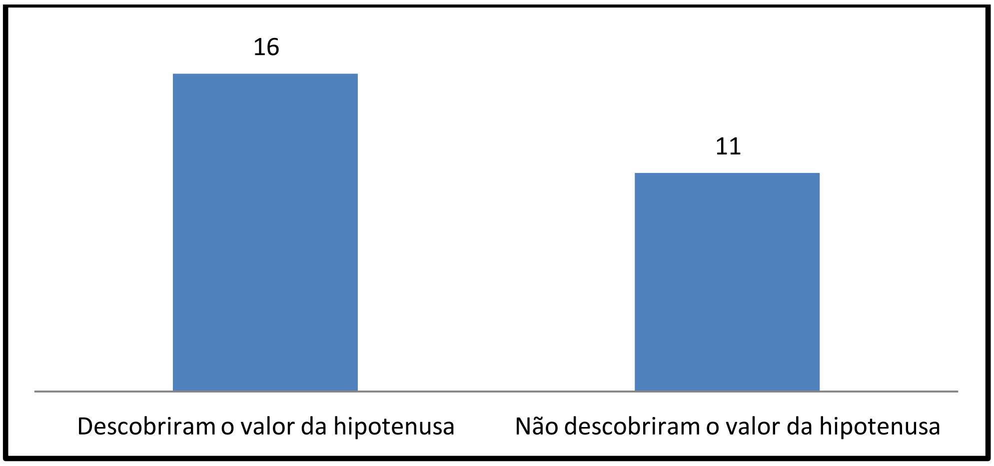


Gráfico 11: Verificar se os alunos sabem usar a relação entre os lados de um triângulo retângulo (oficina 1)

A turma ainda não se encontra em um nível de desenvolvimento geométrico capaz de acompanhar uma dedução formal, pois tinham dificuldades de responder com suas palavras o que se pedia em cada questão, além disso, 11 alunos não acertaram a nona questão, mostrando assim que é preciso desenvolver mais os primeiros níveis ao se trabalhar o teorema de Pitágoras nesta turma, através de outras oficinas.

Apesar de toda a turma não ter conseguido desenvolver os três primeiros níveis do desenvolvimento geométrico explorando o teorema de Pitágoras, a aceitação da turma com este tipo de atividade foi boa, além de ter despertado uma curiosidade e participação de alguns alunos que normalmente não se sobressaiam bem nas aulas de matemática.

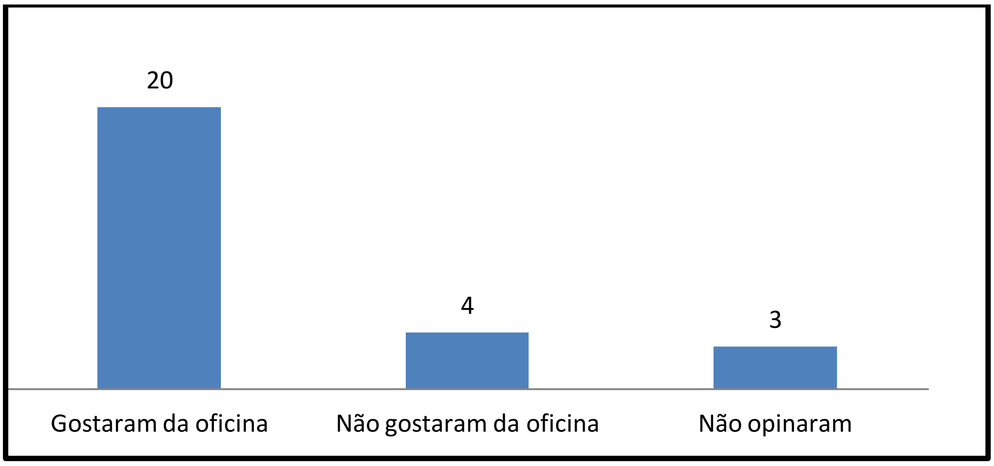
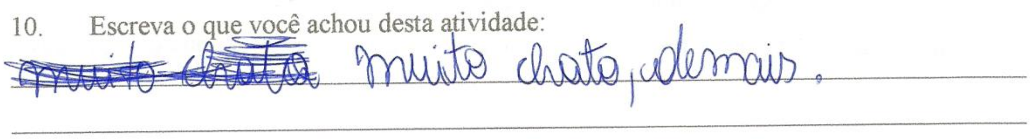


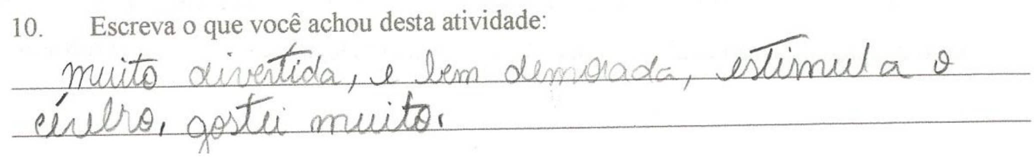
Gráfico 12: Opinião dos alunos sobre a oficina 1

Os alunos que não gostaram desta oficina, acharam chata ou demorada demais. Já os alunos que gostaram, acharam a oficina divertida, interessante, legal. Podemos verificar isso nas respostas de alguns alunos.

Segunda o aluno B:


10. Escreva o que você achou desta atividade:
~~muito chata~~ muito chato, demais.

Segundo o aluno R:


10. Escreva o que você achou desta atividade:
muito divertida, e bem demorada, estimula o cérebro, gostei muito.

4.2.2. SEGUNDA OFICINA: DESCOBRINDO O TEOREMA DE PITÁGORAS COM O TANGRAM PITAGÓRICO COM TRIÂNGULOS

Esta oficina teve início com a construção do tangram pitagórico com triângulos, tendo por meta apresentar aos alunos uma atividade matemática seguindo o modelo Van Hiele e verificar a progressão dos níveis de desenvolvimento geométrico em que se encontravam. Os materiais utilizados foram 3 folhas de papel-cartão ou emborrachado fino (com cerca de 3mm de espessura) de cores diferentes, 1m de plástico adesivo transparente por grupo. A proposta desta atividade foi apresentar o teorema de Pitágoras de maneira mais intuitiva, tendo como pré-requisito o conhecimento de figuras geométricas elementares e semelhança de triângulos. A ficha desta atividade (anexo 7.5) e as observações feitas no diário de bordo (anexo 7.6) se encontram no final do trabalho.

A turma demorou entrar na sala na troca de professores, atrapalhando o início das atividades, mas logo após entrarem e receberem o material a turma ficou quieta e foram logo se separando em grupos e construindo o quebra-cabeça. Nesta segunda oficina participaram 27 alunos. Desta vez eles foram mais autônomos e souberam responder com mais facilidade, tendo problema apenas na atividade final. Devo destacar a fala de uma aluna no início da atividade que mencionou “professor, todas as suas aulas poderiam ser assim”. Normalmente essa aluna não gosta da aula de matemática.

A questão inicial os alunos deveriam construir o tangram pitágorico com triângulos, pegando o desenho que se encontrava no final da atividade, recortando-os e colando no verso de cada um dos papéis cartão os triângulos de mesmo tamanho. Além disso, os triângulos recortados no papel cartão deveriam ser colocados em papel plástico adesivo formando a figura inicial deixando um pequeno espaço entre eles, conforme a figura a seguir.

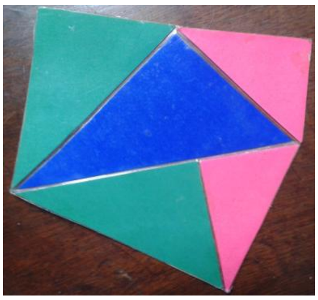


Figura 6: Tangram Pitagórico com triângulos montados (Oficina 2)

Após a confecção do quebra cabeça onde os alunos raciocinaram basicamente por meio visual, a partir da segunda questão por meio da fase do questionamento, o professor e os alunos estabelecem um diálogo onde o vocabulário específico do nível é introduzido. Os alunos tiveram que nomear os triângulos retângulos escalenos conforme a figura a seguir. Os alunos tiveram dificuldades em nomear os triângulos da forma pedida, pois nunca fizeram algo parecido em sala de aula, e por esse motivo alguns alunos começaram a dispersar sobre a atividade e outros ficaram esperando a explicação do professor.

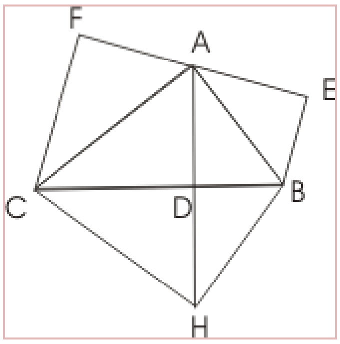


Figura 7: Triângulos retângulos do Tangram Pitagórico com triângulos (Oficina 2)

Além disso, no final desta questão através da fase da explicitação, os alunos explicitaram por escrito e com integração com seus colegas o que observaram sobre os triângulos do quebra-cabeça. Teve o objetivo de verificar se os alunos observaram semelhanças nos triângulos ou alguma relação entre eles. As observações foram: eles têm a mesma forma, são iguais, têm mesmo tamanho, os triângulos juntos formam um só.

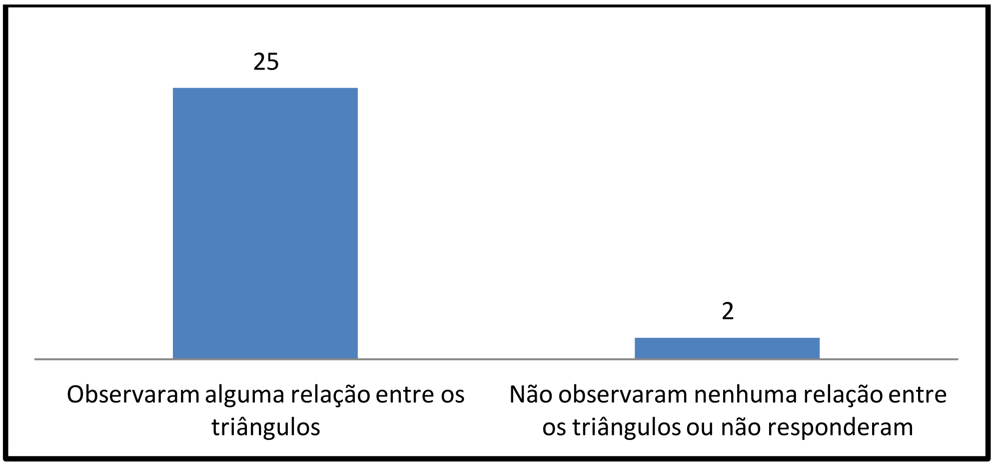


Gráfico 13: Verificar se os alunos encontraram alguma relação entre os triângulos do quebra cabeça (Oficina 2)

Como a maioria dos alunos da turma conseguiram observar alguma relação entre os triângulos, podemos concluir que a turma desenvolveu o nível cognitivo da visualização ao se trabalhar esse conteúdo geométrico específico. Tal resposta se dá pelo fato da aula anterior já ter começado a explorar o desenvolvimento geométrico seguindo o modelo de Van Hiele.

A terceira questão começava a desenvolver o nível da análise através da observação e experimentação. Seguindo a fase da orientação direta os alunos utilizaram o material construído para explorar as características das áreas dos triângulos. Essa questão teve o objetivo de verificar se os alunos conseguiam observar informalmente que as áreas dos triângulos de mesma forma são iguais, apenas justapondo um sobre o outro. Ainda sem uma escrita específica foi observado o seguinte.

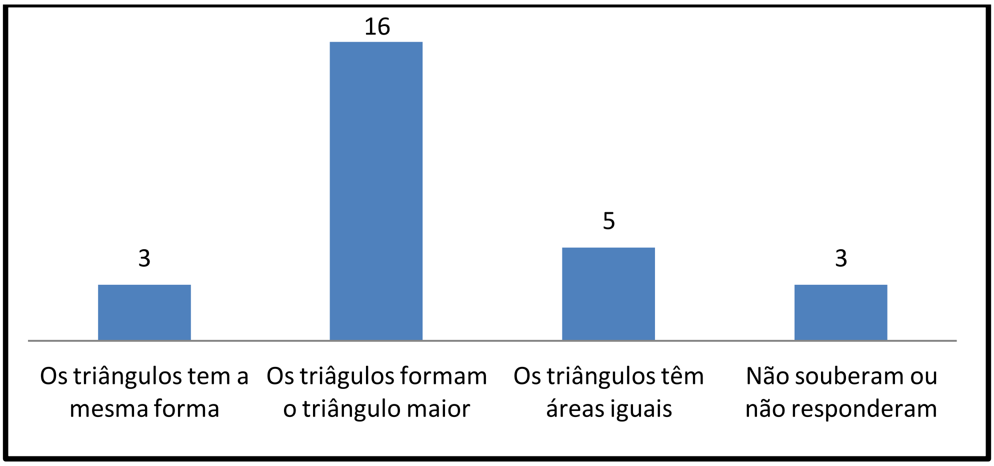


Gráfico 14: Observação dos alunos sobre as áreas dos triângulos de mesma forma do Tangram Pitagórico com triângulos (Oficina 2)

Os alunos em sua maioria souberam estabelecer relações entre as figuras, mas apenas cinco alunos souberam explicitar a propriedade da área, mostrando que ainda a turma em sua maioria já havia desenvolvido o nível cognitivo da analise, mas não da dedução informal.

A quarta questão tem como objetivo desenvolver o nível da dedução informal através da orientação direta, onde os alunos exploraram os conceitos de ângulos e semelhança de triângulos. Os alunos tiveram dificuldade de acompanhar esta atividade, por utilizar definições abstratas e propriedades de conteúdos geométricos não explorados ou mal explorados por eles em anos escolares anteriores. Com isso exigiu um pouco mais do professor em recordar e explicar essa carência de conteúdo geométrico para levar gradativamente os alunos a familiarizarem com as características cognitivas deste nível. Os alunos deveriam observar que os triângulos formados interiormente ao maior triângulo retângulo escaleno são semelhantes. E foi observado o seguinte.

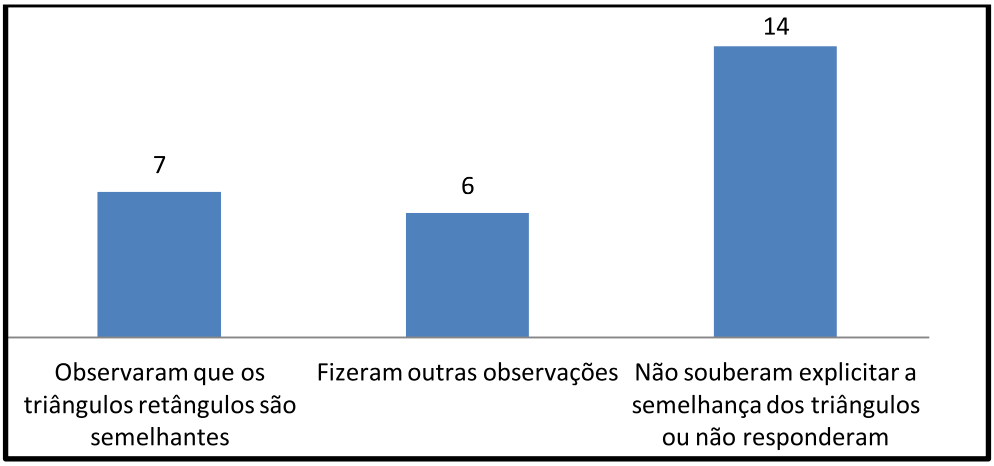


Gráfico 15: Observação dos alunos sobre a semelhança dos triângulos retângulos formados internamente ao triângulo retângulo maior (Oficina 2)

O inicio da quinta questão ocorre o fechamento do nível da dedução informal sintetizando o que foi estudado. Em seguida inicia o nível da dedução formal através da orientação direta do professor. Os alunos tiveram dificuldade de acompanhar as sequencias de afirmações da prova chegando ao teorema de Pitágoras, pois conforme visto no gráfico10, os alunos ainda se encontram e sua maioria no nível da dedução informal.

A sexta questão através da fase da explicitação, os alunos deveriam explicitar verbalmente o que se observa na questão, e deveriam ser capaz de descobrir sozinhos o tamanho de um dos catetos, sabendo que o outro catetos mede 6 cm e a hipotenusa mede 10 cm. Por ter terminado o horário da aula e os alunos já estavam querendo ir embora, foi pedido para não responderem essa questão a qual seria visto posteriormente na próxima aula.

A sétima questão teve o objetivo de colher a opinião dos alunos sobre essa oficina. E o gráfico a seguir mostra o resultado encontrado.

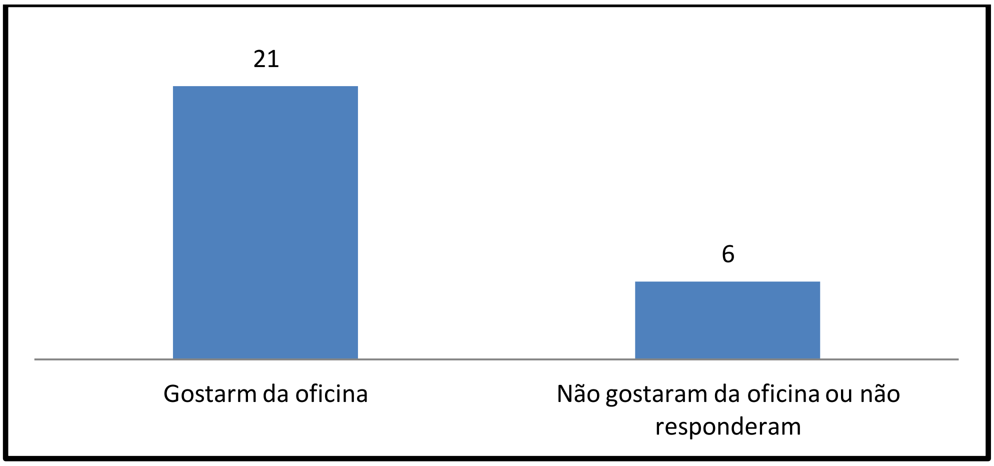
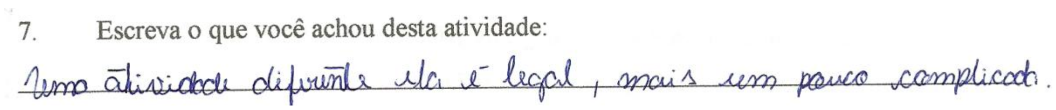


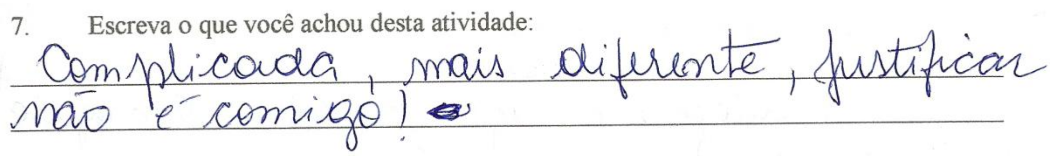
Gráfico 16: Opinião dos alunos sobre a oficina 2

Grande parte dos alunos gostou deste tipo de aula, porém achara complicada, isso justifica pelo fato desta oficina tentar desenvolver o nível da dedução formal, mas que grande parte da turma ainda se encontrar nos níveis anteriores. Podemos observar isso nas respostas de alguns alunos.

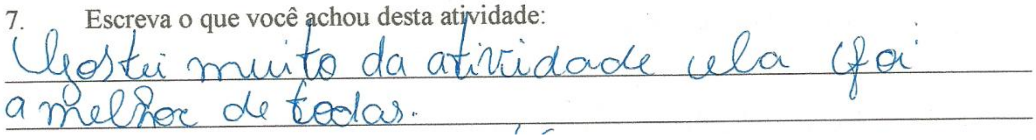
Segundo o aluno A:


7. Escreva o que você achou desta atividade:
Uma atividade diferente ela é legal, mais um pouco complicada.

Segundo o aluno E:


7. Escreva o que você achou desta atividade:
Complicada, mais diferente, justificar não é comigo!

Segundo o aluno L:


7. Escreva o que você achou desta atividade:
Gostei muito da atividade ela foi a melhor de todas.

Esse aluno L merece um comentário em especial. Normalmente nas aulas de matemática é um aluno com muita dificuldade, que demorava a fazer as atividades e isso quando realizava, não era participativo, porém com essas duas primeiras oficinas observei justamente o oposto. É um dos alunos mais participativo, e isso é um objetivo que trabalhar com materiais concretos possibilita na aula de matemática, levar o interesse para o aluno.

4.2.3. TERCEIRA OFICINA: DESCOBRINDO A GENERALIZAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS COM O TANGRAM PITAGÓRICO COM POLÍGONOS QUAISQUER

Esta oficina teve início com a construção do tangram pitagórico com polígonos quaisquer, tendo por meta apresentar aos alunos uma atividade matemática seguindo o modelo Van Hiele e verificar a progressão dos níveis de desenvolvimento geométrico em que se encontravam. Os materiais utilizados foram 3 folhas de papel-cartão ou emborrachado fino (com cerca de 3mm de espessura) de cores diferentes, papel quadriculado (com quadrado de 0,5mm de lado) e cola. A proposta desta atividade foi apresentar o teorema de Pitágoras de maneira mais intuitiva, tendo como pré-requisito o conhecimento de figuras geométricas elementares, área de figuras e semelhança de triângulos. A ficha desta atividade (anexo 7.7) e as observações feitas no diário de bordo (anexo 7.8) que se encontram no final do trabalho.

A turma mais uma vez demorou entrar na sala, pois estavam em tempo vago, atrapalhando o início das atividades, mas logo após entrarem e receberem o material a turma ficou quieta construindo o quebra-cabeça. Nesta terceira oficina participaram 27 alunos. Mais uma vez as divisões dos grupos foram feitam pelos próprios alunos. Eles foram mais autônomos e souberam responder com mais facilidade as questões iniciais.

A questão inicial os alunos deveriam construir o Tangram Pitágorico com polígonos quaisquer formados com 9 peças triangulares, pegando o desenho que se encontrava no final da atividade, recortando-os e colando em um papel quadriculado para só depois recortar e colar no verso de cada um dos papéis cartão os triângulos de mesmo tamanho. O quebra cabeça inicial é a figura a seguir.

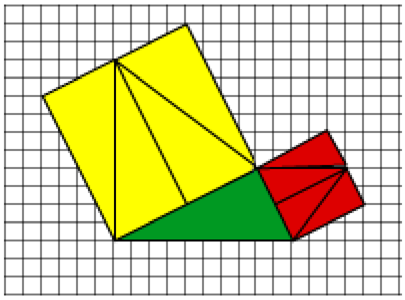


Figura 8: Quebra-cabeça inicial do Tangram Pitagórico com polígonos quaisquer

Após a confecção do quebra cabeça onde os alunos raciocinaram basicamente por meio visual, a partir da segunda questão ainda utilizando o primeiro nível de desenvolvimento geométrico e através da fase da orientação direta e explicitação, os alunos exploraram o material e expressaram por meio de desenho a posição em que duas peças de mesma cor deveriam se encontrar. O resultado encontrado nessa questão se encontra no gráfico a seguir.

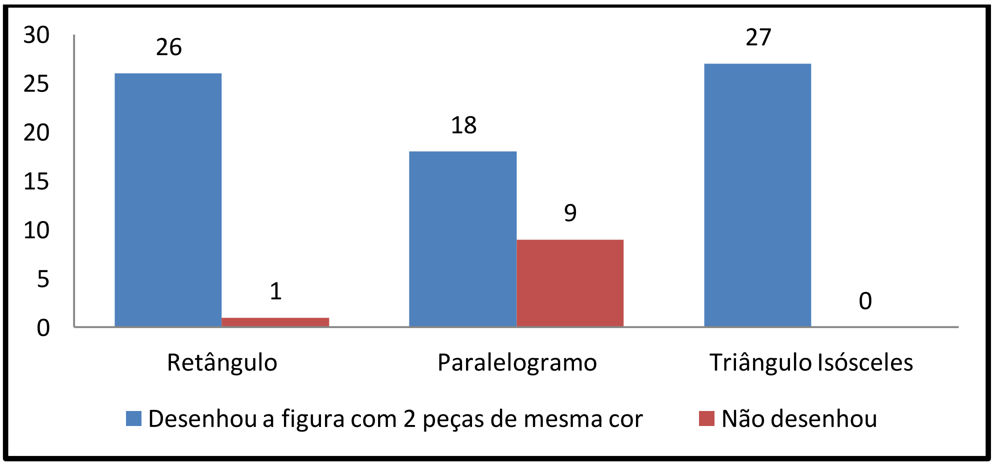


Gráfico 17: Números de alunos que conseguiram montar formas com 2 peças de mesma cor (Oficina 3)

Foi observado que as figuras mais simples, como o retângulo e triângulo, os alunos já tinham em sua maioria desenvolvido o primeiro nível de desenvolvimento geométrico que é o da visualização, porém quanto ao reconhecimento da figura do paralelogramo $1/3$ da turma ainda não tinha desenvolvido esse primeiro nível de desenvolvimento geométrico segundo Van Hiele.

A terceira questão continuava a desenvolver o nível da visualização através da fase da orientação direta e explicitação, só que dessa vez os alunos exploraram o material e expressaram por meio de desenho a posição em que quatro peças de mesma cor deveriam se encontrar. O resultado encontrado nessa questão se encontra no gráfico a seguir.

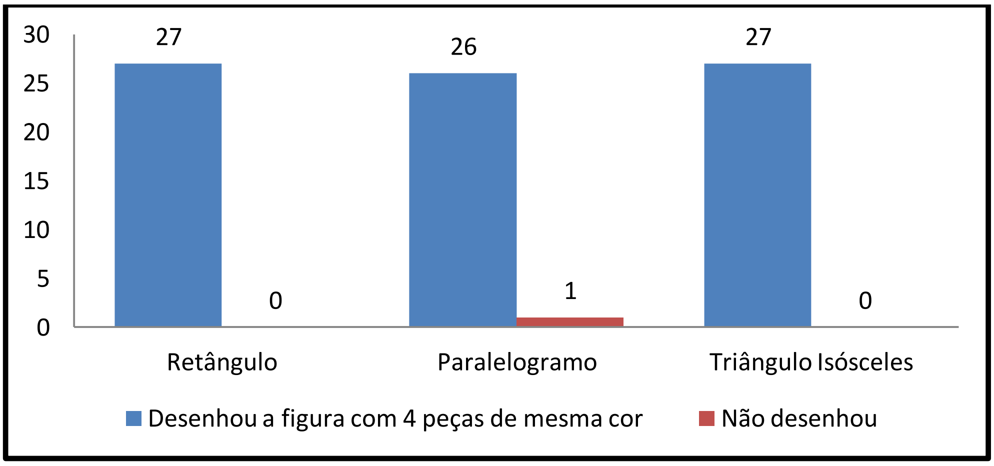


Gráfico 18: Números de alunos que conseguiram montar formas com 4 peças de mesma cor (Oficina 3)

Como essa atividade é parecida com a anterior, isso contribuiu para o sucesso desta atividade. Isso mostra que os alunos desenvolveram o nível da visualização, com exceção de um aluno. Porém esse aluno na atividade em sala conseguiu montar o que foi pedido, com a ajuda de seus colegas, mas não conseguiu transpor em forma de desenho.

A quarta questão teve o objetivo de desenvolver o nível da análise através das partes montadas com a observação e experimentação, através da fase da orientação livre, pois é uma tarefa em aberto, já que os alunos podem resolver de várias maneiras. Os alunos não tiveram grandes complicações para realizar esta atividade. A quinta questão é uma continuação da questão anterior, porém na fase de fechamento, já que revisa o que foi feito e construído nas questões anteriores. Os alunos devem justapor as figuras construídas anteriormente sobre cada um dos lados do triângulo retângulo, conforme a figura a seguir.

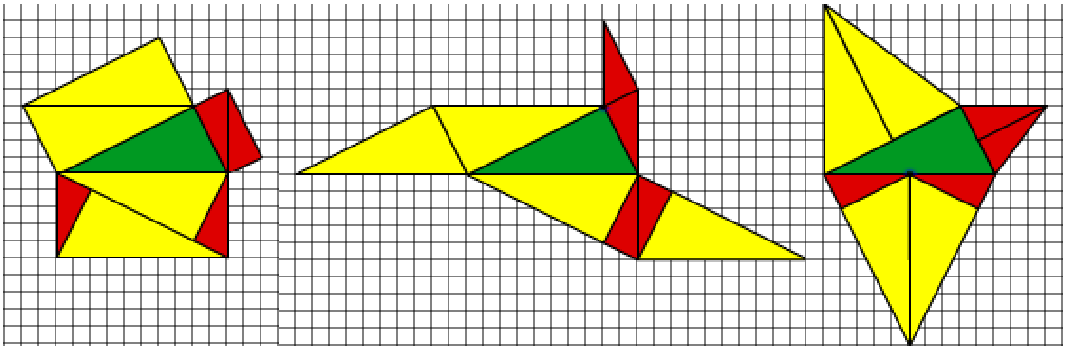
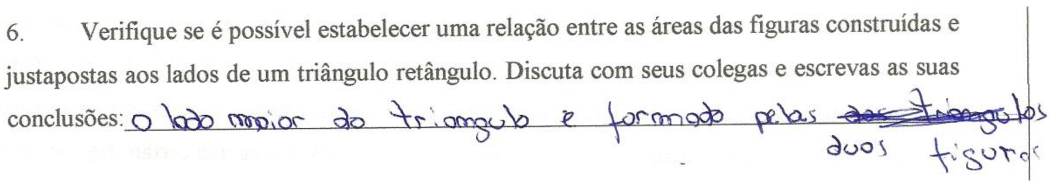


Figura 9: Tangram Pitagórico com polígonos quaisquer montados (Oficina 3)

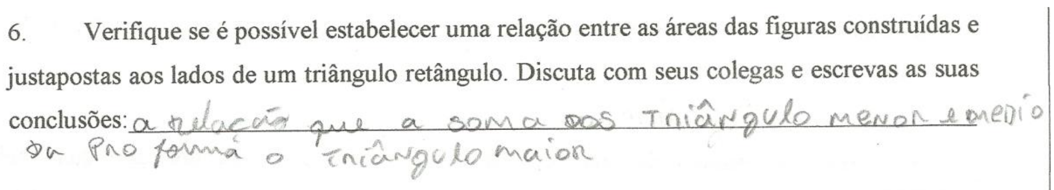
A sexta questão inicia o nível da dedução informal através da fase do questionamento e explicitação, pois é levantada uma questão sobre a relação entre as áreas das figuras justapostas a cada um dos lados do triângulo retângulo. O aluno deve observar e expressar por escrito suas conclusões. Nenhum aluno fez referência direta ao conceito de área, mas 20 alunos observaram que a figura formada sobre o maior lado do triângulo retângulo é composta pelas figuras formadas sobre os outros dois lados, conforme vemos nas respostas de alguns alunos.

Segundo o aluno J:



6. Verifique se é possível estabelecer uma relação entre as áreas das figuras construídas e justapostas aos lados de um triângulo retângulo. Discuta com seus colegas e escrevas as suas conclusões: o lado maior do triangulo e formado pelas ~~dos triangulos~~ duas figuras

Segundo o aluno A:



6. Verifique se é possível estabelecer uma relação entre as áreas das figuras construídas e justapostas aos lados de um triângulo retângulo. Discuta com seus colegas e escrevas as suas conclusões: a relacão que a soma dos Triângulo menor e medio da pro formá o triângulo maior

Segundo o aluno J:

6. Verifique se é possível estabelecer uma relação entre as áreas das figuras construídas e justapostas aos lados de um triângulo retângulo. Discuta com seus colegas e escrevas as suas conclusões: O maior lado do triângulo retângulo é formado pela soma dos lados menores.

A sétima questão é uma continuação da questão anterior, mas através da fase da orientação direta. A oitava e nona questão é usada a fase do questionamento no nível da dedução informal, pois observações são levantadas e o vocabulário específico do nível é introduzido.

A décima questão através da fase da explicitação, os alunos deveriam explicitar verbalmente o que se observa na questão, e deveriam ser capazes de descobrir a área do retângulo justaposto à hipotenusa, e o valor da base desse retângulo. Foi observado o seguinte:

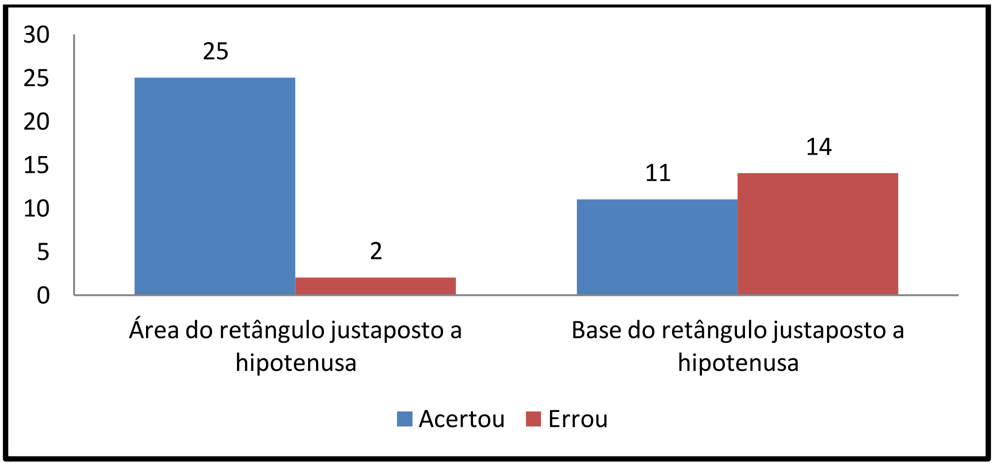


Gráfico 19: Verificar se os alunos sabem usar a relação entre os lados de um triângulo retângulo (oficina 3)

A última questão teve o objetivo de colher a opinião dos alunos sobre essa oficina. E o gráfico a seguir mostra o resultado encontrado.

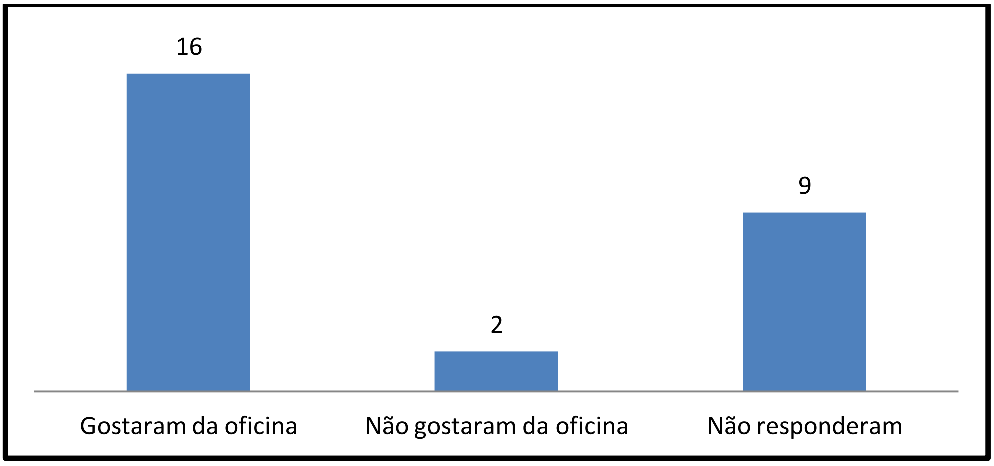
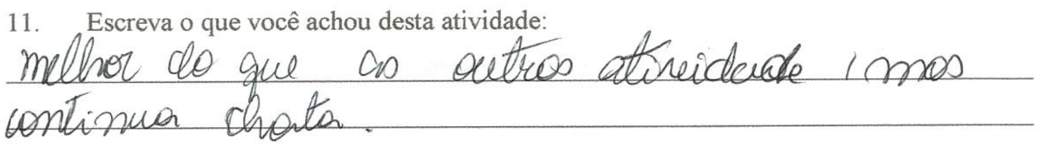


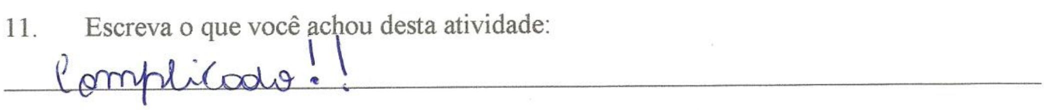
Gráfico 20: Opinião dos alunos sobre a oficina 3

O elevado número de alunos que não opinaram sobre essa oficina se deve ao fato da aula já ter terminado, e a consequentemente com a pressa para ir embora preferiram deixar em branco essa questão. O que chamou a atenção foi os dois alunos que não gostaram dessa oficina, justificando ser chata ou complicada, justamente os alunos que sobressaem bem nas aulas tradicionais. E a resposta desses dois alunos se encontra abaixo junto com de outro aluno, que também chamou a atenção porque é um aluno que normalmente não gosta das aulas de matemática, e que dessa vez, mesmo com a dificuldade, achou-a divertida.

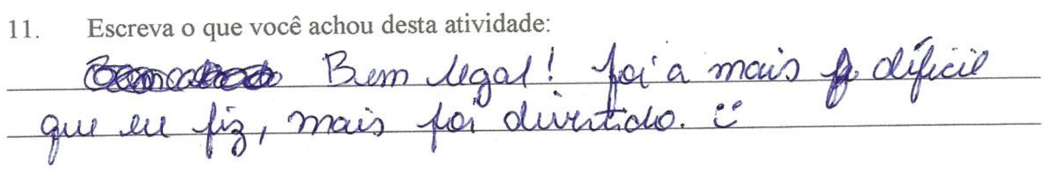
Segundo o aluno A:


11. Escreva o que você achou desta atividade:
melhor do que os outros atividade, mas continua chata.

Segundo o aluno M:


11. Escreva o que você achou desta atividade:
Complicado!!

Segundo o aluno S:


11. Escreva o que você achou desta atividade:

Bem legal! foi a mais ~~f.~~ difícil que eu fiz, mais foi divertido.

4.4. TESTE FINAL[7]

O teste final aplicado no dia 12 de novembro de 2013 (Anexo 7.15) serviu como instrumento para comparar a progressão do nível de desenvolvimento geométrico em que os alunos se encontravam no teste 1 e os que adquiriram neste processo. Estiveram presentes 29 alunos da 9B e 28 alunos da 9D e as respostas de alguns alunos seguem a seguir com as devidas constatações.

A primeira questão teve o objetivo de verificar se os alunos ao desenhassem um quadrado, retângulo ou triângulo retângulo reconheceriam e explicitariam o ângulo reto. A ideia de desenhar essas três figuras foi para não influenciar nas respostas das atividades posteriores onde teriam que reconhecer um triângulo retângulo e utilizar o teorema de Pitágoras para solucionar os problemas. Foi coletado o seguinte.

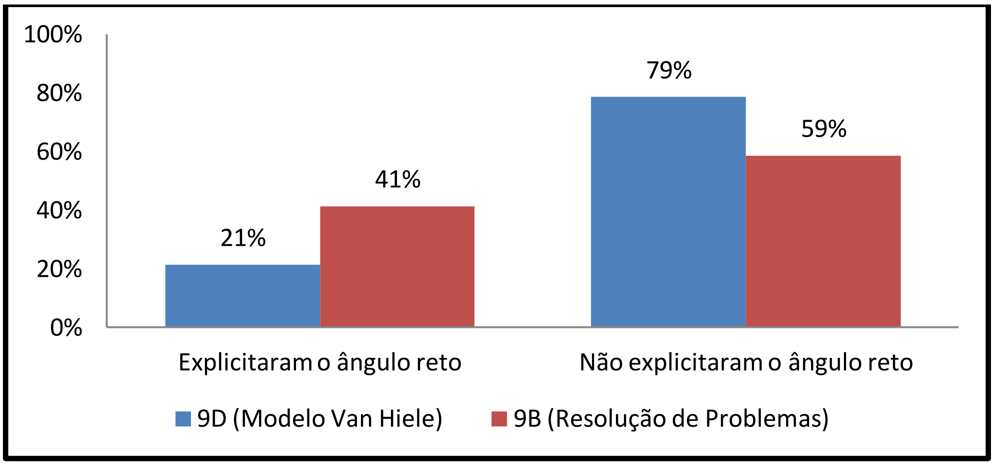


Gráfico 21: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos explicitam o ângulo reto nas principais formas geométricas

[7] Parte comum aos trabalhos feito por Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz.

Uma justificativa para o maior porcentual dos alunos que explicitaram o ângulo reto da turma que tiveram as oficinas de resolução de problemas para as turma que tiveram as oficinas do modelo Van Hiele se deve ao fato que as oficinas do modelo Van Hiele partiu do principio que os alunos já reconheceriam o ângulo reto, e as oficinas foram preparadas diretamente para construção do teorema de Pitágoras, enquanto a primeira oficina de resolução de problemas explorou o reconhecimento do ângulo reto para posteriormente explorar o teorema de Pitágoras.

A segunda questão teve o objetivo de descobrir se os alunos sabem que o teorema de Pitágoras é aplicado em um triângulo retângulo. A questão foi de múltipla escolha e tirado do educopédia[8], uma plataforma online colaborativa de aulas digitais e um recurso educacional aberto. Todos os alunos que tiveram as oficinas do modelo Van Hile acertou essa questão, porem dois alunos que tiveram as oficinas de resolução de problemas não acertou a questão, um por não ter respondido e o outro por ter respondido retângulo. Podemos afirmar então que os alunos sabem onde podem aplicar o teorema de Pitágoras.

A terceira e quarta questão foi retirada do livro aprovado pelo MEC para utilização a partir de 2014, Matemática Teoria e Contexto (9º ano, p.116-117). São questões discursivas consideradas fácil, pois os lados formam um terno pitagórico, onde os alunos além de aplicar o teorema de Pitágoras para descobrir o valor da hipotenusa devem interpretar o problema e responder o que se pede. O resultado da terceira questão se encontra a seguir.

[8] Disponível em http://www.educopedia.com.br/

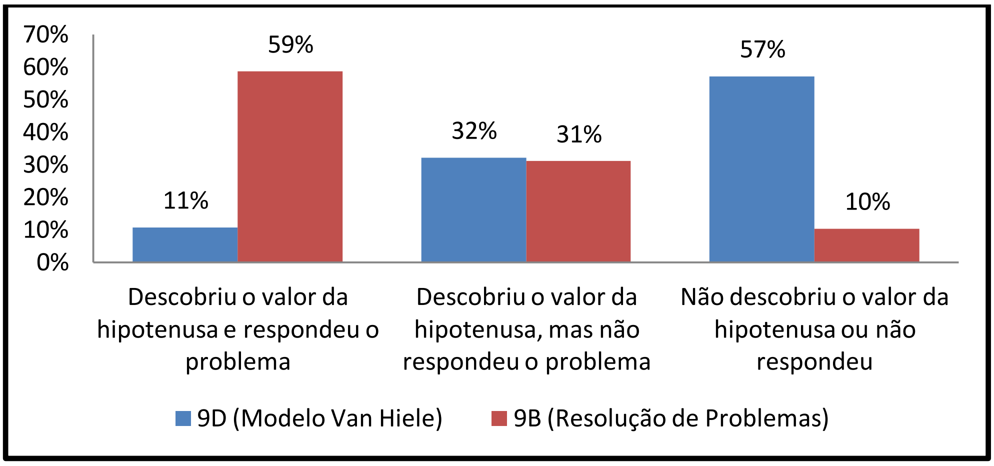


Gráfico 22: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpretam e respondem um problema fácil de teorema de Pitágoras (terceira questão)

Ao comparar as duas metodologias nesta questão, podemos observar que os alunos que tiveram as oficinas de resolução de problemas foram bem melhores dos que os alunos que tiveram as oficinas através do modelo Van Hiele. Vamos verificar a quarta questão para saber esse fato persiste, e o resultado se encontra a seguir.

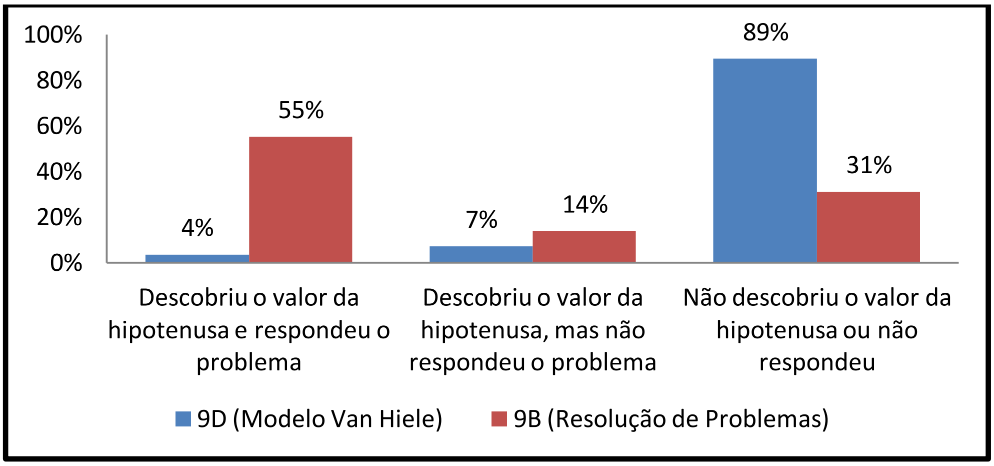


Gráfico 23: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpretam e respondem um problema fácil de teorema de Pitágoras (quarta questão)

A quinta questão foi retirada do livro PROJOVEM Urbano (9º ano, Oficina 4, 2009). É uma questão discursiva de dificuldade moderada, pois os lados não formam um terno pitagórico, onde os alunos devem aplicar o teorema de Pitágoras para descobrir o valor aproximado de um dos catetos. O resultado desta questão se encontra a seguir.

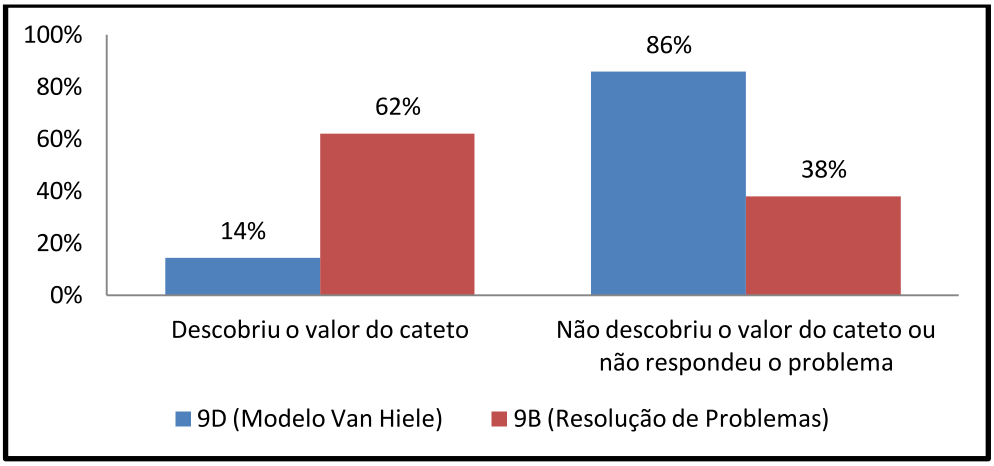


Gráfico 24: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpretam e respondem um problema sobre o teorema de Pitágoras com dificuldade moderada (quinta questão)

A sexta questão foi retirada do livro aprovado pelo MEC para utilização a partir de 2014, Ideias e Desafios (9º ano, p.169). É uma questão discursiva de dificuldade moderada, mesmo os lados do triângulo sendo um terno pitagórico, e que diferencia da questão anterior pelo fato da figura da questão não apresentar os valores dos respectivos lados do triângulo retângulo. Os alunos devem interpretar e retirar essas informações do problema, antes de aplicar o teorema de Pitágoras. O resultado desta questão se encontra a seguir.

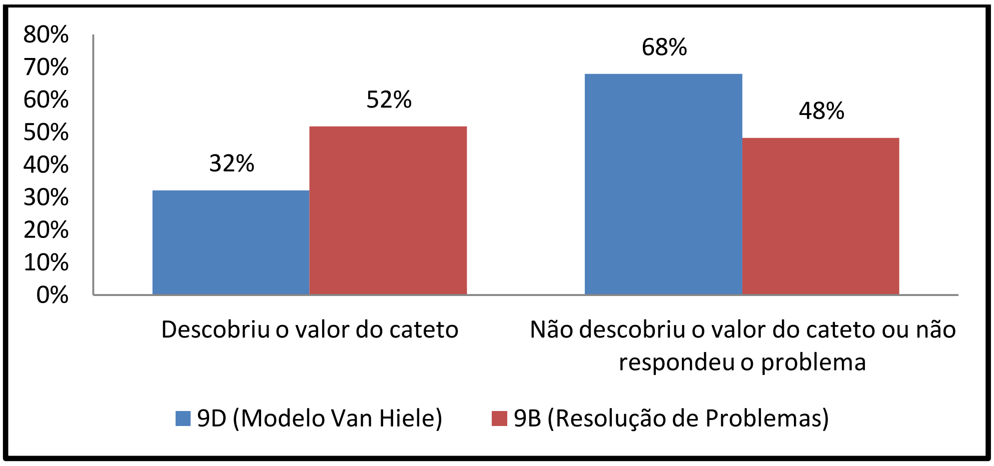


Gráfico 25: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpretam e respondem um problema sobre o teorema de Pitágoras com dificuldade moderada (sexta questão)

A sétima questão foi retirada do livro aprovado pelo MEC para utilização a partir de 2014, Projeto Araribá (9º ano, p.101). É uma questão discursiva de dificuldade moderada para alta, mesmo os lados do triângulo sendo um terno pitagórico, e que diferencia das questões anteriores pelo fato do triângulo retângulo não está implícito e não apresentar os valores dos respectivos lados, que são números decimais, do retângulo da figura. Os alunos devem interpretar e retirar essas informações do problema, antes de aplicar o teorema de Pitágoras para descobrir o valor da diagonal do retângulo. O resultado desta questão se encontra a seguir.

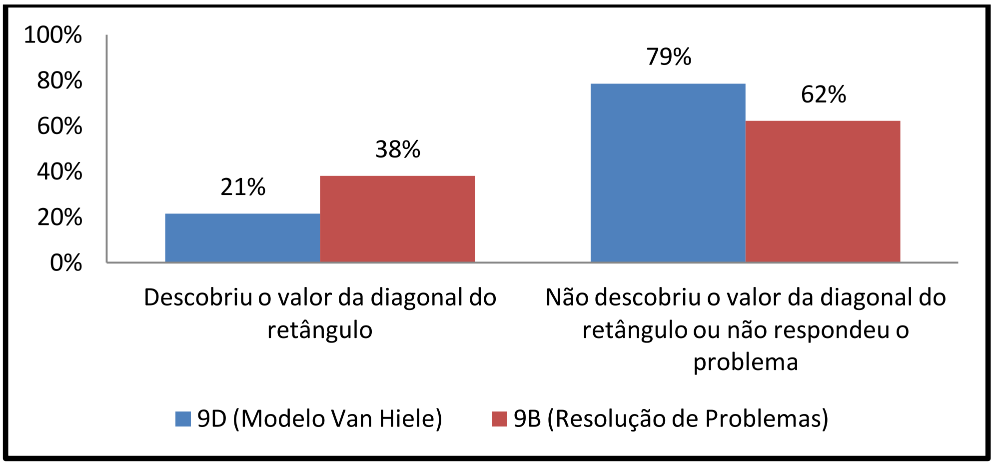


Gráfico 26: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpretam e respondem um problema sobre o teorema de Pitágoras com dificuldade moderada para alta (sétima questão)

A oitava e última questão foi retirada do livro aprovado pelo MEC para utilização a partir de 2014, Vontade de saber Matemática (9º ano, p.172). É uma questão discursiva de dificuldade alta, mesmo os lados do triângulo retângulo sendo um terno pitagórico, e que diferencia das questões anteriores pelo fato do triângulo da figura não ser retângulo, e sim isósceles obtusângulo. Os alunos devem interpretar e retirar as informações do problema, tentar descobrir o lado desconhecido traçando a altura do triângulo dado para transformá-lo em dois triângulos retângulos, antes de aplicar o teorema de Pitágoras. Além disso, deve calcular o perímetro do triângulo inicial para responder o problema. O resultado desta questão se encontra a seguir.

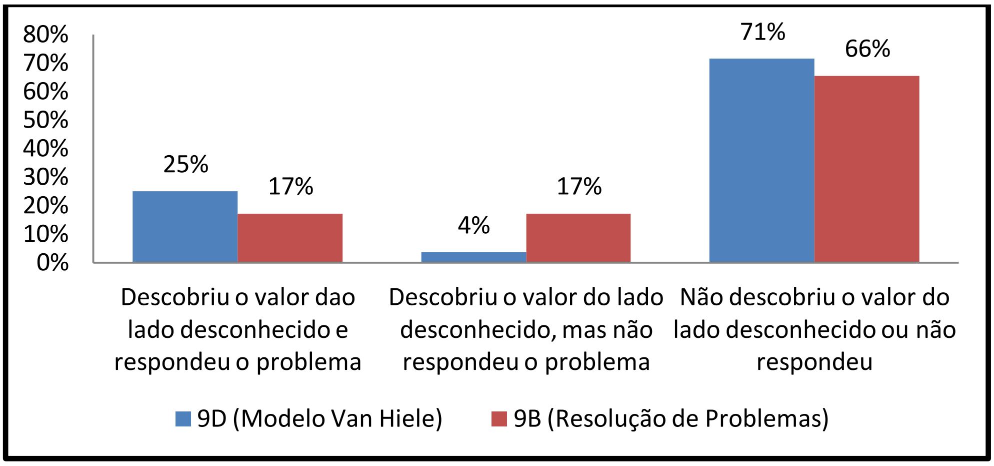


Gráfico 27: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpretam e respondem um problema sobre o teorema de Pitágoras com dificuldade alta (oitava questão)

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS[9]

Ainda que os estudos sobre diferentes metodologias aplicadas ao ensino da geometria possam avançar bastante, neste momento podem ser feitas algumas observações significativas considerando-se a pesquisa realizada no presente trabalho.

Observa-se que a média de alunos presentes nas oficinas Resolução de Problemas foi de 28 alunos na 9B e nas oficinas do modelo Van Hiele foi de 27 alunos na 9D. Temos que no teste final um aluno da 9B não havia participado da primeira oficina e um aluno da 9D não havia participado de nenhumas das oficinas.

Na preparação das oficinas do modelo Van Hiele observamos que as atividades não interagiram em cima de uma problemática da realidade dos alunos, o que gerou nos mesmos uma dificuldade de aplicar esse modelo em situações problemas. A suposição da validade do teorema em estudo no modelo Van Hiele ocorreu de maneira natural. O mesmo não ocorreu nas oficinas de resolução de problemas. Nessa metodologia situações cotidianas foram apresentadas de maneira eficaz, enquanto a indução que levou a utilização do teorema não foi tão simples.

Com as análises dos gráficos feitos em cada uma das oficinas e nos testes observamos que as oficinas de Resolução de Problemas tiveram uma média melhor. Dentre os fatores que podem ser considerados como parte desse sucesso é que a turma 9B, a qual teve as oficinas de resolução de problemas, os alunos foram mais participativos e solidários, e esse fato não ocorreu na turma que teve as oficinas do modelo Van Hille, que é uma turma formada por grupos que não se falam entre si, e poucos alunos de um mesmo grupo eram solidários com os seus colegas. Vale resaltar que essa turma não teve professor de matemática durante três bimestres no oitavo ano. Além disso, a relação professor aluno na turma 9B sempre foi muito boa, antes mesmo das aplicações das oficinas. Já a relação professor aluno na turma 9D não estava tão boa assim, pois no terceiro bimestre o professor de matemática da turma havia chamado atenção do representante pela

[9] Parte deste trabalho foi feito pelo professor Rafael Nogueira Luz.

sua indisciplina, o mesmo era líder na turma positivamente e negativamente. Fato que fez com que as aulas transcorressem normalmente, mas com um clima pesado.

Fato curioso, é que a turma que teve as oficinas de resolução de problemas sempre reclamava das oficinas ao iniciar as atividades, mas durante o percorrer das atividades eles eram participativos, e no final das atividades havia elogios de alguns alunos. Já nas oficinas do modelo Van Hiele os alunos sempre elogiavam o tipo de atividade, porém não tinham muita paciência para terminá-las. Os alunos que melhor sobressaiam nestas oficinas foram alunos que não se destacavam durante as aulas tradicionais de matemática.

As discussões entre os pesquisadores das metodologias analisadas permitem concluir que elas podem, e até mesmo devem, ser trabalhadas de maneira complementar. Cabe a cada professor experimentar essa possibilidade seguindo as orientações de cada pesquisador.

5.1. CONCLUSÕES FINAIS SOBRE A METODOLOGIA DO MODELO DE VAN HIELE

A tabela abaixo expõe melhor o que se observou durante a aplicação das oficinas baseado no modelo Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico.

OFICINAS DO MODELO VAN HIELE	
Aspectos Positivos	**Aspectos Negativos**
• Os alunos gostaram de utilizar materiais concretos em sala de aula. • Destaques positivos de alguns alunos que normalmente não sobressaiam bem nas aulas tradicionais de matemática. • Os alunos se sentiam desafiados	• Nem todo material concreto a escola tem a oferecer. • Levou-se um tempo para preparar as aulas e também para que os alunos construíssem o material que se utilizou em cada oficina. • Os professores se sentem desa-

a explorar um conteúdo geométrico novo. • O comportamento da turma melhorou. • A novidade chamou a atenção positiva da direção, das pedagogas e até da secretaria escolar. • Houve uma intensa troca de opiniões entre os alunos e uma disputa para ver quem construía ou montava o quebra cabeça primeiro.	fiados e incomodados em explorar uma nova metodologia e em utilizar materiais concretos que não têm familiaridade. • No final de cada aula a sala normalmente ficou mais suja do que o habitual. • A demonstração do teorema de Pitágoras pelo professor fugiu do interesse dos alunos. • Houve uma dificuldade dos alunos em expor suas opiniões por escrito.

Aos professores que queiram utilizar o modelo Van Hiele em suas aulas de geometria cito algumas sugestões:

- O material concreto que muitas vezes falta nas escolas pode ser substituídos por outros recicláveis. Como papelão, garrafas pets, papel jornal e de revista, entre outros.
- A preparação das aulas pode ser feitas no horário de coordenação. Não pense em perca de tempo, um plano de aula pode ser adaptada e aplicada em outras turmas. Com o tempo acabará tendo um catálogo para vários conteúdos geométricos.
- A utilização de materiais concretos é tanto desafiador para o aluno quanto para o professor. E nem sempre um mesmo material fará sucesso em turmas diferentes. Só com o tempo ao utilizar diferentes materiais concretos o professor saberá qual o melhor para cada uma de suas turmas. Por isso não tenha medo de utilizar um material que não domina, aprenda com o aluno e desenvolva nele os primeiros níveis do desenvolvimento geométrico.
- Avise a coordenação ou direção que naquela aula você utilizará materiais concretos, pois se houver recortes e colagem nas confecções dos

materiais a sala poderá está mais suja do que o habitual. Aproveite esse momento para conversar com os alunos sobre a questão da reciclagem, de manter o ambiente coletivo limpo, pois outras pessoas também usaram aquele ambiente quando os mesmos saírem.

- Estimule desde cedo os alunos a explorar um conteúdo geométrico usando material concreto seguindo os níveis de Van Hiele. O desenvolvimento dos níveis não se dá de uma hora para outra, e cada aluno tem seu tempo para desenvolver cada nível. Por isso, não importa o ano escolar em que você esteja lecionando, se o aluno não tiver desenvolvido os primeiros níveis de desenvolvimento não compreenderá uma prova formal, e não assimilará o conteúdo.
- Estimule sempre os alunos a expressarem suas opiniões em escrito, a prática acabará sendo um hábito.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEVATO, Norma Sueli Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas (Seminários e Debates). São Paulo: UNESP, 2005.

ALVES, George de Souza; SAMPAIO, Fábio Ferrentini. **O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica.** Separata de: *Revista de Sistemas de Informação,* Macaé: FSMA, n. 5, p. 69-76. 2010.

ANDRADE, José Antônio Araújo; NACARATO, Adair Mendes. **Tendências Didático-Pedagógica para o Ensino da Geometria.** Educação Matemática. São Paulo: USF, n.19

BRASIL. Lei nº 8.035/ 2010. **Projeto de Lei do Plano Nacional de Educação (PNE 2011/2020):** projeto em tramitação no Congresso Nacional. Brasília: Câmara dos Deputados, Edições Câmara, 2011. 106p. – (Série ação parlamentar; n.436)

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União,** Brasília, DF, 24 dez. 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica (2013). **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica.** Brasília, DF: Diretoria de Currículos e Educação Integral, 2013 – MEC/ SEB/ DICEI.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica (2004). **Explorando o Ensino da Matemática.** Brasília, DF: Ministério da Educação, 2004. Atividades, vol. III, p. 24-27.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica (1998). **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília, DF: Secretaria de Educação, 1998. Ensino Fundamental – MEC/ SEF.

COSTA, Eliane Moreira da. Educação Matemática e Origami. In: FERNANDES, Neiva Santos Masson; DOMINICK, Rejany dos S; CAMARGO, Sueli. **Formação de professores:** projetos, experiências e diálogos em construção. Niterói: UFF, 2008. 230 p. p. 97 – 119.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. **Aprendendo e ensinando geometria.** Trad. Hygino H. Domingues.São Paulo: Atual. 308 p. p.1 – 19.

DEMO, Pedro. **A nova LDB, entre ranços e avanços**. Campinas – SP. Papirus.

FALZETTA, Ricardo. Matemática pulsa no dia a dia. **Revista Nova Escola,** São Paulo, p. 18-23, março de 2002.

FORNARI DIEZ, Carmem Lúcia; BALDUINO HORN, Geraldo. **Orientações para elaboração de projetos e monografias.** Petrópolis: Vozes, 2005.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. **Vendo e entendendo Poliedros:** do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos. Niterói: UFF, 2003. 209 p.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. **Novas tecnologias no ensino da matemática:** tópicos em ensino de geometria. Rio de Janeiro: UAB, 2008. 223 p.

KAUFMAN FAINGUELERNT, Estela; ASHTON NUNES, Kátia R. Fazendo Matemática com Arte. **Revista Pátio,** Rio de Janeiro, ano 8, n. 30, p. 38-41, mai/ jul 2004.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Projeto Araribá: Matemática.** São Paulo: Moderna, 2010.

LIMA, Elon Lages. **Matemática e ensino.** Coleção Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2007. 3. ed. 207p.

LIMA, Elon Lages. **Meu professor de matemática e outras histórias.** Coleção Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2012. 6. ed. 241p.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e realidade:** análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. São Paulo: Cortez, 1987.

MILAN, Ivonildes; GUERRA, Isabel C.; PADOVAN, Daniela. **Matemática.** A Arte da Matemática. São Paulo: Mão na massa, 2004.

SILVA, Mário O. Marques da. **Novas tecnologias no ensino da matemática:** História da Matemática através de problemas. Rio de Janeiro: UAB, 2008. 257 p.

PEREIRA, Gisliane A; SILVA, Sandreane P; MOTTA JÚNIOR, Walter S. O modelo Van Hiele de Ensino de Geometria aplicado à 5ª e 6ª série do ensino fundamental. **Revista FAMAT,** Minas Gerais, n. 5, p. 21-50, set. 2005.

PIRES, Célia M. Carolino; CURI, Edda; CAMPOS, Tânia Maria M. **Espaço e forma:** a construção de noções geométricas. São Paulo: PREM, 2000.

PROENÇA, Marcelo C; PIROLA, Nelson A. **A Formação Conceitual em Geometria:** uma análise sobre polígonos e poliedros. In: III SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2006, Águas de Lindóia – SP.

RIBEIRO, Raquel. Material Concreto: um bom aliado nas aulas de matemática. **Revista Nova Escola,** São Paulo, p. 40-43, agosto de 2005.

ROSÁRIO, Luciana. Sem Medo dos Números. **Jornal Folha Dirigida,** Rio de Janeiro, 6 a 12 de set. 2005. Caderno de Educação, p. 15.

SANTOMAURO, Beatriz. A geometria que faz a diferença**. Revista Nova Escola**. Presidente Médici - RO, p.60-63, Já,/ Fev de 2009.

SEGADAS, Cláudia; ROCHA, Denise F. da; SILVA, Fátima R. da; MOUTINHO PEREIRA, Márcia. Figuras Espaciais: Visualização e Representação. In: I ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA FEBF, 2005, Duque de Caxias. **Tópico Temático.**

TEIXEIRA, Manuel Lima C. A Formação do Professor de Matemática e a Pesquisa em sala de aula. **Educação Matemática em Revista,** Salvador, ano 9, n. 12, p. 40-45, fev. 2000.

7. ANEXOS

7.1. AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA

Estado do Rio de Janeiro
PREFEITURA MUNICIPAL DE ANGRA DOS REIS
Secretaria Municipal de Educação, Ciência e Tecnologia
Escola Municipal Prof.ª Cleusa Fortes de Pinho Jordão

E.M. Profª Cleusa Fortes de Pinho Jordão
Rua Itaperuna s/nº Japuíba – Angra dos Reis – RJ
Criada através do Decreto
Municipal nº 1309 de 17/03/88
Autorizada a ministrar o Ensino Fundamental
pela Portaria nº 11SME de 25/03/90

Angra dos Reis, 22 de outubro de 2013.

AUTORIZAÇÃO

Autorizo aos professores JULIO SILVA DE PONTES e RAFAEL NOGUEIRA LUZ a aplicar oficinas de pesquisa do trabalho e conclusão do curso intitulado "Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria" do programa de mestrado profissional em matemática em rede nacional (Profmat) pelo o IMPA, nas turmas de 9º ano, 9B e 9D, desta escola durante 05 aulas no 4º bimestre escolar de 2013.

Riguimi

Maria Valéria do S. Riguimi
Diretora
Mat.: 2899

7.2. QUESTIONÁRIO APLICADO AOS DOCENTES

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)
Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria
Professores Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz

Município de Angra dos Reis. Data: _____/ _____/ 2014.
Escola onde leciona: ____.
Professor: _______________. Ano escolar de suas turmas: (   ) 6º , (   ) 7º, (   ) 8º, (   ) 9º

QUESTIONÁRIO (DOCENTE DE MATEMÁTICA)

Solicito a colaboração desta coleta de informações sobre a aplicação de oficinas na turma 9B e 9D na Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão com o objetivo de avaliar diferentes metodologias aplicadas à geometria. Suas informações serão mantidas em sigilo. Desde já agradeço a sua participação neste projeto.

1) Com que frequência você aborda cada bloco de conhecimento:

	Com muita frequência	**Às vezes**	**Raramente**	**Nunca**
Números e Operações				
Espaço e Forma				
Grandezas e Medidas				
Tratamento da informação				

2) Ao abordar Espaço e Forma com que frequência você utiliza as seguintes ferramentas:

	Com muita frequência	**Às vezes**	**Raramente**	**Nunca**
Quadro Branco				
Livro Didático				
Materiais Concretos				
Problemas				

Outros (   ) Quais:__________________________Com que frequência:_________________

3) Você já ouviu falar sobre o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pesamento geométrico?

(   ) Não   (   ) Sim. Você costuma utiliza-lo ao ensinar geometria:______________

4) Como você utiliza problemas ao ensinar geometria:

(   ) ao iniciar um conteúdo
(   ) em todo processo de construção do conteúdo
(   ) para finalizar um conteúdo
(   ) não costumo utilizar problemas em geometria

5) Você gostaria de ter informações sobre diferentes metodologias aplicadas à geometria?

(   ) Não, por que?____
(   ) Sim, por que?____

7.3. TESTE INICIAL (TESTE 1)

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)
Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria
Professores Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão
Nome do aluno:____, turma: _________
Professor: ____ data: _____/ _____/ 2013

TESTE 1

Solicito a colaboração desta coleta de informações sobre a aplicação das oficinas na turma 9B e 9D na Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão. Os objetivos será avaliar diferentes metodologias aplicadas à geometria. Suas informações serão mantidas em sigilo. Desde já agradeço a sua participação neste projeto.

1) Desenhe abaixo as seguintes figuras:

Quadrado	Retângulo	Triângulo Retângulo

2) Você já ouviu falar sobre o matemático Pitágoras?

(   ) Não (   ) Sim, onde? ____

3) Você conhece o Teorema de Pitágoras?

(   ) Não (   ) Sim, onde ele é utilizado?____________________________________

4) Nas aulas de matemática você gosta de utilizar materiais concretos:

(   ) Não, por que?____
(   ) Sim, por que?____

5) Nas aulas de matemática você gosta de resolver problemas:

(   ) Não, por que?____
(   ) Sim, por que?____

7.4. FICHA DAS ATIVIDADES DA PRIMEIRA OFICINA: MODELO VAN HIELE

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)
Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria
Professor Julio Silva de Pontes

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão
Nome do aluno:____, turma: _________
Professor: ____ data: _____/ _____/ 2013

Assunto: Descobrindo o Teorema de Pitágoras com Tangram Pitagórico com Quadrados.

DEBATA AS QUESTÕES DADAS A SEGUIR COM SEUS COLEGAS DE GRUPO, ANTES DE RESPONDÊ-LAS. SE TODOS CONCORDAREM ESCREVA A OPINIÃO DO GRUPO. SE VOCÊ DISCORDAR, ESCREVA A SUA OPINIÃO.

1. Construa as peças do Tangram Pitagórico com Quadrados:

Material necessário: três folhas de papel cartão ou emborrachado fino (com cerca de 3mm de espessura) de cores diferentes, cola em bastão.

Procedimento: pegue o desenho em anexo no final desta atividade e observe que nele temos formados dois quadrados maiores (representado de vermelho) e dois quadrados menores (representado de azul). Recorte os quadrados maiores e cole no verso de um dos papeis cartão. Recorte os quadrados menores e cole no verso de outro papel cartão. Recorte o triângulo que sobrou e cole no verso do outro papel cartão. Recorte todas as figuras. Com estas peças você tem um jogo do tipo de um quebra-cabeça, cujo verso apresenta uma rede quadriculada.

Agora que você já construiu o material, volte para a atividade.

2. Com duas peças de mesma cor, um trapézio e outro triângulo, monte uma representação de um quadrado.

3. Com três peças de uma mesma cor, sendo dois triângulos e um quadrilátero, monte outro quadrado.

4. Com as peças restantes, com exceção do triângulo de cor diferente das demais, monte outro quadrado. Se não conseguiu, peça ajuda aos seus colegas de grupo ou ao professor.

5. Justaponha os três quadrados construídos com as peças aos lados do triângulo cuja cor é diferente das demais (observe que ela tem a forma de um triângulo retângulo).

6. Observe bem essa figura formada com todas as peças. Tente encontrar alguma relação entre o tamanho dos lados do triângulo retângulo e o dos lados dos quadrados das figuras justapostas. Discuta com seus colegas e escreva as suas conclusões:______________________

____

____

7. Vire as peças e conte os quadradinhos que recobrem cada uma delas. Calcule a área de cada quadrado justaposto aos lados da peça triangular. O que você observa?

____

____

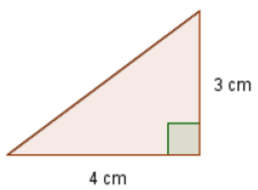
8. Chame de "a" a medida da hipotenusa do triângulo retângulo, de "b" a medida do cateto menor e de "c" a medida do outro cateto. Observe que:

− A área da figura quadrada cujo lado tem por medida o comprimento do menor cateto é b^2·;

− A área da figura quadrada cujo lado tem por medida o comprimento do maior cateto é c^2;

− A área da figura quadrada cujo lado tem por medida o comprimento da hipotenusa é a^2; de onde se tem que $a^2 = b^2 + c^2$

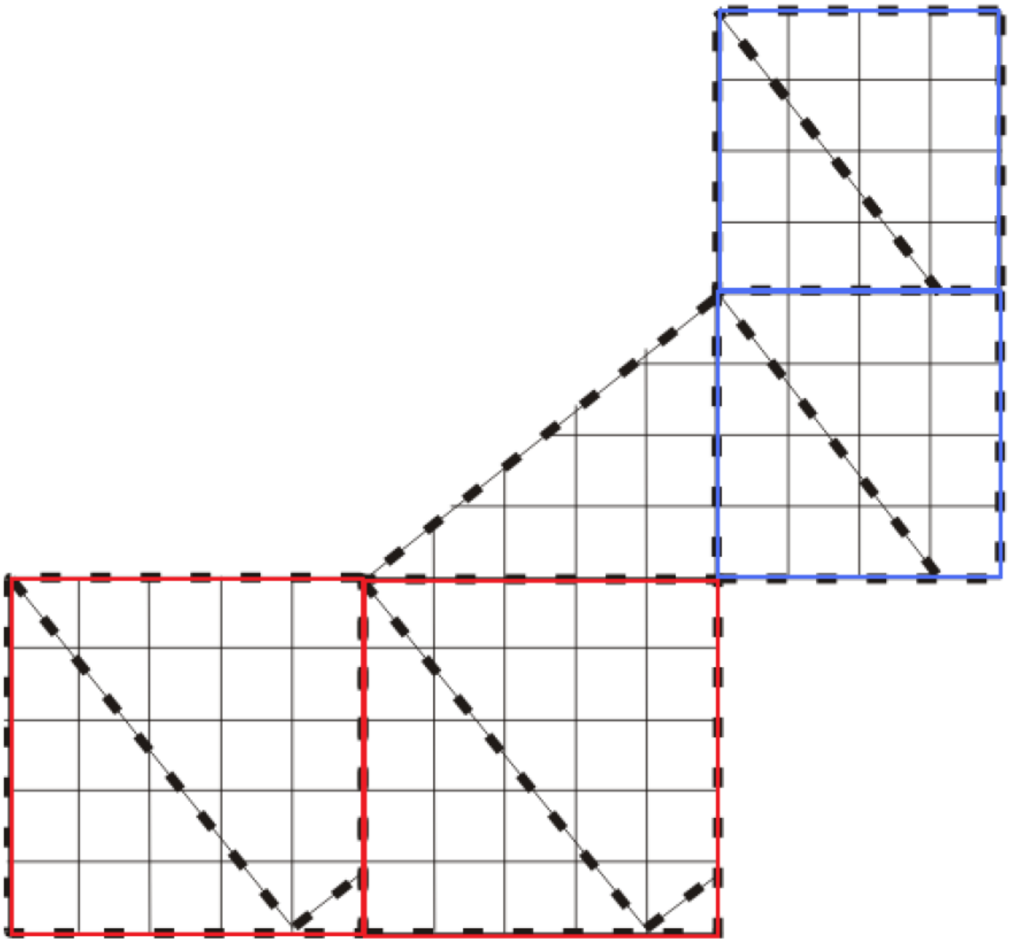
9. Supõe que o quebra cabeça tivesse o triângulo de cor diferente das demais com catetos de tamanhos 3 cm e 4 cm. Você seria capaz de descobrir o tamanho da hipotenusa.



10. Escreva o que você achou desta atividade:

____

____



7.5. DIÁRIO DE BORDO DA PRIMEIRA OFICINA: MODELO VAN HIELE

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)
Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria
Professores Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão
Data: 04 / 11 / 2013. Hora: 16:26. Turma: 9D. Duração:________.

Assunto: Explorar o Teorema de Pitágoras através do modelo de Van Hiele.

DIÁRIO DE BORDO

O início da atividade teve alunos dispersos. A turma se acalmou logo quando iniciou a atividade. A colagem dos quadrados em alguns casos não ficou legal, e precisei ajudar estes alunos. Houve um aluno que colou os quadradinhos em cartão de cor errada. Alguns alunos que terminaram a construção do quebra cabeça começaram a fazer a atividade, mas pedi para esperar para poder fazer todos juntos. A turma teve dificuldade de montar o quadrado maior, e montaram somente com a ajuda do professor. Os alunos tiveram dificuldade de explicar suas respostas por escrito. O exercício 9 da oficina foi feito pelo professor no quadro pois os alunos não conseguiram realizar a atividade sozinhos. Alguns alunos não conseguiram, não, acho, realizar toda a atividade, pois não estavam interessados.

7.6. FICHA DAS ATIVIDADES DA SEGUNDA OFICINA: MODELO VAN HIELE

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)
Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria
Professor Julio Silva de Pontes

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão
Nome do aluno:____, turma: _________
Professor: ____ data: _____/ _____/ 2013

Assunto: Descobrindo o Teorema de Pitágoras com o Tangram Pitagórico com Triângulos.

DEBATA AS QUESTÕES DADAS A SEGUIR COM SEUS COLEGAS DE GRUPO, ANTES DE RESPONDÊ-LAS. SE TODOS CONCORDAREM ESCREVA A OPINIÃO DO GRUPO. SE VOCÊ DISCORDAR, ESCREVA A SUA OPINIÃO.

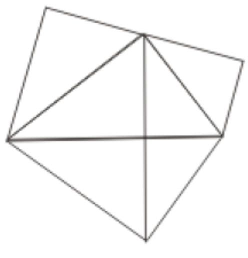
1. Construa as peças do Tangram Pitagórico com Triângulos:

Material necessário: 3 folhas de papel-cartão ou emborrachado fino (com cerca de 3mm de espessura) de cores diferentes, 1m de plástico adesivo transparente por grupo.

Procedimento: pegue o desenho em anexo no final desta atividade e observe que nele temos formados um triângulo retângulo escaleno maior (representado de azul), dois triângulos retângulos escalenos médios (representado de cinza) e dois triângulos retângulos escalenos menores (representado de verde). Recorte os triângulos seguindo as cores apresentadas e cole-os no verso de cada um dos papéis cartão, sendo que triângulos de mesma cor no papel cartão de mesma cor. Recorte os triângulos e coloque-os entre duas folhas de plástico adesivo, deixando entre elas um espaço de 3mm de espessura. Esses espaços formarão uma espécie de dobradiça, em torno das quais as figuras serão movimentadas.

Agora que você já construiu o material, volte para a atividade.

2. Observe a figura formada ao lado. Nomeie o triângulo retângulo escaleno maior de ABC, com ângulo $\widehat{A} = 90^0$, cateto menor AB, cateto maior AC e hipotenusa CB. Chame de D o pé do vértice A em relação à hipotenusa CB. Tomando cada lado desse triângulo ABC, nomeie os triângulos retângulos ABE, ACF e BCH. O que você pode observar sobre os triângulos ABE, ACF e BCH em relação aos triângulos ABD, ACD e ABC:____



3. Que relações você pode concluir sobre as áreas desses triângulos? Não conseguiu? Veja a figura anterior e manipule o material que você criou. ___________________________

____

4. Você é capaz de justificar, matematicamente, tais relações?_______________________

Caso encontre dificuldade, observe o desenho da Figura B, em que estão indicados os diversos segmentos que compõem os triângulos traçados, sendo AD altura do vértice A em relação à hipotenusa CB. Observe que os triângulos ADB e ADC são retângulos.

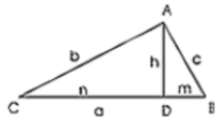


Figura B

Como $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^0$ e $\widehat{B} + B\widehat{A}D = 90^0$, então $B\widehat{A}D = \widehat{C} = 90^0$.
Daí, $D\widehat{A}C + \widehat{C} = 90^0$ e então $D\widehat{A}C = \widehat{B}$.

O que você pode afirmar sobre os triângulos ADB e ADC? ____________________________

____

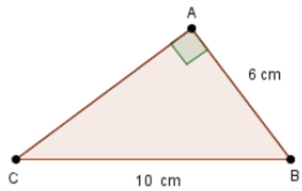
5. Você deve ter percebido que os triângulos ADB e CDA têm a mesma forma do triângulo ABC, e, portanto, são figuras semelhantes.

. Da semelhança que associa esses triângulos tem-se $\frac{c}{b} = \frac{m}{h} = \frac{h}{n}$, de onde $h^2 = m.n$;

. Além disso, tem-se que $\frac{m}{c} = \frac{c}{a}$ e $\frac{n}{b} = \frac{b}{a}$.

Como consequência dessas duas últimas relações observe que $a.m = c^2$ e $a.n = b^2$, de onde $a.(m + n) = b^2 + c^2$. Como $m + n = a$, então $a^2 = b^2 + c^2$.

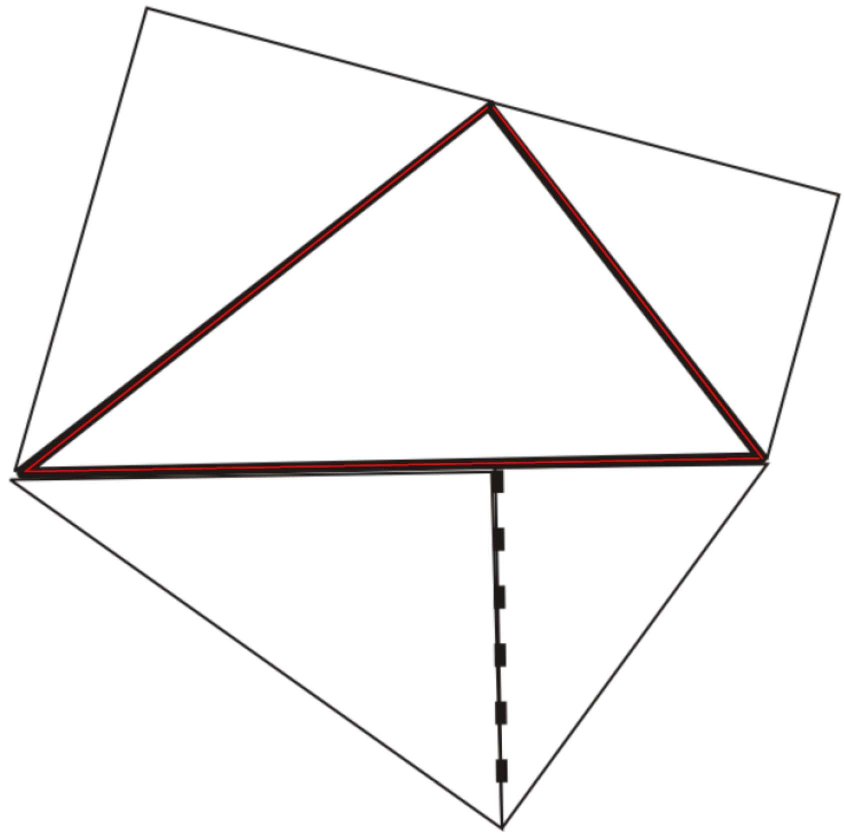
6. Supõe que o quebra cabeça tivesse o triângulo retângulo escaleno maior ABC, com ângulo $\widehat{A} = 90^0$, cateto menor AB = 6 cm e hipotenusa CB = 10 cm. Você seria capaz de descobrir o tamanho do cateto maior AC.



7. Escreva o que você achou desta atividade:

____

____



7.7. DIÁRIO DE BORDO DA SEGUNDA OFICINA: MODELO VAN HIELE

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)
Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria
Professores Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão
Data: 05 / 11 / 2013. Hora: 16:25 hs. Turma: 91. Duração:________.

Assunto: Explorar o Teorema de Pitágoras através do modelo de Van Hiele.

DIÁRIO DE BORDO

A turma demorou entrar na sala pois estavam no tempo vago. Ao iniciar a atividade a turma ficou quieta. Os alunos não tiveram dificuldade na colagem, recorte e montagem do quebra cabeça. Os alunos não tiveram maturidade para acompanhar a algebrização da questão 4 e 5, os mesmos estavam apressados por causa do tempo final de aula e se alvoroçaram em fazer as atividades finais.

7.8. FICHA DAS ATIVIDADES DA TERCEIRA OFICINA: MODELO VAN HIELE

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)
Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria
Professor Julio Silva de Pontes

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão
Nome do aluno:____, turma: _________
Professor: ____ data: _____/ _____/ 2013

Assunto: Descobrindo a Generalização do Teorema de Pitágoras com o Tangram Pitagórico com Polígonos Quaisquer.

DEBATA AS QUESTÕES DADAS A SEGUIR COM SEUS COLEGAS DE GRUPO, ANTES DE RESPONDÊ-LAS. SE TODOS CONCORDAREM ESCREVA A OPINIÃO DO GRUPO. SE VOCÊ DISCORDAR, ESCREVA A SUA OPINIÃO.

1. Construa as peças do Tangram Pitagórico com Triângulos:

Material necessário: três folhas de papel-cartão ou emborrachado fino (com cerca de 3mm de espessura) de cores diferentes, papel quadriculado (com quadrado de 0,5mm de lado) e cola.

Procedimento: Pegue o desenho no final da atividade e cole-o em um papel quadriculado. Observe que nele temos formados um quadrado maior (representado de amarelo), um quadrado menor (representado de vermelho) e um triângulo retângulo escaleno (representado de verde). Recorte o quadrado maior e cole no verso de um dos papéis cartão. Recorte o outro quadrado e cole no verso de outro papel cartão. Recorte o triângulo que sobrou e cole no verso do outro papel cartão. Recorte todas as figuras

Agora que você já construiu o material, volte para a atividade.

2. Com duas peças de uma mesma cor tente construir formas retangulares. É possível construir figuras com forma de paralelogramos? E de triângulos isósceles? Se sim, desenhe a posição de como ficou as peças:

Forma retangular	Forma de Paralelogramos	Forma de Triângulo Isóscele

3. Com quatro peças de duas cores diferentes construa formas retangulares. É possível construir figuras com forma de paralelogramos? E de triângulos isósceles? Se sim, desenhe a posição de como ficou as peças:

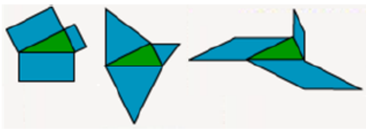
Forma retangular	Forma de Paralelogramos	Forma de Triângulo Isóscele

4. Utilizando todas as peças do quebra cabeça, com exceção da triangular cuja cor é diferente das demais, construa três figuras que tenham a mesma forma e tente justapô-las aos lados dessa peça triangular.

5. Utilizando todas as peças do quebra cabeça verifique se é possível realizar a atividade anterior com outra forma de polígono (triângulo isóscele, retângulo ou paralelogramo).

6. Verifique se é possível estabelecer uma relação entre as áreas das figuras construídas e justapostas aos lados de um triângulo retângulo. Discuta com seus colegas e escrevas as suas conclusões:____

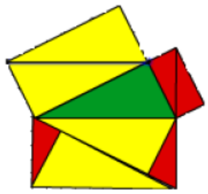
7. Observe a figura a seguir onde se encontra representadas três possíveis construções com as peças desse jogo.



8. Você percebeu que as figuras justapostas aos lados do triângulo retângulo possuem a mesma forma geométrica? Ou seja, elas são figuras semelhantes, cuja soma das áreas encontra-se na mesma relação observada nos jogos das aulas anteriores.

9. Observe, portanto que a somas das áreas dos polígonos justapostos aos catetos do triângulo retângulo é igual à área do polígono justaposto à sua hipotenusa.

10. Monte a figura a seguir e observe os retângulos justapostos aos lados do triângulo retângulo verde. Supõe-se que o retângulo amarelo justaposto ao lado do maior cateto tem base 8 cm e altura 4 cm, e que o que o retângulo vermelho justaposto ao lado do menor cateto tem base 4,5 cm e altura 2 cm.



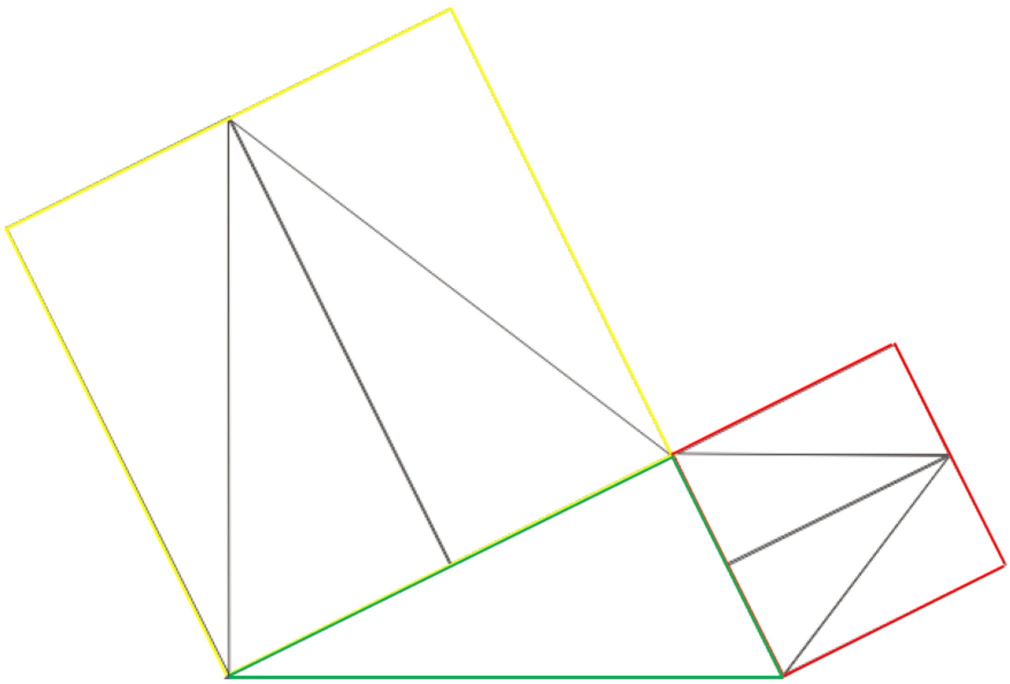
a) Você seria capaz de descobrir área do retângulo justaposta a hipotenusa. Discuta com seus colegas e escreva as suas conclusões:_________________________________

b) Você seria capaz de descobrir o comprimento da base do retângulo justaposta a hipotenusa. Discuta com seus colegas e escreva as suas conclusões:______________

11. Escreva o que você achou desta atividade:

____

____



7.9. DIÁRIO DE BORDO DA TERCEIRA OFICINA: MODELO VAN HIELE

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)
Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria
Professores Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão
Data: 11 / 11 / 2013. Hora: 14:55. Turma: 9D. Duração:________.

Assunto: Explorar o Teorema de Pitágoras através do modelo de Van Hiele.

DIÁRIO DE BORDO

A turma demorou entrar na sala, mas logo após de entregar o material a turma ficou quieta realizando (montando o quebra cabeça), com pouca cola, os alunos sentaram em grupos e dividiram os materiais. Conforme as duas oficinas anteriores os alunos recortaram as figuras e colaram direto no papel cartão sem colar no papel quadriculado. Desta vez os alunos realizaram as propostas com mais facilidade mas tiveram dificuldades no problema final.

7.10. TESTE FINAL (TESTE 2)

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)
Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria
Professores Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão
Nome do aluno:____, turma: _________
Professor: ____ data: _____/ _____/ 2013

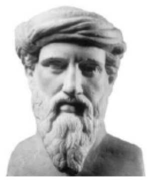
TESTE 2

Solicito a colaboração desta coleta de informações sobre a aplicação das oficinas na turma 9B e 9D na Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão. Os objetivos será avaliar diferentes metodologias aplicadas à geometria. Suas informações serão mantidas em sigilo. Desde já agradeço a sua participação neste projeto.

1) Desenhe abaixo as seguintes figuras:

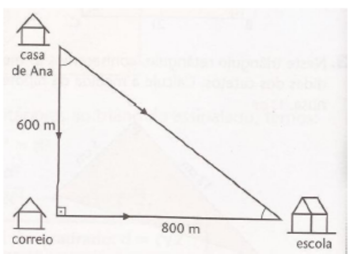
Quadrado	Retângulo	Triângulo Retângulo

2) **(Educopédia – 9º ano)** Pitágoras foi um filósofo e matemático grego que nasceu em Samos entre 571 a.C. e 570 a.C. que desenvolveu vários trabalhos, dentre eles, o teorema de Pitágoras que teve um papel fundamental no desenvolvimento científico e tecnológico nos dias atuais. Onde podemos aplicar o teorema citado?

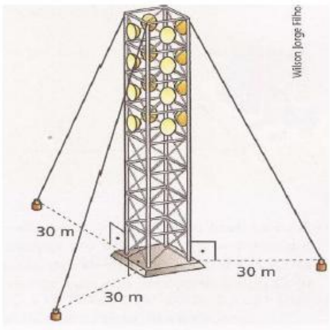


(A) Círculo (B) Quadrado (C) Retângulo (D) Triângulo retângulo

3) **(Matemática teoria e contexto – 9º ano – p. 116)** Hélio e Ana partiram da casa dela com destino à escola. Ele foi direto de casa para a escola e ela passou pelo correio e depois seguiu para a escola, como mostra a figura. De acordo com os dados apresentados, a distância percorrida por Ana foi maior que a percorrida por Hélio em:

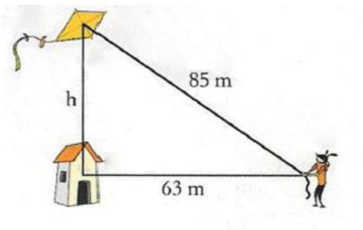


4) (Matemática teoria e contexto – 9º ano – p.117) A figura a seguir mostra uma antena retransmissora de rádio de 72 m de altura. Ela é sustentada por 3 cabos de aço que ligam o topo da antena ao solo, em pontos que estão a 30 m do pé da antena e que formam ângulos retos com ela. Quantos metros de cabo foram gastos para sustentar a antena?

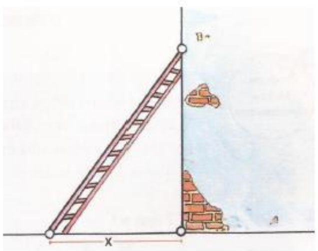


5) (PROJOVEM Urbano 2009 – Oficina 4) A corda de uma pipa mede 85 metros e se encontra voando sobre uma casa que está a 63 metros de Mariana.

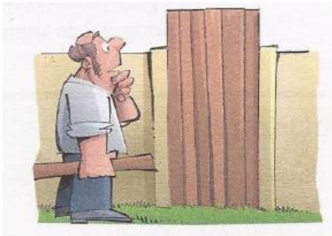
A que altura sobre o solo está à pipa?



6) (Ideias e desafios – Iracema e Dulce – p.169) Uma escada de 17 m de comprimento está apoiada em uma parede a 15 m do chão. Qual é a distância, no nível do chão, da escada à parede?



7) (Projeto Araribá – Matemática – 9º ano – p.101 "Saresp") Seu Joaquim precisa de uma ripa de madeira para fazer um reforço diagonal num portão de 2 m de altura por 0,8 m de comprimento. Qual deve ser o comprimento da ripa?



8) (Vontade de saber Matemática – 9ª ano – p.172) Márcia quer enfeitar a maquete de uma casa contornando a fachada com um fio de luzes coloridas, conforme mostra a figura.

Quantos centímetros desse fio de luzes coloridas serão necessários?