

INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

LEONARDO DA SILVA GOMES

A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NA AVALIAÇÃO EM LARGA
ESCALA: um estudo sobre o Exame Nacional de Acesso do
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –
PROFMAT 2012

RIO DE JANEIRO – RJ

2014

INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

LEONARDO DA SILVA GOMES

A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NA AVALIAÇÃO EM LARGA
ESCALA: um estudo sobre o Exame Nacional de Acesso do
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –
PROFMAT 2012

Trabalho de Conclusão de Curso do
Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional, apresentado ao
Instituto Nacional de Matemática Pura
e Aplicada como requisito parcial para
a obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. PhD Paulo Cezar Pinto Carvalho

RIO DE JANEIRO – RJ

2014

A minha amada esposa Erica, fonte de
inspiração para esse curso e tudo mais
que faço na vida. Obrigado por nós
trazer o Dom da vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Erica por me apoiar e ajudar nessa jornada, compreendendo minha ausência em momentos importantes e, mais ainda, nos momentos cotidianos. E a Nina pelo companheirismo nas noites de estudo.

A dona Sule e seu Francisco por proporcionarem condições para que eu pudesse conquistar tantas vitórias. Aos meus irmãos Tatiane e Leandro por partilharem a minha ausência nos últimos anos.

Aos amigos Claudio, Deivison e Vander, pelo companheirismo e ajuda na confecção deste trabalho.

Ao grande Professor e orientador Paulo Cezar, pelo incentivo e ajuda na elaboração do trabalho.

RESUMO¹

O Objetivo deste trabalho de conclusão de curso é avaliar o exame de acesso ao PROFMAT 2012, utilizando a Teoria de Resposta ao Item. A finalidade não é analisar a qualidade da avaliação em si, mas que conclusões a respeito das habilidades dos candidatos deste exame, que é composto em grande parte, de professores de matemática de escolas públicas pelo Brasil, podem ser obtidas a partir das proficiências encontradas nos seus resultados.

Palavras Chave:

Teoria de Resposta ao Item; TRI; PROFMAT; proficiência; avaliação.

¹ Os capítulos 1 e 2 deste trabalho foram feitos em colaboração com Claudio Mendes Tavares, Deivison de Albuquerque da Cunha e Vander Lage Martins.

ABSTRACT

The objective of this final paper is to view the national exam of ingress in 2013th PROFMAT, applying the Item Response Theory (IRT). The purpose is not made the analysis of the test's quality, but the conclusion about the candidate's proficience acording the results of the test considering that the most part of them are mathematic's teachers of the Brazilians public schools.

Key-words:

Item Response Theory; IRT; PROFMAT; Proficience; test.

SUMÁRIO

Conteúdo

1 INTRODUÇÃO	7
2 A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM: UM ESTUDO SOBRE OS CONCEITOS BÁSICOS.....	10
2.1 O Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (ML3)	11
2.1.1 A Escala de Proficiência	12
2.1.2 A Curva Característica do Item (CCI)	14
2.1.3 O Parâmetro de Dificuldade (b)	16
2.1.4 O Parâmetro de Discriminação (a)	18
2.1.5 O Parâmetro de Acerto ao Acaso (c)	22
2.2 Análise Pedagógica do Item	23
3 UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NO EXAME NACIONAL DE ACESSO DO PROFMAT 2012	29
4 PROFICIÊNCIA x HABILIDADES	72
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	75
6 REFERÊNCIAS.....	76
7 APÊNDICE I: Construção da CCI no Geogebra	78

1 INTRODUÇÃO

Pode-se dizer que o debate acerca da qualidade educacional está presente no Brasil desde o início do século passado. Contudo, foi especialmente a partir da década de 1980 que essa temática ganha força. Nesse contexto, começam a ser estudadas as características das escolas eficazes. Nos anos 1990, ganharão força as avaliações externas em larga escala, as quais estarão voltadas para avaliar sistemas de ensino, instituições escolares e alunos.

Nas últimas duas décadas, os processos de avaliação em larga escala foram difundidos e utilizados como forma de conhecer a realidade educacional brasileira, embasando, assim, a criação de políticas públicas para ajudar no desenvolvimento educacional do país. Para tanto, foi necessária a criação de processos para medir a qualidade.

Dentre os métodos designados para avaliação, foi criada nos anos 50 a Teoria de Resposta ao Item – TRI, por Frederic Lord², cuja ideia era estabelecer uma medida única e comparável de avaliação, mesmo quando as populações são submetidas a avaliações diferentes. Lord utilizava apenas modelos dicotômicos do tipo certo ou errado e, em 1970, Samejima³ generalizou a teoria e introduziu o modelo politômico (com diversas alternativas de resposta). Com a dificuldade computacional inicial ultrapassada, esse processo ganhou mais notoriedade e passou a ser aplicado em diversos países.

No Brasil, em 1995, o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) começou a utilizar essa teoria e, em 2009, o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) também a adotou. A partir dessas datas, podemos tirar conclusões mais interessantes e fundamentadas sobre o desempenho dos estudantes brasileiros da educação básica, comparando os resultados ano a ano, mesmo quando submetidos a populações diferentes.

² Frederic M. Lord (1912 - 2000), nascido em Hanover foi um psicometrista. Ele foi fonte de grande parte da pesquisa sobre a teoria de resposta ao item, incluindo dois livros importantes: *Mental Test Scores* (1968, com Melvin Novick, e dois capítulos de Allen Birnbaum), e *Applications of Item Response Theory to Practical Testing Problems* (1980).

³ Fumiko Samejima (1930), nascida em Tokio, Dra. Fumiko Samejima é reconhecida como uma pioneira em psicometria moderna. Suas contribuições foram diversas, mas seu trabalho sobre a teoria traço latente, também conhecido como teoria de resposta ao item (TRI), tem sido descrito como um "ponto de referência ... na teoria teste moderno" (*Avaliação Educacional: Problemas e Práticas*, 1991). Ela é reconhecida uma fundadora da TRI politômico (Ackerman, 1998) e os seus métodos têm sido amplamente aplicado por mais de 30 anos.

Neste momento, surgem os debates sobre qual é a melhor maneira de se avaliar um estudante, seja dentro da sala de aula pelos professores de cada disciplina, seja no âmbito das avaliações externas. No ambiente escolar, é normal encontrarmos provas com problemas na sua elaboração, tornando o processo deficitário devido à má formulação dos itens avaliativos. Rabelo (2013, p. 9) ressalta que

muitos testes encorajam, simplesmente, a aprendizagem mecânica e superficial, apesar de os professores estarem convictos de que avaliam aprendizagens profundas e significativas. Muitos se esquecem de que o foco principal deveria ser a avaliação do desenvolvimento de competências no domínio da resolução de problemas, revelando que as questões e métodos usados pelos professores não são criticamente analisados em relação ao que realmente avaliam.

O modelo mais usual e conhecido de se obter os resultados de uma prova é aquele que leva em consideração apenas os escores brutos dos indivíduos que realizaram o teste. Ou seja, o resultado da prova é obtido comparando a quantidade de itens respondidos corretamente por cada pessoa. Esse modelo, conhecido como Teoria Clássica dos Testes - TCT, é amplamente utilizado no processo de avaliação do conhecimento de um indivíduo, para o qual pretende-se atribuir um grau de aprovação ou reprovação em relação ao domínio de determinados conteúdos; ou é utilizado no processo de seleção, no qual além de se poder atribuir um grau de aprovação ou reprovação, é necessário classificar cada indivíduo em relação aos demais participantes do teste.

A Teoria Clássica dos Testes apresenta algumas limitações como modelo estatístico: não permite comparar indivíduos que tenham respondido a testes distintos e não permite fazer o acompanhamento de um mesmo sujeito durante as várias etapas do processo de construção do conhecimento. Isso decorre do fato de que na TCT os resultados obtidos dependem do conjunto de itens selecionados para a construção da referida prova, tornando o resultado encontrado um caso particular.

No campo das avaliações educacionais, o processo de aferição do conhecimento de um indivíduo dependerá diretamente deste conjunto de itens selecionados para a confecção do teste, é como se o conhecimento deste aluno variasse a cada prova diferente que ele faça. Dessa forma, uma pessoa que realize dois testes diferentes no mesmo dia pode ter o resultado muito bom em um dos

testes e, no outro, um resultado muito ruim. É como se, ao medir o objeto inteligência com dois instrumentos diferentes, encontrássemos dois resultados também diferentes, tornando assim o objeto em questão uma característica do instrumento utilizado e não o indivíduo.

Como forma de sanar essas limitações da TCT, cresceu a utilização de técnicas oriundas da TRI, que é um conjunto de modelos estatísticos utilizados para medir traços latentes de uma pessoa, isto é, características que variam de pessoa para pessoa e não podem ser aferidas ou observadas de forma direta, como altura, peso, idade etc. Para estimar um traço latente, deve-se utilizar variáveis secundárias que estão diretamente relacionadas a esse traço latente. Por exemplo, se desejarmos estimar a idade de uma pessoa sem cometer a indelicadeza de lhe perguntar diretamente qual é a sua idade, podemos perguntar se esta pessoa acompanhou os desdobramentos da Segunda Grande Guerra, se ela viu o Golpe Militar de 64 ou se participou do Movimento das Diretas Já.

O presente trabalho propõe-se a apresentar os elementos qualitativos que fazem da TRI uma teoria capaz de sanar algumas deficiências presentes na TCT, como a possibilidade de comparação entre provas aplicadas em diferentes anos e a diferentes grupos. Trataremos também dos aspectos positivos de os docentes conhecerem e aplicarem os conceitos da TRI como componentes do ensino.

Em seguida, utilizando a TRI, faremos uma análise da prova de seleção do Mestrado Profissional em Rede Nacional em Matemática (PROFMAT) do ano de 2012. Abordaremos os dados estatísticos da prova, mas teremos o foco na análise pedagógica das questões.

Para tanto, far-se-á, inicialmente, uma pesquisa bibliográfica, cujas principais referências serão Rabelo (2013), Andrade, Tavares e Valle (2000) e Machado (2010).

2 A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM: UM ESTUDO SOBRE OS CONCEITOS BÁSICOS

Segundo Andrade, Tavares e Valle (2000, p. 7),

a TRI é um conjunto de modelos matemáticos que procuram representar a probabilidade de um indivíduo dar uma certa resposta a um item como função dos parâmetros do item e da habilidade (ou habilidades) do respondente. Essa relação é sempre expressa de tal forma que quanto maior a habilidade, maior a probabilidade de acerto no item.

Para entendermos melhor essa definição, é importante tratarmos de alguns fatores nela contidos. O primeiro a ser tratado é a habilidade (θ) ou proficiência do respondente, esta refere-se ao nível de aptidão de um indivíduo para responder corretamente um conjunto de itens. Essa habilidade é o traço latente que queremos medir desse indivíduo.

O segundo fator aborda os parâmetros do item, são eles:

- i. parâmetro de discriminação (a) – consiste na aptidão do item em distinguir indivíduos com habilidades diferentes;
- ii. parâmetro de dificuldade (b) – trata-se da habilidade mínima que um respondente precisa para ter uma grande probabilidade de dar a resposta correta;
- iii. parâmetro de acerto ao acaso (c) – é a probabilidade de um respondente com baixa proficiência responder corretamente um item.

Sendo assim, a TRI procura medir variáveis não observáveis (traço latente) que influenciam as respostas dadas aos itens, utilizando a aferição das variáveis observáveis (respostas aos itens). Ou seja, estabelece uma relação entre a habilidade do respondente e os parâmetros do item com a probabilidade de acerto no item, de tal forma que, quanto maior a proficiência do indivíduo, maior é a sua probabilidade de responder corretamente o item.

Como a TRI é um conjunto de modelos estatísticos, vale salientar a importância de conhecer os principais modelos para saber escolher o mais adequado a ser utilizado. No Brasil, o modelo predominantemente utilizado é o logístico unidimensional de 3 parâmetros. À vista disso, esse trabalho limitar-se-á na

abordagem das principais características desse modelo, utilizando-o no próximo capítulo para analisar a prova de acesso ao PROFMAT (2012).

Entretanto, é importante conhecermos as variáveis que diferenciam os modelos entre si. A escolha do modelo a ser empregado deve levar em consideração os três aspectos a seguir:

- Natureza do item: refere-se à forma como os itens são corrigidos. Podem ser itens dicotômicos (sim ou não) ou dicotomizados (corrigidos como certo ou errado), ou itens não dicotômicos;
- Quantidade de populações envolvidas: trata-se do número de populações que responderão os testes. Podemos ter uma população ou mais de uma;
- Número de traços latentes que estão sendo medidos: versa sobre a quantidade de habilidades que o teste medirá. Pode ser uma habilidade (modelos unidimensionais) ou mais de uma.

2.1 O Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (ML3)

Com o intuito de facilitar a compreensão deste modelo aos leitores não familiarizados com a linguagem matemática, vamos apresentar a definição do Modelo Logístico de 3 Parâmetros para, depois, explicar como cada conceito influencia na definição dada. Faremos, ao final de cada tópico que explica um conceito da TRI, um breve comentário sobre o objeto em questão análogo na TCT.

Conforme Andrade, Tavares e Valle (2000, p. 9),

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-D_{ai}(\theta_j - b_i)}}, \quad (2.1)$$

com $i = 1, 2, \dots, l$ e $j = 1, 2, \dots, n$, onde:

U_{ij} é uma variável dicotômica que assume os valores 1, quando o indivíduo j responde corretamente o item i , ou 0 quando o indivíduo j não responde corretamente ao item i .

θ_j representa a habilidade (traço latente) do j -ésimo indivíduo.

$P(U_{ij} = 1|\theta_j)$ é a probabilidade de um indivíduo j com habilidade θ_j responder corretamente o item i e é chamada de Função de Resposta do Item – FRI.

b_i é o parâmetro de dificuldade (ou de posição) do item i , medido na mesma escala da habilidade.

a_i é o parâmetro de discriminação (ou de inclinação) do item i , com valor proporcional à inclinação da Curva Característica do Item — CCI no ponto b_i .

c_i é o parâmetro do item que representa a probabilidade de indivíduos com baixa habilidade responderem corretamente o item i (muitas vezes referido como a probabilidade de acerto casual).

D é um fator de escala, constante e igual a 1. Utiliza-se o valor 1,7 quando deseja-se que a função logística forneça resultados semelhantes ao da função ogiva normal.

Os valores dos parâmetros a , b e c , são calculados através de pré-testagens (calibragem dos itens), utilizando o método da máxima verossimilhança. Para maiores informações a respeito desses cálculos, consultar a referência ANDRADE, D. F. ; VALLE, Raquel da Cunha; TAVARES, Heliton Ribeiro (2000).

Como o nome diz, este modelo leva em consideração os três parâmetros de um item para determinar a proficiência de um indivíduo após responder um conjunto de itens. Porém, é importante saber o que realmente quer dizer uma pessoa ter uma determinada proficiência ou habilidade em Matemática.

Quando procuramos a palavra proficiência nos dicionários, encontramos uma correspondência a palavras como competência e capacidade. Logo, dizer que uma pessoa é proficiente em Matemática pode ser entendido como uma pessoa com competência (capacidade) para entender e praticar Matemática. Quando criamos uma escala com diferentes níveis, é natural dizer que um indivíduo com uma proficiência muito alta seja detentor de um enorme conhecimento matemático. Entretanto, os indivíduos com níveis intermediários ou baixos de proficiência, o que eles realmente sabem?

2.1.1 A Escala de Proficiência

Teoricamente, o processo de construção de uma escala de habilidade permite que a mesma assumam valores no intervalo $(-\infty, +\infty)$. Dessa forma, faz-se necessário para a construção da escala escolher uma origem, representada pelo valor médio das proficiências dos indivíduos que responderam os testes, e uma

unidade de medida, representada pelo desvio-padrão das habilidades dos respondentes do teste.

Geralmente, utiliza-se uma escala com média igual a 0 e desvio-padrão 1, representada por escala (0, 1) ou uma escala com média igual a 500 e desvio-padrão 100, representada por escala (500, 100), sendo esta última escala a utilizada no Exame Nacional do ensino Médio (Enem). Quanto ao parâmetro de discriminação, devemos dividi-lo por 100 quando passamos da escala (0,1) para a escala (500, 100).

É importante ressaltar que independente da escala adotada os resultados encontrados serão os mesmos. E, mais ainda, que a interpretação feita sob o olhar das duas escalas é a mesma. Por exemplo, um indivíduo com habilidade 2 na escala (0, 1) tem proficiência de 2 desvios-padrão acima da média. Correspondendo na escala (500, 100) à habilidade 700, pois também representa 2 desvios-padrão acima da média.

Uma fórmula para fazer a mudança de escala da habilidade de um indivíduo é:

$$x = \frac{y - 500}{100}, \quad (2.2)$$

onde x representa a proficiência na escala (0, 1) e y representa a proficiência na escala (500, 100).

Analisando uma situação hipotética, será possível compreender mais facilmente o que significa uma pessoa ter uma certa habilidade e acentuaremos mais ainda as principais diferenças entre a Teoria Clássica e a Teoria de Resposta ao Item.

Imaginemos agora que um grupo responda uma prova muito especial, pois esta prova utiliza a TCT e a TRI para medir o conhecimento dos seus respondentes. Após a correção e a divulgação dos resultados, verifica-se que foram atribuídas a cada candidato duas notas: uma baseada no escore bruto, sendo determinada pelo percentual de acerto (TCT) e outra baseada nos três parâmetros (discriminação e dificuldade do item e acerto ao acaso) descritos anteriormente (TRI).

Observando as notas de um respondente hipotético, observamos que obteve nota 5, ou seja, acertou 50% dos itens da prova e teve uma proficiência de 600 pontos. Em relação à primeira nota, só podemos afirmar que ele acertou a metade dos itens da prova, não conseguindo explicitar se foram itens fáceis, medianos ou

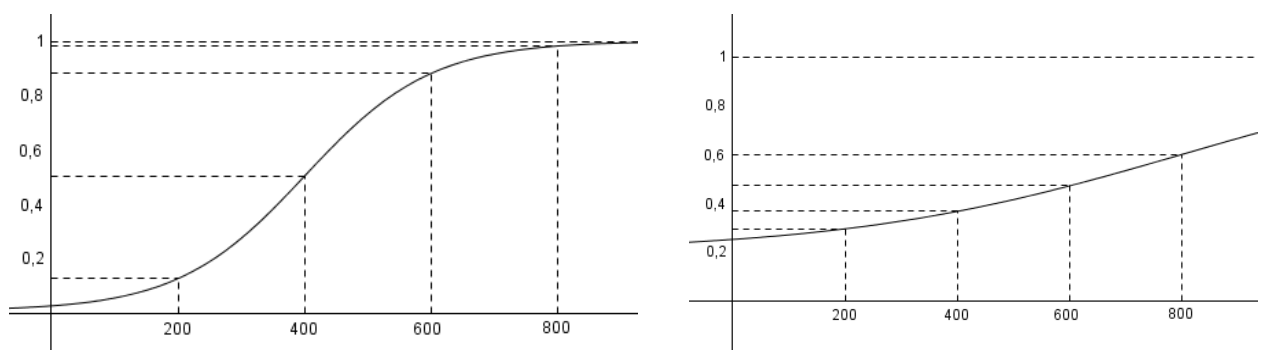
difíceis, também não se obtêm uma faixa de acerto desses itens, pois não se consideram os itens acertados no “chute”, não sabemos quais itens diferem os indivíduos com uma grande habilidade daqueles com pouca habilidade. Analisando a segunda nota, conclui-se que esse respondente tem uma probabilidade alta de acertar os itens com parâmetro de dificuldade até 600 pontos. Não significa que ele tenha acertado todos, mas sim que o mesmo tenha um grande índice de acertos em relação aos itens abaixo dessa faixa de dificuldade (pode-se pensar numa faixa do tamanho do desvio padrão e centrada na proficiência, isto é, variando de 550 até 650 pontos). Além disso, é possível classificar os itens nessas faixas de habilidades, determinando, assim, em quais conteúdos ele tem um domínio maior.

Vale destacar que a proficiência e o Parâmetro de Dificuldade estão sempre na mesma escala, facilitando, portanto, a interpretação gráfica, por meio da qual pode-se analisar simultaneamente ambos os conceitos.

2.1.2 A Curva Característica do Item (CCI)

O modelo matemático que define a TRI é uma função probabilidade. Portanto, sua imagem estará sempre no intervalo $[0, 1]$. De acordo com Rabelo (2013, p. 130), “o número $P(U_{ij} = 1|\theta_j)$ pode ser identificado com a proporção de respostas corretas ao item i no grupo de indivíduos com habilidade θ_j ”. Essa relação é descrita através de uma curva sigmoide (curva em forma de “S”), onde o eixo horizontal representa a escala de habilidade e o eixo vertical a probabilidade do indivíduo com uma habilidade θ_j dar a resposta correta ao item i . Podemos destacar duas assíntotas horizontais e notam-se, com uma certa precisão, os três parâmetros do item. Essa curva recebe o nome de Curva Característica do Item (CCI) e permite-nos observar as principais informações a respeito de um item de forma rápida e clara.

Figura 2.1 Exemplos de CCI



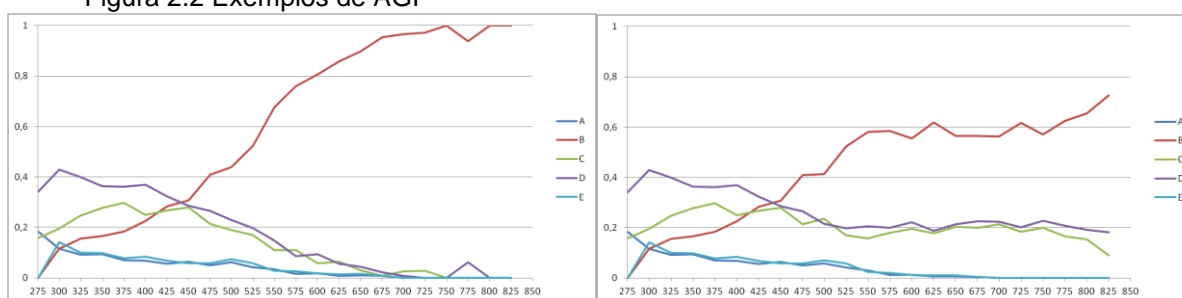
No gráfico à esquerda, podemos observar uma CCI com os valores dos parâmetros dentro do esperado para termos um item cumprindo bem a sua função avaliadora. O gráfico da direita mostra a CCI de um item com baixa dificuldade e pouco poder de discriminação.

Para uma melhor visualização de como os parâmetros influenciam o gráfico da CCI, consultar o apêndice I no final do trabalho.

Na teoria clássica, temos a Análise Gráfica do Item – AGI, que corresponde a um gráfico de linhas onde é representada a proporção de respostas dadas em cada opção de um determinado item em relação ao escore bruto total dos indivíduos que fizeram o teste. Na prática, o gráfico mostra no eixo horizontal, as faixas de notas em ordem crescente obtidas pelos respondentes do teste, e apresenta uma linha para representar cada uma das alternativas da questão. É esperado que os percentuais de escolhas das linhas correspondentes às alternativas erradas vão diminuindo conforme o escore total vá aumentando e o percentual de escolha da linha correspondente a alternativa correta aumente conforme o escore total aumente.

Ao analisarmos um item considerando sua AGI, podemos verificar pedagogicamente o porquê uma opção errada atrai indivíduos com bom desempenho, proporcionando, assim, um melhor entendimento sobre o processo de ensino-aprendizagem do estudante.

Figura 2.2 Exemplos de AGI



O gráfico a esquerda apresenta a AGI de um item considerado bom, pois conforme aumenta a proficiência dos respondentes a frequência de escolhas das alternativas incorretas diminuiu. No gráfico a direita observamos que alguns itens incorretos são atrativos para indivíduos com uma proficiência alta, mostrando que o item apresenta alguma falha na sua construção.

2.1.3 O Parâmetro de Dificuldade (b)

Como dito anteriormente, o parâmetro de dificuldade sempre estará na mesma escala da habilidade, o que sugere uma relação intrínseca entre os dois conceitos. Uma forma de se pensar no parâmetro “b”, é defini-lo como sendo o nível de habilidade mínima necessária para um indivíduo ter uma probabilidade alta para acertar o referido item. Essa probabilidade alta é igual a $\frac{1+c}{2}$, onde c é o parâmetro de acerto ao acaso do item. Se desconsideramos o acerto ao acaso ($c = 0$), a dificuldade do item fica definida como a proficiência mínima que um respondente precisa para ter a probabilidade de 50% para dar a resposta correta.

Agora vamos apresentar uma função probabilidade (que assumirá valores no intervalo $[0, 1]$) e que também seja uma função logística (lembre-se do nome deste modelo). Essa função é:

$$F(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (2.3)$$

Devemos refletir neste momento sobre quais adaptações devem ser feitas para introduzirmos o parâmetro de dificuldade na função acima. É plausível pensarmos que quanto maior a dificuldade de uma questão maior deve ser a habilidade de um aluno para respondê-la corretamente. Como a dificuldade do item é fixa, o que varia é o nível de proficiência, que determinará a probabilidade de acerto da questão. Portanto, teremos uma variação crescente da diferença entre a proficiência e a dificuldade do item. Por conseguinte, substituiremos o incremento “x” da função (2.3) por $\theta - b$. O que acarretará na função:

$$P(U = 1|\theta) = \frac{1}{1+e^{-(\theta-b)}} \quad (2.4)$$

Nesse momento, é importante recordarmos que uma prova é composta por diversos itens e é feita por muitos alunos com habilidades distintas. Logo, é necessário acrescentarmos variáveis para representar os diferentes itens (i) e os diferentes alunos (j), transformando nossa equação em:

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = \frac{1}{1+e^{-(\theta_j-b_i)}}, \quad (2.5)$$

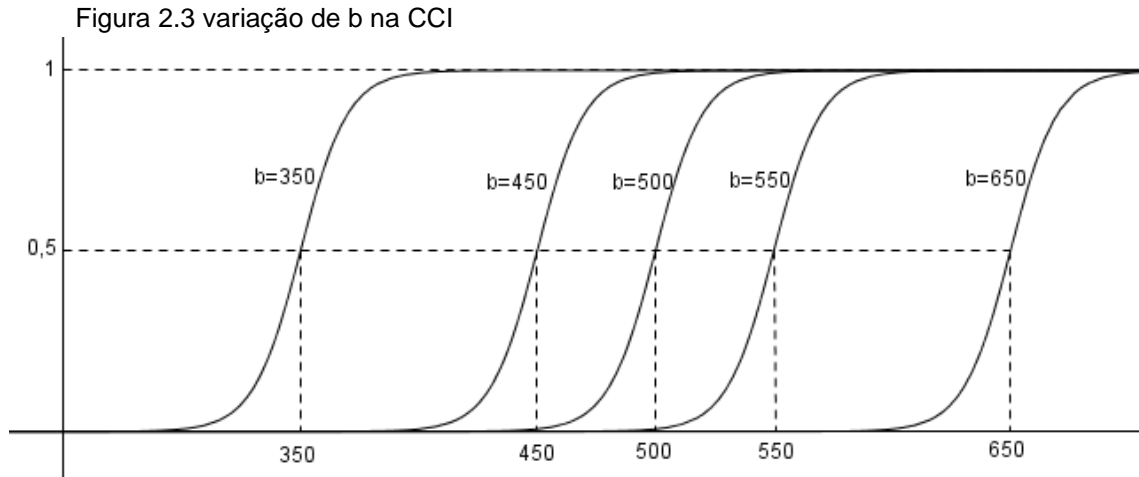
onde

U_{ij} representa a resposta do aluno j ao item i . Pode assumir valor 1, quando o indivíduo j responde corretamente o item i , ou valor 0, quando indivíduo j não responde corretamente o item i ;

θ_j representa a habilidade do aluno j ;

b_i é a dificuldade do item i .

A seguir temos alguns exemplos de itens com diferentes níveis de dificuldade.



Um ponto muito relevante acerca da dificuldade do item, remete ao fato de como saber se um item é considerado muito fácil, fácil, mediano, difícil ou muito difícil. Ressaltamos também a importância de se conhecer a distribuição dos itens de um teste em relação aos níveis de dificuldades citados anteriormente.

Conforme Pasquali (apud Rabelo, 2013),

o nível de dificuldade ideal para os itens de um teste depende da sua finalidade. Em avaliação educacional, recomenda-se uma distribuição de níveis de dificuldade de itens no teste dentro de uma curva normal: 10% dos itens em cada uma das duas faixas extremas, 20% em cada uma das faixas seguintes e 40% na faixa média.

Segundo Rabelo (2013), a tabela a seguir mostra a distribuição e a classificação dos itens adotados por grande parte dos autores para testes de avaliação educacional, utilizando a escala (500, 100). Vale ressaltar que, geralmente, as provas de Matemática apresentam questões com um alto grau de dificuldade, comprometendo assim a utilização da tabela.

Tabela 2.1: classificação da questão de acordo com b (dificuldade do item)

CLASSIFICAÇÃO	DISTRIBUIÇÃO ESPERADA	DIFICULDADE DO ITEM
Muito fáceis	10%	Até 372
Fáceis	20%	De 373 a 448
Medianos	40%	De 449 a 551
Difíceis	20%	De 552 a 627
Muito Difíceis	10%	628 em diante

Fonte: Rabelo, (2013,p. 134)

Na verdade, a dificuldade de um item varia no intervalo $(-\infty, +\infty)$, porém, em aproximadamente 99,7% dos casos, esses valores estão no intervalo (200,800). Dessa forma, questões com o parâmetro “b” fora desse intervalo, sugerem que estas devem ser descartadas por apresentarem algum erro na sua construção.

Fazendo uma analogia, para se medir a dificuldade de um item na TCT, basta calcular a proporção de acertos do item. Ou seja, é a razão entre o número de indivíduos que responderam corretamente o item pelo total de indivíduos que foram submetidos ao item.

2.1.4 O Parâmetro de Discriminação (a)

Primeiramente, para entendermos melhor esse parâmetro, devemos ter clareza a respeito do que venha ser a discriminação de um item. É plausível pensarmos que numa prova feita com vários respondentes com habilidades distintas, alguns itens serão considerados fáceis pelos indivíduos com uma proficiência alta, mas podem ser considerados difíceis pelos indivíduos com uma baixa proficiência. A discriminação é exatamente essa característica do item capaz de diferenciar indivíduos com habilidades distintas. Dessa forma, o parâmetro de discriminação é o responsável por aumentar, ou não, a diferença entre as probabilidades de alunos com habilidades distintas responderem corretamente o item.

Ao observarmos a CCI, o parâmetro de discriminação é encontrado no ponto de inflexão da curva, isto é, o ponto onde ela muda a sua concavidade, tendo um valor proporcional à inclinação desta curva. Espera-se que um item tenha o valor do parâmetro “a” positivo, pois, caso contrário, a CCI indicaria que, quanto maior a proficiência de um indivíduo, menor a sua probabilidade de responder corretamente

o item. E, mais ainda, espera-se também que o valor do “a” não seja muito próximo do zero, uma vez que isso definiria que indivíduos com proficiências muito distintas tenham, praticamente, a mesma probabilidade de acertarem o item. Os itens que não diferenciam indivíduos com habilidades diferentes são ditos como tendo um baixo poder de discriminação.

De acordo com Rabelo (2013), para esclarecer quando um item é ou não discriminativo, alguns autores utilizam a classificação abaixo como referência. Porém, é senso comum que itens com valor de discriminação acima de 0,0070 tendem a discriminar melhor, entretanto, se essa discriminação tiver um valor muito elevado, acima de 0,0170, os itens podem não funcionar também.

Tabela 2.2: classificação de questão de acordo com a (discriminação)

VALORES DO PARÂMETRO “a”	DISCRIMINAÇÃO
$a = 0$	Nenhuma
$0 < a \leq 0,0035$	Muito baixa
$0,0035 < a \leq 0,0065$	Baixa
$0,0065 < a \leq 0,0135$	Moderada
$0,0135 < a \leq 0,0170$	Alta
$a > 0,0170$	Muito alta

Fonte: Rabelo, (2013,p. 138)

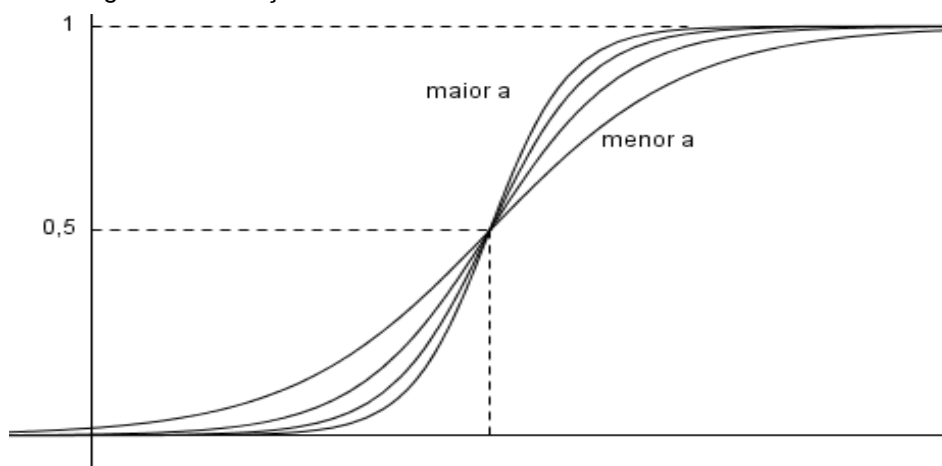
Quando inserimos na equação (2.5) o parâmetro de discriminação, ela passa ter a seguinte forma:

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = \frac{1}{1+e^{-a_i(\theta_j-b_i)}} \quad (2.6)$$

com a_i representando a discriminação do item i.

O gráfico a seguir mostra as variações na CCI em decorrência de alterações feitas nos valores do parâmetro “a”.

Figura 2.4 variação de a na CCI.



Na TCT, a discriminação de um item é feita da seguinte forma: separamos os respondentes do teste em três grupos, conforme o escore total no teste, chamados de grupo inferior (corresponde aos 27% de menor desempenho), grupo superior (corresponde aos 27% de maior desempenho) e grupo intermediário (corresponde aos 46% restantes). Almeja-se que a proporção de acertos do grupo superior (P_{sup}) seja maior que a proporção de acertos do grupo intermediário (P_{int}) e que a proporção de acertos do grupo intermediário seja maior que a proporção de acertos do grupo inferior (P_{inf}). Sendo assim, a discriminação do item é definida como a diferença entre a proporção de acertos do grupo superior e a proporção de acertos do grupo inferior.

$$Disc = P_{sup} - P_{inf} \quad (2.7)$$

Conforme Rabelo (2013), utiliza-se a classificação a seguir para determinar o quanto um item é discriminativo. Pode-se dizer que, quanto maior a diferença entre P_{sup} e P_{inf} , maior será o poder de discriminação do item.

Tabela 2.3: classificação dos itens de acordo com a discriminação na TCT

VALORES DE DISCRIMINAÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
$Disc < 20$	Item deficiente, que deve ser rejeitado
$20 \leq Disc < 30$	Item marginal, sujeito a reelaboração
$30 \leq Disc < 40$	Item bom, mas sujeito a aprimoramento
$Disc \geq 40$	Item bom

Fonte: Rabelo (2013, p. 136).

Ainda na TCT temos outra medida que também é muito utilizada para verificar o poder de discriminação de um item, o coeficiente de correlação ponto-bisserial. Ele compara o escore total dos indivíduos no teste com o escore total dos indivíduos que acertaram um item em particular, isto é, o número de acertos do item na prova. Variando no intervalo $[-1, 1]$, espera-se que o ponto-bisserial apresente coeficiente maior que 0,30, pois valores negativos ou próximos de zero indicam que indivíduos com um bom desempenho total no teste estão dando respostas incorretas. Isso mostra que o item não está cumprindo o seu papel de distinguir alunos com uma grande habilidade dos alunos com uma baixa habilidade.

$$\rho_{pb} = \frac{S_p - S}{\sigma} \sqrt{\frac{p}{1-p}}, \quad (2.7)$$

em que,

S_p é a nota média no teste para os indivíduos que acertaram o item;

S é a nota média no teste para todos os indivíduos;

σ é o desvio-padrão das notas obtidas no teste por todos os indivíduos;

p é a proporção de acertos no item.

Esse coeficiente pode ser calculado também para cada uma das opções de respostas da questão, determinando, assim, uma medida de correlação entre o escore total no teste e o escore dos respondentes que marcaram cada uma das diferentes alternativas de respostas de um único item. Para isso, basta substituir, na

equação (2.7), a nota média no teste para os indivíduos que acertaram o item pelo nota média no teste dos indivíduos que marcaram o item.

Observando a equação (2.7), é fácil notar que a expressão $S_p - S$ determinará se o ponto-bisserial será positivo ou não. Dessa forma, anseia-se que a opção correta de resposta tenha o coeficiente ponto-bisserial positivo (média dos indivíduos que acertaram o item maior que a média de todos os indivíduos que responderam a prova) e as demais opções tenham coeficientes negativos (acontecendo o inverso do caso anterior). Se a alternativa correta tiver o coeficiente negativo e ou alguma alternativa errada tiver o coeficiente positivo, isso pode ser um indicativo de algum problema na construção das respostas desse item ou na construção do próprio item, mostrando, assim, que o referido item não discrimina bem e que deve ser descartado de um teste de avaliação educacional.

2.1.5 O Parâmetro de Acerto ao Acaso (c)

Este parâmetro representa a probabilidade de um indivíduo com baixa proficiência acertar casualmente um item, utilizando o popular “chute”. É razoável pensarmos que num teste com itens de múltipla escolha, cada uma das p alternativas tem probabilidade de $\frac{1}{p}$ de ser escolhida, logo, se o acerto ao acaso for superior a este valor, significa que a resposta correta atrai alunos com pouca habilidade por ser diferente das demais opções de resposta de alguma forma. Itens onde esse fenômeno acontece, em geral, foram mal elaborados ou tiveram suas alternativas de resposta mal elaboradas.

Na grande maioria dos testes de avaliação educacional, os itens são criados com 4 ou 5 opções de resposta, definindo o parâmetro “c” ideal de, no máximo, 0,25 ou 0,20, respectivamente.

Introduzindo o último parâmetro na equação (2.6), chegamos à definição completa do modelo logístico de três parâmetros, conforme a equação (2.6).

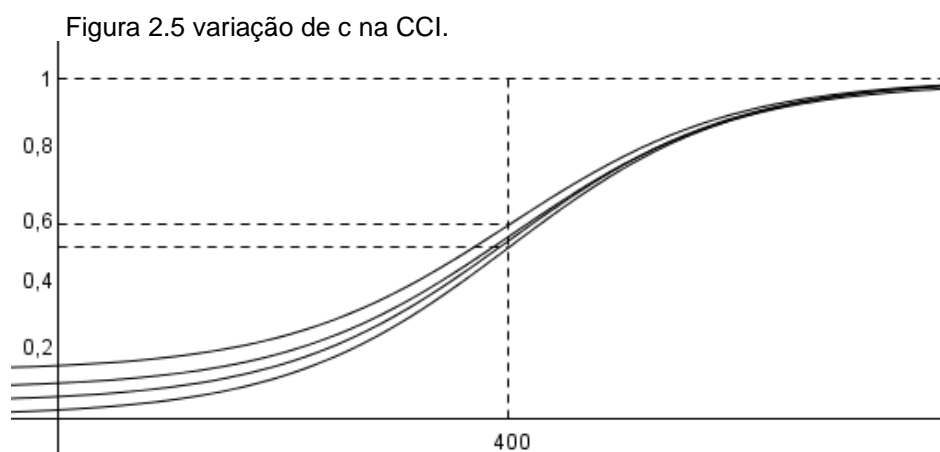
$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}$$

onde,

c_i representa a probabilidade de acerto ao acaso do item i ,

D é um fator de escala igual a 1 quando utilizamos a métrica logística e igual a 1,7 quando utilizamos a métrica normal.

Observando a CCI, vemos que a assíntota horizontal inferior da curva, intercepta o eixo vertical exatamente no parâmetro “c”.



2.2 Análise Pedagógica do Item

Até o momento, procuramos mostrar os principais conceitos que envolvem a teoria de resposta ao item e as diferenças em relação aos conceitos análogos na teoria clássica. Entretanto, em termos de análise pedagógica dos itens, as duas teorias se completam, permitindo um diagnóstico muito mais amplo sobre o nível de proficiência dos alunos e o processo de construção dos itens. Ademais, será traçado um perfil mostrando as maiores habilidades e dificuldades dos candidatos ao PROFMAT.

Salientamos que algumas características e classificações dos parâmetros da TRI e medidas da TCT são consideradas ideais para itens que servirão para processos de avaliações educacionais, entretanto a prova de acesso ao PROFMAT não se propõe a essa finalidade e sim a aferir os conhecimentos matemáticos necessários para os futuros alunos cursarem com êxito as disciplinas inerentes ao PROFMAT.

Neste trabalho, cada questão do exame nacional de acesso do ano de 2012 será pedagogicamente avaliada. Será exibida uma tabela onde serão apresentados dados estatísticos da questão (número de respondentes e porcentagem de acertos),

dados da TCT (frequência de marcação de cada alternativa e os seus respectivos bisseriais) e os parâmetros da TRI (a, b e c). Serão expostos ainda dois gráficos, a CCI e a AGI. É importante destacar que os gráficos da CCI serão construídos utilizando o programa BILOG que utiliza a escala de proficiência (0,1). Entretanto, a análise dos itens utilizando a TRI será feita na escala (500, 100), sem nenhum prejuízo na interpretação, pois em ambas as escalas os gráficos são semelhantes.

Sequencialmente, haverá um comentário sobre os principais itens identificados na tabela e nos gráficos, sendo explicado o efeito que cada um deles pode exercer no resultado da questão. E, por último, será feita uma análise pedagógica dos itens, quando identificaremos os conteúdos nos quais os professores apresentam maior domínio e os conteúdos nos quais demonstram as maiores dificuldades.

A seguir, temos um exemplo da tabela a ser utilizada e um breve resumo sobre as informações nela contidas.

Gabarito:					
Assunto:					
TCT	Total:		Acertos:		Percentual de acertos:
Opções	A	B	C	D	E
Frequência					
Bisserial					
TRI	a		b		c

- **Gabarito:** indica a resposta correta do item;
- **Assunto:** apresenta o principal conteúdo abordado na questão;
- **Total:** é a quantidade de respondentes ao teste;
- **Acertos:** é a quantidade de respondentes que acertaram o teste;
- **Percentual de Acertos:** indica a dificuldade do item medido pela TCT;
- **Frequência:** é a quantidade de indivíduos que marcaram essa alternativa com resposta correta;

- **Bisserial:** estabelece uma relação entre a nota média de todos os indivíduos no teste e a nota média dos indivíduos que marcaram essa alternativa como resposta correta. Espera-se valor positivo para a opção correta e valores negativos para as demais opções;
- **a:** indica o poder de discriminação do item pela TRI;
- **b:** é o grau de dificuldade do item pela TRI;
- **c:** é a probabilidade de acerto ao acaso.

Vejamos alguns exemplos:

(2013) Questão 5. A soma de 11 inteiros consecutivos é N . Qual é o maior desses números em termos de N ?

(A) $\frac{N}{5} + 5$

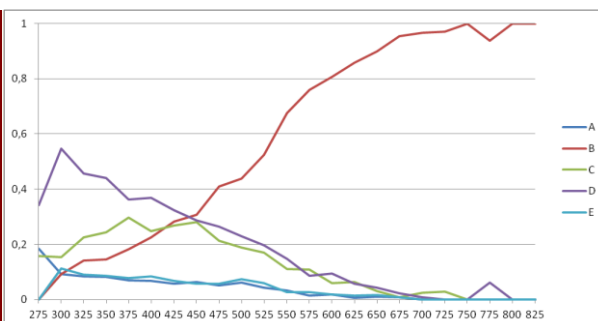
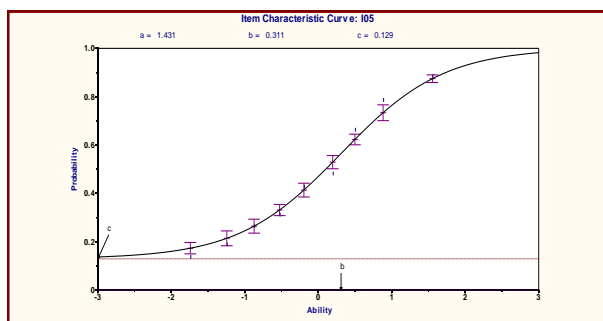
(B) $\frac{N}{11} + 5$

(C) $\frac{N}{5} + 10$

(D) $\frac{N}{11} + 10$

(E) $\frac{N}{6} + 10$

Gabarito: B					
Assunto: Sequências					
TCT	Total: 11270		Acertos: 5596		Percentual de acertos: 49,66
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0460	0,4966	0,1768	0,2249	0,0508
Bisserial	-0,1991	0,5204	-0,2404	-0,3428	-0,1846
TRI	a = 0,01431 (alta)		b = 531,079 (mediano)		c = 0,12874

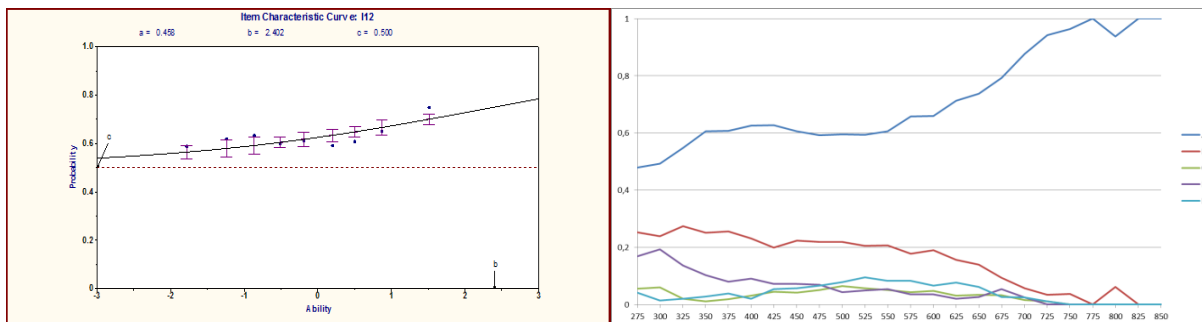


Para resolver esta questão o candidato deve ter conhecimento Sequências, utilizando a soma de termos de uma Progressão Aritmética. Analisando a tabela e o gráfico, podemos perceber que um número muito pequeno de candidatos marcou as alternativas A e E, até mesmo entre os candidatos com baixo rendimento poucos marcaram essas alternativas. A questão apresenta um nível de dificuldade média com 49 % de acertos. As alternativas C e D atraíram um número alto de candidatos com baixo desempenho e a alternativa B atraiu os candidatos com melhor desempenho. De acordo com o último gráfico percebemos que alternativa correta atrai os alunos com maior proficiência, o que deve ser o esperado de uma boa questão.

(2014) Questão 12. João faz parte de um grupo de 10 pessoas. Desse grupo, três pessoas são sorteadas em uma premiação. Qual é a probabilidade de João ter sido sorteado?

- (A) 3/10 (D) 7/10
 (B) 1/10 (E) 7/20
 (C) 7/40

Gabarito: A					
Assunto: Probabilidades					
TCT	Total: 12478		Acertos: 7864		Percentual de acertos: 63
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,6302	0,2022	0,0432	0,0594	0,0648
Bisserial	-0,0999	-0,1021	0,0374	-0,1965	0,0875
TRI	a = 0,00458 (baixa)		b = 740,191 (muito difícil)		c = 0,5

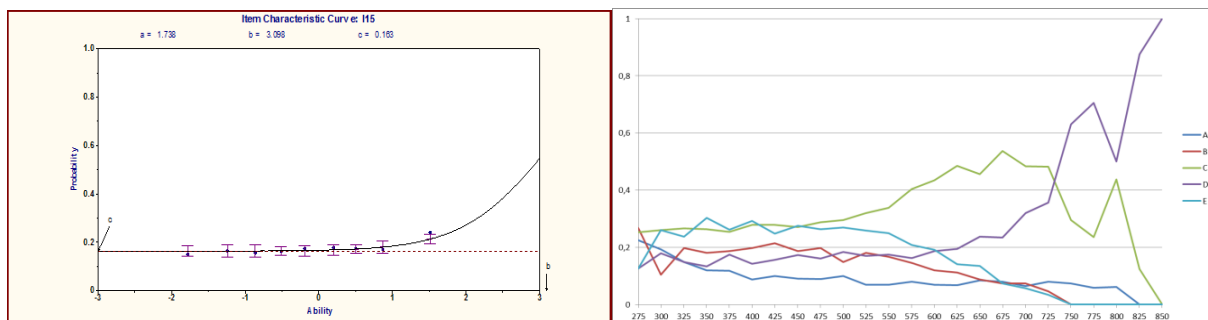


Para resolver esta questão o candidato deverá ter o conhecimento de Probabilidades. De acordo com as informações, a questão revelou-se com nível de dificuldade muito difícil, com discriminação baixa. Três dos distratores tiveram proporção muito baixa de marcação, o que mostra serem opções consideradas implausíveis pela grande maioria dos candidatos, o que justifica o índice de marcação ao acaso ser de 50%, o que explica o alto índice de acertos para um item considerado muito difícil pela TRI. Os bisseriais tem uma discrepância diferente da esperada. A opção correta tem valor negativo enquanto dois outros distratores, (C) e (E), apresentam valores positivos, demonstrando que bons candidatos optaram por essas opções. Esta questão não julga de modo adequado o conhecimento do candidato acerca do tema proposto.

(2014) **Questão 15.** Considere a equação $x^2 - 2|x| = k$ (x é a incógnita e $k \in \mathbb{R}$). Assinale a alternativa que indica todos os valores de k para os quais a equação tem exatamente 4 soluções em \mathbb{R} .

- (A) $k \in]0,1[$ (D) $k \in]-1,0[$
 (B) $k \in]-\frac{1}{2}, 3[$ (E) $k \in [0,1]$
 (C) $k \in]-1, +\infty[$

Gabarito:D					
Assunto: Funções quadráticas					
TCT	Total: 12478	Acertos: 2220		Percentual de acertos: 17,8	
Opções	A	B	C	D	E
Freqüência	0,0883	0,1654	0,3319	0,1779	0,2357
Bisserial	-0,1006	-0,1273	0,1784	0,0852	-0,1250
TRI	a = 0,01738 (muito alta)		b = 809,767 (muito difícil)		c = 0,16266



Para resolver esta questão, o candidato deverá ter o conhecimento de funções quadráticas e função modular. A questão teve discriminação muito alta e nível de dificuldade fora da escala. Existe um distrator (C) com mais marcações que o gabarito (D), além de ter um bisserial maior (0,1784 contra 0,0852, ambos positivos). Desta forma, esta questão seria considerada inadequada tanto pelo TCT quanto pela TRI e portanto não cumpre com o objetivo de avaliar os candidatos acerca do conteúdo proposto.

3 UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NO EXAME NACIONAL DE ACESSO DO PROFMAT 2012

O exame nacional de acesso ao PROFMAT 2012 foi realizado por 16.332 candidatos, no dia 26 de Novembro de 2011. Foi composto por 35 questões de múltipla escolha e 3 questões dissertativas (que não serão analisadas neste trabalho), teve duração máxima de 4 horas e avaliou os seguintes itens:

- a) Construção de significados para os números;
- b) O conhecimento geométrico e a realidade;
- c) Grandezas e medidas e resolução de problemas do cotidiano;
- d) Variações de grandezas;
- e) Resolução de problemas algébricos;
- f) Organização de dados e tratamento da informação.

Para mais informações, o edital deste exame encontra-se disponível em: http://www.profmat-sbm.org.br/docs/Edital_Exame_nacional_PROFMAT_2012.pdf.

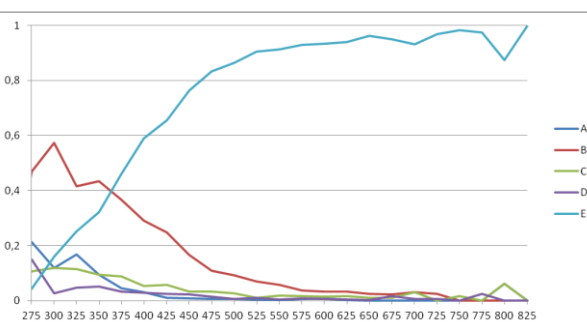
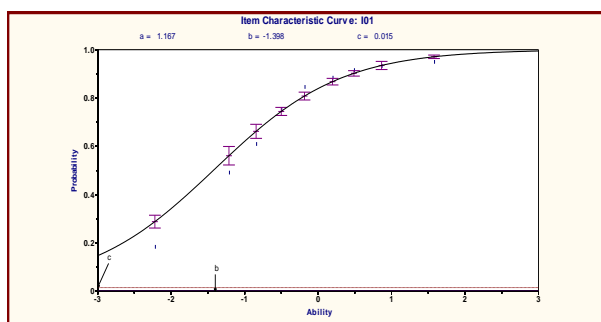
Os parâmetros a, b e c da TRI relativos ao exame nacional de acesso foram calculados utilizando o programa BILOG, diretamente sobre os resultados obtidos da prova, sem fazer a pré-testagem dos itens. Os valores dos parâmetros e as estatísticas da prova foram cedidos pelo orientador⁴ deste trabalho que os obteve junto à Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), que responde pela coordenação do curso.

⁴ Professor PhD Paulo Cezar Pinto Carvalho (IMPA).

Questão 1. Qual dos números abaixo é o mais próximo de 0,7?

- A) 1/2 B) 2/3 C) 3/4 D) 4/5 E) 5/7

Gabarito: E					
Assunto: representação fracionária e decimal.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 12896		Percentual de acertos: 79
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,013	0,1246	0,0307	0,047	0,7895
Bisserial	-0,3022	-0,0467	-0,1396	-0,1400	0,4826
TRI	a = 0,01167 (moderada)		b = 360,182 (muito fácil)		c = 0,015

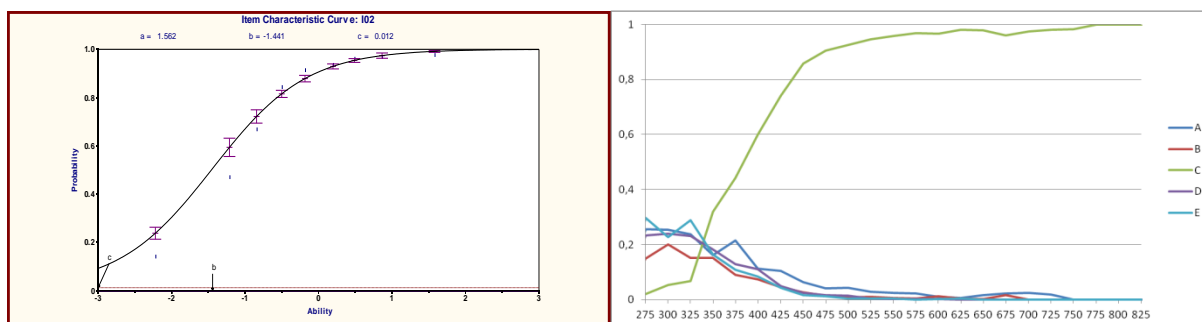


Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: resolver operações com números racionais, para calcular o módulo da diferença entre os números dos quais se quer saber a distância. Ao analisarmos os índices da TRI, podemos concluir que o item discrimina de forma moderada; é considerado muito fácil e seu acerto ao acaso está dentro do esperado. As medidas da TCT se coadunam com o nível de dificuldade do item, em torno de 360, e o seu poder de discriminação mediano. A CCI tem inclinação regular no ponto de inflexão, confirmando a discriminação regular e o gráfico da AGI mostra que os candidatos com um bom desempenho no teste não foram atraídos pelas alternativas incorretas.

Questão 2. Considere três números, a , b e c . A média aritmética entre a e b é 17 e a média aritmética entre a , b e c é 15. O valor de c é:

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 15

Gabarito: C					
Assunto: Médias					
TCT	Total: 16332	Acertos: 13642	Percentual de acertos: 83,5		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,054	0,0251	0,8353	0,0290	0,002
Bisserial	-0,2096	-0,2749	0,5770	-0,3536	-0,3690
TRI	a = 0,01562 (alta)		b = 355,892 (muito fácil)		c = 0,01223

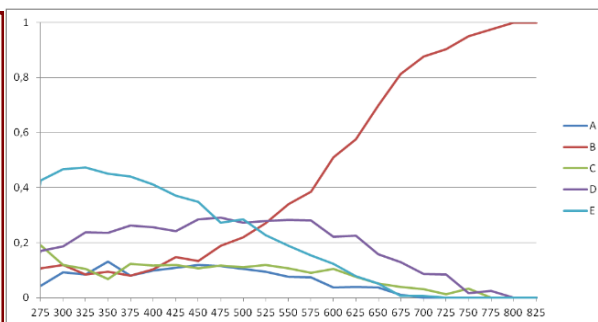
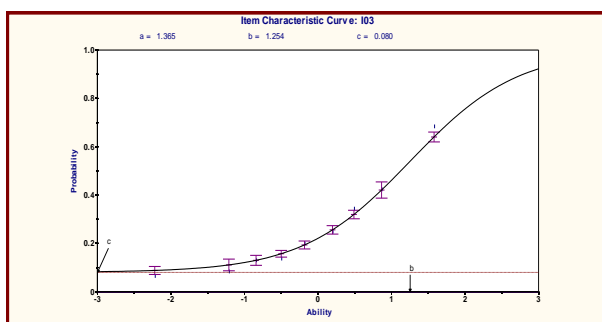


Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: resolver situações que envolvam o cálculo de média aritmética simples, para avaliar as diferentes formas de calcular a média com dois ou três números. Ao analisarmos os índices da TRI, podemos concluir que o item tem um alto poder de discriminação, o que é reforçado pela inclinação da CCI. Trata-se de um considerado muito fácil e seu acerto ao acaso está dentro do esperado. As medidas da TCT reforçam o nível de dificuldade do item, cerca de 350, e a sua alta capacidade de discriminar os candidatos a partir dessa faixa de proficiência. O gráfico da AGI mostra que os candidatos com o desempenho acima da dificuldade do item não foram atraídos pelas alternativas incorretas.

Questão 3. O número total de divisores positivos de $10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ é igual a:

- A) 15 B) 270 C) 320 D) 1024 E) 10!

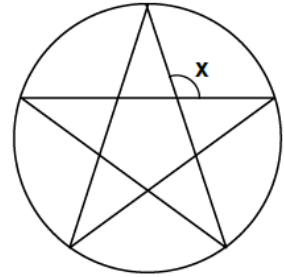
Gabarito: B					
Assunto: Divisibilidade					
TCT	Total: 16332	Acertos: 4566		Percentual de acertos: 28	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,086	0,2796	0,1014	0,2520	0,2477
Bisserial	-0,09176	0,4544	-0,01732	0,01074	-0,261
TRI	a = 0,01365 (alta)		b = 625,38 (difícil)		c = 0,0797



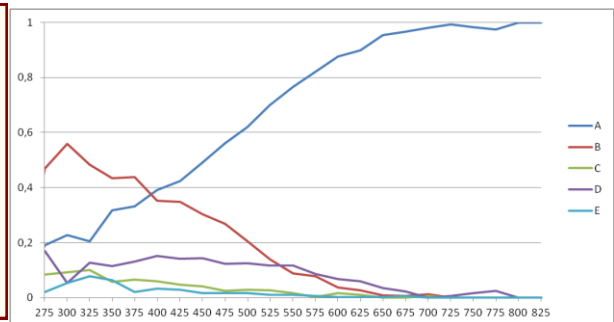
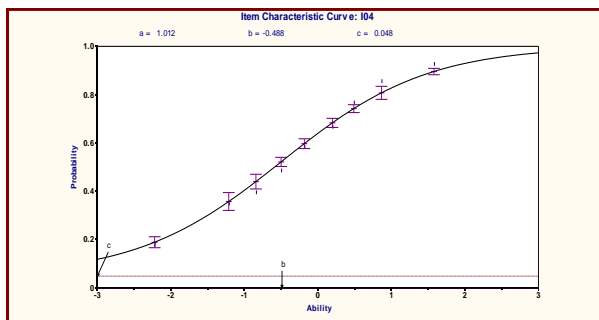
Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: identificar o princípio da contagem no cálculo da quantidade de divisores de um número. Ao observarmos os índices da TRI, concluímos que o item é altamente discriminativo, considerado difícil e seu acerto ao acaso está dentro das expectativas. As medidas da TCT confirmam a dificuldade do item e como o bisserial da alternativa incorreta (D) é positivo, sabemos que candidatos com bom desempenho escolheram essa opção, possivelmente, por uma relação numérica dos números $10!$ e 2^{10} . A CCI apresenta bons índices de discriminação e dificuldade. AGI descreve bem a escolha dos candidatos com bom desempenho pelas alternativas (B) e (D).

Questão 4. A figura mostra um pentágono regular estrelado inscrito em uma circunferência. O ângulo x mede:

- A) 108° B) 120° C) 136° D) 144° E) 150°



Gabarito: A					
Assunto: Elementos e propriedades de polígonos					
TCT	Total: 16332		Acertos: 10147		Percentual de acertos: 62,1
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,6211	0,1959	0,029	0,1098	0,015
Bisserial	0,4461	-0,3121	-0,1588	-0,0547	-0,1705
TRI	a = 0,01012 (moderada)		b = 451,195 (mediana)		c = 0,04789

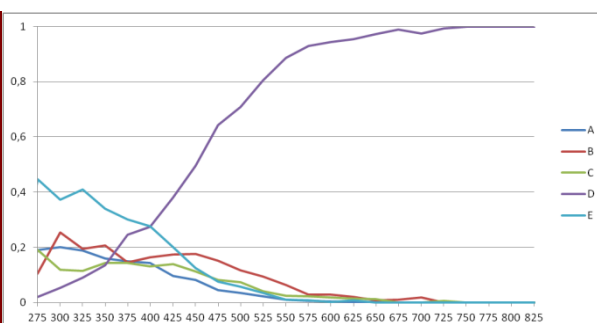
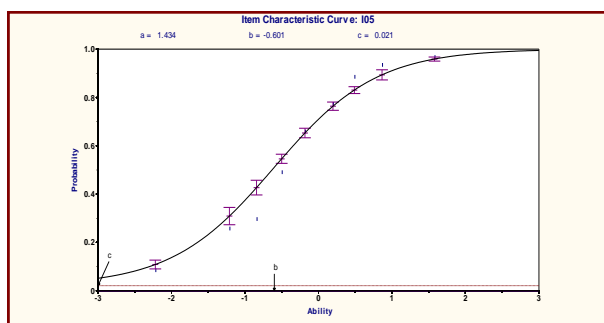


Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: identificar características de figuras planas, para associar o ângulo pedido com o ângulo interno do pentágono regular da região central. Analisando os dados da TRI, vemos que o item discrimina moderadamente, sua dificuldade é mediana e o acerto ao acaso está na faixa esperada. As medidas da TCT confirmam as informações da TRI. Os dois gráficos estão dentro dos padrões para itens com a discriminação e a faixa de dificuldade apresentadas aqui.

Questão 5. No plano cartesiano, a reta que passa pelos pontos $A = (4, 3)$ e $B = (6, 4)$ corta os eixos nos pontos P e Q . O comprimento do segmento PQ é:

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5}$ E) 2

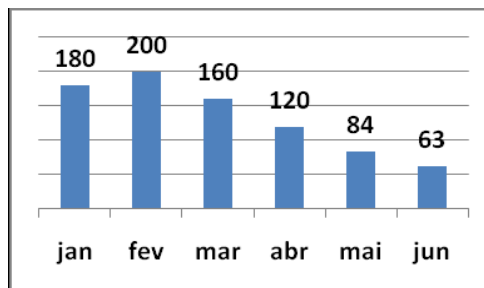
Gabarito: D					
Assunto: Função afim ou geometria analítica.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 10816		Percentual de acertos: 66,2
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,049	0,1059	0,067	0,6617	0,088
Bisserial	-0,2946	-0,1616	-0,1889	0,5491	-0,3788
TRI	a = 0,01434 (alta)		b = 439,868 (fácil)		c = 0,02097



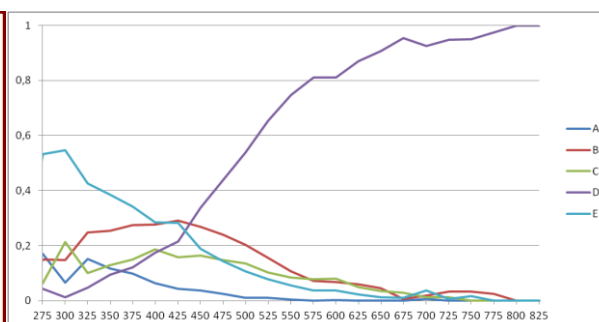
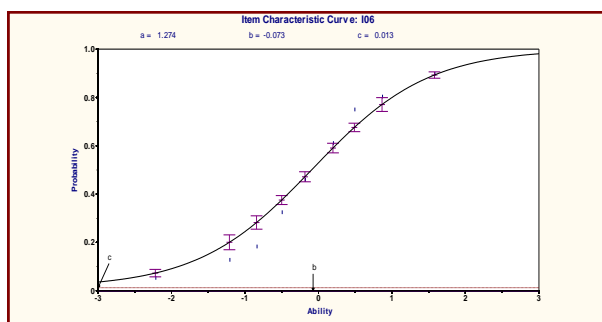
Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: interpretar os dados do problema como características de uma função afim, determinando os pontos de interseção com os eixos, para calcular a distância entre esses pontos. Ao analisarmos os índices da TRI, podemos concluir que o item tem um alto poder de discriminação, é considerado fácil e seu acerto ao acaso está no limite para ser considerado normal. As medidas da TCT confirmam o nível de dificuldade do item, na faixa de 430, e a sua alta capacidade de discriminar candidatos com habilidade acima de 430. A CCI tem inclinação regular no ponto de inflexão, confirmando a discriminação regular e o gráfico da AGI mostra que os candidatos com um bom desempenho no teste não foram atraídos pelas alternativas incorretas.

Questão 6. O gráfico ao lado mostra o número de atendimentos de pacientes com uma certa doença num ambulatório no primeiro semestre de 2010. Quando houve o maior decréscimo percentual no número de atendimentos?

- A) Entre janeiro e fevereiro.
- B) Entre fevereiro e março.
- C) Entre março e abril.
- D) Entre abril e maio.
- E) Entre maio e junho.



Gabarito: D					
Assunto: Construção e interpretação de gráficos estatísticos.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 8603	Percentual de acertos: 52,7	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,025	0,1743	0,1128	0,5265	0,1328
Bisserial	-0,3338	-0,1814	-0,956	0,5253	-0,3173
TRI	a = 0,01274 (moderada)		b = 492,668 (mediana)	c = 0,01263	



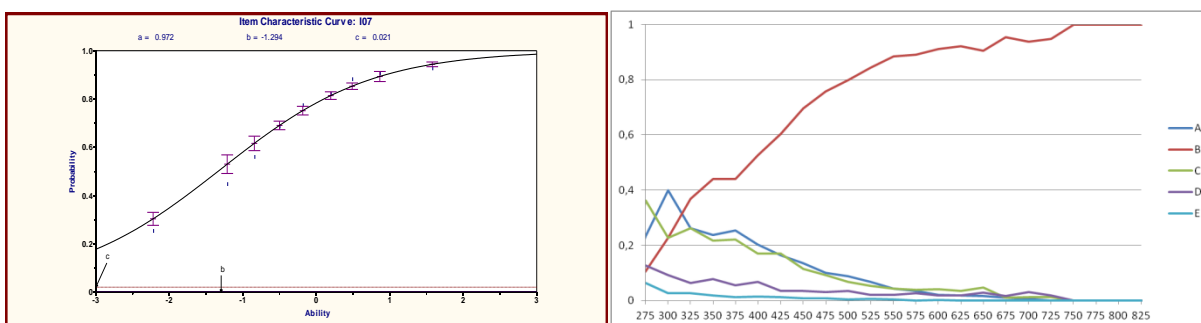
Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: interpretar e utilizar informações expressas em gráficos estatísticos, com a finalidade de calcular a variação percentual de uma grandeza, mensalmente. Os parâmetros da TRI indicam que o item é de dificuldade mediana, discrimina de forma moderada e o acerto ao acaso é aceitável como normal. As medidas da TCT confirmam a dificuldade do item e a sua capacidade de discriminar candidatos com desempenho a partir de 450. A CCI está nos padrões esperados e a AGI mostra que, das alternativas incorretas, a opção (B) foi a mais escolhida por candidatos com um desempenho

regular, um indicativo que estes devem ter avaliado a maior variação gráfica em detrimento da maior variação relativa.

Questão 7. Meninas formaram uma roda. Maria é a quinta garota à esquerda de Denise e é a sexta garota à direita de Denise. Quantas meninas estão na roda?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 17

Gabarito: B					
Assunto: Noções de contagem					
TCT	Total: 16332	Acertos: 12218	Percentual de acertos: 74,8		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,094	0,7478	0,087	0,031	0,0067
Bisserial	-0,2475	0,4385	-0,2081	-0,7397	-0,1771
TRI	a = 0,00972 (Moderada)		b = 370,558 (muito fácil)		c = 0,02113

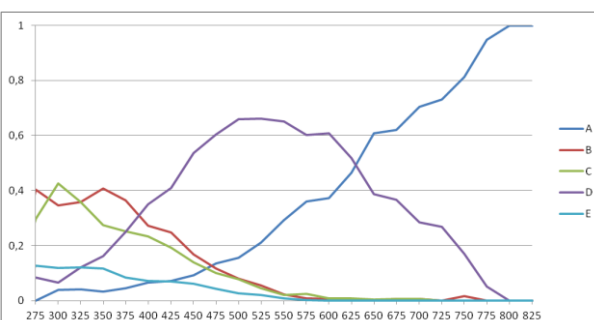
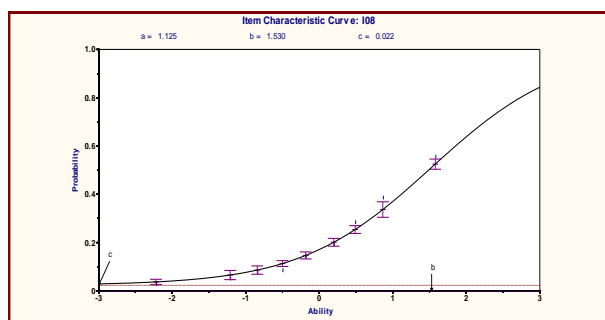


Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: aplicar o princípio da contagem para estabelecer uma relação de posicionamento entre as personagens do problema. Os índices da TRI apontam para um item com discriminação moderada, dificuldade muito baixa e acerto ao acaso um pouco acima do considerado ideal (21,13%), tendo em vista que, para um item com 5 opções de resposta, o normal seria um valor máximo de 20%. A CCI apresenta graficamente o pouco poder de discriminação do item, através da pouca inclinação no seu ponto de inflexão. Os dados da TCT e o gráfico da AGI mostram a facilidade para candidatos com baixo desempenho responderem corretamente o item.

Questão 8. Se a medida do diâmetro de um círculo aumenta em 100%, então a medida de sua área aumenta em:

- A) 300% B) 100% C) 200% D) 400% E) 314%

Gabarito: A					
Assunto: Áreas.					
TCT	Total: 16332	Acertos: 3549	Percentual de acertos: 21,7		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,2171	0,110	0,091	0,520	0,035
Bisserial	0,4575	-0,4110	0,2607	0,2042	-0,2981
TRI	a = 0,01125 (moderada)		b = 652,96 (muito difícil)		c = 0,02239



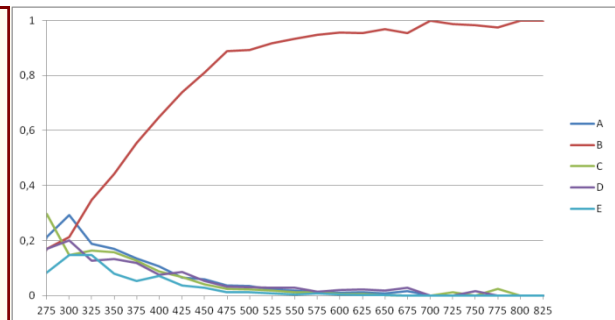
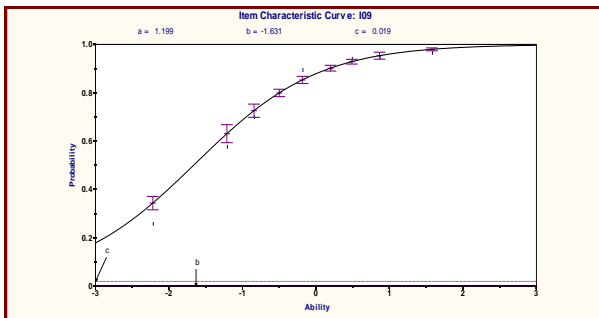
Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar o conceito de porcentagem para calcular a área de um círculo e sua variação. Os dados da TRI revelam um item muito difícil, de discriminação moderada e acerto ao acaso acima do permitido, 22,39%. As medidas da TCT apontam que o percentual de acertos foi abaixo do acerto ao acaso, o que mostra que candidatos com bom desempenho não responderam corretamente e candidatos com baixo desempenho acertaram o item no “chute”. Muitos candidatos, com faixa de proficiência entre 450 e 750, marcaram a opção (D); isso se deve ao fato de que o aumento de 100% no diâmetro foi associado ao valor final 400%, e não ao aumento de 300% da área da circunferência. Além disso, os bisseriais das duas alternativas incorretas - (C) e (D) - são positivos, indicando que mesmo candidatos com boa proficiência foram atraídos por esses itens. Isso sugere que esta questão seja refeita, pois mostra-se inadequada em relação aos seus

distratores. O gráfico da AGI identifica perfeitamente como o distrator (D) atraiu candidatos com bom desempenho no teste.

Questão 9. Seu João precisa pesar uma pera em uma balança de dois pratos. Ele possui 5 pesos distintos, de 1g, 3g, 9g, 27g e 81g. Seu João, equilibrando a pera com os pesos, descobriu que a pera pesa 61g. Quais pesos estavam no mesmo prato que a pera?

- A) 1,9 e 27 B) 3 e 27 C) 9 e 27 D) 1 e 9 E) 3 e 9

Gabarito: B					
Assunto: Equações.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 13531		Percentual de acertos: 82,8
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,044	0,8281	0,035	0,044	0,021
Bisserial	-0,2329	0,4910	-0,2550	-0,1574	-0,2654
TRI	a = 0,01199 (moderada)		b = 336,864 (muito fácil)		c = 0,01894

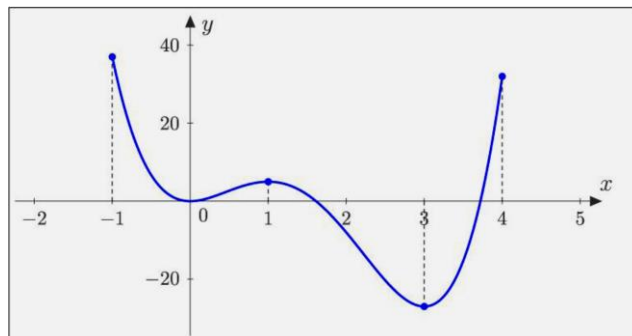


Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar conhecimentos algébricos para identificar e resolver uma equação que solucione o problema. Os índices da TRI apontam para um item com discriminação moderada, dificuldade muito baixa e acerto ao acaso dentro do esperado. A CCI apresenta graficamente o pouco poder de discriminação do item, pois, ao olharmos seu gráfico, quase não percebemos que se trata de uma curva sigmoide. Os dados da TCT e o gráfico da AGI indicam que mesmo candidatos com um baixo rendimento na prova têm uma alta probabilidade de responderem o item corretamente.

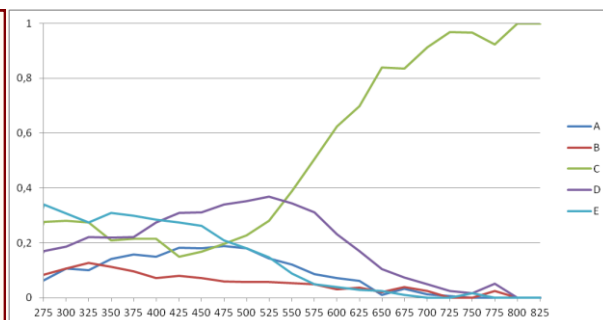
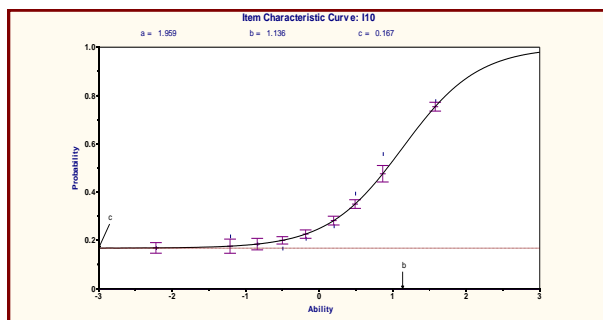
Questão 10. A figura abaixo apresenta o gráfico da função $f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 18x^2$ no intervalo $[-1, 4]$.

Quantas soluções reais distintas possui a equação $3x^4 - 16x^3 + 18x^2 = -10$ no intervalo $[-1, 4]$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



Gabarito: C					
Assunto: Funções polinomiais.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 5412		Percentual de acertos: 33,1
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1341	0,059	0,3306	0,2863	0,1623
Bisserial	-0,1084	-0,097	0,4419	-0,007	-0,2714
TRI	a = 0,0196 (muito alta)		b = 613,631 (difícil)		c = 0,1672

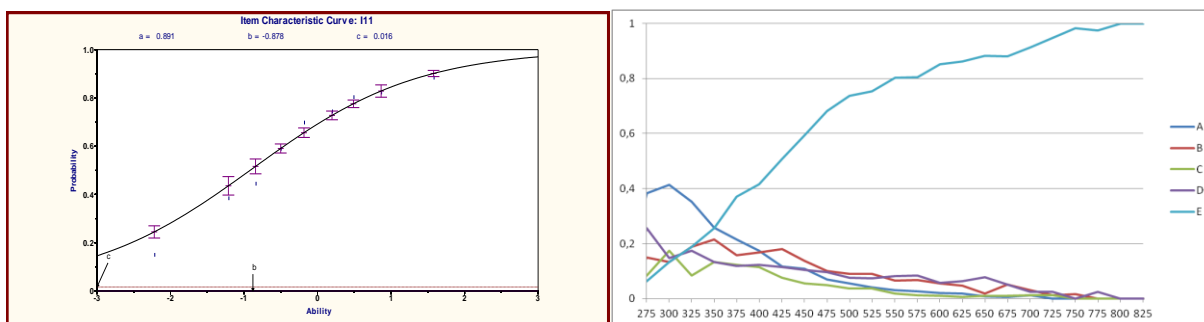


Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar os conceitos de funções polinomiais, para identificar as soluções de uma equação com os pontos de interseção entre uma reta horizontal e o gráfico da correspondente função. Os parâmetros da TRI indicam que o item é considerado difícil e tem uma discriminação muito alta. O acerto ao acaso está dentro do esperado e a CCI apresenta-se de maneira ideal. As medidas da TCT reforçam a dificuldade do item e a AGI mostra que um número significativo de candidatos optaram pela alternativa incorreta (D), provavelmente por imaginarem que as três raízes do polinômio descrito inicialmente se manteria no polinômio indicado para a determinação das raízes.

Questão 11. Dado que todos os A's são B's, mas apenas alguns B's são C's, qual das alternativas abaixo é certamente correta?

- A) Nenhum A é C.
- B) Se algo é C então ele também é B.
- C) Todo A é C.
- D) Ou nenhum A é C ou nenhum C é B.
- E) Se algo não é B então ele não é A.

Gabarito: E					
Assunto: Lógica. Teoria dos conjuntos.					
TCT	Total: 16332	Acertos: 10903	Percentual de acertos: 66,76		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0751	0,0993	0,0442	0,0869	0,6676
Bisserial	-0,2957	-0,1361	-0,2110	-0,0411	0,4035
TRI	a = 0,00891 (moderada)		b = 412,168 (fácil)		c = 0,01635



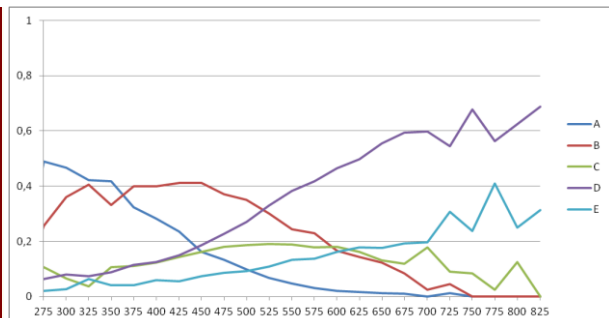
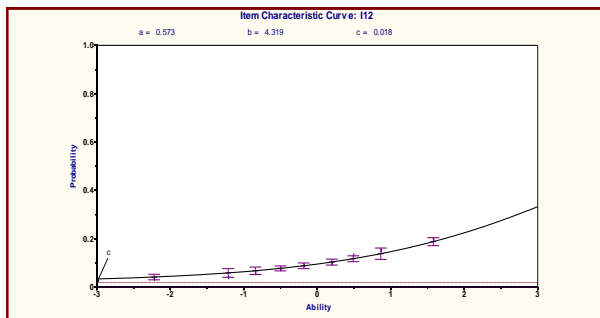
Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: formular a hipótese descrita utilizando a teoria dos conjuntos. Os dados da TRI indicam que o item tem discriminação moderada, é considerado fácil, o acerto ao acaso está dentro do esperado e a CCI apresenta pouca inclinação devido ao seu nível de discriminação. As medidas da TCT confirmam o grau de dificuldade baixo e a AGI indica que a maioria dos candidatos com proficiência maior que 450 acertaram a questão.

Questão 12. Os pontos da figura abaixo estão igualmente espaçados. Quantos retângulos podemos traçar com vértices nesses pontos?

- A) 6 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20

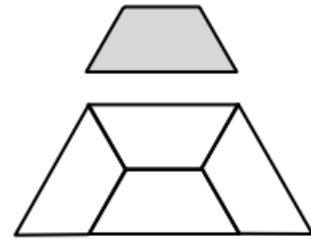


Gabarito: E					
Assunto: Polígonos e contagem.					
TCT	Total: 16332	Acertos: 1703	Percentual de acertos: 10,43		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1201	0,2971	0,1604	0,2902	0,1043
Bisserial	-0,3806	-0,1939	0,0672	0,4124	0,2250
TRI	a = 0,00573 (baixa)		b = 931,885 (muito difícil)		c = 0,01841



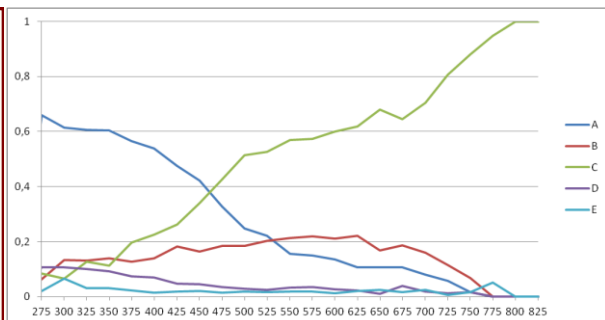
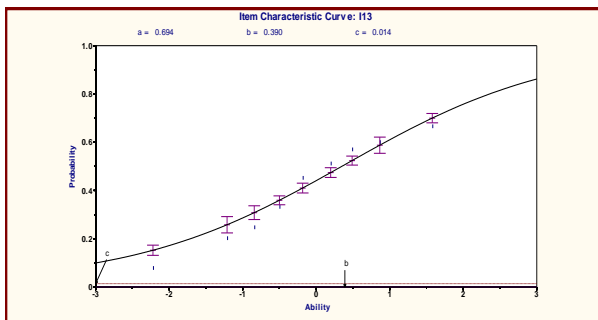
Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar noções de contagem para avaliar as condições necessárias para a construção de retângulos com os pontos dados. Os parâmetros da TRI indicam que o item tem uma baixa discriminação, é considerado muito difícil, o acerto ao acaso está dentro do esperado e a CCI não se apresenta em forma de sigmoide. As medidas da TCT confirmam a dificuldade do item, sendo que os bisserias de duas alternativas incorretas são positivos, indicando, desse modo, que essas alternativas atraíram candidatos com bom desempenho na prova, sendo o bisserial da alternativa incorreta (D) maior que o bisserial do gabarito (E). O gráfico da AGI mostra que a maioria dos candidatos com bom desempenho na prova optaram pela alternativa incorreta, possivelmente, devido ao fato de não contarem os dois retângulos com lados inclinados em 45°.

Questão 13. Na figura ao lado, o quadrilátero grande é formado por 4 trapézios congruentes ao trapézio isósceles sombreado. O perímetro do quadrilátero grande é 36 cm. Qual é o perímetro do trapézio sombreado?



- A) 9 cm B) 12 cm C) 18 cm D) 36 cm E) 72 cm

Gabarito: C					
Assunto: Perímetro e trigonometria.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 7310		Percentual de acertos: 44,76
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,2840	0,1799	0,4476	0,0372	0,0185
Bisserial	-0,3024	0,1136	0,3428	-0,1097	0,0188
TRI	a = 0,0064 (baixa)		b = 539,032 (mediano)		c = 0,01387

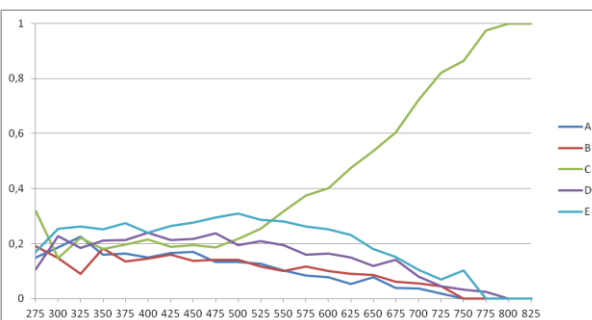
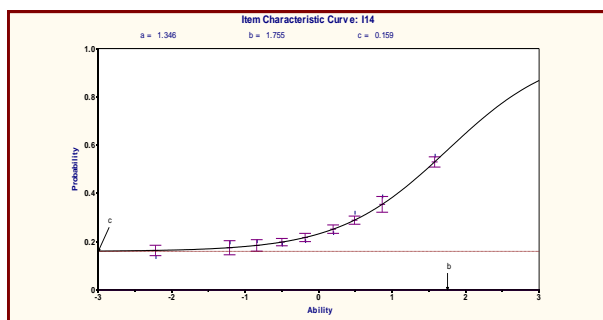


Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: identificar as propriedades dos quadriláteros e utilizar conhecimentos trigonométricos para relacionar as medidas das duas bases. Os dados da TRI indicam que o item tem discriminação baixa, tem nível de dificuldade mediano, o acerto ao acaso está dentro do esperado e a CCI apresenta pouca inclinação devido ao seu baixo nível de discriminação. As medidas da TCT confirmam o grau de dificuldade mediano e os bisserias positivos de duas alternativas incorretas - (B) e (E) - indicam que esses distratores atraíram candidatos com bom desempenho, provavelmente por algum erro no momento de estabelecer uma relação numérica entre as duas bases do trapézio.

Questão 14. Considere as funções reais $f(x) = x^2 - 2x - 3$ e $g(x) = -x^2 + 3x + 4$. Assinale a alternativa falsa.

- A) Se $x > 2$ então $f(x) > -3$.
- B) Se $-1 < x < 2$ então $f(x) \leq g(x)$.
- C) Se $f(x) \leq g(x)$ então $0 < x < 3$.
- D) Se $x < -1$ então $f(x) \cdot g(x) < 0$.
- E) $-1 \leq x \leq 7/2$ se, e somente se, $f(x) \leq g(x)$.

Gabarito: C					
Assunto: Estudo dos sinais da função.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 4534		Percentual de acertos: 27,76
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1211	0,0049	0,2776	0,1920	0,2599
Bisserial	-0,1269	-0,0629	0,3225	-0,0457	-0,0026
TRI	a = 0,01346 (moderada)		b = 675,506 (muito difícil)		c = 0,15949

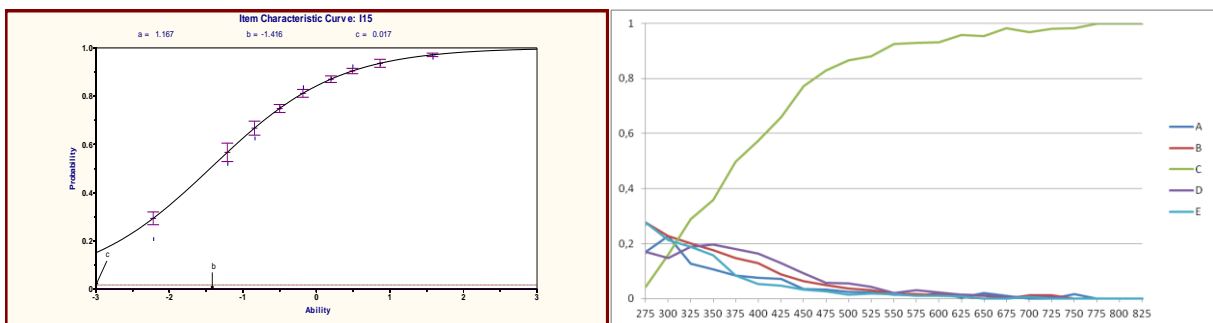


Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: identificar as raízes das funções e avaliar o comportamento das funções nos intervalos determinados por essas raízes. Os dados da TRI indicam que o item discrimina moderadamente, é classificado como muito difícil, o acerto ao acaso está dentro do esperado e a CCI apresenta-se com uma boa inclinação. As medidas da TCT corroboram a dificuldade do item e a AGI mostra que somente a partir dos candidatos com habilidade maior que 675, temos a maioria respondendo o item corretamente.

Questão 15. Ana, Beatriz, Carlos e Daniel pescaram 11 peixes. Cada um deles conseguiu pescar pelo menos um peixe, mas nenhum deles pescou o mesmo número de peixes que outro. Ana foi a que pescou mais peixes e Beatriz foi a que pescou menos peixes. Quantos peixes os meninos pescaram juntos?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Gabarito: C					
Assunto: Lógica.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 12946		Percentual de acertos: 79,27
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0343	0,0510	0,7927	0,0647	0,0307
Bisserial	-0,1897	-0,2413	0,4913	-0,2270	-0,2460
TRI	a = 0,01167 (moderada)		b = 358,374 (muito fácil)		c = 0,1747

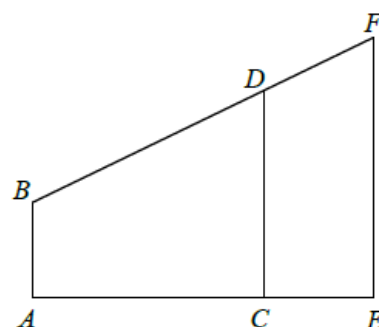


Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar noções de lógica para avaliar os possíveis valores para as incógnitas presentes no problema. Os dados da TRI indicam que o item tem discriminação moderada, é considerado muito fácil, o acerto ao acaso está dentro do esperado e a CCI apresenta pouca inclinação devido ao seu nível de discriminação. As medidas da TCT confirmam o grau de dificuldade baixo e a AGI indica que a maioria dos candidatos com proficiência maior que 380 acertaram a questão.

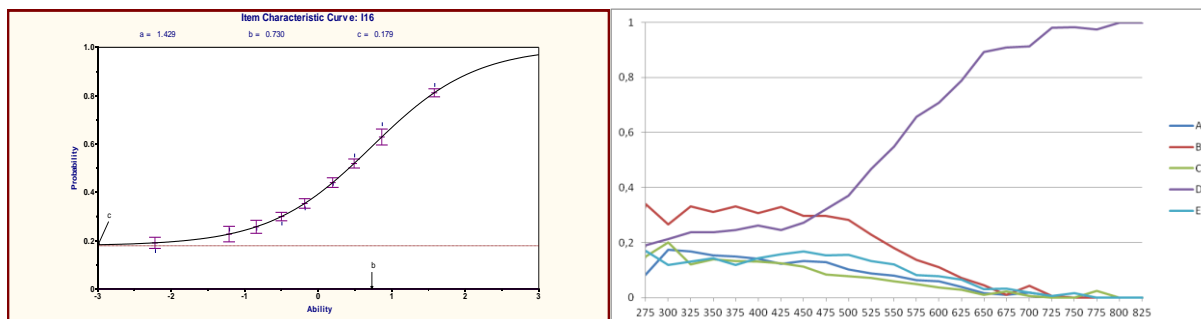
Questão 16. Na figura ao lado os segmentos AB, CD e EF são perpendiculares à reta AE e medem, respectivamente, 40m, 82m e 100m.

Se o segmento CE mede 27m, o comprimento do segmento AC é:

- A) 52m B) 56m C) 60m
D) 63m E) 66m



Gabarito: D					
Assunto: Semelhança de triângulos.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 7216		Percentual de acertos: 44,18
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0966	0,2250	0,0779	0,4418	0,1237
Bisserial	-0,1375	-0,1774	-0,1508	0,4354	-0,0784
TRI	a = 0,01429 (alta)		b = 573,039 (difícil)		c = 0,17865

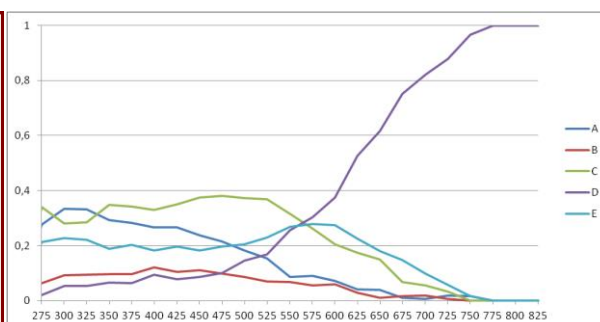
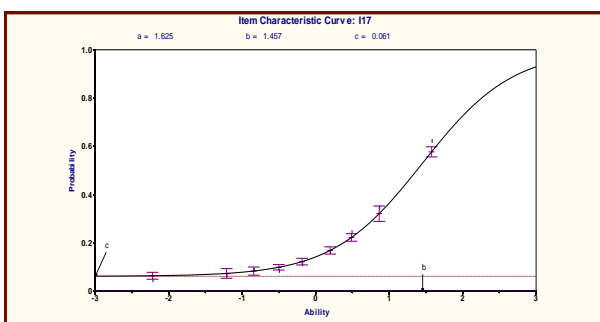


Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar a semelhança de triângulos para estabelecer uma proporção entre os segmentos da figura. Os dados da TRI mostram que o item tem discriminação alta, é considerado difícil, o acerto ao acaso está dentro do esperado e a CCI apresenta-se com uma boa inclinação. As medidas da TCT corroboram a dificuldade do item e a AGI indica que a maioria dos candidatos com habilidade maior que 550 respondeu corretamente o item.

Questão 17. Um número natural é chamado de *estranho* se seus algarismos são todos distintos e nenhum deles é 0 e é chamado de *belo* se todos os seus algarismos são pares. Quantos são os números de quatro algarismos que são estranhos ou belos?

- A) 24 B) 500 C) 3024 D) 3500 E) 3548

Gabarito: D					
Assunto: Contagem (PFC).					
TCT	Total: 16332		Acertos: 3438		Percentual de acertos: 21,05
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1645	0,0774	0,3091	0,2105	0,2078
Bisserial	-0,2455	-0,1163	-0,0945	0,4911	0,0869
TRI	a = 0,01625 (alta)		b = 645,667 (muito difícil)		c = 0,06119



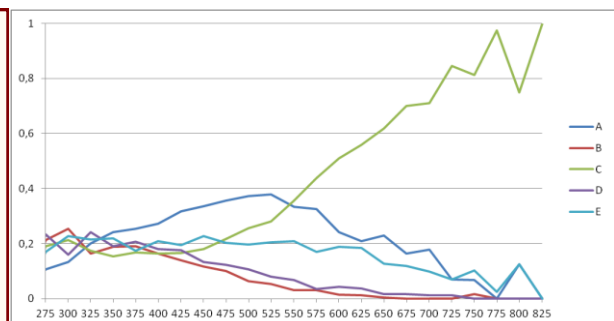
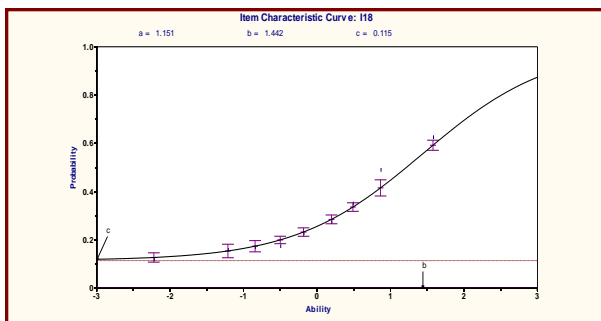
Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar o princípio fundamental da contagem para calcular a quantidade de números com cada característica dada. Os dados da TRI mostram que o item tem discriminação alta, é classificado como muito difícil, o acerto ao acaso é o esperado e a CCI apresenta-se dentro das expectativas. As medidas da TCT corroboram a dificuldade do item, o bisserial positivo da alternativa incorreta (E) indica que este distrator atraiu muitos candidatos com bom desempenho, talvez pelo fato de, ao encontrarem 3524 como a soma das quantidades dos números estranhos e números belos, tenham somado, no lugar de subtrair os números que são estranhos e belos simultaneamente. A AGI reforça o fato de que somente o grupo de candidatos com proficiência maior que 650 teve a maioria respondendo corretamente o item.

Questão 18. Considere os números reais $a = \frac{2}{1-\sqrt{2}} + \sqrt{8}$, $b = (1 + \sqrt{3})^2$, $c = \frac{(1+\sqrt{2})^3 - 7}{4\sqrt{2}}$.

A opção verdadeira é:

- A) a e b são ambos irracionais e c é racional.
- B) a e b são ambos inteiros e c é racional.
- C) a e c são ambos racionais e b é irracional.
- D) a é inteiro, b é racional e c é irracional.
- E) a é racional e b e c são ambos irracionais.

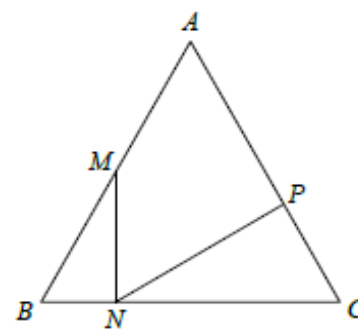
Gabarito: C					
Assunto: Números Reais.					
TCT	Total: 16332	Acertos: 4903		Percentual de acertos: 30,02	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,3040	0,0764	0,3002	0,1007	0,1915
Bisserial	0,0148	-0,2828	0,3766	-0,2178	-0,0021
TRI	a = 0,01151 (moderada)	b = 644,159 (muito difícil)		c = 0,11481	



Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: simplificar as expressões dadas e depois avaliar a qual conjunto numérico pertencem os números encontrados. As informações da TRI indicam que o item é muito difícil, discrimina de forma moderada e o acerto ao acaso está na faixa esperada. O percentual de acerto confirma o grau de dificuldade do item e o bisserial positivo da alternativa incorreta (A) indica que esta opção atraiu candidatos com bom desempenho, provavelmente, por pensarem que a expressão que representa o número “b” ficaria sem a presença do radical quando fosse elevada ao quadrado,

representando um número racional. As expressões que representam os números “a” e “c”, por conterem radicais que não foram elevados ao quadrado, representariam números racionais.

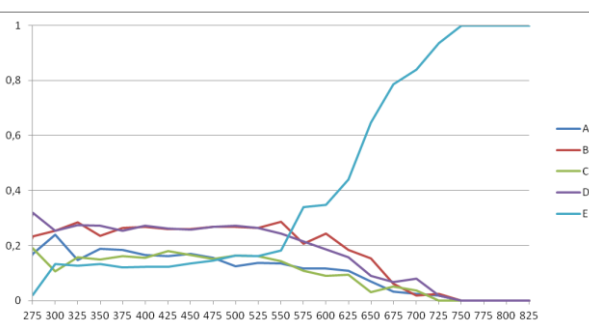
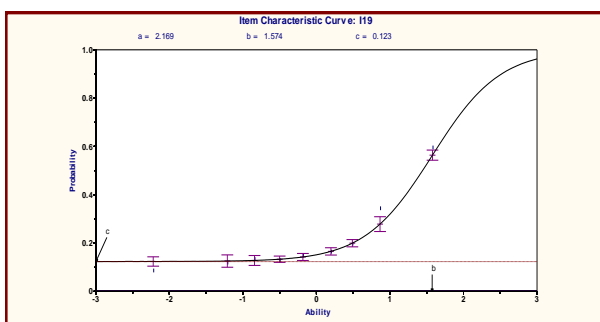
Questão 19. Na figura ao lado, ABC é um triângulo equilátero, M é o ponto médio do lado AB , o segmento MN é perpendicular ao lado BC e o segmento NP é perpendicular ao lado AC .



Sabendo que $AP = 12$ unidades, a medida do lado do triângulo ABC nessa mesma unidade é:

- A) 15,2 B) 16,4 C) 17,5
D) 18,6 E) 19,2

Gabarito: E					
Assunto: Semelhança de triângulos.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 3595		Percentual de acertos: 22,01
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1361	0,0175	0,1381	0,2319	0,2201
Bisserial	-0,0834	-0,0438	-0,0734	-0,0733	0,4255
TRI	a = 0,02169 (muito alta)		b = 657,42 (muito difícil)		c = 0,12349

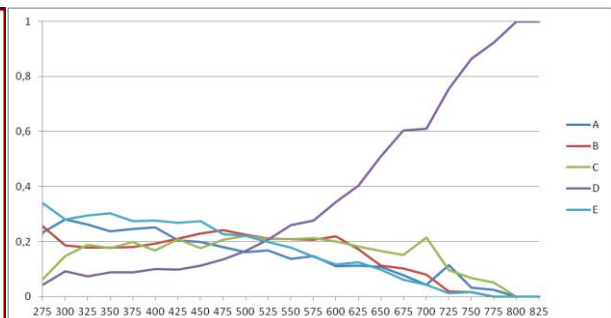
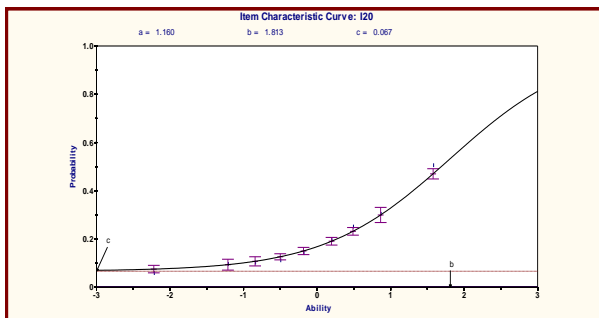


Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: identificar triângulos semelhantes na figura dada e relacionar os lados homólogos destes triângulos. As informações da TRI indicam que o item é muito difícil, seu poder de discriminação é muito alto e o acerto ao acaso está dentro das expectativas. Esses índices são reforçados pelo gráfico da CCI, pois este apresenta uma grande inclinação na faixa de proficiência alta. O percentual de acertos também indica a grande dificuldade do item e os bisseriais se comportam de forma adequada.

Questão 20. Uma amostra de água salgada apresenta 18% de salinidade. Isto significa que em 100 gramas da amostra teremos 18 gramas de sais e 82 gramas de água. Qual a melhor aproximação do percentual de água da amostra a ser evaporado se quisermos obter 30% de salinidade?

- A) 30 % B) 36 % C) 42 % D) 49% E) 58%

Gabarito: D					
Assunto: Porcentagem e proporcionalidade.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 3446		Percentual de acertos: 21,10
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1654	0,1994	0,1916	0,2110	0,2022
Bisserial	-0,1053	-0,0138	0,0483	0,3956	-0,1473
TRI	a = 0,0116 (moderada)		b = 681,342 (muito difícil)		c = 0,06675

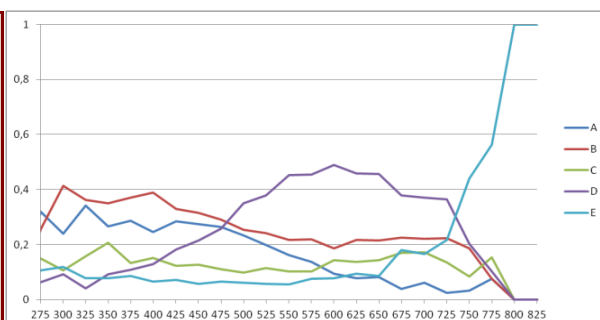
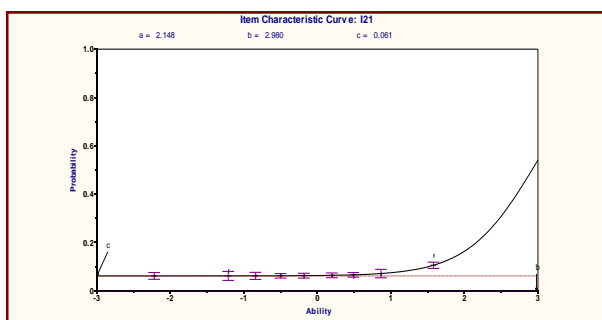


Para responder o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar conhecimentos de porcentagem e proporcionalidade para definir a quantidade de água a ser evaporada. Os dados da TRI indicam que o item é muito difícil, sua discriminação é moderada e o acerto ao acaso está dentro do esperado. O percentual de acertos reforça a grande dificuldade do item e o bisserial do distrator (C) é positivo, mostrando que candidatos com bom desempenho escolheram essa alternativa incorreta devido ao fato de terem confundido a quantidade final de água (42g) com o percentual de água evaporado.

Questão 21. Assinale a alternativa verdadeira:

- (A) Se x é um número real positivo, então $x^6 > x^4$.
- (B) Se x é um número real e $x^2 = x$, então $x = 1$.
- (C) Se $x > 200$ e $y > 4$, então $\frac{x}{y} > 50$.
- (D) Se x é um número real então $x^2 \geq -x$.
- (E) Se $x(x^2 - 2x + 1) = 0$, então $x = 0$ ou $x = 1$ ou $x = 2$.

Gabarito: E					
Assunto: Conjuntos numéricos e lógica.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 1205		Percentual de acertos: 7,4
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,2011	0,2630	0,1193	0,3091	0,0737
Bisserial	-0,1868	-0,0889	0,0203	0,3077	0,1686
TRI	a = 0,02148 (muito alta)		b = 797,998 (muito difícil)		c = 0,06134



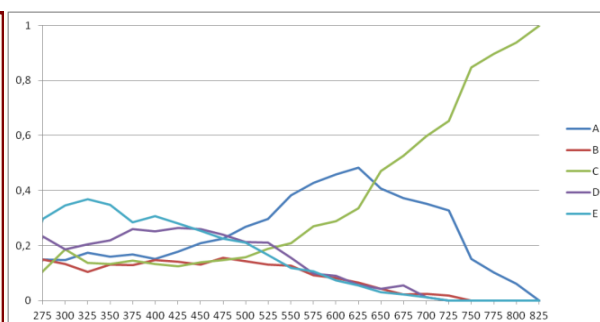
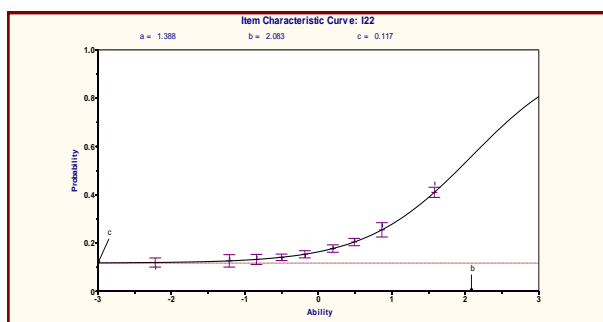
Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: identificar os diferentes conjuntos numéricos e aplicar conhecimentos de lógica para classificar as alternativas. Os dados da TRI mostram que o item tem discriminação muito alta, é muito difícil e o acerto ao acaso está dentro do esperado. O percentual de acertos indica que esta foi a questão mais difícil da prova, segundo a TCT. A CCI não tem aparência sigmoide, o que revela que itens com parâmetros “a” e “b” muito altos não funcionam bem num teste de avaliação. Candidatos com bom desempenho na prova foram atraídos pelas alternativas (C) e (D), pois seus bisseriais são positivos. Porém, ao observarmos estes distratores, percebemos que apenas a alternativa (D) pode suscitar alguma dúvida se a afirmativa realmente é falsa. Entretanto, analisando a

alternativa (E), encontramos para solução da equação $x = 0$ ou $x = 1$, levando ao erro muitos bons candidatos, pois a alternativa completa é: $x = 0$ ou $x = 1$ ou $x = 2$, o que ainda torna essa a opção verdadeira. A AGI destaca que apenas candidatos com as mais altas proficiências da prova dominam plenamente as habilidades para resolver esse item.

Questão 22. De quantas maneiras é possível escolher três números inteiros distintos, de 1 a 20, de forma que a soma seja par?

- A) 1620 B) 810 C) 570 D) 720 E) 120

Gabarito: C					
Assunto: Contagem.					
TCT	Total: 16332	Acertos: 3332	Percentual de acertos: 20,4		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,2813	0,1185	0,2036	0,1851	0,1812
Bisserial	0,2906	-0,0767	0,3168	-0,1849	-0,2522
TRI	a = 0,01388 (alta)	b = 708,347 (muito difícil)		c = 0,11745	

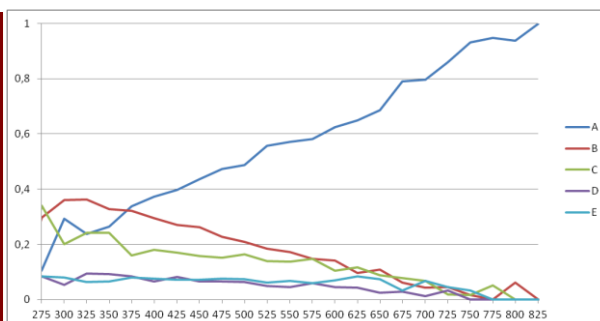
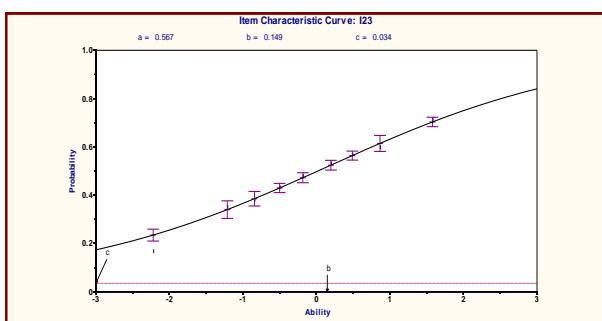


Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar o princípio fundamental da contagem para calcular quantos grupos de 3 números tem soma par. Os dados da TRI mostram que o item tem discriminação alta, é classificado como muito difícil e o acerto ao acaso está dentro das expectativas. O percentual de acertos corrobora a dificuldade do item, o bisserial positivo da alternativa incorreta (A) indica que este distrator atraiu muitos candidatos com bom desempenho, pois, ao calcularem o número de grupos com três números pares, não levaram em consideração que a ordem de escolhas dos números não importa, encontrando, assim, 720 no lugar de 120. O mesmo se deu com os grupos com apenas um número par, encontrando 900 e não 450. O gráfico da AGI indica que apenas o grupo de candidatos com proficiência maior que 650 teve a maioria respondendo corretamente o item.

Questão 23. Sejam $a = 2^{7000}$, $b = 5^{3000}$ e $c = 13^{2000}$. Assinale a alternativa correta:

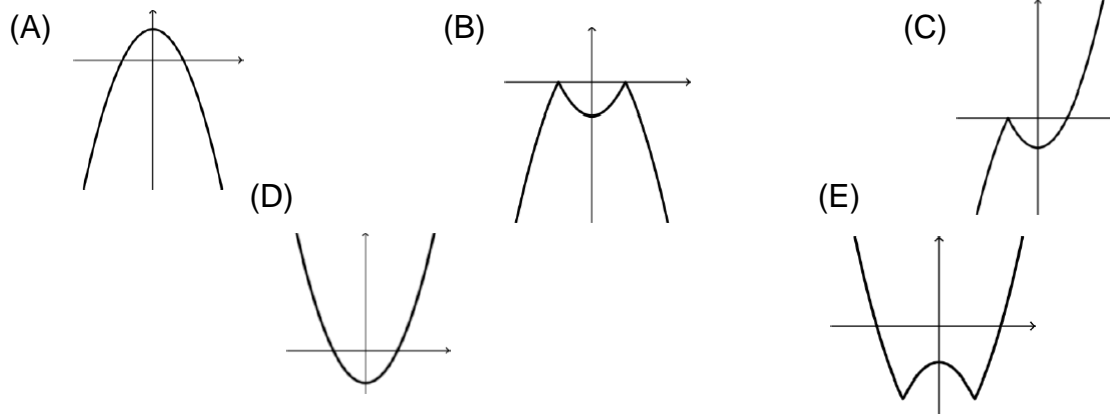
- A) $b < a < c$
- B) $a < b < c$
- C) $c < b < a$
- D) $a < c < b$
- E) $b < c < a$

Gabarito: A					
Assunto: Potenciação.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 8145	Percentual de acertos: 49,9	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,4986	0,2011	0,1435	0,0572	0,0684
Bisserial	0,2858	-0,1548	-0,0545	-0,0696	0,0248
TRI	a = 0,00567 (baixa)		b = 514,855 (mediana)	C = 0,03434	

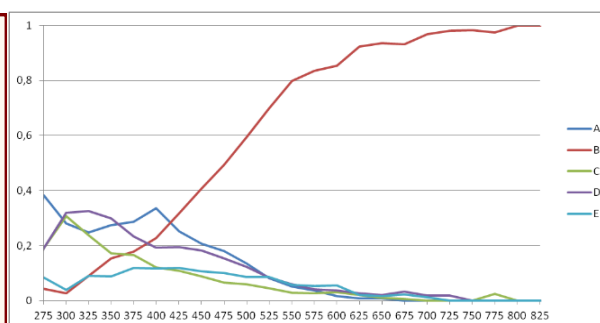
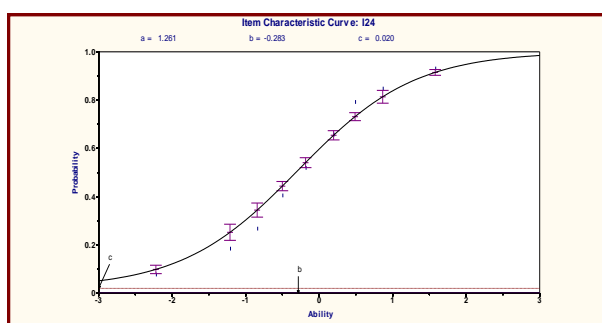


Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar as propriedades de potências como forma de representar números grandes de diferentes maneiras. Os dados da TRI revelam que o item tem baixo poder de discriminação, o acerto ao acaso é aceitável e a dificuldade do item é mediana, o que também é informado pelo percentual de acertos da TCT. O bisserial positivo da alternativa incorreta (E) mostra que esta opção atraiu candidatos com bom desempenho, pois estes erraram a comparação de $a = 2^{7000}$ e $c = 13^{2000}$, ao não escreverem as potências com o mesmo expoente. O gráfico da CCI apresenta pouca inclinação devido à baixa discriminação.

Questão 24. O gráfico que melhor representa a função $f(x) = -|1 - x^2|$ é:



Gabarito: B					
Assunto: Gráfico de função					
TCT	Total: 16332	Acertos: 9461	Percentual de acertos: 57,9		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1312	0,5792	0,0644	0,1176	0,0780
Bisserial	-0,2896	0,5188	-0,2215	-0,2198	-0,0902
TRI	a = 0,01261 (moderada)		b = 471,651 (mediano)		c = 0,01986

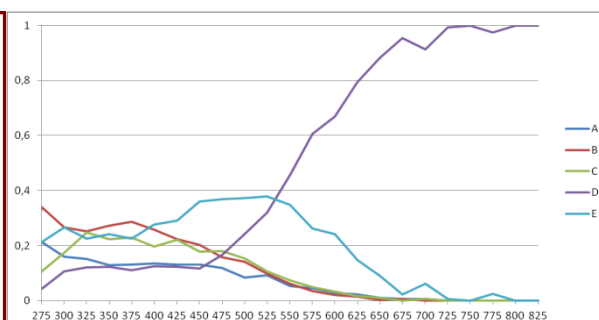
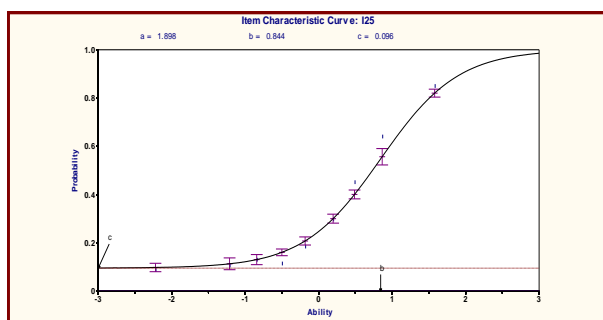


Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: reconhecer as principais características do gráfico de funções modulares. Os parâmetros da TRI indicam que o item tem discriminação moderada, é de dificuldade mediana, o acerto ao acaso e a CCI estão dentro do esperado. As medidas da TCT e o gráfico da AGI confirmam as informações da TRI.

Questão 25. Quantos múltiplos de 5 existem com 4 algarismos diferentes?

- A) 448 B) 504 C) 546 D) 952 E) 1008

Gabarito: D					
Assunto: Contagem					
TCT	Total: 16332		Acertos: 5500		Percentual de acertos: 33,7
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0863	0,1271	0,1247	0,3361	0,2950
Bisserial	-0,1782	-0,2911	-0,2263	0,5464	-0,0210
TRI	a = 0,01898 (muito alta)		b = 584,405 (difícil)		c = 0,09599

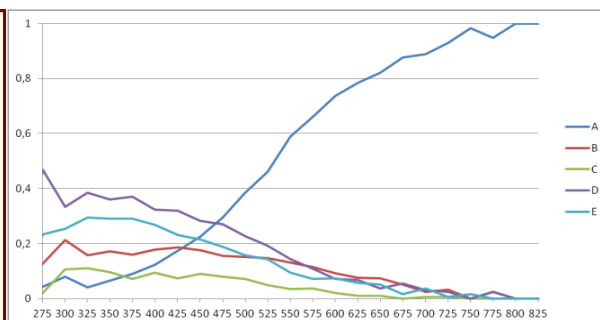
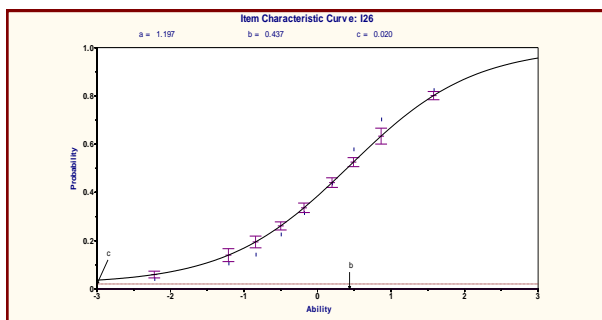


Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar o princípio fundamental da contagem para calcular quantos são os múltiplos de 5 com 4 algarismos distintos. Os dados da TRI apontam que o item tem discriminação muito alta, é difícil, o acerto ao acaso e a CCI são os esperados. Segundo a TCT, o percentual de acertos confirma a dificuldade do item e, apesar do bisserial negativo da alternativa (E), o gráfico da AGI mostra que um número considerável de candidatos com proficiência entre 400 e 600 optou por essa resposta, ao calcular a quantidade de números com 4 algarismos distintos que terminam em zero ($9.8.7 = 504$) e inferir que este resultado se repetiria para os números terminados em cinco.

Questão 26. Em Eletrostática, o módulo E do campo elétrico gerado por uma única carga elétrica pontual de carga q em um ponto a uma distância d da carga é diretamente proporcional a q e inversamente proporcional ao quadrado de d . Considere uma carga elétrica com carga q constante e seja $E = f(d)$, com $d > 0$ a função que descreve o módulo E do campo elétrico em um ponto a uma distância d dessa carga. Dessa forma, é correto afirmar que $f(2d)$ é igual a:

- A) $\frac{f(d)}{4}$ B) $4 \cdot f(d)$ C) $f(d)$ D) $\frac{f(d)}{2}$ E) $2 \cdot f(d)$

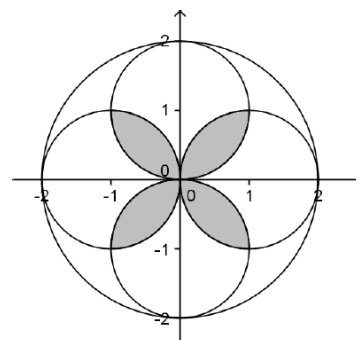
Gabarito: A					
Assunto: Funções.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 6759		Percentual de acertos: 41,4
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,4136	0,1379	0,0564	0,2071	0,1533
Bisserial	0,5021	-0,0641	-0,1372	-0,2153	-0,1972
TRI	a = 0,01197 (moderada)		b = 543,685 (mediana)		c = 0,02045



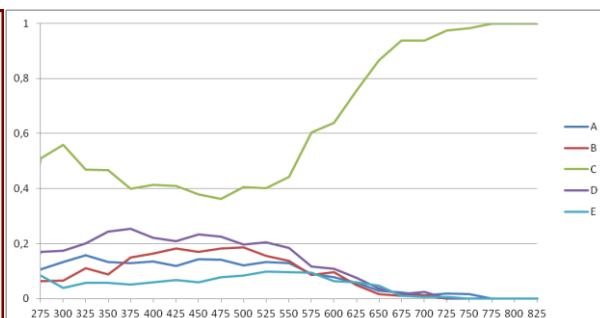
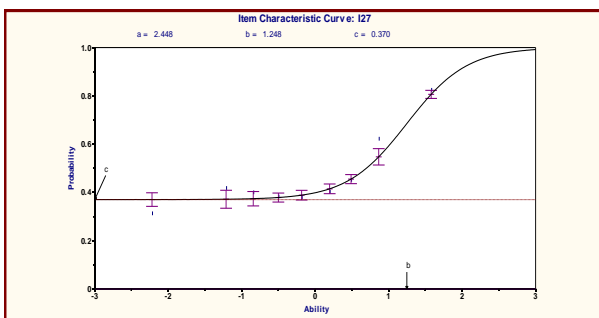
Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar conhecimentos sobre funções para avaliar as alterações da imagem quando variamos o domínio. De acordo com a TRI, a dificuldade do item é mediana, ele discrimina de forma moderada e a probabilidade de acerto ao acaso é muito baixa. Os dados da TCT confirmam os dados da TRI e os gráficos da CCI e AGI estão dentro do esperado.

Questão 27. Observe o desenho ao lado com as quatro circunferências de raio 1 dentro da circunferência de raio 2. A área sombreada é igual a:

- A) $2\pi - 2$
- B) $\pi/3$
- C) $2\pi - 4$
- D) $\pi/2$
- E) $\pi - \sqrt{\pi}$



Gabarito: C					
Assunto: Áreas de figuras planas.					
TCT	Total: 16332	Acertos: 7632		Percentual de acertos: 46,7	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1141	0,1355	0,4672	0,1787	0,0719
Bisserial	-0,0788	-0,0958	0,3047	-0,1319	0,0365
TRI	a = 0,02448 (muito alta)		b = 624,826 (difícil)		c = 0,36992



Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: estabelecer uma relação entre a área da figura sombreada e a área do círculo unitário. Os parâmetros da TRI indicam que o item é difícil, tem uma discriminação muito alta e o acerto ao acaso está bem acima do esperado (36,99%), isto é, uma quantidade considerável de candidatos com baixo desempenho na prova respondeu corretamente o item. Porém, como o bisserial da alternativa incorreta (E) é positivo; este distrator atraiu indivíduos com bom desempenho no teste. Esse item não é indicado para testes de avaliação educacional, pois, apesar do seu altíssimo poder de discriminação - indicado pelo parâmetro “a” -, na prática, ele não discriminou tão bem os

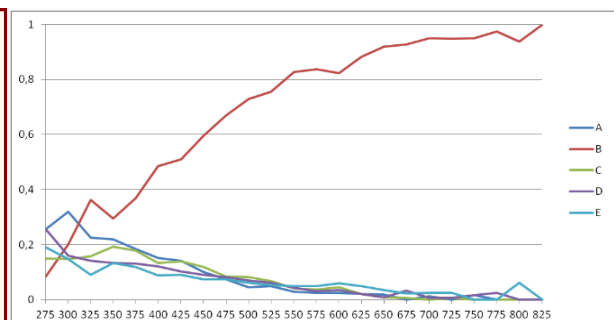
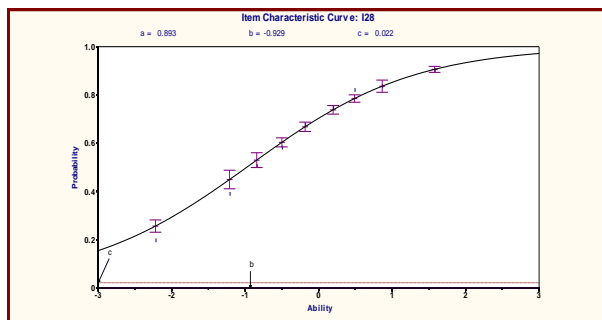
candidatos com proficiências bem diferentes. O gráfico da AGI reforça este fato. Notamos também que o percentual de acertos foi alto para um item difícil, o que é explicado pela alta probabilidade de acerto ao acaso.

Questão 28. Um grupo de pessoas gastou 120 reais em uma lanchonete. Quando foram pagar a conta, dividindo-a igualmente, notaram que duas pessoas foram embora sem deixar dinheiro e as pessoas que ficaram tiveram que pagar cinco reais a mais que pagariam se a conta fosse dividida igualmente entre todos os membros do grupo inicial.

Quantas pessoas pagaram a conta?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 9 E) 10

Gabarito: B					
Assunto: Equações do 2º Grau.					
TCT	Total: 16332	Acertos: 11081		Percentual de acertos: 67,8	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0713	0,6784	0,0792	0,0680	0,0648
Bisserial	-0,2607	0,4259	-0,1915	-0,1559	-0,0754
TRI	a = 0,00893 (moderada)		b = 407,127 (fácil)		c = 0,02196

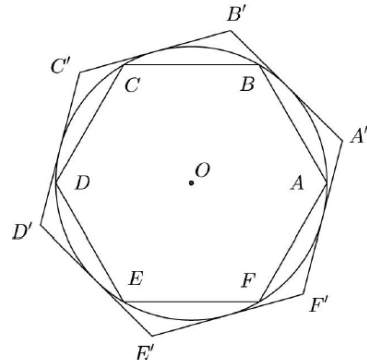


Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: modelar e resolver problemas usando representações algébricas. As informações da TRI indicam que o item discrimina de forma moderada, é fácil e a probabilidade de acerto ao acaso está dentro do esperado. O gráfico da CCI apresenta pouca inclinação devido ao valor do parâmetro “a” e o gráfico da AGI confirma que grande parte dos candidatos com habilidade maior que 450 respondeu corretamente o item.

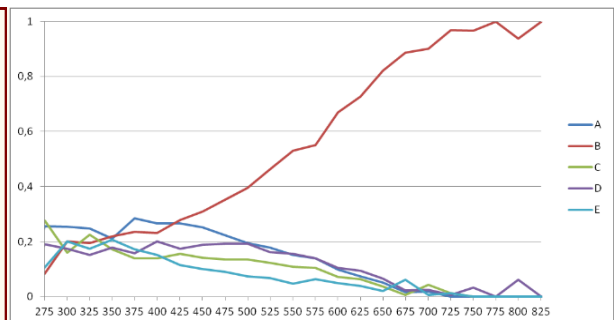
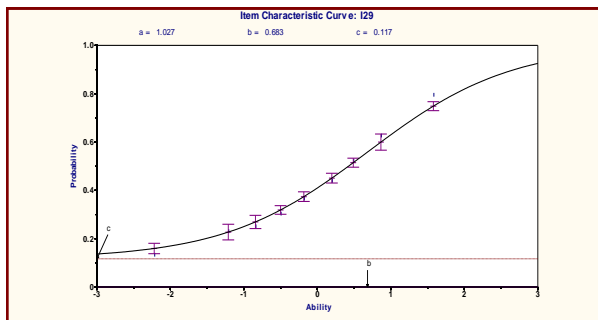
Questão 29. Na figura ao lado, os hexágonos regulares $ABCDEF$ e $A'B'C'D'E'F'$ estão, respectivamente, inscrito e circunscrito a uma circunferência de centro O .

A razão $\frac{\text{área}(A'B'C'D'E'F')}{\text{área}(ABCDEF)}$ vale:

- A) $\frac{3}{2}$
- B) $\frac{4}{3}$
- C) $\sqrt{2}$
- D) $\sqrt{3}$
- E) 2



Gabarito: B					
Assunto: Razões.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 7117		Percentual de acertos: 43,6
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1812	0,4259	0,1168	0,1547	0,0809
Bisserial	-0,1577	0,3980	-0,0914	-0,0666	-0,1613
TRI	a = 0,01027 (alta)		b = 568,303 (difícil)		c = 0,11659

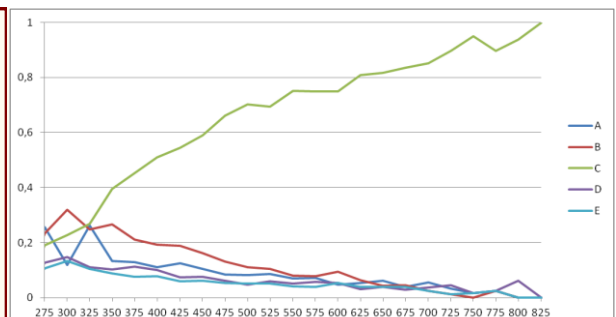
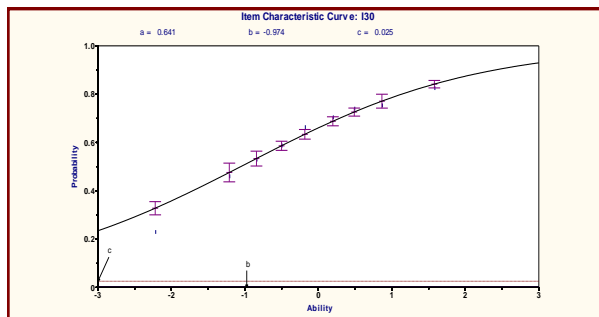


Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar as propriedades de figuras semelhantes e reconhecer as características de polígonos regulares. Segundo a TRI, o item discrimina moderadamente, é difícil e o acerto ao acaso é o esperado. Os dados da TCT confirmam a dificuldade do item e o gráfico da AGI indica que, a partir da proficiência 550, a maioria dos candidatos respondeu o item corretamente.

Questão 30. Dona Ana distribuiu 300 balas entre seus sobrinhos Beatriz, Caio, Daniela e Eduardo da seguinte maneira: deu uma bala para Beatriz, duas balas para Caio, 3 balas para Daniela, 4 balas para Eduardo, 5 balas para Beatriz, 6 balas para Caio e assim sucessivamente. Quantas balas Daniela recebeu de sua tia Ana?

- A) 66 B) 72 C) 78 D) 84 E) 88

Gabarito: C					
Assunto: Equações do 1º Grau.					
TCT	Total: 16332	Acertos: 10591	Percentual de acertos: 64,8		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0858	0,1211	0,6485	0,0617	0,00524
Bisserial	-0,0867	-0,1621	0,3166	-0,0719	-0,0618
TRI	a = 0,00641 (baixa)		b = 402,606 (fácil)		c = 0,02549



Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: utilizar conhecimentos de progressões aritméticas para calcular a soma de uma determinada sequência. Os dados da TRI indicam que o item é fácil, tem discriminação baixa, o acerto ao acaso está dentro do esperado e a CCI apresenta pouca inclinação, pois discrimina pouco. As medidas da TCT estão de acordo com as informações passadas pela TRI. A AGI mostra que boa parte dos candidatos com proficiência acima de 400 respondeu o item corretamente.

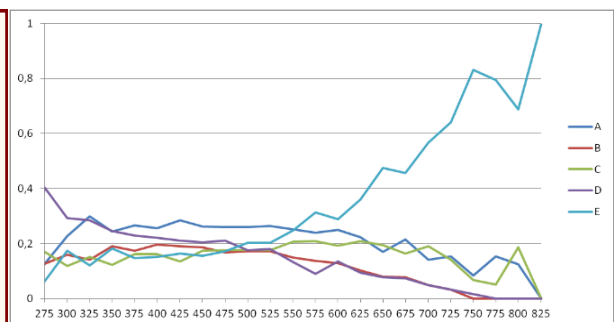
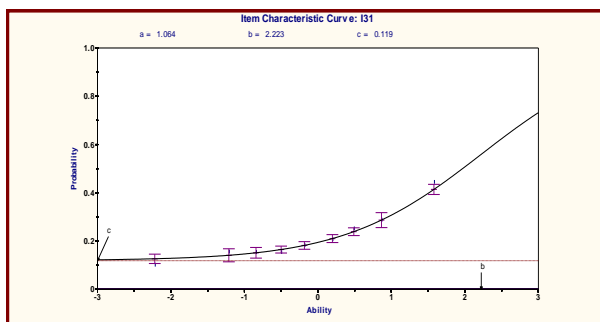
Questão 31. Considere o sistema $\begin{cases} x^2y - y^2 = 0 \\ x^3 + x^2 - xy - y = 0 \end{cases}$ e as 3 afirmações abaixo:

- I) Existem infinitos pares (x, y) de números reais que são soluções do sistema.
- II) Todas as soluções do sistema são da forma $(x, 0)$, para algum x real.
- III) Não há nenhuma solução do sistema da forma $(x, -8)$, com x real.

São verdadeiras:

- A) Somente I.
- B) Somente II.
- C) Somente III.
- D) Somente I e II.
- E) Somente I e III.

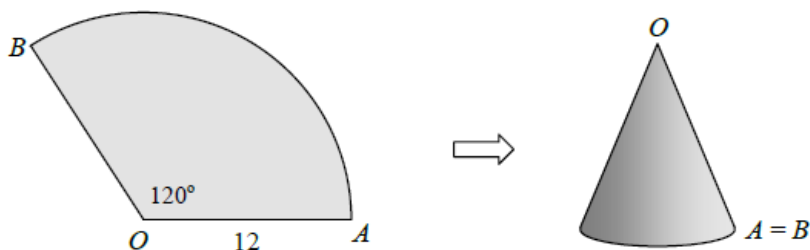
Gabarito: E					
Assunto: Equações e gráficos de funções.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 3693		Percentual de acertos: 22,61
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,2453	0,1539	0,1735	0,1670	0,2261
Bisserial	-0,0033	-0,0722	0,0946	-0,1451	0,2869
TRI	a = 0,01064 (moderada)		b = 722,341 (muito difícil)		c = 0,11871



Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: avaliar e identificar gráficos de funções e reconhecer pontos de interseção entre esses gráficos. De acordo com a TRI, o item discrimina de forma moderada, é classificado como muito difícil e o acerto ao acaso está dentro do esperado. O percentual de acertos confirma a grande dificuldade do item e o bisserial positivo da alternativa incorreta (C) mostra que essa opção atraiu indivíduos com bom desempenho na prova, por acreditarem que a afirmação (I) fosse falsa. A CCI não se

apresenta com formato sigmoide, o que pode ser um indício de que os parâmetros não funcionaram

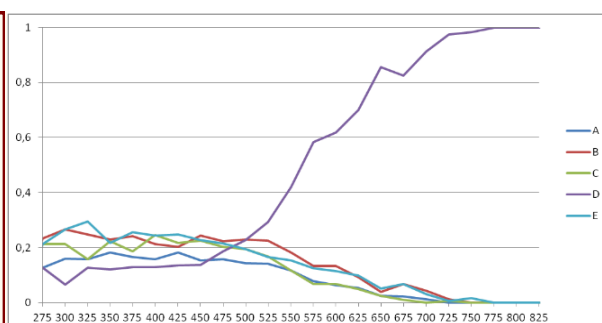
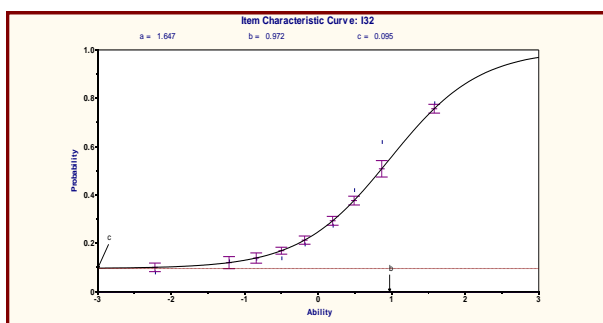
Questão 32. Pedro recorta em uma folha de papel um setor circular OAB de raio 12cm e ângulo de 120° . Juntando e colando os raios OA e OB ele faz um cone como mostra a figura abaixo.



A altura desse cone é, aproximadamente:

- A) 9,6cm B) 10,4cm C) 10,8cm D) 11,3cm E) 11,7cm

Gabarito: D					
Assunto: Geometria espacial.					
TCT	Total: 16332	Acertos: 5260		Percentual de acertos: 32,23	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1250	0,1886	0,1539	0,3223	0,1759
Bisserial	-0,1275	-0,0935	-0,1722	0,5091	-0,1219
TRI	a = 0,01647 (alta)		b = 597,213 (difícil)		c = 0,09534

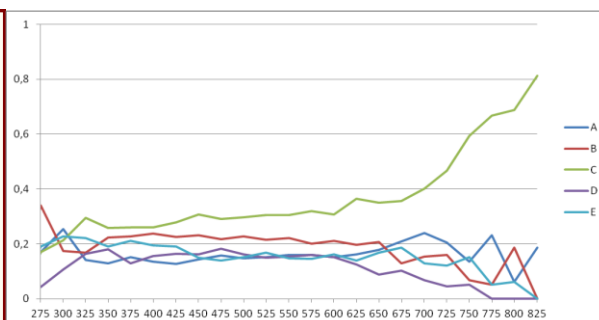
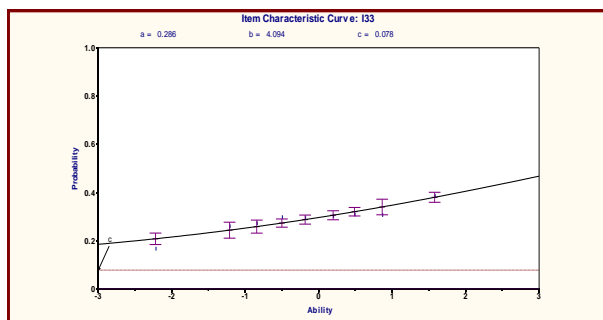


Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: reconhecer as características da planificação de figuras espaciais. Os dados da TRI indicam que o item tem um alto poder de discriminação, é difícil e a probabilidade de acerto ao acaso está dentro do esperado. As medidas da TCT corroboram as informações da TRI e os gráficos da CCI e da AGI se apresentam conforme o esperado.

Questão 33. Um grupo de agricultores trabalha no corte da cana em duas glebas de terra. Admita que todos possuem a mesma velocidade de trabalho (medida em área cortada por unidade de tempo) e que uma das glebas tenha o dobro da área da outra. Até a metade do dia todos trabalham juntos na gleba maior e, na outra metade do dia, metade dos trabalhadores passa a cortar a cana da gleba menor, enquanto a outra metade continua cortando grama na gleba maior. No final deste dia, os trabalhadores terminaram de cortar toda a cana da gleba maior, mas um trabalhador demorou mais um dia inteiro para terminar de cortar a cana da gleba menor. Quantos trabalhadores havia no grupo?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Gabarito: C					
Assunto: Proporção.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 4897		Percentual de acertos: 29,98
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1501	0,2109	0,2998	0,1483	0,1558
Bisserial	0,0917	-0,0025	0,1203	-0,0212	-0,0114
TRI	a = 0,00286 (muito baixa)		b = 909,379 (muito difícil)		c = 0,07841



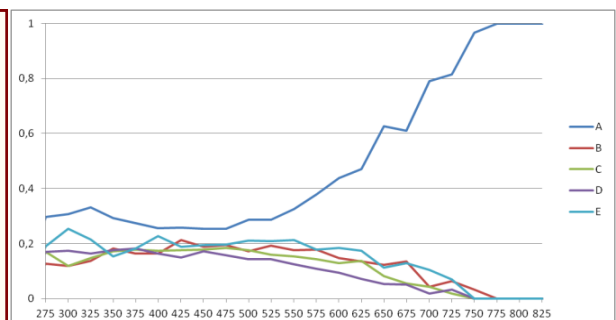
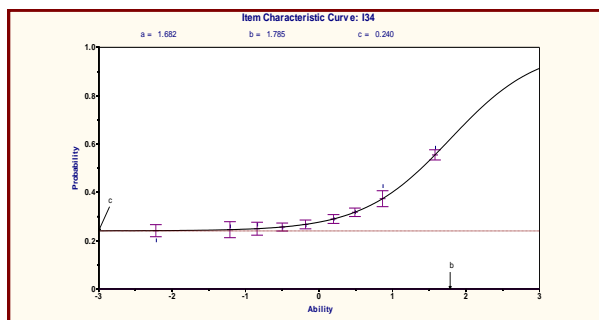
Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: modelar e resolver problemas usando representações algébricas. As informações da TRI indicam que o item tem discriminação muito baixa, é muito difícil e a probabilidade de acerto ao acaso está dentro do esperado. O gráfico da CCI apresenta uma inclinação muito baixa devido ao valor do parâmetro “a”, não se parecendo em nenhum momento com uma curva sigmoide. O gráfico da AGI confirma o pouco poder de discriminação do item, pois somente a partir da habilidade 700 podemos verificar o distanciamento da linha da alternativa correta das demais

linhas. O bisserial da alternativa incorreta (A), indica que este distrator atraiu um número considerável de indivíduos com bom desempenho.

Questão 34. Considere todos os números inteiros positivos escritos com exatamente cinco algarismos ímpares distintos. Qual é o valor da soma desses números?

- A) 6666600
- B) 6666000
- C) 6660000
- D) 6600000
- E) 6000000

Gabarito: A					
Assunto: Contagem e sistema de numeração decimal.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 5270		Percentual de acertos: 32,28
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,3228	0,1691	0,1541	0,1323	0,1874
Bisserial	0,2602	-0,0154	-0,0416	-0,1033	-0,0040
TRI	a = 0,01682 (alta)		b = 678,53 (muito difícil)		c = 0,24022



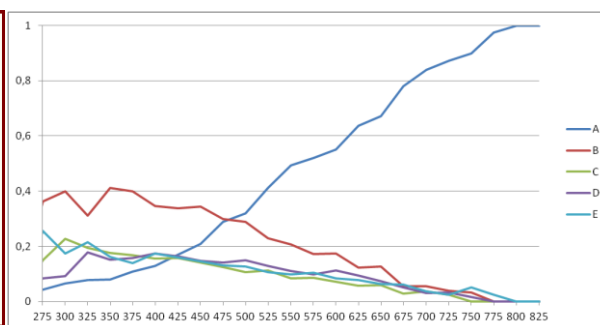
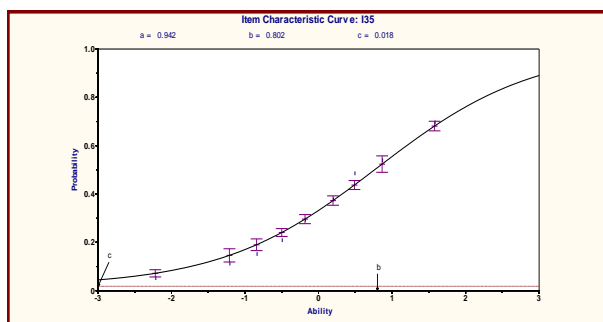
Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: identificar as principais características do sistema de numeração decimal e utilizar o princípio fundamental da contagem para estabelecer padrões de adições. Segundo a TRI, o item tem um alto poder de discriminação, é muito difícil e o acerto ao acaso está um pouco acima do esperado. O percentual de acertos confirma a dificuldade do item e a AGI mostra que a alternativa correta obteve a maior frequência em todas as faixas de habilidade, mesmo o item sendo muito difícil. Uma explicação é o fato da probabilidade de acerto ao acaso estar acima do normal.

Questão 35. Sejam x e y números inteiros tais que $10x + y$ seja um múltiplo de 7.

Assinale a resposta correta.

- A) $x - 2y$ será certamente um múltiplo de 7
- B) $2x + y$ será certamente um múltiplo de 7
- C) $x - y$ será certamente um múltiplo de 7
- D) $2x - y$ será certamente um múltiplo de 7
- E) $2x + 2y$ será certamente um múltiplo de 7

Gabarito: A					
Assunto: Múltiplos e divisores.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 5858		Percentual de acertos: 35,87
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,3587	0,2523	0,1097	0,1264	0,1169
Bisserial	0,4326	-0,1678	-0,1163	-0,0591	-0,0859
TRI	a = 0,00942 (moderada)		b = 580,181 (difícil)		c = 0,01769



Para resolver o item, o candidato deve ser capaz de: reconhecer os múltiplos de um número, analisando as diferentes formas de representa-lo. De acordo com a TRI, o item é considerado difícil, discrimina de forma moderada, o acerto ao acaso está dentro da normalidade e o gráfico da CCI apresenta-se dentro das expectativas. O percentual de acertos confirma a dificuldade do item, os bisseriais têm valores esperados e a AGI destaca que a maioria dos indivíduos com proficiência maior que 600, respondeu corretamente o item.

4 PROFICIÊNCIA x HABILIDADES

Após a análise do exame de acesso, levando-se em consideração as informações dadas pela TRI e complementadas pela TCT, este capítulo propõem-se à apreciação da prova como um todo. Procurando destacar quais habilidades os candidatos em cada faixa de proficiência dominam.

Utilizando a CCI, as questões do exame de acesso ao PROFMAT 2012 foram classificadas em seis níveis, de acordo com a habilidade necessária para um indivíduo ter 65% de probabilidade de responder o item corretamente, conforme modelo adotado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP⁵ (2012).

Geralmente, o posicionamento do item está um pouco acima do parâmetro de dificuldade, sendo uma combinação dos três parâmetros. A questão é sempre posicionada no valor da régua onde a probabilidade de acerto está próxima de 0,65, o qual representa que participantes neste nível possuem alta probabilidade de dominar o conteúdo da questão.

A tabela abaixo, apresenta essa distribuição:

Tabela 4.1 Número de questões em cada nível de habilidade (θ)

Nível	Faixas de habilidade	Item – PROFMAT 2012	Total	%
I	$\theta < 350$		0	0
II	$350 \leq \theta < 450$	1, 2, 7, 9, 15, 28	6	17,14
III	$450 \leq \theta < 550$	4, 5, 6, 11, 24, 30	6	17,14
IV	$550 \leq \theta < 650$	10, 13, 16, 23, 25, 26, 27, 29, 32, 35	10	28,57
V	$650 \leq \theta < 750$	3, 8, 14, 17, 18, 19, 20, 22, 34	9	25,71
VI	$750 \leq \theta$	12, 21, 31, 33	4	11,43

Observando a tabela acima e se baseando na tabela (2.1) da página 18, podemos concluir, considerando a faixa central de cada intervalo, que o exame de acesso 2012 não apresentou nenhum item considerado muito fácil (nível I), 6 itens fáceis (nível II), 6 itens medianos (nível III), 10 itens difíceis (nível IV) e 13 itens muito difíceis (níveis V e VI). Totalizando cerca de 65% da prova com itens de elevado grau de dificuldade. Vale lembrar que essa distribuição não é indicada para provas de avaliação educacional, mas este não é o caso do exame de acesso.

⁵ Disponível em: <

http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/guia_participante/2012/guia_do_participante_notas_2012.pdf>, p 14.

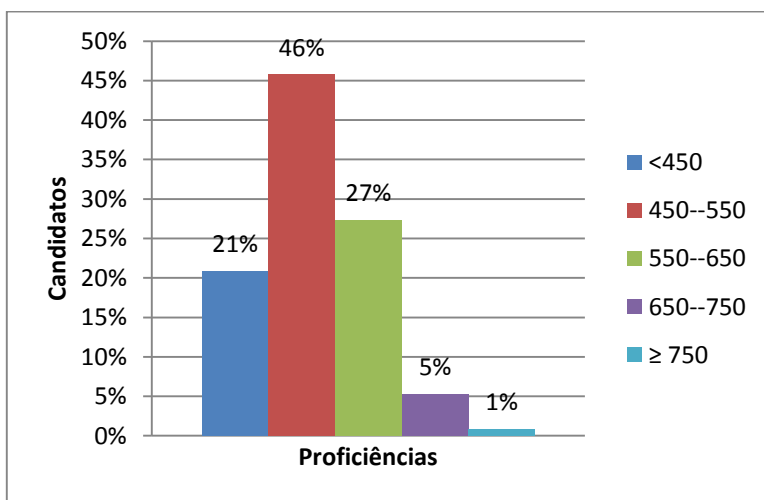
Analisando as aptidões que os candidatos precisaram ter para responder corretamente os itens do teste, pode-se atribuir a cada nível um grupo de habilidades possuídas por indivíduos presentes no referido nível.

- Nível I ($\theta < 350$) - a prova não apresentou itens nessa faixa de habilidades;
- Nível II ($350 \leq \theta < 450$) - o candidato nessa faixa de habilidade é capaz de: resolver operações com números racionais, calcular média aritmética simples, utilizar o princípio fundamental da contagem em situações simples, resolver equações do 1º grau, utilizar os princípios básicos da lógica e modelar problemas algebricamente.
- Nível III ($450 \leq \theta < 550$) - o candidato neste nível domina as habilidades do nível anterior e é capaz de: identificar características de figuras planas, modelar problemas utilizando funções do 1º grau, interpretar informações expressas em gráficos estatísticos, calcular a variação percentual de uma grandeza, utilizar os princípios básicos da teoria dos conjuntos, reconhecer as principais características de funções modulares e resolver problemas utilizando progressões aritméticas
- Nível IV ($550 \leq \theta < 650$) - o candidato neste nível domina as habilidades do nível anterior e é capaz de: utilizar os conceitos de funções polinomiais, identificar as soluções de uma equação como pontos de interseção entre gráficos cartesianos, identificar as propriedades dos quadriláteros, utilizar conhecimentos básicos de trigonometria e semelhança de triângulos, identificar propriedades de potências como forma de representar números grandes, aplicar o princípio fundamental para realizar contagens que precisam ser corrigidas, estabelecer relações entre a área de diferentes figuras planas, reconhecer as propriedades de figuras semelhantes e polígonos regulares, conhecer as alterações na imagem de uma função quando alteramos o seu domínio, identificar a planificação de figuras espaciais e reconhecer os múltiplos de um número.

- Nível V ($650 \leq \theta < 750$) - o candidato neste nível domina as habilidades do nível anterior e é capaz de: utilizar o princípio da contagem no cálculo da quantidade de divisores de um número, calcular a variação percentual da área de figuras planas, identificar as raízes de funções polinomiais e realizar o estudo do sinal, simplificar expressões numéricas envolvendo números reais, identificar triângulos semelhantes em figuras planas, utilizar proporções para resolver problemas de concentração de líquidos e identificar as principais características do sistema de numeração decimal.
- Nível VI ($750 \leq \theta$) - o candidato neste nível domina as habilidades do nível anterior e é capaz de: resolver problemas que necessitem de conhecimento avançado sobre contagem, conhecer os principais operadores lógicos, reconhecer os pontos de interseção entre os gráficos de funções polinomiais e modelar problemas usando avançadas representações algébricas.

O gráfico a seguir representa o total de candidatos em cada uma das faixas de proficiência descritas acima:

Gráfico 4.1 Percentual de candidatos em cada faixa de Proficiência.



O gráfico mostra que apenas 6% dos candidatos tem proficiência acima de 650, ou seja, dominam amplamente as habilidades necessárias para resolver os problemas difíceis e muito difíceis. Enquanto grande parte dos candidatos estão no nível III, são capazes de responderem corretamente os itens de dificuldade mediana.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo da Teoria de Resposta ao Item mostrou-se de grande importância, pois além de apresentar os conceitos que fizeram esta teoria ser adotada nos principais exames de avaliação educacional, proporcionou um maior conhecimento sobre a Teoria Clássica dos Testes, muitas vezes empregada pelos professores em suas avaliações mas sem ter suas principais medidas utilizadas como forma de mensurar o resultado da avaliação como um todo.

Vale destacar que o professor que conhecer os principais índices da TRI e da TCT, torna-se capaz de elaborar avaliações mais adequadas a finalidade a que se destina. Proporcionando também, um retorno sobre as principais habilidades adquiridas e quais habilidades devem ser melhor trabalhadas.

Apesar dos avanços das últimas décadas, ainda hoje a TRI está em contínuo aprimoramento. Após ser adotada no principal exame de avaliação educacional do país, o Enem, os modelos estatísticos baseados na Teoria de Resposta ao Item despertaram o interesse de muitos pesquisadores e professores que trabalham com processos de avaliação em larga escala.

A análise do exame nacional de acesso ao PROFMAT 2012, permitiu na prática, acompanhar como os resultados de um grande processo de seleção pode colaborar para melhor prepararmos os futuros professores e ajudar na formação continuada dos docentes já formados. É possível elaborarmos um plano de ação almejando trabalhar os conteúdos e habilidades que os candidatos mais apresentam dificuldades. Em particular, no caso de uma seleção de professores, essas ações podem melhorar, consideravelmente, a qualidade das aulas para os alunos desses professores, contribuindo assim, com uma melhor formação para os principais sujeitos envolvidos no processo ensino-aprendizagem.

Alguns estudos futuros podem ser desenvolvidos seguindo a mesma ideia desse trabalho, por exemplo, analisar os resultados dos exames de acesso ao PROFMAT por regiões do país, fazer uma avaliação sobre a grade curricular empregada na formação dos professores, debater como a TRI pode ser utilizada nos processos avaliativos dentro das escolas etc.

6 REFERÊNCIAS

RABELO, Mauro. *Avaliação educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro*. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ANDRADE, D. F. ; VALLE, Raquel da Cunha; TAVARES, Heliton Ribeiro. *Introdução à teoria da resposta ao ítem: conceitos e aplicações*. SINAPE, 2000. Disponível em: <<http://www.avaliaeducacional.com.br/referencias/arquivos/LivroTRI%20-%20Dalton.pdf>>. Acesso em: Out. 2013.

MACHADO, Ledo Vaccaro. *Avaliação em larga escala e proficiência matemática*. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, UFRJ, 2010. Disponível em: <<http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/26%20Ledo%20Vaccaro.pdf>>. Acesso em: Nov. 2013.

KLEIN, RUBEN; ANDRADE, D. F. *Utilização da Teoria de Resposta ao Item no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)*. Disponível em: <<http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:pIFOIYWkXhgJ:metaavaliacao.cesgranrio.org.br/index.php/metaavaliacao/article/download/38/17+KLEIN,+R.+%3B+ANDRADE,+D.+M%C3%A9todos+Estat%C3%ADsticos+para+Avalia%C3%A7%C3%A3o+Educacional:+Teoria+da+Resposta+ao+Item.+Boletim+da+Abe,+S%C3%A3o+Paulo,+v.+15,+n.43,+p.+21-28,+1999.&cd=2&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br>>. Acesso em: Out. 2013

KLEIN, Ruben. *Alguns aspectos da teoria de resposta ao item relativos à estimação das proficiências*. Ensaio (Fundação Cesgranrio. Impresso), v. 21, p. 35-56, 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ensaio/v21n78/aop_0213.pdf>. Acesso em: Out. 2013

BARNHART, Ryan. *Fumiko Samejima (n. 1930)*. Disponível em: <<http://www.apadivisions.org/division-35/about/heritage/fumiko-samejima-biography.aspx>>. Acesso em: Fev. 2014.

ARAUJO, E. A. C. ; ANDRADE, D. F. ; BORTOLOTTI, Silvana Ligia Vincenzi . *Teoria da Resposta ao Item*. Revista da Escola de Enfermagem da USP (Impresso), v. 43, p. 1000-1008, 2009. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0080-62342009000500003&lang=pt>. Acesso em: Out. 2013.

INEP. *Procedimento de cálculo das notas do Enem*. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/nota_tecnica/2011/nota_tecnica_procedimento_de_calculo_das_notas_enem_2.pdf>. Acesso em: Out. 2013.

INEP. *Entenda a sua nota no Enem – Guia do Participante*. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/guia_participante/2012/guia_do_participante_notas_2012.pdf>. Acesso em: Abr. 2014.

7 APÊNDICE I: Construção da CCI no Geogebra

Podemos utilizar o software Geogebra para relacionar a Curva Característica do item com a variação dos parâmetros a , b e c da Teoria de Resposta ao Item. Para verificar essa aplicação acesse o site: <http://www.geogebra.org/material/show/id/104510>

O Geogebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multi-plataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema. Ele tem recebido vários prêmios na Europa e EUA.

Fatos Rápidos

- Gráficos, álgebra e tabelas estão interconectados e possuem características dinâmicas;
- Interface amigável, com vários recursos sofisticados;
- Ferramenta de produção de aplicativos interativos em páginas WEB;
- Disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo;
- Software gratuito e de código aberto;

(fonte: http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/info/13-what-is-geogebra)