



**SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA  
MESTRADO PROFISIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**

**ALISSON GLEIKE MORAES**

**UMA CONTRIBUIÇÃO AO ENSINO-APRENDIZAGEM DA  
MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: APLICAÇÃO DAS  
FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO LANÇAMENTO DE  
FOGUETES CONFECIONADOS COM GARRAFAS PET**

Porto Velho  
2017

**ALISSON GLEIKE MORAES**

**UMA CONTRIBUIÇÃO AO ENSINO-APRENDIZAGEM DA  
MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: APLICAÇÃO DAS  
FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO LANÇAMENTO DE  
FOGUETES CONFECCIONADOS COM GARRAFAS PET**

Trabalho de Conclusão apresentado ao  
Mestrado em Matemática em Rede Nacional –  
PROFMAT no Polo da Fundação  
Universidade Federal de Rondônia – UNIR,  
como requisito parcial para obtenção do grau  
de Mestre em Matemática. Orientador: Prof.  
Dr. Marinaldo Felipe da Silva

Porto Velho  
2017

**FICHA CATALOGRÁFICA**  
**BIBLIOTECA PROF. ROBERTO DUARTE PIRES**

M8275c

Moraes, Álisson Gleike

Uma contribuição ao ensino-aprendizagem da matemática na educação básica: aplicação das funções quadráticas no lançamento de foguetes confeccionados com garrafas pet / Álisson Gleike Moraes. Porto Velho, Rondônia, 2014.

91f.: il.

Dissertação (Mestrado em Matemática) Fundação Universidade Federal de Rondônia / UNIR.

Orientador: Prof. Dr. Marinaldo Felipe da Silva

1. Equação do 2º grau 2. Função quadrática 3. Lançamento de foguete I. Silva, Marinaldo Felipe da M. II. Título.

CDU: 51

Bibliotecária Responsável: Ozelina Saldanha CRB11/947

**Alisson Gleike Moraes**

**UMA CONTRIBUIÇÃO AO ENSINO-APRENDIZAGEM DA  
MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: APLICAÇÃO DAS  
FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO LANÇAMENTO DE  
FOGUETES CONFECCIONADOS COM GARRAFAS PET**

Trabalho de Conclusão de Curso defendido no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional – PROFMAT, do Departamento de Matemática da Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de concentração Matemática Aplicada, aprovado no dia 20 de julho de 2017, pela Banca Examinadora constituída pelos docentes:

Prof. Dr. Marinaldo Felipe da Silva  
Orientador/Presidente  
PROFMAT/UNIR

Prof. Ms. Ronaldo Chaves Cavalcanti  
PROFMAT/UNIR

Prof. Dr. José Ivan da Silva Ramos  
PROFMAT/UFAC

Prof. Ms. Adalberto Carlos do Nascimento  
PROFMAT/UNIR - Suplente

À minha mãe Esmeralda Velasques Morais  
por sempre incentivar meus estudos,  
acreditando que era possível chegar até aqui.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, acima de tudo, por ter me proporcionado esta oportunidade e que me deu forças para trilhar esse caminho nada fácil, foram muitas noites sem dormir e dias muito cansativos, mas que valeram a pena.

A minha esposa Elizabeth, por todo carinho dispensado durante este mestrado e pela paciência de me esperar todas as noites que passei fora de casa estudando com meus colegas.

Aos meus filhos Alisson Júnior e Maria Eduarda, pela compreensão durante os finais de semana em que estive fora estudando.

Aos meus amigos de curso pela ajuda e pela generosidade em compartilhar seu conhecimento.

À coordenação Nacional do curso, que nos proporcionou uma oportunidade única.

Aos professores do PROFMAT pela oportunidade de ampliar meus conhecimentos por meio deste Mestrado, em especial Tomás Rodrigues, Marinaldo Felipe, Adeilton Fernandes, Ronaldo Cavalcanti e Flávio Simão.

## RESUMO

O conteúdo de função é um dos assuntos mais importantes da matemática, tendo grande aplicabilidade nas disciplinas de física e nas áreas da engenharia, entre outras. Este trabalho tem como objetivo contribuir com o ensino-aprendizagem da Matemática na Educação Básica. Para tal, apresenta as características e propriedades da função quadrática, a saber: forma canônica, valores de máximo e mínimo, zeros e um estudo detalhado dos gráficos. Concatenados a tal, são fornecidos relatos de experimentos (oficinas), sobre o lançamento de foguetes confeccionados com garrafas pet, relacionando o abstrato (teoria) com o concreto (lançamento de foguetes), onde o aluno pode ver na prática (oficinas) algumas aplicações do conteúdo de função quadrática.

**Palavras - chave:** Função Quadrática. Gráficos. Lançamento de Foguete.

## **ABSTRACT**

Functional content is one of the most important subjects of mathematics, having great applicability in the disciplines of physics and in the areas of engineering, among others. This work aims to contribute with the teaching-learning of Mathematics in Basic Education. For this it presents the characteristics and properties of the quadratic function, namely: canonical form, values of maximum and minimum, zeros and a detailed study of the graphs. Concatenated to this, reports of experiments (workshops) are given, that is, the launching of rockets made with pet bottles, relating abstract (theory) to concrete (rocket launching) where the student can see in practice (workshops) some Applications of the quadratic function content.

**Key words:** Quadratic function. Graphs. Rocket Launch.



# SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	10
1 FUNÇÕES QUADRÁTICAS .....	12
1.1 A Forma Canônica do Trinômio .....	12
1.2 Estudo do Gráfico da Função Quadrática .....	17
2 CONSTRUINDO FOGUETES DE GARRAFA PET .....	20
2.1 Materiais para Construção do Foguete .....	20
2.2 Procedimento para Montagem do Foguete .....	20
2.3 Construindo a Base de Lançamento .....	22
2.4 Materiais para Construção da Base de Lançamento .....	23
2.5 Procedimentos para Montagem da Base de Lançamento .....	24
3 O PROJETO: LANÇAMENTO DE FOGUETES .....	29
3.1 O Projeto .....	30
4 RESULTADOS.....	31
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	35
6 REFERÊNCIAS .....	36
APÊNDICE A – Oficina para Construção da Base de Lançamento .....	38
APÊNDICE B – Oficina para Realização de Testes de Estabilidade do Foguete .....	45
APÊNDICE C – Fotos do Campeonato de Lançamento de Foguetes de Garrafas Pet.....	52

## INTRODUÇÃO

O estudo das funções é um dos conteúdos mais importantes da matemática, tendo grande aplicabilidade principalmente na Física e nas Engenharias. Dar início ao estudo desse conteúdo de maneira diferenciada, usando uma experiência onde o aluno possa testar suas hipóteses e verificar na prática os resultados, pode proporcionar ao educando um grande aprendizado que vai além do conteúdo aplicado em sala de aula.

Farias [12], expõe em sua dissertação de mestrado que no estudo das funções o *software* GeoGebra é uma ferramenta capaz de auxiliar ou mediar o processo de construção do conhecimento, e que o uso dessa ferramenta, pode motivar o aluno a realizar investigações, facilitando o interesse pela disciplina de matemática.

Lima [13], propõe em sua dissertação de mestrado que inicialmente não se deve apresentar os conceitos de funções, tal qual está no livro didático, e sim fazer com que o conteúdo seja construído progressivamente, de modo eficaz e significativo, apresentando situações cotidianas e atividades diversificadas, tornando o aluno protagonista desse processo.

A Matemática, ao longo de sua história, vem passando por grandes mudanças no tocante à forma como se concebe o processo de ensino- aprendizagem. De acordo com Soares [11],

“...o ensino das funções quadráticas, geralmente, é apresentado de forma mecânica, carregado de fórmulas que os alunos não sabem de onde vem e, algumas vezes, o professor também não.”

Neste trabalho, buscamos, através de uma atividade prática, apresentar metodologias, que possam motivar e aproximar, o ensino das funções quadráticas, da realidade.

No primeiro Capítulo, definimos função quadrática e estudamos a sua forma canônica. Tal forma é uma das representações mais importantes da função, pois dela extraímos um grande número de informações, sendo seu estudo pouco explorado no Ensino Fundamental e Médio. A partir da forma canônica determinamos: os zeros da função e o valor máximo e mínimo. Na sequência

estudamos o gráfico da função quadrática, e definimos que o gráfico é uma parábola, utilizamos o gráfico para descobrir os zeros e fazer o estudo do sinal da função que foi visto de forma algébrica nas Seções 1.1 e 1.2.

No segundo Capítulo, mostramos o material necessário para construção do foguete de garrafa pet assim como o passo a passo para a construção. Na sequência do capítulo mostramos os materiais necessários para a construção da base de lançamento do foguete. A construção dessa base foi mostrada detalhadamente através das Figuras de 2.3 até 2.12.

No terceiro Capítulo, serão apresentados os objetivos do projeto de lançamento de foguetes confeccionados com garrafas pet. Também apresentar-se-á a metodologia do campeonato de lançamento de foguete, onde o aluno terá contato com uma atividade prática relacionada ao conteúdo de funções estudado em sala de aula, aproximando-o assim, de uma atividade experimental, onde ele terá autonomia para elaborar e testar suas hipóteses.

Para finalizarmos os nossos estudos apresentamos, no quarto Capítulo, os resultados obtidos na competição de lançamentos de foguetes, assim como a análise dos dados utilizando o *software* epi Info.

# 1 FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Neste capítulo estudaremos a definição de função quadrática, a forma canônica, seus valores de máximo e mínimo, os zeros e o estudo do gráfico. As referências para esse capítulo podem ser encontradas em [1], [2] e [3].

**Definição 1.1.** [2, p. 127] *Uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  chama-se quadrática quando existem números reais  $a, b, c$  com  $a \neq 0$ , tais que*

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

Exemplos de funções quadráticas.

## Exemplo 1.1.

- i) A função  $f(x) = x^2 - 5x + 6$  é uma função quadrática, com  $a = 1$ ,  $b = -5$  e  $c = 6$ ;
- ii) A função  $f(x) = -3x^2 - 7x$  é uma função quadrática, com  $a = -3$ ,  $b = -7$  e  $c = 0$ ;
- iii) A função  $f(x) = -x^2 + 16$  é uma função quadrática, com  $a = -1$ ,  $b = 0$  e  $c = 16$ ;
- iv) A função  $f(x) = -x^2$  é uma função quadrática, com  $a = -1$ ,  $b = 0$  e  $c = 0$ ;
- v) A função  $f(x) = 5x + 3$ , não é uma função quadrática, pois  $a = 0$ .

## 1.1 A Forma Canônica do Trinômio

A Forma Canônica do Trinômio baseia-se na técnica de completamento de quadrados, tal técnica tem por objetivo criar um quadrado perfeito, fazendo os devidos ajustes na expressão da função.

Tomemos o trinômio  $ax^2 + bx + c$ , com **a**, **b** e **c** reais e **a**  $\neq 0$ .

Colocando **a** em evidência e utilizando a técnica de completar quadrado, temos:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) \\ &= a \left[ x^2 + 2 \frac{b}{2a}x + \left( \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} - \left( \frac{b}{2a} \right)^2 \right] \\
&= a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + c - \frac{b^2}{4a} \\
&= a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}
\end{aligned}$$

Assim, podemos reescrever a função  $f(x) = ax^2 + bx + c$  no seguinte formato:

$$f(x) = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}. \quad (1.1)$$

ou ainda, tomando  $m = -\frac{b}{2a}$  e  $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$ , chegamos a seguinte relação:

$$f(x) = a(x - m)^2 + k \quad (1.2)$$

A função encontrada em 1.2 é a chamada forma canônica da função quadrática. Realizaremos, agora, um estudo mais detalhado da forma canônica e obteremos propriedades importantes para o estudo das funções quadráticas.

### 1.1.1 Valor máximo e valor mínimo

A função encontrada em 1.1 nos fornece os valores máximo e mínimo da função quadrática.

Se  $a > 0$ , a expressão  $a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2$  é sempre positiva e o menor valor da soma das duas parcelas da equação 1.1 é atingido quando:

$$\left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 = 0$$

Daí, temos que  $x = -\frac{b}{2a}$ . Neste ponto, a função assume o valor mínimo. Logo, quando  $a > 0$ , o menor valor assumido pela função quadrática é:

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

De forma análoga, sendo  $a < 0$ , a função quadrática assume o valor máximo quando  $x = -\frac{b}{2a}$  e esse valor é dado por  $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ .

Portanto:

- A função quadrática assume valor mínimo quando  $a > 0$ ;
- A função quadrática assume valor máximo quando  $a < 0$ .

Portanto estando a função em sua forma canônica a determinação dos valores de máximo e mínimo (dependo do sinal de  $a$ ) não se torna um cálculo trabalhoso.

**Exemplo 1.2.** Escreva a função  $f(x) = x^2 - 6x + 5$  em sua forma canônica e determine o valor mínimo

**Solução:** Escrevendo  $f(x)$  em sua forma canônica, temos:

$$f(x) = (x - 3)^2 - 9 + 5, \text{ ou seja, } f(x) = (x - 3)^2 - 4.$$

O valor mínimo da função é  $y = -4$  que ocorre no ponto do domínio  $x = 3$ .

### 1.1.2 Zeros da função quadrática

A maneira de escrever o trinômio do segundo grau, na forma canônica, nos conduz diretamente à fórmula que dá as raízes da equação  $ax^2 + bx + c = 0$

Deste modo, sendo  $a \neq 0$

$$a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} = 0 \quad (1.3)$$

obtemos a fórmula que fornece as raízes da equação do 2º grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (1.4)$$

O termo dentro do radicando recebe uma denominação especial e é representado pela letra grega  $\Delta$  (delta), tal termo chama-se discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad (1.5)$$

Com essa nova notação, a equação (1.4) pode ser representada por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad (1.6)$$

Dependendo do valor do discriminante podemos concluir se uma equação do segundo grau possui ou não raízes reais, e se possuir, se são distintas ou não.

Utilizando as equações 1.3 e 1.5 temos:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$$

observe que a equação acima só terá solução  $\Delta \geq 0$ , pois o primeiro membro da equação é um número elevado ao quadrado. Podemos então concluir que:

- Se  $\Delta \geq 0$ , a equação possui raízes reais;
- Caso contrário, ou seja,  $\Delta < 0$ , a equação não possui raízes reais.

Caso  $\Delta = 0$ ,  $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$ , teremos,  $x = -\frac{b}{2a}$  como única raiz da equação.

**Exemplo 1.3.** *Utilize o método de completamento de quadrados para escrever a função na forma canônica e determine os zeros das funções:*

a)  $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Do completamento de quadrados temos:

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1 = 0,$$

que equivale a:

$$(x - 2)^2 = 1,$$

ou seja,

$$x = 2 \pm 1.$$

Portanto

$$x = 3 \text{ ou } x = 1.$$

Logo a função possui dois zeros,  $x = 3$  ou  $x = 1$ .

b)  $f(x) = x^2 - 6x + 13$

Completando quadrado temos:

$$x^2 - 6x + 13 = (x - 3)^2 + 4 = 0,$$

que é equivalente a:

$$(x - 3)^2 = -4 \cdot$$

Portanto a função não possui zeros reais, pois essa igualdade não é possível, já que o primeiro membro é um número elevado ao quadrado, que é maior ou igual a zero e o segundo membro é um número negativo.

c)  $f(x) = x^2 - 10x + 25$

Completando quadrado temos:

$$x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2 = 0,$$

que é equivalente a:

$$(x - 5)^2 = 0,$$

ou seja,

$$x = 5.$$

Neste caso, a função possui um único zero,  $x = 5$ .



## 1.2 Estudo do Gráfico da Função Quadrática

De acordo com [2, p. 139], o gráfico de uma função quadrática é uma parábola. Esta parábola terá concavidade voltada para cima se  $a > 0$ , e concavidade voltada para baixo se  $a < 0$ .

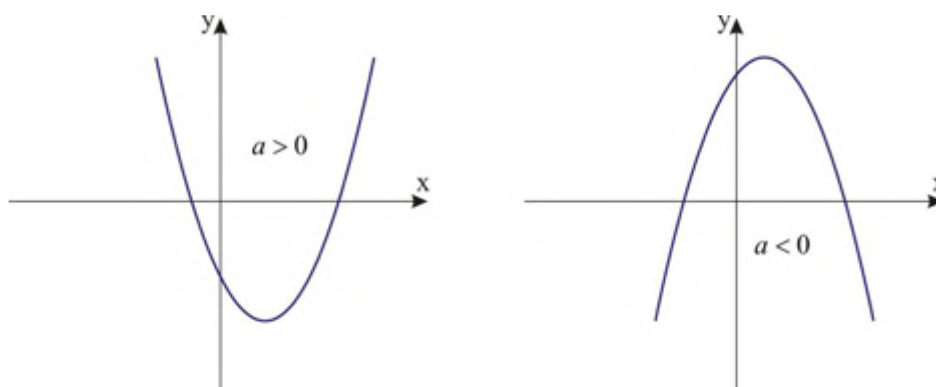


Figura 1.1: Concavidades das Parábolas.

O valor máximo e mínimo da função quadrática, vistos na seção 1.1, nos permite identificar um dos elementos de grande importância no estudo dos gráficos da função quadrática, o vértice da parábola.

A forma canônica do trinômio

$$ax^2 + bx + c$$

nos dá

$$ax^2 + bx + c = a(x - m)^2 + k$$

onde

$$m = -\frac{b}{2a} \text{ e } k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Na seção 1.1, vimos que no ponto  $x = -\frac{b}{2a}$  a função quadrática atinge o seu ponto máximo quando  $a < 0$  e, o seu valor mínimo, quando  $a > 0$ . Temos também que quando  $x_v = -\frac{b}{2a}$ , o ponto  $V(x_v, f(x))$  é chamado de vértice da parábola.

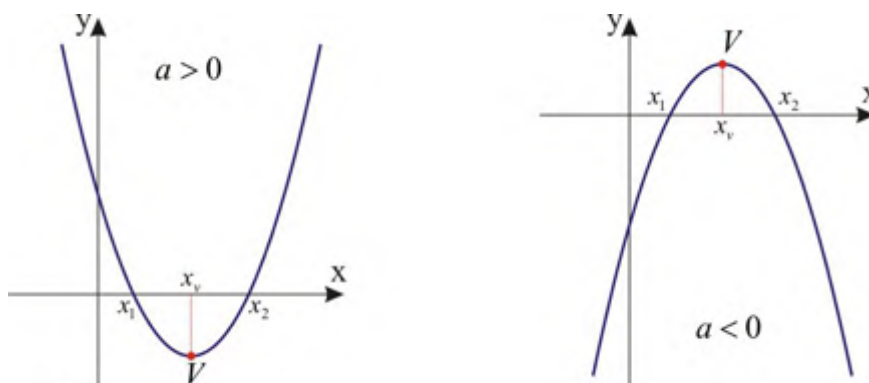


Figura 1.2: Vértices das Parábolas.

O gráfico da função quadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

é de grande importância para entendermos o comportamento da função.

Quando a função possui valores  $x_1$  e  $x_2$ , para os quais  $f(x) = 0$ , dizemos que esses valores são os zeros da função e, nesses pontos o gráfico da função intercepta o eixo OX, nos pontos  $(x_1, 0)$  e  $(x_2, 0)$  e são encontrados resolvendo a equação

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Se a equação tem duas raízes reais distintas  $x_1$  e  $x_2$ , a abscissa do vértice da parábola é o ponto médio das duas raízes e se  $x_1 < x < x_2$ , então  $f(x)$  tem sinal oposto de **a**, se  $x < x_1$  e  $x > x_2$ , então  $f(x)$  tem o mesmo sinal de **a**.

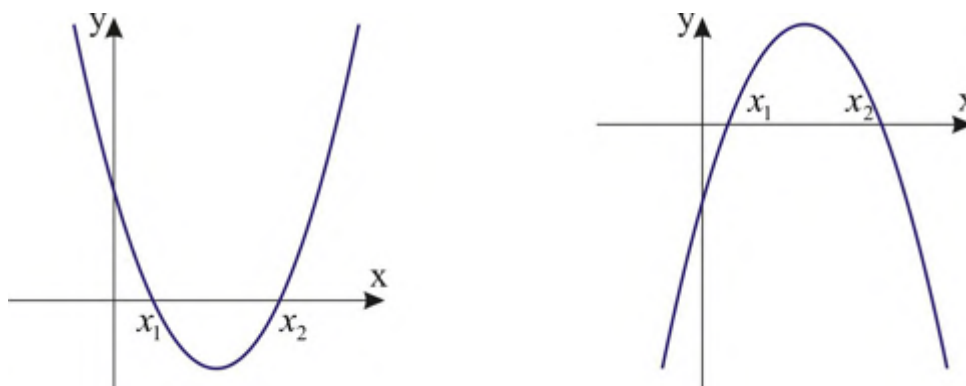
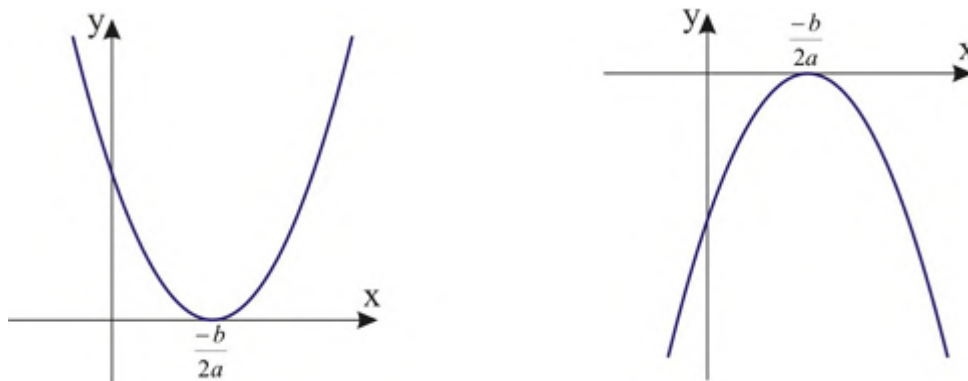


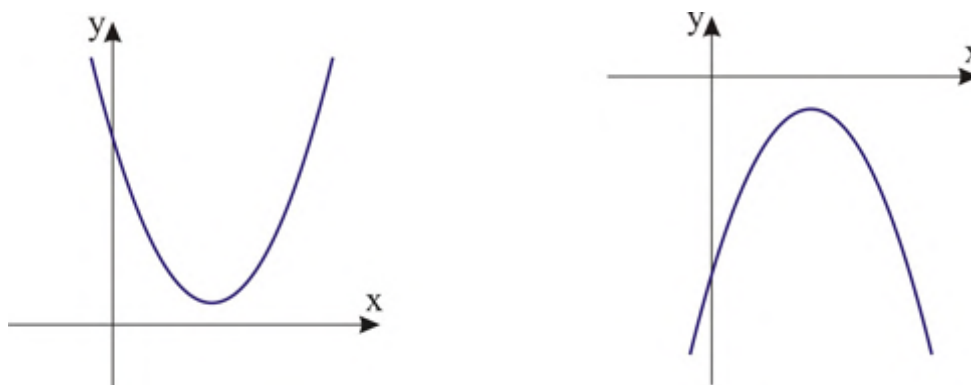
Figura 1.3: Parábola de uma função que possui dois zeros reais distintos.

Se a equação tem duas raízes reais iguais, onde  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ , a abscissa do vértice da parábola é igual ao valor das raízes e, se  $x_1 < x < x_2$ , então  $f(x)$  tem o mesmo sinal de  $a$ . Se  $x = x_1 = x_2$ , então  $f(x) = 0$ .



**Figura 1.4:** Parábola de uma função que possui duas raízes reais iguais.

Quando a equação não tiver raízes reais, a abscissa do vértice da parábola é igual a  $x_v = -\frac{b}{2a}$  e se  $a > 0$ , então  $f(x) > 0$  para todo  $x$  pertencente aos reais e se  $a < 0$ , então  $f(x) < 0$  para todo  $x$  pertencente aos reais.



**Figura 1.5:** Parábola de uma função que não possui zero.

## **2 CONSTRUINDO FOGUETES DE GARRAFA PET**

Os foguetes são máquinas incríveis e cheias de tecnologia. São usados para lançar ao espaço homens, satélites e naves para exploração espacial. Pela sua complexidade, esse tema não é muito tratado em sala de aula e funciona mais como tema transversal, apesar de ser um assunto bastante atrativo e que pode ser abordado de maneira simples e interdisciplinar no currículo escolar. A construção pode parecer muito complicada, mas existem várias formas de se construir e lançar foguetes.

Neste trabalho, apresentar-se-á uma das formas mais práticas, simplificada ao máximo, a fim de tornar possível a sua construção por pessoas menos habilidosas. Esse tipo de foguete é bastante simples de construir e utiliza materiais muito fáceis de serem encontrados. Apesar disso, tal foguete envolve alguns conceitos físicos importantes e, portanto, sua construção deve seguir a risca certos princípios que tratam basicamente de sua estabilidade em voo e segurança para quem vai lançá-lo.

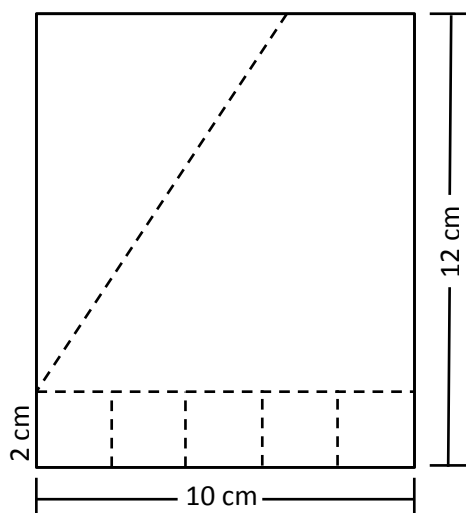
### **2.1 Materiais para Construção do Foguete**

- Duas garrafas pet cilíndricas de dois litros com paredes paralelas;
- Estilete;
- Régua;
- Lápis marcador;
- Fita adesiva;
- Papelão, cartolina ou isopor de alta densidade;
- Tesoura.

### **2.2 Procedimento para Montagem do Foguete**

Corte a parte superior de uma das garrafas, pois esta parte será o bico (coifa) do foguete. Cole-a com fita adesiva na parte inferior da outra garrafa. Da garrafa que foi cortada retire, da parte central, uma tira de 10 cm de largura que será utilizada

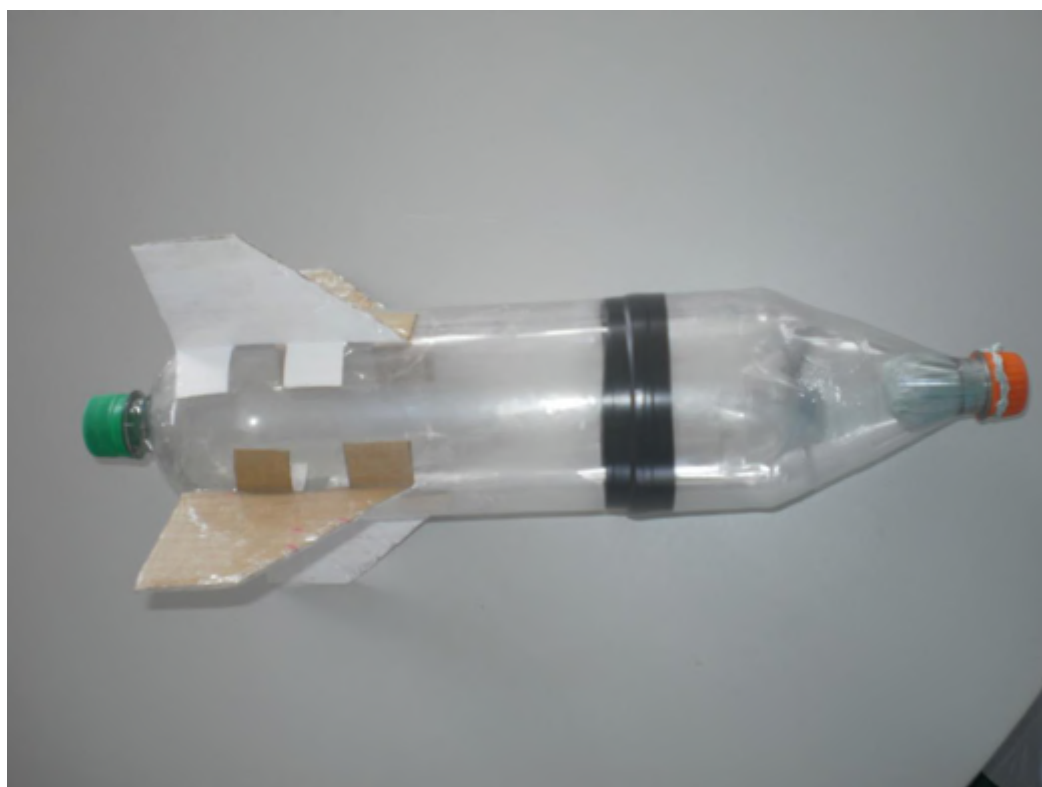
para fazer a “saia” do foguete. A seguir, corte quatro retângulos de 12 cm por 10 cm conforme a Figura 2.1.



**Figura 2.1:** Molde para as aletas do foguete.

Fixe com fita adesiva as quatro aletas na fuselagem do foguete. Esse tipo de aleta foi desenhado para que se tenha um encaixe perfeito.

Se os passos anteriores foram seguidos corretamente o foguete estará pronto.



**Figura 2.2:** Foguete montado.

Este é um modelo de construção extremamente simples. Existem várias outras formas de se construir um foguete PET, assim, vale a criatividade do construtor em substituir e/ou acrescentar alguns materiais. Vale ressaltar ainda que, a garrafa PET não deve ser substituída, uma vez que, esta suporta uma pressão em torno de 40 libras por litro em seu interior, fato extremamente importante para a segurança no lançamento.

### 2.3 Construindo a Base de Lançamento

A base para lançar foguetes PET deve ser construída com cuidado e ser bastante firme, uma vez que, deverá suportar o peso do foguete carregado. Existem vários formatos de bases de lançamento e os dois principais detalhes a se considerar para o pleno funcionamento são: gatilho de disparo e vazamentos.

O gatilho de disparo deve ser feito de modo a segurar e manter o foguete na posição desejada até o momento de ser disparado. Ele também deve evitar vazamentos, que provocam perda de eficiência do foguete. O modelo de base, a seguir, é um modelo bastante simples e muito eficiente.



**Figura 2.3:** Base de lançamento de foguete.

## 2.4 Materiais para Construção da Base de Lançamento



Figura 2.4: Material para construção da base de lançamento.

- A) Quatro "T's" de  $\frac{3}{4}$ ";
- B) Cinco pedaços de cano de  $\frac{3}{4}$ " medindo 10 cm cada;
- C) Quatro joelhos de  $90^\circ$  de  $\frac{3}{4}$ ";
- D) Nove pedaços de cano de  $\frac{3}{4}$ " medindo 15 cm cada;
- E) Uma válvula (pito) de pneu;
- F) Um cap para cano de  $\frac{3}{4}$ ";
- G) Uma luva para cano de  $\frac{3}{4}$ ";
- H) Um registro para cano de  $\frac{3}{4}$ "

- I) Fita veda rosca;
- J) Uma abraçadeira de aço para cano de  $\frac{3}{4}$ ";
- K) Dez abraçadeiras flexíveis de nylon;
- L) Um pedaço de cano de 40 mm para o gatilho;
- M) Cola para cano soldável.
- N) Uma lixa;
- O) Uma serra;
- P) Uma régua;
- Q) Uma redução de cano de  $\frac{3}{4}$ " para  $\frac{1}{2}$ ";
- R) Um pedaço de cano de  $\frac{1}{2}$ " medindo 30 cm.

## 2.5 Procedimentos para Montagem da Base de Lançamento

Começaremos a montagem da base pelas pernas: Cole um pedaço de cano de 10 cm em um joelho e na outra extremidade do joelho cole um pedaço de cano de 15 cm, na outra extremidade do cano de 15 cm cole um "T", seguido de mais um pedaço de cano de 15 cm, na extremidade do cano de 15 cm cole um joelho e para finalizar a primeira perna cole um pedaço de cano de 10 cm.



**Figura 2.5:** Perna da base de lançamento dos foguetes.



Os canos depois de colados devem ficar de acordo com a Figura 2.6.



**Figura 2.6:** Perna da base de lançamento dos foguetes.

Repita o processo para construção da outra perna.

Para que possamos unir as duas pernas, seguiremos os seguintes procedimentos: Em uma das pernas, colaremos no “T” que ficou no centro um cano de 15 cm, seguido por um “T” e um cano de 15 cm para unir com a outra perna.



**Figura 2.7:** Parte central da perna para base de lançamento dos foguetes.

Os canos depois de colados devem ficar como nas Figuras 2.8 e 2.9.



**Figura 2.8:** Parte central da perna para base de lançamento dos foguetes.



**Figura 2.9:** Parte central da perna para base de lançamento dos foguetes.

Para montagem do módulo responsável pela entrada de ar e consequente pressurização da garrafa e do dispositivo para abortar o lançamento seguiremos os seguintes procedimentos: cole um pedaço de cano de 10 cm no registro e na outra saída do registro um cano de 15 cm, seguido por um “T”, nas duas saídas do “T” cole pedaços de cano de 15 cm. Na extremidade do cano que ficou perpendicular aos outros canos, cole o CAP já perfurado e acoplado com a válvula de pneu (pito). No outro cano, cole a luva com a redução e o cano de  $\frac{1}{2}$ ” de 30 cm de comprimento.



**Figura 2.10:** Montagem do sistema de propulsão para o lançamento de foguetes.

Os canos depois de colados devem ficar como na figura abaixo.



**Figura 2.11:** Montagem do sistema de propulsão para o lançamento de foguetes.

A montagem do módulo que reterá o foguete quando este estiver abastecido com água e durante a pressurização é de suma importância para o sucesso do lançamento do foguete, pois nele não poderá haver vazamentos. Com o auxílio de um elástico, posicione as abraçadeiras de nylon em volta do cano. Tenha o cuidado de deixar as partes largas para dentro (elas formarão as travas) que não deixarão com que o foguete seja disparado antes de puxar o gatilho. Depois que as abraçadeiras estiverem todas posicionadas prenda-as com uma abraçadeira de aço para que elas não se desloquem. Posicione o foguete já com água para verificar se há vazamentos, se houver vazamentos use a fita veda rosca para engrossar um pouco mais o cano no local onde a garrafa será posicionada. Para completar coloque o pedaço de cano de 40 mm, pois esse será o gatilho e fará com que o foguete permaneça fixo durante a pressurização.



**Figura 2.12:** Montagem do sistema de retenção do foguete na base.

No próximo Capítulo apresentaremos os objetivos do projeto de lançamento de foguetes confeccionados com garrafas pet e como ele será desenvolvido.

### 3 O PROJETO: LANÇAMENTO DE FOGUETES

O projeto surgiu como um desafio dos professores de Matemática, Física, História e Artes ao levarem os alunos do 9º ano do ensino fundamental a:

- Relacionar conteúdos de sala de aula a situações práticas, onde as teorias sejam associadas a situações práticas;
- Utilizar dados matemáticos e artísticos como simetria e ornamentação;
- Observar os conceitos matemáticos e físicos na estrutura de lançamento;
- Testar leis da Física aplicáveis ao voo de um foguete;
- Introduzir conceitos de Astronáutica, ciência que proporciona o conhecimento da navegação espacial;
- Construir protótipo de foguete para simular uma situação real de lançamento na vertical;
- Tornar público esse saber e despertar a curiosidade e o interesse do jovem pela área de pesquisa espacial;
- Levantar fatos históricos da utilização de foguetes, tanto nos auge de seus lançamentos como a ida do homem a lua, até aos cumes de mau uso nos processos de destruição em guerras.

O projeto teve como intuito contribuir para suprir a necessidade de trabalhar atividades experimentais com alunos, pois se mostra como uma atividade motivadora que proporciona uma maneira diferente para trabalhar conceitos das disciplinas de Matemática, Física, História e Artes. Segundo Abib [9],

O uso de atividades experimentais tende a propiciar a construção de um ambiente motivador, agradável, estimulante e rico em situações novas e desafiadoras que, quando bem empregadas, aumentam a probabilidade de que sejam elaborados conhecimentos e sejam desenvolvidas habilidades, atitudes e competências relacionadas ao fazer e entender a Ciência.

Muitos defendem que atividades experimentais, utilizadas como estratégia de ensino, pode desencadear no aluno um maior interesse pela disciplina de

Matemática, melhorando a aprendizagem. Segundo Neves, Caballero; Moreira, 2006. [5]

“O trabalho experimental tem uma reconhecida importância na aprendizagem de Ciências, largamente aceita entre a comunidade científica e pelos professores como metodologia de ensino”.

### 3.1 O Projeto

A competição de lançamento de foguetes confeccionados com garrafas pet será realizada com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, que formarão equipes de no máximo 5 participantes. A competição será dividida em duas categorias:

- Primeira Categoria: Maior Distância

Cada equipe terá direito a fazer três lançamentos alternados com as outras equipes, onde serão anotadas as suas marcas. Para que não exista dúvida, em relação a esta categoria, a distância a ser registrada será da base de lançamento até a ponta superior do foguete, após a sua total parada.

- Segunda Categoria: Precisão

Cada equipe terá direito a fazer três lançamentos alternados com as outras equipes, onde terão que acertar um alvo localizado, no chão, a vinte metros de distância da base de lançamento. A pontuação do alvo será distribuída da seguinte maneira: 100 pontos para a parte amarela, 75 pontos para parte vermelha, 50 pontos para parte azul e 25 pontos para a parte preta. Para que não exista nenhuma dúvida, em relação a esta categoria, a pontuação será dada após a total parada do foguete.

As inscrições serão feitas pelos professores das disciplinas de Matemática, Física, História e Artes em um formulário cedido pelos professores.

Serão realizadas duas oficinas com os alunos. A primeira oficina será destinada a construção do foguete com garrafas pet e a base de lançamento. A segunda oficina será para que os alunos possam testar suas bases de lançamento e para que sejam feitas as correções necessárias para o lançamento do foguete.

## 4 RESULTADOS

O projeto de lançamento de foguete confeccionados com garrafas pet teve início no 2º Bimestre, quando se iniciou o conteúdo de equações do 2º grau. Foi mostrado ao aluno a resolução das equações do 2º grau através do completamento de quadrados, forma canônica e “fórmula de Bhaskará”. No 3º Bimestre, dando continuidade a parte teórica do projeto, foi passado ao aluno o conteúdo de função quadrática, onde foi estudado a forma canônica, valor máximo e mínimo da função, zeros da função, forma fatorada, análise do sinal da função e o gráfico da função. Durante o estudo do gráfico da função quadrática os alunos foram levados ao laboratório, onde puderam conhecer o *software* Geogebra, que possibilitou ao aluno, durante o manuseio do *software*, ver graficamente as mudanças que ocorrem no gráfico enquanto se variava os coeficientes **a**, **b** e **c** da função quadrática.

Após o aluno ter conhecimento da parte teórica de equações do 2º grau e função quadrática, ocorreu a divulgação do campeonato de lançamento de foguetes de garrafas pet, para que o aluno pudesse vivenciar na prática os conteúdos estudados em sala de aula.

Depois de feitas as inscrições de 12 grupos, foram marcadas oficinas para construção da base de lançamento. Nessas oficinas participaram os professores das disciplinas de Matemática, Física, História e Artes, além da participação de um grande número de alunos acompanhado de seus pais. Essa oficina foi registrada com fotos (Apêndice A).

Logo após todas as equipes estarem com suas bases de lançamento prontas e foguetes construídos, foi marcado uma nova oficina, em campo aberto, para que fossem realizados os testes de lançamento e verificação da estabilidade dos foguetes, pois esse é um ponto fundamental para que os foguetes mantenham suas trajetórias durante o voo. Foram realizados também testes para se determinar qual o melhor ângulo de lançamento, para que o foguete atingisse a maior distância, e qual a quantidade ideal de água que se deveria abastecer o foguete, para obter o melhor desempenho. O principal destaque foi a participação em massa dos alunos e de seus pais. Essa oficina foi registrada com fotos (Apêndice B).

Após a realização de vários testes e de alguns ajustes e orientações, em sala de aula, para que fossem sanados todos os problemas em relação a vazamentos na base de lançamento, a estabilidade dos foguetes, o ângulo de lançamento e a quantidade de água ideal para o lançamento, foi marcado o dia para que acontecesse a competição de lançamento dos foguetes. Esse convite foi estendido à toda comunidade escolar e aos pais e familiares dos alunos. A competição contou com a participação de todas as equipes inscritas e também com grande parte da comunidade escolar que foram prestigiar o evento e torcer por seus colegas. O apoio de todos os professores envolvidos no projeto e de parte da equipe técnica da escola foi de fundamental importância para o êxito do projeto. O evento foi registrado com fotos. (Apêndice C).

Após a realização da competição foram obtidos os seguintes resultados:

**Tabela 4.1:** Resultados da competição de lançamento de foguetes Categoria: distância

Categoria: Distância				
Equipes	1ª Tentativa	2ª Tentativa	3ª Tentativa	Colocação
1	41 m	54 m	39 m	5ª
2	43 m	8,2 m	63,2 m	2ª
3	15,9 m	1 m	-	10ª
4	28,5 m	-	32,5 m	8ª
5	-	20,5 m	45 m	7ª
6	84 m	84 m	93 m	1ª
7	52 m	51,3 m	59 m	4ª
8	-	15,2 m	-	11ª
9	16,7 m	14 m	-	9ª
10	53 m	51 m	30 m	6ª
11	-	11,3 m	-	13ª
12	61,4 m	58 m	51,5 m	3ª

**Fonte:** Colégio Classe A

Portanto, sagrou-se campeã a equipe número 6 com a distância máxima atingida de 93 m. Podemos destacar que a equipe campeã demonstrou um grande comprometimento durante o andamento do projeto, pois a mesma esteve presente



em todas as oficinas realizadas com os professores. A equipe dedicou-se ao máximo na construção da base de lançamento e na construção do foguete de garrafas pet. A equipe realizou vários testes e verificou que para se atingir a maior distância o ângulo de lançamento deveria estar entre 43° e 47° e que o foguete deveria estar com um terço (de água) da capacidade máxima da garrafa.

Utilizando o *software* Epi Info, versão 3.5.2, dezembro de 2010, para realizar uma análise mais detalhada da Tabela 4.1, encontramos os seguintes resultados:

- Na 1ª tentativa tivemos uma média de distância de aproximadamente 43,9 m. A menor distância alcançada foi 15 m e a maior 84 m, 55,5% dos grupos ficaram abaixo da média e 44,5% acima da média.
- Na 2ª tentativa tivemos uma média de distância de aproximadamente 33,5 m. A menor distância alcançada foi 1 m e a maior 84 m, 54,54% dos grupos ficaram abaixo da média e 45,46% acima da média.
- Na 3ª tentativa tivemos uma média de distância de aproximadamente 51,6 m. A menor distância alcançada foi 30 m e a maior 93 m, 50% dos grupos ficaram abaixo da média e 50% acima da média.

Analisando as informações obtidas com software Epi Info, concluímos que houve uma melhora significativa nos lançamentos, pois tivemos uma média de 43,9 m, na 1ª tentativa, e, já na 3ª tentativa, obtivemos uma média de 51,6 m e 50% dos grupos ficaram acima da média.

**Tabela 4.2:** Resultados da competição de lançamento de foguetes Categoria: precisão

Categoria: Precisão					
Equipes	Tentativas			Total de Pontos	Colocação
	1ª	2ª	3ª		
1	0	25	50	75	4ª
2	0	50	75	125	2ª
3	0	25	0	25	5ª
4	0	0	0	0	6ª
5	25	0	0	25	5ª
6	25	75	50	150	1ª
7	0	0	25	25	5ª
8	25	50	0	75	4ª

9	0	0	25	25	5 <sup>a</sup>
10	0	25	0	25	5 <sup>a</sup>
11	0	0	25	25	5 <sup>a</sup>
12	0	75	25	100	3 <sup>a</sup>

**Fonte:** Colégio Classe A

Portanto, mais uma vez sagrou-se campeã a equipe número 6, com 150 pontos. Podemos destacar que nessa categoria a equipe realizou teste e verificou que o alvo poderia ser atingido de duas formas. A primeira, seria com um ângulo de  $25^\circ$  e o foguete contendo um terço de água de sua capacidade. A segunda, com um ângulo de  $65^\circ$  e o foguete contendo um terço de água de sua capacidade.

Após a competição houve uma confraternização entre alunos, pais e professores, bem como a premiação das equipes vencedoras.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta deste trabalho foi explicitar uma possibilidade de ensino das funções quadráticas, de forma interativa e aberta, em que o aluno, ao invés de decorar uma série de fórmulas, substituindo apenas valores e encontrando resultados de uma forma mecânica e repetitiva, possa priorizar o ensino lógico dedutivo, onde o professor possa construir todo conteúdo, justificando cada passo, proporcionando ao aluno a oportunidade de parar, pensar, refletir e analisar de forma consciente cada situação que vier a se deparar. Essa forma de aprender é o que propomos aos alunos, uma forma na qual o professor consegue instiga-los, ensinando os conteúdos de maneira adequada.

A construção de um foguete de garrafas pet e de uma base de lançamento, além de propiciar a significação de conceitos estudados em sala de aula, contribuiu para que o aluno fosse capaz de verificar, na prática, os conteúdos abordados em sala de aula, além de melhorar o relacionamento aluno-professor e professor-família, visto que houve uma grande participação dos pais na execução desse projeto.

## 6 REFERÊNCIAS

- [1] LIMA, Elon Lages. Matemática e Ensino. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.
- [2] LIMA, Elon Lages et al. A Matemática do Ensino Médio. Vol. I. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.
- [3] IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de matemática elementar, 1: conjuntos, funções. Atual, São Paulo, 2004.
- [4] ARAÚJO, Mauro Sérgio Teixeira de; ABIB, Maria Lúcia Vital dos Santos. Atividades experimentais no ensino de física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. Revista Brasileira de Ensino de Física. Vol.25 nº 2. São Paulo, Junho, 2003.
- [5] NEVES, Margarida Saraiva; CABALLERO, Concesa; MOREIRA, Marcos Antônio. Repensando o papel do trabalho experimental, na aprendizagem da física, em sala de aula - um estudo exploratório. Investigações em Ensino de Ciências, Porto Alegre, v.11, n.3, 2006.
- [6] SOUZA, James Alves de. Um foguete de garrafas pet. Artigo. Departamento de Física, Universidade de São Carlos, São Carlos, São Paulo, SP, Brasil, 2007.
- [7] OLIVEIRA, Marco Antônio Sodré. Os Aspectos Físicos e Matemáticos do Lançamento de Foguete de Garrafa Pet. Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Física. Universidade Católica de Brasília, Brasília, DF, 2008.
- [8] JÚNIOR, José Ferreira da Silva. Uma Abordagem Dialógica para Utilização de Atividades Experimentais em Sala de Aula. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, 2010.

- [9] ABIB, Maria Lúcia Vital dos Santos; ARAÚJO, Mauro Sérgio Teixeira de. Atividades Experimentais no Ensino de Física: Diferentes Enfoques, Diferentes Finalidades. Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, v.25, n.2, p.176-194, 2003.
- [10] NEVES, Margarida Saraiva; CABALLERO, Concesa; MOREIRA, Marcos Antônio. Repensando o papel do trabalho experimental, na aprendizagem da física, em sala de aula - um estudo exploratório. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.11, n.3, 2006. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol11/n3/31indice.html>>. Acesso em: 18 dez. 2013.
- [11] SOARES, Jobson Hugo de Souza. Função Quadrática. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Exatas e da Terra. Programa de Mestrado em Matemática Rede Nacional - PROFMAT. Natal/RN, 2013.
- [12] FARIAS, José Vilani de. A matemática e o lúdico: trabalhando funções com o Geogebra. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Programa de Mestrado em Matemática Rede Nacional - PROFMAT. Mossoró/RN, 2013.
- [13] LIMA, Fábio de Moraes Pereira. Funções do 1º Grau: Uma proposta didática. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de São João Del-Rei. Programa de Mestrado em Matemática Rede Nacional - PROFMAT. São João Del Rei/MG, 2013.

## APÊNDICE A – Oficina para Construção da Base de Lançamento



Figura 4.1: Oficina para construção da base de lançamento.



Figura 4.2: Oficina para construção da base de lançamento.



Figura 4.3: Oficina para construção da base de lançamento.



Figura 4.4: Oficina para construção da base de lançamento.



Figura 4.5: Oficina para construção da base de lançamento.





Figura 4.6: Oficina para construção da base de lançamento.



Figura 4.7: Oficina para construção da base de lançamento.



Figura 4.8: Oficina para construção da base de lançamento.



Figura 4.9: Oficina para construção da base de lançamento.



Figura 4.10: Oficina para construção da base de lançamento.



Figura 4.11: Oficina para construção da base de lançamento.



Figura 4.12: Oficina para construção da base de lançamento.



Figura 4.13: Oficina para construção da base de lançamento.

## APÊNDICE B – Oficina para Realização de Testes de Estabilidade do Foguete



Figura 4.14: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.



Figura 4.15: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.



Figura 4.16: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.



Figura 4.17: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.



Figura 4.18: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.



Figura 4.19: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.



Figura 4.20: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.





Figura 4.21: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.



Figura 4.22: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.



Figura 4.23: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.



Figura 4.24: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.



Figura 4.25: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.



Figura 4.26: Oficina para realização dos testes de lançamento dos foguetes de garrafas pet.

## APÊNDICE C – Fotos do Campeonato de Lançamento de Foguetes de Garrafas Pet



Figura 4.27: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.28: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.29: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.30: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.31: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.32: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.33: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.34: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.35: Fotos da competição de lançamento de foguetes.





Figura 4.36: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.37: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.38: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.39: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.40: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.41: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.42: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.43: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.44: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.45: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.46: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.47: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.48: Fotos da competição de lançamento de foguetes.



Figura 4.49: Fotos da competição de lançamento de foguetes.