



**Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada**

**Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT**

***RAFAEL NOGUEIRA LUZ***

***AVALIAÇÃO DE DIFERENTES METODOLOGIAS  
APLICADAS AO ENSINO DA GEOMETRIA***

*Orientador: Prof. Me. EDUARDO WAGNER*

***RIO DE JANEIRO***

*Março/2014*

**RAFAEL NOGUEIRA LUZ**

**AVALIAÇÃO DE DIFERENTES METODOLOGIAS APLICADAS  
AO ENSINO DA GEOMETRIA**

Trabalho de conclusão de curso apresentado por Rafael Nogueira Luz ao Curso de Pós-graduação stricto sensu de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

**Orientador: Prof. Me. EDUARDO WAGNER**

Rio de Janeiro

2014

**RAFAEL NOGUEIRA LUZ**

**AVALIAÇÃO DE DIFERENTES METODOLOGIAS APLICADAS  
AO ENSINO DA GEOMETRIA**

Trabalho de conclusão de curso apresentado por Rafael Nogueira Luz ao Curso de Pós-graduação stricto sensu de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

**Aprovado em: 19 de março de 2014**

**Banca Examinadora**

---

Prof. Me. Eduardo Wagner - Orientador

Mestre – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

---

Prof. Dr. Paulo Cezar Pinto Carvalho - Membro

Doutor – Cornell University

---

Prof. Dr. Moacyr Alvim Horta Barbosa da Silva - Membro

Doutor – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

**RIO DE JANEIRO**

**2014**

## **AGRADECIMENTOS**

Aos professores do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, que muito me ensinaram e contribuíram durante todo o curso.

Aos monitores e colegas do Programa, que através de discussões e apontamentos mostraram a força do estudo em conjunto.

Ao meu colega Júlio Silva de Pontes, que trabalhou comigo nesta pesquisa desenvolvendo a avaliação de outra metodologia aplicada ao ensino de geometria, permitindo com os resultados encontrados chegar a conclusões individuais e coletivas.

Ao professor Me. Eduardo Wagner, pela orientação e disponibilidade, que viabilizaram o desenvolvimento e conclusão deste trabalho, sempre com contribuições valiosas ao enriquecimento da pesquisa.

## LISTA DE GRÁFICOS

|   |    |
|---|----|
| Gráfico 1: Verificar com que frequência cada bloco de conhecimento matemático é ensinado pelos professores do município de Angra dos Reis .....         | 32 |
| Gráfico 2: Quais ferramentas e com que frequência o professor de matemática as utiliza quando aborda espaço e forma.....                                | 33 |
| Gráfico 3: Professores de matemática do município de Angra dos Reis que conhecem o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico..... | 34 |
| Gráfico 4: Quando os professores do município de Angra dos Reis utilizam problemas ao ensinar geometria.....  | 34 |
| Gráfico 5: Interesse dos professores de matemática de Angra dos Reis em conhecer diferentes metodologias aplicadas ao ensino da geometria.....          | 35 |
| Gráfico 6: Verificar nas turmas se os alunos explicitam o ângulo reto nas principais formas geométricas .....   | 36 |
| Gráfico 7: Verificar nas turmas se os alunos ouviram falar sobre o matemático Pitágoras e se conheciam o teorema de Pitágoras .....                     | 37 |
| Gráfico 8: Verificar nas turmas qual a preferência na abordagem de conteúdos matemáticos .....  | 38 |
| Gráfico 9: Verificar se os alunos sabem calcular a hipotenusa do triângulo retângulo.....   | 44 |
| Gráfico 10: Verificar se os alunos sabem calcular a hipotenusa e responder o problema proposto.....   | 44 |

|  |    |
|--|----|
| Gráfico 11: Verificar se os alunos conseguem calcular o valor do cateto .....  | 45 |
| Gráfico 12: Verificar se os alunos utilizam o teorema de Pitágoras para resolver problemas mais elaborados .....   | 46 |
| Gráfico 13: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpreta e responde um problema fácil de teorema de Pitágoras (terceira questão).....                                 | 48 |
| Gráfico 14: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpreta e responde um problema fácil de teorema de Pitágoras (quarta questão).....                                   | 49 |
| Gráfico 15: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpreta e responde um problema sobre o teorema de Pitágoras com dificuldade moderada (quinta questão) .....          | 49 |
| Gráfico 16: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpreta e responde um problema sobre o teorema de Pitágoras com dificuldade moderada (sexta questão) .....           | 50 |
| Gráfico 17: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpreta e responde um problema sobre o teorema de Pitágoras com dificuldade moderada para alta (sétima questão)..... | 51 |
| Gráfico 18: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpreta e responde um problema sobre o teorema de Pitágoras com dificuldade alta (oitava questão) .....              | 51 |

## RESUMO<sup>1</sup>

O presente trabalho é resultado de uma pesquisa qualitativa que retrata um estudo de caso com base nos questionários aplicados aos participantes e nos registros diários das experiências vividas e que objetivou na avaliação de diferentes metodologias aplicadas ao ensino da geometria: o ensinar geometria através da resolução de problemas, pesquisado por mim e o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico pesquisado pelo meu colega Julio Silva de Pontes. Este estudo foi realizado nas duas primeiras semanas de novembro de 2013 em duas turmas do 9º ano escolar de uma mesma escola do município de Angra dos Reis a fim de desenvolver duas abordagens distintas, metodologias diferentes para ensinar geometria. A coleta de informações mostrou aspectos positivos e negativos na utilização da metodologia do ensino de geometria através da resolução de problemas e aponta sugestões para que outros professores possam utilizar esta metodologia. Como suportes teóricos desta pesquisa foram considerados as determinações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) do ensino Fundamental na exploração do espaço e forma, alguns fundamentos das ideias do livro *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* e trabalhos de expoentes que trabalham com a resolução de problemas.

Palavras chaves: Ensino de Geometria. Resolução de Problemas. Prática docente.

---

<sup>1</sup> Parte deste trabalho foi feito pelo professor Julio Silva de Pontes.

## **ABSTRACT**

This work is the result of a qualitative research that portrays a case study based on interviews with students and the daily records of the experience lived with them and aimed at evaluating different methodologies applied to the teaching of geometry: teaching geometry by solving problems researched by me and the Van Hiele model of the development of geometric thought studied by my colleague Julio Silva de Pontes. This study was conducted in the first two weeks of November 2013 with two groups of 9th graders in the same school in the district of Angra dos Reis in order to develop two different approaches, two different methodologies for teaching geometry. The collection of information showed positive and negative aspects in the use of this methodology of teaching geometry through problem solving and offers some suggestions for other teachers that may use this methodology. As theoretical support for this research, we considered determinations of the National Curriculum Parameters (PCN) for elementary education in space exploration and form, some of the fundamental ideas of the book *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* and the works of exponents of the problem solving methodology.

Keywords : Geometry Teaching. Problem Solving. Teaching Practice.

## SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| AGRADECIMENTOS .....  | 3  |
| LISTA DE GRÁFICOS .....   | 4  |
| RESUMO .....  | 6  |
| ABSTRACT .....  | 7  |
| SUMÁRIO .....   | 8  |
| 1. INTRODUÇÃO .....   | 10 |
| 2. O ENSINO DE GEOMETRIA .....  | 16 |
| 2.1 AS DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL - LDB .....                          | 19 |
| 2.2 DIRETRIZES CURRICULARES NACIONAIS PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA .....                  | 20 |
| 2.3 PLANO NACIONAL DE EDUCAÇÃO PARA OS ANOS 2011 - 2020.....                        | 23 |
| 3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....   | 25 |
| 4. A PESQUISA .....   | 30 |
| 4.1 QUESTIONÁRIO APLICADO AOS DOCENTES .....  | 32 |
| 4.2 TESTE INICIAL.....  | 36 |
| 4.3 OFICINA DO ENSINO COM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....                              | 38 |
| 4.3.1 PRIMEIRA OFICINA: RECONHECENDO ÂNGULOS RETOS E TRIÂNGULOS<br>RETÂNGULOS ..... | 38 |
| 4.3.2 SEGUNDA OFICINA: RECONHECENDO E DEMONSTRANDO .....                            | 41 |
| 4.3.3 TERCEIRA OFICINA: APLICANDO .....   | 43 |
| 4.4 TESTE FINAL.....  | 46 |
| 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....   | 52 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 5.1  | CONCLUSÕES FINAIS SOBRE A METODOLOGIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS..    | 53 |
| 6.   | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....                                  | 56 |
| 7.   | ANEXOS.....   | 59 |
| 7.1  | AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA.....  | 59 |
| 7.2  | QUESTIONÁRIO APLICADO AOS DOCENTES .....                          | 60 |
| 7.3  | TESTE INICIAL (TESTE 1).....                                      | 61 |
| 7.4  | FICHA DAS ATIVIDADES DA PRIMEIRA OFICINA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS  | 62 |
| 7.5  | DIÁRIO DE BORDO DA PRIMEIRA OFICINA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....  | 64 |
| 7.6  | FICHA DAS ATIVIDADES DA SEGUNDA OFICINA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS   | 66 |
| 7.7  | DIÁRIO DE BORDO DA SEGUNDA OFICINA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....   | 69 |
| 7.8  | FICHA DAS ATIVIDADES DA TERCEIRA OFICINA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS. | 70 |
| 7.9  | DIÁRIO DE BORDO DA TERCEIRA OFICINA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ..... | 73 |
| 7.10 | TESTE FINAL (TESTE 2).....  | 74 |

## 1. INTRODUÇÃO

A execução do presente trabalho surgiu da necessidade de desenvolver um tema que seja relevante para a vida acadêmica, e que esteja condizente com o exercício da docência no Ensino Básico. Foi motivada pela constatação de que o ensino da matemática na exploração do espaço e forma vem perdendo espaço para outros conteúdos matemáticos que os professores desta disciplina concluem ter maior importância. E está previsto no PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) de matemática do ensino fundamental que espaço e forma são blocos de ideias que o professor de matemática deve trabalhar com seus alunos.

A preocupação com o desenvolvimento da habilidade para a visualização das formas em geral, particularmente das formas geométricas, e para a elaboração e interpretação de suas representações gráficas no plano deveria ocupar uma posição de destaque na formação daquele que, por ofício, será o principal agente transformador da mente da criança: o professor.  
(KALEFF, 2003, p.18)

Por outro lado, a matemática vem contribuindo para os elevados índices de reprovação, exclusão e insuficiência de compreensão dos conteúdos trabalhados por esses professores, desvalorizados e, em muitos casos, mal preparados. Segundo Costa (2008) “Muitos professores ainda não despertaram para a necessidade de criarem em sala de aula oportunidades para que os alunos possam trabalhar com os conteúdos matemáticos analisando gradativamente as possíveis formas de representá-los.” Neste sentido, a pesquisa entrará como uma proposta educacional que permitirá trabalhar melhor o conceito abordado pelo professor priorizando a sua compreensão, seguindo duas metodologias sugeridas e analisadas, uma desenvolvida por mim neste trabalho e a outra desenvolvida pelo professor Julio Silva de Pontes em seu trabalho. As pesquisas tiveram substancial participação de ambos os pesquisadores.

Foi realizado um estudo de caso em duas turmas de nono ano de uma escola localizado no município de Angra dos Reis, com mesmo perfil de faixa etária (variando entre 14 e 17 anos), quantitativos de alunos (entre 30 e 35 alunos inscritos em cada turma) e históricos escolares parecidos (média baixa em matemática em todos os anos de escolaridade, rejeição por esta disciplina, indisciplinados e sem alta estima). A escolha dessas turmas foi pelo fato de poder verificar o conhecimento geométrico adquirido pelos alunos no final do ensino fundamental, pois eram regidas pelo professor e pesquisador Julio Silva de Pontes, e como a construção de algum conteúdo desse bloco de conhecimento é assimilada por eles através do uso de uma metodologia diferente, em turmas de turno distinto, evitando influência direta ou indireta entre os alunos participantes. A pesquisa deu-se com a observação da turma e dos alunos que se destacaram de alguma forma, aplicação de um teste inicial e um teste final aos alunos e, além disso, foi aplicado um questionário aos docentes de matemática deste município durante coordenação de área.

Teve como objetivo principal avaliar diferentes metodologias aplicadas à geometria: o ensino através da resolução de problemas pesquisado pelo autor e o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico pesquisado pelo professor Julio Silva de Pontes em seu trabalho. E como objetivos específicos, averiguar o nível de conhecimento matemático e principalmente o nível de conhecimento geométrico dos alunos, promover a interação e troca de experiências e conhecimentos entre os alunos, desenvolver o ensino através da resolução de problemas, elaborar exercícios adequados e pertinentes a essa abordagem, executar a abordagem planejada na turma 9B do turno da manhã, aplicar testes de avaliação chamados aqui de teste inicial e final na turma, analisar os resultados, opinar e dar conselhos aos futuros professores sobre o tema.

A relevância do estudo se pauta na asserção de que no PCN do ensino fundamental o professor de matemática que atua no terceiro e quarto ciclo deve organizar situações de ensino ou atividades em sala de aula que desenvolva o pensamento indutivo/dedutivo no aluno, também enfrentá-lo, mostrando as novas interações com seus colegas. Um dos blocos de ideias que o professor de matemática no terceiro e quarto ciclo deve priorizar e que estão previstos no PCN,

foco principal do projeto, é espaço e forma. O professor deve trabalhar com materiais que estabeleçam diversas relações com as propriedades geométricas.

A melhoria da aprendizagem em Geometria é reconhecida como fundamental importância para a formação das estruturas cognitivas do aluno. No entanto, professores relatam poucas experiências, em sua formação inicial, com este campo da Matemática. Assim, existe uma demanda para publicação de textos e atividades voltados para o ensino da Geometria que possam oferecer subsídios para a realização de um trabalho mais sistematizado e efetivo em sala de aula.

Com o movimento da Matemática Moderna a ênfase dada aos aspectos algébricos da matemática nas décadas de 1960 e 1970, provocou um abandono nos programas escolares. Hoje, alguns estudiosos e pesquisadores da Educação Matemática, criticam esta negligência com os conteúdos da Geometria e destacam sua importância no ensino básico.

A geometria é considerada importante por pesquisadores e curriculistas porque, por meio dela, a criança desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo que vive, além de ser um campo fértil para se trabalhar com situações-problemas.  
(PIRES, CURI, CAMPOS, 2000, p.15)

A década compreendida entre os anos 1955 e 1965 ficou caracterizada pela centralização na aprendizagem de nomenclaturas relacionadas a linhas e figuras, e no cálculo de perímetros e volumes através da aplicação de fórmulas. Ou seja, basicamente um ensino voltado para respostas mecânicas.

O período entre 1966 e 1975 ficou influenciado pela Matemática Moderna, onde os elementos geométricos foram tratados na linguagem da Teoria dos Conjuntos. Os problemas de aplicação e atividades práticas eram poucos explorados.

Nos anos que se seguiram, de 1976 até hoje, com a divulgação crescente das abordagens construtivistas começaram a surgir projetos baseados nas experiências dos alunos, envolvendo a exploração de figuras planas e espaciais, e ações dinâmicas, a partir de composição, decomposição, redução, ampliação e estudo de simetrias.

A partir de então, muitas experiências baseadas nos modelos de Van Hiele e com ênfase na manipulação de materiais concretos em sala de aula são divulgadas, motivo que levou o professor Julio Silva de Pontes a avaliar esta metodologia em seu trabalho.

Nos anos 60 e 70 surgiu um movimento mundial de Matemática Moderna que constituía um acesso para o pensamento científico e tecnológico, aproximando a Matemática escolar da Matemática vista pelos estudiosos e pesquisadores. O ensino proposto enfatiza a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, a topologia, etc. Isso provocou uma discussão porque o ensino estava fora do alcance dos alunos, distanciando das questões práticas.

Em 1980, o National Council of Teacher of Mathematics - NCTM -, dos Estados Unidos, apresentou um documento que destacava recomendações para o ensino da Matemática através de resolução de problemas, compreensão dos aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, cognitivos, as quais impulsionaram novas discussões curriculares. Essas ideias influenciaram todo mundo para novas reformas no período de 1980 e 1995, e a criação do PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) no Brasil na década de 90.

Segundo, Machado (1987, p.30), pesquisadores e educadores estão dedicados a reverem as metodologias do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, e a resolução de problemas é uma tendência da Educação Matemática que vem buscar melhorias no ensino e na aprendizagem da Matemática dentro das salas de aula.

Assim, nasceu a motivação e interesse do presente trabalho que visa a aplicar essa metodologia no ensino de geometria. As análises de tal proposta são apresentadas em conjunto com a pesquisa do professor Julio no capítulo 4, intitulado A pesquisa, onde acontece as considerações provenientes de comparações de ambos os trabalhos.

A metodologia de Resolução de Problemas em Educação Matemática segundo Onuchic e Allevato (2005, p.06), tem a pretensão de tirar o aluno passivo em sala de aula, para uma postura ativa e interessada, deixando a noção de que a Matemática é algo pronto e acabado. Assim, a resolução de problemas passa a ter

uma importância central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem no enfrentamento dos desafios.

Foi aplicado uma pesquisa de campo em uma escola municipal de Angra dos Reis, com alunos de duas turmas do 9º ano de turnos distintos, a 9B no turno da manhã e a 9D no turno da tarde, que são as turmas que foram regidas pelo professor Julio. A escolha dessas turmas ocorreu pelo fato de verificar que os alunos que chegam no 9º ano no município de Angra dos Reis estão com pouco ou nenhum conhecimento geométrico, constatado por mim e pelo professor Julio, ambos professores deste município na época e pelas conversas informais com outros professores em coordenações de área em matemática, além também de perceber a falta de visualização geométrica, possivelmente por não ter sido explorado o campo visual e espacial. Essas duas turmas tiveram ao longo das duas primeiras semanas de novembro de 2013 o conteúdo do bloco de conhecimento espaço e forma, Teorema de Pitágoras.

Um dos primeiros tópicos da Geometria em que os alunos apresentam dificuldade para o entendimento do desenvolvimento do raciocínio dedutivo é o Teorema de Pitágoras. Isto pode ser minimizado com uma forma alternativa de se trabalhar didaticamente esse assunto, partindo de uma abordagem mais intuitiva por meio do uso de jogos do tipo quebra-cabeças.  
(KALEFF, 2003, p.91)

A exploração deste conteúdo utilizou-se de metodologias distintas. Neste trabalho, a avaliação da metodologia do ensino de geometria através da resolução de problemas aplicada na turma 9B, enquanto o trabalho do professor Julio Silva de Pontes avaliou a metodologia do modelo Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico na turma 9D. O teste inicial incluiu noções básicas do conteúdo explorado, que dará a ideia de quanto conhecimento os alunos tinham a respeito do tópico abordado, e o teste final que foi condizente com os livros aprovados pelo MEC para esse ano de escolaridade, que permitirá analisar o conhecimento adquirido com a aplicação das atividades. Além disso, durante toda aula foi feito um diário de bordo, que verificou a reação da turma e de alunos isolados que se destacaram de certa forma nas atividades. O diário de bordo permitiu ter uma ideia qualitativa do processo ensino aprendizagem de cada turma

durante a aplicação do projeto. O questionário aplicado aos docentes de matemática do município durante coordenação de área permitiu verificar como a matemática, e em especial o ensino da geometria, é regido por esses professores.

## 2. O ENSINO DE GEOMETRIA<sup>2</sup>

Existe atualmente uma discussão do abandono do ensino de geometria evidenciado por muitos pesquisadores do Brasil e do exterior. O despreparo do professor com relação ao desenvolvimento de conteúdos geométricos e a reforma do ensino com o Movimento da Matemática Moderna contribuíram para tal causa.

Antes do Movimento da Matemática Moderna a geometria era abordada de maneira tradicional, o professor tinha dificuldade de relacionar a geometria prática da escola elementar, com a abordagem axiomática do secundário. Os livros lançados na época estavam preocupados com as estruturas algébricas e com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos.

E quando a geometria passou a ter um enfoque das transformações, a maioria dos professores optou em deixar de ensinar a geometria, por não dominar o assunto. A concentração da Matemática se deu no padrão dedutivo das estruturas bem estabelecidas.

O Movimento da Matemática Moderna tinha o propósito de unificar aritmética, geometria e álgebra, com a introdução de teoria dos Conjuntos, das estruturas algébricas e das relações. Em geometria as recomendações feitas eram de substituir o ensino da geometria euclidiana por outras como a geometria das transformações. Mas o que ocorreu foi a introdução dos conjuntos em geometria, de conceitos topológicos elementares, e de tópicos da geometria das transformações.

Esse enfoque não conseguiu impor-se na prática pedagógica o que provocou um abandono do ensino da geometria. Pesquisas realizadas nas últimas décadas mostram diferentes propostas de ensino que buscam reverter essa situação com o retorno da geometria, através de conceitos e propriedades fundamentais.

A Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º grau (5693/71) facilitou para o abandono do ensino de Geometria no Brasil, pois permitiu que cada professor montasse seu próprio programa. No entanto, os professores deram

---

<sup>2</sup> Parte comum aos trabalhos feitos por Rafael Nogueira Luz e Julio Silva de Pontes.

preferência de se trabalhar somente com a aritmética e as noções de conjunto. E muitas vezes a geometria era visto apenas no ensino médio.

Esse abandono da geometria não ocorreu somente no Brasil e foi fruto de uma discussão na conferência intitulada “Perspectivas para o Ensino da Geometria no Século XXI”, realizada na Catânia (Sicilia – Itália), em outubro de 1995, promovida pela The International Commission on Mathematics Instruction. Dentre as recomendações, temos:

1. Deve-se evitar substituir o programa de geometria pelos tópicos sobre medidas.
2. Merece menos atenção atividades centradas na memorização de vocabulários, fatos e relações.
3. Os alunos devem ter contato com atividades geométricas durante todo o ano letivo e não somente em um determinado período de tempo no ano.
4. São recomendáveis atividades que façam conexões com áreas afins como artes, geografia e física.
5. O currículo de geometria, principalmente a partir da 7ª série, deve ter fortes conexões com aplicações e situações reais.
6. A geometria deve ser considerada um instrumento para a compreensão, descrição e interação com o espaço em que vive, por ser o campo mais intuitivo e concreto da matemática e o mais ligado à realidade.

A importância do ensino da geometria no Brasil é enfatizada nos parâmetros curriculares nacionais e que coincide com as diversas recomendações feitas pelas propostas efetuadas na conferência mencionada anteriormente.

Segundo LIMA a manipulação formal do ensino da matemática em geometria adotado em nossas escolas está sendo feita através do método peremptório, que consiste em declarar verdades certas afirmações, sem justificá-las. Esse método ignora as construções e reduz os problemas a manipulações numéricas.

Um dos maiores méritos educativos da Matemática é o de ensinar aos jovens que toda conclusão se baseia em hipóteses, as quais precisam ser aceitas, admitidas para que a afirmação final seja válida. O processo de passar, mediante argumentos logicamente convincentes, das hipóteses para a conclusão chama-se demonstração

e seu uso sistemático na apresentação de uma teoria constitui o método dedutivo. Este é o método matemático por excelência e a Geometria Elementar tem sido, desde a remota antiguidade, o lugar onde melhor se pode começar a praticá-lo. Lamentavelmente, a grande maioria dos estudantes brasileiros sai da escola, depois de onze anos de estudo, sem jamais ter visto uma demonstração.  
(LIMA, 2007. P. 143)

Os assuntos abordados pelos professores de matemáticas são aqueles em que se sentem seguros de explicar e os exercícios são quase sempre os mesmos. Os professores iniciantes vão preparar suas aulas usando o livro-texto. Esses livros são escritos por professores como ele, que não aprenderam bem as coisas que estão ensinando ou são escritos por professores universitários, que não sabem usar a linguagem acessível aos alunos. Segundo LIMA um dos defeitos sério dos livros de Matemática é a falta de alguns exemplos simples de proposições demonstradas em Geometria.

Atualmente no Brasil existem algumas tendências didático-pedagógicas emergentes para o ensino da geometria como a Geometria Experimental. Ela se refere a construções geométricas e formas de representação do mundo, mediadas pela experimentação, dentre algumas características está atividades de experimentações por meio de manipulações de objetos concretos e a resolução de problemas, ambas as metodologias foram avaliadas, a primeira pelo professor Julio em seu trabalho e a segunda por mim nesta pesquisa.

Segundo o portal do MEC, a Secretaria de Educação Básica zela pela educação infantil, ensino fundamental e ensino médio. A educação básica é o caminho para assegurar a todos os brasileiros a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhes os meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores. Atualmente, os documentos que norteiam a educação básica são a Lei 9.394, que estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB, as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica e o Plano Nacional de Educação para os anos 2011-2020, que se encontra atualmente em discussão no Congresso Nacional. Outros documentos fundamentais são a Constituição da República Federativa do Brasil e o Estatuto da Criança e do Adolescente, que não foram analisadas neste trabalho por fugir muito do foco principal desta pesquisa.

## 2.1 AS DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL - LDB

Lei n.º 9.394 de 20 de dezembro de 1996 que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional fornece importantes orientações para objetivar este trabalho.

Pelo título IV através da organização da educação nacional temos no artigo 13 que dentre as funções dos docentes temos que, incumbir-se-ão de participar da elaboração da proposta pedagógica do estabelecimento de ensino, de elaborar e cumprir o plano de trabalho, e de zelar pela aprendizagem dos alunos.

Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos.  
(BRASIL, 1998. p. 36)

Por isso é interessante que o professor conheça outras metodologias no ensino da matemática para não só fundamentar seu trabalho em sala de aula, mas para cumprir um plano de trabalho que se preocupe com a aprendizagem do aluno.

Pelo título V através dos níveis e das modalidades de educação e ensino temos no capítulo II, da educação básica, dentre as disposições gerais da seção I está o seguinte artigo:

- Artigo 26, inciso 1: Os currículos do ensino fundamental e médio devem abranger obrigatoriamente, o estudo da língua portuguesa e da matemática, o do conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política, especialmente no Brasil.

O estudo de matemática no currículo escolar se pauta nos parâmetros curriculares nacionais com a seguinte afirmação.

Atualmente, há consenso a fim de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre

os campos da Aritmética, da Álgebra, e da Geometria e de outros campos do conhecimento). Um olhar mais atento para nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar a esses conteúdos aqueles que permitam ao cidadão tratar as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória.

(BRASIL, 1998. P. 49)

Temos que pelo ensino fundamental da seção III, artigo 32, inciso I, dentre os objetivos da formação básica do cidadão, está que tal formação acontece mediante ao desenvolvimento no aluno da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo.

Segundo DEMO, a LDB trata o professor como eixo central da qualidade de educação e menciona o que auxilia o processo de aprendizagem é a motivação moderna e lúdica. É preciso mostrar apreço pelos educadores que fazem parte e são a peça chave das escolas, procurar mudar o currículo das mesmas para auxiliar no aprendizado.

Este trabalho tem como objetivo divulgar a metodologia resolução de problemas, apresentar a avaliação final para que o professor possa, com as sugestões, saber utiliza-la em sala. Com a comparação da metodologia do Modelo Van Hiele, feita pelo professor Julio, o professor terá a oportunidade de optar por uma metodologia que melhor atende a sua realidade.

## **2.2 DIRETRIZES CURRICULARES NACIONAIS PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA**

São as diretrizes que estabelecem a base nacional comum, criado para orientar, organizar, articular, desenvolver e avaliar as propostas pedagógicas das redes de ensino no Brasil. E com as atualizações das políticas educacionais que unificam o direito de todo brasileiro à formação humana, cidadã e profissional, tem os seguintes objetivos:

- I. Sistematizar os princípios e diretrizes da educação básica, orientando e assegurando a formação básica comum nacional. E está previsto

nos parâmetros curriculares nacionais do ensino fundamental que um dos blocos de conhecimento que o professor de matemática deve explorar é o espaço e forma.

- II. Estimular a reflexão crítica e propositiva. Acredito que com a utilização correta da resolução de problemas, pesquisada neste trabalho, e a utilização dos materiais concretos, pesquisada pelo professor Julio, estaremos contribuindo para esse objetivo.
- III. Orientar os cursos de formação inicial e continuada de professores, técnicos e outros profissionais da educação. O resultado deste trabalho contribuirá para este objetivo no ensino da geometria.

As bases do projeto nacional de educação responsabilizam o poder público, a família, a sociedade e a escola em garantir aos estudantes alguns princípios em que o ensino deve ser ministrado, dentre eles está o pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas.

Em função do desenvolvimento das tecnologias, uma característica contemporânea marcante no mundo do trabalho, exigem-se trabalhadores mais criativos e versáteis, capazes de entender o processo de trabalho como um todo, dotados de autonomia e iniciativa para resolver problemas em equipe e para utilizar diferentes tecnologias e linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita). Isso faz com que os profissionais tenham de estar num contínuo processo de formação e, portanto, aprender a aprender torna-se cada vez mais fundamental.  
(BRASIL, 1998. P. 27)

Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (2013, p.22) uma escola de qualidade social é centrada no diálogo, na colaboração, nos sujeitos e nas aprendizagens, seguindo alguns requisitos tais como: “[...] III – foco no projeto político pedagógico, no gosto da aprendizagem, e na avaliação das aprendizagens como instrumentos de contínua progressão aos estudantes; [...]”

A matriz curricular deve se organizar em eixos temáticos definidos pela escola ou pelo sistema educativo permitindo a concretização da proposta de trabalho centrada na visão interdisciplinar. Ela facilita e organiza os assuntos, a problematização e a ligação lógica dos conteúdos. Em matemática, temos os parâmetros curriculares nacionais de matemática como documento oficial para se

basear na construção de uma matriz curricular, e seguindo o mesmo, temos a seguinte informação.

A seleção de conteúdos a serem trabalhados pode se dar numa perspectiva mais ampla, ao procurar identificá-los como formas e saberes culturais cuja assimilação é essencial para que produza novos conhecimentos. Dessa forma, pode-se considerar que os conteúdos envolvem explicações, formas de raciocínio, linguagens, valores, sentimentos, interesses e condutas. Assim, nesses parâmetros os conteúdos estão dimensionados não só em conceitos, mas também em procedimentos e atitudes.

(BRASIL, 1998. P. 49)

A base nacional comum e a parte diversificada do currículo devem ser organizadas seguindo ao projeto político pedagógico sendo possível à escola dentre outras coisas viverem situações práticas onde um fenômeno, problema, experiência possa ser descritos e analisados segundo diferentes perspectivas e correntes de pensamento. Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (2013, p.34) “A organização curricular assim concebida supõe outra forma de trabalho na escola, que consiste na seleção adequada de conteúdos e atividades de aprendizagem, de métodos, procedimentos, técnicas e recursos didático-pedagógicos”.

Além do mais, segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (2013, p.39) atribui a responsabilidade ao professor de “[...] criar situações que provoquem nos estudantes a necessidade e o desejo de pesquisar e experimentar situações de aprendizagem como conquista individual e coletiva, [...]”. O professor precisa ainda saber orientar, avaliar e elaborar propostas, conhecer e compreender as etapas do desenvolvimento dos estudantes.

[...] Atualmente, mais que antes, ao escolher a metodologia que consiste em buscar a compreensão sobre a lógica mental, a partir da qual se identifica a lógica de determinada área do conhecimento, o docente haverá de definir aquela capaz de desinstalar os sujeitos aprendizes, provocar-lhes curiosidade, despertar-lhes motivos, desejos. Esse é um procedimento que contribui para o desenvolvimento da personalidade do escolar, mas pressupõe chegar aos elementos essenciais do objeto de conhecimento e suas relações gerais e singulares.

(BRASIL, 2013. P. 59)

A avaliação das metodologias aplicadas ao ensino de geometria averiguadas pelo autor neste trabalho e pelo professor Julio em sua pesquisa proporcionará ao docente criar essas situações que estão em falta na sala de aula.

### **2.3 PLANO NACIONAL DE EDUCAÇÃO PARA OS ANOS 2011 - 2020**

O novo plano nacional de educação, instituído no PL 8530/10 pelo poder Executivo para vigorar de 2011 a 2020, apresentam dez diretrizes objetivas e vinte metas, acompanhada das respectivas estratégias específicas de concretização. Tanto as metas quanto as estratégias premiam iniciativas para todos os níveis, modalidades e etapas educacionais.

O projeto confere em força de lei às aferições do índice de desenvolvimento da educação básica (Ideb) e o confronto dos resultados do Ideb com a média dos resultados em matemática, leitura e ciências obtidas nas provas do programa internacional de avaliação de alunos (PISA) que são aplicados a cada três anos nos alunos de 15 anos participantes da organização para a cooperação e desenvolvimento econômico (OCDE) e países convidados, como o Brasil.

E para atingir os objetivos propostos, dentre as diretrizes está à melhoria da qualidade do ensino. A meta 7 deste plano nacional de educação faz menção a melhora dos índices do Ideb até 2021, e como estratégias está o seguinte:

Selecionar, certificar e divulgar tecnologias educacionais para o ensino fundamental e médio, assegurada a diversidade de métodos e propostas pedagógicas, bem como o acompanhamento dos resultados nos sistemas de ensino em que forem aplicadas.

(BRASIL, 2011. p. 32)

Esse trabalho entra como um suporte ao elaborar uma proposta pedagógica nas aulas de matemática, mais precisamente em geometria. As avaliações externas em que as escolas são submetidas, dentre elas o PISA, sempre apresentam

questões de matemática, muitas delas de geometria. A avaliação de diferentes metodologias aplicadas ao ensino de geometria possibilitará o professor planejar um plano de aula ao explorar espaço e forma com mais respaldo através dos resultados encontrados neste trabalho junto com o trabalho feito pelo professor Julio.

Nesse aspecto, a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios”.  
(BRASIL, 1998. p. 27).

### 3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Problemas relacionados com a matemática de diferentes origens e contextos aparecem desde antiguidade até os dias atuais, sendo motivo de estudo e pesquisa. A matemática foi construída para responder a perguntas, perguntas essas motivadas por problemas de ordem prática, por problemas vinculados a outras ciências ou por problemas relacionados a investigações internas à própria matemática. Fica evidente que o tema resolução de problema deve ser explorado.

Os pesquisadores Schroeder e Lester (1989) apresentaram três maneiras diferentes de abordar a Resolução de Problemas, que permitem identificar e analisar as diversas visões e concepções acerca do tema:

- a) Ensinar sobre a resolução de problemas;
- b) Ensinar matemática para resolver problemas;
- c) Ensinar matemática através da resolução de problemas.

Na primeira abordagem o tema é trabalhado como teoria, tornando-se o conteúdo a ser abordado em sala, para isso, deve-se ensinar um conjunto de métodos que resolvem os problemas, ou seja, uma heurística de resolução. O professor deve fazer apontamentos a respeito do processo: atitudes necessárias para resolução, fases do processo e estratégias utilizadas.

Com relação a esta abordagem de Ensino sobre a resolução de problemas o matemático húngaro George Polya (1897 – 1985), com o lançamento do seu livro “How to Solve It”, em 1945, destacou a importância de resolver problemas. Seu trabalho pode ser considerado um per cursor na pesquisa sobre resolução de problemas e na sua utilização como forma de ensinar matemática.

Polya apresentou um método de resolução de problemas específico para a matemática, representando assim uma grande inovação com relação às ideias sobre o tema trabalhadas por outros autores até a época. Como o próprio autor cita: “Não deve esquecer aquilo que autores antigos como Pappus, Descartes, Leibnitz e Bolzano escreveram sobre o assunto...”, mas afirma “O presente livro constitui a primeira tentativa de realização de tal programa.”, voltado para matemática.

No sentido de organizar o processo de resolução de problemas, Polya dividi-o em quatro etapas. É relevante ressaltar que o autor não tinha a pretensão que sua divisão fosse uma sequência rígida, a serem percorridas sem que nunca houvesse necessidade de retomar algum passo, assim como, a divisão funcionasse como um método “milagroso” para qualquer problema.

As quatro etapas propostas por Polya são:

1°. Compreensão do problema: na primeira fase é preciso compreender o problema. O aluno deve ter condições de identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, as condições, e também relacionar essas partes, considerando uma a uma e examinando em várias combinações. Para isso é importante fazer perguntas: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Quais as condições? É possível satisfazer as condições? As condições são suficientes para determinar a incógnita? Faltam dados? Neste processo de compreensão podem-se traçar figuras, adotar notações adequadas e separar as diversas partes das condições.

2°. Construção de uma estratégia de solução: é preciso encontrar a conexão entre os dados e a incógnita, para chegar a um plano de resolução. Nessa fase, deve-se considerar: problemas auxiliares, problemas que tenham incógnita semelhante, reformulações do problema original, ou resolução do problema por partes. Perguntas podem orientar essa etapa, como: Você já encontrou esse problema ou um parecido? Você conhece um problema semelhante? Você consegue reformular o problema? Você consegue resolver alguma parte do problema? Ao definir o plano, tenha certeza que todos os dados e as condições foram utilizados.

3°. Execução da estratégia: colocar o plano em prática, tomando o cuidado de verificar cada passo detalhadamente. O aluno deve ser estimulado a mostrar que cada procedimento realizado está correto. As seguintes indagações são pertinentes: É possível verificar que cada passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?

4°. Revisão da solução: reconsiderar e examinar o resultado final e os argumentos utilizados para sua obtenção. Assim, a resolução pode ser simplificada, a compreensão do problema aperfeiçoada e a caracterização dos métodos utilizados efetivada. Indagações relacionadas: É possível verificar o resultado? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado em outros problemas?

Conforme afirma Gazire (1998, p.56), sobre a heurística proposta: “Polya acreditava que, se os professores observassem essas fases ao trabalharem com Resolução de Problemas, favoreceriam o desenvolvimento de uma atitude mental mais clara e produtiva de seus alunos.”.

Nessa perspectiva, auxiliar os alunos é uma das principais funções do professor, o que é difícil, pois demanda tempo, prática e dedicação. Isso deve ser feito com naturalidade e discrição, como o autor afirma: “O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho” (Polya). Nesse processo de ajudar os alunos, o professor fará perguntas ou indicará os passos a serem seguidos. As indagações e sugestões tendem a provocar nos alunos as operações mentais necessárias para resolver os problemas.

Na segunda abordagem, ensinar matemática para resolver problemas, o professor apresenta o conteúdo de maneira formal e propõe aos alunos problemas como maneira de aplicar a matemática já apresentada, ajudando-os a usar os recursos matemáticos para chegar à solução dos problemas.

Dessa maneira, a resolução de problemas é tomada como uma atividade que deve ser utilizada depois da comunicação de um novo conceito ou do treino de uma habilidade específica de cálculo, como afirmam Schroeder e Lester (1989). Os problemas são considerados como modo de verificar se os alunos aplicam o conteúdo trabalhado, ou seja, é visto como um exercício de fixação/verificação.

Na terceira abordagem, o Ensino de matemática através da resolução de problemas, passamos à discussão de uma metodologia, ponto de partida e um modo de ensinar matemática, ou seja, as concepções didáticas e pedagógicas da

resolução de problemas. O problema é visto como elemento que pode originar o processo de construção de conhecimento. Dessa maneira, o problema é o caminho para o ensino de Matemática e não apenas para o ensino da resolução de problemas.

Ao se ensinar matemática através da resolução de problemas, os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender matemática, mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso. O ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com uma situação-problema que expressa aspectos chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis para problemas razoáveis.  
(SCHROEDER E LESTER, 1989. p.33)

Nesta metodologia o aspecto colaborativo entre professor e alunos é evidenciado, o que implica em mudanças: na forma de trabalho, nas posturas e atitudes do professor. A implementação da proposta vai depender do envolvimento e do entusiasmo do professor. Também, o interesse e envolvimento dos alunos no desenvolvimento das atividades são importantes, para isso, o problema deve ser bem escolhido e planejado e a condução da aula deve favorecer essas atitudes.

O papel do professor durante todo esse processo deve ser o de orientar mais do que guiar por um caminho; perguntar, incitar e questionar para fazer refletir mais do que proporcionar respostas; duvidar, refletir, explorar, experimentar e conjecturar mais do que informar.  
(VILA e CALLEJO, 2006, p. 150).

Autores que abordam o tema em seus trabalhos, como Onuchic e Allevato (2004), Van de Walle (2001) entre outros, citam razões para se trabalhar com resolução de problemas em sala de aula: a) foca a atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas; b) desenvolve o poder matemático nos alunos, ou seja, habilidade de pensar matematicamente; c) o aluno passa a acreditar que é capaz de fazer matemática e de que a mesma faz sentido; d) possibilita informações para avaliação contínua; e) o professor sente-se gratificado; e f) a formalização realizada faz mais sentido para o aluno.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs do ensino fundamental, 3º e 4º ciclos, citam que ao trabalhar com foco na resolução de problemas os seguintes princípios devem ser seguidos:

- 1) O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas;
- 2) O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório;
- 3) Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da matemática;
- 4) O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas;
- 5) A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

#### 4. A PESQUISA<sup>3</sup>

A pesquisa de campo foi realizada nas duas primeiras semanas do mês de novembro de 2013 e devidamente autorizada pela escola municipal Creusa Fortes de Pinho Jordão (Anexo 7.1) localizada no município de Angra dos Reis. Foi aplicado três oficinas em duas turmas de nono ano do ensino fundamental, mas precisamente nas turmas 9B do turno da manhã com o uso da metodologia resolução de problemas (trabalho realizado pelo autor) e na turma 9D do turno da tarde com o uso da metodologia do modelo Van Hiele (trabalho feito pelo professor Julio Silva de Pontes).

Estas duas turmas foram muito comentadas pelos professores por razão da indisciplina, conversas paralelas durante o desenvolvimento das aulas, pela agitação dos alunos e o número excessivo deles numa mesma sala. O interesse em aplicar a pesquisa proposta nestas turmas foi primeiro, a aceitação do projeto pela escola e, especialmente, por ter ciência dos comentários feitos em relação aos comportamentos dos alunos durante as aulas também com os outros professores. Outro fator que também orientou nesta escolha foi perceber que os conteúdos do bloco curricular espaço e forma não foram bem trabalhados pelos professores de matemática dos anos anteriores, que deram preferência aos cálculos algébricos, aritméticos, e em geometria a aplicação de fórmulas, e exploração de ângulos. Este fato me faz acreditar que os professores de matemática deste município dão importância maior aos conteúdos do bloco de números e operações, em contradição ao que orientam os parâmetros curriculares nacionais do ensino fundamental que apontam como conteúdos dos currículos de matemáticas que os professores devem contemplar: números e operações, em aritmética e álgebra, espaço e forma, em geometria, e grandezas e medidas, e sempre fazendo a interligação entre outros campos matemáticos. Daí surgiu à necessidade de aplicar um questionário aos docentes de matemática neste município (Anexo 7.2) para

---

<sup>3</sup> Parte deste trabalho foi feito pelo professor Júlio Silva de Pontes.

verificar como o ensino de matemática, em especial da geometria, está sendo trabalhado por esses profissionais.

A metodologia desta pesquisa se caracterizou como um estudo de caso, proposto em duas turmas específicas, para analisar as hipóteses e avaliar o uso de diferentes metodologias aplicado ao ensino da geometria, para confirmação ou reformulação do problema em estudo. O estudo de caso assumiu uma perspectiva mais etnográfica ou interpretativa, de abordagem qualitativa, pois buscou investigar e interpretar reações, atitudes e comportamentos como um todo orgânico, uma unidade de ação com dinâmica própria, frente ao trabalho com o conteúdo teorema de Pitágoras através do uso das metodologias avaliadas neste trabalho.

Para investigar estes casos foram realizadas três oficinas com duração de uma hora e quarenta minutos cada (dois tempos de aula) e foram utilizados os seguintes instrumentos para coleta de informações: diários de bordo e registros em folha, que foram produzidos pelos alunos observados na pesquisa durante as atividades mediadas pelo professor Julio Pontes. O diário de bordo permitiu o registro das observações, enquanto as atividades foram acontecendo, incluindo as descrições dos alunos e dos seus comportamentos, descrevendo episódios ou retratando diálogos.

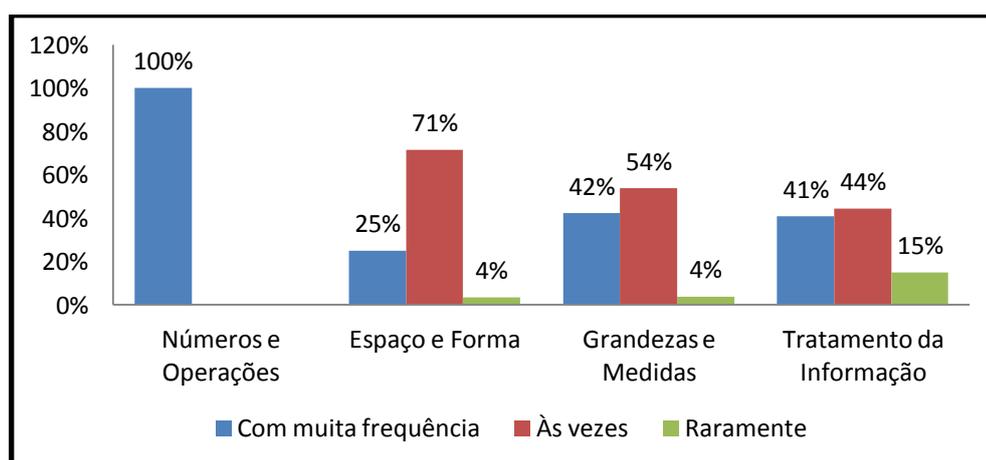
As atividades das oficinas que utilizaram a metodologia através da resolução de problemas, aplicadas para a turma, 9B foram adaptadas de livros didáticos aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático.

Para a realização das oficinas os alunos trabalharam em grupos e todas as atividades registradas foram individuais.

#### 4.1 QUESTIONÁRIO APLICADO AOS DOCENTES<sup>4</sup>

O questionário deveria ter sido aplicado no mês de novembro de 2014 na coordenação de matemática que haveria neste mês, porém com os feriados e outras prioridades a secretaria de educação de Angra dos Reis cancelou todas as coordenações de área no final daquele ano. Então somente no retorno do ano letivo, no dia 12 de fevereiro de 2014 este instrumento de coleta de informações pode ser aplicado na primeira coordenação de área de matemática, e serviu para verificar como o ensino de matemática, em especial da geometria, está sendo trabalhado por esses profissionais. Estiveram presentes 27 professores de matemática de diferentes localidades do município, continente e ilha, contratados e efetivos, que não são a totalidades de professores desta disciplina, mas que representam boa parte deles. E esse número é suficiente para constatar algumas informações.

A primeira questão teve o objetivo de verificar com que frequência o professor aborda cada bloco de conhecimento matemático. Foi coletado o seguinte.

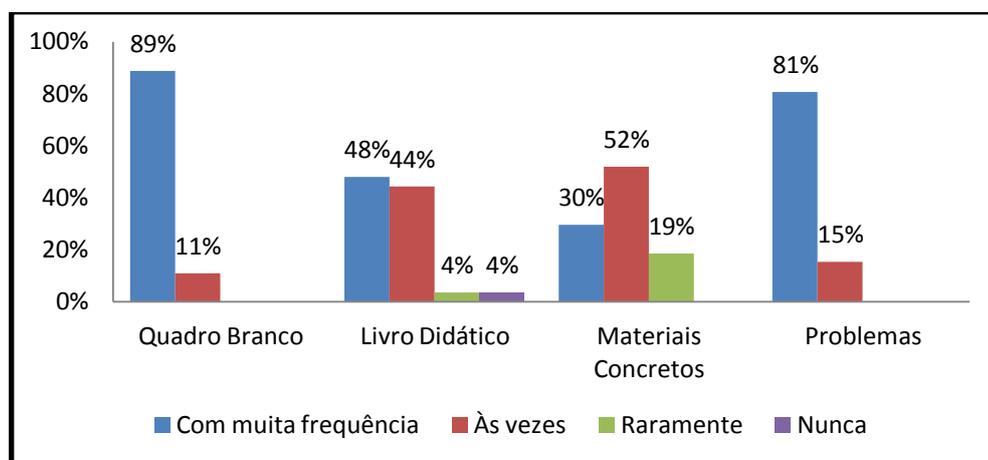


**Gráfico 1: Verificar com que frequência cada bloco de conhecimento matemático é ensinado pelos professores do município de Angra dos Reis**

<sup>4</sup> Parte comum aos trabalhos feitos por Rafael Nogueira Luz e Julio Silva de Pontes.

Podemos observar com o gráfico 1 que dos quatros blocos do conhecimento matemático, o espaço e forma é o menos abordado. Além disso, Números e Operações é o bloco de conhecimento que os professores dão maior preferência.

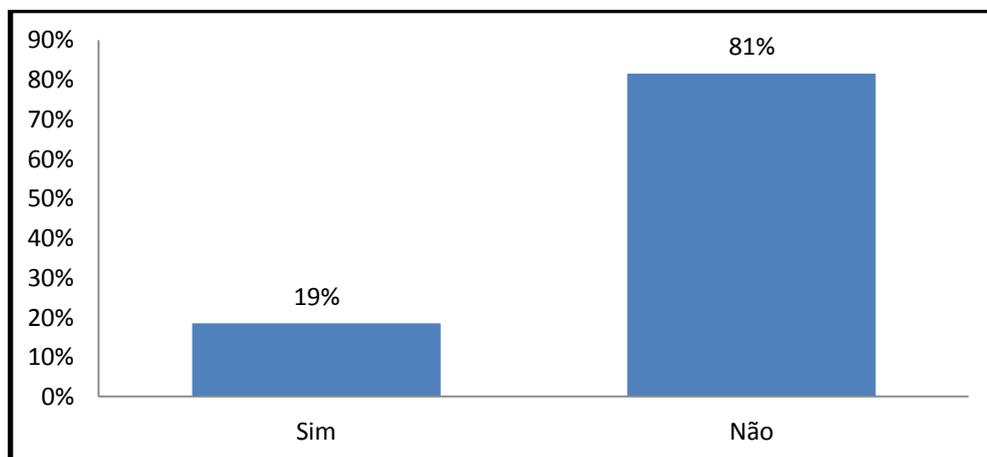
A segunda questão teve o intuito de analisar quais ferramentas e com que frequência o professor de matemática as utiliza quando aborda espaço e forma em suas turmas. O resultado encontrado se encontra a seguir.



**Gráfico 2: Quais ferramentas e com que frequência o professor de matemática as utiliza quando aborda espaço e forma**

Ao analisar o gráfico 2 percebemos que a maioria dos professores de matemática do município de Angra dos Reis, dão preferência ao explorar espaço e forma em suas turmas: o quadro branco, a resolução de problemas e o livro didático. A utilização do material concreto é bastante utilizado por apenas 30% desses professores. Essas informações só confirmam as observações e conversas informais feitas com os professores durante as coordenações de matemática. A única ferramenta que os professores têm certeza que podem estar utilizando ao entrar em sala de aula é o quadro branco. Os professores estão habituados a utilizar essa ferramenta, com exercícios e problemas prontos, e ou retirado dos livros didáticos, além de alegarem o desinteresse dos alunos com a matéria, e facilidade para o professor de fazer com que o aluno reproduza em seu caderno aquilo que se encontra no quadro. Isso mostra que os professores não estão utilizando metodologias adequadas ao ensinar geometria.

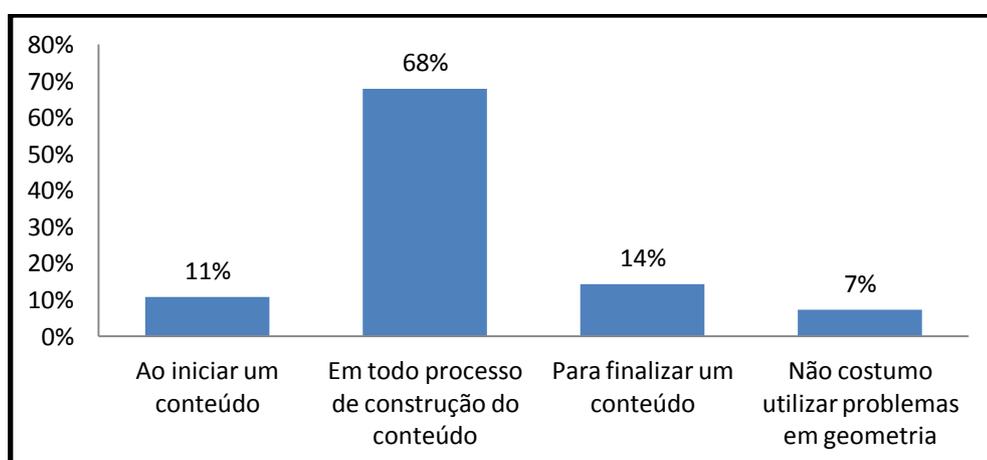
A terceira questão teve o intuito de descobrir se os professores já ouviram falar sobre o modelo Van Hiele e se estão acostumados a utilizá-lo em suas aulas. O gráfico a seguir relata o que foi observado.



**Gráfico 3: Professores de matemática do município de Angra dos Reis que conhecem o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico**

Dos professores de matemática deste município podemos constatar que apenas 19% dos professores que utilizam o material concreto com seus alunos conhecem o modelo Van Hiele, além disso, a pesquisa mostrou que destes, apenas 3 professores utilizam, de vez em quando, este modelo para ensinar geometria. Essas informações constata a importância da divulgação para esses professores de uma metodologia de ensinar geometria ao se utilizar do material concreto.

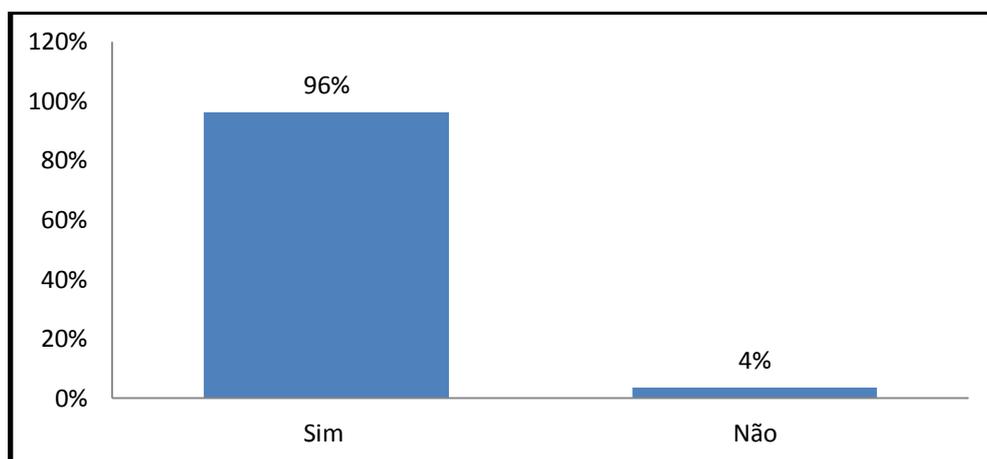
A quarta questão teve o intuito de descobrir quando os professores utilizam problemas ao ensinar geometria. O gráfico a seguir mostra o que foi constatado.



**Gráfico 4: Quando os professores do município de Angra dos Reis utilizam problemas ao ensinar geometria**

Dos professores que utilizam problemas em geometria, 68 % as utilizam durante todo o processo de construção do conteúdo, conforme afirma a metodologia de resolução de problemas. E a divulgação desta metodologia para esses professores só ajudará na aplicação correta de problemas ao ensinar geometria.

Na quinta e última questão foi perguntado se os professores gostariam de ter informações sobre diferentes metodologias aplicadas ao ensino da geometria. O gráfico a seguir mostra o que foi coletado.



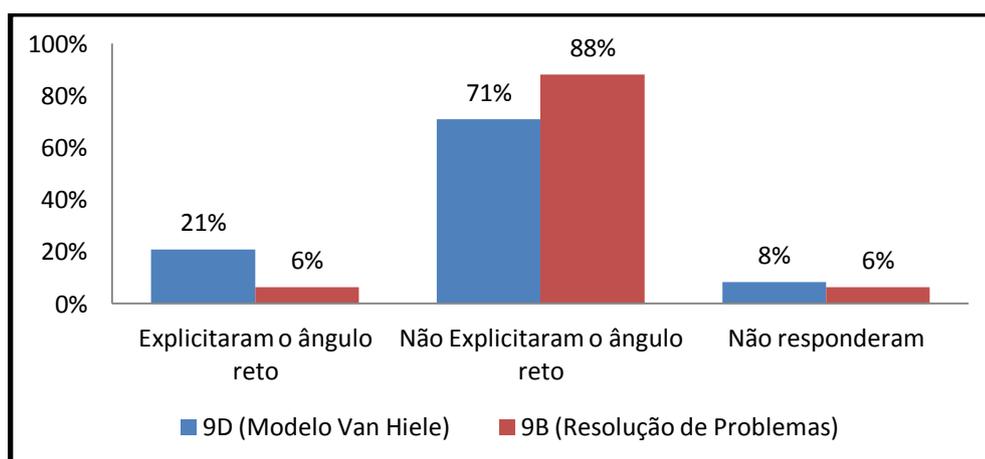
**Gráfico 5: Interesse dos professores de matemática de Angra dos Reis em conhecer diferentes metodologias aplicadas ao ensino da geometria**

As informações retiradas do gráfico 5 mostra que os professores, em quase sua totalidade, estão interessados em conhecer diferentes metodologias aplicado ao ensino da geometria. Dentre as respostas para esse interesse temos o enriquecimento do conhecimento e do trabalho, da melhoria do ensino e aprendizagem, e fazer o professor sentir mais capacitado ao ensinar geometria. A negativa se dá pela indisponibilidade de horário para uma capacitação.

## 4.2 TESTE INICIAL<sup>5</sup>

O teste inicial aplicado no dia 14 de outubro de 2013 (Anexo 7.3) serviu como instrumento para verificar o nível de desenvolvimento geométrico em que os alunos se encontravam em relação aos conteúdos explorados e constatar sua evolução no decorrer das oficinas. Estiveram presentes 31 alunos da 9B e 24 alunos da 9D e a análise deste teste segue a seguir com as devidas constatações.

A primeira questão teve o objetivo de verificar se os alunos ao desenharem um quadrado, um retângulo ou um triângulo retângulo reconheceriam e explicitariam o ângulo reto. A ideia de desenhar as três figuras foi para não influenciar nas respostas das atividades posteriores. Foi coletado o seguinte.

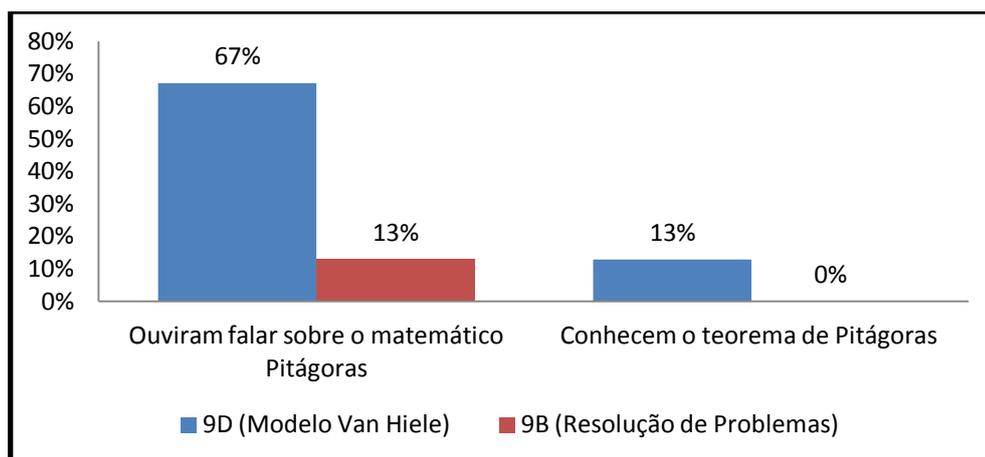


**Gráfico 6: Verificar nas turmas se os alunos explicitam o ângulo reto nas principais formas geométricas**

Ao analisar o gráfico percebemos que a maioria dos alunos não representou o ângulo reto nas figuras desenhadas, de maneira mais acentuada na turma 9B.

<sup>5</sup> Parte comum aos trabalhos feitos por Rafael Nogueira Luz e Julio Silva de Pontes.

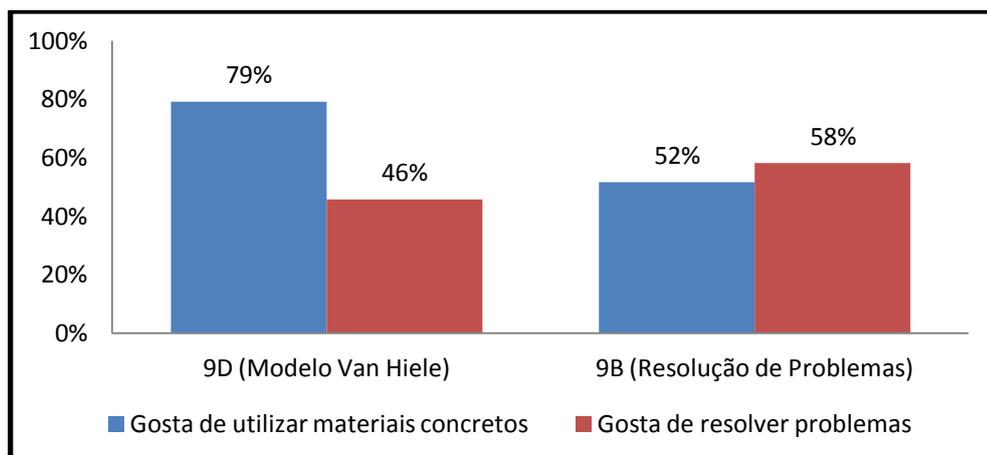
A segunda e terceira questões tinham o intuito de analisar, se os alunos já tinham ouvido falar sobre o matemático Pitágoras, e se os mesmos conheciam o teorema de Pitágoras. Ambas as questões eram de múltipla escolha, em caso de resposta afirmativa, era solicitada justificativa. Os resultados estão a seguir.



**Gráfico 7: Verificar nas turmas se os alunos ouviram falar sobre o matemático Pitágoras e se conheciam o teorema de Pitágoras**

Pela análise do gráfico, vemos que a turma 9D apresentou um conhecimento referente a Pitágoras bem maior, no entanto, com relação ao Teorema, mostraram que não conheciam ou não lembravam. Vale destacar que, na turma 9B, nenhum aluno mencionou conhecer o teorema de Pitágoras. Tais dados condizem com o fato do Professor da turma ter passado um trabalho no 1º bimestre para a 9D sobre os principais matemáticos, dentre eles o Pitágoras, e não ter passado este trabalho para a 9B pois só assumiu a turma no segundo bimestre.

A quarta e quinta questões tinham o objetivo de analisar qual abordagem os alunos preferem nas aulas de matemática, as questões eram de múltipla escolha e era dada a opção de justificativa em caso de resposta afirmativa. As questões relacionavam-se com as respectivas metodologias do ensino de geometria escolhidas para a pesquisa em questão. O resultado se encontra a seguir.



**Gráfico 8: Verificar nas turmas qual a preferência na abordagem de conteúdos matemáticos**

Pelos dados podemos constatar que a turma 9D apresentou um resultado favorável com relação a utilização de materiais concretos nas aulas de matemática, enquanto, na turma 9B, o gosto por resolução de problemas se destacou. Esse fato confirma a aplicação da oficina adequada para cada turma específica.

### 4.3 OFICINA DO ENSINO COM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Na resolução de problemas é fundamental que os alunos façam tentativas, formulem hipóteses e elaborem diferentes estratégias, conforme orientações dos PCN's. A geometria é uma área propícia para utilização de situações-problemas, onde os alunos podem com o auxílio de objetos reais, ou representações esquematizadas, iniciar o processo de solução do problema proposto.

#### 4.3.1 PRIMEIRA OFICINA: RECONHECENDO ÂNGULOS RETOS E TRIÂNGULOS RETÂNGULOS

A primeira oficina era composta de três atividades que tinham o intuito que os alunos começassem a perceber o uso do triângulo retângulo em situações

concretas, ambas relacionadas com construções, atuais e antigas. A proposta desta atividade foi apresentar o teorema de Pitágoras de maneira mais intuitiva, tendo como pré-requisito o conhecimento de ângulo reto. A ficha desta atividade (anexo 7.4) e as observações feitas no diário de bordo (anexo 7.5) se encontram no final do trabalho. Os materiais utilizados foram barbante, régua e caneta.

A primeira questão continha cinco itens, nela era apresentada uma imagem distorcida de uma casa, onde as paredes, as portas, as janelas e o telhado estavam irregulares formando ângulos agudos e obtusos. Nos itens a) e b) os alunos deveriam escrever quais irregularidades eles encontravam no desenho e quais as formas que eles julgavam corretas para os problemas identificados. No item c) o objetivo era refazer o desenho de maneira que a casa estivesse condizente com um modelo real. Nos itens d) e e) os alunos tinham que especificar e identificar quais os tipos de ângulos que estavam sendo usados na figura distorcida e na figura que eles desenharam no item c), assim como eles eram questionados sobre outros elementos matemáticos necessários para a construção de uma casa.

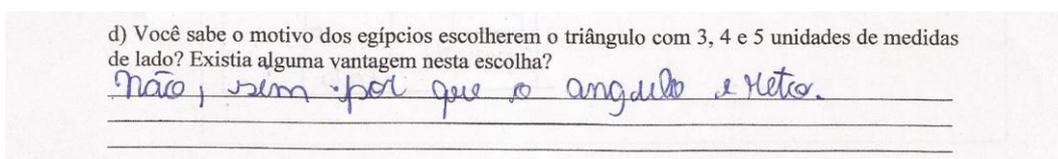
Somente uma aluna não respondeu os itens d) e e), todos os outros conseguiram responder todos os itens de maneira satisfatória, foi possível perceber que as justificativas foram curtas e as dificuldades apresentadas eram relativas a nomenclaturas referentes aos elementos geométricos envolvidos.

A segunda questão também composta por cinco itens iniciava com uma nota histórica sobre o Esquadro Egípcio, onde era colocado que eles utilizavam uma corda com lados medindo 3, 4 e 5 unidades para conseguir identificar ângulos retos. No item a) foi solicitado aos alunos a construção de um modelo de esquadro egípcio com barbante, onde seriam feitas marcações ou nós para identificar os lados de 3, 4 e 5 unidades. No item b) os alunos deveriam escolher objetos da sala de aula para utilizarem o material construído e analisar se as informações da nota histórica podiam ser testadas. Nos itens c) e d), a pergunta era sobre a eficácia do uso do esquadro para construções na antiguidade e se o uso das referidas unidades apresentava alguma vantagem. Para finalizar, o item e) questionava sobre a possibilidade da utilização de um triângulo com lados medindo 6, 8 e 10 unidades.

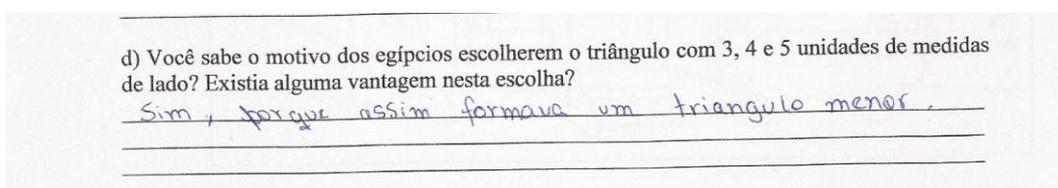
A segunda questão não abordava a realização de nenhum cálculo, duas alunas não responderam as questões, todos os outros responderam todos os itens.

A confecção do esquadro egípcio foi demorada, pois os alunos nunca trabalharam com esse material e não tinham o costume de realizar medidas usando a régua. Mas, após orientação do professor nos grupos, os alunos conseguiram utilizar o esquadro para medir objetos da sala. No item d) deve-se destacar que todos os alunos não souberam explicar com suas palavras o motivo da utilização do triângulo de lados 3, 4 e 5 unidades, podemos supor que realmente nenhum aluno tinha estudado o teorema de Pitágoras. Enquanto ao motivo da utilização do referido triângulo, respostas valiosas apareceram. Vale destacar algumas repostas dadas por alguns alunos:

Segundo o aluno J:



Segundo o aluno E:

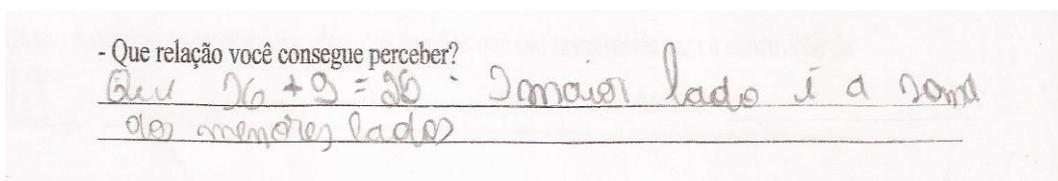


Na terceira questão, que finalizava a primeira oficina, era apresentado um início de construção de uma casa onde apenas as demarcações, para construção das paredes perpendiculares de um canto, estavam feitas no chão com cordas e estacas. Nos itens a), b) e c) a identificação do ângulo reto foi solicitada, o lado oposto ao ângulo reto e se esse lado seria maior ou menor em comparação com os outros dois lados. No item d) os alunos deveriam identificar quais os segmentos e as respectivas medidas dos lados do triângulo utilizado para demarcação das paredes. Concluindo, o item e) tinha como ideia começar a perceber que relação existe entre medidas dos lados do triângulo retângulo.

Todos os alunos conseguiram responder a atividade 3, desenvolvendo completamente todos os passos indicados. Na conclusão do item e), apesar de

todos terem respondido, apenas três alunos escreveram a relação com o uso de palavras, não de forma correta pois se referiram apenas a medida do lado e não ao seu quadrado, mas não se restringiram a apenas a apresentação da igualdade numérica.

Segundo o aluno M:



A primeira oficina teve como principal meta mostrar a utilização de ângulos retos em situações cotidianas, e chamar a atenção para o triângulo retângulo e como ele pode ser importante em alguns contextos.

Quando os alunos souberam que durante duas semanas eles teriam na aula de matemática a aplicação de problemas, a aceitação não foi muito boa. Na primeira oficina participaram 27 alunos. A turma demorou entrar na sala, pois estavam na direção conversando sobre a formatura. No início das atividades os alunos ficaram quietos realizando e dialogando o que se pedia. No final com os questionamentos propostos pela atividade os alunos conseguiriam ver a relação existente entre as medidas dos lados.

#### 4.3.2 SEGUNDA OFICINA: RECONHECENDO E DEMONSTRANDO

Na segunda oficina, composta de quatro questões a demonstração do teorema de Pitágoras foi feita pelos alunos, com as devidas intervenções do professor e foram apresentadas questões que se relacionavam com o conteúdo. O material utilizado foi uma folha de papel cartão. A proposta desta oficina foi demonstrar o teorema de Pitágoras, tendo como pré-requisito o conhecimento do triângulo retângulo e semelhança de triângulos. A ficha desta atividade (anexo

7.6) e as observações feitas no diário de bordo (anexo 7.7) se encontram no final do trabalho.

A atividade iniciava propondo uma questão que abordava tesouras de construção, a escolha de tal questão aconteceu, pois a sala que os alunos estudam apresenta essa estrutura no telhado. Mas, antes da solução, foi proposta a demonstração do teorema de Pitágoras através das relações de semelhança. Nessa parte, como auxílio os alunos deveriam utilizar material concreto para formar os três triângulos semelhantes através de dobraduras e cortes, tal opção foi feita justamente para facilitar o processo indutivo que estava proposto nos itens da questão.

Os alunos foram levados a pensar inicialmente em como dividir o papel cartão em três triângulos semelhantes, apesar de processo estar explicitado na atividade, nem todas as etapas foram detalhadas. Após esse momento os alunos nomeavam os elementos dos triângulos de acordo com a ficha da atividade e sobrepondo os triângulos deveriam perceber a semelhança entre eles, todos os grupos conseguiram desenvolver essas etapas. Na justificativa solicitada, sobre os triângulos serem retângulos, os alunos enxergavam o ângulo reto, mas não explicaram com palavras à justificativa.

Nessa questão, a demonstração necessitava apenas do pré-requisito semelhança de triângulos, mesmo assim, os grupos de trabalho apresentaram muitas dificuldades para desenvolver as indagações propostas, podemos supor que o conteúdo semelhança de triângulos não estava bem fixado para os alunos. Com as intervenções necessárias nesta parte do trabalho, o professor foi fundamental para o desenvolvimento satisfatório da questão até o final.

Na segunda questão, os alunos eram novamente remetidos à questão introdutória da atividade, ou seja, o cálculo da medida da peça de ligação que compõem a tesoura do telhado. Essa questão era uma aplicação do teorema de Pitágoras, não envolvia grandes dificuldades. Os alunos em sua maioria conseguiram desenvolvê-la corretamente.

A terceira questão envolvia, pela primeira vez, um problema onde o aluno não tinha como auxílio uma figura já desenhada para resolvê-lo, assim, era levado

a interpretar a situação e identificar qual seria uma possível solução para a questão.

A quarta questão dessa oficina, remete a uma reformulação de um problema antigo proposto no livro chinês *Jiuzhang Suanshu*. Além da pergunta referente ao cálculo da medida solicitada, era necessário representar o problema através de uma figura e pensar sobre as possíveis medidas do problema.

Com as dificuldades encontradas na primeira atividade, o que acabou tomando muito tempo da aula, os alunos em sua maioria não conseguiram realizar as questões 3 e 4.

Nesta segunda oficina a proposta era demonstrar o teorema de Pitágoras e começar a indagar em quais situações cabe à utilização do mesmo como forma de resolver problemas.

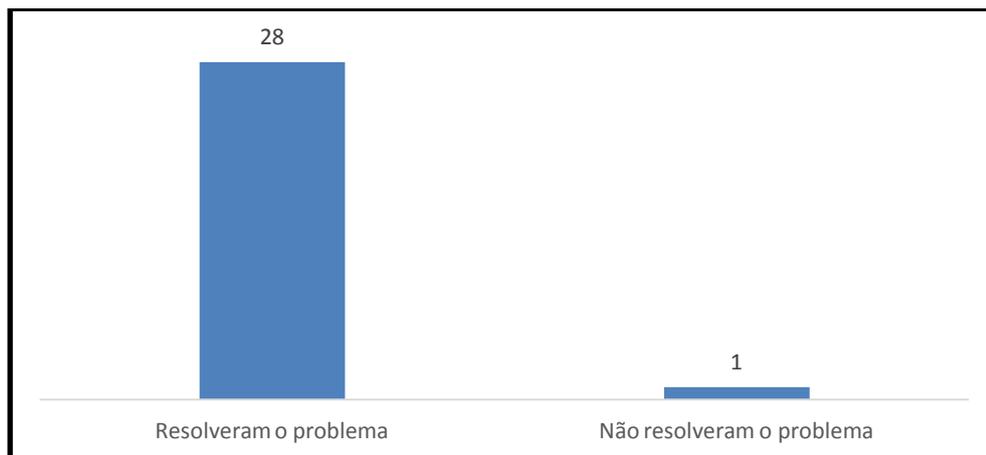
Nesta segunda oficina participaram 29 alunos. A turma mais uma vez demorou a entrar na sala, pois a aula era no primeiro tempo e muitos alunos costumam chegar atrasados. No início das atividades os alunos reclamaram, demoraram a começar a atividade, mas assim que começaram ficaram quietos.

### **4.3.3 TERCEIRA OFICINA: APLICANDO**

A terceira oficina era composta de cinco problemas, nessas atividades os alunos foram solicitados a aplicar diferentes ações, como, desenhar figuras, justificar por escrito seu raciocínio, identificar quais procedimentos deveriam ser adotados para resolver cada uma das questões. Nenhuma das atividades propostas se resolvia apenas pela aplicação direta de uma técnica específica. O material utilizado foi apenas a ficha das atividades. A proposta desta atividade foi aplicar o teorema de Pitágoras, tendo como pré-requisito o conhecimento explorado nas oficinas anteriores. A ficha desta atividade (anexo 7.8) e as observações feitas no diário de bordo (anexo 7.9).

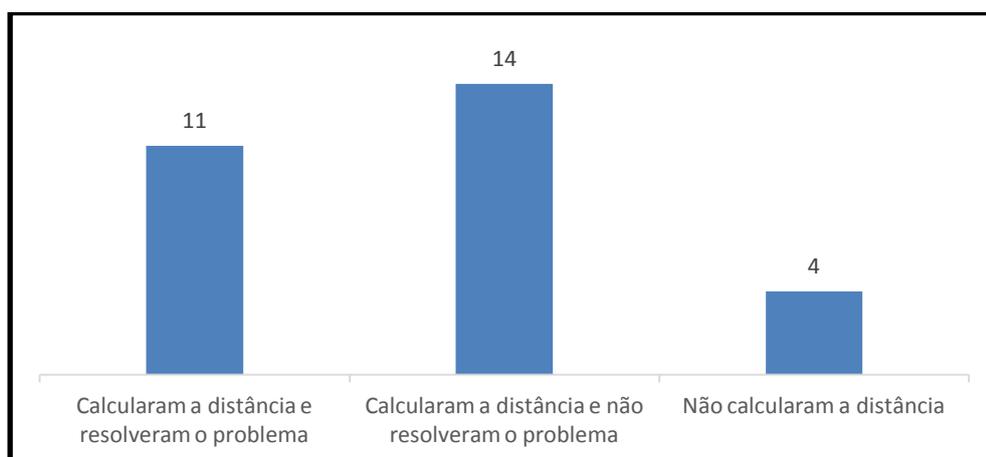
Na primeira questão era apresentado um mapa de ruas paralelas com duas transversais, que formavam alguns triângulos retângulos, a situação proposta

envolvia três pontos estratégicos nesse mapa e as questões estavam relacionadas com possíveis trajetos a serem percorridos e suas respectivas distâncias. Os itens a), c), d) e e) envolviam perguntas referentes a análise dos dados e alternativas de diferentes caminhos. No item b) os alunos tinham que calcular a hipotenusa de um triângulo retângulo, os resultados obtidos estão apresentados no gráfico abaixo:



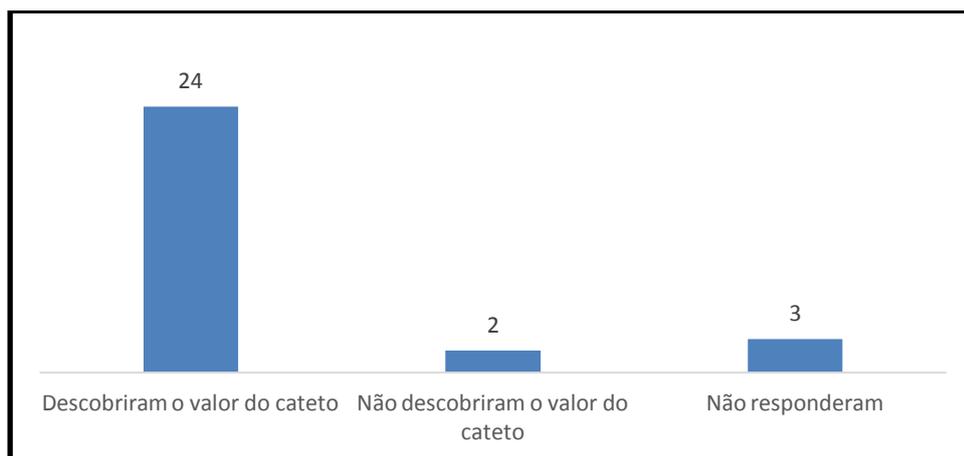
**Gráfico 9: Verificar se os alunos sabem calcular a hipotenusa do triângulo retângulo**

No item f) os alunos calculavam a hipotenusa do triângulo retângulo e deveriam utilizar essa informação para conseguir responder o problema proposto, o resultado está no gráfico abaixo:



**Gráfico 10: Verificar se os alunos sabem calcular a hipotenusa e responder o problema proposto**

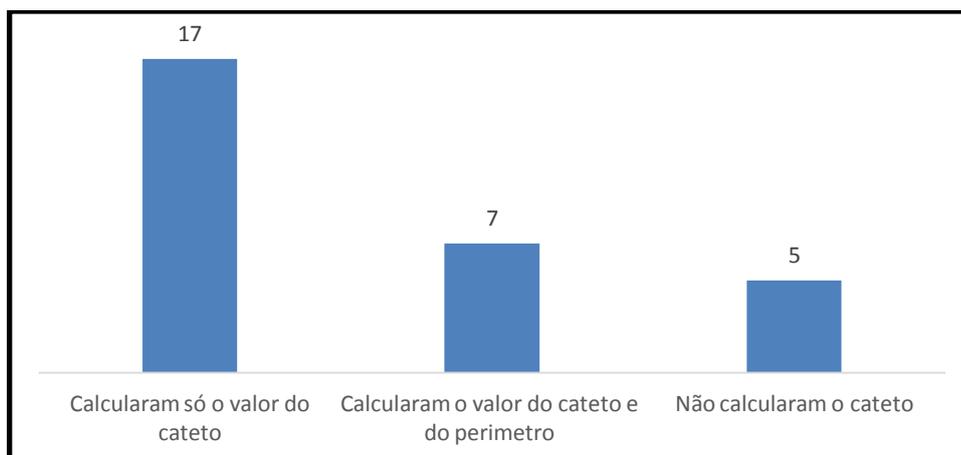
A segunda questão apresentava um problema referente a uma escada apoiada em uma torre, cuja finalidade era descobrir a altura que a mesma iria atingir na torre. Esse problema difere do anterior, pois nesse caso o aluno deveria calcular o valor de um dos catetos. Os resultados são apresentados no gráfico:



**Gráfico 11: Verificar se os alunos conseguem calcular o valor do cateto**

Nessas duas primeiras questões o triângulo retângulo estava evidenciado nas figuras. O índice de acerto das questões na parte referente ao desenvolvimento dos cálculos foi elevado, porém no gráfico 10, percebemos que quase metade dos alunos presentes não conseguiu responder o problema.

Na terceira questão um problema mais elaborado foi proposto já que o triângulo retângulo não estava evidente, pois a mesma aborda um terreno no formato de um trapézio retângulo. O objetivo era identificar um triângulo retângulo cujo cateto coincide com o lado desconhecido do trapézio para responder o item c), o aluno também deveria determinar o perímetro para responder o item d). E foi observado o seguinte:



**Gráfico 12: Verificar se os alunos utilizam o teorema de Pitágoras para resolver problemas mais elaborados**

Nesta oficina participaram 29 alunos. A turma estava agitada, pois neste dia fez muito calor e a sala não tem ar condicionado e tem dois ventiladores de teto velhos que mal ventitam. Os alunos apresentaram dificuldades para escrever com as próprias palavras as questões que solicitavam uma explicação.

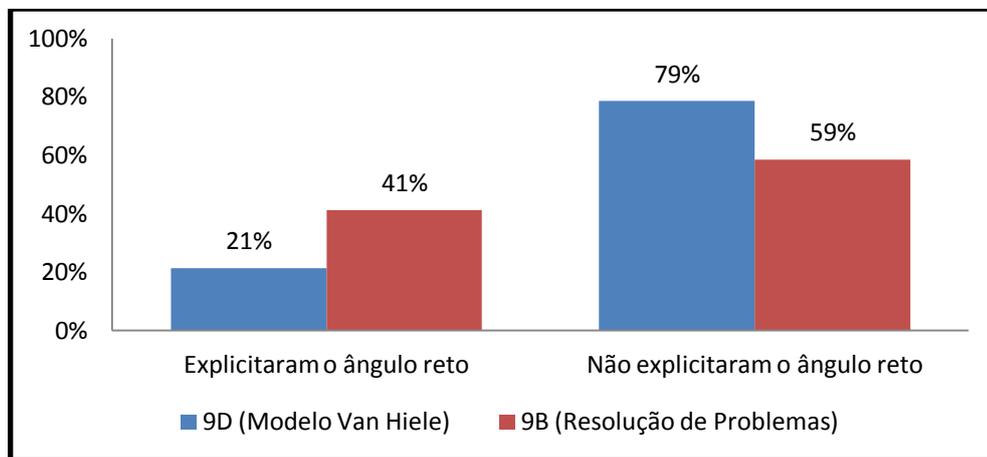
#### 4.4 TESTE FINAL<sup>6</sup>

O teste final aplicado no dia 12 de novembro de 2013 (Anexo 7.10) serviu como instrumento para comparar a progressão do nível de desenvolvimento geométrico em que os alunos se encontravam no teste 1 e o que adquiriram neste processo. Estiveram presentes 29 alunos da 9B e 28 alunos da 9D e as respostas de alguns alunos seguem a seguir com as devidas constatações.

A primeira questão teve o objetivo de verificar se os alunos ao desenharem um quadrado, retângulo ou triângulo retângulo reconheceriam e explicitariam o ângulo reto. A ideia de desenhar essas três figuras foi para não influenciar nas respostas das atividades posteriores onde teriam que reconhecer um triângulo

<sup>6</sup> Parte comum aos trabalhos feitos por Rafael Nogueira Luz e Júlio Silva de Pontes.

retângulo e utilizar o teorema de Pitágoras para solucionar os problemas. Foi coletado o seguinte.



**Gráfico 11: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos explicita o ângulo reto nas principais formas geométricas**

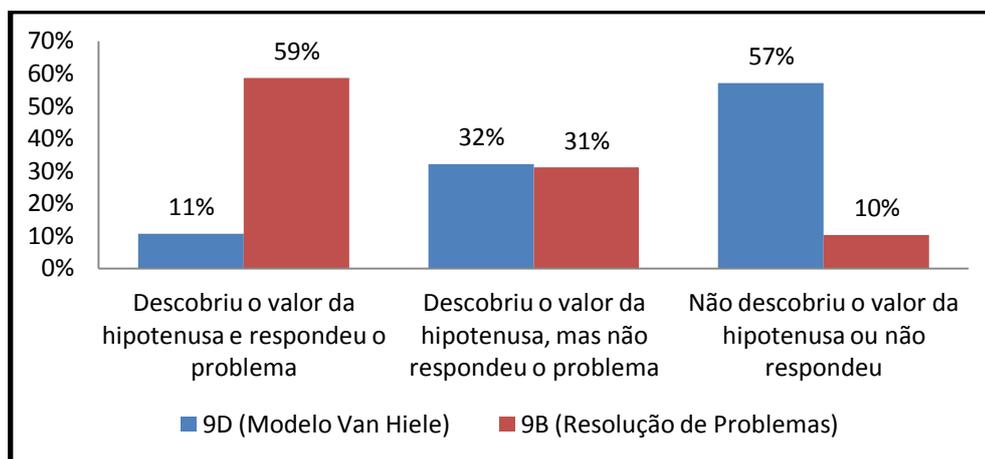
Uma justificativa para o maior percentual dos alunos que explicitaram o ângulo reto da turma que tiveram as oficinas de resolução de problemas para a turma que tiveram as oficinas do modelo Van Hiele se deve ao fato que as oficinas do modelo Van Hiele partiram do princípio que os alunos já reconheceriam o ângulo reto, e as oficinas foram preparadas diretamente para construção do teorema de Pitágoras, enquanto a primeira oficina de resolução de problemas explorou o reconhecimento do ângulo reto para posteriormente explorar o teorema de Pitágoras.

A segunda questão teve o objetivo de descobrir se os alunos sabem que o teorema de Pitágoras é aplicado em um triângulo retângulo. A questão foi de múltipla escolha e tirado do educopédia<sup>7</sup>, uma plataforma online colaborativa de aulas digitais e um recurso educacional aberto. Todos os alunos que tiveram as oficinas do modelo Van Hile acertaram essa questão, porem dois alunos que

<sup>7</sup> Disponível em <http://www.educopedia.com.br/>

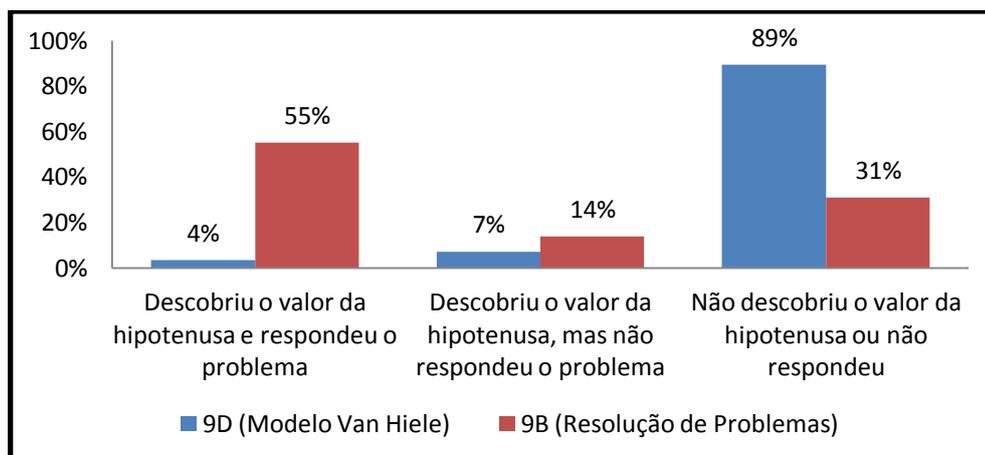
tiveram as oficinas de resolução de problemas não acertaram a questão, um por não ter respondido e o outro por ter respondido retângulo. Podemos afirmar então que os alunos sabem onde podem aplicar o teorema de Pitágoras.

A terceira e quarta questão foram retiradas do livro aprovado pelo MEC para utilização a partir de 2014, Matemática Teoria e Contexto (9º ano, p.116-117). São questões discursivas consideradas fáceis, pois os lados formam um terno pitagórico, onde os alunos além de aplicar o teorema de Pitágoras para descobrir o valor da hipotenusa devem interpretar o problema e responder o que se pede. O resultado da terceira questão se encontra a seguir.



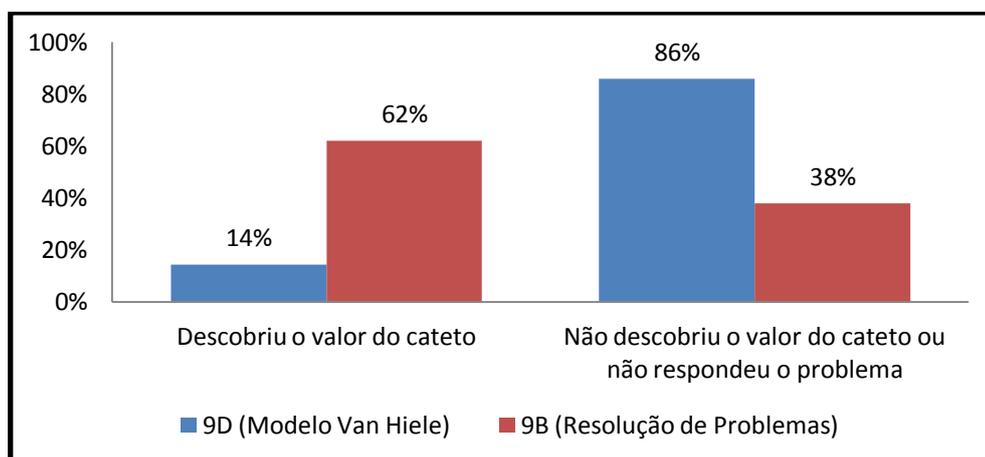
**Gráfico 13: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpreta e responde um problema fácil de teorema de Pitágoras (terceira questão)**

Ao comparar as duas metodologias nesta questão, podemos observar que os alunos que tiveram as oficinas de resolução de problemas foram bem melhores dos que os alunos que tiveram as oficinas através do modelo Van Hiele. Vamos verificar a quarta questão para saber se esse fato persiste, e o resultado se encontra a seguir.



**Gráfico 14: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpreta e responde um problema fácil de teorema de Pitágoras (quarta questão)**

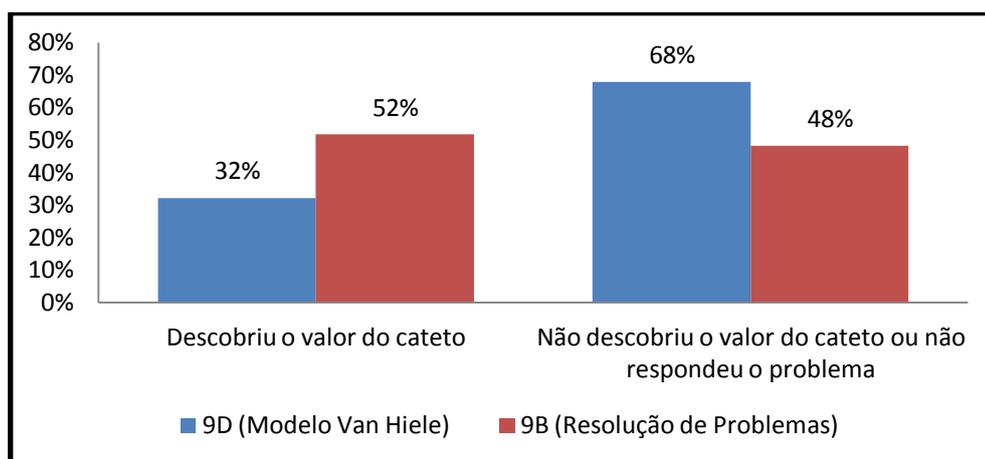
A quinta questão foi retirada do livro PROJOVEM Urbano (9º ano, Oficina 4, 2009). É uma questão discursiva de dificuldade moderada, pois os lados não formam um terno pitagórico, onde os alunos devem aplicar o teorema de Pitágoras para descobrir o valor aproximado de um dos catetos. O resultado desta questão se encontra a seguir.



**Gráfico 15: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpreta e responde um problema sobre o teorema de Pitágoras com dificuldade moderada (quinta questão)**

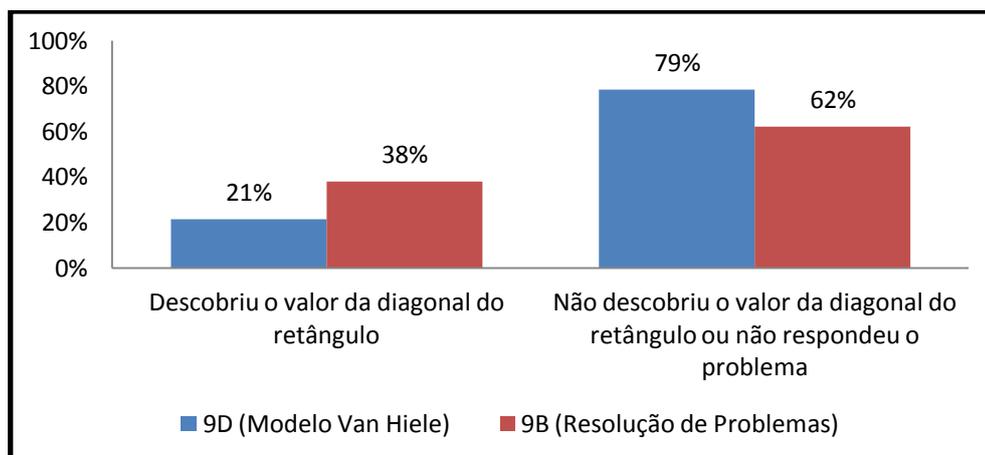
A sexta questão foi retirada do livro aprovado pelo MEC para utilização a partir de 2014, Ideias e Desafios (9º ano, p.169). É uma questão discursiva de dificuldade moderada, mesmo os lados do triângulo sendo um terno pitagórico, o

que diferencia da questão anterior é o fato da figura da questão não apresentar os valores dos respectivos lados do triângulo retângulo. Os alunos devem interpretar e retirar essas informações do problema, antes de aplicar o teorema de Pitágoras. O resultado desta questão se encontra a seguir.



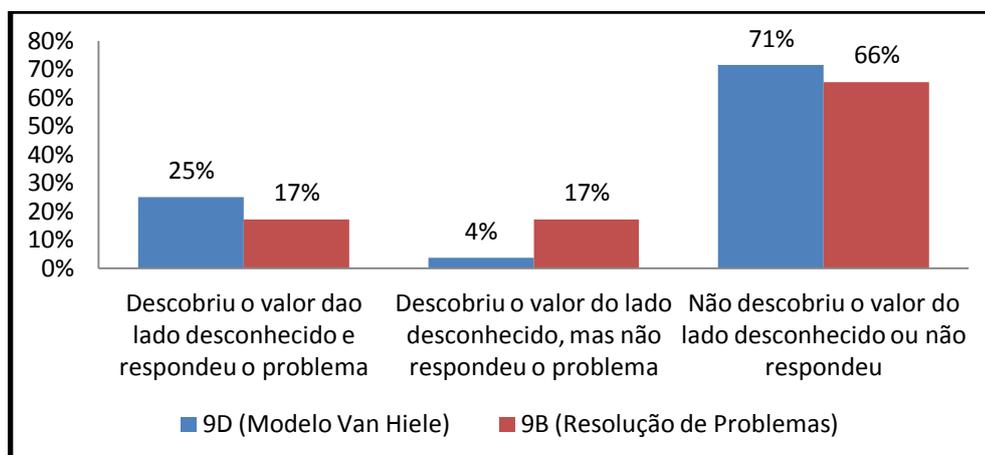
**Gráfico 16: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpreta e responde um problema sobre o teorema de Pitágoras com dificuldade moderada (sexta questão)**

A sétima questão foi retirada do livro aprovado pelo MEC para utilização a partir de 2014, Projeto Araribá (9º ano, p.101). É uma questão discursiva de dificuldade moderada para alta, mesmo os lados do triângulo sendo um terno pitagórico, o que diferencia das questões anteriores é o fato do triângulo retângulo não estar implícito e não apresentar os valores dos respectivos lados, que são números decimais, do retângulo da figura. Os alunos devem interpretar e retirar essas informações do problema, antes de aplicar o teorema de Pitágoras para descobrir o valor da diagonal do retângulo. O resultado desta questão se encontra a seguir.



**Gráfico 17: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpreta e responde um problema sobre o teorema de Pitágoras com dificuldade moderada para alta (sétima questão)**

A oitava e última questão foram retiradas do livro aprovado pelo MEC para utilização a partir de 2014, Vontade de saber Matemática (9º ano, p.172). É uma questão discursiva de dificuldade alta, mesmo os lados do triângulo retângulo sendo um terno pitagórico, o que diferencia das questões anteriores é o fato do triângulo da figura não ser retângulo, e sim isósceles obtusângulo. Os alunos devem interpretar e retirar as informações do problema, tentar descobrir o lado desconhecido traçando a altura do triângulo dado para transformá-lo em dois triângulos retângulos, antes de aplicar o teorema de Pitágoras. Além disso, deve calcular o perímetro do triângulo inicial para responder o problema. O resultado desta questão se encontra a seguir.



**Gráfico 18: Verificar em quais metodologias de ensino da geometria os alunos interpreta e responde um problema sobre o teorema de Pitágoras com dificuldade alta (oitava questão)**

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS<sup>8</sup>

Ainda que os estudos sobre diferentes metodologias aplicadas ao ensino da geometria possam avançar bastante, neste momento podem ser feitas algumas observações significativas considerando-se a pesquisa realizada no presente trabalho.

Observa-se que a média de alunos presentes nas oficinas Resolução de Problemas foi de 28 alunos na 9B e nas oficinas do modelo Van Hiele foi de 27 alunos na 9D. Temos que no teste final um aluno da 9B não havia participado da primeira oficina e um aluno da 9D não havia participado de nenhuma das oficinas.

Na preparação das oficinas do modelo Van Hiele observamos que as atividades não interagiram em cima de uma problemática da realidade dos alunos, o que gerou nos mesmos uma dificuldade de aplicar esse modelo em situações problemas. A suposição da validade do teorema em estudo no modelo Van Hiele ocorreu de maneira natural. O mesmo não ocorreu nas oficinas de resolução de problemas. Nessa metodologia situações cotidianas foram apresentadas de maneira eficaz, enquanto a indução que levou a utilização do teorema não foi tão simples.

Com as análises dos gráficos feitos em cada uma das oficinas e nos testes observamos que as oficinas de Resolução de Problemas tiveram uma média melhor. Dentre os fatores que podem ser considerados como parte desse sucesso é que a turma 9B, a qual teve as oficinas de resolução de problemas, os alunos foram mais participativos e solidários, e esse fato não ocorreu na turma que teve as oficinas do modelo Van Hille, que é uma turma formada por grupos que não se falam entre si, e poucos alunos de um mesmo grupo eram solidários com os seus colegas. Vale resaltar que essa turma não teve professor de matemática durante três bimestres no oitavo ano. Além disso, a relação professor aluno na turma 9B

---

<sup>8</sup> Parte deste trabalho foi feito pelo professor Julio Silva de Pontes.

sempre foi muito boa, antes mesmo das aplicações das oficinas. Já a relação professor aluno na turma 9D não estava tão boa assim, pois no terceiro bimestre o professor de matemática da turma havia chamado atenção do representante pela sua indisciplina, o mesmo era líder na turma positivamente e negativamente. Fato que fez com que as aulas transcorressem normalmente, mas com um clima pesado.

Fato curioso, é que a turma que teve as oficinas de resolução de problemas sempre reclamava das oficinas ao iniciar as atividades, mas durante o percorrer das atividades eles eram participativos, e no final das atividades havia elogios de alguns alunos. Já nas oficinas do modelo Van Hiele os alunos sempre elogiavam o tipo de atividade, porém não tinham muita paciência para terminá-las. Os alunos que melhor sobressaíam nestas oficinas foram alunos que não se destacavam durante as aulas tradicionais de matemática.

As discussões entre os pesquisadores das metodologias analisadas permitem concluir que elas podem, e até mesmo devem, ser trabalhadas de maneira complementar. Cabe a cada professor experimentar essa possibilidade seguindo as orientações de cada pesquisador.

## **5.1 CONCLUSÕES FINAIS SOBRE A METODOLOGIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Abaixo estão relacionados os pontos positivos e negativos que puderam ser identificados nas três oficinas sobre Resolução de Problemas.

Pontos positivos:

- Após iniciarem as oficinas os alunos se concentravam na elaboração da mesma até a sua conclusão, incluindo aqueles alunos que muitas vezes tem dificuldade de atenção;
- Os alunos que se interessaram pelos problemas propostos foram os mais participativos nas atividades das oficinas. Possivelmente, por tratar de temas que vinham de encontro com situações que fazem parte do cotidiano;

- A todo instante que dúvidas surgiam os alunos discutiam informações com outros colegas e com o professor, ora para sanar dificuldades ora para comunicar uma possível solução;
- O professor podia perceber quais as principais dificuldades dos alunos, interferindo quando julgou necessário, assim, o processo de avaliação pode ser feito de maneira contínua;
- O grupo técnico-administrativo da escola, diretora, orientadora, pedagoga, gostaram da iniciativa que propunha aplicação de uma metodologia diferente daquela normalmente utilizada pelos professores.

#### Pontos Negativos:

- Houve resistência por parte de um grupo de alunos, para dar início as atividades;
- Os alunos tiveram dificuldades em realizar a demonstração do teorema de Pitágoras;
- Alguns alunos, mais acostumados com aulas tradicionais, ficavam inseguros para tomar decisões;
- Os alunos tiveram limitações para responder alguns itens; por não estarem acostumados a justificar seu raciocínio por escrito, principalmente nas aulas de matemática.

Como sugestões para professores que tenham interesse em utilizar a metodologia Resolução de Problemas em suas aulas valem as seguintes ponderações:

- a. Os conteúdos geométricos abordados devem estar ao alcance dos conhecimentos prévios dos alunos;
- b. Os problemas propostos devem ser elaborados ou adaptados de maneira que seja interessante aos alunos resolvê-los. Uma opção é conhecer a realidade dos mesmos para tal fim;

- c. O professor para trabalhar com essa metodologia deve estar disposto a assumir uma nova postura dentro da sala de aula e oferecer aos alunos uma maior autonomia sobre o processo do seu aprendizado;
- d. O docente terá trabalho extra para elaborar as aulas, trabalho esse que não será em vão, pois com o tempo terá um banco de problemas sobre vários conteúdos geométricos;
- e. Para esta metodologia é interesse que os alunos utilizem as suas proposições através da escrita, pois a linguagem escrita na matemática deve ser explorada, para permitir a transmissão, a troca e a (re)elaboração de conhecimentos e ideias.

Por fim, meu desejo é que a presente pesquisa contribua para uma efetiva melhoria do ensino e do aprendizado de geometria nas séries finais do ensino fundamental, em particular sobre o conteúdo Teorema de Pitágoras.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEVATO, Norma Sueli Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas** (Seminários e Debates). São Paulo: UNESP, 2005.

ALLEVATO, Norma Sueli Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensinando matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, Ano XXXIII, n.55,p.1-19,jul./dez. 2009. Disponível em <<http://www.ufrj.br/SEER/index.php/gepem/article/view/54/87>>. Acesso em: 10 julho 2013.

ALVES, George de Souza; SAMPAIO, Fábio Ferrentini. **O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica**. Separata de: *Revista de Sistemas de Informação*, Macaé: FSMA, n. 5, p. 69-76. 2010.

ANDRADE, José Antônio Araújo; NACARATO, Adair Mendes. **Tendências Didático-Pedagógica para o Ensino da Geometria**. Educação Matemática. São Paulo: USF, n.19

BRASIL. Lei nº 8.035/ 2010. **Projeto de Lei do Plano Nacional de Educação (PNE 2011/2020)**: projeto em tramitação no Congresso Nacional. Brasília: Câmara dos Deputados, Edições Câmara, 2011. 106p. – (Série ação parlamentar; n.436)

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 24 dez. 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica (2013). **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília, DF: Diretoria de Currículos e Educação Integral, 2013 – MEC/ SEB/ DICEI.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica (2004). **Explorando o Ensino da Matemática**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2004. Atividades, vol. III, p. 24-27.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica (1998). **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, DF: Secretaria de Educação, 1998. Ensino Fundamental – MEC/ SEF.

COSTA, Eliane Moreira da. Educação Matemática e Origami. In: FERNANDES, Neiva Santos Masson; DOMINICK, Rejany dos S; CAMARGO, Sueli. **Formação de professores: projetos, experiências e diálogos em construção**. Niterói: UFF, 2008. 230 p. p. 97 – 119.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. **Aprendendo e ensinando geometria**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual. 308 p. p.1 – 19.

DEMO, Pedro. **A nova LDB, entre ranços e avanços**. Campinas – SP. Papirus.

FALZETTA, Ricardo. Matemática pulsa no dia a dia. **Revista Nova Escola**, São Paulo, p. 18-23, março de 2002.

FORNARI DIEZ, Carmem Lúcia; BALDUINO HORN, Geraldo. **Orientações para elaboração de projetos e monografias**. Petrópolis: Vozes, 2005.

GAZIRE, Eliane Scheid. **Perspectivas da resolução de problemas em educação matemática**. 1988. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 1988.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. **Vendo e entendendo Poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos**. Niterói: UFF, 2003. 209 p.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. **Novas tecnologias no ensino da matemática: tópicos em ensino de geometria**. Rio de Janeiro: UAB, 2008. 223 p.

KAUFMAN FAINGUELERNT, Estela; ASHTON NUNES, Kátia R. Fazendo Matemática com Arte. **Revista Pátio**, Rio de Janeiro, ano 8, n. 30, p. 38-41, mai/ jul 2004.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Projeto Araribá: Matemática**. São Paulo: Moderna, 2010.

LIMA, Elon Lages. **Matemática e ensino**. Coleção Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2007. 3. ed. 207p.

LIMA, Elon Lages. **Meu professor de matemática e outras histórias**. Coleção Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2012. 6. ed. 241p.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 1987.

MILAN, Ivonildes; GUERRA, Isabel C.; PADOVAN, Daniela. **Matemática. A Arte da Matemática**. São Paulo: Mão na massa, 2004.

SILVA, Mário O. Marques da. **Novas tecnologias no ensino da matemática: História da Matemática através de problemas**. Rio de Janeiro: UAB, 2008. 257 p.

POLYA, G. A. **A arte de resolver problemas**. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. São Paulo: Interciência, 1978.

PEREIRA, Gisliane A; SILVA, Sandreane P; MOTTA JÚNIOR, Walter S. O modelo Van Hiele de Ensino de Geometria aplicado à 5ª e 6ª série do ensino fundamental. **Revista FAMAT**, Minas Gerais, n. 5, p. 21-50, set. 2005.

PIRES, Célia M. Carolino; CURI, Edda; CAMPOS, Tânia Maria M. **Espaço e forma: a construção de noções geométricas**. São Paulo: PREM, 2000.

PROENÇA, Marcelo C; PIROLA, Nelson A. **A Formação Conceitual em Geometria: uma análise sobre polígonos e poliedros**. In: III SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2006, Águas de Lindóia – SP.

RIBEIRO, Raquel. Material Concreto: um bom aliado nas aulas de matemática. **Revista Nova Escola**, São Paulo, p. 40-43, agosto de 2005.

ROSÁRIO, Luciana. Sem Medo dos Números. **Jornal Folha Dirigida**, Rio de Janeiro, 6 a 12 de set. 2005. Caderno de Educação, p. 15.

SANTOMAURO, Beatriz. A geometria que faz a diferença. **Revista Nova Escola**. Presidente Médici - RO, p.60-63, Já,/ Fev de 2009.

SCHROEDER, T. L; LESTER JR, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989. P.31 – 42.

SEGADAS, Cláudia; ROCHA, Denise F. da; SILVA, Fátima R. da; MOUTINHO PEREIRA, Márcia. Figuras Espaciais: Visualização e Representação. In: I ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA FEBF, 2005, Duque de Caxias. **Tópico Temático**.

TEIXEIRA, Manuel Lima C. A Formação do Professor de Matemática e a Pesquisa em sala de aula. **Educação Matemática em Revista**, Salvador, ano 9, n. 12, p. 40-45, fev. 2000.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. 4. Ed. New York: Longman, 2001.

VILA, Antoni; CALLEJO, Maria Luz. **Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas**. Tradução Ermani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006. 212p.

## 7. ANEXOS

### 7.1 AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA



Estado do Rio de Janeiro  
PREFEITURA MUNICIPAL DE ANGRA DOS REIS  
Secretaria Municipal de Educação, Ciência e Tecnologia  
Escola Municipal Prof.<sup>a</sup> Cleusa Fortes de Pinho Jordão

E.M. Prof.<sup>a</sup> Cleusa Fortes de Pinho Jordão  
Rua Itaperuna s/nº Japuiba – Angra dos Reis – RJ  
Criada através do Decreto Municipal nº 1309 de 17/03/88  
Autorizada a ministrar o Ensino Fundamental  
pela Portaria nº 11SMF de 25/03/90

Angra dos Reis, 22 de outubro de 2013.

#### AUTORIZAÇÃO

Autorizo aos professores JULIO SILVA DE PONTES e RAFAEL NOGUEIRA LUZ a aplicar oficinas de pesquisa do trabalho e conclusão do curso intitulado “Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria” do programa de mestrado profissional em matemática em rede nacional (Profmat) pelo o IMPA, nas turmas de 9º ano, 9B e 9D, desta escola durante 05 aulas no 4º bimestre escolar de 2013.

  
Maria Valéria da S. Riguimi  
Diretora  
Mat.: 2899

## 7.2 QUESTIONÁRIO APLICADO AOS DOCENTES

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa  
 Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profnat)  
 Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria  
 Professores Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz

Município de Angra dos Reis. Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2014.

Escola onde leciona: \_\_\_\_\_.

Professor: \_\_\_\_\_. Ano escolar de suas turmas: ( ) 6º, ( ) 7º, ( ) 8º, ( ) 9º

### QUESTIONÁRIO (DOCENTE DE MATEMÁTICA)

Solicito a colaboração desta coleta de informações sobre a aplicação de oficinas na turma 9B e 9D na Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão com o objetivo de avaliar diferentes metodologias aplicadas à geometria. Suas informações serão mantidas em sigilo. Desde já agradeço a sua participação neste projeto.

1) Com que frequência você aborda cada bloco de conhecimento:

|                          | Com muita frequência | Às vezes | Raramente | Nunca |
|--------------------------|----------------------|----------|-----------|-------|
| Números e Operações      |                      |          |           |       |
| Espaço e Forma           |                      |          |           |       |
| Grandezas e Medidas      |                      |          |           |       |
| Tratamento da informação |                      |          |           |       |

2) Ao abordar Espaço e Forma com que frequência você utiliza as seguintes ferramentas:

|                     | Com muita frequência | Às vezes | Raramente | Nunca |
|---------------------|----------------------|----------|-----------|-------|
| Quadro Branco       |                      |          |           |       |
| Livro Didático      |                      |          |           |       |
| Materiais Concretos |                      |          |           |       |
| Problemas           |                      |          |           |       |

Outros ( ) Quais: \_\_\_\_\_ Com que frequência: \_\_\_\_\_

3) Você já ouviu falar sobre o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico?

( ) Não ( ) Sim. Você costuma utilizá-lo ao ensinar geometria: \_\_\_\_\_

4) Como você utiliza problemas ao ensinar geometria:

( ) ao iniciar um conteúdo ( ) para finalizar um conteúdo  
 ( ) em todo processo de construção do conteúdo ( ) não costumo utilizar problemas em geometria

5) Você gostaria de ter informações sobre diferentes metodologias aplicadas à geometria?

( ) Não, por que? \_\_\_\_\_

( ) Sim, por que? \_\_\_\_\_

### 7.3 TESTE INICIAL (TESTE 1)

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa  
 Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profinat)  
 Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria  
 Professores Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão  
 Nome do aluno: \_\_\_\_\_, turma: \_\_\_\_\_  
 Professor: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / 2013

#### TESTE 1

Solicito a colaboração desta coleta de informações sobre a aplicação das oficinas na turma 9B e 9D na Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão. Os objetivos será avaliar diferentes metodologias aplicadas à geometria. Suas informações serão mantidas em sigilo. Desde já agradeço a sua participação neste projeto.

1) Desenhe abaixo as seguintes figuras:

| Quadrado | Retângulo | Triângulo Retângulo |
|----------|-----------|---------------------|
|          |           |                     |

2) Você já ouviu falar sobre o matemático Pitágoras?

( ) Não ( ) Sim, onde? \_\_\_\_\_

3) Você conhece o Teorema de Pitágoras?

( ) Não ( ) Sim, onde ele é utilizado? \_\_\_\_\_

4) Nas aulas de matemática você gosta de utilizar materiais concretos:

( ) Não, por que? \_\_\_\_\_  
 ( ) Sim, por que? \_\_\_\_\_

5) Nas aulas de matemática você gosta de resolver problemas:

( ) Não, por que? \_\_\_\_\_  
 ( ) Sim, por que? \_\_\_\_\_

## 7.4 FICHA DAS ATIVIDADES DA PRIMEIRA OFICINA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA  
 Programa de Mestrado Profissional em rede Nacional (Profmat)  
 Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicadas à geometria  
 Professor Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Cleusa Fortes de Pinho Jordão

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ turma: \_\_\_\_\_  
 Professor: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2013

ASSUNTO: RECONHECENDO ÂNGULOS RETOS E TRIÂNGULOS RETÂNGULOS

1) Observe atentamente o desenho da casa:



a) Escreva as irregularidades que você encontra no desenho.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

b) Para cada problema que você observou, escreva qual deveria ser a forma correta para esta construção.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

c) Usando a régua, construa cada parte da casa na forma que você considera correta.

d) Qual tipo de ângulos (agudo, reto ou obtuso) foram utilizados e qual(is) seria(m) adequado(s), nas partes analisadas da construção de uma casa.

\_\_\_\_\_

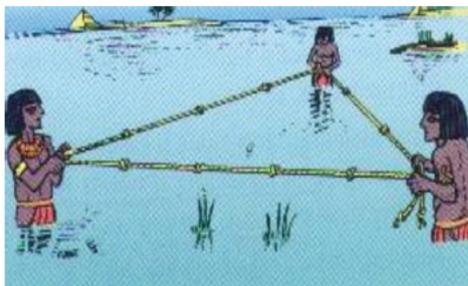
e) Quais os conceitos matemáticas, além dos ângulos que são necessários para a construção de uma casa?

\_\_\_\_\_

## 2) Um pouco da história...

Desde muito cedo em sua história, a humanidade utiliza ângulos retos para demarcar terras, construir templos, palácios, casas, etc. Se você observar o espaço à sua volta, poderá identificar muitos ângulos retos.

Na edificação das pirâmides egípcias, os arquitetos e construtores usaram um triângulo com lados 3, 4 e 5 unidades para determinar um ângulo reto, conforme atestam documentos daquela época.



## a) Construção do Esquadro Egípcio.

**Material necessário:** Barbante, régua e caneta.

**Procedimento:** Dando nós em um barbante, construa um esquadro egípcio. Se preferir, em vez de dar nós, faça marcas no barbante. A distância entre dois nós poderá ser de 2 centímetros. O importante é que os espaços entre os nós ou marcas sejam exatamente iguais.

b) Utilize o esquadro para verificar se alguns elementos da sala de aula estão realmente “no esquadro”, ou seja, se formam ângulos retos. Escreva em quais objetos você usou o esquadro e o que você observou.

---



---



---

c) De acordo com a construção de sua corda, você acha que os egípcios conseguiram construir os ângulos retos das pirâmides com tamanha precisão usando cordas desse tipo?

---



---



---

d) Você sabe o motivo dos egípcios escolherem o triângulo com 3, 4 e 5 unidades de medidas de lado? Existia alguma vantagem nesta escolha?

---



---



---

e) Será que o esquadro egípcio poderia ser construído com lados de medidas 6, 8 e 10? Se achar necessário construa o esquadro egípcio com barbante para responder essa questão.

---

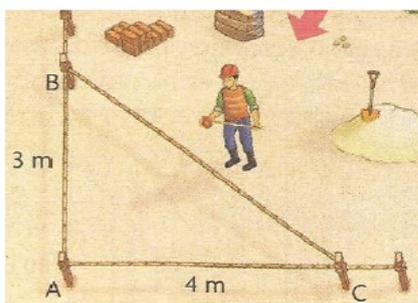


---



---

3) Na construção de uma casa, os pedreiros marcam a direção das paredes, usando uma ideia parecida com a do esquadro egípcio, como mostra a figura.



Obs: Num triângulo retângulo, o lado oposto ao ângulo reto recebe o nome de hipotenusa, e os lados adjacentes ao ângulo reto recebem o nome de catetos.

a) Desenhe o ângulo reto no triângulo ABC da figura.

b) Qual é o lado do triângulo oposto ao ângulo reto?

c) O lado oposto ao ângulo reto tem medida maior ou menor que os outros lados?

d) Qual segmento representa e qual é a medida de cada um dos seguintes elementos, no triângulo retângulo ABC?

- Hipotenusa

Segmento: \_\_\_\_\_ Medida: \_\_\_\_\_

- Cateto maior:

Segmento: \_\_\_\_\_ Medida: \_\_\_\_\_

- Cateto menor:

Segmento: \_\_\_\_\_ Medida: \_\_\_\_\_

e) Vamos descobrir uma relação entre as medidas dos lados 3 m, 4 m e 5 m, do triângulo retângulo. Para isso complete a tabela.

|              | Medida | Medida elevada ao quadrado |
|--------------|--------|----------------------------|
| Hipotenusa   |        |                            |
| Cateto maior |        |                            |
| Cateto menor |        |                            |

- Que relação você consegue perceber?

\_\_\_\_\_

## 7.5 DIÁRIO DE BORDO DA PRIMEIRA OFICINA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa  
 Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)  
 Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria  
 Professores Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão  
 Data: 05 / 11 / 2013. Hora: 10:50 hs. Turma: 9B. Duração: \_\_\_\_\_.

Assunto: Explorar o Teorema de Pitágoras através de Resolução de Problemas

### DIÁRIO DE BORDO

A turma chegou a escola na sala pois estava conversando na secretaria com a diretora sobre a formatura. O início da atividade a turma ficou quieto realizando o desdobramento. Os alunos ficaram com dúvida nos nomes das principais figuras e o professor (eu) desenhe e coloquei o nome das figuras no quadro. Os alunos tiveram muita dificuldade em fazer a atividade com o bônus. No final um aluno percebeu a relação que havia entre os lados de um triângulo retângulo e explicou para a turma.

## 7.6 FICHA DAS ATIVIDADES DA SEGUNDA OFICINA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA  
 Programa de Mestrado Profissional em rede Nacional (Profmat)  
 Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicadas à geometria  
 Professor Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Cleusa Fortes de Pinho Jordão

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ turma: \_\_\_\_\_  
 Professor: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2013

ASSUNTO: RECONHECENDO E DEMONSTRANDO

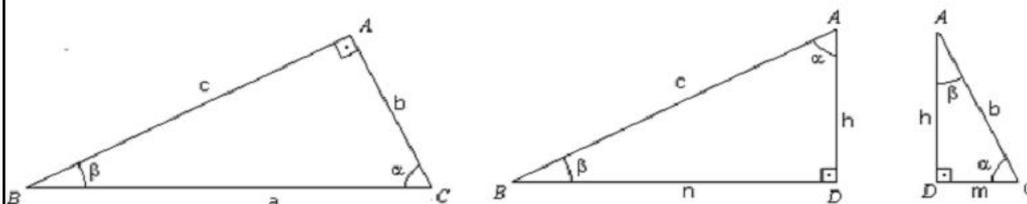
Na construção de alguns telhados podemos encontrar estruturas como a da figura abaixo, essas peças recebem o nome de tesouras. Você seria capaz de determinar a medida da peça de ligação da tesoura?



1) Construção de três triângulos retângulos semelhantes.

**Material necessário:** 1 folha de papel cartão

**Procedimento:** Divida o retângulo ao meio por sua diagonal. Depois, pegue um dos triângulos formados, desenhe sua altura em relação ao maior lado, e divida esse triângulo por sua altura. Você formou três triângulos, nomeie os vértices do triângulo e as medidas de seus lados conforme a figura abaixo.



a) Sobreponha os três triângulos para perceber que eles são semelhantes.

b) Podemos garantir que os três triângulos são retângulos? Justifique sua resposta com base na construção realizada.

---



---



---

c) Estabeleça a relação de proporcionalidade entre os lados dos triângulos ABC e DBA que permitem concluir que  $c^2 = a.n$ .

---



---



---

d) Estabeleça a relação de proporcionalidade entre os lados dos triângulos ABC e DAC que permitem concluir que  $b^2 = a.m$ .

---



---



---

e) Some as expressões  $c^2 = a.n$  e  $b^2 = a.m$ , membro a membro e use o fato que  $m+n = a$ . Que resultado você obteve?

---



---



---

f) A relação obtida no item e, usa a medida da hipotenusa e a medida dos dois catetos do triângulo maior. Essa relação recebe o nome de Teorema de Pitágoras, podemos escrevê-lo da seguinte maneira:

“Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual a soma dos quadrados das medidas dos catetos”

2) Agora voltemos a problema. Você seria capaz de determinar a medida da peça de ligação da tesoura do telhado?

---



---



---



---



---



---



3) Um portão de uma fazenda terá a forma de retângulo. Para dar rigidez à estrutura, uma barra de madeira será colocada na diagonal do retângulo. O portão tem largura de 80 centímetros e comprimento de 60 cm. Qual é a medida da barra que madeira usada para dar rigidez ao portão? (Desenhe uma figura)

---



---



---



---



---



---



4) No alto de um bambu vertical está presa uma corda. O bambu mede 5 metros. Quando a corda é esticada, sua extremidade toca no solo a uma distância de 12 metros do pé do bambu.

a) Faça uma figura para representar o problema.

b) A medida da corda é maior ou menor que o tamanho do bambu? \_\_\_\_\_

c) Qual é o comprimento da corda?

---

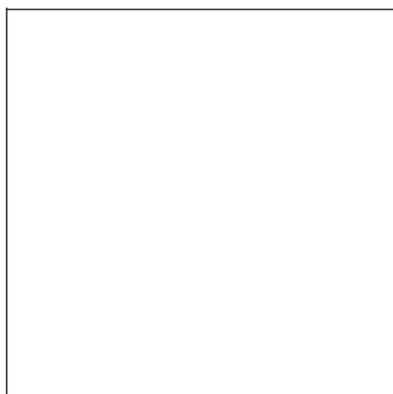
---

---

---

---

---



## 7.7 DIÁRIO DE BORDO DA SEGUNDA OFICINA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa  
 Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)  
 Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria  
 Professores Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão

Data: 06 / 11 / 2013. Hora: 7:18 hs. Turma: 9B. Duração: \_\_\_\_\_.

Assunto: Explorar o Teorema de Pitágoras através de Resolução de Problemas

### DIÁRIO DE BORDO

Mais uma vez a turma demorou para entrar na sala, pois em  
 o 1º tempo e muitos chegaram atrapalhos. A turma reclamou para fazer  
 a atividade mas ficou quieto quando a atividade começou.  
 Um dos alunos quis saber se dobrar o retângulo ou não pois pois  
 todos apontam o ponto central é que onde a diagonal do retângulo  
 não passa.

## 7.8 FICHA DAS ATIVIDADES DA TERCEIRA OFICINA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA  
 Programa de Mestrado Profissional em rede Nacional (Profinat)  
 Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicadas à geometria  
 Professores: Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Cleusa Fortes de Pinho Jordão

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ turma: \_\_\_\_\_  
 Professor: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2013

ASSUNTO: APLICANDO

1) A figura mostra um mapa de ruas que ligam os pontos A, B e C. A casa onde Pedro mora fica perto do ponto A, próximo ao ponto B está localizada a casa de João e perto do ponto C é o local onde ambos trabalham. Com base nessas informações responda as questões:

a) A distância entre os pontos A e B é maior ou menor que 40 metros?

\_\_\_\_\_

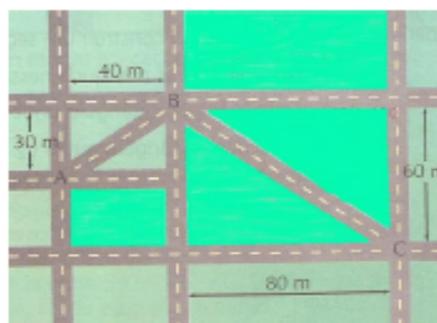
b) Qual é a distância entre os pontos A e B?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



c) Escreva duas maneiras diferentes de Pedro ir até a casa de João.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

d) Quantos metros Pedro irá percorrer em cada uma das duas maneiras que você encontrou acima?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

e) Num dia Pedro combinou que iria pegar João em sua casa para depois irem ao trabalho juntos. Escreva duas maneiras que Pedro poderá fazer esse trajeto.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

f) Calcule o menor trajeto possível que Pedro poderia fazer para ir até a casa de João e depois juntos para o serviço.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2) “Um Problema de outra época”. Uma escada possui 260 centímetros e deverá ser posicionada de tal forma que seu “pé” fique afastado 100 centímetros da base de uma torre.

a) Com base na imagem ilustrativa do problema, você acha que a altura que escada irá atingir na torre é maior ou menor que o tamanho da escada? Explique.

---



---

b) Como você faria para calcular a altura citada no item a)?

---



---

c) Qual a altura máxima que a escada deverá atingir na torre?

---



---



---



3) O Sr. José está tendo problemas em seu terreno, ele vai precisar cercá-lo. O terreno tem a forma de um trapézio retângulo, e as medidas do terreno estão indicadas na figura.

a) Na figura apenas um lado não está com a medida indicada. Você acha que medida desse lado é maior ou menor que 10 metros? Explique.

---



---

b) Você acha que é possível calcular a medida do lado que não sabemos o valor? Como você faria?

---



---

c) Calcule a medida do lado desconhecido do terreno do Sr. José.

---



---



---

d) Quantos metros de arame são necessários para cercar, com 3 voltas, o terreno do Sr. José?

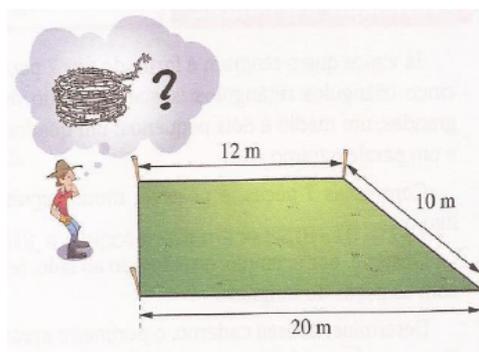
---



---



---



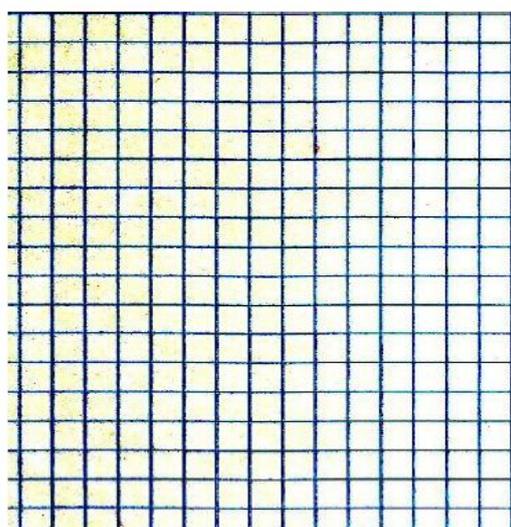
4) Um triângulo que tem dois lados com medidas iguais é chamado de triângulo isósceles. Num triângulo isósceles o lado que possui medida diferente recebe o nome de base, podemos chamar de altura relativa à base aquela referente a esse lado diferente. Considere o problema:

“Um triângulo isósceles tem 12 cm de altura relativa à base e 10 cm de base. Qual é a medida do lado comum desse triângulo?”

a) Desenhe no papel quadriculado ao lado o problema.

b) A medida do lado comum do triângulo isósceles é maior ou menor que a medida da altura do triângulo?

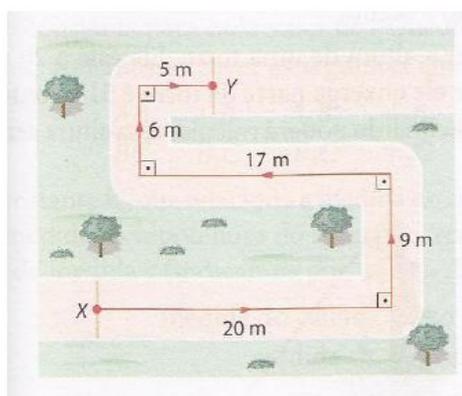
c) Escreva com suas palavras como podemos calcular a medida do lado comum?



d) Qual é a medida do lado comum desse triângulo?

**Desafio)** Num parque a professora da turma propôs uma caça ao tesouro. O mapa dizia: "Andem 20 passos a leste, a partir do velho carvalho, depois 9 passos a norte e 17 passos a oeste. Caminhem 6 passos a norte e outros 5 passos a leste e aí encontrarão o tesouro". A figura a seguir mostra a trajetória percorrida por um aluno para ir do ponto X ao ponto Y, caminhando em terreno plano e sem obstáculos.

Se ela tivesse usado o caminho mais curto para ir de X a Y, ou seja, para encontrar o tesouro ela teria percorrido quantos metros?




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## 7.9 DIÁRIO DE BORDO DA TERCEIRA OFICINA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa  
 Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmam)  
 Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria  
 Professores Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão

Data: 12 / 11 / 2013. Hora: 11.00h. Turma: 9B. Duração: \_\_\_\_\_.

Assunto: Explorar o Teorema de Pitágoras através de Resolução de Problemas

### DIÁRIO DE BORDO

Por motivo de calor na turma estava agitada, demorei fazer cada atividade, e não fizemos com a ajuda de professor. Percebi que os alunos tiveram algumas dificuldades para explicar com suas próprias palavras. O professor fez alguns exemplos e os alunos começaram a entender melhor. No 7º questionário os alunos já observaram o Teorema de Pitágoras que afirma: Em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Os alunos não quiseram responder os 2 últimos por que deu o inverso do teorema e por que colocamos o sinal de igual do exterior de calor.

## 7.10 TESTE FINAL (TESTE 2)

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - Impa  
 Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profnat)  
 Projeto: Avaliação de diferentes metodologias aplicada à geometria  
 Professores Julio Silva de Pontes e Rafael Nogueira Luz

Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão

Nome do aluno: \_\_\_\_\_, turma: \_\_\_\_\_  
 Professor: \_\_\_\_\_ data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / 2013

### TESTE 2

Solicito a colaboração desta coleta de informações sobre a aplicação das oficinas na turma 9B e 9D na Escola Municipal Professora Cleusa Fortes de Pinho Jordão. Os objetivos será avaliar diferentes metodologias aplicadas à geometria. Suas informações serão mantidas em sigilo. Desde já agradeço a sua participação neste projeto.

1) Desenhe abaixo as seguintes figuras:

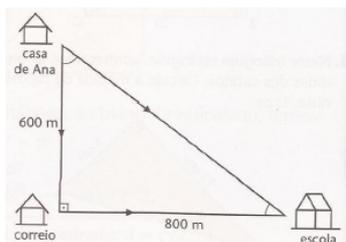
| Quadrado | Retângulo | Triângulo Retângulo |
|----------|-----------|---------------------|
|          |           |                     |

2) (**Educopédia – 9º ano**) Pitágoras foi um filósofo e matemático grego que nasceu em Samos entre 571 a.C. e 570 a.C. que desenvolveu vários trabalhos, dentre eles, o teorema de Pitágoras que teve um papel fundamental no desenvolvimento científico e tecnológico nos dias atuais. Onde podemos aplicar o teorema citado?

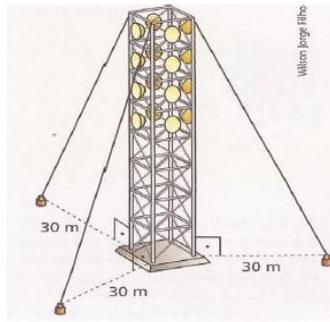


(A) Círculo      (B) Quadrado      (C) Retângulo      (D) Triângulo retângulo

3) (**Matemática teoria e contexto – 9º ano – p. 116**) Hélio e Ana partiram da casa dela com destino à escola. Ele foi direto de casa para a escola e ela passou pelo correio e depois seguiu para a escola, como mostra a figura. De acordo com os dados apresentados, a distância percorrida por Ana foi maior que a percorrida por Hélio em:

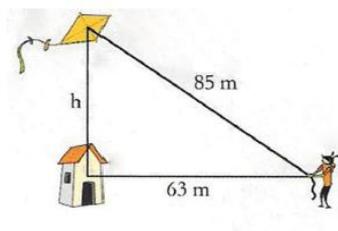


- 4) **(Matemática teoria e contexto – 9º ano – p.117)** A figura a seguir mostra uma antena retransmissora de rádio de 72 m de altura. Ela é sustentada por 3 cabos de aço que ligam o topo da antena ao solo, em pontos que estão a 30 m do pé da antena e que formam ângulos retos com ela. Quantos metros de cabo foram gastos para sustentar a antena?

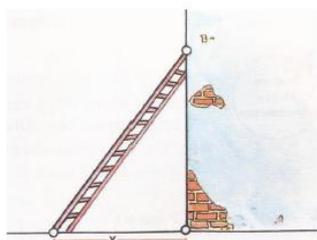


- 5) **(PROJOVEM Urbano 2009 – Oficina 4)** A corda de uma pipa mede 85 metros e se encontra voando sobre uma casa que está a 63 metros de Mariana.

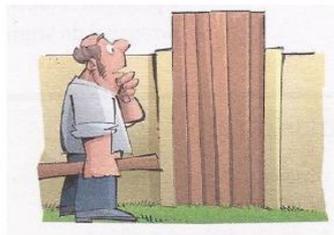
A que altura sobre o solo está a pipa?



- 6) **(Ideias e desafios – Iracema e Dulce – p.169)** Uma escada de 17 m de comprimento está apoiada em uma parede a 15 m do chão. Qual é a distância, no nível do chão, da escada à parede?



- 7) (Projeto Araribá – Matemática – 9º ano – p.101 “Saresp”) Seu Joaquim precisa de uma ripa de madeira para fazer um reforço diagonal num portão de 2 m de altura por 0,8 m de comprimento. Qual deve ser o comprimento da ripa?



- 8) (Vontade de saber Matemática – 9º ano – p.172) Márcia quer enfeitar a fachada com um fio de luzes coloridas, conforme mostra a figura.

Quantos centímetros desse fio de luzes coloridas serão necessários?

