

Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**A Importância da Modelagem Matemática
como instrumento indispensável para o
Ensino de Física**

Uma reflexão aplicada ao Ensino Médio

por

Gedeilton Santos Maciel

Mestrado Profissionalizante em Matemática – Ilhéus/BA

Orientador:

Dr. Sérgio Mota Alves

Este trabalho contou com apoio financeiro da Capes obtido através da SBM.

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**A Importância da Modelagem Matemática
como instrumento indispensável para o
Ensino de Física**

Uma reflexão aplicada ao Ensino Médio

por

Gedeilton Santos Maciel

Dissertação de Mestrado apresentada ao PROF-MAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, ofertado pela Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC e Coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Matemática.

Orientador: Dr. Sérgio Mota Alves

**Ilhéus/BA
2014**

A Importância da Modelagem Matemática como instrumento indispensável para o Ensino de Física

Uma reflexão aplicada ao Ensino Médio

por

Gedeilton Santos Maciel

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - DCET - UESC, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática. Aprovada por:

DR. SÉRGIO MOTA ALVES

Orientador

DR. VINÍCIUS AUGUSTO TAKAHASHI ARAKAWA

DR. JAILSON ARAÚJO RODRIGUES

Ilhéus - BA, 25 de abril de 2014.

DEDICATÓRIA

Aos meus familiares, amigos e mestres pelo constante apoio em todas as ocasiões dessa extraordinária fase da minha vida: O aperfeiçoamento acadêmico.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, acima de tudo, a Deus, pela família sensacional que tenho e por proporcionar acasos como o que me trouxe à UESC e ainda por me dar forças frente aos obstáculos do dia-a-dia.

A minha família, pelo exemplo de perseverança, pelo apoio e por acreditar que este sonho se tornaria real. Aos meus amigos, por terem compreendido minha ausência no decorrer destes anos. Sou grato a Deus pela vida de cada um.

Aos professores da UESC e também aqueles mestres que não se encontram mais na instituição por terem compartilhado de seus conhecimentos acadêmicos para que hoje eu pudesse ser um profissional mais qualificado e mais bem preparado para o mercado profissional. Em particular ao Professor Sergio Mota, por aceitar o desafio de orientar este trabalho de conclusão de curso e me transmitir os conhecimentos necessários para a concretização da presente etapa de minha formação.

*Se eu não consigo expressar por meio de números
o fenômeno físico que estou estudando, então
certamente, eu não sei nada sobre ele.*

Lord Kelvin

RESUMO

A Importância da Modelagem Matemática como instrumento indispensável para o Ensino de Física

Uma reflexão aplicada ao Ensino Médio

Trata-se de uma pesquisa bibliográfico-exploratória mediante a consulta a livros e artigos científicos com objetivo de compreender, em maior profundidade, as relações existentes entre a Modelagem Matemática e o ensino da Disciplina de Física no Nível Médio. Nesse sentido apresenta a construção, ao longo do tempo, dos principais conceitos utilizados na Física revelando que as várias fórmulas e equações utilizadas não surgiram em um “passe de mágica”, mas que foram construídas mediante o trabalho de observação e de reflexão de uma série de pesquisadores como Gilbert, Galileu, Newton e outros – e, sempre com a larga utilização da Modelagem Matemática na pesquisa e identificação das regularidades apresentadas pela natureza e, por extensão, por todo o mundo físico. Explica o que é Modelagem Matemática. Reflete a respeito das propostas expressas nos Parâmetros Curriculares Nacionais a relação Matemática \times Física. Compara e discute trabalhos de outros autores relacionados ao tema proposto. Conclui que o Ensino de Física de qualidade só é realmente possível mediante um maior embasamento dos educandos em Matemática e na compreensão dessa disciplina e de suas ferramentas de reflexão e síntese para a construção do alicerce em que se assenta a Física de nossos dias.

Área de concentração: Matemática

Palavras-chave: Modelagem Matemática – Ensino da Física

ABSTRACT

The Importance of Mathematical Modelling as essential to the teaching of physics instrument

An applied reflection to High School

This is a literature - exploratory research by consulting the books and papers in order to understand in greater depth the relationship between the Mathematical Modeling and teaching in the Department of Physics at Intermediate Level. In this sense presents the construction, over time, the main concepts used in Physics revealed that the various formulas and equations used do not appeared in a "magic bullet", but were built upon the work of observation and reflection of a series of researchers such as Gilbert, Galileo, Newton and others - and always with the widespread use of Mathematical Modeling in the research and identification of regularities presented by nature and, by extension, the entire physical world. Explains what is mathematical modeling. Reflects the proposition expressed in Curriculum Parameters related to the ratio x Mathematics Physics National. Compares and discusses the work of other authors related to the proposed topic. Concludes that the Physics Teaching quality is only really possible on a larger basis of learners in mathematics and understanding of the discipline and its tools of reflection and synthesis to build the foundation on which rests the physics of our day.

Area of Concentration: Mathematics

Keywords: Modeling Mathematics - Physics Education

SUMÁRIO

Introdução	1
1 Breve histórico	3
1.1 Origens	3
1.2 Gregos	3
1.3 Idades Média e Renascença	5
1.4 Renascimento da Física	6
1.5 O século XIX	9
1.6 Início da Física Moderna	10
1.7 Relatividade e Quanta	11
1.8 Física na atualidade	12
2 Ensino de Física e Matemática no Brasil	15
3 Modelagem Matemática no Ensino de Física	21
4 Os PCNs e a relação entre as duas Disciplinas	27
Considerações Finais	35
Referências Bibliográficas	39
Índice Remissivo	43

INTRODUÇÃO

O homem sempre buscou compreender os fenômenos e os mistérios do mundo a sua volta, e essa busca constitui uma longa odisséia, em que muitos se empenharam, até dedicando-lhe a vida inteira.

As pessoas que participaram dessa aventura de desvendamento responderam, muitas vezes, a questões formuladas por sua comunidade; em outras, reformularam as perguntas; esse diálogo configurou algo como uma inteligência coletiva. Somente quem já avançou um pouco em Ciências Exatas compreende o quanto ainda é preciso avançar, pois tais ciências, justamente por serem exatas, exigem do profissional pesquisador e/ou educador um aprofundamento, um embasamento e um grau de conhecimento científico da mais alta precisão.

Esclarece-se, desde já que a Física surge do interesse do homem em conhecer, em compreender e, posteriormente, em dominar as diversas forças da natureza para assim, quem sabe, melhorar sua dura condição de vida em um planeta magnífico (a Terra), mas que nem sempre apresenta as melhores condições para a sua sobrevivência. A Física é, portanto, um maravilhar-se com os diversos fenômenos que acompanham a humanidade desde os seus primórdios e isso levou a busca e ao achamento de descobertas a respeito das regularidades existentes em todo o universo como, por exemplo, o ciclo das marés que pode ser expresso por uma função trigonométrica.

A Física apresenta uma infinidade de pontos de contato com a Matemática – na verdade: A Matemática é a linguagem que os físicos utilizam quando desejam expressar as diversas leis da natureza – sem a Matemática seria extremamente trabalhoso descrever conceitos físicos de rara beleza e grande importância como, por exemplo, os que estão associados a famosa equação $E = mc^2$.

Mais que isso: a Matemática com sua metodologia investigativa e seu rigor auxilia a Física transformando-a em uma ciência igualmente investigativa e onde nada se aceita sem

a devida demonstração.

Nas escolas, contudo, pelo menos para os alunos "Física é Física" e "Matemática é Matemática" e apesar de serem disciplinas tidas como difíceis e cheias de uma linguagem toda própria não apresentam uma relação de dependência entre si – o que, certamente, é um ledor engano.

Nesse sentido e mediante o que acima foi dito o acadêmico nos interessamos por aprofundar as relações existentes entre Física e Matemática. Interesse que arremeteu aos livros e artigos, ao amadurecimento da ideia e a pesquisa comparativa dos diversos autores.

O interesse pelo tema tem também uma justificativa pessoal uma vez que o acadêmico, graduado em Física, durante sua ação docente se angustia, por vezes, com as diversas dificuldades apresentadas pelos educandos no tocante tanto a compreensão dos conceitos de Física quanto à dificuldade (para não dizer incapacidade) de grande maioria dos alunos em resolverem questões de Física falhando justamente nos aspectos relacionados com o instrumental matemático para a solução.

Além disso, a execução do trabalho, poderá apontar novas abordagens metodológicas no que tange as conexões entre Física e Matemática revelando, quem sabe, novos caminhos de investigação o que será de grande valia para a sociedade brasileira, que conforme mostram diversos dados, pouco avança em Ciências Exatas - um aspecto preocupante em um país que, certamente, em um futuro próximo necessitará de um número expressivo de técnicos, engenheiros, físicos e matemáticos.

Assim, o objetivo principal foi o de investigar as relações existentes entre Física e Matemática e para melhor delimitação do tema delimitou-se a importância da Modelagem Matemática como instrumento indispensável para o ensino da Física: uma reflexão aplicada ao Ensino Médio. A metodologia escolhida foi a de pesquisa bibliográfico-exploratória mediante a consulta a livros, artigos, pesquisas e outras fontes de caráter científico que pudessem ser de valia para a tarefa a que se propõe. E para melhor compreensão o trabalho foi estruturado em capítulos:

Capítulo 1 - realiza um breve histórico do desenvolvimento da Física e de sua relação com a Matemática.

Capítulo 2 - apresenta um diagnóstico da situação atual do Ensino de Física e Matemática no Brasil servindo assim como parâmetro básico para uma melhor compreensão da dificuldade dos alunos com essas importantes Ciências Exatas.

Capítulo 3 - trata do papel e da importância da Modelagem Matemática como ferramenta indispensável para o Ensino-Aprendizagem da Física ministrada no Ensino Médio.

Capítulo 4 - fazemos uma discussão essencial relativa aos Parâmetros Curriculares Nacionais de Física e Matemática em uma reflexão relativa a estas duas importantíssimas ciências exatas. Seguindo-se a conclusão do estudo; referências e anexos.

CAPÍTULO 1

BREVE HISTÓRICO

A abordagem histórica dos conteúdos científicos não é mero diletantismo. Talvez seja um dos caminhos eficazes para a desmistificação da ciência enquanto assunto vedado aos não iniciados, para a ruptura com uma metodologia própria ao senso comum e às concepções espontâneas e, para, finalmente estabelecer uma ponte para as primeiras modificações conceituais. O conhecimento científico torna-se passível de reconstrução e a aprendizagem aproxima-se do que realmente deve ser: uma incansável perscrutação (CASTRO, p.5, 1992).

1.1 Origens

Quando os homens pré-históricos começaram a observar as coisas em torno de si, seu laboratório era o mundo que viam. De troncos de árvores, fizeram rolões com que transportavam cargas pesadas mais facilmente. Prendendo embaixo às extremidades de ramos finos, descobriram que podiam arremessar mais longe uma vara de ponta aguçada – uma seta – do que usando apenas a força dos seus braços. Depois de centenas de anos de lento progresso, os povos das antigas civilizações chegaram a dominar muitos processos práticos para fazer coisas. Começaram também a enunciar leis gerais que expressavam suas ideias acerca da natureza.

1.2 Gregos

Os gregos destacavam o valor das ideias e das leis. Baseavam, porém, a maior parte das suas leis em argumentos lógicos e no “bom senso”, mais do que em experimentos ou na observação. Anteciparam muitas noções que os cientistas iriam descobrir anos e anos

mais tarde. No século VI a.C., por exemplo, Pitágoras pregava que a Terra era uma esfera. Cem anos depois, no século V a.C., Anaxágoras imaginava que a luz da Lua era luz solar refletida e que os eclipses ocorriam quando a Terra bloqueava os raios do Sol. Em cerca de 400 a.C. Demócrito ensinava que a matéria era constituída de partículas ínfimas, a que deu o nome de átomos.

Aristóteles, um dos maiores filósofos gregos, escreveu amplamente sobre a Física e outras ciências, com frequência sem utilizar experimentação. Aristóteles tirava suas conclusões fundamentalmente da argumentação lógica. Muitos escritos legados às futuras gerações continham ideias errôneas. Assim, admitia ele que a Terra era o centro do universo e que o resto do universo girava em torno dela. Ptolomeu, astrônomo egípcio, desenvolveu essa ideia de forma pormenorizada no século II d.C.

No século III a.C, a mensuração do meridiano terrestre pelo matemático grego Erastóstenes foi, sem dúvida, o experimento científico mais extraordinário. Em si, ele é de uma notável engenhosidade, mas demonstra principalmente o alto grau que o gênio racional dos gregos atingiu no século III a. C. Na verdade, a operação efetuada por Erastóstenes no Egito ptolomaico depreende já a utilização do instrumental matemático para se conseguir solucionar um problema de mensuração em física.

Erastóstenes partiu de três postulados. Siena (a atual Asuan) e Alexandria estavam situadas sob o mesmo meridiano. Assim, o Sol culminava todos os dias no mesmo momento, e logo era meio-dia no mesmo momento, nos dois lugares. A distância que separava as duas cidades era de 5.000 estádios. Os raios provenientes de diferentes pontos do Sol tocavam os diferentes pontos da Terra segundo linhas paralelas. Na verdade, o primeiro postulado era inexato: Siena estava situada 3 graus mais a leste do que Alexandria e lá era meio-dia 12 minutos mais tarde. Quanto ao segundo postulado, tudo dependia do valor atribuído ao estádio, pois este variava de 147 a 197 metros. Entretanto o método de Eratóstenes não deixava de ser exato no seu princípio (RIVAL, 1997 p. 11).

Quando o Sol estava diretamente acima de Siena, não estava diretamente acima de Alexandria, cerca de 800 km ao norte. Quando os raios solares incidiram diretamente ao longo de um poço vertical em Siena, eles projetaram uma sombra sobre uma estaca vertical em Alexandria. As verticais em ambas as localidades prolongaram-se até o centro da Terra e formaram entre si o mesmo ângulo que os raios de Sol formam com as estacas em Alexandria. Eratóstenes mediu tal ângulo como sendo $1/50$ de um círculo completo. Portanto, a distância entre Alexandria e Siena equivalia a $1/50$ da circunferência da Terra. (Equivalentemente, a sombra projetada pela estaca era de $1/8$ da altura da mesma, o que significou que a distância entre as duas localidades equivalia a $1/8$ do raio da Terra) – Uma vez que a circunferência de um círculo é 2π multiplicado por seu raio, o raio terrestre é

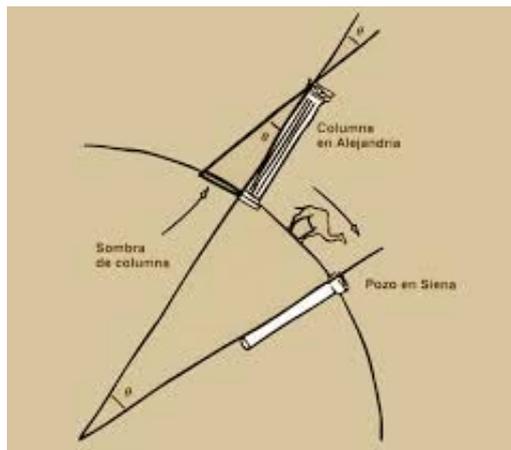


Figura 1.1: Esquema do experimento executado por Eratóstenes

simplesmente a sua circunferência dividida por 2π . Em unidades modernas, o raio da Terra vale aproximadamente 6.370 quilômetros e sua circunferência mede aproximadamente 40.000.

1.3 Idades Média e Renascença

Após realizações dos gregos, o progresso em Física arrastou-se durante centenas de anos. Na Idade Média, entre o século V e o século XVI poucas pessoas na Europa demonstraram interesse pela ciência ou pelo mundo físico. Os árabes, traduzindo e preservando muitos escritos dos gregos, contribuíram para o estudo da ciência além de dar um grande impulso ao desenvolvimento da Matemática.

Por volta do ano 1100, houve certo reflorescimento do saber na Europa. Isso decorreu da tradução de escritos gregos para o latim, que era a língua das pessoas instruídas na época. Os estudiosos viam nos escritos de Aristóteles a fonte de toda sabedoria e autoridade. Questionar esses escritos parecia uma heresia. As ideias de Ptolomeu sobre o universo eram também consideradas verdades incontestáveis.

Mas algumas pessoas começavam a perceber a importância da observação e da experimentação para o progresso da ciência – observações e experimentações que só ficavam devidamente descritas com o auxílio do instrumental matemático. Uma dessas pessoas foi o frade inglês Roger Bacon, que viveu no século XIII e tentou estabelecer um sistema de conhecimento da natureza, baseado na observação e na experimentação.

Durante os séculos XIV e XV, no terreno da arte e da literatura, registrou-se um despertar intelectual que veio a ser conhecido como a Renascença. Alguns pensadores renascentistas também se interessaram pela ciência. O exemplo típico é o de Leonardo da Vinci, grande pintor italiano, também físico e engenheiro. Estudou mecânica e chegou a planejar vários tipos de máquinas voadoras. Seus desenhos e projetos estavam muito

adiante do tempo em que viveu. Mas, apesar das muitas realizações de Da Vinci, poucas pessoas, em sua época tomaram conhecimento de suas ideias científicas.

1.4 Renascimento da Física

Começou em meados do século XVI. Em 1543, Nicolau Copérnico, astrônomo polonês, publicou sua teoria sobre o movimento da Terra e dos planetas em torno do Sol. Esse trabalho assinalou um importante passo no progresso da Física, ajudou a elaboração das leis dos movimentos dos planetas e constituiu uma nova interpretação de acontecimentos observados, tendo como base princípios da Física e instrumental matemático. O desenvolvimento da Física, baseado na observação de experimentos intencionais e com uma larga utilização da Matemática, pode ser atribuído a três cientistas: William Gilbert e Isaac Newton, ambos ingleses, e Galileu, italiano.

William Gilbert, físico da corte da rainha Isabel I, realizou experimentos no terreno da eletricidade estática e do magnetismo. No ano de 1600 publicou o primeiro estudo autêntico sobre o magnetismo. Nesse trabalho, comprovou seus pontos de vista, tanto com argumentos como com experiências, tendo o cuidado de separar rigorosamente seus argumentos dos fatos que observara.

Galileu foi uma das poucas pessoas no século XVI dispostas a defender os resultados da observação, mesmo quando esses resultados estavam em desacordo com as opiniões de pessoas a quem se atribuía toda autoridade. As observações mostraram a Galileu que alguns princípios físicos defendidos por Aristóteles eram errôneos. Por isso, preparou experimentos a fim de estabelecer princípios mais exatos. Aristóteles pensava, por exemplo, que quanto mais pesado fosse um objeto, mais rápida era a sua queda. Galileu verificou que isso não era verdade, ao observar a queda de corpos de pesos diferentes. Projetou e realizou então experimentos a fim de descobrir as leis da queda dos corpos. Galileu diminuiu a velocidade de queda, fazendo rolar pesos em planos inclinados, e descobriu que a velocidade de um corpo que cai aumenta proporcionalmente ao tempo de queda. Galileu destacou a importância dos experimentos cuidadosamente controlados e da utilização da Matemática como maneira adequada e muitas vezes única para se descobrir e interpretar fenômenos físicos. Baseou suas conclusões em observações e nos resultados dos experimentos, mais do que na lógica dedutiva inaugurando – para muitos autores – o que hoje podemos realmente chamar de Física.

Verificando que os instrumentos científicos de sua época não eram bastante exatos para as medições que tinha em vista, Galileu aperfeiçoou instrumentos de medida, inclusive o relógio e o telescópio, e inventou o termômetro. Com esses instrumentos, conseguiu obter dados exatos em suas experiências. Muitos contemporâneos de Galileu não aceitaram as

suas ideias. Preferiram continuar acreditando nas antigas autoridades gregas. O fato é que as descobertas de Galileu assentaram os alicerces para o trabalho de Newton e outros cientistas.

Há entre a Física e a Matemática uma relação de grande proximidade, pode-se mesmo dizer de grande intimidade. A Física – o conhecimento do mundo material – não pode fazer sem a Matemática. A linguagem da Física é, sem qualquer dúvida, a Matemática. Segundo Galileu, “a Natureza está escrita em caracteres matemáticos” e, segundo Francis Bacon, o seu contemporâneo que teorizou o método científico, “à medida que a Física avança cada vez mais e desenvolve novos axiomas, ela exige uma ajuda pronta da Matemática”. Não há nada que possa iludir ou contrariar a relação íntima entre Física e Matemática: sem Matemática não há Física. Quem não souber Matemática não poderá apreciar verdadeiramente a Física, nem os seus princípios nem as suas conclusões. A maneira mais sucinta, clara e elegante de exprimir as leis físicas – os enunciados que descrevem o comportamento do mundo material é a Matemática. Mas, além disso, a Matemática é também, por outro lado, a maneira de tirar, sem erros, as consequências dessas leis. Conforme afirmou há cerca de cem anos o alemão Wilhelm Roentgen, o primeiro prêmio Nobel a Física: “O físico precisa de três coisas para o seu trabalho: Matemática, Matemática e Matemática” (FIOLHAIS, 2005, p. 6).

E a ninguém coube melhor aplicar a Matemática à Física que Isaac Newton – grande pesquisador e uma das mentes mais brilhantes e sagazes que o mundo conheceu. Durante o final do século XVII e princípio XVIII, ele sintetizou o pensamento científico de sua época em umas poucas proposições e leis fundamentais. Foi assim que formulou a lei da gravitação, mostrando que tanto os objetos situados na Terra quanto os corpos celestiais, e também os planetas e as estrelas, obedecem a essa lei. Newton¹ estabeleceu também as leis fundamentais da mecânica, tais como hoje são utilizadas.

Simmons (1987) comenta que a maioria das pessoas está até certo ponto informada do nome e da reputação de Isaac Newton, pois sua fama universal de quem descobriu a Lei da Gravidade não diminui por mais de dois séculos e meio desde sua morte. É menos conhecido, entretanto, que, dentre a imensa variedade de suas vastas descobertas, ele virtualmente criou a Física moderna, e, como consequência, tem tido uma influência mais profunda na direção da vida civilizada do que a simples ascensão e queda das nações. Aqueles em posição de julgar têm sido unânimes em considerá-lo um dos poucos intelectuais supremos que a raça humana produziu.

¹Por ter formulado uma ciência com bases matemáticas, por ter compreendido uma variedade tão grande de fenômenos e por ter dado as bases da Mecânica científica, Newton foi considerado por muitos o maior cientista de todos os tempos. A respeito dele disse o poeta Alexander Pope: “A natureza e suas leis estavam ocultas na obscuridade. Então disse Deus: “*Nasça Newton!*” – e tudo foi claridade”.

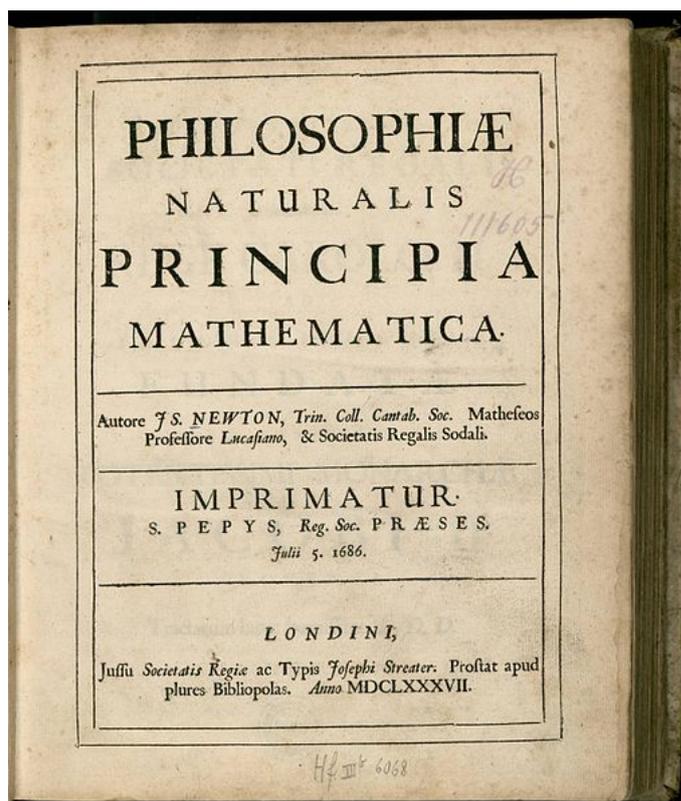


Figura 1.2: Frontispício de Princípios Matemáticos da Filosofia Natural de Sir Isaac Newton – considerado o trabalho científico mais importante de todos os tempos.

Os estudos de Newton sobre os prismas e as lentes constituíram os alicerces para o estudo moderno da óptica. Newton desenvolveu também uma teoria sobre a natureza da luz. No final do século XVII, o físico holandês Christian Huygens enunciou sua tese sobre a propagação da luz através de ondas. Newton achou que certas propriedades da luz, não explicadas pela teoria ondulatória de Huygens, poderiam ser explicadas por uma teoria corpuscular. Segundo ele, a luz consistia de partículas ínfimas que se deslocavam em linha reta, teoria que os cientistas, em sua maioria, aceitaram até o século XIX.

Newton e Gottfried Leibniz, filósofo alemão, trabalhando independentemente um do outro e mais ou menos ao mesmo tempo, criaram um novo sistema matemático. Esse sistema, hoje conhecido como cálculo, podia resolver certos problemas da física, jamais resolvidos antes.

Simmons (1987) assinala que, com relação a Leibniz, às vezes há a crítica de ele não ter produzido nenhum grande trabalho que pudesse ser apontado e admirado, como Princípios, de Newton. Mas produziu um conjunto de obras avulsas que mesmo não estando em forma de um único grande livro serviram de base para toda uma geração de matemáticos e de físicos que auxiliaram nos fundamentos do conhecimento científico moderno.

As leis fundamentais da Física, expressas por Newton, orientaram outros cientistas do século XVIII em seus trabalhos. Durante este período, os vários ramos da Física

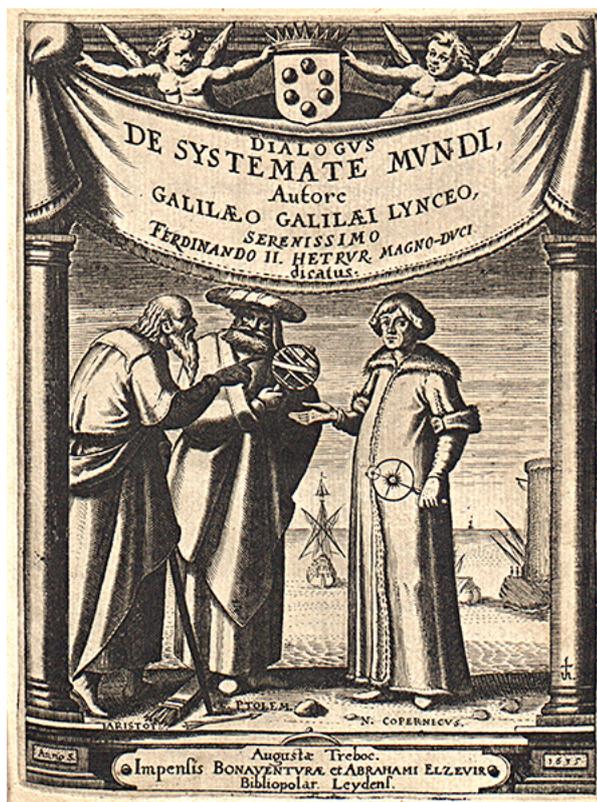


Figura 1.3: Frontispício do Diálogo sobre os dois Principais Sistemas do Mundo – do matemático e físico Galileu Galilei.

começaram a desenvolver-se independentemente, mas todos eles com grande utilização de modelos matemáticos tanto para a solução de problemas quanto para finalmente expressar as observações dos cientistas mediante as chamadas leis físicas. Os pesquisadores estudavam a mecânica, o calor, a luz e a eletricidade. Mas os princípios gerais e matemáticos que nortearam os trabalhos de Newton uniam-nos a todos.

1.5 O século XIX

Assistiu-se ao rápido desenvolvimento da Física fundada por Galileu, Newton e Gilbert. Realizaram-se, em grande número e rapidamente, experimentos e desenvolveram-se novos e possantes aparelhos e máquinas. Entre as invenções oriundas das pesquisas levadas a cabo no século XIX cita-se a máquina a vapor, o motor elétrico, o telégrafo e o telefone.

Durante esse período, o conhecimento científico progrediu em todos os ramos da Física. Estudando o calor, os cientistas mostraram que ele é uma forma de energia. Em 1824, o engenheiro francês Nicolas Sadi Carnot admitiu o uso do calor para realizar trabalho. Sua ideia de que o calor podia ser transformar em trabalho foi o alicerce para a ciência da termodinâmica. James P. Joule, físico inglês, mostrou a seguir que trabalho e calor se equivalem e que a relação de transformação de um em outro é expressa por uma constante

matemática.

De seu estudo sobre o calor, surgiu a ideia que acabou por dominar o mundo da ciência. Trata-se da ideia da importância fundamental da energia. O conceito de energia não era novo. As pessoas sabiam que um objetivo em movimento, como, por exemplo, um peso ou uma massa de água que cai, possui energia dinâmica capaz de realizar trabalho. Mas agora descobriam ser o calor uma forma de energia, que pode ser armazenada como a energia do movimento das partículas que constituem uma substância. Durante o século XIX a luz e o som foram também reconhecidos como formas de energia. Em 1801, o físico inglês Thomas Young mostrou como a teoria ondulatória da luz podia explicar muitos quebra-cabeças da óptica. Por volta da metade da década de 1850, uma nova teoria ondulatória tinha substituído a teoria corpuscular de Newton. Mas a propagação da luz através de ondas só poderia ser possível com a existência de uma substância – o ar, no caso da propagação das ondas sonoras. E, como se sabia que a luz podia também propagar-se no vácuo, os cientistas sugeriram a existência de um material denominado éter, que penetraria o espaço inteiro, inclusive toda espécie de vácuo.

Em 1820, os cientistas André Marie Ampere, francês, e Hans Christian Oersted, dinamarquês, mostraram que a eletricidade e o magnetismo se relacionam. Baseado neste trabalho, Michael Faraday, físico inglês, tentou, partindo da eletricidade, chegar ao magnetismo e vice-versa. Em 1831, verificou que movendo um ímã próximo a uma bobina constituída de fio condutor conseguia induzir nela uma corrente. Essa descoberta tornou possível a conversão da forma mecânica em força elétrica, e o funcionamento de geradores.

Durante a década de 1860, James Clerk Maxwell, físico inglês, deu forma matemática às descobertas experimentais de Faraday. E não se limitou a isso: apresentou uma teoria que explicava observações feitas anteriormente no campo da eletricidade e do magnetismo. Segundo a teoria eletromagnética de Maxwell, a luz visível consistiria de ondas de forças elétricas e magnéticas. Sua teoria pressupunha também a existência de ondas invisíveis, constituídas das mesmas forças. Em 1887, Heinrich Hertz, físico alemão, conseguiu produzir experimentalmente ondas de rádio², que correspondiam às previsões da teoria de Maxwell. Essa descoberta levou ao surgimento do rádio, do radar e da televisão.

1.6 Início da Física Moderna

No final do século XIX muitos físicos pensavam que tinham dominado todos os princípios fundamentais do universo e descoberto todas as leis matemáticas da natureza. Acreditavam que, para seus colegas do futuro, não restava outra tarefa senão a de aumentar a

²As ondas de rádio, como se sabe hoje em dia são de natureza eletromagnética – ou seja, da mesma natureza que a luz visível – certamente a compreensão de que essa última tem natureza eletromagnética foi um dos grandes triunfos da utilização da Matemática na pesquisa dos fenômenos físicos.

precisão e esclarecer um ou outro ponto de importância secundária. No entanto, com a continuação do trabalho, as dificuldades foram crescendo e novas descobertas desvendaram um campo inteiramente novo da Física.

A existência do éter era uma exigência da teoria ondulatória da luz. Mas em 1887, dois físicos norte-americanos, Albert A. Michelson e Edward W. Morley, realizaram uma experiência para estudar o éter, e descobrir a velocidade da Terra em seu movimento através dele. Na verdade, não encontraram nenhum traço do movimento terrestre através do éter, nem do próprio éter.

Durante o século XVIII, a ideia de que a matéria seria constituída de partículas ínfimas indivisíveis começou a ganhar aceitação. Em 1808, o químico inglês John Dalton utilizou o conceito das partículas indivisíveis ou átomos para explicar a maneira pela qual os elementos se combinam a fim de formar compostos. Os cientistas aceitaram essa ideia até a década de 1890, quando a imagem dos átomos como objetos sólidos começou a desvanecer-se. Com a descoberta do elétron, dos raios X e da radioatividade natural, tornou-se claro que os átomos possuíam certa forma de estrutura interna. (CHERMAN, 2004).

1.7 Relatividade e Quanta

Os primeiros anos do século XX foram anos de revolução na Física. Os cientistas continuaram a examinar pontos ainda não definidos da Física clássica de Newton e Maxwell e descobriram novas interpretações para os acontecimentos observados.

A teoria de Newton sobre a mecânica explicava e previa muitos acontecimentos comuns. Mas acabou substituída pela Teoria da Relatividade Restrita, enunciada por Albert Einstein na Alemanha em 1905. Nessa teoria, Einstein estabeleceu que as ideias de espaço e tempo não são absolutas – são afetadas pelo movimento do observador. Mas ele pensava que as leis da física deviam ser as mesmas para diferentes observadores, mesmo no caso de estarem se movendo com uma velocidade constante, um em relação ao outro. Ele estabeleceu que nada pode propagar-se com velocidade superior à da luz, ou seja, 299.792 km/s. Einstein verificou também que a massa é uma forma de energia, e que massa e energia se relacionam segundo a famosa equação $E = mc^2$ (CHERMAN, 2004).

Albert Einstein representou o protótipo do gênio científico da era moderna. A revista Time o escolheu “o homem do século XX”. Gozou em vida de uma fama única, a partir da confirmação de sua revolucionária Teoria da Relatividade, mas jamais se esqueceu da responsabilidade social dos que saem do anonimato.

O experimento levado a cabo por Michelson e Morley mostrara que o éter, concebido pelos cientistas depois de Newton, não existia. Sem o éter, as forças da gravidade e

as ondas de radiação deixavam de ter um meio em que propagar-se. As teorias dos físicos clássicos, portanto, não podiam estar certas. Einstein tentou substituir as teorias gravitacionais de Newton por uma formulação mais exata das leis da gravitação. Em sua Teoria da relatividade Generalizada, vinda a público em 1955, ele encarava a gravidade não como uma propriedade de todos os corpos, como Newton, porém como uma propriedade do espaço em que os corpos existem. De acordo com a teoria de Einstein, o que se apresentam para nós como uma força podia apresentar-se, para outros, como uma espécie de curvatura no espaço da qual nós não nos apercebemos.

Em 1905 baseado nos trabalhos de Max Planck Einstein ainda contribuiu com a compreensão da natureza da luz criando o conceito de fóton.

1.8 Física na atualidade

A Física continua a ser uma das ciências mais importantes e dinâmicas. O trabalho dos físicos em vários terrenos tem contribuído para progressos na tecnologia. Durante a década de 1960, pesquisadores dedicados à Física atômica e óptica criaram um dispositivo amplificador de luz chamado laser, que se transformou num instrumento valioso nos campos das comunicações, da indústria, da medicina e da pesquisa da energia nuclear. Desde o início da década de 1970, os físicos do estado sólido vêm expandindo suas investigações no terreno de materiais chamados supercondutores. Esses materiais podem conduzir a eletricidade, sem resistência, em temperaturas extremamente baixas. Os pesquisadores buscam novos supercondutores capazes de gerar, acumular e transmitir força elétrica.

Da pesquisa constante da natureza íntima da matéria e da energia os físicos têm descoberto cada vez um maior número de leis e relações matemáticas muitas das quais de extrema simplicidade e beleza e que conseguem representar um grande número de fenômenos naturais. Nesse sentido a Matemática, como certa vez afirmou Gauss³, se consolida a cada dia como verdadeira “Rainha das Ciências” ao permitir o progresso e a afirmação de nosso conhecimento à respeito do universo.

Muitas vezes os alunos e mesmo as pessoas em geral têm uma ideia equivocada de que a ciência é um empreendimento impessoal e objetivo. Enquanto a maioria das outras atividades humanas é dominada por toda sorte de modismos – acreditam que a ciência é restringida por regras e procedimentos consagrados e reafirmada por testes rigorosos. Trata-se é claro de um disparate. A ciência é uma atividade baseada em pessoas, e em nosso anexo, o leitor interessado poderá verificar a quantidade de pessoas que foi necessária

³A Matemática e também certos ramos da Física devem muito a Gauss, poucos souberam utilizar a Matemática tão bem na busca da solução de problemas de ordem Física – Seu “emblema” era uma macieira com poucas maçãs maduras e com os dizeres: “poucas, mas maduras” querendo com isso dizer que seus trabalhos matemáticos apesar de poucos numerosos eram muito bem fundamentados!

para dar origem a nossa Física moderna. Entretanto, o cientista, tanto o matemático quanto o físico procuram seguir, é claro, os principais passos do método científico e assim conseguirem validar seu trabalho junto a comunidade internacional.

Chalmers (1993) pontua ainda que a ciência deve parte de sua auto-estima ao fato de ser vista como a “religião moderna”, desempenhando hoje papel similar ao do cristianismo na Europa, em séculos passados.

No campo do ensino da Física, no Brasil, entretanto o que se observa é apenas um esforço para a memorização de fórmulas e leis e a crença de que as mesmas surgiram sem o menor esforço intelectual de seus criadores – crença errônea que faz crer que Física é Física e Matemática é Matemática e não compreende os infinitos pontos de contato entre as duas disciplinas e o quanto a Física, desde as suas origens, depende do instrumental matemático tanto para a descoberta quanto para a organização de dados experimentais e a formulação de resultados que se expressam por suas leis.

CAPÍTULO 2

ENSINO DE FÍSICA E MATEMÁTICA NO BRASIL

Embora o mundo há muito saiba que a ciência e a tecnologia eram importantes, apenas recentemente estas coisas passaram a comandar nosso destino – aquele destino que tínhamos aprendido com nossos livros de história a considerar demasiadamente dependentes dos desígnios dos estadistas (BUTTERFIELD, 1959)

A educação brasileira tem seus vícios. Sendo que um deles é o fato de valorizar muito a memorização do conhecimento do que a habilidade de pensar e nesse sentido, quase sempre o potencial criador fica inibido (ALENCAR, 1990).

A educação é, portanto, a atividade humana e coletiva que visa justamente uma formação para a vivência da cidadania plena junto a sociedade - cidadania que só se vive inteiramente ao criar indivíduos pensantes e consciente mais do que meros depositários de informações.

Educar para a cidadania implica uma mudança de valores e na maneira como a sociedade é percebida, um compromisso com a prática democrática como forma de vida política e também como forma de vida pessoal em família e nas relações sociais. Essa é uma transformação social que junto com o sistema escolar, tem de abarcar práticas institucionais, comunicação e informação, bem como atividades econômicas, que não seria realista esperar que aconteçam em curto período de tempo (ALBALA-BERTRAND, 1999, p.190)

Assim, a escola se consolida como uma das mais importantes instituições das sociedades já que pode ser reprodutora ou transformadora da mesma – influenciando a vida das

peças e também recebendo influências de como as pessoas vivem e se articulam no tempo e no espaço com seus instrumentos de trabalho, com seus sonhos, com suas esperanças e expectativas e com a tecnologia que nos últimos tempos tem atingido potencialidades inéditas na história da humanidade.

Entende-se que novas maneiras de pensar e de conviver estão sendo elaboradas no mundo das telecomunicações e da informática com implicações para os indivíduos, para a sociedade e para as escolas. Nos dias de hoje as relações entre os homens, o trabalho, a própria inteligência depende, na verdade, da transformação incessante de dispositivos informacionais de todos os tipos. Escrita, leitura, visão, audição, criação, aprendizagem são capturados por uma informática cada vez mais avançada. Não se pode mais conceber a pesquisa científica sem uma aparelhagem complexa que redistribui as antigas divisões entre experiência e teoria. Emerge, neste começo do século XXI, um conhecimento fundamentado na tecnologia digital (SANTOS, 2003).

A escola está obsoleta. Não por causa da falta de tecnologia, como pretendem muitos, mas por não haver acompanhado a evolução interior, da maneira de agir, sentir e pensar do ser humano no século passado. Não existe mais espaço para pressões de notas e reprovações, nem tratar os alunos de maneira impessoal, como se fossem máquinas de armazenar dados. A escola do futuro não deveria ser uma escola mais tecnológica, porém mais humana, que ensine na época certa (ensino médio) os jovens a compreender as máquinas e a dominá-las ensinando a utilizá-las somente para o que é construtivo e o que eleva o ser humano e não o degrada, colocando-as assim em seu devido lugar. Só com educação poderemos dar um basta à dominação das máquinas sobre o ser humano, que se tornou seu escravo ao invés de seu senhor (SETZER, 2001 p.35)

Houve tempo, até o começo do presente século, em que a evolução social e técnica só se faziam ao ritmo das gerações. Os pais e os educadores podiam preparar os filhos para a vida quase com a certeza de que teriam de defrontar os diversos problemas que eles próprios haviam encarado e resolvido melhor ou pior. Os professores sabiam também antecipadamente aquilo de que os seus alunos teriam mais tarde necessidade. Eles não precisavam considerar qualquer modificação nas técnicas e na pedagogia no decurso do seu exercício docente. O que haviam aprendido na Escola Normal era ainda válido pouco antes – tal época já não existe mais. Na época atual, a técnica é uma das dimensões fundamentais onde está em jogo a transformação do mundo humano por ele mesmo. Situações que geram a necessidade de repensar a formação dos futuros professores.

Vários fatores interagem na composição dos desafios à formação de professores, cuja análise revela a complexidade da questão. De um lado, temos a expansão da oferta de educação básica e os esforços de inclusão social, com a cobertura de segmentos sociais até recentemente pouco representados no atendimento escolar oferecido nas diversas regiões do país, provocando a demanda por um maior contingente de professores em todos os níveis do processo de escolarização. De outro, as urgências colocadas pelas transformações sociais que atingem os diversos âmbitos da atividade humana e penetram os muros da escola, pressionando por concepções e práticas educativas que possam contribuir significativamente para a construção de uma sociedade mais justa, democrática e moderna. No quadro de fundo, um país com grandes heterogeneidades regionais e locais, e, hoje, com uma legislação que estabelece a formação em nível superior como condição de exercício do magistério, num cenário em que a qualidade do ensino superior também está posta em questão (GATTI & BARRETO, 2009 p. 8)

A incidência cada vez mais proeminente das realidades tecnoeconômicas sobre todos os aspectos da vida social, e também os deslocamentos menos visíveis que ocorrem na esfera intelectual obrigam as pessoas de todas as profissões a uma atualização constante e aos professores a ensinarem os seus alunos aprenderem a aprender – realidade que gera novas reflexões quanto da formação de professores e gestores de ensino.

É interessante, para todos os sinceramente interessados pela educação, verificar como esta é fruto do seu tempo. Os egípcios tinham um tipo de educação que diferia sensivelmente da educação de um espartano, de um ateniense e mais ainda de nossos jovens educandos.

- a) Os pequenos egípcios passavam anos e anos nas escolas para aprenderem os complicadíssimos hieróglifos (escritos sagrados) e os melhores iam trabalhar como escribas para o poderoso faraó - quem sabe seguindo uma proveitosa carreira no serviço público da época. Os escribas egípcios desenvolveram uma Matemática de caráter prático – e as pirâmides estão aí após milênios atestando a sofisticação a que chegou a Matemática desse povo antigo.
- b) Os espartanos tinham uma educação militar, longa e austera. O menino era separado da mãe e entrava para o exército onde servia a vida inteira até por volta dos 60 anos de idade – a disciplina, o suportar a dor, as táticas de luta e intimidação eram preferíveis, para a sociedade espartana, que a Poesia, a Gramática, a Retórica e a Matemática. A título de curiosidade: Os espartanos se gloriavam de sua cidade não possuir muros, pois “os muros eram os peitos dos soldados”.
- c) Os atenienses, ao contrário dos seus pares espartanos, valorizaram mais o desenvolvimento do homem completo é de corpo e de mente apto tanto para a guerra quanto

para o trabalho de reflexão filosófica. Na Grécia Antiga, como visto em outra parte do presente trabalho, a Matemática prática dos egípcios ganhou uma roupagem nova podendo ser abstraída dos limites dos nossos sentidos e ser estudada em estado puro. Assim, para um Matemático grego, a circunferência era acima de tudo uma ideia de algo que dificilmente existe no mundo real, mas que certamente existe como pura e perfeita no campo das ideias e tem como característica o distanciamento igual de todos os seus pontos até o centro.

E nossa educação? A educação do brasileiro nos dias de hoje, o que visa mais? A construção de indivíduos livres e pensantes com capacidade para pensar e agir positivamente na sociedade? Ou quem sabe, apenas máquinas de decorar fórmulas prontas para simplesmente “passar no vestibular”?

Ao que parece o que ocorreu no Brasil foi o seguinte: A Matemática ganhou um tal grau de formalismo – devido ao movimento intitulado “Matemática Moderna” que a tornou extremamente desconexa do mundo real onde os alunos viviam. Estado que, certamente levou muitos indivíduos a terem verdadeira apatia pela disciplina que, aos seus olhos, era interessante, mas não tinha a menor conexão com suas vidas.

É notório que o Ministério da Educação e Cultura (MEC) tem trabalhado, ao longo dos últimos anos, no sentido de alterar essa realidade e isso em consonância com o que já é feito em outros países. Além do mais, diversas avaliações internacionais têm “demonstrado por A mais B” que a pedagogia e a didática da Matemática brasileira devem ser alteradas antes que o país perca o “bonde da história”.

O Programa Internacional de Avaliação de Aluno (PISA) parece ser um parâmetro adequado para se avaliar o desempenho dos estudantes brasileiros em várias disciplinas e também em Ciências Exatas. Nos anos de 2012, por exemplo, a prova do PISA foi aplicada em 837 escolas junto a mais de 19.000 estudantes – no referido ano testes de mais de 510.000 anos serviram de amostra. Quanto ao resultado: Em uma lista com 65 países, o Brasil ficou na posição 58º em Matemática e 59º em Ciências. E apesar do desempenho pífio dos estudantes brasileiros ainda assim eles foram os que mais evoluíram em Matemática na prova do PISA quando se leva em conta o período de 2003 a 2012.

Apesar de não ser objetivo primeiro do presente estudo cabe ainda acrescentar que mesmo em Leitura os estudantes brasileiros têm ficado abaixo da média dos outros países em que os estudantes são avaliados pelo PISA.

Os dados apresentados na figuras 2.1 e na figura 2.2 são decerto preocupantes, pois estamos falando de indivíduos que têm pouca leitura, ou leem e não compreendem e que são convidados a resolver questões de Matemática e de Física que não podem ser resolvidas simplesmente com a utilização de algoritmos, mas que dependem de um grande esforço de interpretação, isso só para início de conversa. E um sumário gráfico dessa discussão é

Evolução das médias em leitura no Pisa

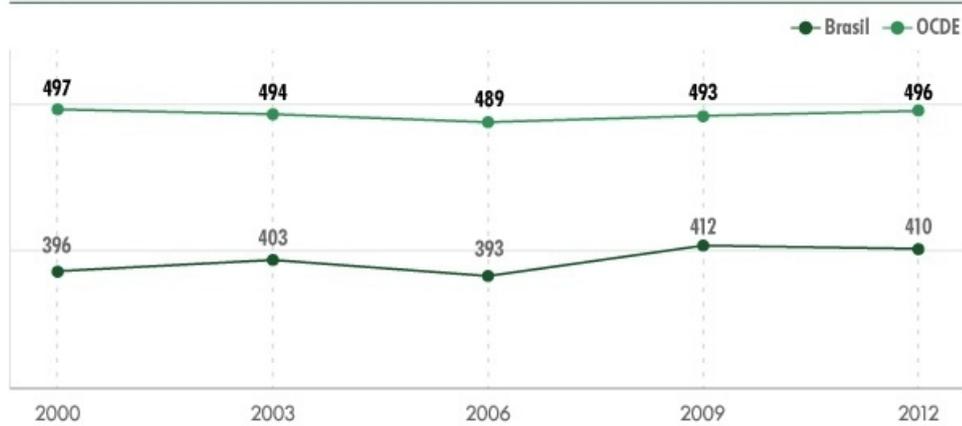


Figura 2.1:

Evolução das médias em ciências no Pisa

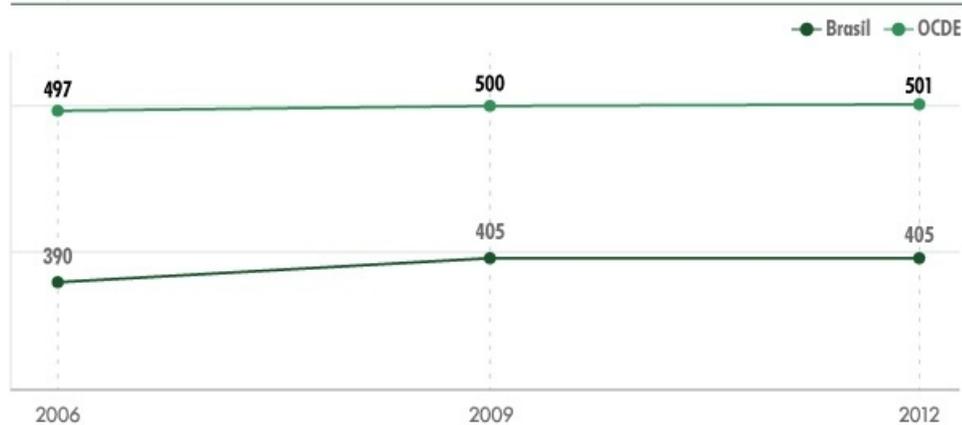


Figura 2.2:

apresentado a seguir:

Assim, há uma melhora em Matemática, mas certamente, ainda longe do que seria o “ideal” o que gera nos educadores a certeza da necessidade de repensar práticas e métodos de ensino-aprendizagem; de se atualizar; de repensar a práxis docente como o que ela realmente é: oportunidade de transformação social.

É oportuno apresentar e discutir os resultados do PISA por no mínimo dois motivos:

a) Suas provas tanto em Matemática quanto em Ciências e (aí se inclui a Física) são bem contextualizadas e mais do que simplesmente avaliar se o aluno tem um “banco” de fórmulas e “macetes” o que o PISA avalia é a capacidade de pensar mediante a criação de estratégias e modelos para a resolução das questões.

b) Os alunos brasileiros são avaliados em relação a alunos de outras nações – ora, no mundo do trabalho o futuro profissional formado no Brasil vai ter que competir com outro ou outros brasileiros – mas certamente em um mundo que caminha para a globa-

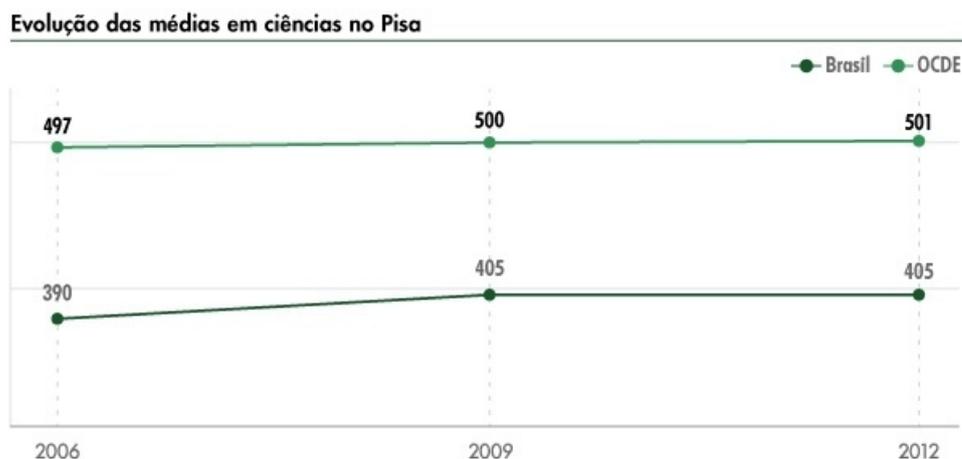


Figura 2.3:

lização deverá também competir e colocar a prova seus conhecimentos frente a muitos estrangeiros.

De qualquer maneira houve uma evolução em Matemática mas ainda há muito o que ser feito e o PISA serve, em parte, para avaliar a quantas anda o ensino de Matemática e de Física no país. Cabendo ainda o esclarecimento de que o PISA avalia estudantes de 15 anos de idade de países como Alemanha, Grécia, Chile, Coreia do Sul, Argentina, Brasil, Sérvia, Polônia, Holanda etc.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA

Na maior parte das ciências uma geração põe abaixo o que outra construiu, e o que uma estabeleceu a outra desfaz. Somente na Matemática é que cada geração constrói um novo andar sobre a antiga estrutura. (Hermann Hankel)

Em seu primeiro capítulo o presente trabalho pretendeu evidenciar as interações existentes entre a Matemática e a Física – isso desde a mais remota origem dessa última.

Para muitos colegas professores de Física tal interrelação está na raiz da dificuldade de muitos estudantes em relação à Física: os educandos entendem pouca Matemática e conseqüentemente entendem menos Física ainda. E apesar de não termos encontrado nenhum trabalho conclusivo a respeito dessa assertiva a experiência em sala de aula os dados discutidos no capítulo precedente dão embasamento a esse pensamento.

Os professores de Física gostariam que seus alunos chegassem à sala de aula com os pré-requisitos matemáticos completos. Em contrapartida, os professores de Matemática não aceitam, com razão, que sua disciplina seja pensada apenas como instrumento para outras disciplinas, e impõem uma programação que nem sempre se articula com aquela da Física (Pietrocola, 2002, p.96)

Pietrocola (2002) é dos que defendem que simplesmente culpar a falta de conhecimentos básicos em Matemática como motivo para o baixo rendimento dos alunos em Física é uma atitude no mínimo ingênua e que acaba não levando em consideração outras dimensões e que estão relacionadas à própria atuação dos professores em sala de aula.

De qualquer forma o que se percebe é que Física e Matemática, contrariando suas raízes, têm sido trabalhadas como disciplinas altamente isoladas uma da outra.

O que está em desacordo com o PCNEM+ que recomenda uma maior integração entre as duas disciplinas. E mais:

As características comuns à Biologia, à Física, à Química e à Matemática recomendam uma articulação didática e pedagógica interna à sua área na condução do aprendizado, em salas de aula ou em outras atividades dos alunos. [...] Uma organização e estruturação conjuntas dos temas e tópicos a serem enfatizados em cada etapa também facilitarão ações integradas entre elas, orientadas pelo projeto pedagógico da escola (BRASIL, 2002, p.23)

Dentro dessa postura é que o presente trabalho preconiza uma maior relação didática e metodológica entre Física e Matemática em um resgate necessário da comunhão entre essas duas importantes ciências exatas.

Pietrocola (2002) brilhantemente coloca que a Matemática fornece instrumentos que permitem ao cientista realizar o seu trabalho – ora, um ensino de ciências que procure dar ao educando a capacidade do pensamento Matemático certamente é um ensino de ciências que irá possibilitar ao educando uma melhor e maior apreensão a respeito do mundo físico.

Talvez não seja necessário ter um momento para discutir as relações entre Física e Matemática em sala de aula, mas é essencial que essa relação seja visivelmente perceptível para os alunos. A grande maioria dos problemas de Física, por exemplo, podem e devem ser modelados matematicamente não devendo nunca a Matemática ser considerada como mera ferramenta mas como parte integrante do próprio pensamento científico e do pensar de todo e qualquer pesquisador da natureza.

Coloca-se que os modelos matemáticos são essenciais para a Física que, com base em tais modelos, amplia sua capacidade de entendimento a respeito dos fenômenos potencializando, também, a capacidade humana de interferir nos mesmos.

O conceito de Modelagem Matemática pode não ser novo, mas a importância que apresenta tem sido realçada em vários estudos:

O ensino da Física tem-se realizado frequentemente mediante a apresentação de conceitos, leis e fórmulas, de forma desarticulada, distanciados do mundo vivido pelos alunos e professores e não só, mas também por isso, vazios de significado. Privilegia a teoria e a abstração, desde o primeiro momento, em detrimento de um desenvolvimento gradual da abstração que, pelo menos, parta da prática de exemplos concretos. Enfatiza a utilização de fórmulas, em situações artificiais, desvinculando a linguagem matemática que essas fórmulas representam de seu significado físico efetivo. Insiste na solução de exercícios repetitivos, pretendendo que o aprendizado ocorra pela automatização ou memorização e não pela construção do conhecimento através das competências adquiridas (PCN 1999).

As competências, estas sim, extrapolam a simples memorização e levam os educandos a adquirir habilidades úteis à sua formação. Têm-se ainda que:

Muitas vezes o ensino de Física inclui a resolução de inúmeros problemas, onde o desafio central para o aluno consiste em identificar qual fórmula deve ser utilizada. Esse tipo de questão, que exige, sobretudo, memorização, perde sentido se desejamos desenvolver outras competências. Não se quer dizer com isso que seja preciso abrir mão das fórmulas. Ao contrário, a formalização matemática continua sendo essencial, desde que desenvolvida como síntese dos conceitos e relações, compreendidas anteriormente de forma fenomenológica e qualitativa (PCN/MAIS p.38).

Completa-se esse pensamento com a pergunta das qual praticamente nenhum professor de Física e Matemática escapam: Professor isso serve para quê? A vivência em sala de aula tem revelado que tal pergunta traduz em palavras o sentimento da maioria dos alunos que não consegue ver um sentido claro no ensino dessas duas disciplinas – situação que gera em curto período de tempo aversão e mais adiante, certamente, os diversos problemas com a aprendizagem e que são factíveis em avaliação como as realizadas pelo PISA e pelo ENEM.

A Física, como foi visto, fez e faz larga utilização da modelagem matemática tanto para compreender quanto para descrever convenientemente este ou aquele fenômeno. Nesse sentido, se furtar do compromisso de trabalhar com modelos matemáticos junto aos alunos é fator inadequado para a aprendizagem e formação completa dos mesmos.

Muitos modelos matemáticos expressam correlações físicas e sua utilização, portanto, é bastante simples: $F = ma$; $PV = MRT$; $V = Vi.at$ – todas relações passíveis de uma abordagem levando-se em conta o conceito de relação/função, par ordenado, razão e proporção. Como podemos observar nas figuras 3.1 e 3.2.

A valorização desses modelos dá base para a construção e posterior interpretação de gráficos e curvas matemáticas que poderão estar associados aos conceitos de função de primeiro e segundo grau; plano cartesiano; correlação, etc.

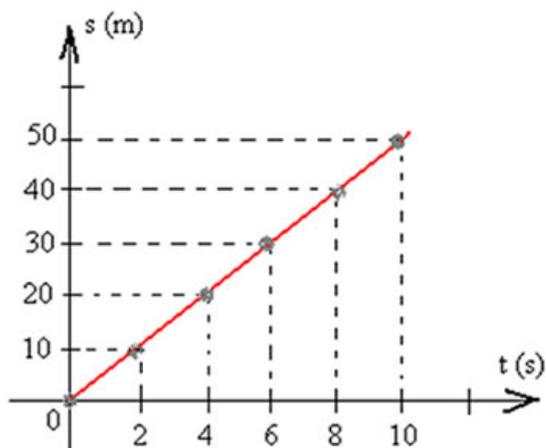


Figura 3.1: Espaço percorrido em função do tempo – exemplo de relação diretamente proporcional.

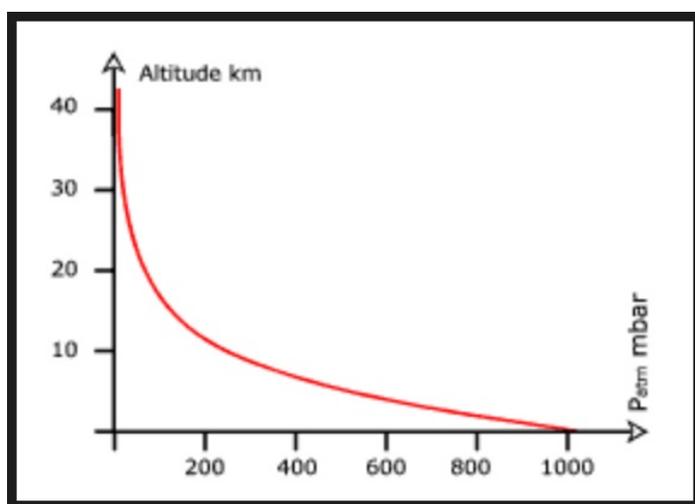


Figura 3.2: Altitude em função da pressão exercida – exemplo de relação inversamente proporcional

A utilização da modelagem matemática em sala de aula é importante, entre outras coisas, por possibilitar aos educandos a gênese de uma natureza científica já que deverão, eles mesmos, coletar os dados dos experimentos avaliando ainda todo o tipo de grandeza física.

Sabe-se que grandes partes dos livros didáticos de física disponíveis em nosso meio apresentam já as fórmulas prontas e acabadas – deixando para os educandos apenas a possibilidade de memorização e aplicação; No trabalho com modelagem matemática os alunos são convidados eles próprios a criarem as fórmulas de que necessitam para compreender e prever determinado fenômeno e isso se torna simples com os dados devidamente tabelados e com o ferramental matemático de correlação.

Nesse aspecto os educandos percebem que certas correlações podem ser lineares e que outras podem ser não lineares:

Finalmente é salutar lembrar-se sempre que a Matemática, como expressão da mente humana, reflete a vontade ativa, a razão contemplativa, e o desejo da perfeição estética. Seus elementos básicos são a lógica e intuição e tais elementos têm servido ao longo do tempo ao propósito de físicos e mesmo de pesquisadores das mais diversas áreas do conhecimento humano. Nesse sentido não valorizar a modelagem matemática em seu potencial é renegar os alunos a um estágio de desenvolvimento cognitivo bem aquém de suas possibilidades.

CAPÍTULO 4

OS PCNS E A RELAÇÃO ENTRE AS DUAS DISCIPLINAS

Tomando a Matemática desde o início do mundo até o tempo de Newton, o que ele fez é de longe a melhor metade. (Leibniz)

O poder de síntese da Matemática poucas vezes se manifestou na história do pensamento humano com o brilhantismo interpretativo e modelador expresso no trabalho de Isaac Newton.

Fundador da Física Clássica Newton, segundo consta a história atestada por Voltaire, da queda de uma maçã em sua cabeça formulou – embasado pelo ferramental matemático – uma teoria que explicou não só a queda da fruta mas também o porquê de a Lua não cair na Terra, o movimento das marés; a relação entre força, massa e aceleração; e, a compreensão do deslocamento dos planetas pelo universo visível. E, quando a Matemática existente em sua época foi insuficiente para explicar o mundo físico ele criou a Matemática de que precisava o que deu origem, por exemplo, ao Cálculo. Atualmente a Matemática, ao lado da linguagem natural, constitui uma disciplina básica nos currículos escolares desde os primeiros anos de escolaridade, em todos os lugares do mundo, independentemente de raça, credo ou sistema político.

Há um consenso com relação ao fato de que o ensino de Matemática, todavia, não é claro. Esta falta de clareza pode ser a principal responsável pelas dificuldades crônicas de que padece seu ensino.

Acrescenta-se que, infelizmente, nem sempre a Matemática é pensada como o que realmente é: um bem cultural de interesse geral e que ninguém pode ignorar (MACHADO, 1997).

Nesse sentido, não dá para se compreender plenamente a Matemática sem mergulhar, pelo menos um pouco, em seus principais aspectos históricos. E o professor que não dá atenção a isso acaba formando alunos que pensam que a Matemática já nasceu pronta e acabada – o que não é correto já que cada conceito, cada fórmula, cada algoritmo partiram; geralmente, de um problema prático que precisou ser enfrentado por alguém e da estratégia de solução a esse problema originou-se um determinado conceito matemático (DANTE, 2000).

As operações relacionadas a divisão, por exemplo, surgem com base na necessidade de repartir um todo em partes menores e isso se dá naturalmente da necessidade de partilhar que o homem primitivo teve que administrar para assim poder assegurar a sua sobrevivência e a sobrevivência de sua comunidade. A divisão esteve sempre relacionada com a subtração – dividir nada mais é do que ir subtraindo até encontrar partes que sejam equivalentes com resto zero ou com resto diferente de zero.

Assim, pode-se afirmar que os primeiros grandes passos na matemática foram dados pelos homens da pré-história. Antes mesmo da história lembrada e registrada, eles aprenderam a contar. Sabiam o “número” de animais dos seus rebanhos. Inicialmente, é provável que tenham utilizado os dedos das mãos e dos pés ou seixos para “lembrar” números pequenos. Aprenderam também a considerar o comprimento de seus braços e de suas mãos para medir a extensão. E aprenderam a usar formas regulares quando fabricava cerâmica e lascavam pedras para pontas de flechas. A necessidade de efetuar divisões era uma constante, pois era preciso dividir a comida, os suprimentos, a caça, os animais de criação e mesmo o território e os grupos humanos (PINSK, 2006).

Nem sempre a escola consegue atingir plenamente seus objetivos educacionais, deparando com situações em que os alunos não cumprem com o mínimo esperado – são os chamados “distúrbios de aprendizagem”. Assim, o erro e seu efeito cumulativo -o fracasso escolar – vêm se tornando problemas de difícil compreensão para os educadores. Quais as possíveis razões para o baixo rendimento escolar? O que faz um aluno não aprender? Onde está o erro: no aproveitamento do aluno, na avaliação do professor, no sistema escolar como um todo? A partir destas questões, estudiosos de diferentes áreas se debruçam sobre o problema, oferecendo alternativas para o enfrentamento teórico e prático do erro e do fracasso no cotidiano educacional (GROPPIA, 1997)

Nesse sentido os livros mais tradicionais talvez pecassem em não colocar diante dos alunos situações-problema verdadeiramente instigantes e que dessem origem as diversas operações matemáticas fundamentais – sendo sempre tratadas (as operações) com excesso de formalismo e em descontexto com a realidade dos educandos. Assim, o que se propõe para o trabalho com a divisão e com as demais operações fundamentais da matemática é o trabalho do professor com situações-problema.

Esclarece-se que um estudo aprofundado da Didática da Matemática revela que até pouco tempo, o seu ensino tinha degenerado num pesado algebrismo que, embora desenvolva uma habilidade formal, não conduz à compreensão da Matemática como um todo. Além do mais, a pesquisa histórica mostra que os conhecimentos matemáticos têm sido continuamente desenvolvidos, mudados e aperfeiçoados. Em vista disso, alternativas ao ensino são sempre bem vindas como aquelas que procuram resgatar a importância de se fundamentar e facilitar o ensino da operação de divisão. Bento Jesus Caraça, (1945) ensina que a Matemática é geralmente considerada como uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, num gabinete fechado, onde não entram ruídos do mundo exterior, nem o Sol, nem os clamores dos homens. Isto só em parte é verdadeiro.

A chamada Matemática moderna nasceu, conforme o PCN, como uma via de acesso ao pensamento científico e tecnológico. E por isso era excessivamente lógica e formal o que dificultava sua aprendizagem. Houve, portanto, um distanciamento entre a matemática e os problemas do mundo contemporâneo no qual os alunos vivem. Assim, infelizmente, a matemática era pura teoria e nada de prática, o que levou, ao longo dos anos, ao seu rejeito por grande parte dos alunos. Na atualidade, os educadores sabem e transmitem aos seus alunos que a Matemática está presente em nossas vidas desde um simples troco feito no ônibus, passando pelo cálculo dos reajustes do nosso salário, até o uso de computadores estando também presente na vida dos educandos dentro e fora da sala de aula e tal pensamento perpassa todo o trabalho docente e todos os ramos da matemática dos mais complexos até os relacionados às quatro operações fundamentais incluindo-se aí a operação de divisão.

Os PCNs, (Parâmetros Curriculares Nacionais) – Matemática - defende a Matemática como um componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. Nesse sentido fala que a matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente.

Cada docente tem a sua prática. Todo professor, ao iniciar sua carreira, vai fazer na sala de aula, basicamente, o que ele viu alguém, que o impressionou, fazendo. E vai deixar de fazer algo que viu e não aprovou. Essa memória de experiências é impregnada de emocional, mas aí entra também o intuitivo – aqueles indivíduos que são considerados “o professor nato”. Mas sem dúvida o racional, isto é, aquilo que se aprendeu nos cursos, incorpora-se a prática docente. E à medida que a vamos exercendo, a crítica sobre ela, mesclada com observações e reflexões teóricas, vai nos dando elementos para aprimorá-la. Essa nossa prática, por sua vez, vai novamente solicitar e alimentar teorizações que vão, por sua vez, refletir em sua modificação. O elo entre teoria e prática é o que chamamos pesquisa (D Ambrósio, 2010 p. 91)

Assim, o professor é um eterno pesquisador de sua própria prática docente e pesquisando-a vai corrigindo-a e corrigindo-a vai se tornando melhor profissional. Com relação a Matemática, infelizmente, para os alunos muitas vezes existem duas Matemáticas: a Matemática que é ensinada na escola e a Matemática que existe na rua: nos seus jogos e brincadeiras, no troco do ônibus, no supermercado, no comércio em geral.

Os PCNs – inovam ao perceber que a Matemática não se relaciona apenas com um conjunto de técnicas e fórmulas para se calcular bem e rápido – mas que a Matemática vai, além disso, se consolidando como uma ciência que busca a compreensão das relações existentes entre as coisas. Saber Matemática e mais do que simplesmente somar, subtrair, multiplicar e dividir: a Matemática que se espera de nossos alunos é uma Matemática que saiba pensar, analisar, refletir e tomar decisões de forma autônoma e consciente.

O professor de Matemática, enquanto profissional, é chamado e convidado a repensar o seu papel em sala de aula. Ora, aquele professor que trabalhava utilizando apenas quadro e giz, certamente já não é o mais adequado para dar conta de uma Matemática que se torna cada vez mais avançada num mundo de alunos cada vez mais inteirados do que vale ou do que não vale a pena aprender. Assim, o docente deve fazer ampla utilização de jogos, brincadeiras, vídeos, livros, calculadoras, materiais concretos e mesmo computadores como recursos indispensáveis ao seu trabalho. Outro problema crônico da educação e que fica evidenciado na Matemática certamente é o relacionado à avaliação. Ora, a avaliação tradicional servia para rotular os alunos separando-os em no mínimo dois grupos: a) Grupo dos que sabem Matemática e b) Grupo dos que não sabem Matemática. – Metodologia de avaliação que, ao longo do tempo, criou toda uma geração de adultos que têm verdadeira aversão por tudo aquilo que se relacione com a Matemática e seus cálculos. Pessoas, que quando foram estudantes o máximo que conseguiam fazer era simplesmente copiar todo o assunto do quadro para verem se, em casa, conseguiam compreender alguma coisa – Tal situação não é mais desejável.

Quando o que se almeja é uma Educação Matemática de qualidade, não basta avaliar o rendimento escolar dos alunos nessa disciplina. Os baixos índices de acerto nas questões

propostas reforçam a ideia de que a Matemática ensinada na escola é algo incompreensível e quase inacessível. Na instância diretamente ligada às práticas dos professores em sala de aula, é necessário que eles tomem ciência e consciência da importância do registro e análise dos processos, recursos e estratégias utilizados por seus alunos ao se relacionarem com a matemática.

A ciência Matemática não para de se desenvolver, devido à formulação e tentativa de resolução de problemas – cada vez mais complexos em uma sociedade com alto nível de desenvolvimento tecnológico como a de hoje – oriundos dela mesma e das diferentes áreas do conhecimento. Por isso, é desalentador saber que há quem pense que aprender matemática é apenas aprender um modo de somar, subtrair, multiplicar, dividir e resolver equações de vários tipos, reduzindo a aprendizagem da matemática escolar à reprodução de um malabarismo padrão com números e determinadas letras grafadas no papel.

Essa perspectiva é assustadora para os alunos, que vêm, a sua volta, adultos em situação de trabalho e de estudo usarem calculadoras para resolver contas e transformarem números fazendo uso de aproximações para trabalhar mentalmente com dezenas, centenas, milhares ou outras potências de dez, se satisfazendo com cálculos aproximados; com muita frequência, vêm inclusive seus professores usarem calculadoras, principalmente quando têm de enfrentar uma tarefa que envolva muitos cálculos, como quantificar o desempenho de seus alunos nas diferentes disciplinas.

Na atualidade, de acordo com os parâmetros curriculares, o que se espera é que a avaliação seja diagnóstica e contínua. Diagnóstica no sentido de verificar como anda a aprendizagem dos educandos e corrigir possíveis falhas no processo e contínua a não preconizar apenas a “prova”, mas toda uma gama de atividades desempenhadas pelos alunos que, inclusive, podem fazer parte de grupos de trabalho e de estudo.

Os PCNs – Matemática defendem:

- a) Direcionamento do ensino fundamental voltado à aquisição de competências básicas a formação do cidadão;
- b) Importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;
- c) Resolução de problemas matemáticos a partir de problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;
- d) O trabalho com gráficos e tabelas e a compreensão da aplicação das ferramentas para análise da informação;
- e) Compreensão da importância do uso da tecnologia e acompanhamento permanente da renovação tecnológica.

Assim, a Matemática deve ser vista como o que é: uma aquisição cultural da humanidade que vem evoluindo ao longo do tempo. Cabendo aos professores um trabalho de ensino que leve os alunos a compreenderem a raiz histórica da ciência matemática, sua relação com o cotidiano, sua relação com as demais ciências e seu poder de sintetização, análise e solução dos diversos problemas com os quais nos deparamos em nosso cotidiano sendo que para a Física sua compreensão é de fundamental importância.

Pensando assim, tanto em Matemática, quanto em Física - os professores são chamados a trabalhar com situações-problema que levem os alunos ao desafio de tentarem, por si só, gerir mecanismos, métodos e técnicas de solução. Atitude que leva o educando a perceber a importância das diversas ferramentas matemáticas que a humanidade dispõe.

[...] é desejável que o educando possa reconhecer a relação entre diferentes grandezas, ou relações de causa-efeito, para ser capaz de estabelecer previsões. Assim, conhecer a relação entre potência, voltagem e corrente, para estimar a segurança do uso de equipamentos elétricos ou a relação entre força e aceleração, para prever a distância percorrida por um carro após ser freado... Identificar regularidades, associando fenômenos que ocorrem em situações semelhantes, para utilizar as leis que expressam essas regularidades na análise e previsões de situações do dia-a-dia. Assim, por exemplo, compreender que a variação de corrente elétrica está associada ao surgimento de campos magnéticos, pode possibilitar, eventualmente, identificar possíveis causas de distorção das imagens de TV ou as causas do mau funcionamento de um motor (PCNs – FÍSICA p. 25)

No mais, a Matemática e a Física, para o PCN não podem e não devem ficar afastadas dos diversos temas transversais tais como pluralidade cultural, ética e cidadania já que é ela própria um dos frutos mais bem acabados da sociedade humana.

Os PCNs de Física são enfáticos ao afirmar que o ensino da Física se pauta, realmente na resolução de problemas físicos com o forte embasamento matemático, entretanto, também deixa aberta a possibilidade do professor trabalhar com outra didática como, por exemplo, os textos escritos, a leitura e compreensão, as encenações etc.

Entretanto, parece inegável, a importância que a resolução de problemas adquiriu no processo ensino-aprendizagem de Física. Os problemas, contudo, que levam apenas à associação de sua resolução a uma determinada fórmula pouco têm a acrescentar à capacidade de pensar dos educandos. Um bom problema de física, segundo os PCNs, seria por exemplo, levantar discussão a respeito do tempo de parada de veículos que se movem em alta velocidade – atitude que traria muito mais reflexão do que a pura e simples aplicação de uma fórmula já pronta. As fórmulas, é claro, são uma ferramenta de grande importância tanto em Física quanto em Matemática, mas quando tais fórmulas

são apenas uma aplicação e não uma reflexão e dedução a capacidade de pensar e refletir dos educandos está seriamente comprometida.

A exemplo da Matemática, a Física, para os PCNs, é considerada antes de tudo como um produto cultural de uma sociedade que vem se sofisticando cada vez mais ao longo do tempo. No Brasil, os educadores pretendem uma Física que possibilite o pensamento científico do cidadão mediano que dê conta dos principais problemas enfrentados no dia a dia e que forneça o embasamento adequado e necessário a tomada de decisões.

Acrescenta-se, que ao término desse capítulo, é importante frisar que os próprios PCNs reconhecem a interdependência entre Física e Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A despeito de toda evolução alcançada pela Física de nossos dias que consegue interpretar desde fenômenos na escala atômica até fenômenos da dimensão de uma galáxia essa importante ciência continua apresentando uma infinidade de pontos de contato com a Matemática. E apesar dos conceitos físicos, da atualidade, não terem origem direta em problemas do cotidiano do homem comum, o raciocínio matemático para resolvê-los continua lá.

Nesse sentido o trabalho atingiu o seu objetivo ao mostrar a importância da Matemática e em especial da Modelagem Matemática para o Ensino de Física – no Ensino Médio.

Nele, foi possível ver que a Física e a Matemática, historicamente falando, sempre caminharam juntas. Que a situação do ensino da Física e da Matemática no país ainda não é a desejável dado o mau desempenho de nossos alunos em avaliações de massa como o PISA e o ENEM. Que a Modelagem Matemática é uma abordagem significativa no processo ensino-aprendizagem de Física e que os Parâmetros Curriculares também compreendem a profunda união existente entre essas duas disciplinas.

Além disso, é urgente, nos dias de hoje, um adequado trabalho com a linguagem simbólica, com os números, com os sistemas de representação, com a capacidade de modelar um problema matematicamente, ler e interpretar adequadamente gráficos, esquemas, diagramas e tabelas.

Nenhuma ciência, inclusive a Física e a Matemática, nasceram prontas e acabadas, mas ao contrário percorreram uma longa estrada para chegar ao estágio atual – nesse sentido uma pedagogia que dá ao aluno a impressão de que tudo já chegou pronto faz um desserviço a uma educação de qualidade e com compromisso com a formação do sujeito livre, independente e pensante – capaz, plenamente, de agir de forma consciente, equilibrada e construtiva em uma sociedade cada vez mais tecnológica na qual Física e

Matemática estão sempre mais presentes.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ALBALA-BERTRAND, Luis (org). *Cidadania e Educação: Rumo a uma prática significativa*. Brasília: UNESCO, 1999.
- [2] ALENCAR, Eunice M. L. Soriano de. *Como desenvolver o potencial criador: um guia para liberação da criatividade em sala de aula*. Petrópolis, RJ: Vozes, 1990.
- [3] ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. *História da Educação*. 2. ed. rev. e atual. São Paulo: Moderna, 1996.
- [4] BARBER, Stephen F. *Filosofia da matemática*. Rio de Janeiro, Zahar, 1969.
- [5] BASSANEZI, R. C.. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002.
- [6] BOYER, Carl B. *História da matemática*. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo, Edgar Blucher/UNESP, 1974.
- [7] BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais Mais: Ensino Médio* – Brasília: Ministério da Educação, 2001.
- [8] BRUNER, Jerome S. *O Processo de educação*. Trad. Lobo L. de Oliveira. 4. ed. São Paulo, Nacional, 1974.
- [9] CAMPOS, C. R. *O ensino da Matemática e da Física numa perspectiva integracionista*. São Paulo: PUC, 2000. 140 p. Dissertação de Mestrado.
- [10] CARAÇA, B. de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa, Brás Monteiro, 1975.

- [11] CARMO, A . B; CARVALHO, A . M. P. *Iniciando os estudantes na matemática da física através de aulas experimentais investigativas*. X EPEF, UEL, 2006.
- [12] CARNEIRO, Moaci Alves. *LDB Fácil. Leitura Crítico-compreensiva artigo a artigo*. 9 ed. Petrópolis: Vozes, 2003.
- [13] CARPENTER e McLuhan, M.: *El aula sin muros*. Barcelona, LAIA, 1981, 3. ed.
- [14] CARVALHO, Moema Sá et alii. *Fundação da matemática elementar*. Rio de Janeiro, Campus, 1984.
- [15] CASTELNUOVO, Emma. *Didáctica de la matemática moderna*. Trad. Felipe RobledoVázquez, México, s.ed., 1973.
- [16] CASTRUCCI, Benedito. *Lições de geometria plana*. São Paulo, Nobel, 1963.
- [17] CHIAVENATO, Idalberto. *Introdução à teoria geral da administração*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2003.
- [18] CORTELLA, Mário Sérgio. *A escola e o conhecimento fundamentos epistemológicos e político*. 4. ed. - São Paulo – 1995.
- [19] COSTA, S.S.C ;MOREIRA, M. A . *O papel da modelagem mental dos enunciados na resolução de problemas em Física*. Rev. Bras. Ens. Fis.vol.24, n.1,março2002.
- [20] DANTZIG, Tobias. *Número: a linguagem da ciência*. Trad. Sérgio Góes de Paulo. Rio de Janeiro, Zahar, 1970.
- [21] DEMO, Pedro. *Educação e Desenvolvimento: Mito e realidade de uma relação possível e fantasiosa*. Campinas: Papirus, 1999.
- [22] DIENES, Z. P. *Aprendizado moderno da matemática*. Rio de Janeiro, Zahar, 1970.
- [23] FELLER, William. *Introdução à teoria das probabilidades e suas aplicações*. São Paulo, Edgard Blucher, 1976.
- [24] FIORENTINI, D; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.
- [25] GATES, Bill. *A estrada do futuro – trad. Beth Vieira... et al*. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.
- [26] GRECA, I; MOREIRA. M. A . *Do saber fazer ao saber dizer: uma análise do papel da resolução de problemas na aprendizagem conceitual de Física*. Ensaio, v.5, n.1, março 2003.

- [27] HIBBELER, R. C. *Dinâmica: Mecânica para Engenharia*. São Paulo: Prentice Hall, 2005.
- [28] KARLSON, Paul. *A magia dos números*. Rio de Janeiro, Globo, 1961.
- [29] LIBÂNEO, José Carlos; OLIVEIRA, João Ferreira; TOSCHI, MirzaSeabra. *Educação escolar: políticas, estrutura e organização*. São Paulo: Cortez, 2003.
- [30] LUCKESI, C.C. *Avaliação da aprendizagem escolar*. 17 ed. São Paulo: Cortez, 2005.
- [31] MACHADO, Nilson J. *Matemática e realidade*. São Paulo, PUC, 1984. Dissertação de Mestrado.
- [32] MEC – MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Parâmetros curriculares nacionais: temas transversais*. Brasília, 2000.
- [33] MEYER, Paul L. *Probabilidade – aplicações à estatística*. Trad. Ruy C. B. Lourenço Filho. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico/EDUSP, 1969.
- [34] MIALARET, G. *A aprendizagem matemática*. Trad. Marcelino Paiva, Coimbra, Almedina, 1975.
- [35] *Modelagem como metodologia de ensino de matemática*. In: Actas de la Séptima Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática Paris: UNESCO, 1990. p.130-155.
- [36] MOISE & DOWWNS. *Geometria moderna*. Trad. Rebate Watanabe. São Paulo, Edgard Blucher, 1971.
- [37] MORIN, Edgar. *A cabeça bem-feita: repensar a reforma, reformar o pensamento*. Tradução Eloá Jacobina. – 8ª ed. - Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2004.
- [38] NOVAK, J. D. *Aprender, criar e utilizar o conhecimento: mapas conceituais como ferramentas de facilitação nas escolas e empresas*. Lisboa: Plátano edições técnicas, 1998.
- [39] *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio* – Brasília: Ministério da Educação, 1999.
- [40] PERRENOUD, P. *Dez novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.
- [41] PIAGET, J. et alii. *La enseñanza de las matemáticas*. Madrid, Aguillar, 1968.

- [42] PILETTI, Nelson; PILETTI, Claudino. *História da Educação*. 7. ed. 4. imp. São Paulo: Ática, 2003.
- [43] RODRIGUEZ, E.M. *Los desafíos docentes ante las nuevas tecnologías*. In: Arranz, L. *El libro texto: materiales didácticos*. Madrid: Universidad Complutense, 1996. t. 1, p. 108-118.
- [44] ROSE, S. *Lá mémoire: desmolécules à l'esprit*. Paris: Seuil. – 1996.
- [45] SETEZER, V. W. *Meios eletrônicos e educação: Uma visão alternativa*. São Paulo – Escrituras Editora, 2001.
- [46] SOLOMON, Charles. *Matemática*. São Paulo, Edições Melhoramentos, Editora da Universidade de São Paulo, 1975.
- [47] VEIGA, Ilma Passos A (org.). *Projeto político-pedagógico da escola. Uma construção possível*. 17 ed. Campinas: Papirus, 2004.
- [48] VEIT, E. A; TEODORO, V. D. *Modelagem no ensino/aprendizagem de Física e os novos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Rev. Bras. Ens. Fis.vol.24, ,junho 2002.
- [49] VEIT, E.A; MORS, P.M;TEODORO,V.D. *Ilustrando a Segunda Lei de Newton no século XXI*. Rev. Bras. Ens. Fis.vol.24, n.2,junho 2002. VOGT, C. Modelos e Modelagens.
- [50] WERNECK, Hamilton. *Se você finge que ensina, eu finjo que aprendo*. Petrópolis, RJ: Vozes, 1992.

