



UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ – UFOPA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA (PROFMAT)

REILSON MATOS DE SOUSA

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

SANTARÉM – PA
2014

REILSON MATOS DE SOUSA

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação Matemática em Rede Nacional – Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), da Universidade Federal do Oeste do Pará – UFOPA, Instituto de Ciências da Educação, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador:
Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra

SANTARÉM – PA
2014

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Gestão da Informação – SIGI/UFOPA**

S725o Sousa, Reilson Matos de
O uso do geogebra no ensino da função quadrática / Reilson Matos de
Sousa. – Santarém, 2014.
76 f.; il.

Orientador José Ricardo e Souza Mafra.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de
Ciências da Educação, Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede
Nacional, Mestrado Profissional em Matemática. Santarém, 2014.

1. Matemática – método de ensino. 2. Matemática – geometria. 3. Geogebra.
I. Mafra, José Ricardo e Souza, *orient.* II. Título.

CDD: 23 ed. 510.78

REILSON MATOS DE SOUSA

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação Matemática em Rede Nacional – Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), da Universidade Federal do Oeste do Pará – UFOPA, Instituto de Ciências da Educação, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra
Orientador – UFOPA

Prof.^a Dr.^a. Aldenize Ruela Xavier
Examinadora – UFOPA

Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma
Examinador – UFPA

SANTARÉM – PA
2014

DEDICATÓRIA

Dedico, principalmente a minha família:
minha esposa Kalina Sousa Matos e meu
filho Cauê Sousa Matos.

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, Maria Reny Matos de Sousa, que sempre me incentivou nos estudos. Ao meu pai, Raimundo Macedo de Sousa (In memoriam) que, perdi quando ainda era criança.

À minha esposa, Kalina Sousa, que compartilhou comigo os momentos mais difíceis do curso e sempre me apoiou nesses momentos.

À meu filho, Cauê Matos, que me dá muita alegria por estar na minha vida.

A todos, que de forma direta ou indireta contribuíram para que eu chegasse até aqui.

RESUMO

O estudo aborda “O uso do GeoGebra no ensino de Função Quadrática” com alunos do 1º ano do Ensino Médio. Os objetivos foram contextualizar de forma preliminar alguns pressupostos teóricos relativos à função quadrática e aos recursos computacionais para o ensino médio; apresentar a teorização da função quadrática em suas relações operacionais; articular os procedimentos metodológicos utilizados durante a pesquisa e, finalmente, mostrar a aplicabilidade do GeoGebra diante das atividades realizadas, seguidas de seus resultados. O trabalho foi norteado em um estudo de caso, por meio de pesquisa bibliográfica que contribuíram para melhores esclarecimentos sobre o assunto; a abordagem foi do tipo descritiva, tendo o enfoque contemplado pela dinâmica do problema. A pesquisa revelou que o uso do software GeoGebra, utilizado de forma adequada e planejada, é capaz de despertar nos alunos a curiosidade, favorecendo a investigação e, conseqüentemente, a aprendizagem efetiva de conceitos matemáticos. Com base no estudo, o pesquisador chegou a um parecer de que o uso do GeoGebra ajuda a compreender melhor o conceito de função quadrática diante dos desafios desencadeados pelo processo de busca e de descoberta do novo, do prático e do tecnológico.

Palavras-chave: Matemática. Função Quadrática. GeoGebra. Ferramentas Computacionais.

ABSTRACT

The study discusses "The use of GeoGebra in teaching Quadratic Function" with students from 1st year of high school. The objectives were to contextualize a preliminary way some theoretical assumptions about the quadratic function and the computational resources for high school; present the theory of quadratic function in its operational relationships; articulate the methodological procedures used during the survey and finally show the applicability of GeoGebra on the activities carried out, followed by its results. The work was guided in a case study, by means of literature that contributed to better clarify the matter, the approach was descriptive, and the approach contemplated by the dynamics of the problem. The research revealed that the use GeoGebra software, used properly and planned manner, is able to arouse curiosity in students, promoting research and, consequently, the effective learning of mathematical concepts. Based on the study, the researcher came to an opinion that the use of GeoGebra helps to better understand the teaching of quadratic function on the challenges triggered by the search and discovery of new, practical and technological process.

Key-words: Mathematics. Quadratic function. GeoGebra. Computational Tools.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	- Interface do GeoGebra	31
Figura 2	- Barra de ferramentas	32
Figura 3	- Menu janela 1 – mover	32
Figura 4	- Menu janela 2 – traçar pontos	33
Figura 5	- Menu janela 3 – retas, segmentos, vetores	33
Figura 6	- Menu janela 4 – traçar paralelas, perpendiculares	34
Figura 7	- Menu janela 5 – traçar polígonos	35
Figura 8	- Menu janela 6 – traçar circunferências	36
Figura 9	- Menu janela 7 – cônicas	37
Figura 10	- Menu janela 8 – ângulos, área, polígonos	37
Figura 11	- Menu janela 9 – reflexão, translação	38
Figura 12	- Menu janela 10 – seletor, inserir texto	39
Figura 13	- Menu janela 11 – deslocar eixo	40
Figura 14	- Caixa de entrada	43
Figura 15	- Janela de álgebra	43
Figura 16	- Retas perpendiculares	44
Figura 17	Interseção de dois pontos	45
Figura 18	- Escondendo objetos	45
Figura 19	- Segmentos definidos por dois pontos	46
Figura 20	- Propriedades	46
Figura 21	- Segmentos tracejados	47
Figura 22	- Rastro	47
Figura 23	- Gráfico da função quadrática	48
Figura 24	- Variação do sinal do parâmetro b ($b < 0$)	52
Figura 25	- Variação do sinal do parâmetro b ($b > 0$)	53
Figura 26	- Variação do sinal do parâmetro b ($b < 0$)	53
Figura 27	- Variação do sinal do parâmetro b ($b > 0$)	54
Figura 28	- Interseção de dois objetos	56
Figura 29	- Parâmetro c	56
Figura 30	- Interseção da parábola com o eixo X	59
Figura 31	- Interseção de objetos com nome e valor	59
Figura 32	- Renomeando delta Δ	61
Figura 33	- Fórmula LaTeX	62
Figura 34	- Exibindo o delta Δ na tela	62
Figura 35	- Variação do sinal de delta ($\Delta > 0$)	63
Figura 36	- Variação do sinal de delta ($\Delta = 0$)	63
Figura 37	- Variação do sinal de delta ($\Delta < 0$)	64
Figura 38	- Vértice da parábola	67
Figura 39	- Eixo de simetria	67
Figura 40	- Eixo de simetria com nome e valor	68
Figura 41	- Alunos realizando a atividade no GeoGebra	70
Figura 42	- Alunos respondendo ao questionário	71

SUMÁRIO

MARCO INTRODUTÓRIO	11
1 PRELIMINARES	14
1.1 BREVE HISTÓRICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA	14
1.2 A IMPORTÂNCIA DOS RECURSOS COMPUTACIONAIS PARA O ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA	16
1.3 GEOGEBRA E O ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA	18
2 MARCO METODOLÓGICO	20
2.1 CARACTERIZAÇÃO DO LÓCUS DA PESQUISA: A Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Pedro Álvares Cabral”	20
2.2 UNIVERSO DA PESQUISA EM SUAS DIMENSÕES: os sujeitos de Investigação e fonte de informações obtidas	21
2.3 TIPOS DE ESTUDO E / OU ABORDAGEM	21
2.4 ORGANIZAÇÃO DE INFORMAÇÕES E PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE	22
3 MARCO TEÓRICO	23
3.1 DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA	23
3.2 SITUAÇÕES EM QUE APARECE A FUNÇÃO QUADRÁTICA	23
3.2.1 Na Geometria	23
3.2.2 Nos Fenômenos Físicos	24
3.3 GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA	24
3.4 COEFICIENTES DE UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA	25
3.4.1 Parâmetro “a”	25
3.4.2 Parâmetro “b”	26
3.4.3 Parâmetro “c”	27
3.5 FORMA CANÔNICA DA FUNÇÃO QUADRÁTICA	27
3.5.1 Zeros da função quadrática e raízes da equação correspondente	28
3.6 VÉRTICE DE UMA PARÁBOLA, IMAGEM E VALOR MÁXIMO OU MÍNIMO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA	29
4 MARCO ANALÍTICO	30
4.1 APLICANDO O GEOGEBRA	30
4.2 GRUPO DE ATIVIDADES REALIZADAS COM OS ALUNOS	40
4.2.1. Construção do gráfico da função quadrática	41
4.2.2. Relação entre o sinal do parâmetro “a” e o fato de a parábola ser côncava ou convexa	48
4.2.3. Qual o significado do parâmetro “b” para o gráfico da função quadrática?	50
4.2.4. Relação entre o parâmetro “c” e o local onde a parábola intersecta o eixo Y	54
4.2.5. Raízes ou zeros da função Quadrática	56
4.2.6. Relação entre o sinal de Δ e o número de raízes da Função Quadrática	59
4.2.7. Vértice da parábola	64
4.3 RESULTADOS APRESENTADOS	68

CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	72
REFERÊNCIAS.....	75

MARCO INTRODUTÓRIO

Sabe-se que o ensino de Matemática provoca nas pessoas reações diferentes, sensações estranhas e contraditórias. Mas quando trabalhada de forma adequada, essa disciplina passa a contribuir na desenvoltura do raciocínio lógico do aluno, no sentido de favorecer a maneira de pensar independentemente e contribuir para que esse aluno aprenda por si só a tomar decisões importantes. Isso é possível na medida em que se constata a real importância da Matemática no desempenho decisivo de seu papel e por permitir a resolução de problemas da vida cotidiana.

Por ser a Matemática uma disciplina que dispõe de muitas aplicações no mundo do trabalho e que funciona como instrumento essencial para contribuição de conhecimentos em outras áreas curriculares, é importante frisar que aprender Matemática faz parte de um percurso cheios de reflexões significativas na busca do aprimoramento do indivíduo dentro do seu próprio contexto, com a possibilidade de ele se desenvolver por meio de relações persistentes e inovadoras, sem perder de vista o processo de atribuição de significados.

Nesse sentido, a proposta maior deste trabalho é apresentar algumas atividades didático-metodológicas permitidas pelo auxílio do software GeoGebra em função do processo de ensino-aprendizagem da Função Quadrática, com alunos da primeira série do Ensino Médio. Especificamente, o estudo contextualiza de forma preliminar alguns pressupostos teóricos relativos à função quadrática, a importância dos recursos computacionais em função do GeoGebra; articula os procedimentos utilizados durante a pesquisa; apresenta a teorização da função quadrática em suas relações operacionais; e, finalmente mostra a aplicabilidade do GeoGebra diante das atividades realizadas, seguidas de seu resultados.

Por observar, ao longo de anos trabalhando na primeira série do Ensino Médio, as dificuldades enfrentadas pelos alunos em assimilar o conceito de função quadrática, sua representação gráfica, suas inter-relações e relação com outros conceitos da Matemática, é que se justifica a proposição de uma série de atividades didático-metodológicas para esse assunto, haja vista que a geração de alunos, com a qual se trabalha hoje, está acostumada a uma maior velocidade de informações, já

que esses alunos convivem com as tecnologias desde criança, fazendo com que a forma tradicional de ensino, na maioria das escolas, não seja atraente.

Diante dos conceitos matemáticos desenvolvidos com os estudantes da primeira série do Ensino Médio, diariamente, o de função quadrática, para nós, mostra-se de extrema relevância na formação matemática do mesmo. Com isso, consideramos que o estudo de função quadrática é fundamental para a construção do conhecimento matemático. É o início de uma jornada, um convite à exploração dos vários campos que compõem a Matemática.

Isso é possível, também, quando se entendem as relações entre as diversas grandezas circundantes, relacionando-as e representando-as. Isso facilita a sua linguagem e favorece a sua compreensão, podendo até traçar projeções para o futuro, em articulação com competências de outras áreas do conhecimentos. Nesse contexto, prima-se pelo uso das tecnologias para o aprendizado da Matemática com o auxílio do software e GeoGebra, para que o aluno possa entender melhor todos os elementos que envolvem a função quadrática.

Torna-se interessante, aqui, revelar que no decorrer do Mestrado Profissionalizante – PROFMAT – houve um primeiro contato com o Programa GeoGebra, na ocasião em que se estudou a disciplina Recursos Computacionais onde foram trabalhados os Ambientes de Geometria Dinâmica, cujas vantagens em seu uso no ensino de funções, especificamente no caso das funções quadráticas, tornam-se mas significativas quando seus recursos são explorados para gerar gráficos dinâmicos. Daí a necessidade de se buscar respostas para os seguintes questionamentos: Por que alguns professores de Matemática resistem à introdução de novas metodologias de ensino? Por que a persistência desses profissionais no modo de avaliação tradicional?

Com base nesses questionamentos, percebe-se o transitar entre o tradicional e as novas tendências pedagógicas. E em todo momento de transição, costuma-se sempre adaptar o antigo ao novo. Porém, esse é apenas um primeiro passo rumo a uma verdadeira mudança, que só acontecerá quando os educadores se desprenderem dos velhos modelos e aceitarem o novo como possibilidade de evolução. Isso se torna relevante porque vem auxiliar o trabalho de professores e alunos na prática pedagógica.

A metodologia realizada fora através de pesquisa bibliográficas, que contribuíram para melhores esclarecimentos sobre o assunto, e pesquisa de campo (por meio de um estudo de caso) tomando-se como elementos norteadores os próprios alunos do 1º ano do Ensino Médio, em que se trabalhou de perto a realidade de cada um, considerando a relação de ensino-aprendizagem voltada para a aplicabilidade da função quadrática e do GeoGebra.

Como fontes de informações foram utilizados livros, revistas e artigos. O enfoque deste estudo primou pela dinâmica do problema, por sua inserção no ambiente sócio educacional e todas as possibilidades geradas.

A pesquisa foi dividida em 04 (quatro) capítulos, sendo que o primeiro contextualiza os pressupostos teóricos relativos à função quadrática; o segundo capítulo articula os procedimentos metodológicos utilizados durante a pesquisa; o terceiro apresenta a teorização da função quadrática em suas relações operacionais e, o quarto capítulo mostra a aplicabilidade do GeoGebra diante das atividades realizadas, seguidas de seus resultados.

1 PRELIMINARES

Este capítulo contextualiza de forma preliminar alguns pressupostos teóricos relativos à função quadrática e às orientações curriculares para o Ensino Médio, relacionando-os aos conteúdos para a primeira série, o porquê de ser trabalhado em uma série específica e, ainda, as habilidades e competências a serem adquiridas por meio deste estudo. Além disso, é importante ressaltar, aqui, que a Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, desempenhando um papel fundamental e instrumental, pois “é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas” (BRASIL, 1997, p. 40).

1.1 BREVE HISTÓRICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

A Matemática faz parte da história do ser humano, sendo construída por ele ao longo dos séculos e está viva e em constante transformação. Ao revelar a Matemática como construção do ser humano ao longo da história da humanidade e não como um conhecimento pronto e acabado, mostrando as várias necessidades e preocupações de diversas culturas, em diferentes momentos históricos, criam-se condições para uma aprendizagem mais significativa para os alunos.

A História da Matemática pode ser usada em sala de aula, destacando-se as relações entre ela e as outras ciências. Nas artes, na cultura e na vida dos povos, podem-se observar os conhecimentos de Geometria da época nas construções de templos e pirâmides; o uso das razões áureas pelos gregos e na arte renascentista; a utilização da Astronomia para a elaboração de calendários e para o planejamento das viagens marítimas (MORI, 2005).

A abordagem por meio da História da Matemática pode contribuir para motivar os alunos a observarem o modo como se deu a evolução das ideias matemáticas e procurar reproduzir nas aulas como ocorrem as passagens dessa evolução. E, nesse processo de evolução surgiu o interesse pelas equações de segundo grau que, segundo Bosquilha, Corrêa e Viveiro (2003, p. 27), data de cerca de 2000 a.C.

Com isso, os matemáticos babilônios já haviam resolvido algumas equações polinomiais do 2º grau nessa época, utilizando-se de regras ou figuras nas resoluções. Por não fazerem uso de letras para simbolizar números, conseqüentemente, não tinham fórmulas.

Já na Índia, as equações eram resolvidas completando quadrados. Essa forma de resolução foi apresentada pelo matemático árabe Al-Khowarizmi, no século IX, onde se descartavam raízes negativas por não serem adequadas e aceitavam raízes irracionais. (MELO e SILVA, 2011).

Na China, a resolução das equações de segundo grau era conseguida com o uso do método fan-fan introduzido por Zhu Shijie, no século XIII. Esse método foi redescoberto no século XIX, pelos ingleses William George Horner e Theophilus Holdred e o italiano Paolo Ruffini. O método fan-fan ficou conhecido na Europa como método de Horner, mas já havia sido antecipado por Isaac Newton em 1669 (MELO e SILVA, 2011).

É interessante ressaltar que foi o matemático hindu Bhaskara (1114 – 1185 d.C.) que encontrou a resolução da equação do 2º grau relacionado apenas aos coeficientes da mesma, sem recorrer a figuras geométricas ou reduções de termos. Somente no século XVI, quando o matemático François Viète começou a usar letras simbolizando coeficientes e incógnitas, a fórmula de Bhaskara adquiriu o formato que é conhecido hoje (MELO e SILVA, 2011).

Dessa forma, o marco histórico da função quadrática serviu para que, na prática, se pudesse constatar a sua vasta variedade de aplicações. A exemplo dessa importante aplicação foi destacada por Bosquilha, Corrêa e Viveiro (2003) em relação ao tipo de variação numérica no estudo do movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV). Tal movimento é descrito por uma equação do segundo grau do tipo $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, onde x representa a posição do móvel em determinado instante t , x_0 é a distância em relação ao referencial em t_0 , v_0 simula a velocidade inicial em t_0 e a , é a aceleração do mesmo durante o percurso considerado.

1.2 A IMPORTÂNCIA DOS RECURSOS COMPUTACIONAIS PARA O ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Atualmente, não se pode negar que os grandes avanços tecnológicos são uma forma mais presente no espaço escolar. E, gradualmente, todos os profissionais da educação vão fazendo uso de todas as ferramentas disponíveis para a construção do conhecimento nas mais diversas áreas. Com isso, os recursos computacionais passam a ser um meio e não um fim, devendo ser usados considerando o desenvolvimento dos componentes curriculares do Projeto Político-Pedagógico de cada instituição de ensino.

Nesse sentido, os recursos computacionais transformam-se em um poderoso recurso de suporte à aprendizagem, com inúmeras possibilidades pedagógicas, desde que haja uma reformulação no currículo, que se criem novos modelos metodológicos e didáticos e, principalmente, que se repense qual o verdadeiro significado da aprendizagem, para que esses recursos computacionais não se tornem mais um adereço travestido de modernidade.

Em se tratando da importância dos recursos computacionais para o ensino da função quadrática, Melo e Silva (2011, p. 5) asseguram que:

O software GeoGebra foi concebido por Markus Hohenwarter, na Universidade de Salzburg com o escopo de viabilizar a comunicação matemática nas escolas. Foi utilizado para estudar a função quadrática e as relações do gráfico de tais funções e os seus coeficientes. O GeoGebra é um software livre, distribuído sobre a licença GPL e que reúne em uma única área de trabalho os recursos de geometria, álgebra e cálculo.

Com base nesse pressuposto, os autores reforçam a ideia de que, por ser um sistema de geometria dinâmica, o software GeoGebra permite a realização de construção com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas, além da construção de gráficos de funções que, posteriormente, podem passar por processos de modificações, sempre de forma dinâmica. Isso é importante na medida em que equações e coordenadas possam estar diretamente interligadas e que, nesse aspecto, o software passa a dispor de capacidade para trabalhar com

variáveis vinculadas a números, vetores e pontos, bem como achar derivadas e integrais de funções.

Nesse aspecto, entende-se que essas visões passam a caracterizar o software como de tal maneira que uma expressão em álgebra corresponda a um objeto concreto na geometria e vice-versa. Daí ser necessário e importante compreender que as utilidades de softwares, na e para a prática educativa voltada para o ensino de função quadrática, permitem tornar efetiva a pesquisa sobre as propriedades geométricas, cujos resultados dificilmente seriam obtidos sem esse recurso, utilizando-se apenas de quadro e pincel.

Ainda segundo Melo e Silva (2011, p. 6):

O GeoGebra fornece três diferentes vistas dos objetos matemáticos: a zona gráfica, a zona algébrica (ou numérica) e a folha de cálculo. Elas permitem mostrar os objetos matemáticos em três diferentes representações: graficamente (pontos e gráficos de funções), algebricamente (coordenadas de pontos e equações) nas células da folha de cálculo. Assim, todas as representações do mesmo objeto estão ligadas dinamicamente e adaptam-se automaticamente as mudanças realizadas em qualquer delas, independentemente da forma como esses objetos foram inicialmente criados.

Diante desse pressuposto, entende-se que os softwares podem ser compreendidos, conforme posicionamento de Moram (2007), como tecnologias computacionais que representam e interligam o conhecimento do mundo que rodeia os alunos, servindo de pontes para abrir o ambiente escolar ao mundo dos grandes avanços tecnológicos, que envolve a função quadrática, encontra subsídios nas dificuldades dos alunos de entender esse conteúdo, levando à conseqüente necessidade de aprimorar a prática pedagógica.

Por sua vez as funções, em especial a função quadrática, considerado um assunto relevante no ensino de Matemática, está presente no cotidiano do aluno e em outros contextos sociais. Nesses contextos, o software passa a ser um ambiente capaz de permitir ao aluno a simulação de construções geométricas eficazes e interativas, fazendo do programa uma excelente ferramenta de aprendizagem matemática. Daí o ambiente coletivo favorecer no desenvolvimento da criatividade dos alunos e na familiarização com o software GeoGebra.

1.3 GEOGEBRA E O ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Quando se trata de uso de recursos tecnológicos digitais no ambiente escolar constitui uma linha de ação que precisa de fortalecimentos na medida em que existe uma considerável distância entre os grandes avanços tecnológicos na produção de softwares educacionais livres ou proprietários e a aceitação, compreensão e utilização desses recursos na prática educativa. Com isso, o professor de matemática precisa envolver o uso de métodos que são relevantes para o processo de ensino-aprendizagem, na estruturação do indivíduo como profissional do ensino.

O uso de métodos inovadores deve ser considerado prioridade do professor consciente de sua realidade prática de sala de aula. Diante dessa realidade, professor e aluno são os protagonistas quando se envolve o GeoGebra no ensino da função quadrática. Isso reforça a ideia de que a tecnologia, em pleno século XXI, está praticamente presente em todas as escolas da rede pública de ensino, bastando apenas os professores se utilizarem dessa tecnologia, de forma precisa, adequada e dinâmica, para aproximar o aluno de um aprendizado diferenciado e de qualidade.

Sabe-se que o software GeoGebra é um programa gratuito e de fácil instalação, e no estudo de função quadrática, esse recurso digital deve ser utilizado pelo professor de Matemática com maior significado, no sentido de organizar as suas atividades para que o processo de ensino-aprendizagem se efetive com a maior qualidade possível. E o professor deve estar sempre em sintonia com o que está ensinando aos seus alunos, fazendo do GeoGebra uma ferramenta que proporcione grandes descobertas e questionamentos, em detrimento de conteúdos e conhecimentos adquiridos. Por isso, Freire (1998, p. 25) diz que:

Ensinar não é transferir conhecimentos, conteúdos, nem formar a ação pela qual um sujeito criador da forma, estilo ou alma a um corpo indeciso e acomodado. Não há docência sem discência, as duas se explicam e seus sujeitos, apesar das diferenças que os conotam, não reduzem a condição de objetos, um do outro. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender. Ensinar é criar possibilidades para a produção do conhecimento.

Com base nesse pressuposto de Freire (1998), toca-se nas dificuldades enfrentadas pelo professor na relação entre as incógnitas e suas correspondências no gráfico da função quadrática. Isso é possível e mais viável se o professor se utilizar do GeoGebra como uma metodologia diferenciada e o uso de uma ferramenta em que o aluno possa ter a liberdade de ver a Matemática em pleno movimento, garantindo com isso a possibilidade de perceber a importância e a essência da Matemática. Por isso, Antunes (2000, p.14) assegura que:

Em um mundo que ameaça massificar-se, é preciso descobrir técnicas de ensino que desenvolvam a criatividade individual e estimulem o convívio social, preparando para a vida e que tornem o ato mais prazeroso e participativo, nas quais o aluno deixe de simplesmente assistir à aula.

Diante dessa descoberta, entende-se que falta ao professor nas suas aulas de Matemática é descobrir maneiras e utilizar mecanismos inovadores para prender a atenção do aluno para o ensino-aprendizagem com significado. Isso é possível na medida em que o professor passa a fazer uso do software GeoGebra no estudo de todas as equações independente do seu grau, pois o estudo pode ser feito a partir de uma variável em função de parâmetros que são as letras que acompanham esta variável.

Nessa construção de conhecimentos, Almeida (1996, p. 162) afirma que:

O professor tem um importante papel como agente promotor do processo de aprendizagem do aluno, que constrói o conhecimento num ambiente que o desafia e o motiva, para a exploração, a reflexão, a depuração de ideias e a descoberta de novos conceitos.

Dessa forma, o uso das tecnologias para o aprendizado de Matemática leva o professor a acreditar que o software torna-se um fator relevante para um aprendizado de qualidade. Além disso, a utilização de softwares educativos oferece um leque de possibilidades para a exploração de conceitos e ideias matemáticas e, principalmente, para a construção de verdadeiros conhecimentos voltados para as coordenadas cartesianas, exploração das representações gráficas e algébricas de forma simultânea, capazes de ajudar o aluno a entender todas as dimensões de função.

2 MARCO METODOLÓGICO

As novas ideias no ensino da Matemática na escola pública da rede estadual de ensino serve de estímulo a alunos e professores, num processo coletivo, em busca de novas estratégias e práticas educativas, no sentido de que todos possam contribuir para uma educação de qualidade e para um ensino-aprendizagem diferenciado, onde todos possam se desenvolver e crescer como sujeitos críticos e conscientes, implicando em aprendizado coletivo de princípios de convivência humana. Daí a pesquisa ser realizada em uma instituição de ensino da rede estadual, para se comprovar a veracidade da prática cotidiana docente na referida instituição.

2.1 CARACTERIZAÇÃO DO LÓCUS DA PESQUISA: A Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Pedro Álvares Cabral”.

A Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Pedro Álvares Cabral” foi fundada em 19 de setembro de 1968, localizada na Rua 24 de Outubro, S/N esquina com a Travessa Prof.^a Agripina de Matos, bairro do Laguinho, cidade Santarém, Estado do Pará, e que tem como entidade mantenedora a Secretaria Executiva de Educação – SEDUC.

A escola tem como missão oferecer e assegurar um ensino de qualidade, garantindo o acesso e a permanência dos alunos, propiciando condições para uma aprendizagem significativa e atualizada, formando cidadãos competentes, éticos, criativos, conscientes de suas potencialidades e responsabilidades com a transformação social.

Mesmo considerando o respeito pela pluralidade de concepções pedagógicas, a escola fez a opção pela tendência crítico-social dos conteúdos, onde o papel da escola é preparar o aluno para o mundo adulto e suas contradições, instrumentalizando-o para a participação ativa na democratização da sociedade. Além disso, o saber construído pelo ser humano, ao longo da história, é levado para sala de aula e, ali, professor e aluno, discutem, dialogam, dispõem, contrapõem e trabalham para construir outros saberes.

A escola conta com mais de mil alunos, envolvendo os níveis de ensino fundamental, médio e educação de jovens e adultos, nos turnos matutino, vespertino

e noturno, e conta atualmente com 44 professores, uma diretora, duas vice-diretoras, dois orientadores educacionais, três vigias, duas merendeiras, três serventes e quatro auxiliares de secretaria. Além disso, a escola dispõe de uma Biblioteca, de um Laboratório de Informática, de um Laboratório Multidisciplinar e de uma Quadra Esportiva.

2.2 UNIVERSO DA PESQUISA EM SUAS DIMENSÕES: os sujeitos de Investigação e fonte de informações obtidas

Os sujeitos de investigação foram 35 (trinta e cinco) alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Médio, com faixa etária entre 14 a 18 anos, todos orientados pelo professor titular da disciplina Matemática.

Realizou-se ainda um estudo bibliográfico no qual foram buscadas informações sobre as contribuições do assunto abordado, cujo objetivo principal foi recolher, selecionar e interpretar tais contribuições.

O segundo passo foi buscar embasamento também bibliográfico para a aplicação das metodologias, através de livros didáticos e textos que envolveram o tema, bem como a pesquisa de campo (por meio do estudo de caso) que utilizou como instrumento 01 questionário/ exercício contendo 8 (oito) questões fechadas e abertas (semiestruturadas) direcionada aos próprios alunos envolvidos no estudo.

2.3 TIPOS DE ESTUDO E / OU ABORDAGEM.

Conforme a natureza do tema, foi realizado um estudo para o qual foram necessários dois tipos de pesquisa: **a pesquisa bibliográfica**, do ponto de vista dos procedimentos técnicos, a partir de referenciais teóricos analisados e publicados por meios escritos e eletrônicos (BECKER, 2003, p.8). Do ponto de vista da abordagem do problema, foi utilizada **a pesquisa de campo** (estudo de caso), a fim de certificar-se da veracidade da abordagem temática.

O estudo do uso do GeoGebra no Ensino de Função Quadrática aponta para uma abordagem quantitativa, qualitativa e descritiva, buscando compreender a

aplicabilidade e a dinâmica da ocorrência da Função Quadrática na prática cotidiana dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

Esta pesquisa foi descritiva, pois conforme Bogdan e Biklen (1994) ao recolher dados descritivos, os investigadores qualitativos abordam o mundo de forma minuciosa, já que a abordagem de investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir uma pista que permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do objeto de estudo.

Para Oliveira (2008), uma pesquisa descritiva exige um planejamento quanto à definição de métodos e técnicas para coleta e análise de dados e, por ser um estudo bastante amplo, “permite o desenvolvimento de uma análise para identificação de fenômenos, e explicações das relações de causa e efeito desses fenômenos” (2008, p. 68)

2.4 ORGANIZAÇÃO DE INFORMAÇÕES E PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE.

A coleta de dados foi realizada ao período de 02 a 13 de dezembro de 2013, na referida instituição, especificamente no laboratório de informática, por meio de exposição didática, exercício orientado, e com a utilização de notebooks. Os alunos foram divididos em 07 (sete) grupos, cada um com 05 (cinco) participantes, desenvolvendo atividades de Função Quadrática, nos turnos matutino e vespertino, obedecendo uma carga horária de 8h/a por dia. Após a desenvoltura das atividades (aplicativos), foram realizadas 07 (sete) atividades que visaram analisar os resultados, dando atenção individualizada como forma de minimizar as dúvidas existentes no momento.

Com relação aos aspectos éticos de nossa investigação, os informantes foram codificados para garantir o anonimato. O consentimento foi obtido verbalmente após a explicação dos objetivos da pesquisa e finalidade dos resultados.

Para isso, a pesquisa visou buscar referenciais que contribuíssem com o trabalho dos alunos envolvidos, por meio de uma oficina, articuladas em três linhas de pensamento: a educação, a função quadrática e o desempenho discente.

3 MARCO TEÓRICO

A fundamentação teórica apresentada, neste capítulo, contempla os conteúdos a serem trabalhados na primeira série do Ensino Médio, com suas definições e demonstrações, dando suporte às atividades a serem aplicadas em sala de aula e no laboratório de informática com o auxílio do Programa GeoGebra. Ressalta-se que, para cada conteúdo ministrado, é exigido um período estimado de 6h/a à serem trabalhadas, adotando-se a metodologia tradicional. Com isso, a ênfase do estudo das diferentes funções “deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções” (BRASIL, PCNs, 2002, p. 121).

3.1 DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

Segundo Dante (2010, p. 150), uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se quadrática quando existem números reais a , b e c , com $a \neq 0$, tal que $y = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

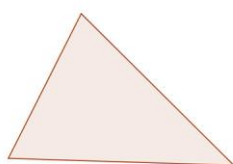
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = ax^2 + bx + c$$

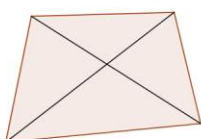
3.2 SITUAÇÕES EM QUE APARECE A FUNÇÃO QUADRÁTICA

3.2.1 Na Geometria

O número de diagonais (d) em um polígono convexo de n lados é dado por uma função quadrática. Observe:



$$n = 3 \quad d = 0$$



$$n = 4 \quad d = 2$$



$$n = 5 \quad d = 5$$

Um polígono de n lados tem n vértices. De cada vértice partem $(n - 3)$ diagonais e, para não considerarmos duas vezes a mesma diagonal, dividimos $n(n - 3)$ por 2. Assim, temos d em função de n dado por:

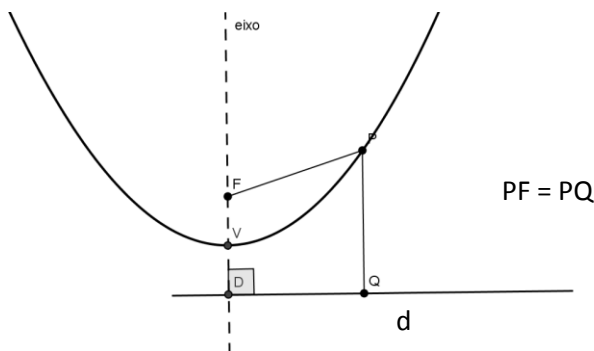
$$d(n) = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{n^2 - 3n}{2} \quad \text{ou} \quad d(n) = \frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n$$

3.2.2 Nos Fenômenos Físicos

Na queda livre dos corpos, o espaço (s) percorrido é dado em função do tempo (t) por uma função quadrática $s(t) = 4,9t^2$, em que a constante 4,9 é a metade da aceleração da gravidade, que é 9,8 m/s².

3.3 GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA (DANTE, 2010, p. 164)

Consideremos um ponto F e uma reta d que não o contém. Chamamos parábola de foco F e diretriz d o conjunto dos pontos do plano que distam igualmente de d e de F .



A reta perpendicular à diretriz que contém o foco chama-se eixo da parábola. O ponto (V) da parábola mais próximo da diretriz chama-se vértice da parábola. O vértice (V) é o ponto médio do segmento cujos extremos são o foco e a interseção do eixo com a diretriz.

O gráfico de uma função quadrática é uma parábola.

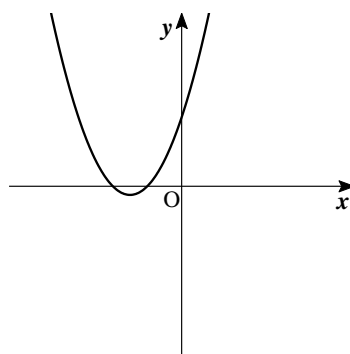
3.4 COEFICIENTES DE UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA (DANTE, 2010, p. 170)

Vamos estudar o efeito dos parâmetros a , b e c na parábola que representa a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$.

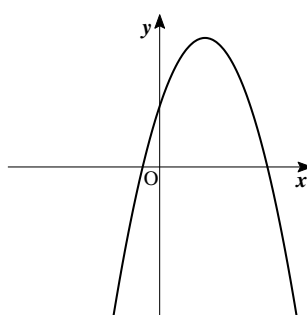
3.4.1 Parâmetro a

Responsável pela concavidade e abertura da parábola.

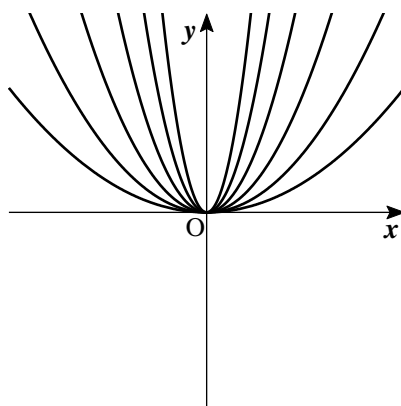
- Se $a > 0$, a concavidade é para cima.



- Se $a < 0$, a concavidade é para baixo.



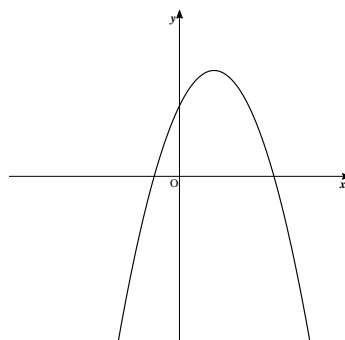
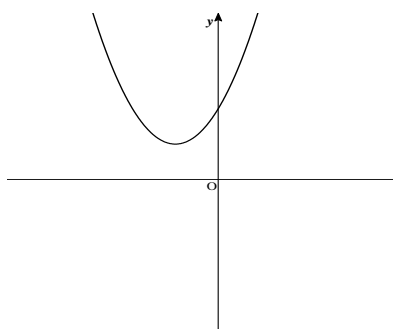
Além disso, quanto maior o valor absoluto de “ a ”, menor será a abertura da parábola (parábola mais “fechada”), independentemente da concavidade.



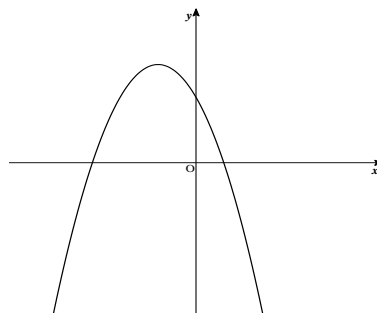
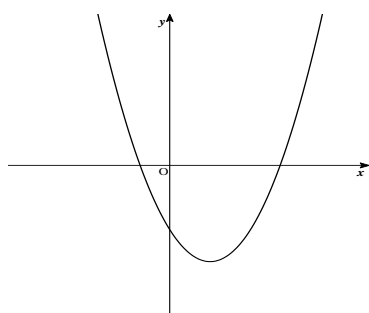
3.4.2 Parâmetro “b”

Indica se a parábola intersecta o eixo **y** no ramo crescente ou decrescente da parábola.

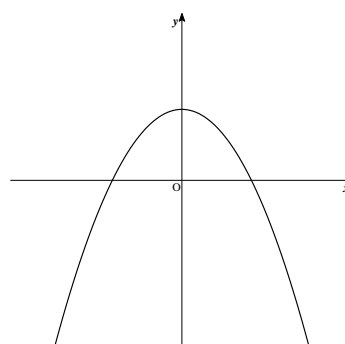
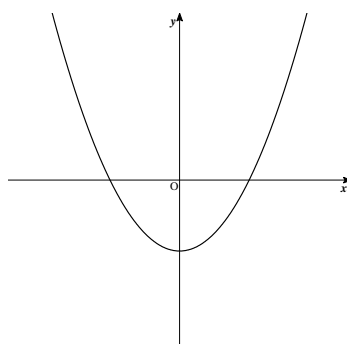
- Se $b > 0$, a parábola intersecta o eixo **y** no ramo crescente.



- Se $b < 0$, a parábola intersecta o eixo **y** no ramo decrescente.

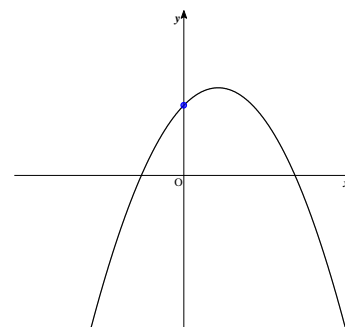
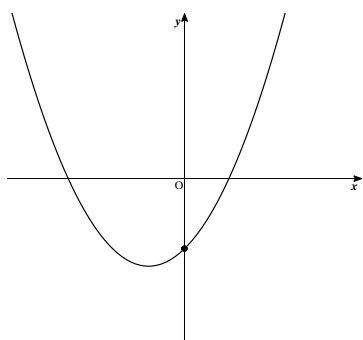


- Se $b = 0$, a parábola intersecta o eixo **y** no vértice.



3.4.3 Parâmetro “c”

Indica o ponto onde a parábola intersecta o eixo **y**.



A parábola cruza o eixo **y** no ponto $(0, c)$.

Além disso, a parábola pode intersectar o eixo **x** em um, dois ou nenhum ponto, dependendo do valor de $\Delta = b^2 - 4ac$ da equação correspondente.

$\Delta = 0$: uma raiz real dupla (a parábola intersecta o eixo **x** em um só ponto)

$\Delta > 0$: duas raízes reais distintas (a parábola intersecta o eixo **x** em dois pontos)

$\Delta < 0$: nenhuma raiz real (a parábola não intersecta o eixo **x**)

3.5 FORMA CANÔNICA DA FUNÇÃO QUADRÁTICA (DANTE, 2010, p. 158)

Dada a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos escrever:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right]$$

As duas primeiras parcelas dentro dos colchetes são as mesmas do desenvolvimento do quadrado $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}$. Completando o quadrado, temos:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} \right] \text{ ou seja,}$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right] \text{ ou ainda:}$$

$$f(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Chamando de:

$$m = -\frac{b}{2a} \text{ e } k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Concluimos que $k = f(m)$.

Assim, para todo $x \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ podemos escrever qualquer função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ da seguinte maneira:

$$f(x) = a(x - m)^2 + k, \text{ em que } m = -\frac{b}{2a} \text{ e } k = f(m)$$

3.5.1 Zeros da função quadrática e raízes da equação correspondente

De modo geral, da forma canônica de $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, que é $f(x) = a(x - m)^2 + k$, com $m = -\frac{b}{2a}$ e $k = f(m)$, podemos chegar a fórmula que fornece os zeros da função, portanto, às raízes da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$. Acompanhe as equivalências:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow a(x - m)^2 + k = 0$$

$$\Leftrightarrow a(x - m)^2 = -k$$

$$\Leftrightarrow (x - m)^2 = -\frac{k}{a}$$

$$\Leftrightarrow (x-m)^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow x-m = \pm \sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$\Leftrightarrow x = m \pm \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

O número $\Delta = b^2 - 4ac$ é chamado discriminante da função quadrática e quando:

$\Delta = 0$, a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ tem uma raiz real dupla.

$\Delta > 0$, a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ tem duas raízes reais distintas.

$\Delta < 0$, a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ não tem nenhuma raiz.

3.6 VÉRTICE DA PARÁBOLA, IMAGEM E VALOR MÁXIMO OU MÍNIMO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA (DANTE, 2010, p. 174)

A determinação do vértice da parábola ajuda a elaboração do gráfico e permite determinar a imagem da função, bem como o seu valor máximo ou mínimo.

Uma das maneiras de determinar o vértice é lembrar que a parábola é simétrica em relação a um eixo vertical. Determinando a posição desse eixo, encontraremos a abscissa do vértice, e com a abscissa do vértice obteremos a ordenada, que é função da abscissa.

Outra maneira é lembrar que na forma canônica o vértice é dado por (m, k)

$$\text{sendo } m = -\frac{b}{2a} \text{ e } k = f(m) = \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{\Delta}{4a}.$$

De modo geral, dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, se $V(x_v, y_v)$ é o vértice da parábola correspondente, então:

$$a > 0 \Leftrightarrow y_v \text{ é o valor mínimo de } f \Leftrightarrow \text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq y_v\}$$

$$a < 0 \Leftrightarrow y_v \text{ é o valor máximo de } f \Leftrightarrow \text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq y_v\}$$

4 MARCO ANALÍTICO

Neste capítulo, algumas atividades são sugeridas para um período estimado de 4h/a pelo turno da manhã e 4h/a pelo turno da tarde, no sentido de fornecer aos alunos o conhecimento necessário acerca do programa utilizado, bem como as atividades desenvolvidas por eles e pelo professor com a utilização do computador. A extensão deste período depende das dificuldades dos alunos e da necessidade do reforço de algum conceito. A partir disso, o aluno é estimulado a fazer uma análise a respeito dos conteúdos e de suas percepções, com subsídio do professor nas próximas atividades, dando-lhes condições de sanar qualquer dúvida ou interpretação incorreta que ainda persista.

4.1 APLICANDO O GEOGEBRA

De acordo com a introdução, apresentam-se atividades com a possibilidade de melhorar o ensino de função quadrática, com uso do GeoGebra, aplicado na primeira série do Ensino Médio, focando principalmente na influência que os parâmetros a , b e c exercem sobre a parábola.

A figura abaixo contém os principais ícones do Software GeoGebra usados nas atividades.

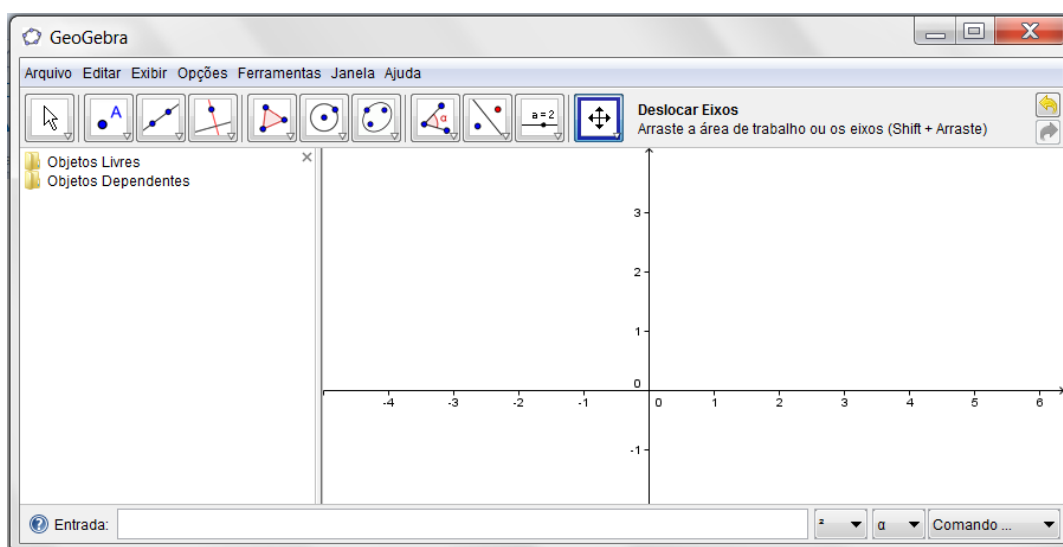


Figura 1- Interface do GeoGebra

Os ícones abaixo serão chamados de janelas, numerados da esquerda para direita, de 1 a 11. Cada janela possui várias ferramentas. Para poder visualizar essas ferramentas, basta clicar na parte inferior do ícone. Fazendo isto, o programa abrirá as opções referentes a esta janela.



Figura 2 - Barra de ferramentas

Menu janela 1

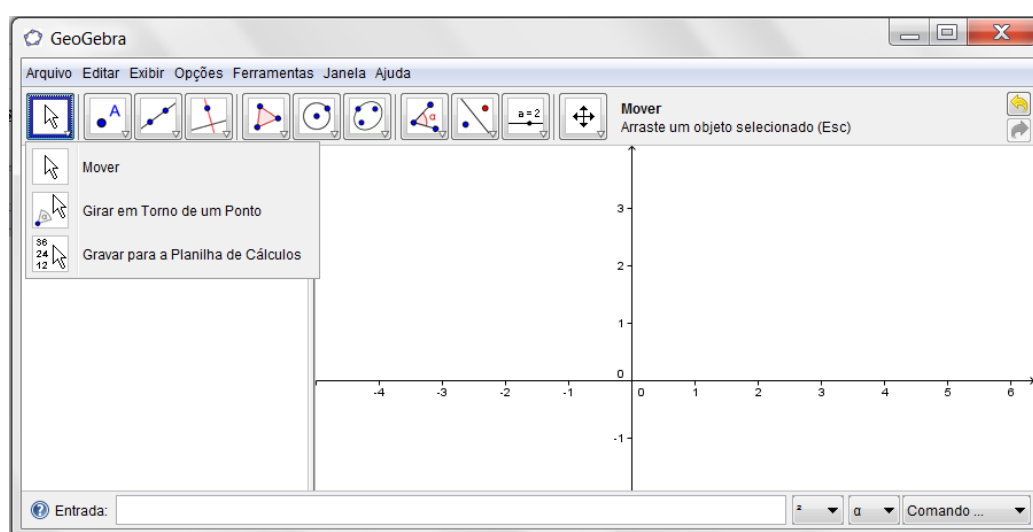


Figura 3 – Menu janela 1

- Mover: com esta ferramenta pode-se selecionar, mover e manipular objetos.
- Girar em torno de um ponto: com esta ferramenta pode-se girar objetos em torno de um ponto.
- Gravar para a planilha de cálculo: após selecionar diversos objetos na janela de visualização, é possível transportar as informações para planilha de cálculo.

Menu janela 2

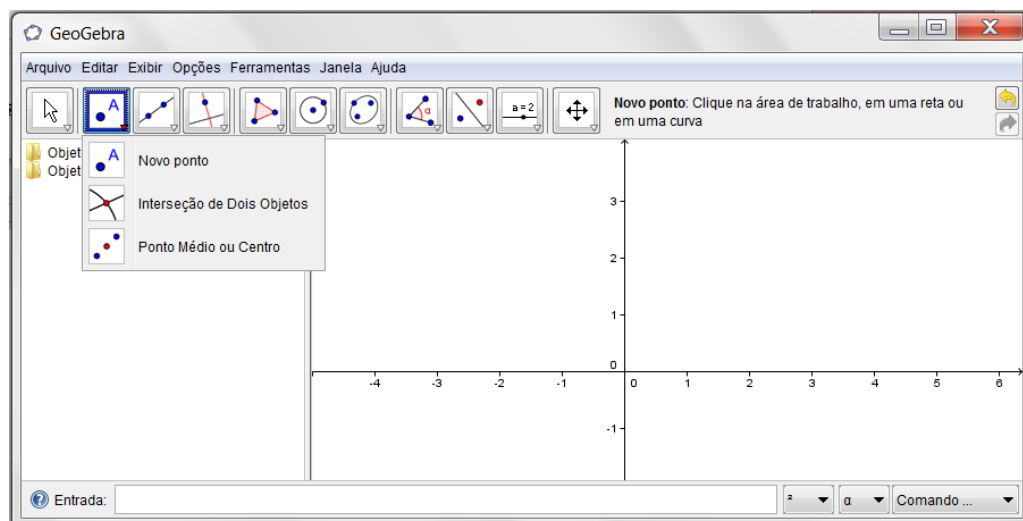


Figura 4 – Menu janela 2 – traçar ponto

- Novo ponto: cria um ponto em um espaço livre, em um objeto ou em uma interseção.
- Interseção de dois objetos: com esta opção pode-se explicitar os pontos de interseção entre dois objetos.

Ponto médio ou centro: esta ferramenta cria o ponto médio entre dois pontos.

Menu janela 3

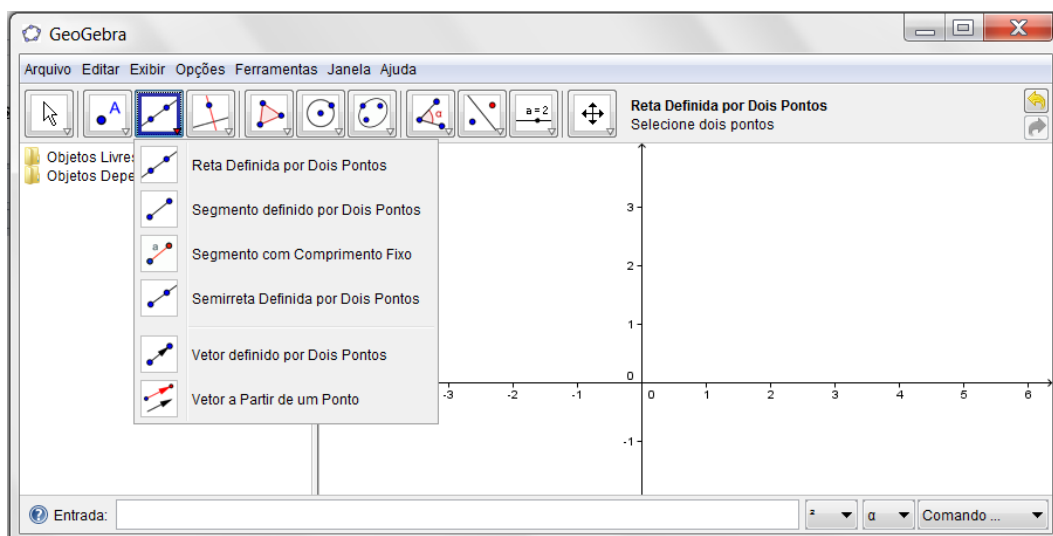


Figura 5 – Menu janela 3 – retas, segmentos, vetores

- Reta definida por dois pontos: ativando esta ferramenta, pode-se criar uma reta que passa por dois pontos.
- Segmento definido por dois pontos: esta ferramenta cria o segmento de reta que une dois pontos.
- Segmento com comprimento fixo: cria o segmento de reta com comprimento definido.
- Semirreta definida por dois pontos: cria uma semirreta definida por dois pontos.
- Vetor definido por dois pontos: cria um vetor a partir de dois pontos.
- Vetor a partir de um ponto: cria um vetor paralelo a outro vetor.

Menu janela 4

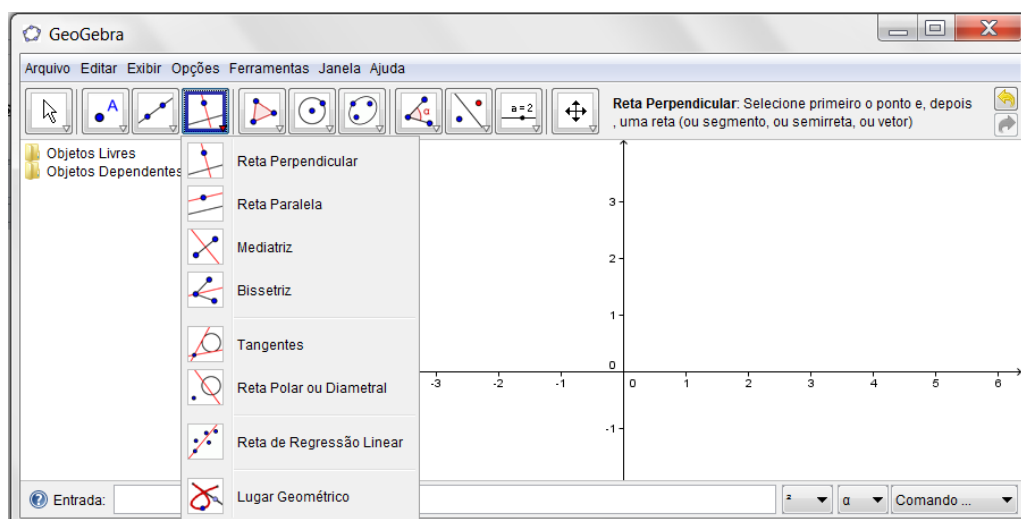


Figura 6 – Menu janela 4 – perpendiculares, paralelas

- Reta perpendicular: com esta ferramenta, pode-se construir uma reta perpendicular a uma reta, semirreta, segmento, vetor, eixo ou lado de um polígono.
- Reta paralela: com esta ferramenta, pode-se construir uma reta paralela a uma reta, semirreta, segmento, vetor, eixo ou lado de um polígono.
- Mediatriz: com esta ferramenta constrói a reta perpendicular que passa pelo ponto médio de um segmento.
- Bissetriz: com esta ferramenta, pode-se construir a bissetriz de um ângulo.

- Tangentes: com esta ferramenta, pode-se construir as retas tangentes a uma circunferência, cônica ou função, a partir de um ponto.
- Reta polar ou diametral: com esta ferramenta, pode-se construir a reta diametral relativa a uma circunferência ou qualquer uma das curvas cônicas.
- Reta de regressão linear: com esta ferramenta, pode-se encontrar a reta que melhor se ajusta a um conjunto de pontos.
- Lugar geométrico: esta ferramenta constrói automaticamente o lugar geométrico descrito pelo movimento de um objeto (ponto, reta, etc) ao longo de uma trajetória.

Menu janela 5

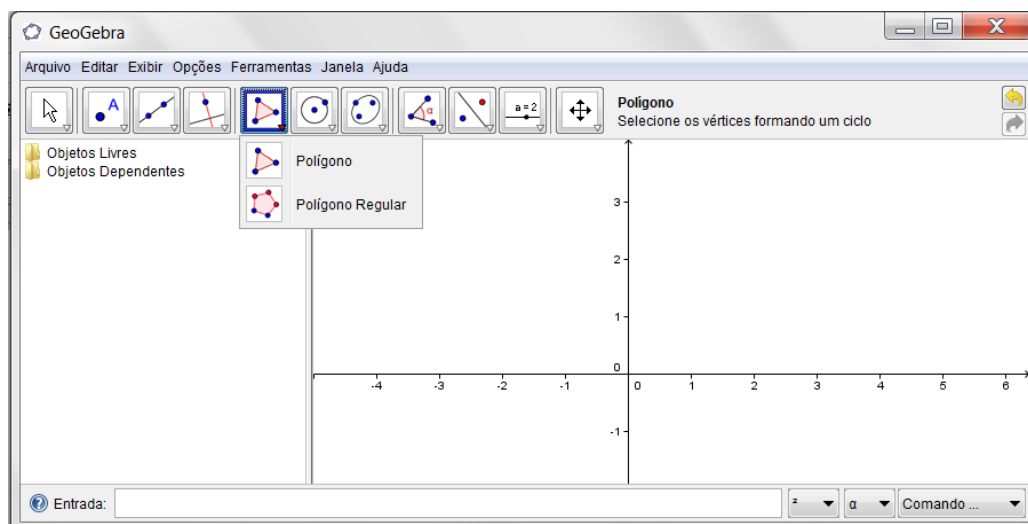


Figura 7 – Menu janela 5 – traçar polígonos

- Polígono: com esta ferramenta, pode-se construir um polígono de N lados.
- Polígono regular: com esta ferramenta, pode-se construir um polígono regular a partir de um lado e a quantidade de vértices (ou lados) que deverá ser digitado na caixa que aparecerá.

Menu janela 6

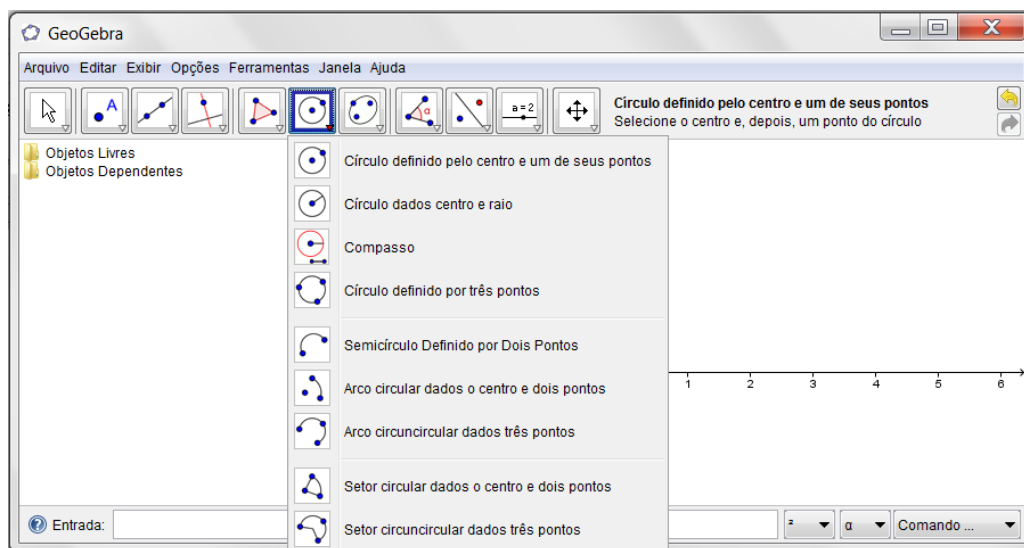


Figura 8 – Menu janela 6 – traçar circunferências

- Círculo definido pelo centro e um dos seus pontos: esta ferramenta constrói um círculo a partir de dois pontos.
- Círculo dados centro e raio: esta ferramenta constrói um círculo a partir do centro e com comprimento do raio definido.
- Compasso: esta ferramenta permite fazer transporte de medidas, ou seja, faz a função de um compasso.
- Círculo definido por três pontos: esta ferramenta constrói um círculo a partir de três pontos.
- Semicírculo definido por dois pontos: esta ferramenta constrói um semicírculo a partir de dois pontos.
- Arco circular dados o centro e dois pontos: esta ferramenta constrói um arco circular a partir do centro e dois pontos.
- Arco circular dados três pontos: esta ferramenta constrói um arco circular a partir de três pontos.
- Setor circular dados o centro e dois pontos: esta ferramenta constrói um setor circular a partir do centro e dois pontos.
- Setor circuncircular dados três pontos: esta ferramenta constrói um setor a partir de três pontos da circunferência.

Menu janela 7

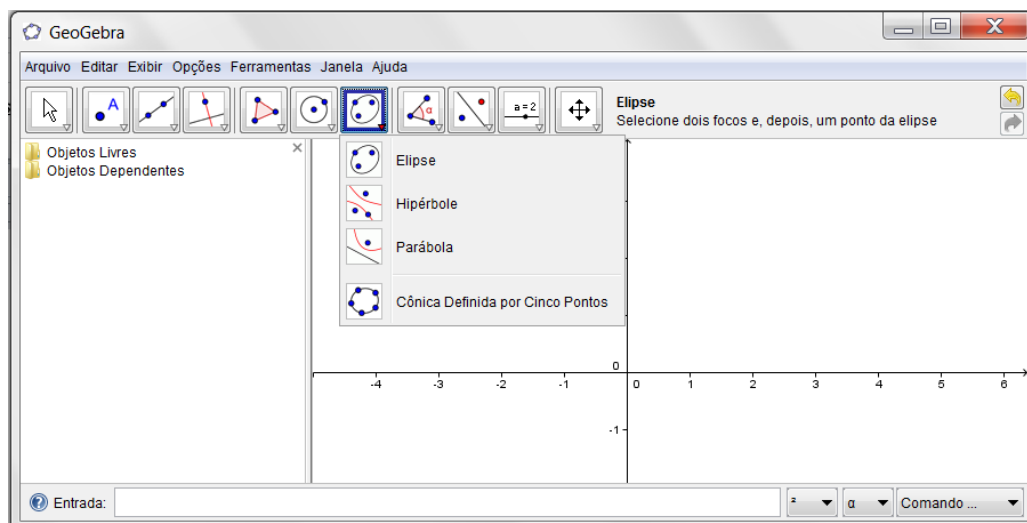


Figura 9 – Menu janela 7 – cônicas

- Elipse: esta ferramenta constrói uma elipse usando três pontos, sendo dois focos e um terceiro ponto na curva.
- Hipérbole: esta ferramenta constrói uma hipérbole usando três pontos, sendo dois focos e um terceiro ponto na curva.
- Parábola: esta ferramenta constrói uma parábola usando um ponto e uma reta diretriz.
- Cônica definida por cinco pontos: esta ferramenta constrói uma cônica (parábola, elipse ou hipérbole) a partir de cinco pontos.

Menu janela 8

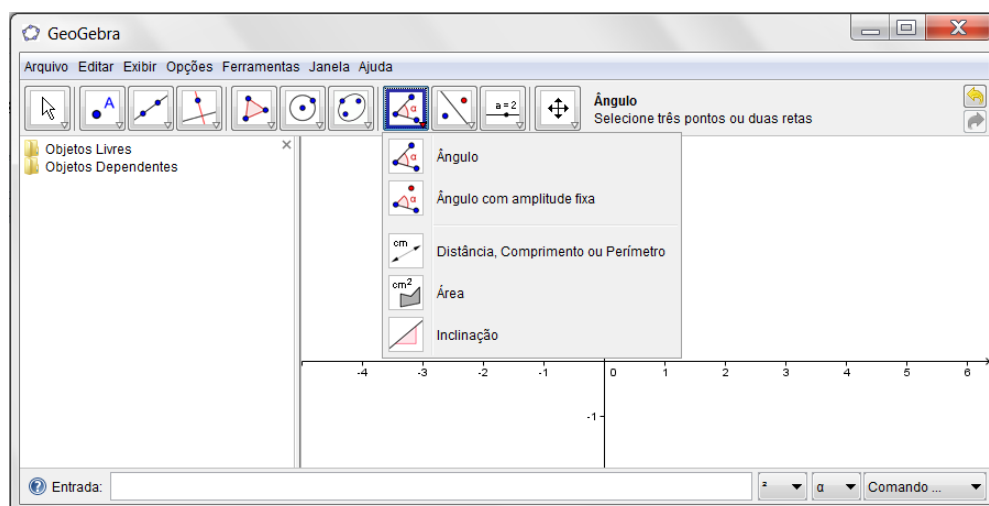


Figura 10 – Menu janela 8 – ângulos, perímetro e área

- Ângulo: com esta ferramenta, é possível marcar e medir um ângulo definido por três pontos, onde o segundo ponto clicado é o vértice dele.
- Ângulo com amplitude fixa: com esta ferramenta, a partir de dois pontos pode-se construir um ângulo com amplitude fixa.
- Distância, comprimento ou perímetro: esta ferramenta mostra na janela de visualização o comprimento de um segmento ou distância entre 2 pontos.
- Área: esta ferramenta mostra a área da região limitada por uma poligonal, circunferência ou elipse.
- Inclinação: esta ferramenta mostra a inclinação de uma reta. Se a reta for construída a partir de dois pontos, o comando exibirá um triângulo retângulo com hipotenusa sobre a reta e com vértice em um dos pontos.

Menu janela 9

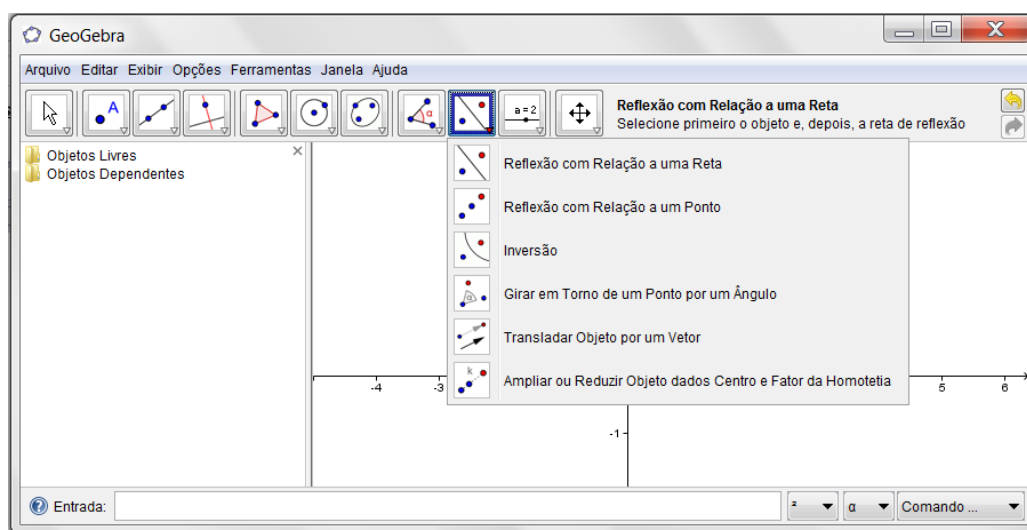


Figura 11 – Menu janela 9 – reflexão, translação

- Reflexão com relação a uma reta: esta ferramenta constrói o reflexo (simetria axial) de um objeto (ponto, círculo, reta, polígono, etc) em relação a uma reta.
- Reflexão com relação a um ponto: esta ferramenta constrói o reflexo (simetria central) de um objeto (ponto, círculo, reta, polígono, etc) em relação a um ponto.

- Inversão: esta ferramenta constrói o reflexo de um ponto sobre uma circunferência.
- Girar em torno de um ponto por um ângulo: esta ferramenta constrói o reflexo (simetria rotacional) de um objeto (ponto, círculo, reta, polígono, etc) ao redor de um ponto, por um ângulo determinado.
- Transladar objeto por um vetor: esta ferramenta constrói o reflexo (simetria translacional) de um objeto (ponto, círculo, reta, polígono, etc) a partir do vetor.
- Ampliar ou reduzir objetos dados centro e fator de homotetia: esta ferramenta constrói o homotético de um objeto (ponto, círculo, reta, polígono, etc), a partir de um ponto e um fator (número que é a razão e semelhança).

Menu janela 10

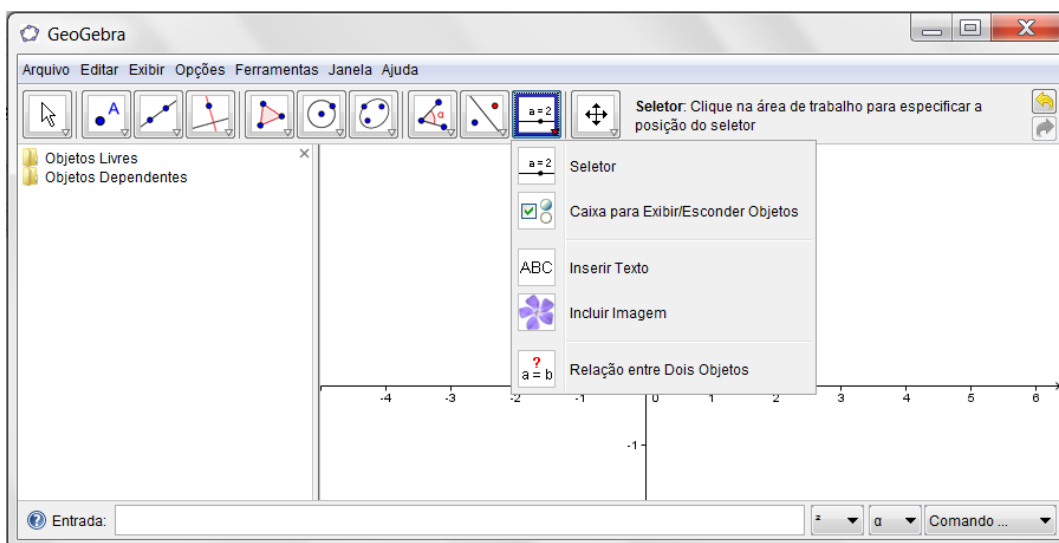


Figura 12 - janela 10 – seletor, inserir texto

- Seletor: um seletor é um pequeno segmento com um ponto que se movimenta sobre ele.
- Caixa para exibir/esconder objetos: Esta ferramenta permite que você escolha quais são os objetos que quer mostrar, quando ela está ativada.
- Inserir texto: com esta ferramenta, pode-se inserir qualquer texto na área gráfica.

- Incluir imagem: com esta ferramenta, pode-se inserir figuras na área gráfica.
- Relação entre dois objetos: esta ferramenta identifica algumas relações entre dois objetos: se um objeto pertence a outro, se são paralelos, se são iguais etc.

Menu janela 11

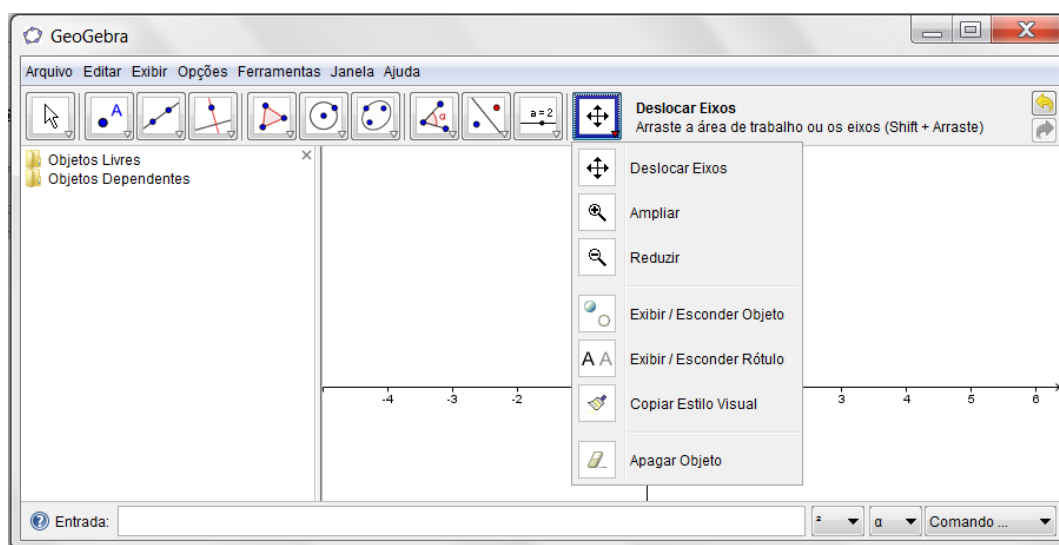


Figura 13 – janela 11 – deslocar eixo

- Deslocar eixos: com esta ferramenta, pode-se mover o sistema de eixos, bem como todos os objetos nele contidos.
- Ampliar: com esta ferramenta, pode-se ampliar as figuras que estão na área gráfica, como se estivesse aumentando o *zoom*.
- Reduzir: com esta ferramenta pode-se reduzir as figuras que estão na área gráfica, como se estivesse diminuindo o *zoom*.
- Exibir/esconder objeto: com esta ferramenta, pode-se ocultar objetos.
- Exibir/esconder rótulo: com esta ferramenta, pode-se ocultar os rótulos dos objetos. Pode-se também exibir os rótulos que estão ocultos.
- Copiar estilo visual: com esta ferramenta, pode-se copiar um estilo visual de um objeto para outro: pontilhado, cor, tamanho, etc.
- Apagar objeto: com esta ferramenta, pode-se apagar objetos, tanto na área gráfica quanto na janela de Álgebra.

Note que cada ícone tem um desenho e um nome para ajudá-lo a lembrar o que a ferramenta faz.

4.2 GRUPO DE ATIVIDADES REALIZADAS COM OS ALUNOS

Sabe-se que o assunto “Função Quadrática” apresenta muitas possibilidades de aplicação no cotidiano dos alunos do 1º ano do Ensino Médio. E, ao elaborar essas atividades, para serem utilizadas em um ambiente informatizado, houve a preocupação de sistematizá-las, adequando-as à escolha do GeoGebra para a desenvoltura das referidas situações-problema, haja vista que essa ferramenta é acessível de forma livre, de fácil instalação, facilita a execução de atividades, amplia a sua exploração e análise, abrindo novas oportunidades de produzir respostas.

Esta seção apresenta atividades explorando a função quadrática. Estas atividades são destinadas a alunos do primeiro ano do ensino médio com noções básicas do software GeoGebra. Para o desenvolvimento desta atividade foram necessários papel, lápis, livro didático e computadores com o software de geometria dinâmica instalado (no caso, o GeoGebra) .

ATIVIDADES
ASSUNTO: “Função Quadrática e o uso do GeoGebra”
Objetivo Geral: Possibilitar aos alunos um melhor entendimento sobre o ensino da função quadrática com o uso do GeoGebra
Assuntos: <ul style="list-style-type: none"> • Construção do gráfico da função quadrática • Relação entre o sinal do discriminante e números de raízes • Significado dos parâmetros a, b e c • Raízes ou zeros da função quadrática • Vértice da parábola
Objetivos Específicos: <ul style="list-style-type: none"> • Construir o gráfico da função quadrática

- Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes.
- Mostrar o significado dos parâmetros a , b e c para o gráfico da função quadrática.
- Identificar as raízes ou zeros da função quadrática.
- Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função.

Metodologia:

- Exposição didática.
- Trabalho em grupo.
- Trabalho individual.
- Trabalho orientado.

4.2.1 Construção do gráfico da função quadrática

Atividade 1: Construção do gráfico da função quadrática.

Objetivo Geral: Construir o gráfico da função quadrática.

Roteiro:

1. Digitar os valores que representam os coeficientes da função quadrática
2. Clicar o botão para exibir objetos
3. Ativar a ferramenta “Novo Ponto”
4. Ativar a ferramenta “Reta Perpendicular”
5. Ativar a ferramenta “Interseção de Objetos”
6. Selecionar “Exibir/Esconder Objetos”
7. Ativar a ferramenta “Segmento definido por dois pontos”
8. Selecionar “Habilitar Rastro”
9. Construir o gráfico da função – pelo GeoGebra

Aqui, apresenta-se a construção de algumas ilustrações sobre os aspectos importantes relacionados ao estudo das funções quadráticas. A construção a seguir

tem por objetivo ilustrar o fato de que os pontos na forma (x, y) formam uma parábola e você verá o que ocorre se o parâmetro “a” for positivo e se for negativo.

Processo de construção

No CAMPO DE ENTRADA, localizado na parte inferior esquerda,

- Digite $a = 1$ e aperte ENTER.
- Digite $b = 2$ e aperte ENTER.
- Digite $c = 3$ e aperte ENTER.

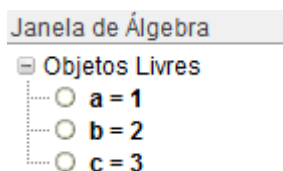


Figura 14 – caixa de entrada

Esses valores representarão os coeficientes “a”, “b” e “c” da função quadrática que queremos analisar.

Observe se na JANELA DE ÁLGEBRA aparecem os valores de “a”, “b” e “c”. Clique com o botão direito sobre o “a” e marque a opção EXIBIR OBJETOS (ou clique nas bolinhas brancas). Faça o mesmo para “b” e “c”. Os valores “a”, “b” e “c” aparecerão em segmentos na área de visualização.

Figura 15 – janela de álgebra



Ative a ferramenta NOVO PONTO (janela 2) e crie um ponto A sobre o eixo X. Para ter certeza que o ponto está sobre o eixo X aperte ESC, clique, segure e arraste o ponto A. Ele deverá ficar sobre o eixo X.

No CAMPO DE ENTRADA digite a seguinte expressão:

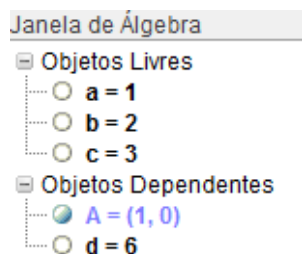
$$a*x(A)^2+b*x(A)+c$$

Depois de digitado, pressione ENTER.

OBSERVAÇÃO:

- O símbolo “*” significa “multiplicado por”. Você pode substituí-lo por um “espaço em branco”.
- “x(A)” simboliza a abscissa do ponto A

- O símbolo “^” significa “elevado a”.



Após esses passos, você observará que aparece um valor “ $d = \dots$ ” na JANELA DE ÁLGEBRA. Esse número corresponde ao valor $f(x)$ na função $f(x) = x^2 + 2x + 3$, para x igual ao valor da abscissa do ponto A. Lembre-se que se assumiram inicialmente os valores $a = 1$, $b = 2$ e $c = 3$. Agora será transferido o valor de d para o eixo Y.

No CAMPO DE ENTRADA, digite $(0, d)$. Observe se aparece um ponto B no eixo Y. Se não aparecer, talvez seja porque o valor de “ d ” é grande ou pequeno demais. Se isso acontecer, selecione a opção MOVER (janela 1) e movimente o ponto A sobre o eixo X até que o ponto B apareça na tela.

Ative a ferramenta RETA PERPENDICULAR (janela 4) e a seguir trace uma perpendicular ao eixo Y, passando pelo ponto B e uma perpendicular ao eixo X, passando por A.

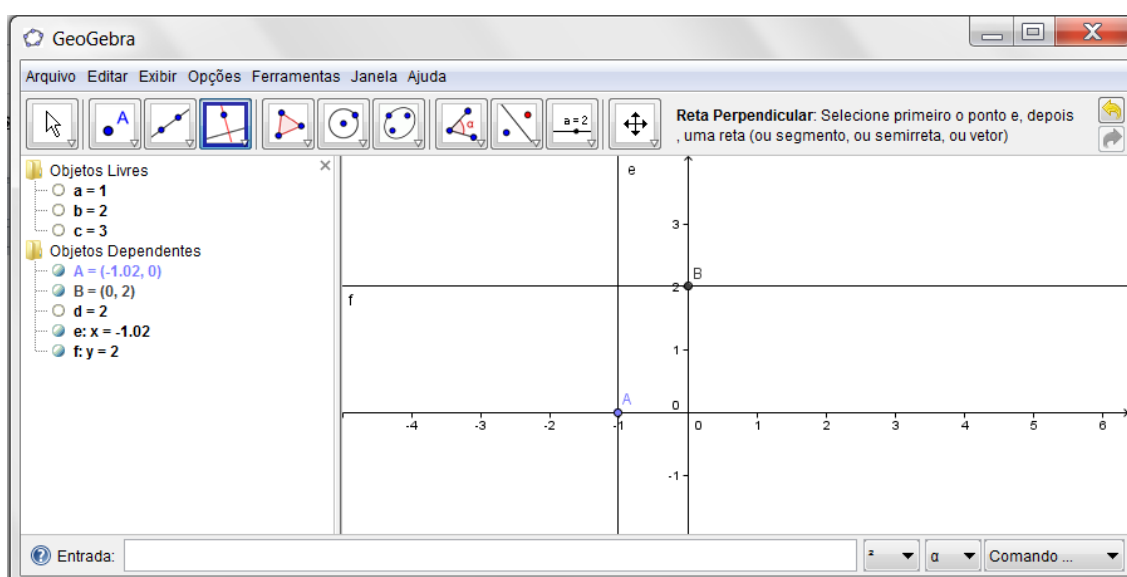


Figura 16 – retas perpendiculares

Ative a ferramenta INTERSEÇÃO DE OBJETOS (janela 2) e marque a interseção dessas perpendiculares. Esse ponto será rotulado automaticamente com a letra C.

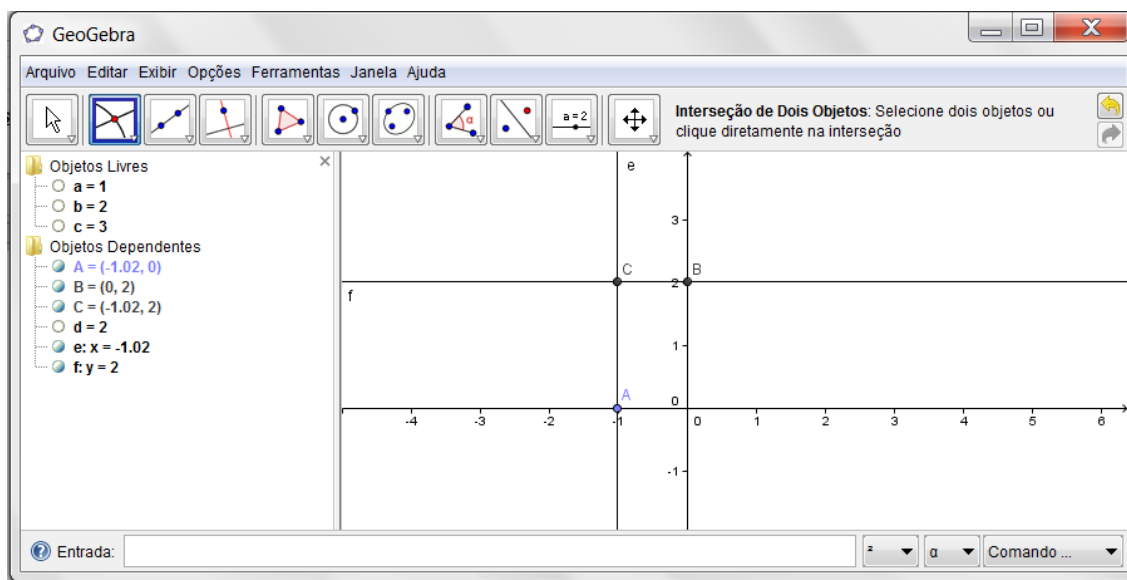


Figura 17 – interseção de dois pontos

Selecione a opção EXIBIR/ESCONDER OBJETO (janela 11) e clique sobre as retas perpendiculares por A e C e, posteriormente, B e C. aperte ESC.

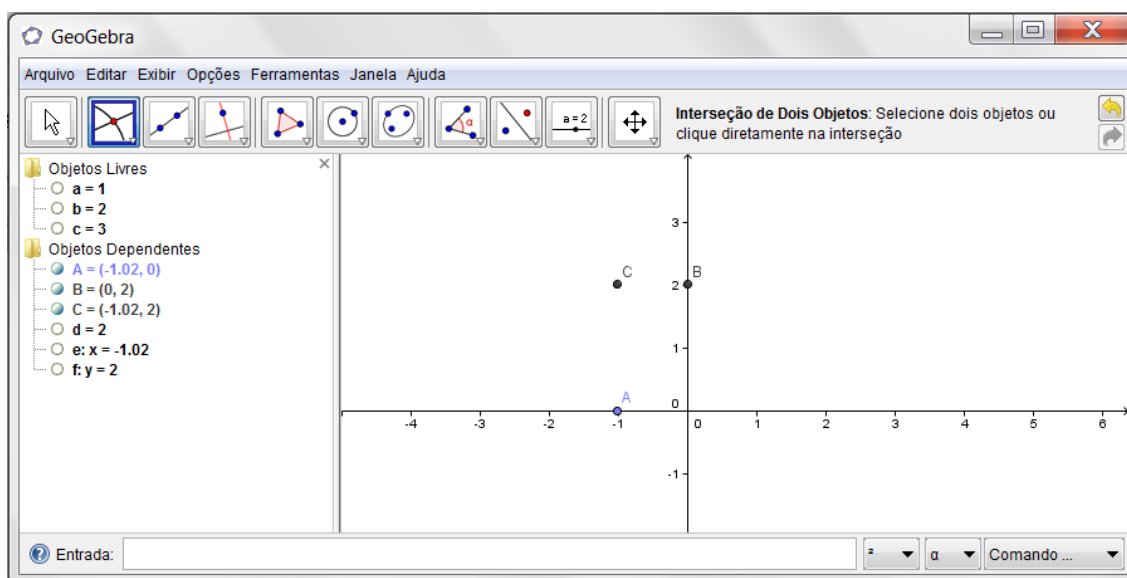


Figura 18 – esconder objetos

Ative a ferramenta SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS (janela 3) e, a seguir, crie os segmentos que unem A a C e, posteriormente, B a C. Esses segmentos serão rotulados automaticamente de g e h.

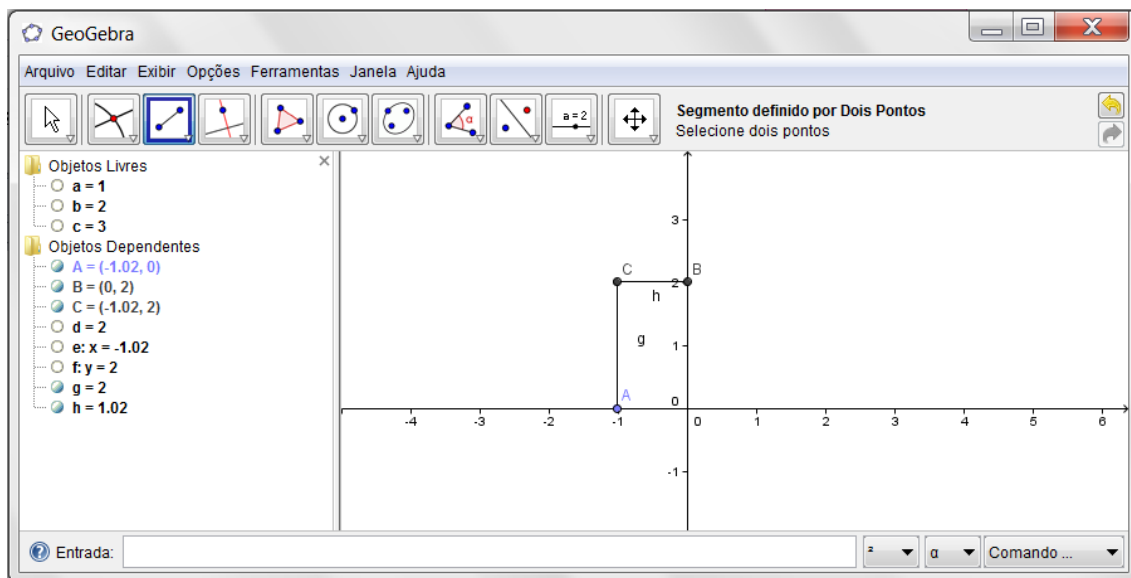


Figura 19 – segmentos definidos por dois pontos

Clique com o botão direito sobre o segmento “g”. Selecione PROPRIEDADES. Na janela que aparecerá, selecione a guia ESTILO e mude o estilo do segmento para pontilhado, conforme a figura a seguir. Faça o mesmo para o segmento h.

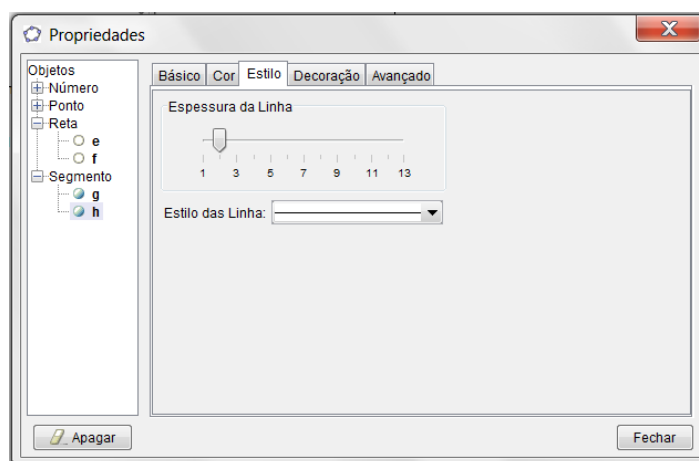


Figura 20 – propriedades

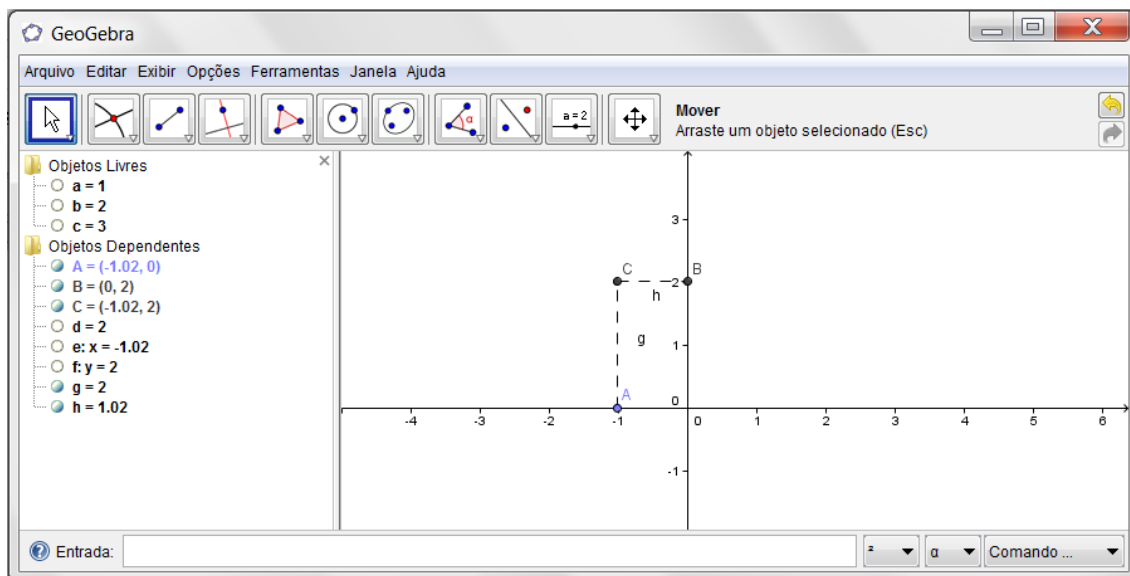


Figura 21 – segmentos tracejados

Clique com o botão direito sobre o ponto C. Selecione HABILITAR RASTRO. Essa opção fará com que o ponto C deixe um rastro quando for movimentado. Feito isso, aperte a tecla ESC e movimente (devagar) o ponto A sobre o eixo X.

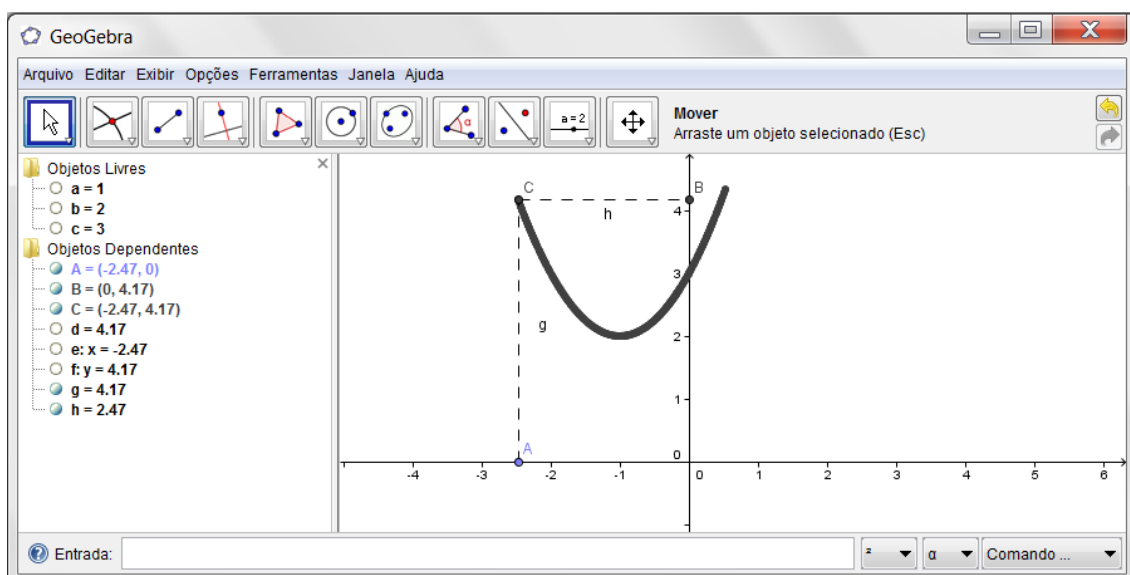


Figura 22 – rastro

No CAMPO DE ENTRADA digite a seguinte expressão:

$$f(x)=a*x^2+b*x+c$$

Depois de digitado, pressione ENTER. O GeoGebra construirá o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$. Esse gráfico coincidirá com o rastro deixado anteriormente.

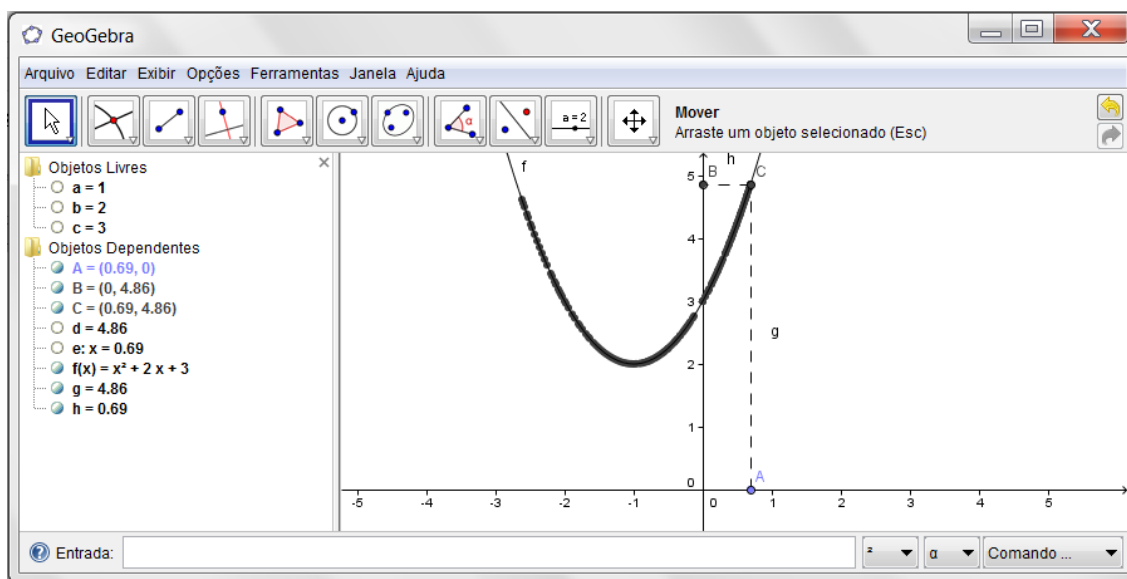


Figura 23 – gráfico da função quadrática

A atividade 1 – “Construção do gráfico da função quadrática” teve como objetivo geral construir o gráfico da referida função, realizada no dia 03 de dezembro de 2013, pela parte da manhã, totalizando 4h/a.

Antes do início da atividade, foram utilizados 40 minutos para ser apresentado o GeoGebra aos alunos mostrando a eles as principais ferramentas. Na ocasião, deveriam ser usados os computadores da sala de informática, o que daria em média dois alunos para cada computador. Mas como não foi possível utilizá-los pela dificuldade de instalação do software, foram utilizados na atividade 07 (sete) notebooks.

Após a apresentação do GeoGebra e das principais ferramentas, foi dado um tempo de 40 minutos para eles mexerem à vontade no programa, e com isso já fossem familiarizando-se com as ferramentas sob a orientação do acadêmico.

Já no dia 05 de dezembro de 2013, pela parte da tarde, com o total de 2 h/a, deu-se início à primeira atividade com os 07 grupos de 05 alunos, na atividade prática onde se deu a construção do gráfico da função quadrática. Ressalta-se que,

no início dessa atividade, os alunos se depararam com certa dificuldade, pois aquilo era considerado novo para eles. Mas com a orientação do acadêmico e de alguns alunos que já tinham alguma noção acerca da ferramenta, as dúvidas foram sanadas e, a partir disso, percebeu-se alegria no olhar de cada um deles por terem conseguido completar a atividade.

4.2.2 Relação entre o sinal do parâmetro “a” e o fato de a parábola ser côncava ou convexa

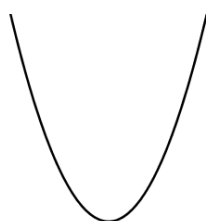
Atividade 2: “Relação entre o sinal do parâmetro “a” e o fato de a parábola ser côncava ou convexa”.

Objetivo Geral: Relacionar o sinal do parâmetro em relação a parábola.

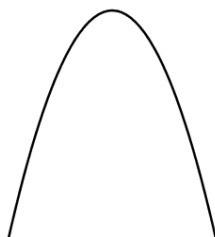
Roteiro:

1. Perceber a relação do sinal do parâmetro “a”
2. Abrir o arquivo
3. Seguir as instruções
4. Modificar o sinal do parâmetro “a” no seletor
5. Ver o comportamento da parábola
6. Salvar seu arquivo
7. Alterar os valores de “a”, “b” e “c” no seletor
8. Fazer o esboço do gráfico da função quadrática

Diz-se que uma parábola é **convexa** se possui a forma mostrada a seguir. É comum dizer, neste caso, que a parábola tem concavidade voltada para cima.



Diz-se que uma parábola é **côncava** se possui a forma mostrada a seguir. É comum dizer, neste caso, que a parábola tem concavidade voltada para baixo.

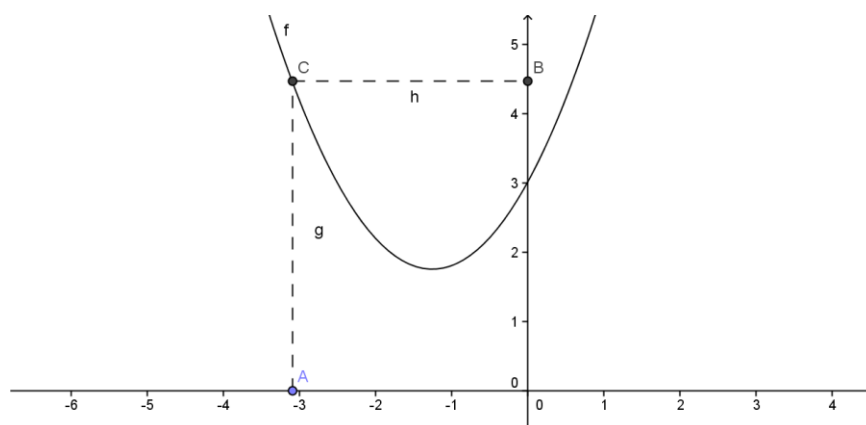


A construção seguinte tem o propósito de fazer com que se perceba a relação entre o sinal do parâmetro “a” e o fato da parábola ser convexa ou côncava, isto é, ter a concavidade voltada para cima ou para baixo. Será usada a construção feita na seção anterior. Para isso, abra o arquivo (caso ele já não esteja aberto) e siga as instruções.

Aperte a tecla ESC ou selecione a ferramenta MOVER (janela 1) e modifique o valor do parâmetro “a” no seletor. Faça com que fique negativo e depois positivo. Veja o comportamento da parábola. Não esqueça de salvar seu arquivo.

Momento de reflexão

Altere os valores de “a”, “b” e “c” nos seletores e observe o que ocorre com o gráfico, especialmente no que diz respeito ao parâmetro “a”.



1) O que acontece com a parábola quando o sinal de “a” é alterado?

2) Complete as frases seguintes:

a) Se $a > 0$ (positivo) então, a parábola é _____ (côncava ou convexa?), ou seja, ela possui a concavidade voltada para _____ (cima ou baixo?).

b) Se $a < 0$ (negativo) então, a parábola é _____ (côncava ou convexa?), ou seja, ela possui a concavidade voltada para _____ (cima ou baixo?).

Observação importante: para se fazer um esboço do gráfico de uma função quadrática de forma perspicaz, é importante saber o significado dos parâmetros “a”, “b”, “c” e “ Δ ”. Guarde o significado do sinal do parâmetro “a”. Ele será importante.

A atividade 2 – “Relação entre o sinal do parâmetro ‘a’ e o fato de a parábola ser côncava ou convexa” teve como objetivo relacionar o sinal do parâmetro em relação a parábola. Na verdade, essa atividade 2 foi uma continuação da atividade 1, na mesma tarde do dia 05 de dezembro de 2013, totalizando mais 2 h/a.

Já com o gráfico pronto, os alunos puderam perceber o que acontece quando o sinal de “a” é alterado. O curioso nessa atividade foi quando uma equipe disse que, em dado momento o gráfico deles não era uma parábola, e sim uma reta. Foi aí que surgiu a oportunidade de explicar a eles que, quando aquilo ocorria na verdade o “a” era igual a zero. Foi uma excelente oportunidade de explicar a todos a condição da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, pois se $a = 0$, logo a função não é quadrática, e sim, uma função afim. Daí o gráfico ser uma reta e não uma parábola.

4.2.3 Qual o significado do parâmetro “b” para o gráfico da função quadrática?

Atividade 3: “Significado do parâmetro ‘b’ para o gráfico da função quadrática”
Objetivo Geral: Descobrir o significado do parâmetro “b” para o gráfico da função quadrática.
Roteiro: 1. Perceber o papel do parâmetro “b” na construção da parábola 2. Apertar a tecla ESC

3. Selecionar a ferramenta MOVER
4. Modificar o sinal do parâmetro “b”
5. Olhar para o comportamento da parábola
6. Modificar o sinal do parâmetro “b”
7. Observar o comportamento da parábola
8. Atentar para uma propriedade importante
9. Guardar o significado do sinal do parâmetro “b”

Preparação:

- Dar-se-á continuidade usando a construção do gráfico feito anteriormente. Caso tenha fechado, abra o arquivo novamente.

O objetivo desta atividade é perceber o papel do parâmetro “b” na construção do gráfico da parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Processo de construção

Aperte a tecla ESC ou selecione a ferramenta MOVER (janela 1) e modifique o valor do parâmetro “b” no seletor. Faça com que fique negativo e depois positivo. Veja o comportamento da parábola. Olhe para o comportamento da parábola no momento em que intersecta o eixo Y (se é crescente ou decrescente).

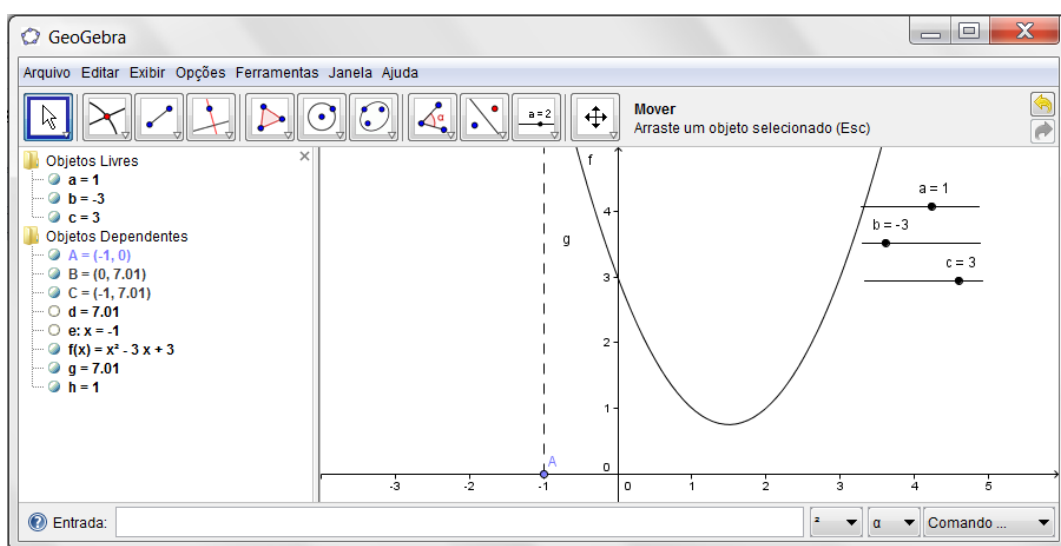


Figura 24 – variação do sinal do parâmetro b ($b < 0$)

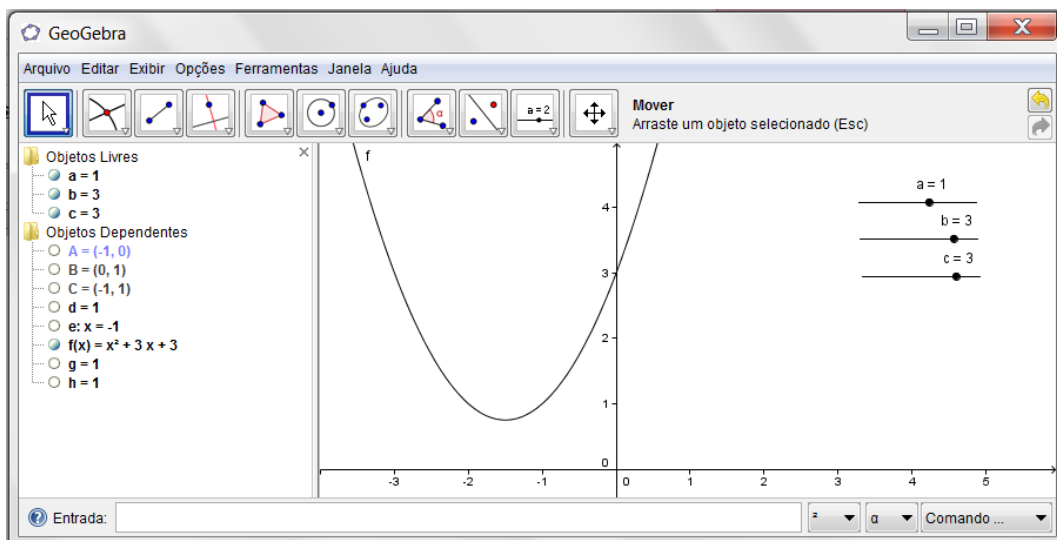


Figura 25 – variação do sinal do parâmetro b ($b > 0$)

Modifique o sinal do parâmetro “a” para que a parábola modifique sua concavidade. Modifique novamente o valor do parâmetro “b” e observe o comportamento da parábola no momento em que intersecta o eixo Y.

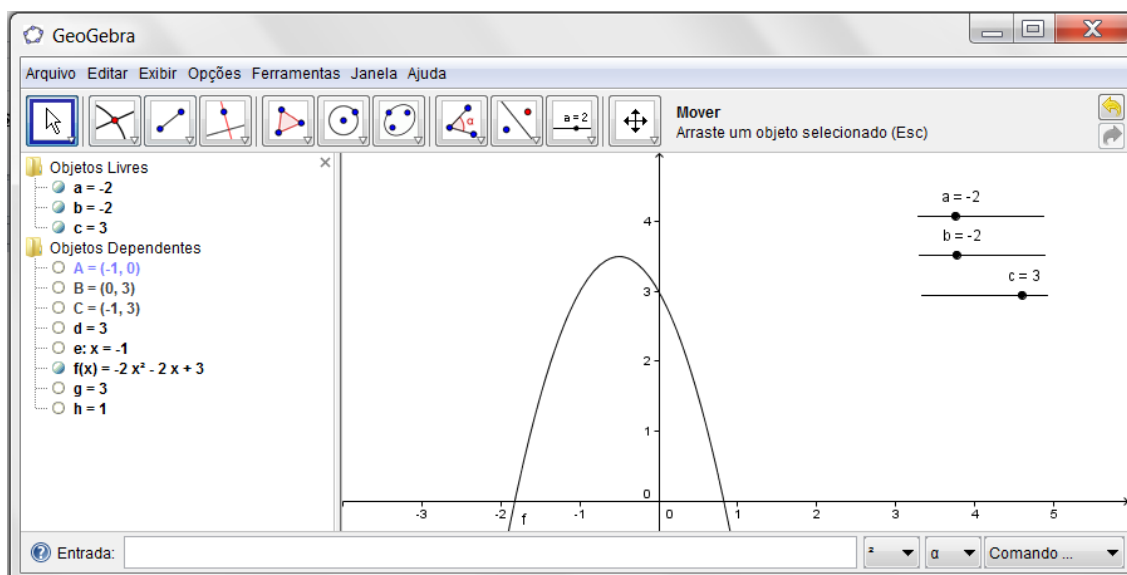


Figura 26 – variação do sinal do parâmetro b ($b < 0$)

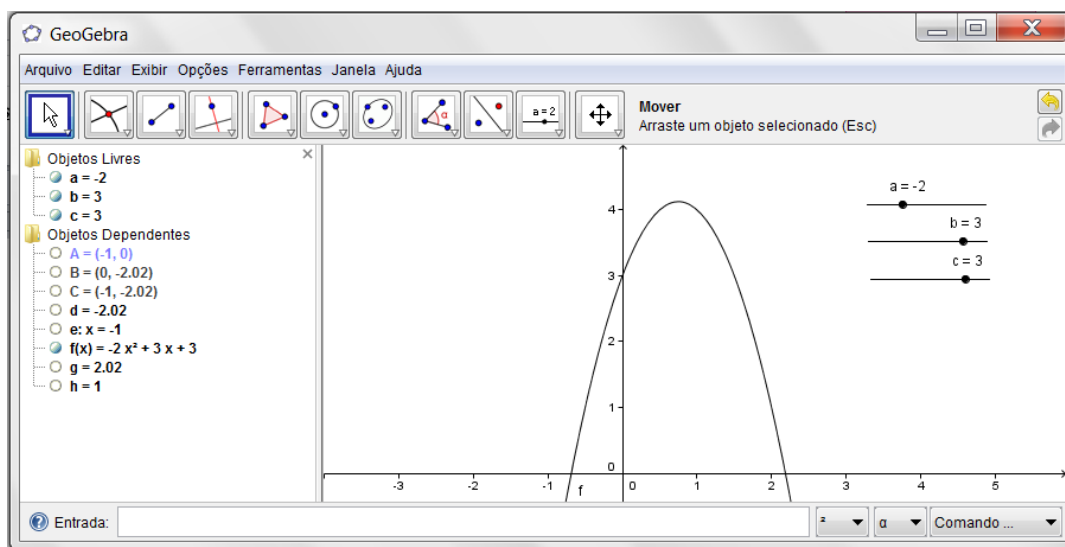


Figura 27 – variação do sinal do parâmetro b ($b > 0$)

Momento de reflexão

Atente para uma propriedade importante. Tente completar as frases seguintes:

- Se $b > 0$, a parábola intersecta o eixo Y com sua parte _____ (crescente ou decrescente?)
- Se $b < 0$, a parábola intersecta o eixo Y com sua parte _____ (crescente ou decrescente?)
- Se $b = 0$, a parábola intersecta o eixo Y em um ponto, que será chamado de vértice da parábola.

Observação importante: Guarde o significado do sinal do parâmetro “b”. Ele será importante.

A atividade 3 – “Significado do parâmetro ‘b’ para o gráfico da função quadrática” teve como objetivo descobrir o significado do parâmetro “b” para o gráfico da função quadrática, realizada no dia 10 de dezembro de 2013, pela parte da manhã, perfazendo um total de 2h/a.

Nessa atividade, houve uma certa confusão quanto ao parâmetro “b” em relação ao parâmetro “a”. Mas depois das devidas explicações, as dúvidas foram sanadas e eles puderam observar que o sinal de b determina o ramo da parábola (crescente ou decrescente) onde corta o eixo Y.

4.2.4 Relação entre o parâmetro “c” e o local onde a parábola intersecta o eixo Y

Atividade 4: “Relação entre o parâmetro “c” e o local onde a parábola intersecta o eixo Y”
Objetivo Geral: Relacionar entre o parâmetro “c” e o local onde a parábola intersecta o eixo Y”
Roteiro: <ol style="list-style-type: none">1. Ativar a ferramenta INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS2. Marcar a interseção da parábola3. Clicar sobre os dois objetos4. Ativar a opção MOVER5. Clicar com o botão direito sobre o ponto D6. Selecionar a opções PROPRIEDADES7. Mudar o estilo do rótulo8. Alterar para NOME & VALOR9. Clicar em FECHAR10. Apertar a tecla ESC11. Modificar o valor do parâmetro “c” no seletor12. Observar a ordenada do ponto D13. Dizer qual é a relação com o valor do parâmetro “c”.

Preparação:

- Dar-se-á continuidade usando a construção do gráfico feito anteriormente. Caso tenha fechado, abra o arquivo novamente.

Processo de construção

Ative a ferramenta INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS (janela 2) e marque interseção da parábola (gráfico da função) com o eixo Y, clicando sobre os dois objetos. O ponto será rotulado automaticamente de D.

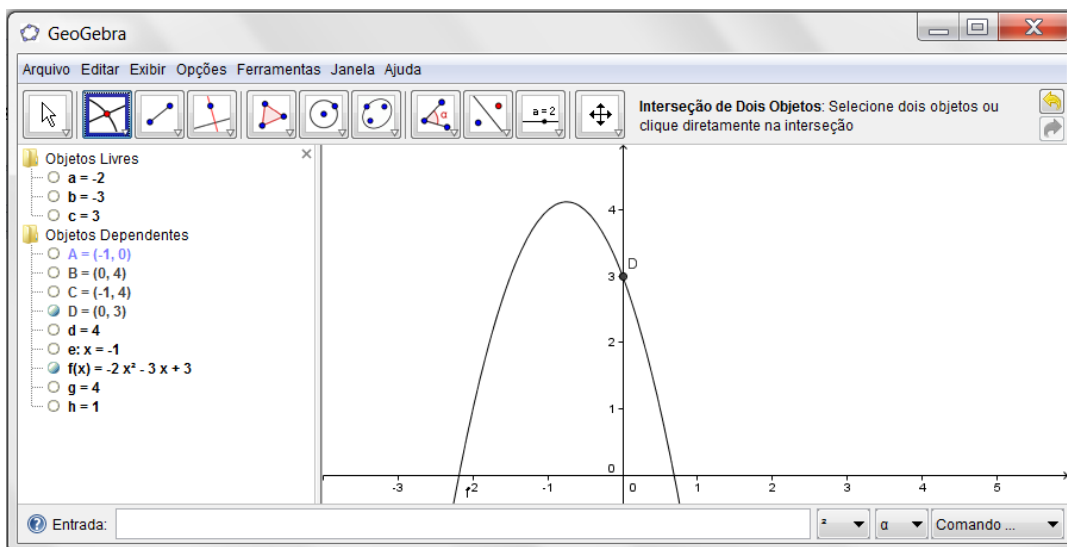


Figura 28 – interseção de dois objetos

Ative a opção MOVER (janela 1) e clique com botão direito sobre o ponto D. Selecione a opção PROPRIEDADES.

Na janela que aparecerá, na guia BÁSICO, mude o estilo do rótulo, alterando para NOME & VALOR e clique em FECHAR .

Feito isso, aperte a tecla ESC e modifique o valor do parâmetro “c” no seletor. Tente relacionar o valor de “c” e o local onde o gráfico intersecta o eixo Y. Observe a ordenada do ponto D (isto é, $y(D)$) e diga qual é a relação com o valor do parâmetro “c”.

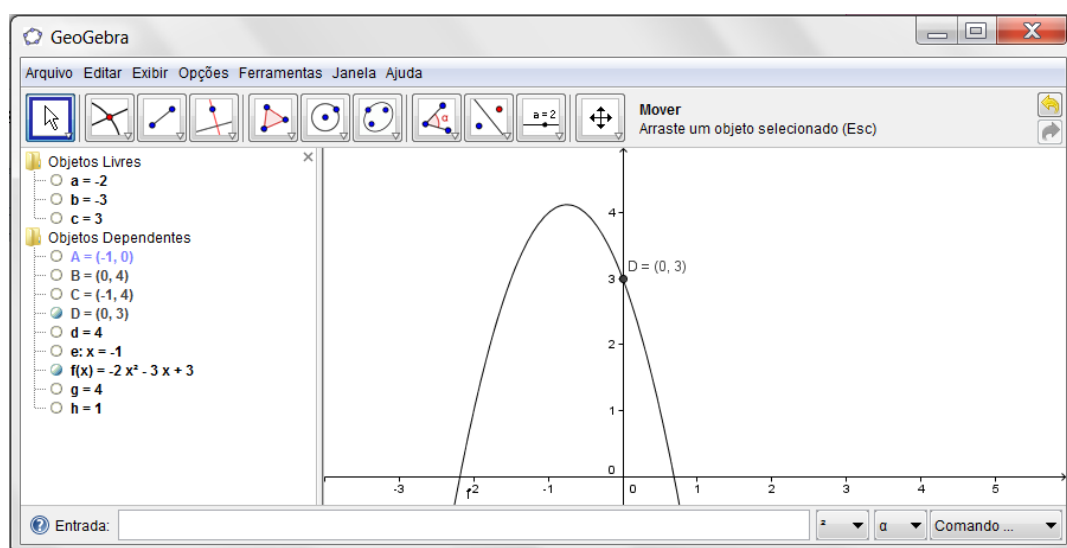
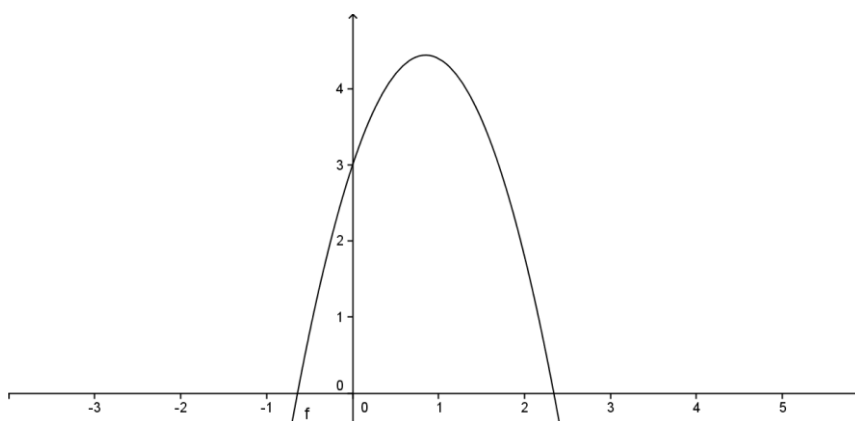


Figura 29 – parâmetro c

Momento de reflexão

- 1) O ponto D tem duas coordenadas. Quais são as coordenadas do ponto D? Você consegue estabelecer uma relação entre a ordenada do ponto D e o parâmetro “c” da função?
- 2) Altere o valor de “a” para -2, “b” para -5 e “c” para 4. Escreva a equação da nova função? Quais são as coordenadas do ponto D?
- 3) Considere a função cujo gráfico é apresentado a seguir. Qual é o sinal dos parâmetros “a”, “b”, e “c”?



- O valor de “a” é (positivo ou negativo?) _____
- O valor de “b” é (positivo ou negativo?) _____
- O valor de “c” é (positivo ou negativo?) _____

A atividade 4 – “Relação entre o parâmetro ‘c’ e o local onde a parábola intersecta o eixo Y” teve como objetivo relacionar o parâmetro “c” e o local onde a parábola intersecta o eixo Y, realizada no dia 10 de dezembro de 2013, perfazendo um total de 2 h/a.

Esta atividade foi, na verdade, uma continuação da atividade 3 referente ao parâmetro “c”, na qual os alunos puderam perceber a relação modificando o valor do parâmetro “c” no seletor, a relação entre “c” e o local onde o gráfico intersecta o eixo Y.

4.2.5 Raízes ou zeros da função Quadrática

Atividade 5: Raízes ou zeros da função quadrática
Objetivo Geral: Descobrir as raízes ou zeros da função quadrática
Roteiro:

1. Ativar a ferramenta INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS
2. Marcar a interseção da parábola com o eixo X
3. Clicar sobre os dois objetos
4. Alterar o coeficiente “c” para a parábola intersectar o eixo das abscissas
5. Ativar a opção MOVER
6. Clicar com o botão direito sobre o ponto E
7. Selecionar a opções PROPRIEDADES
8. Abrir uma nova janela
9. Mudar o estilo do rótulo
10. Alterar para NOME & VALOR
11. Selecionar o ponto F
12. Escrever a equação da nova função e os zeros da função

Preparação:

- Dar-se-á continuidade usando a construção do gráfico que fizemos anteriormente. Caso tenha fechado, abra o arquivo novamente.

Referencial teórico

O zero de uma função $y = f(x)$ é um número x_0 que faz com que $f(x_0) = 0$. Do ponto de vista gráfico, este ponto $(x_0, 0)$ é o local onde o gráfico da função f intersecta o eixo X.

Processo de construção

Ative a ferramenta INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS (janela 2) e marque interseção da parábola (gráfico da função) com o eixo X, clicando sobre os dois objetos. Os pontos serão rotulados automaticamente de E e F.

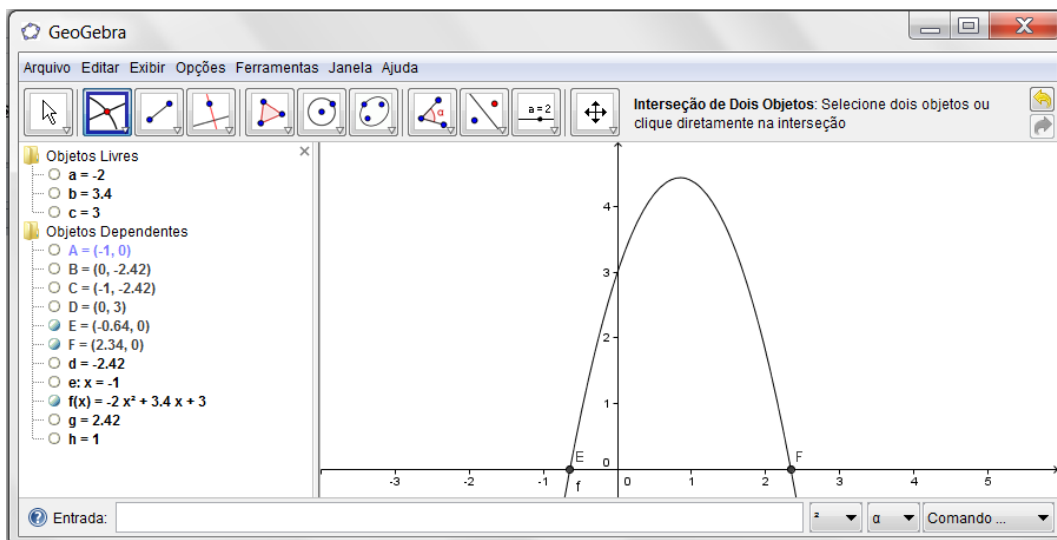


Figura 30 – interseção da parábola com o eixo X

Observação: Caso sua parábola não esteja intersectando o eixo X, altere o coeficiente “c”, até que a parábola intersecte.

Ative a opção MOVER (janela 1) e clique como botão direito sobre o ponto E. Selecione PROPRIEDADES. Abrirá uma nova janela. Na guia BÁSICO, mude o estilo do rótulo, alterando para NOME & VALOR. Faça o mesmo para F. Para isso, basta selecionar o ponto F, na coluna da esquerda.

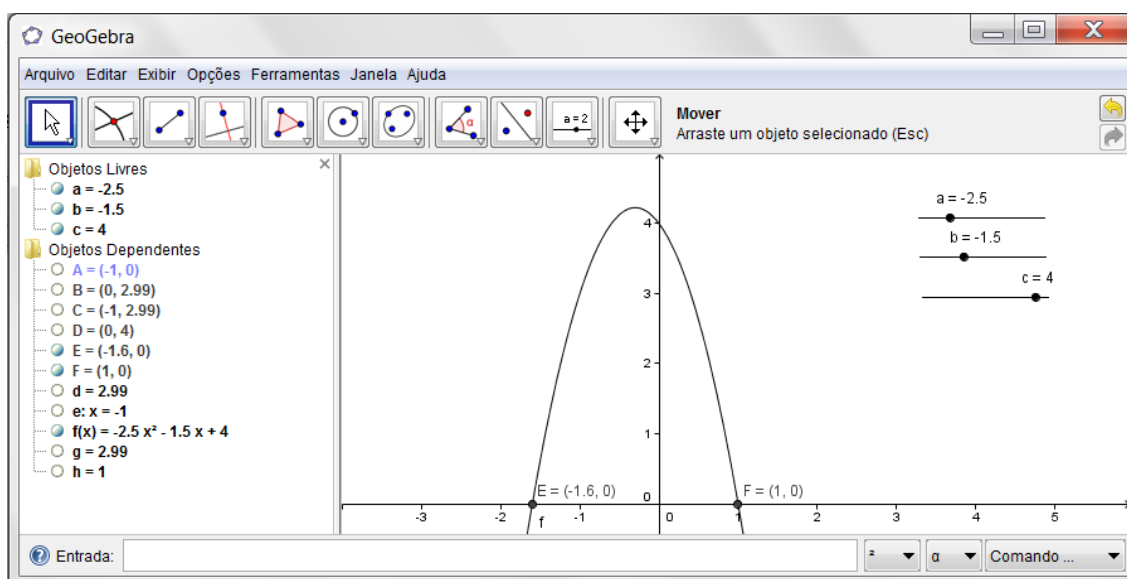


Figura 31 – interseção de objetos com nome e valor

Momento de reflexão

- 1) Os pontos **E** e **F** têm (cada um) duas coordenadas. Quais são as coordenadas dos pontos **E** e **F** ? As abscissas dos pontos são chamadas de zeros da função. Altere os valores de “**a**”, “**b**” e “**c**” nos seletores. Altere o valor de “**a**” para 1, “**b**” para 3 e “**c**” para 2. Escreva a equação da nova função. Quais são os zeros da função?
- 2) Altere o valor de “**b**” para -3 . Escreva a equação da nova função. Quais são os zeros da função?

4.2.6 Relação entre o sinal de Δ e o número de raízes da função quadrática

Atividade 6: Relação entre o sinal de Δ e o número de raízes da função quadrática

Objetivo Geral: Relacionar entre o sinal de Δ e o número de raízes da função quadrática

Roteiro:

1. Digitar e pressionar ENTER
2. Definir uma variável “delta”
3. Clicar o botão direito do mouse sobre o “delta”.
4. Selecionar “Renomear”
5. Procurar na barra de rolagem o símbolo Δ .
6. Clicar ok.
7. Ativar a ferramenta INSERIR TEXTO.
8. Ativar a caixa FÓRMULA LaTeX.
9. Clicar ok.
10. Movimentar os seletores de “a”, “b” e “c” na tela.
11. Observar o valor de Δ e o gráfico.
12. Relacionar a existência ou não de raízes com sinal de delta.

Processo de construção

No CAMPO DE ENTRADA digite $\text{delta} = b^2 - 4 * a * c$ e pressione ENTER. Com isso, define-se uma variável “delta” que representa o valor numérico da expressão $b^2 - 4ac$. Observe se “delta =...” aparece na janela de Álgebra.

O “delta” calculado é chamado de discriminante da função quadrática e o representamos pela letra grega Δ . Pode-se alterar na janela de Álgebra o “delta” para Δ . Para isso, clique com o botão direito do mouse sobre o “delta” que está na janela de Álgebra. Selecione “Renomear”. Na janela que se abrirá, procure na barra de rolagem o Δ . Depois clique em OK.

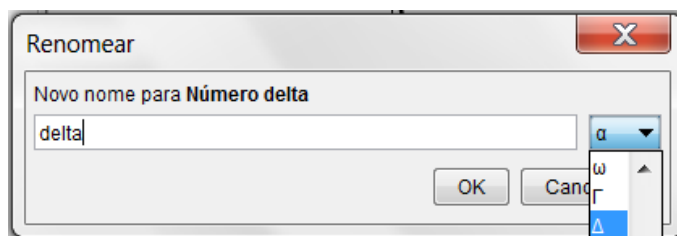


Figura 32 – renomeando delta Δ

Janela de Álgebra com o símbolo Δ .

- e: $x = 2.62$
- $f(x) = x^2 - 4x + 3$
- $g = 0.62$
- $h = 2.62$
- $\Delta = 4$

OBSERVAÇÃO: Além do que fez acima, opcionalmente, você pode criar um texto dinâmico que mostre o valor de Δ . Para isso, ative a ferramenta INSERIR TEXTO (Janela 10) e clique onde quer que o texto apareça. Na janela que aparecerá, escreva:

“\Delta=”+(b^2-4*a*c)

Ative a caixa FÓRMULA LaTeX e clique em OK.

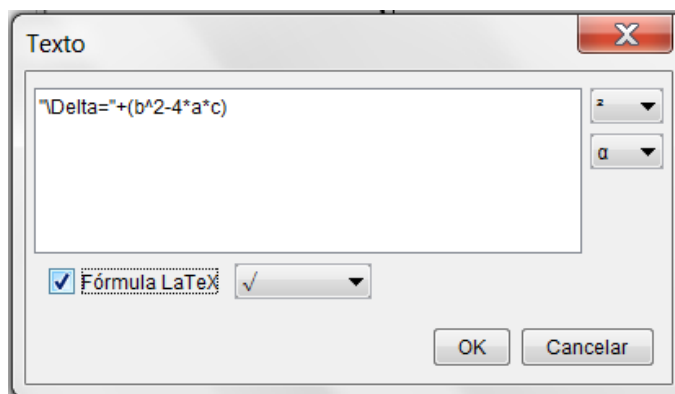


Figura 33 – fórmula LaTeX

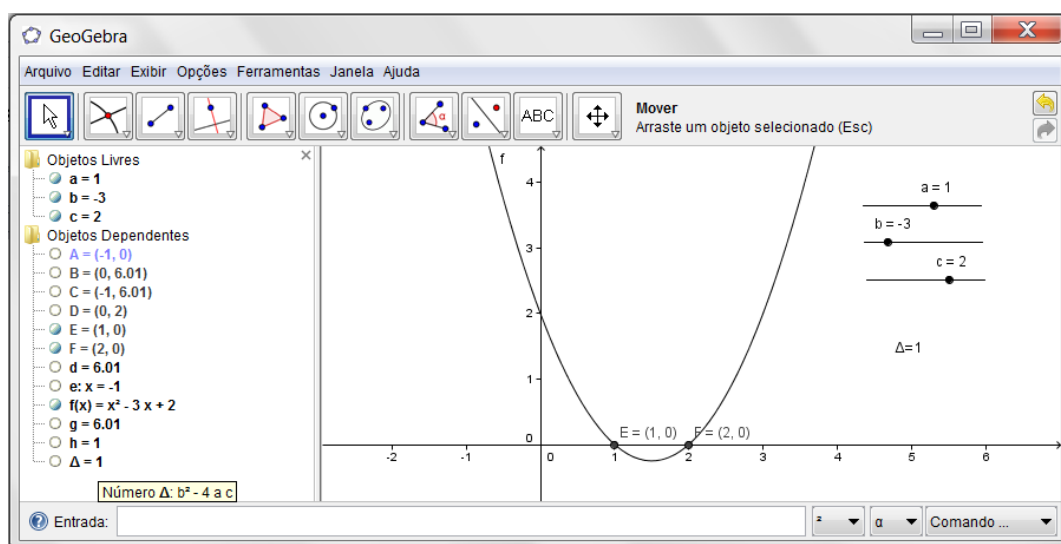


Figura 34 – exibindo o delta na tela

Movimente (devagar) os seletores de “a”, “b” e “c” que estão na tela. Observe o valor de Δ e o gráfico. Tente relacionar a existência ou não de raízes com o sinal de Δ .

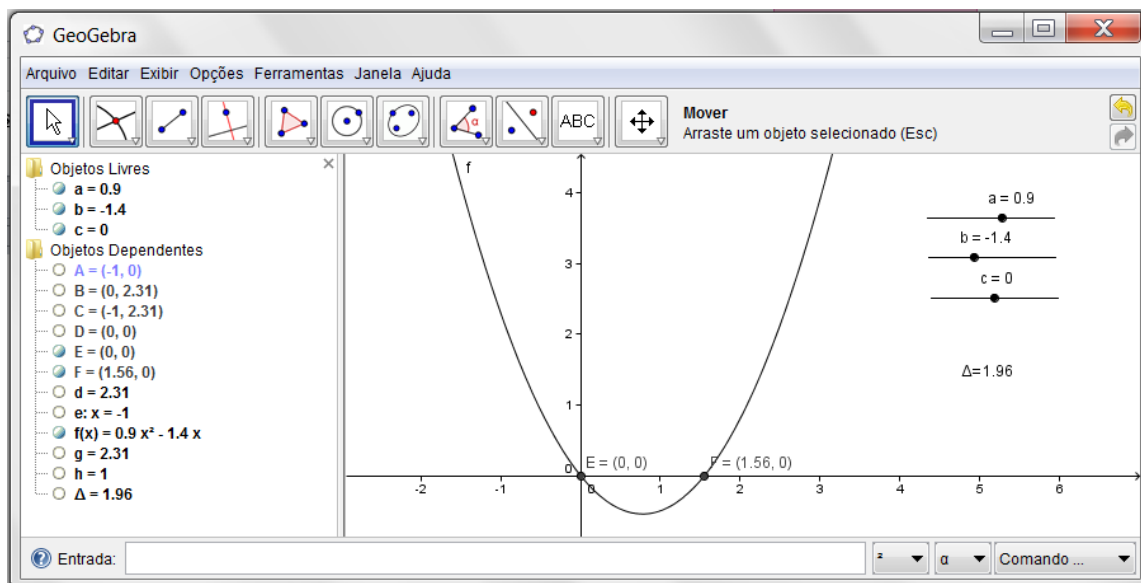


Figura 35 – variação do sinal de Δ ($\Delta > 0$)

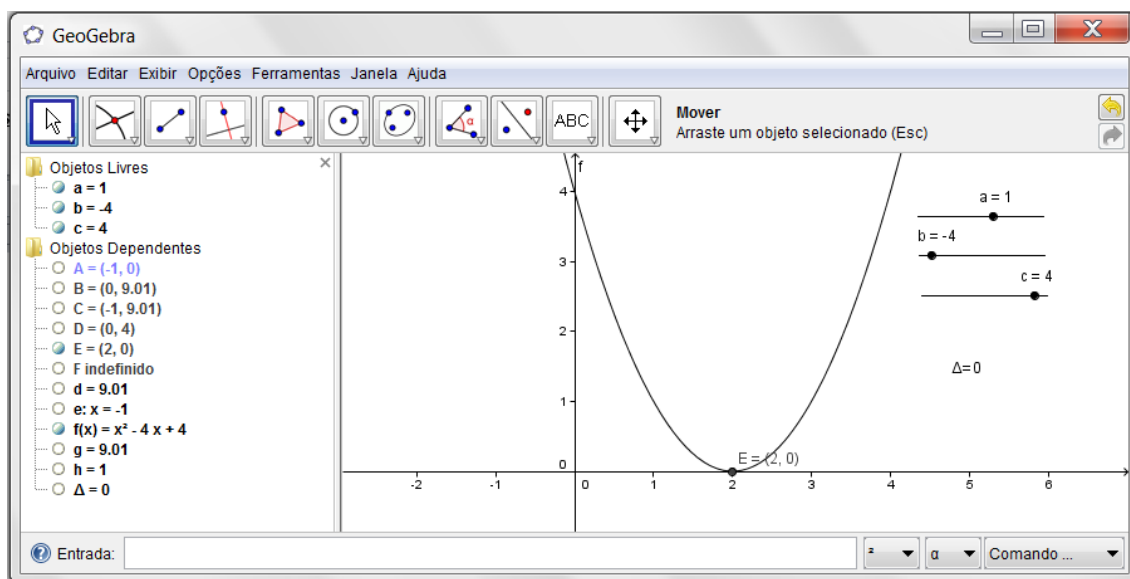


Figura 36 – variação do sinal de Δ ($\Delta = 0$)

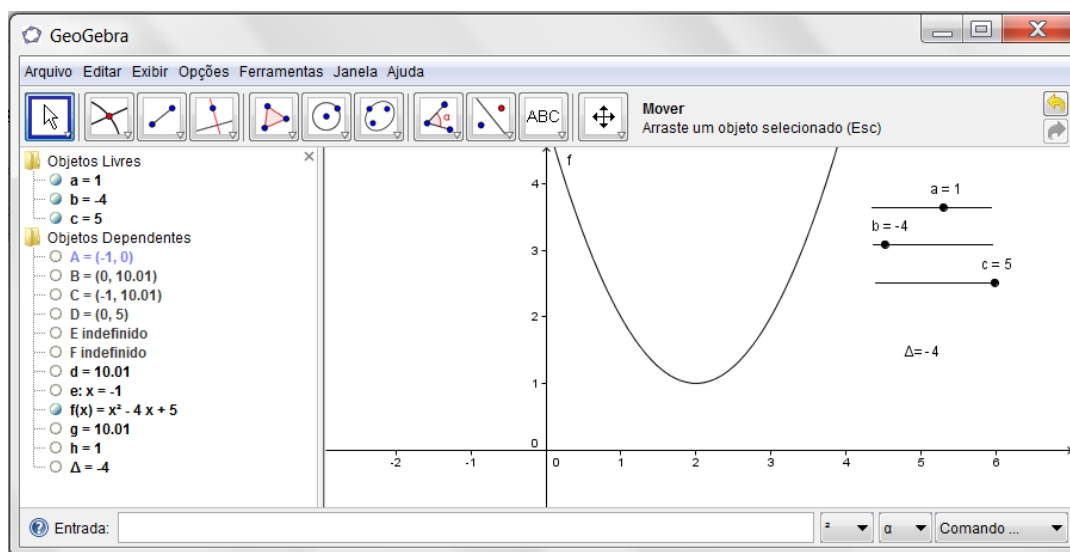


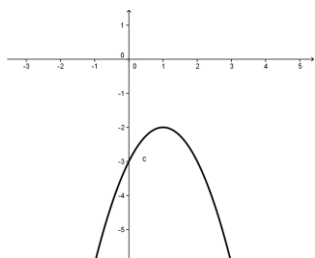
Figura 37 – variação do sinal de Δ ($\Delta < 0$)

Momento de reflexão

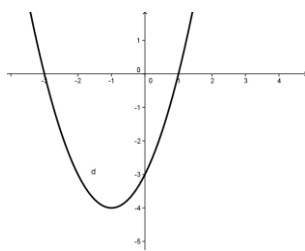
- 1) Altere o valor de “a”, “b” ou “c” de forma que o gráfico intersecte o eixo X. Observe o valor de Δ . Qual o sinal dele? Altere o valor de “a”, “b” ou “c” de forma que o Δ fique igual a 0 (por exemplo: $a = 1, b = -2$ e $c = 1$ ou $a = 4, b = -4$ e $c = 1$). O que acontece com o gráfico? E os zeros da função?
- 2) Altere de forma que o Δ fique negativo (por exemplo: $a = 4, b = -4$ e $c = 2$). O que acontece com o gráfico? E os zeros da função? Quantos são?
- 3) Altere de forma que o Δ fique positivo (por exemplo: $a = 1, b = -4$ e $c = 3$). O que acontece com o gráfico? E os zeros da função? Quantos são?
- 4) Relacione a primeira coluna com a segunda:

(1) Se $\Delta > 0$ (positivo), então	<input type="checkbox"/> O gráfico não intersecta o eixo X
(2) Se $\Delta < 0$ (negativo), então	<input type="checkbox"/> O gráfico toca uma única vez o eixo X
(2) Se $\Delta = 0$ (nulo), então	<input type="checkbox"/> O gráfico intersecta o eixo X em dois lugares distintos
- 5) Levando em consideração os coeficientes “a”, “b” e “c” e o discriminante Δ , qual dos gráficos a seguir representa a função $y = 2x^2 - 5x - 3$?

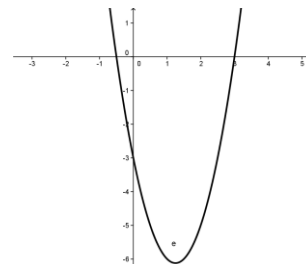
a)



b)



c)



Tente justificar sua solução, ou seja, se não escolheu, por exemplo, o primeiro gráfico, diga por quê. Faça o mesmo com o outro gráfico que não escolheu.

A atividade 5 – “Raízes ou zeros da função quadrática” e a atividade 6- “Relação entre o sinal de Δ e o número de raízes da função quadrática” tiveram como objetivos relacionar as raízes ou zeros da função quadrática e entre o sinal de Δ . Vale ressaltar que essas duas atividades foram realizadas de forma conjunta, na tarde de 13 de dezembro de 2013, totalizando 4h/a.

É importante evidenciar que na atividade 5, constatou-se que a interseção da parábola com o eixo x , dá as raízes reais da função quadrática (quando existirem).

Já na atividade 6, depois de criarem a variável Δ (delta), modificarem os valores dos coeficientes a , b e c e observarem a parábola, os alunos foram questionados sobre o que ocorria quando o delta era positivo, negativo ou nulo.

4.2.7 Vértice da Parábola

Atividade 7: Vértice da parábola
Objetivo Geral: Identificar o vértice da parábola na função quadrática

Roteiro:

1. Digitar a expressão: $X_v = -b/(2*a)$
2. Pressionar ENTER
3. Digitar a expressão: $Y_v = -\Delta/(4*a)$
4. Pressionar ENTER
5. Observar o símbolo Δ na segunda barra de rolagem do CAMPO DE ENTRADA.
6. Digitar: $V=(X_v, Y_v)$
7. Digitar $x=X_v$
8. Ativar a opção MOVER.
9. Clicar o botão direito sobre o ponto V
10. Selecionar PROPRIEDADES → BÁSICO
11. Mudar o estilo do rótulo
12. Alterar para NOME & VALOR
13. Clicar em FECHAR.

Dar-se-á continuidade usando a construção do gráfico feito anteriormente. Caso o tenha fechado, abra o arquivo novamente.

Referencial Teórico: definimos por vértice da parábola o ponto onde a função atinge seu valor máximo ou mínimo se esta for côncava ou convexa, respectivamente.

Processo de construção

No CAMPO DE ENTRADA, digite a seguinte expressão: $X_v = -b/(2*a)$.
Depois de digitado, pressione “ENTER”.

No CAMPO DE ENTRADA, digite a seguinte expressão: $Y_v = -\Delta/(4*a)$.
Depois de digitado, pressione “ENTER”.

Observe que o símbolo Δ está na segunda barra de rolagem do CAMPO DE ENTRADA.

No CAMPO DE ENTRADA, digite $V = (X_v, Y_v)$. O ponto V que aparecerá na parábola é chamado de vértice.

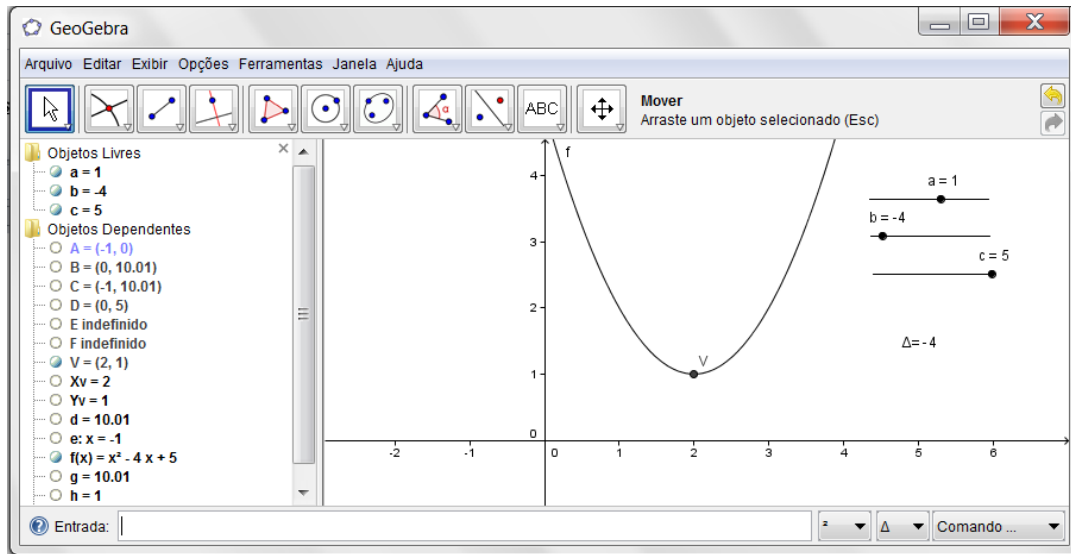


Figura 38 – vértice da parábola

No CAMPO DE ENTRADA digite: $x=X_v$. Uma reta vertical aparecerá. Esta reta é chamada de eixo de simetria.

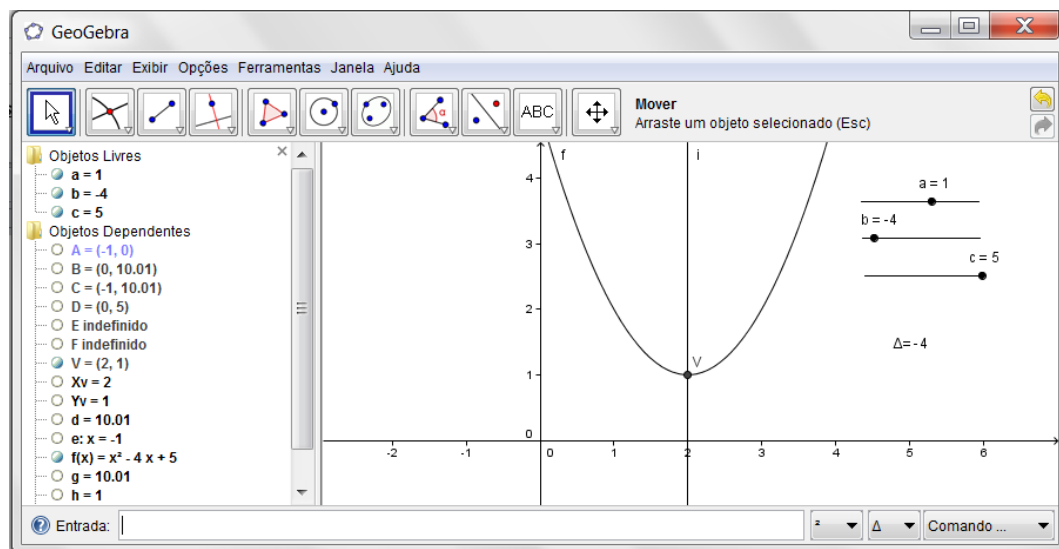


Figura 39 – Eixo de simetria

Ative a opção MOVER (janela 1) e clique com o botão direito sobre o ponto V. Selecione PROPRIEDADES, depois BÁSICO e mude o estilo do rótulo, alterando para NOME & VALOR e clique em FECHAR.

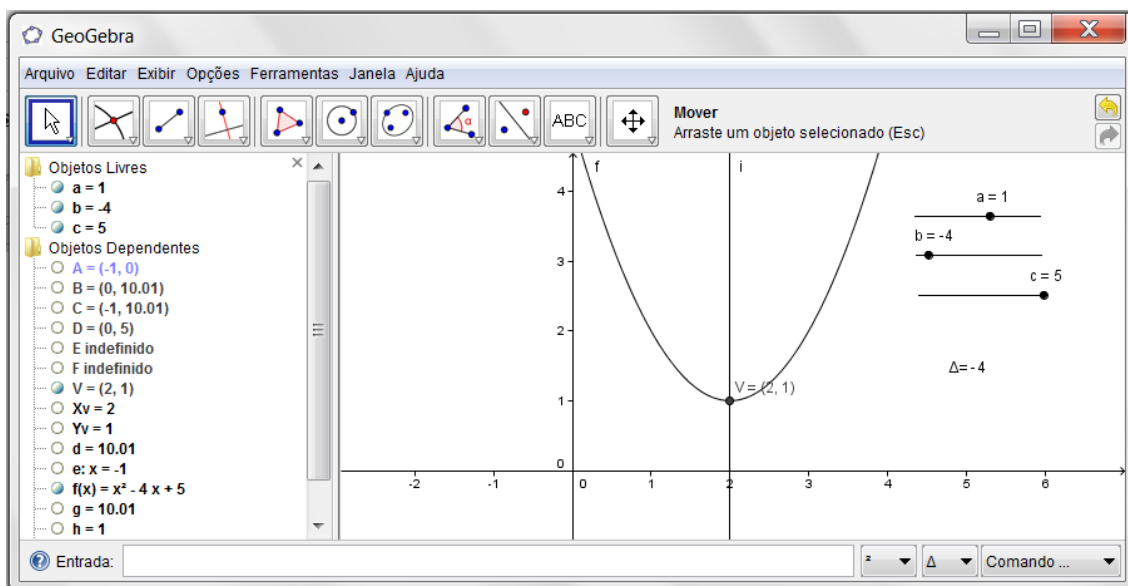


Figura 40 – eixo de simetria com nome e valor

Momento de reflexão

Altere o valor de “a”, “b” e “c”.

O ponto V será ponto de mínimo se _____ ($a > 0$ ou $a < 0$)?

O ponto V será ponto de máximo se _____ ($a > 0$ ou $a < 0$)?

A atividade 7 – “Vértice da Parábola”, que tinha como objetivo identificar o vértice da parábola, não foi realizada na prática com alunos em decorrência dos jogos internos da escola.

Mas em substituição a essa atividade, os alunos responderam a um questionário sobre as vantagens e desvantagem do GeoGebra, no ensino da função quadrática, sobre o assunto estudado, e os resultados superaram todas as expectativas. Com isso, acredita-se que os objetivos foram alcançados, as questões norteadoras respondidas, tornando-se gratificante um ensino-aprendizagem diferenciado e de qualidade, pela primeira vez realizado com os alunos do 1º ano do Ensino Médio.

4.3 RESULTADOS APRESENTADOS

A proposta maior deste estudo foi a de oferecer aos professores de Matemática uma aplicabilidade didático-metodológica do GeoGebra no ensino-aprendizagem da Função Quadrática com alunos do 1º ano do Ensino Médio. A sua articulação se deu no período de 02 a 13 de dezembro de 2013, na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Pedro Álvares Cabral”, especificamente no Laboratório de Informática, com a utilização de notebooks.

Antes de descrever as atividades com a aplicação do GeoGebra na prática de sala de aula, é importante ressaltar que foi escolhido o período de 02 a 13 de dezembro de 2013 em decorrência de uma série de transtornos na própria rede estadual de ensino, principalmente porque, antes desse período, passou-se por uma séria greve, em nível de Pará, deflagrada pelos profissionais da educação; e, depois desse período a escola passou a realizar os seus jogos internos. Tudo isso foi complicado, ao se trabalhar com alunos vindos de uma recente greve, e ter que participar, logo em seguida, dos referidos jogos. Mas, mesmo assim, conseguiu-se alcançar os objetivos propostos, graças ao empenho e boa vontade dos alunos em prol de um ensino-aprendizagem diferenciado em benefício deles mesmos.

Nesse estudo, foi necessário realizar, primeiramente, uma explanação a respeito dos pressupostos teóricos sobre os principais requisitos, situações e dimensões por que passa a Função Quadrática, em detrimento das novas tecnologias voltadas para o Ensino Médio.

Trabalhando com o GeoGebra na prática de sala de aula, ficou mais fácil e mais rápido analisar os parâmetros a , b e c da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo que a maior dificuldade apresentada pelos alunos se deu logo no início, pois os alunos não conheciam a ferramenta software GeoGebra. Depois de conhecê-la e aprender a manuseá-la, os alunos passaram a fazer as atividades propostas com mais segurança e determinação, mais especificamente em se tratando das relações existentes entre os coeficientes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ e o seu gráfico.

Com explicações mais detalhadas, o parâmetro a , que determina a concavidade da parábola, foi mais simples de ser notado pelos alunos, onde 100% deles perceberam a relação existente entre o sinal (positivo ou negativo) e a concavidade (voltada para cima ou para baixo).

Dando continuidade aos aplicativos, o parâmetro “ b ” foi o que deu mais trabalho. E no momento da realização da atividade, eles conseguiram perceber que $b > 0$ significava a interseção do ramo da parábola com o eixo OY na sua parte crescente e $b < 0$ na parte decrescente. Mas quando foi dado um gráfico para analisar os sinais dos coeficientes “ a ”, “ b ” e “ c ”, houve certa confusão quanto aos sinais de “ b ”, pois os alunos achavam que se a concavidade fosse para cima b seria positivo, mas a dúvida foi sanada com novas atividades e suas respectivas aplicabilidades. Já o parâmetro “ c ” foi simples de observar, já que se tratava da interseção da parábola com o eixo das ordenadas OY.

A partir desses aplicativos, percebeu-se a importância da formalização do conteúdo, definição da função e dos conceitos precisos de raízes, concavidade, máximos e mínimos, domínio e imagem. Os aplicativos serviam para desencadear as ideias de função, como uma forma de dar significado, não só prático, mas também real ao estudo da função quadrática. Além disso, foi possível perceber o quanto é necessário e importante o professor de Matemática detectar nos seus alunos o elevado grau de desempenho, competências e habilidades para a desenvoltura de exercícios matemáticos.

Um dado interessante registrado foi que, através de relatos dos próprios alunos, o uso de novas tecnologias no ensino de Matemática gerou um resultado bastante significativo, principalmente para aqueles que sentem dificuldades em repassar para o papel, como se pode comprovar nos depoimentos dos alunos:

Depoimento da aluna “ x ”

“O assunto, acho que deu pra todos entenderem. As explicações que o professor dava pra gente são boas. Se todos colaborarem, dá pra todos entenderem melhor o assunto e, sobre os gráficos, desenhar eles manualmente é um pouco complicado porque a gente não desenha muito bem e não sai correto. No computador sai melhor porque já vai direto e fica bem mais fácil a gente entender”

Depoimento do aluno “y”

“Achei interessante a concavidade da parábola, pois quando mudava o sinal de “a” a concavidade ficava pra cima se fosse positivo e pra baixo quando era negativo e no computador é mais fácil e dá pra gente entender bem melhor e isso vale muito pra gente”

Diante desses depoimentos, acredita-se que o uso das novas tecnologias, de forma planejada e adequada, desperta nos alunos a curiosidade e favorece a investigação e, conseqüentemente, a aprendizagem de conceitos matemáticos, como assegura Oliveira (2009), nas possibilidades oferecidas pelas tecnologias.



Figura 41 – Alunos realizando a atividade no GeoGebra

Fazendo parte de uma prática pedagógica inovadora, esse trabalho desenvolvido com os alunos do Ensino Médio, além de prazeroso para professor e alunos, possibilitou e proporcionou uma série de situações extremamente favoráveis ao aprendizado, tais como: o trabalho em grupo, como podemos observar na figura 42, a divisão de tarefas, o surgimento de dúvidas e os desafios desencadeados pelo processo de busca e descoberta do novo, do prático e do tecnológico, além da necessidade de se resgatar

conteúdos e ferramentas indispensáveis ao cotidiano e aos aprendizados futuros.



Figura 42 – Alunos respondendo ao questionário

Sem deixar de lado as aulas tradicionais, o uso do GeoGebra, certamente, ajuda a compreender melhor o ensino da função quadrática e, com base nesse estudo, foi possível perceber que a apropriação dos conceitos se deu de forma natural e com questionamentos apropriados em torno dos conteúdos. Com isso, o amadurecimento das ideias por parte dos alunos, o comprometimento e o envolvimento com os trabalhos, além da curiosidade despertada pelas atividades e pelos conteúdos, além da clara e evidente melhora do comportamento durante essas aulas ratificam o alcance dos objetos dessa abordagem temática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No contexto atual da educação escolar, o desafio do ensino de Matemática requer um compromisso muito sério por parte de todos aqueles que integram a escola e a comunidade escolar como um todo, em se tratando de novas possibilidades de ensinar e aprender. Essas novas possibilidades vêm despertando o interesse de professores e alunos por novas perspectivas em educação matemática, de amplas pesquisas e pela necessidade da escola atualizar-se para não perder a sua atratividade e importância no processo de construção do conhecimento.

Em se observando a participação dos alunos do 1º ano do Ensino Médio da Escola Estadual “Pedro Álvares Cabral” nas atividades desenvolvidas, chegou-se a perceber e a acreditar que o comprometimento de cada um deles com o estudo foi maior e mais significativo uma vez que eles conseguiram aprender por meio da pesquisa, operações variadas, produção e análise de gráficos, bem como o estudo de suas funções e aplicabilidades, que o ensino-aprendizagem da função quadrática se torna mais prazeroso a partir do momento em que se relaciona com o dia-a-dia e com situações concretas.

No momento da realização das atividades, ficou claro que o interesse dos alunos é bem maior quando estes são chamados a participar na construção de seus próprios conhecimentos e isto acontece quando se parte de um assunto interessante e instigante que faça parte de seu cotidiano e por meio do mesmo os conceitos são construídos. Além disso, foi possível perceber que o conhecimento em construção desafia a escola a aliar as suas atividades inovadoras com a educação, de forma a utilizá-las dentro de suas condições e limitações, no sentido de melhorar o ensino-aprendizagem.

Outro ponto que ficou marcado e que despertou o real interesse dos alunos foi o acesso ao Laboratório de Informática, com a utilização das novas tecnologias: Computadores, notebooks e softwares. Verificou-se que, apesar da mídia colocar o computador como uma das ferramentas mais utilizadas, e que as escolas estaduais dispõem dessas ferramentas disponibilizadas pelo Governo do Estado, muitos dos alunos da referida instituição nunca tinham

utilizado e alguns se mostraram receosos na sua utilização, quando questionados sobre a metodologia utilizada, opinaram ser válida porque a construção do conhecimento acontece de forma coletiva e gradativa.

Por meio das atividades inovadoras, foi possível dialogar com as experiências e avaliar o processo de aprendizagem dos alunos. Nesse desafio de ensinar e aprender, ficou claro e evidente que não se deve esquecer das diretrizes que fixam a inserção das ferramentas tecnológicas na educação, do ensino articulado por meio de projetos, da elaboração e seleção do currículo para um sistema educativo informatizado e para os professores e, principalmente, da organização da escola para o sucesso dos alunos.

Com base nos resultados obtidos, atrelados à execução das atividades direcionadas ao uso do GeoGebra no Ensino de Função Quadrática, verificou-se que a aprendizagem foi mais eficaz com aqueles alunos que já dominavam as ferramentas tecnológicas, apresentando rendimentos expressivos. Além disso, verificou-se, também, que os rendimentos expressivos apresentados foram possíveis pelo fato dos alunos estarem comprometidos com as atividades diferenciadas, uma vez que estas atividades despertaram o interesse de cada um deles.

Para minimizar os riscos no uso do GeoGebra, direcionado ao ensino da Função Quadrática, o planejamento das aulas deve ser realizado com a maior cautela possível, para que o professor não perca o controle e a dinâmica das aulas, no sentido de nortear as ações dos alunos na realização das atividades propostas. Nesse aspecto, é necessário e importante contar com o apoio da equipe pedagógica da escola junto aos responsáveis pela manutenção dos laboratórios de informática, deixando, sempre que solicitados, o ambiente informatizado disponibilizado para a utilização de outras turmas.

O uso dos recursos informatizados no estudo de caso, não dependeu apenas da vontade do professor, mas principalmente de sua capacitação e disponibilidade de tempo para elaboração das atividades, para que os alunos fizessem parte de um processo de ensino–aprendizagem explorado pelos recursos disponíveis. Isso é importante porque garante, promove e incentiva a formação continuada dos professores, condições dignas de trabalho e de um

salário compatível com a sua qualificação, permitindo a esses profissionais se dedicar ainda mais à sua tarefa de educar.

Sabe-se que o crescimento no ensino da Matemática só é possível por meio de desafios. Por isso que a proposta maior deste trabalho foi a de contribuir com o professor dessa disciplina, no sentido de se resgatar o interesse dos alunos pelo ensino-aprendizagem da Matemática, por meio de propostas e alternativas para a prática educativa, fazendo com que o aluno perceba a importância dos conteúdos matemáticos dentro do seu contexto e a percepção que o mesmo deve ter na contribuição de entendimento desse ensino em uma nova dimensão que se está propondo.

Tem-se a certeza de que é possível ter perspectivas inovadoras no ensino da Matemática, principalmente quando se está apoiado em experiências agradáveis, capazes de favorecer o desenvolvimento de atitudes positivas que, por sua vez, conduzirão, a uma melhor aprendizagem e ao gosto pela matemática do cotidiano. Daí se ter a certeza de que este trabalho possa contribuir para a inserção de ferramentas computacionais nas aulas de Matemática, para que o ensino-aprendizagem se efetive com qualidade.

O presente estudo revelou que o ensino de Matemática se reveste de grande importância, assumindo caráter de urgência face às propostas didático-metodológicas ao contexto do cotidiano de sala de aula. Por isso, o sucesso de qualquer programa educativo está diretamente ligado à participação e reconhecimento por parte dos educadores e apoio da instituição. Uma possível utilização deste trabalho poderá servir também como material didático básico sobre como trabalhar a Matemática de uma outra forma.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, F. J. de. **Aprendendo com projetos**. In: Proinfo – projetos e ambientes inovadores. Brasília, MEC/SEED, 2000.

ALMEIDA, M. E. **A formação de recursos humanos em informática educativa propicia a mudança de postura do professor?** In: VALENTE, J. A. O professor no Ambiente Logo: formação e atuação. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1996.

ANTUNES, C. **Manual de técnicas e dinâmica de Grupo de sensibilização de ludopedagogia**. Petrópolis: Vozes, 2000.

ARAÚJO, L. C. L. de; NÓBRIGA, J. C. C. **Aprendendo Matemática com o GeoGebra**. São Paulo: Editora Exato, 2010.

BECKER, J. **Metodologia de Pesquisa**. Manual do Curso de Telemarketing e Vendas CEDAEM – Centro de Desenvolvimento Acadêmico e Empresarial, 2003.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio**. MEC, INEP: Brasília, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais+ – Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. MEC, INEP: Brasília, 2002.

BOGDAN, R. & BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**. Porto Editora, 1994.

BOSQUILHA, A.; CORRÊA, M.; VIVEIRO, T. **Minimanual Compacto de Matemática: Ensino Médio – Teoria e Prática**. 2. ed. São Paulo, SP: Rideel, 2003.

DANTE, L. R. **Matemática: Contexto e Aplicações**. São Paulo: Ática, 2010.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários para a prática educativa**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998.

MELO, A. L. C. D. & SILVA, G. S. C., **Utilização do Software GeoGebra como ferramenta auxiliar ao estudo das funções quadráticas no ensino fundamental e médio**. GT5 – Educação, Comunicação e Tecnologias. SE: Instituto Federal de Sergipe, 2011.

MORAN, J. E. **A educação que desejamos novos desafios e como chegar lá**. Campinas: Papyrus, 2007.

MORI, I. **Matemática: ideias e desafios**. 14. ed. reform. São Paulo: Saraiva, 2005.

OLIVEIRA, M. M. de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 2. ed. Petrópolis, RS: Vozes, 2008.

OLIVEIRA, G. P. de. **Transposição didática: aportes teóricos e novas práticas**. In: Writter, Geraldina P. ; FUJIWARA, Ricardo (Orgs.). Ensino de Ciências e Matemática: análise de problemas (no prelo), 2009. Disponível em <http://www.abed.org.br/congresso2009/cd/trabalhos/552009103535.pdf>.
GeoGebra. Manual do Usuário. <http://www.geogebra.at>