UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS

***CAMPUS* UNIVERSITÁRIO DE PALMAS**

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

ALEXANDRE GUSMÃO BRAGA

MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA ABORDAGEM NECESSÁRIA E DIFERENCIADA NO ENSINO MÉDIO

PALMAS - TO

2014

ALEXANDRE GUSMÃO BRAGA

MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA ABORDAGEM NECESSÁRIA E DIFERENCIADA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal do Tocantins, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre – Área de Concentração: Matemática.

Orientador: Prof. Msc. Gilmar Pires Novaes.

PALMAS - TO

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca da Universidade Federal do Tocantins
Campus Universitário de Palmas

B813m Braga, Alexandre Gusmão
Matemática Financeira: Uma Abordagem Necessária e Diferenciada no Ensino Médio / Alexandre Gusmão Braga. – Palmas, 2014.
45f.

Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Tocantins, Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, 2014.
Linha de pesquisa: Matemática.
Orientador: Prof. Msc. Gilmar Pires Novaes.

1. Matemática Financeira. 2. Juros Simples e Compostos. 3. Tabelas. I. Novaes, Gilmar Pires II. Universidade Federal do Tocantins. III. Título.

CDD 513.93

Bibliotecária: Emanuele Santos
CRB-2 / 1309

ALEXANDRE GUSMÃO BRAGA

MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA ABORDAGEM NECESSÁRIA E DIFERENCIADA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal do Tocantins como requisito parcial para obtenção do título de Mestre – Área de Concentração: Matemática.
Orientador: Msc. Gilmar Pires Novaes.

Aprovada em 27/03/2014

BANCA EXAMINADORA

Andrés Barraza

Prof. Dr. Andrés Lázaro Barraza De La Cruz (Presidente-UFT)

Prof. Dr. Salmo Moreira Sidel (UFT)

Prof. Dr. Reginaldo Naves dos Reis (IFTO)

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela minha vida, amor, cuidado, sabedoria, direção e oportunidades.

Aos meus amados pais, Uilton e Maria Antonieta Gusmão Braga, amores da minha vida, exemplos de garra, perseverança, dignidade, caráter e dedicação familiar.

Aos meus queridos filhos Diego, Gabriella e Marianna, doces e suaves milagres de Deus-Pai em minha vida, pela amizade, carinho e força com que me ajudaram a enfrentar e vencer difíceis barreiras ao longo da minha caminhada.

Ao Professor Gilmar pelo incentivo e paciência durante a orientação deste trabalho.

A Valdívia Santos, tia querida, por sempre acreditar na minha capacidade profissional.

Aos meus "sobrinhos" Jarles Noleto, Heliel Teles e Antônio Marcos pela amizade e sinceridade que nos mantém unidos.

RESUMO

Este trabalho apresenta propostas para uma abordagem que permita melhorar os conhecimentos, analisando suas aplicações e pré-requisitos básicos do estudo da Matemática Financeira. Enfatiza-se a importância da aplicação dos conceitos matemáticos na vida das pessoas de modo que a aprendizagem ocorra de maneira prazerosa e não como obrigação, objetivando a formação de alunos críticos, porém participativos, capazes de modificar o meio social em que estão inseridos. A abordagem necessária desta proposta visa ajudar o docente na evolução da prática em sala de aula, bem como a sua metodologia em uso. O desenvolvimento diferenciado de atividades variadas, tais como exercícios, situações-problema e as experiências vivenciadas pelos alunos ajudam a construir uma aprendizagem contextualizada, respeitando a diversidade da sala de aula e visando atingir as competências e habilidades necessárias ao educando do Ensino Médio, de modo que o aluno, que é ou será o adulto de amanhã, não venha a cair em armadilhas comerciais nas ilusões de crédito fácil ou no consumismo exacerbado que é amplamente divulgado e exaltado pelos tipos de mídia existentes, gerando depois uma desilusão e um endividamento por parte das pessoas envolvidas. A escola tem o papel de trabalhar o conhecimento em Matemática Financeira, fazendo relação com os outros conteúdos estudados, mostrando a realidade, a fim de promover o exercício pleno da cidadania, pois seu objetivo não é formar mestres em finanças mais sim despertar e fornecer conhecimentos básicos que ajudem as pessoas a analisar situações financeiras cotidianas, fazendo-as tomar decisões que não lhes causem nenhum prejuízo.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática Financeira. Juros Simples e Compostos. Tabelas.Equação.Interpretação.Antecipação.Consumo

ABSTRACT

This paper presents proposals for an approach to improve knowledge, analyzing its applications and basic prerequisites of the study of Financial Mathematics. Emphasizes the importance of applying mathematical concepts in people's lives so that learning occurs in a pleasant way and not as an obligation, aiming at the formation of critical students, but participatory, capable of modifying the social environment in which they live. The required approach of this proposal aims to help the teacher in the evolution of the practice in the classroom, as well as its methodology in use. The differential development of various activities, such as exercises, problem situations and experiences for students, help build a contextualized learning, respecting the diversity of the classroom and aiming at achieving the competencies and skills necessary to educate high school in so that the student who is or will be the adults of tomorrow will not fall into traps in commercial illusions of easy credit or exacerbated consumerism that is widely publicized and exalted by existing media types after generating disappointment and indebtedness the people involved. The school has the role of working knowledge in Financial Mathematics, making relationships with other content studied, showing the reality in order to promote the full exercise of citizenship, because their goal is not to train teachers in finance rather wake up and provide more knowledge basic that help people analyze everyday financial situations, making them make decisions that will not cause them any harm.

KEYWORDS: Financial Mathematics. Simple and Compound Interest.Tables.Equation.Interpretation.Anticipation.consumption

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A escolha do tema deste trabalho partiu da experiência de 26 anos em sala de aula e da percepção que o aluno e também a maioria dos colegas possui certa dificuldade em interpretar situações onde assuntos ligados a Matemática Financeira estejam presentes. Ao acreditar que o saber matemático é de fundamental importância torna-se imprescindível sua aprendizagem e entendimento para o desenvolvimento e o aprimoramento das populações nos campos social, cultural e econômico. Com o crescimento populacional, as inovações tecnológicas e os constantes debates sobre concentração de renda e inclusão social criam um enorme emaranhado que só com uma efetiva aprendizagem e comprovado conhecimento pode proporcionar o desenvolvimento de habilidades e competências reais nas pessoas, utilizando-se de métodos e técnicas que facilitem o entendimento dos conteúdos matemáticos aplicados.

A responsabilidade de cada membro deste processo (educadores, alunos e comunidade escolar) faz-se necessária no sentido de que todos precisam estar cientes de suas funções no processo ensino-aprendizagem, para que a união de seus esforços resulte em estratégias mais eficazes para a melhoria do desempenho na prática docente.

O educador, respaldado pela comunidade escolar, deve estar sempre preparado, tanto no que diz respeito ao conhecimento dos conteúdos da disciplina que ministra quanto ao desenvolvimento dos métodos, seu correto manuseio, com a finalidade de despertar no educando sua criatividade e raciocínio, para que este assimile o conteúdo como um todo e possa reconhecer sua utilidade prática.

As dificuldades de aprendizagem em Matemática, particularmente no entendimento e na resolução de situações-problema sobre o conteúdo de Matemática Financeira, são alvos de discussões no âmbito educacional. Dessa forma, diversos pesquisadores dessas áreas de ensino (Educação e Educação Matemática) têm se empenhado em analisar os fatos geradores dessas dificuldades e, a partir de suas análises, visam oferecer propostas pedagógicas que auxiliem a comunidade escolar na execução de sua prática educativa. Conhecer e colaborar com tais propostas constitui-se em um compromisso inadiável para o professor que almeja um ensino eficiente.

Na Lei de Diretrizes e Bases (LDB), Artigo primeiro, Parágrafo segundo diz que: “a educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social”. Não que a escola tenha que formar especialistas ou mestres em finanças mais sim preocupar-se com o fato de que o aluno, que será o profissional do amanhã, possa discernir sobre o que é bom ou não para ele ou para seu grupo social, quando deparar-se com questões que envolvam Matemática Financeira, questões estas presentes no cotidiano de qualquer pessoa.

Para Duarte, a definição de cotidiano para uma comunidade escolar é: “Cotidiano é aquilo que acontece fora dos muros da escola ou, pelo menos, fora da sala de aula; é a realidade concreta dos alunos; é a sua prática social; em suma; é a vida.” (1996, p. 37).

Neste mundo capitalista em que vivemos, pessoas são facilmente induzidas ao consumo, ao crédito fácil oferecido por bancos, financeiras, administradoras de cartão de crédito, lojas de departamentos e tantas outras, que todos os dias infestam todo e qualquer tipo de mídia disponível no mercado.

O objetivo deste trabalho é auxiliar o professor ou qualquer outro cidadão que deseje entender um pouco sobre a aplicação de conceitos como: porcentagem, juros simples e compostos, montante, capital e outros que constantemente, por serem temas atuais, aparecem na mídia.

Este trabalho está dividido em quatro capítulos, que descreveremos a seguir.

O primeiro capítulo trata de uma breve abordagem sobre a história da Matemática Financeira e a definição de alguns conceitos básicos referentes ao seu estudo.

O segundo capítulo trata da importância de se estudar Matemática Financeira no Ensino Básico, com ênfase a sua aplicação no Ensino Médio.

O terceiro capítulo trata de problemas (acompanhados de suas resoluções, em detalhes) que relacionam Matemática Financeira com conteúdos estudados nos níveis fundamental e médio.

O quarto capítulo apresenta sugestões de questões a serem propostas em sala pelos docentes, relacionando a Matemática Financeira com alguns problemas atuais.

2. UM BREVE HISTÓRICO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Ao longo da história, o homem notou uma possível relação entre o tempo e o dinheiro: ele percebeu que o dinheiro perdia o seu valor de acordo com o tempo. Dessa forma, a correção monetária deveria ser feita aumentando o poder de compra do capital. A idéia de juros pode ser atribuída aos primeiros indícios de civilizações existentes. Fatos históricos relatam que, na Babilônia, comerciantes emprestavam sementes aos agricultores que, ao colherem a plantação, pagavam as sementes emprestadas mais uma determinada parte da colheita.

As práticas financeiras eram utilizadas no intuito da acumulação de capital. As formas econômicas de movimentação dos capitais foram adaptadas de acordo com a evolução das sociedades. O escambo era utilizado porque não existia uma moeda de troca. O surgimento do dinheiro originou a criação de mecanismos controlados inicialmente por pessoas denominadas cambistas. Os cambistas exerciam a profissão que hoje é atribuída aos banqueiros: sentados num banco, nos mercados, eles realizavam operações de empréstimo, que eram quitados acrescidos os juros e na organização de ordens de pagamentos para particulares. Dessa forma, os cambistas tinham seus lucros e comissões pelos serviços prestados.

A necessidade de organização desse tipo de comércio originou os bancos, que dinamizaram a economia, desempenhando papel importante nas negociações entre os povos que realizavam operações comerciais no Mar Mediterrâneo. Fenícios, gregos, egípcios e romanos possuíam importante participação nos métodos bancários.

Foram os bancos que contribuíram para o aprimoramento das técnicas financeiras e surgimento dos juros compostos. Atualmente, a Matemática Financeira possui inúmeras aplicabilidades no cotidiano, englobando situações relacionadas ao ganho de capital, pagamentos antecipados e postecipados, porcentagem, financiamentos, descontos comerciais, dentre outros produtos do meio financeiro.

(Marcos Noé Pedro da Silva)

3. ALGUNS CONCEITOS BÁSICOS

Para uma melhor compreensão dos problemas presentes no cotidiano e que envolvem a Matemática Financeira, é necessário conhecer e entender alguns conceitos básicos, tais como: porcentagem, acréscimo, desconto, lucro, prejuízo, capital, juros, taxa de juros, montante, regime de capitalização, juros simples, juros compostos e parcelas. Alguns destes conceitos são introduzidos no Ensino Fundamental, enquanto os demais são apresentados no Ensino Médio.

Para os autores, Lilia Ladeira Veras (2001) e Clovis de Faro (1982), as definições são as seguintes:

3.1 Porcentagem

Porcentagem é uma razão de cem, que é utilizada para representar taxas. O símbolo usado para designar essas porcentagens é $\%$ (lê-se: por cento).

3.2 Acréscimo

Acréscimo é o valor que se aumenta em algo que já possui um valor pré-estabelecido, visando lucro.

3.3 Desconto

O desconto (ou abatimento) é justamente o contrário de acréscimo. Portanto, desconto é o valor que se retira de algo que já possui um valor pré-estabelecido.

3.4 Lucro

Lucro é o acréscimo dado ao preço de custo ou de produção de uma mercadoria ou de um produto, para se calcular seu preço de venda. Esse acréscimo é o ganho do comerciante ou empresário e, geralmente, é calculado em forma de porcentagem sobre o preço de custo da mercadoria ou do produto.

3.5 Prejuízo

Prejuízo é o que o comerciante perde quando, por algum motivo, vende a mercadoria por um preço menor do que o preço de custo.

3.6 Capital

O capital (principal, valor atual, valor presente ou valor aplicado) é o valor aplicado por meio de alguma operação financeira. As notações usuais para indicar capital são C (em Português) e PV (em Inglês) (abreviatura de Present Value (Valor Presente)), indicado pela tecla PV nas calculadoras financeiras.

3.7 Juros

Juro é a importância que uma pessoa (ou empresa) paga por usar uma quantia de dinheiro de outra pessoa, durante um período de tempo. Portanto, juro é a remuneração pelo empréstimo do dinheiro. A notação que normalmente é utilizada para representar juros nas fórmulas é J.Os juros podem ser capitalizados segundo dois regimes de capitalização: simples ou composto.

3.8 Taxa de Juros

A unidade de medida de juros é chamada taxa de juros (ou simplesmente taxa). A taxa de juros indica qual remuneração será paga pelo dinheiro emprestado, por um determinado período. Ela normalmente vem expressa em forma porcentual. Nas fórmulas geralmente utilizamos a letra i para indicar a taxa.

3.9 Montante

Montante é a soma do capital com os juros, após um intervalo de tempo. O montante pode, então, ser considerado como valor final ou valor futuro. Nas fórmulas, geralmente o montante é representado por M (em Português) ou por FV (em Inglês) (abreviatura de Future Value (Valor Futuro)).

3.10 Regimes de Capitalização

Regime de capitalização é o processo de formação de juros. Existem dois regimes de capitalização: o simples e o composto.

3.11 Juros Simples

No regime de capitalização de juros simples, o juro correspondente a cada intervalo de tempo sempre é calculado sobre o capital inicial emprestado ou aplicado, no final do prazo contratado. Nada impede que os juros sejam calculados, ou até colocados à disposição do investidor, em parcelas no decorrer desse prazo. Nesse caso, embora os juros sejam calculados periodicamente, em várias vezes, seu cálculo é feito sempre sobre o capital inicial, e o montante será a soma do capital inicial com as várias parcelas de juros, o que equivale a uma única capitalização.

3.12 Juros compostos

No regime de capitalização de juros compostos, o juro de cada intervalo de tempo é calculado a partir do saldo no início do correspondente intervalo. Ou seja: o juro de cada intervalo de tempo é incorporado ao capital inicial e passa a render juros também.

3.13 Parcelas

Algumas vezes, o investidor aplica um capital para ter seu retorno em várias parcelas, em datas diferentes. Outras vezes é o investimento que é feito em parcelas, aplicadas em datas diferentes, com um único retorno final, ou com retorno também parcelado. Em qualquer desses casos, a série de capitais disponíveis em datas diferentes constitui o que se chama de renda ou parcela. Cada capital que compõe a série recebe o nome de termo da renda, prestação ou pagamento.

4. PORQUE ESTUDAR MATEMÁTICA FINANCEIRA

4.1 A Importância de relacionar teoria e prática na educação matemática

Muito se comenta e debate sobre o ensino da Matemática. Uma excelente opção é aliar conteúdos matemáticos com a realidade do aluno, usando o espaço e contexto onde aluno e escola estão inseridos.

O Governo Federal, por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), sugere uma nova proposta de ensino, mais crítica e próxima da realidade dos alunos, respeitando as especificidades de cada contexto.

> A Matemática precisa estar ao alcance de todos, e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho da comunidade escolar. A atividade matemática escolar não é ter as coisas prontas e apenas aplicar fórmulas, e sim construir um conhecimento junto com o aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade. No ensino de Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. (PCN's, 2000, p.19)

Além de propor os conteúdos a serem transmitidos, os PCNs oferecem práticas de organização de conhecimentos, maneiras de abordar os conteúdos e exemplos de comportamentos a serem seguidos pelos professores. Desse modo, Lima e Zanlorense (2009, p.14) afirmam que bastava adequá-lo às peculiaridades de cada região, com propostas atuais e inovadoras, para uma sociedade democrática, no exercício da cidadania.

Assim, é preciso trazer a Matemática para a realidade do aluno, tomando o cuidado necessário para não confundir e relacionar observações do mundo real com representações matemáticas, com o simples intuito de reduzir a Matemática à realidade do aluno. É preciso garantir ao aluno acesso igualitário ao conhecimento, tomando o devido cuidado, pois com o intuito de contextualizar demais, alguns materiais didáticos acabam pré-textualizando conteúdos, até porque os mesmos materiais e situações podem ser usados em diferentes contextos sociais que utilizam contextualização. O que faz sentido para uma determinada região pode não ter significado para outra, e se torna pré-textualização. É necessário um meio termo em relação ao ensino da Matemática, tendo em vista que é de fundamental importância relacionar conteúdos matemáticos com o cotidiano do aluno, embora nem todo conteúdo matemático se molde à realidade do aluno, mas que, no entanto, talvez seja necessário estudar.

Deseja-se que o aluno se interesse por todos os conteúdos, o que é utopia, pois, na prática, nota-se que ele se interessa mais por determinado assunto quando percebe alguma ligação desse assunto com o seu cotidiano, e quando isso acontece, a curiosidade torna-se aguçada, querendo, portanto, saber mais sobre ele. Isso é um ponto de partida para o professor aprofundar os conteúdos matemáticos. De acordo com Paulo Freire (1996):

> Para que haja um aprendizado real, é imprescindível que o professor trabalhe de acordo com a realidade do aluno, desenvolvendo, assim, seu senso crítico. O educador democrático não pode negar-se ao dever de, na sua prática docente, reforçar a capacidade crítica do educando, sua curiosidade, sua insubmissão [...]. É exatamente nesse sentido que ensinar não se esgota no "tratamento" do objeto ou do conteúdo, superficialmente feito, mas se alonga à produção das condições em que aprender criticamente é possível. (p.26)

De acordo com Libanêo (1994):

> A interação professor-aluno é um aspecto fundamental para alcançar os objetivos do processo ensino-aprendizagem em Matemática. A relação ensino-aprendizagem revela-se pelo conjunto de atividades organizadas pelo professor e pelos alunos, objetivando a apropriação de um saber historicamente acumulado, tendo como ponto de partida o nível atual de conhecimentos, experiência de vida e maturidade dos alunos. Antes de tudo, essa relação é de socialização, de troca de conhecimentos aprendidos e transformados na interação. É uma relação dinâmica, dialógica, portanto, construtiva de aprendizagem pela troca de saberes. (p.5).

Logo o processo ensino-aprendizagem se dá pela troca de saberes. O bom professor utiliza o conhecimento prévio de seus alunos, bem como suas experiências de vida, usando essa relação de socialização para a construção do conhecimento juntamente com eles. Libanêo considera o processo ensino-aprendizagem como uma troca de conhecimento entre aluno e professor, na qual o professor não é simplesmente o dono do saber e o aluno não precisa apenas aprender, mas sim os saberes do professor e do aluno se completam para a construção da aprendizagem e a sua utilização no cotidiano.

Ao verificar que é de importância fundamental a relação entre teoria e prática na educação, no estudo de Matemática Financeira, em particular, é fácil fazê-la, já que esse conhecimento da Matemática está presente na vida de todos desde crianças. Portanto, quando cursam a segunda série do Ensino Médio, mesmo que alguns alunos não percebam, já possuem noções sobre Matemática Financeira, o que facilita a construção do conhecimento por meio da relação teoria e prática.

A Matemática Financeira surgiu para suprir necessidades do comércio, e foi evoluindo gradativamente, de acordo com as necessidades das operações financeiras. Humberto Grande, no prefácio da obra de Carvalho e Cylleno (1971), escreve que “a história do comércio é a própria história da civilização” e, ainda que “o comércio é o sangue da economia,” (p. 3).

Nas civilizações primitivas, em que os homens sobreviviam do que a natureza lhes oferecia, não havia troca de mercadorias, o chamado escambo, mas quando os grupos humanos começaram a interagir, essas trocas começaram a ocorrer, pois o que era excedente para uns podia ser trocado com o excedente de outros sem a preocupação de estabelecer valores. Surgiu assim a primeira forma de comércio entre as sociedades, assim descrita por Ifrah (1997).

> O primeiro tipo de troca comercial foi o escambo, fórmula segundo a qual se trocam diretamente (e, portanto sem a intervenção de uma “moeda” no sentido moderno da palavra) gêneros e mercadorias correspondentes a matérias primas ou a objetos de grande necessidade. (p. 145)

Com o contato cada vez maior entre as sociedades e com o desenvolvimento da cultura e das manifestações artísticas o processo de escambo já não mais satisfazia a tais sociedades, pois não havia valor comum entre os produtos envolvidos. Por isso criaram-se os padrões fixos, tais como: O boi, pela locomoção e uso na prestação de serviços; o sal, origem da palavra salário, cujo uso principal era na conservação de alimentos, dentre tantos outros.

Ao fazer compras a vista ou a prazo, ao fazer um empréstimo, ao movimentar uma conta bancária, e em muitas outras situações corriqueiras, as pessoas não percebem a importância do estudo da Matemática Financeira pois essas situações são tão comuns que acabam passando despercebidas por elas, que em sua grande maioria, não se preocupam em parar para analisar ou calcular a negociação que está sendo realizada, para saber se essa lhe é conveniente ou não. Quem acaba lucrando com essa falta de informação dos cidadãos são os comerciantes e os banqueiros. Embora a Matemática Financeira esteja inserida no currículo escolar, não possui destaque dentre os conteúdos ministrados no Ensino Médio. Sabendo disto, o professor que possui consciência de que o planejamento curricular é flexível, de que é ele o mediador e incentivador do processo ensino-aprendizagem e que, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), deve estar voltado para situações-problema, situações reais na qual ajude o aluno a construir e pôr em prática o seu conhecimento, então este professor deve dar uma maior ênfase no foco da disciplina.

Ao relacionar o ensino da Matemática Financeira com a vida cotidiana do aluno e da sociedade, espera-se que eles tenham condições de analisar situações que envolvam conhecimentos do assunto em questão, a fim de saber o que lhes é conveniente ou não, enquanto consumidores ou enquanto comerciantes. Entender essas operações financeiras é muito importante, tendo em vista que um dia o aluno poderá estar tanto na condição de consumidor como na condição de comerciante, de modo que deve estar preparado para lidar com essas situações. Assim, essa relação da Matemática Financeira com o cotidiano do aluno acaba gerando a praticidade que alguns julgam não existir para a disciplina, já que a mesma é considerada por muitos como teórica.

Para Dante (2004, p. 5) "A história da Matemática é também uma importante ferramenta de contextualização ao enfocar a evolução e as crises pelas quais determinados conceitos matemáticos passaram ao longo da História". Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático. (PCN, 2000, p.45).

Ao professor é dada a liberdade de poder trabalhar a parte histórica da Matemática Financeira, estabelecendo comparações entre a época de sua concepção, suas mudanças e evoluções, e como está nos dias atuais.

Segundo Dante (2004, p. 7) "Tratar os conteúdos de ensino de forma contextualizada significa aproveitar ao máximo as relações existentes entre esses conteúdos e o contexto pessoal ou social do aluno, de modo a dar significado ao que está sendo aprendido".

Levando-se em conta que a contextualização é muito importante para o processo ensino-aprendizagem relacionado à Matemática, pois lhe atribui sentido aos seus conteúdos, ela também ajuda a desenvolver no aluno a capacidade de relacionar o apreendido com o observado, fazendo um paralelo entre a teoria e as suas aplicações práticas. Valorizar a contextualização da Matemática sobre o conhecimento escolar é valorizar o conhecimento do aluno, sua cultura, o meio em que está inserido. Para Ubiratan D'Ambrósio (2001):

> Isso é Etnomatemática, onde etno: referente ao contexto cultural; matema: explicar, conhecer, entender e tica: vem de techne (arte e técnica). A utilização do cotidiano das compras para ensinar Matemática revela práticas apreendidas fora do ambiente escolar, uma verdadeira Etnomatemática do comércio. Um importante componente da Etnomatemática é possibilitar uma visão crítica da realidade, utilizando instrumentos de natureza matemática. Análise comparativa de preços, descontos, de orçamento, proporciona excelente material pedagógico. (p.23).

A análise dessa citação de Ubiratan D'Ambrósio, de que a observação e o estudo de atividades fora da sala de aula proporcionam uma construção por parte do aluno de um significado para o que está sendo estudado, pois assim, ele transforma a teoria exposta em sala em conhecimento prático, revela que é possível observar a manifestação da Matemática na vida cotidiana. Partindo da premissa de que diferentes classes sociais desenvolvem determinados conceitos matemáticos, é que a Etnomatemática se pronuncia, e se encarrega de estudar esses conceitos nas mais diferentes culturas. Portanto, ao expor os conteúdos matemáticos, o professor deve atentar-se para o conhecimento prévio do aluno, para quais conceitos matemáticos ele traz de sua cultura, de seu meio.

Partindo da situação descrita acima, é preciso desenvolver uma educação atuante e presente, respeitando e aproveitando a cultura de cada região, auxiliando o professor no ensino da Matemática, considerando o conhecimento prévio de seus alunos sobre suas culturas. Para isso é necessário que haja uma interação entre professor e aluno, fazendo da Matemática algo vivo, próximo ao público-alvo, e não algo distante, imaginário, abstrato. De acordo com a citação de D'Ambrosio, a Etnomatemática procura desenvolver uma educação presente, em que haja a preocupação em lidar com situações reais, no presente, mas que também vise o futuro. Essa preocupação de D'Ambrósio em visar o futuro se fundamenta na condição de que os estudantes de hoje serão os profissionais de amanhã.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais explicitam a idéia de que o professor precisa estar sempre buscando alternativas na tentativa de despertar o interesse do aluno, e desenvolver sua criticidade.

> É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática.

> No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. (PCN's, 2000, p.42)

O educador deve estar atento aos novos métodos de ensino, às novas posturas educacionais, buscando e substituindo métodos de ensino-aprendizagem, com o intuito de melhorar a educação e aprimorar sua competência. A cada dia, observamos que se torna necessária uma mudança na maneira de ensinar, de expor e apresentar os conteúdos, pois o desenvolvimento tecnológico trouxe perspectivas de um mundo mais atraente para o aluno, de modo que ele quer participar de aulas mais atraentes e inovadoras que o motivem a estudar.

Cabe à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida [...]. Aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência. A aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático. (PCN's, 1999, p.252).

4.2 A importância da Matemática Financeira no Ensino Médio

O estudo da Matemática requer disciplina, raciocínio lógico e concentração por parte do aluno. Fatores que tornam difícil a sua compreensão, já que a maioria dos alunos tem dificuldade de concentração. Um dos grandes, senão o maior dos desafios para os professores de Matemática ao longo dos anos, é desmistificar o fato de a disciplina é difícil e que somente pessoas muito inteligentes e até mesmo ditas superdotadas é que conseguem assimilá-la bem. Esse mito dificulta a propagação de que a Matemática é acessível a todos, desde que se dediquem a ela, pois seu estudo requer dedicação para desenvolver o raciocínio lógico.

Várias situações do dia-a-dia envolvem Matemática Financeira, e fazer uma análise sobre o que é anunciado e o que, de fato, é cobrado nessas situações, é de suma importância para a formação do cidadão consciente. Portanto, para o exercício da cidadania, torna-se necessário saber contar, analisar, comparar, calcular, resolver problemas, raciocinar logicamente, argumentar e interpretar matematicamente certas situações, dentre outros.

Viver em um mundo capitalista e conviver o tempo todo com anúncios de produtos, que a mídia faz questão de enaltecer como necessários e utiliza de todas as armas possíveis para seduzir os consumidores, gera um consumismo desmedido, que faz surgir agentes financeiros que, muitas vezes, proporcionam a realização de um sonho de consumo de pessoas em troca de um pesadelo, pois a maioria deles cobra juros abusivos. Com o intuito de amenizar esse comportamento consumista da população, a escola assume um papel de educar para o exercício da cidadania, resgatando a interdisciplinaridade e a contextualização, levando em consideração o meio onde ela está inserida. Carvalho (1999) ressalta o papel da educação para o exercício da cidadania.

> O papel que se tem procurado conferir à educação matemática na construção da cidadania supõe que se explicitem suas contribuições para o atendimento a demandas de uma inserção autônoma e crítica dos alunos na sociedade de consumo. Nesse sentido, é necessário que o ensino da Matemática colabore na constituição de sujeitos preparados para um mercado de trabalho diferenciado, para novos padrões de consumo e para outras exigências no exercício da cidadania. (p. 1).

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática, e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária, tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (PCN’s, 1999, p.251).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN’s) para o Ensino Médio:

> A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. (PCN’s, 1999, p.251).

O novo Ensino médio, em termos de lei, assume a responsabilidade de completar a educação básica. Seja este preparatório para o ensino superior ou profissionalizante, significa preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para a aprendizagem permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente para o mundo do trabalho.

Assim, o estudo e a prática da Matemática Financeira são particularmente importantes no Ensino Médio, não que não sejam necessários e menos importantes no Ensino Fundamental, mas geralmente é naquele estágio do ensino em que o aluno está começando a adentrar no mercado de trabalho, o que requer uma boa interpretação sobre atividades bancárias e o comércio em geral. Portanto, ele necessita aprofundar seus estudos de Matemática Financeira mais que um aluno do Ensino Fundamental. Ao ingressar no mercado de trabalho, o cidadão está consciente do que acontece à sua volta, e saber lidar com todas essas informações, e estar atento a tudo e a todos, faz com que os temas abordados pela Matemática Financeira, neste período, se transformem em parte importante para o seu futuro, pois o ajudará ao longo da sua vida, no seu desenvolvimento e na sua ascensão social em busca de um lugar melhor no mercado de trabalho.

Ao desenvolver este trabalho, houve a opção por não mencionar o Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Jovens e Adultos (PROEJA) que, conforme Documento Base (2007, p. 57), texto abaixo, disponível no portal do Ministério da Educação, é oferecido a estudantes com mais de 17 anos, por achar que ele é reduzido demais para a realidade e seriedade com que deve ser tratado o ensino de Matemática.

> [...] instituições públicas dos sistemas de ensino federal, estaduais e municipais, entidades privadas nacionais de serviço social, aprendizagem e formação profissional vinculadas ao sistema sindical e entidades vinculadas ao Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial (Senai), Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial (Senac), Serviço Social da Indústria (Sesi), Serviço Social do Comércio (Sesc), Serviço Social do Transporte (Sest), Serviço Nacional de Aprendizagem Rural (Senar) e Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas (Sebrae).

5. MATEMÁTICA FINANCEIRA NOS DIVERSOS NÍVEIS DO ENSINO BÁSICO

5.1 Ensino Fundamental

Mostrar alguns assuntos ministrados no Ensino Fundamental, onde o conteúdo está relacionado com o cotidiano do aluno e com a necessidade de se aprender Matemática Financeira.

5.1.1 Conteúdos no 6º Ano

5.1.1.1 Cálculos Fundamentais

Exemplificar o estudo da Matemática Financeira utilizando as operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Exemplo

Dona Josefa é feirante e possui uma banca de frutas. Na semana passada, suas vendas foram de: $R\$136,50$, $R\$189,30$, $R\$132,00$, $R\$167,80$, $R\$127,65$. Ela teve $R\$\,237,85$ de despesas nesse período. Qual foi o seu lucro? (Carvalho, 2009, p. 32).

Resolução:

Os valores das vendas mencionados no problema correspondem aos dias trabalhados por Dona Josefa. Assim, adicionando todas as suas vendas, obtemos:

$$136,50+189,30+132,00+167,80+127,65=753,25.$$

Desse valor, subtraímos o total das despesas, para obter o lucro de Dona Josefa:

$$753,25-237,85=515,40.$$

Logo, Dona Josefa obteve um lucro de $R\$\,515,40$.

5.1.1.2 Razão

As frações centesimais podem ser representadas em forma de taxa porcentual, que, por sua vez, também podem ser expressas por números decimais. Esse conhecimento ajuda a resolver alguns problemas de ordem financeira.

Exemplo

O salário do Sr. Alfredo passou de $R\$1200,00$ para $R\$1296,00$. Qual foi a porcentagem do aumento no salário do Sr. Alfredo? (Dante, 2005, p.19)

Resolução:

Salário atual - salário anterior = valor do aumento:

$$1296,00 - 1200,00 = 96,00$$

$$96,00:1200,00=0,08=8\%$$

Logo, o Sr. Alfredo obteve 8% de aumento em seu salário.

5.1.2 Conteúdos no 7º Ano

5.1.2.1 Números Decimais

Mostrar ao aluno uma ideia preliminar de juros compostos, já no 7º ano, comparando-a com a de juros simples da forma mais básica, utilizando cálculos com números na sua forma decimal.

Exemplo

Rafael aplicou um capital de $R\$\,320,00$, durante 2 meses, à taxa de juros simples de $0,7\%$ ao mês. Mara aplicou um capital de $R\$\,300,00$, durante 2 meses, à taxa de juros compostos de 1% ao mês. No fim desses 2 meses, qual deles apresentou montante maior? (DANTE, 2009, p. 235).

Resolução:

a) Da aplicação de Rafael temos: tempo = 2 meses e taxa = $0,7\%$ ao mês.

$$2 \cdot 0,7\% = 1,4\%$$

$$1,4\% \text{ de } 320,00 = 4,48.$$

Logo, o montante é de $R\$\,320,00 + R\$\,4,48 = R\$\,324,48$.

b) Da aplicação de Mara temos: tempo = 2 meses e taxa = 1% ao mês.

Fazendo a aplicação dos juros mês a mês, tem-se:

1º Mês: $(1\% \text{ de } 300) + 300 = 303$.

2º Mês: $(1\% \text{ de } 303) + 300 = 303,03$.

Logo, o montante é de $R\$\,303,00 + R\$\,3,03 = R\$\,306,03$.

Portanto, o montante de Rafael foi maior que o de Mara.

5.1.2.2 Regra de Três Simples

Muitos assuntos ligados à Matemática Financeira envolvem porcentagem, podendo ser utilizada regra de três simples para obter a solução, a exemplo dos cálculos de juros em compras a prazo ou em financiamentos, descontos promocionais, lucro, aumentos e prejuízos.

Exemplo

Quanto devo pagar por um terreno a prazo se, comprando a vista, ganho um desconto de 6%, equivalente a $R\$\,1800,00$?”(Dante, 2009, p. 231).

Resolução:

Precisamos verificar se a regra de três simples é diretamente ou inversamente proporcional. No caso em questão, se há um desconto o preço a pagar deverá ser menor, logo as grandezas são diretamente proporcionais.

Observe que, como 6% do preço final do terreno correspondem a 1800, temos que

$$\frac{6}{100} = \frac{1800}{x},$$

em que x denota o valor total desse terreno.

Logo, o preço x desse terreno é dado por $x = \dfrac{100 \cdot 1800}{6} \Rightarrow x = 30000$.

Portanto, o valor desse terreno pago a prazo será de $R\$\,30000,00$.

5.1.3 Conteúdos no 8º Ano

No 8º ano, em determinados problemas com situações de ordem financeira, podemos utilizar a representação algébrica para obter o valor numérico de um polinômio, com isso atribuindo maior sentido aos conteúdos dessa série.

5.1.3.1 Utilizando expressões algébricas

Exemplo

Ao alugar um veículo, geralmente há duas partes a pagar: uma depende do número de dias (d) que você aluga o carro; outra, do número de quilômetros (q) que você roda com ele. A Locadora Aluga Fácil oferece as condições de aluguel da seguinte forma: " $R\$\,30,00$ por dia (incluindo seguro), mais $R\$\,0,45$ por km rodado".

Nesse caso, a fórmula que fornece o custo total C é dada por:

$$C = 30d + 0,45q.$$

Utilize os dados acima para resolver estas questões:

a) Roberto alugou um veículo por 3 dias e rodou $500\,km$. Quanto ele pagou de aluguel?

b) Jaime pagou $R\$\,390,00$ e rodou $600\,km$. Quantos dias ele usou o carro? (DANTE, 2005, p. 62).

Resolução:

Substituindo os valores na fórmula, teremos:

a) Sendo $C = 30d + 0,45q,\ d = 30,\ q = 500$, temos:

$$C = 30 \cdot 3 + 0,45 \cdot 500 \Rightarrow C = 315.$$

Logo, Roberto gastou $R\$\,315,00$.

b) Substituindo os valores na fórmula, teremos:

$390 = 30d + 0,45 \cdot 600$.

Resolvendo a equação:

30 d = 390 – 270

30 d = 120

d = 4

Logo, Jaime locou o carro por 4 dias.

5.1.3.2 Utilizando sistema de equações

Exemplo

Vitor foi à papelaria comprar livros e cadernos com certa quantia em dinheiro. Cada livro custou $R\$\,12,00$. Se comprar 3 livros e 4 cadernos, sobrarão $R\$\,4,00$, mas, se quiser comprar 4 livros e 3 cadernos, faltarão $R\$ 3,00$. Determine a quantia que Vitor levou à livraria e o preço de cada caderno. (DANTE 2005, p. 213).

Resolução:

Denotando por x a quantia em dinheiro e y o preço de cada caderno, temos um sistema de equações do primeiro grau, que poderá ser resolvido pelo processo da adição.

$$\begin{cases} 3\cdot 12 + 4y = x - 4 \\ 4\cdot 12 + 3y = x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 4y = 40 \\ x - 3y = 45 \end{cases} \Rightarrow x = 60,\ y = 5.$$

Logo, Vitor levou $R\$ 60,00$ e o preço de cada caderno é $R\$ 5,00$.

5.1.3.3 Tratamento da informação com porcentagem.

Exemplos

1) (Vunesp-2006) Um boleto de mensalidade escolar, com vencimento para 10/08/2006, possui valor nominal de $R\$ 740,00$.

a) Se o boleto for pago até o dia 20/07/2006, o valor a ser cobrado será $R\$ 703,00$. Qual o percentual do desconto concedido?

b) Se o boleto for pago depois do dia 10/08/2006, haverá cobrança de juros de $0,25\%$ sobre o valor nominal do boleto, por dia de atraso. Se for pago com 20 dias de atraso, qual será o valor a ser cobrado?

Resolução:

a) Considerando como base o valor de $R\$ 740,00$, que corresponde a 100%, e x o percentual referente ao valor de $R\$ 703,00$, temos então uma regra de três simples e diretamente proporcional, pois se há desconto então o valor a pagar torna-se menor.

$$x = \frac{703\cdot 100}{740} \Rightarrow x = 95\%.$$

Logo, o valor do desconto será de 5%.

b) Inicialmente, podemos observar que o valor do juro diário é $0,25\%$ de 740, o que corresponde a $1,85$. Assim, o juro correspondente aos 20 dias de atraso é de $20\cdot 1,85 = 37$. Dessa forma, o montante da dívida é de $740 + 37 = 777$.

Logo, o valor a ser cobrado será de $R\$777,00$

5.1.4 Conteúdos no 9º Ano.

No 9º ano, a aplicação da Matemática Financeira, entendendo-se como um acúmulo de experiência das séries anteriores, pode ser feita associando-a a diversos conteúdos ao mesmo tempo para a obtenção de uma solução.

5.1.4.1 Situações financeiras com Geometria.

Exemplo

Um show foi realizado num local como o da figura abaixo. Considerando as informações abaixo, calcule o lucro líquido obtido pelos organizadores. (A parte azul é o palco.)

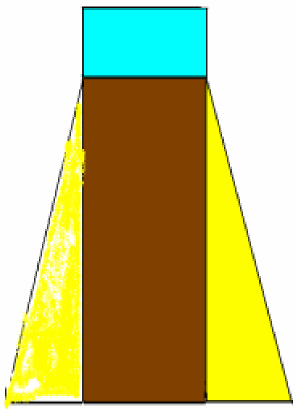
i) Preço do ingresso do setor amarelo ($10\,m$ de base): $R\$10,00$.

ii) Preço do ingresso do setor marrom ($25\,m \times 14\,m$): $R\$15,00$.

iii) Ocupação do espaço: 5 pessoas por m^2.

iv) Despesa na organização do show: 15% do total arrecadado.

v) Todos os ingressos foram vendidos. (DANTE, 2005, p. 9).



Resolução:

1) Primeiramente, calcula-se as áreas das figuras que compõem a figura dada:

Área do retângulo (informação ii): $25\,m \times 14\,m = 350\,m^2$.

Sabendo que a área de um triângulo pode ser expressa pelo produto de sua base por sua altura, dividido por 2, temos que $2\cdot(25m\times 5m)=250m^2$, pois há dois triângulos de mesma área.

2) Considerando 5 pessoas por m^2, temos que na área marrom (retângulo) cabem $350\cdot 5=1750$ pessoas. Considerando o valor do ingresso, temos:

$$1750\cdot 15=26250.$$

3) Considerando 5 pessoas por m^2, temos que na área amarela (triângulos) cabem $250\cdot 5=1250$ pessoas. Considerando o valor do ingresso, temos:

$$1250\cdot 10=12500.$$

4) Considerando o valor total arrecadado (soma dos dois valores obtidos acima), $R\$38750,00$, temos que 15% dele correspondem a $0,15\cdot 38750=5812,50$, isto é, uma despesa de $R\$5812,50$.

Logo, o lucro dos organizadores foi de (valor total arrecadado menos despesa) $R\$32937,50$.

5.1.4.2 Equação do 2º Grau

Usando equações do segundo grau, podemos discutir várias situações contextualizadas, de compras financiadas, que recaem nesse importante conteúdo da Matemática. Apresentar-se-á uma situação que recai numa equação do segundo grau na qual é trabalhado o conceito de fator de correção. (SÁ, 2011).

Exemplo

Suponha-se que se esteja vivendo um momento em que a caderneta de poupança esteja gerando rendimentos mensais de $2,0\%$. Você entrou em uma loja para comprar uma geladeira, e o vendedor lhe ofereceu as seguintes opções de compra:

1ª) Pagar a vista $R\$700,00$.

2ª) Pagar em duas prestações mensais, sem entrada, de $R\$380,00$" (Sá, 20011, p. 51).

Qual a proposta mais vantajosa?

Resolução:

Para determinar qual a proposta mais vantajosa, pode-se trabalhar com a segunda opção e verificar o que acontecerá após o pagamento da última prestação: se sobrará dinheiro na poupança, faltará o dinheiro para pagar a prestação ou o saldo final será zero.

Acompanhar o que ocorre com os $R\$700,00$ aplicados na poupança.

a) Após um mês da aplicação:

Antes do pagamento da prestação:

$$700 \cdot 1,02 = 714.$$

Depois do pagamento da prestação:

$$714 - 380 = 334.$$

b) Após dois meses da aplicação:

Antes do pagamento da prestação:

$$334 \cdot 1,02 = 340,68.$$

Conclusão: O valor que sobra não é suficiente para pagar a segunda prestação, de $R\$380,00$, o que nos leva a concluir que a primeira opção (compra a vista) é mais vantajosa, neste caso.

A resolução deste exemplo faz perceber que a referida loja deve estar cobrando uma taxa mensal de juros superior aos 2% da remuneração da poupança. Mas, qual é, então, essa taxa de juros que a loja está cobrando?

Seguir-se-á o mesmo raciocínio anterior, lembrando que a loja atualiza a dívida mês a mês, usando um fator F, correspondente à taxa de juros cobrada.

Acompanha-se a evolução da dívida, até que ela zere, ou seja, até o pagamento da prestação final:

Saldo devedor inicial: $R\$700,00$.

a) Depois de um mês:

Antes do pagamento da prestação:

$$700 \cdot F.$$

Depois do pagamento da prestação:

$$700 \cdot F - 380.$$

b) Depois de dois meses:

Antes do pagamento da prestação:

$$F.$$

Depois do pagamento da prestação:

$$(700 \cdot F - 380) \cdot F - 380.$$

É claro que se deve igualar essa última expressão (como foi o último pagamento) a zero:

$$(700 \cdot F - 380) \cdot F - 380 = 0 \Rightarrow 700F^2 - 380F - 380 = 0.$$

Simplificando essa equação (dividindo ambos os seus membros por 20), obtém-se:

$$35F^2 - 19F - 19 = 0.$$

Aplicando a fórmula resolutiva de uma equação do segundo grau a essa equação e lembrando que apenas a resposta positiva será considerada, obtém-se $F \cong 1,056$.

Conforme estabelecido, o fator F é a taxa de juros cobrada, logo será maior do que 1. Então teremos 1,056... – 1= 0,566..

Multiplicando-se o valor de F por 100, (taxa em percentual) tem-se uma taxa de, aproximadamente, $5,66\%$, que é a taxa mensal de juros (real) cobrada pela loja.

5.2 ENSINO MÉDIO

Mostrar alguns assuntos ministrados no ensino médio, onde o conteúdo está relacionado com o cotidiano do aluno e com o ensino da Matemática Financeira.

5.2.1 Conteúdos no 1º Ano

Pode-se mostrar o uso da Matemática Financeira em situações que podem ser representadas em eixo de reta, de modo que deve haver facilidade na compreensão por parte do estudante quanto à visualização das funções e das progressões aritméticas e geométricas, buscando contribuir para a compressão desse conteúdo matemático e fornecer significado às fórmulas ensinadas.

5.2.1.1 Funções

Exemplos

1) *Depreciação* de um carro é a perda de seu valor original (valor do carro com zero quilômetro) em função do tempo t. Denote por V o valor depreciado do carro após t anos. Uma revendedora usa a lei de formação de uma função polinomial do 1º grau para calcular V, para carros com até 6 anos de uso. Essa agência anunciou um carro com 5 anos de uso por $R\$12000,00$. Esse modelo, quando novo ($t = 0$), custa $R\$30000,00$.

a) Escreva a lei da função $V(t)$.

b) Qual é o valor depreciado desse carro após 3 anos?

Resolução:

De acordo com o enunciado do problema, temos que V é da forma $V(t) = at + b, 0 \leq t \leq 6$, em que a denota a depreciação do carro e b denota o valor do carro novo (o valor $V(t)$ do carro em $t = 0$). Dado que o carro, quando novo ($t = 0$) custa $R\$30000,00$, então $b = 30000$. Por outro lado, como a agência anunciou esse carro com 5 anos de uso por $R\$12000,00$, a sua depreciação (anual) é dada por:

$$a = \frac{12000 - 30000}{5} \Rightarrow a = -3600.$$

Logo, ao substituir os valores na função, tem-se:

a) $V(t) = -3600t + 30000.$

b) $V(3) = -600 \cdot (3) + 30000 \Rightarrow V(3) = R\$19200,00.$

2) (UFOP-MG) O custo total da fabricação de determinado artigo depende do custo de produção, que é de $R\$45,00$ por unidade fabricada, mais um custo fixo de $R\$2000,00$. Pede-se:

a) A função que representa o custo total em relação à quantidade fabricada;

b) O custo total da fabricação de 10 unidades;

c) O número de unidades que deverão ser fabricadas para que o custo total seja de $R\$3800,00$. (Giovanni & Bonjorno, 2005, p. 122).

Resolução:

A função custo total C de fabricação é dada por $C(x) = ax + b$, em que a denota o custo de produção por unidade fabricada e b denota o custo fixo. Assim, com base nos dados do problema, temos que

a) $C(x) = 45x + 2000$.

b) $C(10) = 45 \cdot 10 + 2000 \Rightarrow C(10) = 2450.$

c) $C = 3800 \Rightarrow 3800 = 45x + 2000 \Rightarrow x = 40.$

3) (FGV-SP) Chama-se custo médio de produção o custo total dividido pela quantidade produzida. Uma fábrica de camisetas tem um custo total mensal C dado por $C = 8x + F$, em que x denota a quantidade produzida e F denota o custo fixo mensal. O custo médio de fabricação de 500 unidades é de $R\$12,00$.

Se o preço de venda for $R\$15,00$ por camiseta, qual o lucro mensal de fabricar e vender 600 unidades? (Giovanni & Bonjorno, 2005, p. 122).

Resolução:

i) Inicialmente, calcula-se o custo fixo F. Se o custo médio de fabricação de 500 unidades é de $R\$12,00$, então:

$$C = 500 \cdot 12 \Rightarrow C = 6000.$$

$$C = 8x + F \Rightarrow 6000 = 8 \cdot 500 + F \Rightarrow F = 2000.$$

ii) Agora, calcula-se o custo médio de 600 unidades:

$$C(600) = 8 \cdot 600 + 2000 \Rightarrow C(600) = 6800.$$

Assim, tal custo médio é

$$\frac{6800}{600} \cong 11,33.$$

O lucro será a diferença entre o preço desejado, $R\$15,00$, e o custo médio, $R\$11,33$ (aproximadamente), multiplicada pela quantidade de unidades:

$$(15 - 11,33) \cdot 600 = 3,67 \cdot 600 = 2202.$$

Portanto, o lucro será de $R\$2202,00$ (aproximadamente).

5.2.1.2 Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas

Nesta fase o assunto de juros estende-se, pois podemos utilizar os seguintes conteúdos: função exponencial, logaritmo, progressões aritméticas – caso dos juros simples, e das progressões geométricas – caso dos juros compostos.

Exemplos

1) Um comerciante vende uma geladeira, cujo preço a vista é $R\$900,00$, em 3 prestações mensais, iguais e consecutivas. Sabendo que a primeira prestação é paga um mês após acompra e que o juro composto é de 3% ao mês, calcule o valor das prestações. (Giovanni & Bonjorno, 2005, p. 303).

Resolução:

Antecipa-se o valor das parcelas para calcular o valor x das prestações:

Assim:

$(1,03)^{-1}.x$ corresponde a antecipação da primeira parcela.

$(1,03)^{-2}.x$ corresponde a antecipação da segunda parcela.

$(1,03)^{-3}.x$ corresponde a antecipação da terceira parcela.

Logo, resolvendo a equação que modela este problema, tem-se:

$$900 = (1,03)^{-1}x + (1,03)^{-2}x + (1,03)^{-3}x \Rightarrow 900 \cdot (1,03)^{3} = (1,03)^{2}x + 1,03x + x \Rightarrow x \cong 318,18.$$

Portanto, o valor de cada prestação é de, aproximadamente, $R\$318,18$.

2) Se você deposita em sua conta poupança $R\$1000,00$ e tem um rendimento de 10% ao ano, quanto terá no final de 5 anos? (Kátia & Roku,1998, p. 357).

Resolução:

Calculando o valor referente ao primeiro mês, tem-se:

100. (1,1) = 110

Calculando o valor referente ao segundo mês, tem-se:

110. (1,1) = 121

Calculando o valor referente ao terceiro mês, tem-se:

110. (1,1) = 133,10

Observe que os valores anuais formam uma PG de primeiro termo $a_1 = 1000$ e razão $q = 1,1$, correspondendo ao valor em cada ano $100\% (=1)$, mais $10\% (=0,1)$.

Então, para obter o valor total a ser recebido no futuro calculando o 6° termo a_6 dessa P.G:

$$a_6 = a_1 \cdot q^5 \Rightarrow a_6 = 1000 \cdot (1,1)^5 \Rightarrow a_6 = 1610,51.$$

Portanto, após 5 anos, você terá $R\$1610,51$.

5.2.2 Conteúdos no 2º Ano

5.2.2.1 Logaritmo

Utilizar as propriedades dos logaritmos na resolução de problemas que envolvam juros compostos, a ser trabalhado no 2º ano do Ensino Médio.

Exemplo

(UFRN) Os habitantes de certo país são apreciadores dos logaritmos em bases potência de dois. Nesse país, o “Banco ZIG” oferece empréstimos com a taxa (mensal) de juros $T = \log_8 225$, enquanto o “Banco ZAG” trabalha com a taxa (mensal) $S = \log_2 15$. Com base nessas informações:

a) Estabeleça a relação entre T e S;

b) Em qual dos bancos um cidadão desse país, buscando a menor taxa de juros, deverá tomar seu empréstimo?(Giovanni & Bonjorno, 2005, p. 246).

Resolução:

Ao aplicar a potenciação, temos que: $8 = 2^3$ e $225 = 15^2$

Utilizar a propriedade logarítmica:

a) $T = \log_8 225 \Rightarrow T = \log_{2^3} 15^2 \Rightarrow T = \frac{2}{3}\log_2 15 \Rightarrow T = \frac{2}{3}S.$

b) Com base na resposta ao item anterior, segundo a qual $T < S$, concluímos que o empréstimo é mais vantajoso no banco ZIG.

5.2.2.2 Equação exponencial

Em algumas situações, o cálculo dos juros compostos poderá ser feito utilizando conhecimentos de equação exponencial, conteúdo do 2º ano no Ensino Médio.

Exemplo

1) Uma pessoa aplicou R$100.000,00 na caderneta de poupança, que rendeu 1% ao mês ao longo de um ano (lembre-se de que os juros são cumulativos). Ao fim do referido ano, essa pessoa tinha M reais na caderneta de poupança, sem ter feito outro depósito além do inicial, ou realizado saque. Sabendo que M é calculado pela fórmula $M = 100000(1,01)^t$, onde t representa o número de meses da aplicação, qual o valor de M? (Giovanni & Bonjorno, 2005, p. 236)

Resolução:

Sendo a taxa $i = 1\%$ ao mês e tempo $t = 1$ ano ($= 12$ meses), tem-se que:

$$M = 100000 \cdot (1,01)^{12} \Rightarrow M \cong 112682,50.$$

2) Telma tem duas opções de pagamento na compra de um telefone celular: três prestações mensais de $R\$100,00$ cada, ou seis prestações mensais de $R\$51,00$. Se o dinheiro vale 2% ao mês para Telma, isto é, Telma considera

indiferente pagar (ou receber) $R\$100,00$ agora ou $R\$102,00$ daqui a um mês, o que ela deve preferir? (MORGADO, 2001, p. 46).

Resolução:

Colocar o valor dos dois conjuntos de pagamentos na mesma época: optar pela terceira parcela, isto é: calcular os valores em 3 parcelas (V_1) e antecipar as outras 3 parcelas (V_2).

Para o pagamento em 3 parcelas, tem-se:

Primeira parcela (ato da compra) = 100.

Segunda parcela (30 dias após a compra) = 100. (1+0,02).

Terceira parcela (60 dias após a compra) = 100. $(1 + 0{,}02)^2$.

Logo, a equação formada é:

$$V_1 = 100\cdot(1+0,02)^2 + 100\cdot(1+0,02) + 100 \Rightarrow V_1 = 306,04.$$

Para o pagamento em 6 parcelas, haverá a antecipação das 3 últimas parcelas:

Primeira parcela (ato da compra) = 51.

Segunda parcela (1 mês após a compra) = 51. (1+0,02).

Terceira parcela (2 meses após a compra) = 51. $(1 + 0{,}02)^2$.

Antecipação da quarta parcela em um mês = 51: (1 + 0,02).

Antecipação da quinta parcela em dois meses = 51: $(1 + 0{,}02)^2$.

Antecipação da quarta parcela em três meses = 51: $(1 + 0{,}02)^3$.

Logo o valor de V_2 será:

$$V_2 = 51\cdot(1+0,02)^2 + 51\cdot(1+0,02) + 51 + \frac{51}{(1+0,02)} + \frac{51}{(1+0,02)^2} + \frac{51}{(1+0,02)^3} \Rightarrow V_2 \cong 303{,}16.$$

Portanto, Telma deve preferir o pagamento em 6 parcelas.

3) Verônica investe seu dinheiro a juros de 6% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros à qual Verônica está investindo o seu capital? (MORGADO, 2001, p. 50).

Resolução:

O capital de Verônica está investido à taxa de $i = 0,5\%$ ao mês. A taxa anual equivalente é I tal que $1+I = (1+0,005)^{12}$. Daí, $I \cong 0,0617 \Rightarrow I \cong 6{,}17\%$ ao ano.

Ocorre que a (falsa) taxa de 6% ao ano é a denominada taxa nominal. A taxa (verdadeira), denominada taxa efetiva, é de, aproximadamente, $6{,}17\%$ ao ano.

5.2.3 Conteúdos no 3º Ano

5.2.3.1 Função polinomial

Exemplo

Um corretor da bolsa de valores realizou um estudo sobre a oscilação de preço, em real, de duas ações dos tipos A e B, num período de quatro dias, a partir de um mesmo instante, denominado instante zero. O preço $f(x)$ de cada ação do tipo A variou de acordo com a função polinomial $f(x)=x^3-8x^2+15x+1$ e o preço $g(x)$ de cada ação do tipo B variou de acordo com a função polinomial $g(x)=x^3-10x^2+21x+1$, em que x representa o tempo (em dias).

a) Qual era o preço de cada ação do tipo A no início desse estudo?

b) Qual era o preço de cada ação do tipo B dois dias após o início do estudo?

c) Três dias após o início do estudo, qual das duas ações estava mais cara?

d) Forneça um polinômio que expresse, no instante x, o preço de um lote de 10 ações do tipo A e 20 do tipo B.

e) Forneça um polinômio por meio do qual se encontre, no instante x, o valor comparativo entre cada ação do tipo A e cada ação do tipo B. (PAIVA, 2009, p.154).

Resolução:

a) $f(x)=x^3-8x^2+15x+1 \Rightarrow f(0)=1$. Assim, o preço de cada ação do tipo A no início desse estudo era de $R\$1,00$.

b) $g(x)=x^3-10x^2+21x+1 \Rightarrow g(2)=11$. Assim, o preço de cada ação do tipo B dois dias após o início do estudo era de $R\$11,00$.

c) Após 3 dias, temos que:

$$f(x)=x^3-8x^2+15x+1 \Rightarrow f(3)=1,$$

$$g(x)=x^3-10x^2+21x+1 \Rightarrow g(3)=1.$$

Logo, as ações custavam o mesmo valor.

d) $p(x)=10f(x)+20g(x) \Rightarrow p(x)=30x^3-280x^2+570x+30.$

e) $q(x) = f(x) - g(x) \Rightarrow q(x) = 2x^2 - 6x$

ou

$$q(x) = g(x) - f(x) \Rightarrow q(x) = -2x^2 + 6x.$$

6. PROPOSTA DIDÁTICA

6.1 Introdução

Ao apresentar esta proposta, surge a preocupação de colocar para o colega professor, algumas ideias de atividades que possam vir a serem utilizadas em sala de aula durante o ensino da Matemática Financeira, pois esta possui diversas aplicações no atual sistema econômico. Algumas situações estão presentes no cotidiano das pessoas, como financiamentos de casa e carros, realizações de empréstimos, compras no crediário ou com cartão de crédito, aplicações financeiras, investimentos em bolsas de valores, entre outras situações. O mundo globalizado nos exige cada vez mais a necessidade de informações e, para tanto, é necessário o conhecimento básico que possibilita o entendimento de conceitos mais apurados. Este raciocínio é o que norteia a Matemática Financeira que se preocupa com o estudo do valor do dinheiro no tempo.

6.2 ATIVIDADES

6.2.1 Atividade 1.

Dentre os temas: financiamento de carro, financiamento de casa, empréstimos, compras, cartão de crédito ou aplicações financeiras, escolha um e procure em jornais, revistas ou internet, notícias referentes a estes assuntos.
Monte uma tabela com o pagamento a vista e outra com pagamentos em 6, 12, 24 e 36 meses, verificando a taxa de juros que incide em cada um dos prazos.

6.2.2 Atividade 2.

Analise uma nota fiscal que você ou alguém da sua família recebeu nos últimos meses.
Enumere os impostos que foram pagos nessa nota e calcule o percentual de cada um deles.
Compare o valor pago em impostos com o custo real do seu gasto.

6.2.3 Atividade 3.

Um trabalhador, cujo salário mensal é de R$ 935,00, teve na sua data base uma reposição anual de 8,25% referente a inflação acumulada. Posteriormente, recebeu um aumento real de 2,8%. Qual é seu novo salário? (Discutir em sala os conceitos de data base, aumento real e pesquisar sobre IPC, IPC-A, IGP-M)

6.2.4 Atividade 4.

O preço do litro de gasolina, na bomba de um posto A, é de R$ 2,99. No Posto B, o preço do litro da mesma gasolina é R$ 3,16. Determine o percentual de diferença entre os preços. (Pesquisar sobre os tributos que incidem sobre o preço do combustível)

6.2.5 Atividade 5.

Uma pessoa faz um empréstimo bancário a juros compostos de 6% a.m. no valor de R$ 18.675,00 pelo prazo de 8 meses. Qual o montante a ser pago no final deste prazo se a instituição bancária cobra uma taxa de abertura de crédito (TAC) de 3% do valor a ser liberado e o governo federal cobra 0,5% de imposto sobre operações financeiras (IOF) sobre a transação?
(Pesquisar sobre os impostos que incidem sobre operações financeiras)

6.2.6 Atividade 6.

Procure informações sobre o imposto sobre circulação de mercadorias e serviços (ICMS) no estado e em mais dois estados vizinhos, compare suas alíquotas e estabeleça um percentual de diferença entre elas.
(Pesquisar como são calculadas as alíquotas de ICMS e ISS)

6.2.7 Atividade 7.

Pesquisar sobre a diferença entre taxas equivalentes e taxas proporcionais, exemplificando cada uma delas em seu cotidiano.

6.2.8 Atividade 8.

Pesquisar sobre a diferença entre taxa efetiva e taxa nominal, exemplificando cada uma delas em seu cotidiano. (Utilizar financiamento bancário como referência)

6.2.9 Atividade 9.

Fazer um quadro comparativo entre o Sistema de Amortização Constante (SAC) e a Tabela Price (Sistema Francês de Amortização); listar vantagens e desvantagens usando um financiamento habitacional hipotético.

6.2.10 Atividade 10.

O cartão de crédito do banco "Amigos do Rei" cobra, para pagamento mínimo, 15 % do valor total da fatura e um cliente do referido banco recebeu uma fatura no valor de R$ 2.200,00, a ser paga depois de amanhã. O cliente pretende pagar esta fatura em seu valor mínimo por 5 meses. Calcular o valor final a ser pago por ele após este período. (Utilizar uma fatura de cartão para basear-se no juro cobrado pela instituição bancária)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática Financeira é assunto presente na vida do ser humano e principalmente na vida dos brasileiros. Assim, aliada aos conhecimentos da Matemática, ela pode e deve ser aplicada, independentemente dos níveis de ensino aqui tratados, utilizando-se conteúdos em curso inseridos nos planejamentos.

A necessidade das pessoas em perceber que conteúdos de Matemática aprendidos em sala de aula quase sempre fazem parte do seu cotidiano melhora, em muito, suas análises, conclusões e decisões que venham a ser tomadas, pois será possível analisar acontecimentos, abstrair os conteúdos matemáticos e, assim, opinar em sua vida presente.

No âmbito da contextualização e aplicação da Matemática Financeira, precisa-se entender que, no intuito de ajudar os alunos e os cidadãos em geral a planejar melhor suas vidas financeiras, tais situações problema devem ser tratadas na escola. Não se pode (nem se deve) ministrar os conteúdos fundamentais da Matemática como ideias soltas e isoladas. Assim, por meio do processo ensino-aprendizagem, é possível fornecer a essas pessoas ferramentas que as ajudarão no planejamento consciente e mais autônomo por toda a sua vida. Conforme a análise exposta, conteúdos matemáticos em Matemática Financeira provocam um forte relacionamento de respostas acertas questões do dia-a-dia das pessoas.

É preciso uma maior preocupação no desenvolvimento da contextualização de conteúdos aplicados ao ensino de Matemática Financeira, para que as futuras gerações possam entender e utilizá-los com maior ênfase, a fim de promover a integração entre o conteúdo, o seu fim educacional e o uso consciente em seu cotidiano.

Assim, deve haver uma preocupação real e imediata no fato, e de maneira correta, introduzir a Matemática Financeira nas séries iniciais do Ensino Fundamental, com seus conteúdos próprios, e utilizar o seu ensino para trabalhar e exercer a cidadania ao longo do Ensino Básico. Pois no Brasil, sabe-se que o ensino de Matemática passa por sérios problemas, (basta acompanhar as matérias veiculadas nas mais diversas mídias). Mais tais situações, muito graves, não podem e não devem ser usados como desculpa para que o colega professor não cumpra com as propostas de conteúdos adotadas por cada região e tampouco se omita em opinar para contribuir com a melhora do ensino, mesmo sabendo que algumas vezes, tal opinião ou atitude possa ir de encontro a posturas políticas. Posturas essas que visam ”maquiar” índices para os mais diversos fins.

Apesar de encontrar as mais diversas dificuldades, em vários níveis de ensino, é preciso usar a criatividade e todo e qualquer material que, ao fazer parte do cotidiano do aluno, possa contribuir para o sucesso do processo ensino-aprendizagem, pois é alcançando esse sucesso, mesmo que demorado, é que poderemos melhorar o país nos mais diversos e difíceis problemas sócio-econômicos, pois o aluno é também um cidadão disposto a transformar, para melhor, a sua realidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CARVALHO, Thales Mello; CYLLENO, Pedro Eziel**. Matemática comercial e financeira:** complementos de matemática. 2. ed. Rio de Janeiro: Fename, 1971.

CARVALHO, Valéria de. **Educação Matemática:** Matemática & Educação para o Consumo. 1999. 161 f. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, 1999.

D' AMBROSIO, UBIRATAM. **Da realidade à Ação**: Reflexões Sobre Educação e Matemática. 4 ed. São Paulo: Summus; Campinas, 1986.

Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade, Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Ensino Médio.** (v. 1). 1 ed. São Paulo: Ática, 2005.

Matemática Volume Único. 2. Ed. São Paulo: Ática, 2004.

DUARTE, Newton**. Educação escolar, teoria do cotidiano e a escola de Vigotski**. Campinas:Autores Associados, 1996.

FARO, Clovis de. **Matemática Financeira.** 9 ed. São Paulo: Atlas, 1982.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia:** Saberes necessários à prática educativa. 28 ed.São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GONÇALVES, Jean Piton. **A História da Matemática Comercial e Financeira.** Disponível em <www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira>.Acesso em 12/02/2014.

HAZZAN, Samuel; POMPEO, José Nicolau. **Matemática financeira**. 5. ed. São Paulo:Saraiva, 2004.

IEZZI, Gelson; Osvaldo Dolce. **Matemática Volume Único.** 6. Ed. São Paulo: Atual, 2010.

IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

LIBANÊO, José Carlos. **Didáticas**. São Paulo, Cortez, 1994.

LIMA, M. F.; ZANLORENSE, M. J. Uma Análise Histórica sobre a elaboração e divulgação dos PCN no Brasil. **VIII Seminário Nacional de Estudos e Pesquisas – História, Sociedade e Educação no Brasil**, Campinas, 2009.

MARCONDES, Carlos Alberto, Gentil, Sérgio. **Matemática Volume Único.** 6. Ed.São Paulo: Ática, 2002.

MATEMÁTICA Financeira: A Matemática do Ensino Médio, Volume 2. Direção de IMPA. Rio de Janeiro, RJ: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, [2002]. (82 min)

MEC. **Leis de Diretrizes e Bases da Educação.** Brasil, 1995.

MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio.** Brasil, 1999.

MORGADO, Augusto Cezar. **Progressões e Matemática Financeira.** 1. Ed. Rio de Janeiro: IMPA, 1995.

NASCIMENTO, Pedro Lopes. **A Formação do Aluno E A Visão do Professor do EnsinoMédio Em Relação À Matemática Financeira.** 2004. 177 f. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

NOVES, R. C. N. **Uma abordagem visual para o Ensino da Matemática Financeira no Ensino Médio**. 2009. 205 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

OLIVEIRA, Roger Samuel Onofrillo. **Educação Financeira na Sala de Aula na Perspectiva da Etnomatemática.** 2007. Monografia de graduação em Pedagogia. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Bauru.

PAIVA, Manoel Rodrigues. **Matemática (v. 2).** 2. Ed. Rio de Janeiro: Ética, 1999.

PARENTE, Eduardo. **Curso de Matemática Comercial e Financeira.** 2. Ed. São Paulo: Moderna, 2001.

SCHNEIDER, I. J. **Matemática Financeira: um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas**. 2008. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2008.

VERAS, Lilia Ladeira. **Matemática Financeira**. 4 ed. São Paulo: Atas, 2001.